С.Л. ДИКСОН

Сборник задач по турбомашинам

Worked Examples in Turbomachinery

(Fluid Mechanics and Thermodynamics)

S.L.Dixon, Ph. D., B.Eng., M.I.Mech.E.,C.Eng.

Dept of Mechanical Engineering, University of Liverpool

PERGAMON PRESS

OXFORD · NEW YORK · TORONTO

SYDNEY · PARIS · BRAUNSCHWEIG

С.Л. ДИКСОН

Сборник задач по турбомашинам

(механика жидкостей и газов и термодинамика)

Перевод с английского
В.Д. Молякова

Москва
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»
1981

ББК 31.363я73
Д45
УДК(621.16+621.438)(076)

Редактор канд. техн. наук *В. Е. Михальцев*

Диксон С. Л.

Д45 Сборник задач по турбомашинам: Механика жидкостей и газов и термодинамика. Пер. с англ. В. Д. Молякова. — М.: Машиностроение, 1981. — 70 с., ил.

35 к.

Книга английского автора посвящена детальному разбору задач по турбомашинам, которые отличаются практической инженерной направленностью. Данный сборник задач является дополнением к книге «Механика жидкостей и газов. Термодинамика турбомашин» этого же автора.

Для инженерно-технических работников энергомашиностроения. Может быть полезна студентам вузов.

Д $\frac{30301-144}{038(01)-81}$ 144-81. 2301000000 **ББК 31.363я73**
6П2.23(07)

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

Книги из серии «Термодинамика и гидромеханика» задуманы как небольшие сборники, соответствующие определенной теме. В настоящее время их используют в качестве учебников по многим техническим дисциплинам, как вводный материал при ознакомлении с предметом; они могут быть полезны специалистам.

Настоящий сборник задач — это новая форма учебного пособия, по которой составлена серия книг в помощь изучающим курс самостоятельно. Этот сборник задач особенно может быть полезен сейчас в связи с распространением системы единиц СИ и развитием методов расчета.

W. A. W.
Февраль, 1975 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник задач является дополнением к книге «Механика жидкостей и газов. Термодинамика турбомашин», второе издание (FMTT2), и в основном содержит подробные решения задач, приведенных в книге. В большинстве курсов технических дисциплин методика решения задач дается в ограниченном объеме. При изучении турбомашин студенту важно не только понять теоретические положения и выводы уравнений, с которыми он встречается, но и научиться применять их при решении задач. Обычно студенты лучше усваивают теорию курса после решения задач по выведенным формулам. В книгу FMTT2 включено свыше десяти решений задач самых необходимых и довольно простых по использованию изложенной теории. В настоящем сборнике приведены не только стандартные задачи, но и более сложные, которые обычно предлагаются на экзаменах для получения диплома с отличием, что окажет неоценимую помощь студентам.

В задачнике количество теоретических выводов сведено мною к минимуму при достаточно частых ссылках на уравнения, приведенные в книге FMTT2. Для удобства пользования текстом римскими цифрами обозначены уравнения, выведенные при решении задач, а арабскими — приведенные в книге FMTT2 (например, уравнение 2.1).

Чтобы при решении был получен точный ответ и не было последующего распространения ошибок, все расчеты выполнены с помощью электронно-вычислительных машин. В связи с применением приобретающей все большую популярность вычислительной техники выявились различия ответов, приведенных в книге FMTT2, и тех, которые были получены ранее при подсчете на обычной (десятидюймовой) логарифмической линейке. Расчеты, включающие разность двух близких по значению чисел, особенно когда одно или оба числа определены в процессе экспоненцирования, связаны с наибольшим числом арифметических ошибок при решении задач, но, к счастью, эти ошибки легко устранимы благодаря использованию современных вычислительных средств. Все промежуточные и окончательные результаты расчетов округлены до четырех значащих цифр, что в достаточной степени отвечает требованиям инженерных расчетов такого типа.

При решении ряда задач используются диаграмма Молье для пара и таблицы пара. Все данные для решения задач такого типа взяты из следующих источников.

I. Enthalpy — Entropy Diagram for Steam (SI Units), prepared by D. C. Hickson and F. R. Taylor (Blackwell).

II. Thermodynamic and Transport Properties of Fluids (SI Units), arranged by V. R. Mayhew and G. F. C. Rogers, Second Edition, 1967 (Blackwell).

Я признателен мистеру Джону Блэкбурну за тщательную проверку рукописи и численных решений, миссис Эврил Бивэн, педантично подготовившей текст к размножению, и доктору Вильяму Вудсу за общую положительную оценку и полезные советы в процессе работы над книгой. И наконец, последняя признательность, но не менее важная, моей жене Розалин за ее терпение и заботу обо мне и о детях пока я работал.

С. Л. Диксон
Ливерпуль, 1975.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

A — площадь;
a — скорость звука;
b — ширина решетки;
C_f — коэффициент касательного усилия, трения;
C_L, C_D — коэффициент подъемной силы, коэффициент лобового сопротивления;
C_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, коэффициент давления;
C_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме;
c — абсолютная скорость;
c_0 — скорость истечения;
D — сила лобового сопротивления, диаметр;
D_{eq} — эквивалентная диффузорность;
D_h — гидравлический диаметр;
E, e — энергия, удельная энергия;
f — ускорение;
g — ускорение свободного падения;
H — напор, давление столба жидкости, длина лопатки;
h — удельная энтальпия;
i — угол атаки;
K, k — константы;
L — подъемная сила;
l — хорда;
M — число Маха;
m — масса, молекулярный вес;
N — частота вращения
N_s — коэффициент быстроходности, удельная частота вращения;
N_{sp} — параметр мощности и удельной частоты вращения;
n — число ступеней, показатель политропы;
p — давление;
Q — теплота, объемный расход;
q — сухость пара;
R — степень реактивности; газовая постоянная;
Re — число Рейнольдса;
R_H — коэффициент возврата теплоты;
R_0 — универсальная газовая постоянная;
r — радиус;
S — энтропия;
s — шаг решетки, удельная энтропия;
T — температура;
t — время, толщина;
U — окружная скорость, внутренняя энергия;
u — удельная внутренняя энергия;
V, v — объем, удельный объем;
W — работа;
ΔW — удельная работа;
w — относительная скорость;
X — осевое усилие;
x, y, z — координаты;
Y — окружное усилие;
Y_p — коффициент профильных потерь;

2*

Z — число лопаток, коэффициент нагрузки лопатки;
α — угол наклона абсолютной скорости;
β — угол наклона относительной скорости;
Γ — циркуляция;
γ — показатель адиабаты;
δ — угол отставания;
ε — угол поворота потока, эффективность охлаждения;
ζ — коэффициент потерь;
η — КПД;
Θ — минимальное сечение:
θ — угол изгиба профиля, толщина потери импульса;
λ — коэффициент профильных потерь;
μ — динамическая вязкость;
ν — кинематическая вязкость;
ξ — угол установки лопатки;
ϱ — плотность;
σ — коэффициент скольжения;
τ — момент;
φ — коэффициент расхода, отношение скоростей;
ψ — коэффициент нагрузки ступени;
Ω — угловая скорость вращения;
Ω_s — удельная угловая скорость;
$\underline{\omega}$ — завихренность;
$\overline{\omega}$ — коэффициент потерь полного давления.

Индексы:

av — средний;
c — компрессор, критический;
D — диффузор;
e — выход;
h — гидравлический, втулка;
i — вход, рабочее колесо;
id — идеальный;
is — изоэнтропийный;
m — средний, меридиональный, механический;
N — сопло, сопловой аппарат, сопловые лопатки;
n — нормальная составляющая;
0 — параметр заторможенного потока, полный, общий, предельный;
p — политропа, постоянное давление;
R — обратимый процесс, ротор:
r — радиальный;
rel — относительный;
s — изоэнтропийный, условия срыва;
ss — изоэнтропийный для ступени;
t — турбина, периферийный, поперечный;
v — скорость;
x, y, z — по координатам;
θ — тангенциальный;
$\cdot$ — переменная по времени;
$-$ — осредненный;
$'$ — угол лопатки (в отличие от угла потока);
$*$ — номинальные условия.

ГЛАВА 1

Теория размерности. Подобие

1.1. Вентилятор при частоте вращения 1750 об/мин и объемном расходе 4,25 м^3/с создает напор 153 мм вод. ст., измеренный U-образным манометром. Требуется спроектировать геометрически подобный вентилятор с тем же напором и КПД, но большего размера с частотой вращения 1440 об/мин. Рассчитать объемный расход через этот вентилятор.

Решение. Для геометрически подобных вентиляторов зависимые переменные величины — напор gH и КПД η — связаны с независимыми переменными двумя следующими функциональными соотношениями:

$$gH = f_1(Q,\ N,\ D,\ \varrho,\ \mu);$$
$$\eta = f_2(Q,\ N,\ D,\ \varrho,\ \mu),$$

где Q — объемный расход; D — характерный диаметр вентилятора; N — частота вращения; μ — динамическая вязкость потока; ϱ — плотность среды.

Используя формальный прием теории размерности или более строгий метод приведения (см. задачу 1.4) с величинами ϱ, N, D, получим безразмерные параметры

$$\frac{gH}{N^2D^2} = f_1\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\varrho ND^2}{\mu}\right);$$
$$\eta = f_2\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\varrho ND^2}{\mu}\right).$$

Параметр $\varrho ND^2/\mu$ определяется числом Рейнольдса Re по окружной скорости и диаметру вентилятора. Примем, что для данного случая число Re$\approx$const, т. е. его изменением можно пренебречь. Тогда

$$\frac{gH}{N^2D^2} = f_1\left(\frac{Q}{ND^3}\right); \qquad \text{(I)}$$

$$\eta = f_2\left(\frac{Q}{ND^3}\right). \qquad \text{(II)}$$

Так как КПД обоих вентиляторов одинаковый, то согласно уравнению (II) параметр расхода $Q/(ND^3)$ для них должен быть одним и тем же. Объемный расход второго вентилятора

$$Q_2 = Q_1\,(N_2/N_1)\,(D_2/D_1)^3. \qquad \text{(III)}$$

Для двух вентиляторов, создающих одинаковый напор, величина $gH/(ND)^2$ должна быть постоянной, что следует из уравнения (I) при фиксированном значении $Q/(ND^3)$. Следовательно, при $H_1 = H_2$

$$N_1D_1 = N_2D_2. \qquad \text{(IV)}$$

Подставляя уравнение (IV) в выражение (III), находим $Q_2 = Q_1(N_1/N_2)^2 = 4{,}25(1750/1440)^2 =$ **6,277 м^3/с**. Заметим, что численное значение напора вентилятора не использовалось при решении.

1.2. Осевой вентилятор диаметром 1,83 м спроектирован на частоту вращения 1400 об/мин со средней осевой скоростью воздуха 12,2 м/с. Для проверки проекта изготовлена модель вентилятора, уменьшенная в 4 раза, с частотой вращения 4200 об/мин. Определить осевую скорость воздуха в модели при условии соблюдения динамического подобия ее с полноразмерным вентилятором.

Влиянием изменения числа Re можно пренебречь. Для соблюдения полного подобия модель вентилятора следует испытывать в барокамере при более высоком давлении. Вязкость воздуха не зависит от давления, а температура поддерживается постоянной. При каком давлении воздуха должна быть испытана модель?

Решение. Объемный расход $Q = c_x A \propto c_x D^2$ (где c_x — осевая скорость). Следовательно, параметр расхода $Q/(ND^3)$ можно заменить на $c_x/(ND)$. Для динамического подобия, не учитывая изменения числа Re, осевая скорость в модели вентилятора

$$c_{xm} = c_{xp}\,\frac{N_m D_m}{N_p D_p} = 12{,}2 \times 4200/(1400 \times 4) = \mathbf{9{,}15}\ \mathbf{м/с}.$$

Для полного подобия числа Рейнольдса в модели и прототипе должны быть равны, т. е. $\mathrm{Re}_m = \mathrm{Re}_p$. Тогда

$$\frac{\varrho_m N_m D_m^2}{\mu_m} = \frac{\varrho_p N_p D_p^2}{\mu_p}. \tag{I}$$

Так как температура воздуха не изменяется, то $\mu_m = \mu_p$. Согласно уравнению состояния газа величина $\varrho \propto p$. Следовательно, уравнение (I) можно записать в виде

$$p_m N_m D_m^2 = p_p N_p D_p^2.$$

$$\therefore\ p_m = p_p\,(N_p/N_m)\,(D_p/D_m)^2 = 1 \times (1400/4200)\cdot 4^2 = \mathbf{5{,}33}\ \mathbf{атм.}$$

1.3. Гидравлическая турбина должна быть спроектирована на мощность 27 МВт, частоту вращения 93,7 об/мин и напор 16,5 м. Модель этой турбины мощностью 37,5 кВт должна быть испытана в динамически подобных условиях с напором 4,9 м. Рассчитать частоту вращения и относительный размер модельной турбины. Принимая КПД модели 88%, определить объемный расход через модель.

Осевое усилие, приходящееся на упорный подшипник полноразмерной турбины, равно 7,0 ГН. На какое осевое усилие следует спроектировать подшипник модельной турбины?

Решение. Для геометрически подобных гидротурбин зависимыми переменными являются мощность P, КПД η и объемный расход Q, независимыми — частота вращения N, характерный диаметр D, полезный напор H, динамическая вязкость μ и плотность ϱ. Функциональное соотношение запишем в виде

$$P,\ \eta,\ Q = f\,(\varrho,\ N,\ D,\ gH,\ \mu).$$

Воспользовавшись теорией размерности и применив для исключения размерности общие размерные величины ϱ, N и D (см. задачу 1.4), получим соотношение безразмерных параметров

$$\frac{P}{\varrho N^3 D^5},\ \eta,\ \frac{Q}{ND^3} = f\left(\frac{gH}{N^2 D^2},\ \frac{\varrho N D^2}{\mu}\right).$$

Отличительной особенностью теории размерности является возможность формирования новых безразмерных параметров из двух параметров, при этом общее число параметров в функциональной зависимости остается неизменным. Таким образом, комбинируя параметры мощности и напора, можно исключить диаметр (который не приведен в задании) из новой безразмерной зависимости

$$\frac{P}{\varrho N^3 D^5}\left(\frac{N^2 D^2}{gH}\right)^{2,5} = \frac{P N^5 D^5}{\varrho N^3 D^5 (gH)^{2,5}} = \frac{P N^2}{\varrho\,(gH)^{2,5}}.$$

Извлекая квадратный корень, получим объединенный параметр мощности и удельной частоты вращения

$$N_{sp} = N P^{1/2}/(\varrho^{1/2}\,(gH)^{5/4}).$$

Если влияние изменения числа Re на КПД пренебрежимо мало, то модель (индекс m) и прототип (индекс p) будут иметь одинаковый параметр N_{sp} при

работе в динамически подобных условиях. Тогда

$$\frac{N_m P_m^{1/2}}{H_m^{5/4}} = \frac{N_p P_p^{1/2}}{H_p^{5/4}}.$$

$$\therefore\ N_m = N_p\,(P_p/P_m)^{1/2} \times (H_m/H_p)^{5/4} = 93{,}7\,(27 \times 10^6/37{,}5 \times 10^3)^{1/2} \times$$

$$\times\,(4{,}9/16{,}5)^{5/4} = \mathbf{551{,}2}\ \mathbf{об/мин.}$$

Относительный размер модели определяется по параметру напора, который одинаков для модели и ее прототипа, т. е.

$$\frac{gH_m}{(N_m D_m)^2} = \frac{gH_p}{(N_p D_p)^2}.$$

$$\therefore\ D_m/D_p = (H_m/H_p)^{1/2}\,N_p/N_m = (4{,}9/16{,}5)^{1/2}\,93{,}7/551{,}2 = 0{,}09264.$$

Следовательно, прототип по размерам в **10,8 раза** больше модели. КПД турбины

$$\eta = P/(\varrho g Q H).$$

Отсюда объемный расход через модельную турбину

$$Q_m = P_m/(\varrho g H_m \eta_m) = 37{,}5\cdot 10^3/(10^3\cdot 9{,}81\cdot 4{,}9\cdot 0{,}88) = \mathbf{0{,}8865}\ \mathbf{м^3/с}.$$

Осевая сила X является новой переменной, которую можно использовать в сочетании с другими известными переменными. Так как осевая сила связана с давлением ϱgH и площадью, которая пропорциональна D^2, то параметр осевой силы

$$\widehat{X} = X/(\varrho g H D^2).$$

При условии динамического подобия этот параметр постоянен для модели и ее прототипа, следовательно,

$$X_m = X_p\,(H_m/H_p)\,(D_m/D_p)^2 = 7 \times 10^9\,(4{,}9/16{,}5)\,(0{,}09264)^2 = \mathbf{17{,}84}\ \mathbf{МН.}$$

1.4. Вывести безразмерные параметры, обычно используемые при испытаниях турбин и компрессоров. Компрессор спроектирован на стандартные атмосферные условия (101,3 кПа и 15° С). Чтобы снизить мощность, потребляемую в эксперименте (для уменьшения давления при входе), в компрессоре в подводящем воздухопроводе (патрубке) установлен дроссель. Характеристика компрессора получена для проектной частоты вращения 4000 об/мин при температуре окружающей среды 20° С. При какой частоте вращения следовало бы испытывать компрессор? В точке характеристики компрессора с массовым расходом при нормальных условиях 58 кг/с давление на входе равно 55 кПа. Подсчитать действительный массовый расход во время эксперимента. Вывести соотношение между геометрией и удельной частотой вращения для насосов.

Решение. Так как плотность среды ϱ в компрессорах или газовых турбинах может изменяться очень существенно при больших отношениях давлений, то в расчетах необходимо использовать соотношения для сжимаемой среды. Для компрессора с заданным диаметром D, частотой вращения N, массовым расходом $\dot{m}$ и параметрами заторможенного потока p_{01}, T_{01} зависимыми параметрами являются давление заторможенного потока при выходе p_{02}, КПД η и увеличение температуры торможения в компрессоре ΔT_0. Можно использовать также другие зависимые параметры [см. уравнение (1.13)]. Зависимые переменные можно выразить функциональными соотношениями

$$p_{02},\ \eta,\ \Delta T_0 = f\,(N,\ D,\ \dot{m},\ p_{01},\ T_{01},\ \gamma,\ \mu),$$

где μ — динамическая вязкость; $\gamma = C_p/C_v$.

В безразмерном виде

$$p_{02}/p_{01},\ \eta,\ \Delta T_0/T_{01} = f\,(N,\ D,\ \dot{m},\ \varrho_{01},\ a_{01},\ \gamma,\ \mu),$$

где для удобства p_{01} и T_{01} заменены на $\varrho_{01} = p_{01}/(RT_{01})$ и $a_{01} = (\gamma R T_{01})^{1/2}$

Более подходящий и менее формальный метод определения остальных безразмерных параметров состоит в повторном умножении их на другие переменные. Сделав это, выбрав три наиболее легко измеряемые переменные ϱ_{01}, N и D, имеющие размерности соответственно ML^{-3}, T^{-1} и L. Многократным умножением сводим параметр $\dot{m}$ к следующему безразмерному параметру расхода.

Переменная	$\dot{m}$	$\dot{m}/\varrho_{01}$	$\dot{m}/(\varrho_{01}D^3)$	$\dot{m}/(\varrho_{01}ND^3)$
Размерность	MT^{-1}	L^3T^{-1}	T^{-1}	0
Что исключен		M	L	T

Такие же операции использованы для приведения к безразмерному виду переменных $a_{01}(\equiv LT^{-1})$ и $\mu(\equiv ML^{-1}T^{-1})$. В результате

$$\frac{p_{02}}{p_{01}},\ \eta,\ \frac{\Delta T_0}{T_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}}{\varrho_{01}ND^3},\ \frac{\varrho_{01}ND^2}{\mu},\ \frac{ND}{a_{01}},\ \gamma\right),$$

где $\varrho_{01}ND^2/\mu$ — число Re, определяемое по окружной скорости лопаток ($\propto ND$) и диаметру компрессора; ND/a_{01} — число M, найденное по окружной скорости. Параметр $\dot{m}/(\varrho_{01}ND^3)$ не очень удобен при испытании компрессора и может быть легко представлен в наиболее пригодном виде:

$$\frac{\dot{m}}{\varrho_{01}ND^3} = \frac{\dot{m}RT_{01}}{p_{01}D^2(ND)} = \frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{p_{01}D^2}\,\frac{a_{01}}{ND\gamma^{1/2}} = \frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{p_{01}D^2}.$$

Так как параметр $a_0/(ND\gamma^{1/2}) = 1/(M\gamma^{1/2})$ является комбинацией безразмерных переменных, уже использованных как отдельные независимые **величины**, его можно исключить из приведенного выше выражения для расхода. Таким образом, функциональные зависимости для компрессора можно записать в следующем безразмерном виде:

$$\frac{p_{02}}{p_{01}},\ \eta,\ \frac{\Delta T_0}{T_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}(RT_{01})^{1/2}}{p_{01}D^2},\ \text{Re},\ \text{M},\ \gamma\right). \qquad \text{(I)}$$

Для определенного компрессора с заданными размерами и рабочей средой параметры γ, R и D можно опустить в приведенных безразмерных параметрах. Тогда

$$\frac{p_{02}}{p_{01}},\ \eta,\ \frac{\Delta T_0}{T_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}T_{01}^{1/2}}{p_{01}},\ \frac{N}{T_{01}^{1/2}},\ \text{Re}\right). \qquad \text{(Ia)}$$

Для турбины обычно используют зависимые переменные $\dot{m}$, η и ΔT_0, тогда размерные функциональные зависимости

$$\dot{m},\ \eta,\ \Delta T_0 = f(p_{01},\ p_{02},\ T_{01},\ N,\ D,\ \gamma,\ \mu).$$

Сведем эти переменные к безразмерным параметрам, используя преобразования, подобные использованным при анализе компрессора,

$$\frac{\dot{m}(RT_{01})^{1/2}}{p_{01}D^2},\ \eta,\ \frac{\Delta T_0}{T_{01}} = f\left(\frac{ND}{a_{01}},\ \frac{p_{01}}{p_{02}},\ \frac{\dot{m}}{D\mu},\ \gamma\right).$$

Согласно рис. 1.9, если пренебречь влиянием изменения числа Re, то расчетная точка компрессора однозначно определяется величинами $N/T_{01}^{1/2}$ и $\dot{m}T_{01}^{1/2}/p_{01}$. В точке пересечения линий, соответствующих этим двум параметрам, находится единственное значение для каждого из зависимых переменных p_{02}/p_{01}, η и $\Delta T_0/T_{01}$. При стандартных атмосферных условиях $p_{01} = 101{,}3$ кПа и $T_{01} = 288$ K проектная частота вращения ротора компрессора $N = 4000$ об/мин и массовый расход $\dot{m} = 58$ кг/с. Для новых условий при входе в компрессор $p_{01}' = 55$ кПа, $T_{01}' = 293$ K определяем частоту вращения и массовый расход в случае постоянства значений безразмерных расхода $\dot{m}T_{01}^{1/2}/p_{01}$ и частоты вращения $N/T_{01}^{1/2}$. Таким образом,

$$N' = N\left(T_{01}'/T_{01}\right)^{1/2} = 4000\,(293/288)^{1/2} = \mathbf{4035\ об/мин};$$

$$\dot{m}' = \dot{m}\left(T_{01}/T_{01}'\right)^{1/2}\left(p_{01}'/p_{01}\right) = 58\,(288/293)^{1/2}\,(55/101{,}3) = \mathbf{31{,}22\ кг/с}.$$

Для насоса удельная частота вращения по уравнению (1.8)

$$N_s = N\sqrt{Q}/(gH)^{3/4},$$

где N — частота вращения; Q — объемный расход; H — напор.

Для заданной частоты N большая удельная частота соответствует насосу с малым напором и большим объемным расходом, т. е. осевому. И, наоборот, малая удельная частота характерна для радиальных насосов с относительно небольшим расходом и высоким напором.

ГЛАВА 2
Термодинамика

2.1. Для адиабатного процесса расширения идеального газа в турбине показать, что общий КПД турбины η_t и КПД элементарной ступени η_p связаны соотношением

$$\eta_t = (1 - \varepsilon^{\eta_p})/(1 - \varepsilon),$$

где $\varepsilon = r^{(1-\gamma)/\gamma}$; r — степень понижения давления; γ — показатель адиабаты.

Для осевой турбины КПД элементарной ступени 86%, степень понижения давления в турбине 4,5, среднее значение $\gamma = 1{,}333$. Определить общий КПД турбины.

Решение. КПД турбины найдем по параметрам торможения из выражения (2.21)

$$\eta_t = (h_{01} - h_{02})/(h_{01} - h_{02s}).$$

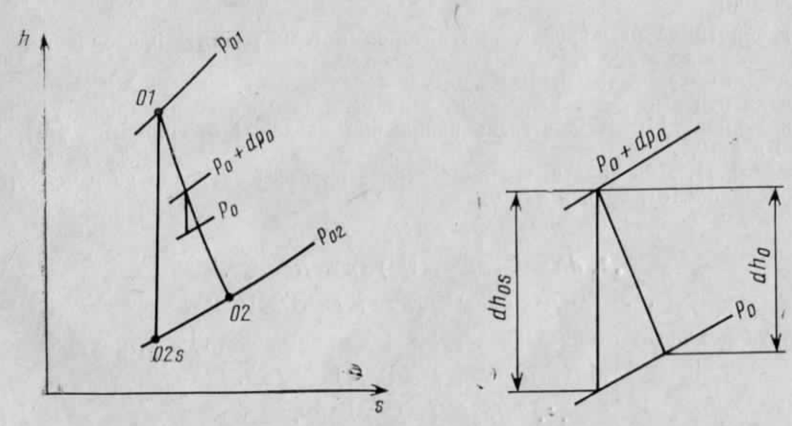
Для идеального газа $h = C_pT$, тогда

$$\eta_t = (T_{01} - T_{02})/(T_{01} - T_{02s}) = (1 - T_{02}/T_{01})/(1 - T_{02s}/T_{01}). \qquad \text{(I)}$$

Степень понижения давления по параметрам торможения

$$r = p_{01}/p_{02} = (T_{01}/T_{02s})^{\gamma/(\gamma-1)}. \qquad \text{(II)}$$

$$\therefore\ \varepsilon = T_{02s}/T_{01} = r^{(1-\gamma)/\gamma}.$$



Рассмотрим процесс расширения при бесконечно малом изменении давления, как показано на рисунке. Такой процесс соответствует процессу расширения в элементарной ступени с изменением энтальпии bh_0 и давления dp_0.

КПД элементарной ступени

$$\eta_p = dh_0/dh_{0s}. \tag{III}$$

Элементарное изменение удельной энтропии можно определить, используя законы термодинамики. Из уравнения (2.18), применимого как для обратимого, так и для необратимого процесса,

$$Tds = dh - dp/\varrho.$$

Для изоэнтропийного процесса

$$dh_{0s} = dp_0\, \varrho_0.$$

Подставляя это выражение, а также $dh_0 = C_p dT_0$ и уравнение состояния идеального газа $p_0/\varrho_0 = RT_0$ в выражение (III), получим

$$\eta_p = \varrho_0 C_p dT_0/dp_0 = (p_0/RT_0)\, \gamma R/(\gamma - 1)\, dT_0/dp_0,$$

где $C_p = \gamma R/(\gamma - 1)$. После преобразований

$$dT_0/T_0 = [\eta_p (\gamma - 1)/\gamma]\, dp_0/p_0.$$

Интегрируя это выражение и учитывая протекание процесса от состояния в точке 01 к состоянию в точке 02, найдем

$$T_{02}/T_{01} = (p_{02}/p_{01})^{\eta_p (\gamma-1)/\gamma} = r^{\eta_p (1-\gamma)/\gamma} = \varepsilon^{\eta_p}. \tag{IV}$$

Подставляя уравнения (II) и (IV) в формулу (I), выведем искомое соотношение

$$\eta_t = (1 - \varepsilon^{\eta_p})/(1 - \varepsilon).$$

Для $r = 4{,}5$, $\gamma = 1{,}333$ и $\eta_p = 0{,}86$ величины $\varepsilon = r^{(1-\gamma)/\gamma} = 1/4{,}5^{0{,}2498} = 1/1{,}456 = 0{,}6868$, $\varepsilon^{\eta_p} = 0{,}6868^{0{,}86} = 0{,}7239$, $\therefore\ \eta_t = (1 - 0{,}7239)/(1 - 0{,}6868) = 88{,}16\%$.

2.2. Воздух расширяется в многоступенчатой осевой турбине, изменение давления в каждой ступени очень незначительное. Считая воздух идеальным газом с показателем адиабаты γ, вывести соотношения для давлений и температур в следующих процессах:

I) обратимое адиабатное расширение;

II) необратимое адиабатное расширение с КПД элементарной ступени η_p;

III) обратимое расширение, при котором потери теплоты вследствие теплообмена с окружающей средой равны постоянной доле k изменения энтальпии в этой ступени;

IV) обратимое расширение, при котором потери теплоты пропорциональны абсолютной температуре T.

Покажите первые три процесса в T—s — диаграмме. Определить температуру воздуха при выпуске в каждом из этих трех случаев, если температура при входе в турбину 1100 К, а степень понижения давления 6. Принять $\gamma = 1{,}333$, $\eta_p = 0{,}85$ и $k = 0{,}1$.

Решение. I). Для обратимого адиабатного процесса энтропия не изменяется. Из уравнения (2.18), приняв $ds = 0$,

$$Tds = dh - (1/\varrho)\, dp = 0.$$

$$\therefore\ dh = C_p dT = (1/\varrho)\, dp = RT dp/p.$$

$$\therefore\ dT/T = (R/C_p)\, dp/p = [(\gamma - 1)/\gamma]\, dp/p.$$

Интегрируя результат от начальной точки 1 до конечной точки 2, получим

$$\ln (T_1/T_2) = [(\gamma - 1)/\gamma] \ln (p_1/p_2).$$

$$\therefore\ T_1/T_2 = (p_1/p_2)^{(\gamma-1)/\gamma}. \tag{I}$$

II). Как уже было показано при решении задачи 2.1 для необратимого адиабатного расширения с КПД элементарной ступени η_p,

$$T_1/T_2 = (p_1/p_2)^{\eta_p (\gamma-1)/\gamma}. \tag{II}$$

Согласно второму закону термодинамики энтропия вещества (или системы) в необратимом адиабатном процессе должна возрастать. Увеличение энтропии можно определить из выражения (2.18)

$$Tds = dh - dp\ \varrho = C_p dT - RTdp/p,$$

$$\therefore\ ds = C_p dT/T - Rdp/p.$$

Интегрируя, находим увеличение энтропии

$$s_2 - s_1 = C_p \ln (T_2/T_1) - R \ln (p_2/p_1) = R\,\{\ln (p_1/p_2 - [\gamma/(\gamma - 1)] \ln (T_1/T_2)\}.$$

Подставляя T_1/T_2 из уравнения (II) и упрощая, получим

$$s_2 - s_1 = R\,(1 - \eta_p) \ln (p_1/p_2). \tag{IIa}$$

III). По второму закону термодинамики, когда теплота dQ_R передается от окружающей среды единице массы вещества с температурой T, в обратимом процессе увеличение удельной энтропии

$$ds = dQ_R/T.$$

С передачей теплоты окружающей среде ($dQ_R < 0$) уменьшается удельная энтропия. При обратимом процессе расширения в турбине с обратимыми потерями теплоты знаки величин ds, dh и dp в уравнении $dQ_R = Tds = dh - dp/\rho$ отрицательные. Записав $dQ_R = kdh$, из формулы (2.18) найдем

$$Tds = kdh = dh - dp/\varrho.$$

$$\therefore\ (1 - k)\, C_p dT = dp/\varrho = RTdp/p.$$

$$\therefore\ dT/T = (dp/p)\, (\gamma - 1)/[\gamma\, (1 - k)].$$

Интегрируя, как и раньше, получим

$$\therefore\ T_1/T_2 = (p_1/p_2)^{(\gamma-1)/[\gamma (1-k)]}. \tag{III}$$

Кроме того, легко определить соответствующее изменение удельной энтропии $ds = kC_p dT/T$.

$$\therefore\ s_2 - s_1 = -kC_p \ln (T_1/T_2) = -kC_p (\gamma - 1)/[\gamma\, (1 - k)] \ln (p_1/p_2) = -$$

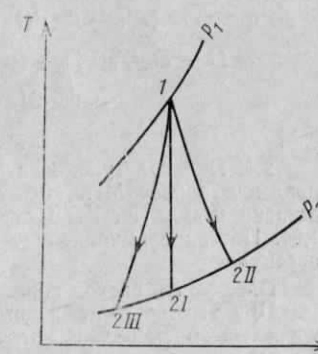
$$- \ln (p_1/p_2 kR/(1 - K)). \tag{IIIa}$$

IV). Теплоотдача в каждой элементарной ступени обратима и пропорциональна величине T. Это условие удовлетворяется, если

$$dQ_R = Tds = dh - dp/\varrho.$$

$$\therefore\ ds = C_p dT/T - Rdp/p.$$

$$\therefore\ (s_2 - s_1)/R = \ln (p_1/p_2) - [\gamma/(\gamma - 1)] \ln (T_1/T_2).$$



После перегруппировки и экспоненцирования получим

$$p_1/p_2 = (T_1/T_2)^{\gamma/(\gamma-1)} \exp \times [(s_2 - s_1)/R]. \tag{IV}$$

На рисунке показаны первые три процесса расширения воздуха от начала (точка 1) до конца (точка 2). Температура в конце расширения (и изменение удельной энтропии) определяется по приведенным выше уравнениям.

Для $T_1 = 1100$ К, $p_1/p_2 = 6$, $\eta_p = 0{,}85$, $\gamma = 1{,}333$ и $k = 0{,}1$.

Из уравнения (I) $T_{2I} = 1100/6^{0,2498} = \mathbf{703,1}$ **К**. Из выражения (II) $T_{2II} = 1100/6^{0,123} = \mathbf{751,9}$ **К**, и соответствующее увеличение энтропии из уравнения (IIa) $(s_{2II} - s_1)/R = 0,15 \ln 6 = 0,2688$.

Из формулы (III) $T_{2\,III} = 1100/6^{0,2776} = \mathbf{669,0}$ **К**, и соответствующее изменение энтропии из уравнения (IIIa)

$$(s_{2III} - s_1)/R = -(0,1/0,9) \ln 6 = -0,2.$$

2.3. Паровая многоступенчатая турбина высокого давления работает при следующих параметрах заторможенного пара: абсолютное давление 7 МПа (абс.) и температура 500° С. Соответствующая удельная энтальпия пара 3410 кДж/кг. Давление в заторможенном потоке при выходе из турбины 0,7 МПа абс. Весь процесс расширения происходит в области перегретого пара. Тогда можно допустить, что пар обладает свойствами идеального газа во всем процессе расширения,и принять $\gamma = 1,3$. КПД элементарной ступени **0,82**.

Определить:

I) температуру и удельный объем в конце расширения;

II) коэффициент возврата теплоты.

Удельный объем перегретого пара определяется из уравнения $pv = 0,231\,(h - 1943)$, где p в кПа, v в м³/кг и h в кДж/кг.

Решение. I). В решении задачи 21 выведено отношение температур для процесса расширения [см. также уравнение (2.37)]

$$T_{01}/T_{02} = (p_{01}/p_{02})^{\eta_p\,(\gamma-1)/\gamma},$$

где $\eta_p\,(\gamma - 1) = 0,82 \times 0,3/1,3 = 0,1892$ и $p_{01}/p_{02} = 10$.

$\therefore\ T_{01}/T_{02} = 10^{0,1892} = 1,5461$.

Температура пара при входе $T_{01} = 500 + 273 = 773$ К, следовательно, температура пара на выходе $T_{02} = 773/1,5461 = \mathbf{500}$ **К**.

Удельный объем пара v_{02}, соответствующий заторможенному потоку при выходе, определяется из уравнения состояния для перегретого пара $pv = 0,231\,(h - 1943)$ и уравнения состояния для идеального газа $pv = RT$. Комбинация этих двух уравнений позволяет найти

$$T_{02}\ T_{01} = (h_{02} - 1943)/(h_{01} - 1943).$$

$$\therefore\ h_{02} - 1943 = (h_{01} - 1943)\, T_{02}/T_{01} = (3410 - 1943)\ 500\ 773 = 948,9 \text{ кДж/кг}.$$

$$\therefore\ h_{02} = 2891,9 \text{ кДж/кг}.$$

$$\therefore\ v_{02} = 0,231 \times 948,9/700 = \mathbf{0,3131}\ \mathbf{м^3/кг}.$$

II). Коэффициент возврата теплоты определяется из уравнения (2.39)

$$R_H = \eta_t/\eta_p,$$

где полный КПД или КПД по параметрам торможения

$$\eta_t = (T_{01} - T_{02})/(T_{01} - T_{02s}) = (1 - T_{02}/T_{01})/(1 - T_{02s}/T_{01}) =$$

$$= (1 - T_{02}/T_{01})/[1 - (p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}] = (1 - 1/1,5461)/(1 - 1/10^{0,2308}) =$$

$$= 0,5461 \times 1,7013/(1,5461 \times 0,7013) = 0,8568.$$

$$\therefore\ R_H = 0,8568/0,82 = \mathbf{1,045}.$$

2.4. Паровая турбина с противодавлением мощностью 20 МВт работает при давлении пара 4 МПа, температуре 300° С и давлении на выходе из последней ступени 0,35 МПа. КПД ступени турбины 0,85, коэффициент возврата теплоты 1,04. Потери с выходной скоростью составляют 2% располагаемого теплоперепада.

Определить расход пара.

При выходе из соплового аппарата первой ступени скорость пара 244 м/с, удельный объем 68,6 дм³/кг, средний диаметр 762 мм и угол выхода пара, измеренный от осевого направления, 76°. Определить высоту сопловых лопаток этой ступени по выходным кромкам.

Решение. Из выражения (2.39) для определения коэффициента возврата теплоты можно найти КПД турбины по параметрам торможения

$$\eta_t = \eta_p R_H = 0,85 \times 1,04 = 0,884.$$

Располагаемый теплоперепад $h_{01} - h_{02s}$ можно найти по выражению, приведенному в задаче 2.1, используя таблицы для пара или (менее точно, но более быстро) диаграмму Молье. По таблицам для пара находим, что при начальных параметрах пара $p_{01} = 4$ МПа (40 бар) и $T_{01} = 300$° С (пар, перегретый примерно на 50° С), $h_{01} = 2963$ кДж/кг и $s_{01} = 6,364$ кДж/(кг · °С). Согласно таблицам при давлении пара $p_{02} = 0,35$ МПа (3,5 бар) удельная энтропия насыщенного пара $s_{g02} > s_{01}$. Следовательно, в точке 02s, соответствующей концу изоэнтропийного процесса, пар становится влажным. Можно подсчитать сухость пара q в точке 02s:

$$q = (s_{02} - s_{f02})/(s_{g02} - s_{f02}) = (6,364 - 1,727)/5,214 = 0,8893.$$

Отсюда удельная энтальпия по параметрам торможения в точке 02s

$$h_{02s} = h_{f02} + q\,(h_{g02} - h_{f02}) = 584 + 0,8893 \times 2148 = 2494 \text{ кДж/кг}.$$

Таким образом, располагаемый теплоперепад по параметрам торможения

$$h_{01} - h_{02s} = 2963 - 2494 = 469 \text{ кДж/кг}.$$

Так как КПД по параметрам торможения известен, использованный теплоперепад

$$h_{01} - h_{02} = \eta_t\,(h_{01} - h_{02s}) = 0,884 \times 469 = 414,6 \text{ кДж/кг}.$$

Это значение и будет удельной работой пара ΔW. Удельная работа на валу турбины меньше ΔW на величину механических потерь. Работу турбины на валу можно определить из выражения

$$\dot W_t = \eta_m \dot m \Delta W,$$

где η_m — механический КПД. Таким образом, расход пара

$$\dot m = \dot W_t/(\eta_m \Delta W) = 20 \times 10^6/(0,98 \times 414,6 \times 10^3) = \mathbf{49,22}\ \mathbf{кг/с}.$$

По уравнению неразрывности в случае постоянства осевой скорости потока по радиусу

$$\dot m = \varrho A c_x = \varrho \pi d_m h c \cos \alpha.$$

Следовательно, длина лопаток

$$h = \dot m v/(\pi d_m c \cos \alpha_1) = 49,22 \times 0,0686/(\pi \times 0,762 \times 244 \times 0,2419) = 0,0239 \text{ м} =$$

$$= \mathbf{23,9}\ \mathbf{мм}.$$

2.5. В первую ступень пятиступенчатой паровой турбины поступает пар давлением 1,5 МПа и температурой 350° С (по параметрам торможения). Из последней ступени выходит пар давлением 7,0 кПа (по параметрам торможения) и сухостью 0,95. Используя диаграмму Молье для пара и полагая, что линия, соединяющая все точки, соответствующие параметрам торможения от начала процесса и до конца, является прямой, определить:

I) КПД турбины по параметрам торможения и адиабатный (лопаточный) КПД, приняв скорость пара при входе в конденсатор 200 м/с;

II) параметры торможения между ступенями турбины при условии, что в каждой ступени совершается одинаковая работа;

III) КПД каждой ступени по параметрам торможения;

IV) коэффициент возврата теплоты, использовав при этом параметры торможения.

Решение. В этой задаче при определении параметров торможения в турбине для получения необходимой точности следует пользоваться таблицами пара, так как конечное давление известно. При последовательных расчетах с неизвестным конечным давлением для упрощения при небольшой потере точности можно использовать диаграммы Молье для пара.

I). Из таблиц для $p_{01}=1{,}5$ МПа (15 бар) и $T_{01}=350°$ С энтальпия по параметрам торможения $h_{01}=3148$ кДж/кг и энтропия $s_{01}=7{,}102$ кДж/(кг·°С). На диаграмме Молье конец процесса расширения в турбине обозначен точкой 06. Энтальпия по параметрам торможения при выходе

$$h_{06}=h_{f06}+q\,(h_{g06}-h_{f06})=163+0{,}95\times 2409=2451{,}6\ \text{кДж/кг},$$

где h_{f06} и h_{g06} — энтальпии соответственно жидкой и паровой фаз при давлении 7 кПа. Следовательно, удельная работа турбины

$$\Delta W=h_{01}-h_{06}=3148-2451{,}6=696{,}4\ \text{кДж/кг}.$$

Энтальпия в конце изоэнтропийного процесса расширения по параметрам торможения при давлении выпуска p_{06} находится после определения сухости пара

$$q_s=(s_{01}-s_{f06})/(s_{g06}-s_{f06})=(7{,}102-0{,}559)/7{,}715=0{,}8481.$$

$$\therefore\ h_{06ss}=h_{f06}+q_s\,(h_{g06}-h_{f06})=163+0{,}8481\times 2409=2206\ \text{кДж/кг}.$$

Следовательно, располагаемый теплоперепад по параметрам торможения, соответствующий также идеальной работе турбины,

$$\Delta W_{\max}=h_{01}-h_{06ss}=3148-2206=942\ \text{кДж/кг}.$$

КПД турбины по параметрам торможения согласно уравнению (2.21)

$$\eta_{tt}=\Delta W/\Delta W_{\max}=696{,}4/942=\mathbf{73{,}94\%}.$$

Адиабатный (лопаточный) КПД турбины по уравнению (2.22)

$$\eta_{ts}=\Delta W\Big/\left(\Delta W_{\max}+\frac{1}{2}c_{6s}^2\right)\approx\Delta W\Big/\left(\Delta W_{\max}+\frac{1}{2}c_6^2\right),$$

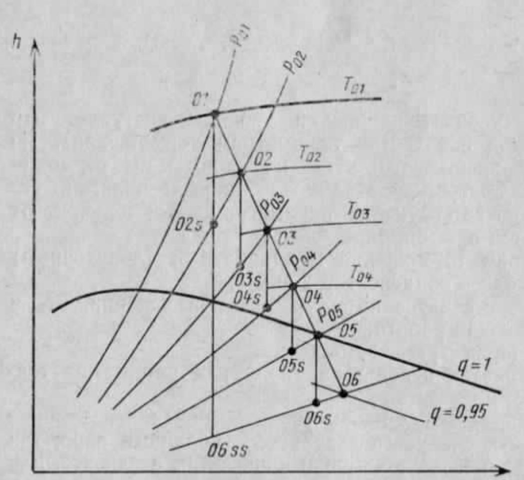
где

$$\frac{1}{2}c_{6s}^2=\frac{1}{2}c_6^2=\frac{1}{2}200^2=20\ \text{кДж/кг}.$$

$$\therefore\ \eta_{ts}=696{,}4/(942+20)=\mathbf{72{,}4\%}.$$

II) и III). Удельную работу турбины разбиваем на равные части между пятью ступенями, тогда удельная работа, приходящаяся на каждую ступень,

$$\Delta h_0=\Delta W/5=139{,}3\ \text{кДж/кг}.$$



Затем на диаграмме Молье проводим прямую линию между точками 01 и 06 и определяем параметры промежуточных ступеней. В таблице для каждой ступени показаны давления, температуры, сухости, энтальпии, соответствующие изоэнтропийному и действительному процессам расширения (по параметрам торможения). Располагаемый теплоперепад каждой ступени Δh_{0s}, а КПД ступени по параметрам торможения

$$\eta_{tt}=\Delta h_0/\Delta h_{0s}.$$

Заметим, что значения h_{0s}, приведенные в таблице, получены в точках пересечения изоэнтропы, проведенной из точки начала процесса расширения в ступени, и изобары, соответствующей давлению конца процесса расширения в

ступени. КПД каждой последующей ступени турбины по ходу пара больше предыдущей. Об этом свидетельствует уменьшение наклона изобар при меньших давлениях (и температурах) и уменьшение Δh_{0s}.

Точка процесса	01	02	03	04	05	06
p_0, кПа	1500	620	240	85	26	7
T_0, °С	350	274	200	125	—	—
q	—	—	—	—	0,988	0,95
h_0, кДж/кг	3148	3008,7	2869,4	2730,1	2590,8	2451,5
h_{0s}, кДж/кг	—	2923	2796	2670	2537	2405
Δh_{0s}, кДж/кг	225,0	212,7	199,4	193,1	185,8	
КПД ступени, %	61,9	65,5	69,9	72,1	75,0	

IV). Коэффициент возврата теплоты для конечного числа ступеней

$$R_H=[(h_{01}-h_{02s})+(h_{02}-h_{03s})+\dots]/(h_{01}-h_{06ss})=\sum\Delta h_{0s}/\Delta W_{\max}.$$

$$\therefore\ R_H=(225+212{,}7+199{,}4+193{,}1+185{,}8)/942=\mathbf{1{,}078}.$$

ГЛАВА 3

Двумерное течение через решетки

3.1. По результатам экспериментального исследования компрессорной решетки можно определить коэффициент, при котором в ней начинается отрыв потока:

$$C_L\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^3=2{,}2,$$

где c_1 и c_2 — скорости потока соответственно при входе в решетку и выходе из нее. Определить угол потока, при котором начинается отрыв, для компрессорной решетки с относительным шагом, равным единице, и углом выхода потока 30°.

Решение. Коэффициент подъемной силы профиля в решетке определяется из уравнения (3.16а) как сила L, действующая на единицу длины лопатки в направлении, нормальном средней скорости c_m, и отнесенная к произведению среднего динамического давления на хорду лопатки l, т. е.

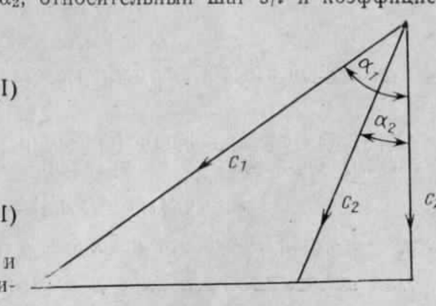
$$C_L=L\Big/\left(\frac{1}{2}\varrho c_m^2 l\right),$$

где

$$c_m=c_x/\cos\alpha_m;\ \operatorname{tg}\alpha_m=0{,}5\,(\operatorname{tg}\alpha_1+\operatorname{tg}\alpha_2).$$

Для компрессорной решетки C_L можно выразить уравнением (3.18) через угол входа α_1 и угол выхода потока α_2, относительный шаг s/l и коэффициент лобового сопротивления C_D:

$$C_L=2\,(s/l)\cos\alpha_m\,(\operatorname{tg}\alpha_1-\operatorname{tg}\alpha_2)-C_D\operatorname{tg}\alpha_m. \qquad \text{(I)}$$



Принимаем $C_D=0$ и $c_x=\text{const}$.

Из треугольника скоростей

$$c_x=c_1\cos\alpha_1=c_2\cos\alpha_2. \qquad \text{(II)}$$

Таким образом, из выражений (I) и (II) с учетом формулы для коэффициента отрыва получим

$$C_L (c_1/c_2)^3 = 2 (s/l) \cos \alpha_m (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2) (\cos \alpha_2 / \cos \alpha_1)^3 = 2{,}2. \qquad \text{(III)}$$

Для $s/l = 1$ и $\alpha_2 = 30°$ только угол α_1 — неизвестная величина уравнения (III). Это уравнение решается простым численным методом. Задаваясь рядом значений угла α_1 и подсчитывая угол α_m, находим то значение угла α_1, которое удовлетворяет условию

$$\cos \alpha_m (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2)/\cos^3 \alpha_1 = 1{,}1/\cos^3 \alpha_2 = 1{,}6936, \qquad \text{(IV)}$$

где $\operatorname{tg} \alpha_2 = 0{,}5774$, $\cos^3 \alpha_2 = 0{,}6495$.

α_1, °	45	47,5	49	50
$\operatorname{tg} \alpha^1$	1,0000	1,0913	1,1504	1,1918
$\operatorname{tg} \alpha_m$	0,7887	0,8343	0,8639	0,8846
α_m	38,26	39,84	40,82	41,49
$\cos \alpha_m$	0,7852	0,7679	0,7567	0,7490
Значение левой части уравнения (IV)	0,9387	1,280	1,5356	1,7340

Интерполяцией определяем угол отрыва потока $\alpha_1 = \mathbf{49{,}81°}$.

3.2. Используя систему обозначений углов, приведенную на рис. 3.24, показать, что для турбинной решетки коэффициент подъемной силы

$$C_L = 2 (s/l) (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2) \cos \alpha_m + C_D \operatorname{tg} \alpha_m,$$

где $\operatorname{tg} \alpha_m = \frac{1}{2} (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1)$; $C_D = D \Big/ \left(\frac{1}{2} \varrho c_m^2 l \right)$.

Турбинная сопловая решетка имеет конструктивные углы входа $\alpha_1' = 0$ и выхода $\alpha_2' = 65{,}5°$, хорду $l = 45$ мм и ширину $b = 32$ мм. Поток поступает в решетку с нулевым углом атаки, а при малых числах Маха расчетный угол отставания потока δ при выходе потока из решетки равен примерно 1,5°. Если коэффициент нагрузки лопатки ψ_T, определяемый по уравнению (3.51), равен 0,85, то определить соответствующий относительный шаг решетки.

Определить коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы, если коэффициент профильных потерь

$$\lambda = \Delta p_0 \Big/ \left(\frac{1}{2} \varrho c_2^2 \right) = 0{,}035.$$

Решение. На рисунке показаны схема турбинной решетки, диаграмма сил и треугольник скоростей, при этом осевая скорость $c_x = \text{const}$.

Средний угол направления потока α_m определяется из треугольника скоростей как $\operatorname{tg} \alpha_m = 0{,}5 (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1)$. Тогда $c_m = c_x / \cos \alpha_m$. Подъемная сила L (отнесенная к единице высоты решетки), действующая на лопатку, перпендикулярна направлению средней скорости c_m, а лобовая сила сопротивления D, действующая на лопатку, параллельна направлению скорости c_m. Результирующая сила R раскладывается на составляющие X и Y, действующие соответственно в осевом и окружном направлениях. Запишем выражения для всех перечисленных сил:

$$L = Y \cos \alpha_m + X \sin \alpha_m; \qquad \text{(I)}$$

$$D = X \cos \alpha_m - Y \sin \alpha_m. \qquad \text{(II)}$$

При постоянной скорости c_x осевая составляющая

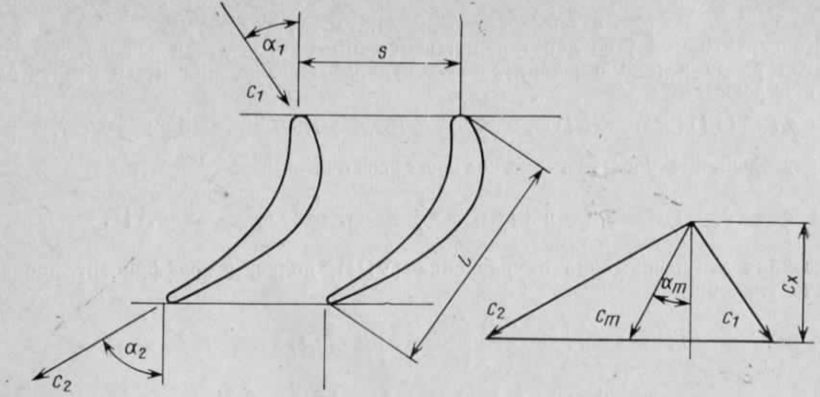
$$X = (p_1 - p_2) s. \qquad \text{(III)}$$

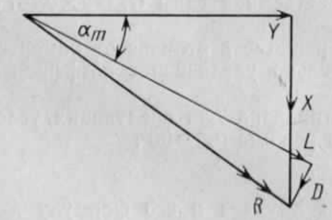
Окружная составляющая (проекция результирующей силы на окружное направление) определяется из уравнения количества движения:

$$Y = \varrho s c_x (c_{y2} + c_{y1}) = \varrho s c_x^2 (\operatorname{tg} \alpha_2 + \operatorname{tg} \alpha_1), \qquad \text{(IV)}$$

где ϱ — средняя плотность потока при течении через решетку.

Для несжимаемого потока $p_0 = p + \frac{1}{2} \varrho c^2$, тогда потери полного давле-





ния в решетке

$$\Delta p_0 = p_{01} - p_{02} = p_1 - p_2 + \frac{1}{2} \varrho (c_1^2 - c_2^2);$$

$$\therefore p_1 - p_2 = \Delta p_0 - \frac{1}{2} \varrho (c_1^2 - c_2^2). \qquad \text{(V)}$$

Подставляя уравнение (V) в выражение (III), найдем

$$X = s \Delta p_0 + \frac{1}{2} \varrho c_x^2 (\sec^2 \alpha_2 - \sec^2 \alpha_1) s = s \Delta p_0 + \frac{1}{2} \varrho c_x^2 (\operatorname{tg}^2 \alpha_2 - \operatorname{tg}^2 \alpha_1) s =$$

$$= s \Delta p_0 + \varrho s c_x^2 \operatorname{tg} \alpha_m (\operatorname{tg} \alpha_2 + \operatorname{tg} \alpha_1). \qquad \text{(VI)}$$

После подстановки уравнений (IV) и (VI) в формулы (I) и (II) получим

$$D = s \Delta p_0 \cos \alpha_m;$$

$$L = \varrho s c_x^2 \sec \alpha_m (\operatorname{tg} \alpha_2 + \operatorname{tg} \alpha_1) + s \Delta p_0 \sin \alpha_m.$$

По определению $C_L = 2L/(\varrho c_m^2 l)$ и $C_D = 2D/(\varrho c_m^2 l)$,

тогда

$$C_L = 2 (s/l) \cos \alpha_m (\operatorname{tg} \alpha_2 + \operatorname{tg} \alpha_1) + C_D \operatorname{tg} \alpha_m; \qquad \text{(VII)}$$

$$C_D = 2 (s/l) \cos \alpha_m \left[\Delta p_0 / (\varrho c_m^2) \right]. \qquad \text{(VIII)}$$

По уравнению (3.51) коэффициент нагрузки

$$\psi_T = 2 (s/b) \cos^2 \alpha_2 (\operatorname{tg} \alpha_2 + \operatorname{tg} \alpha_1).$$

В решетке угол выхода потока α_2 меньше конструктивного угла лопатки α_2' на угол отставания потока:

3 1685

$$\alpha_2=\alpha_2'-\delta=65{,}5-1{,}5=64^\circ.$$

Конструктивный угол лопатки при входе $\alpha_1'=0$, угол атаки равен нулю, тогда угол входа потока в решетку $\alpha_1=0$. Таким образом, при $\alpha_1=0$ относительный шаг решетки

$$s/l=(b/l)\,(s/b)=(b/l)\,\psi_T/\sin 2\alpha_2=(32/45)\,0{,}85/\sin(2\times 64^\circ)=\mathbf{0.767}.$$

Из треугольника скоростей $c_x=c_2\cos\alpha_2=c_m\cos\alpha_m$,

тогда $c_m=c_2\cos\alpha_2/\cos\alpha_m$ и $\operatorname{tg}\alpha_m=\dfrac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha_2$, откуда $\alpha_m=45{,}71^\circ$.

Подставляя это выражение в уравнение (VIII), получим коэффициент лобового сопротивления

$$C_D=(s/l)\cos\alpha_m\left(\frac{2\Delta p_0}{\varrho c_2^2}\right)\left(\frac{\cos\alpha_m}{\cos\alpha_2}\right)^2=(s/l)\,\lambda\cos^3\alpha_m/\cos^2\alpha_2=$$

$$=0{,}767\times 0{,}035\cos^3 45{,}71^\circ/\cos^2 64^\circ=\mathbf{0{,}0476}.$$

По уравнению (VII) коэффициент подъемной силы $C_L=2\times 0{,}767\cos 45{,}71^\circ\times$ $\times\operatorname{tg}64^\circ+0{,}0476\operatorname{tg}45{,}71^\circ=2{,}196+0{,}049=2{,}245$.

Следует отметить, что в турбинной решетке в отличие от компрессорной при $\alpha_m>0$ лобовое сопротивление незначительно увеличивает коэффициент подъемной силы.

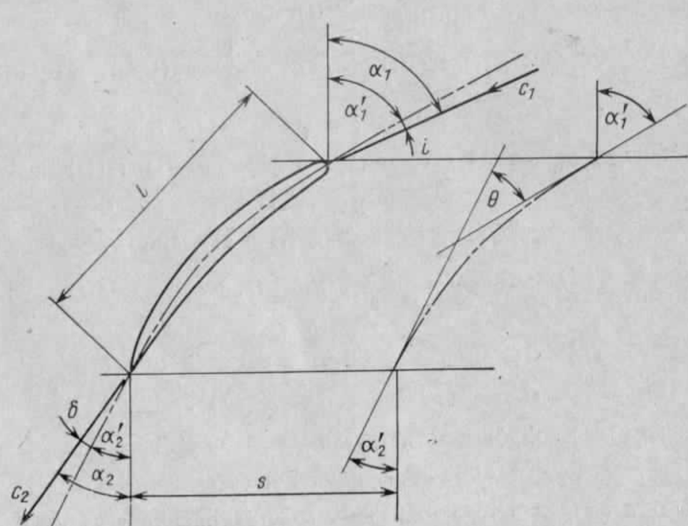
3.3. Компрессорная решетка спроектирована для следующих условий:
угол выхода потока на номинальном режиме $\alpha_2^*=30^\circ$;
угол изгиба профиля $\theta=30^\circ$;
относительный шаг $s/l=1$.

Используя графические зависимости Хауэлла и его формулу для угла отставания потока, определить угол атаки, угол отставания потока при угле атаки $+2{,}7^\circ$ и коэффициент подъемной силы при этом угле атаки.

Решение. По уравнению (3.39) угол отставания потока на номинальном режиме

$$\delta^*=m\theta\,(s/l)^{1/2},$$

где m — коэффициент согласно выражению (3.40а), $m=0{,}23\,(2a/l)^2+\alpha_2^*/500$. Принимая изгиб осевой линии профиля по дуге окружности с $a/l=0{,}5$, получаем $m=0{,}23+30/500=0{,}29$. $\therefore$ $\delta^*=0{,}29\times 30\times 1=\mathbf{8{,}7^\circ}$.



Используя обозначения, приведенные на рисунке, найдем конструктивные углы лопатки

$$\alpha_2'=\alpha_2^*-\delta^*=30-8{,}7=21{,}3^\circ;$$

$$\alpha_1'=\alpha_2'+\theta=21{,}3+30=51{,}3^\circ.$$

Угол входа потока можно получить из формулы (3.38) или приближенно из рис. 3.16:

$$\operatorname{tg}\alpha_1^*=\operatorname{tg}\alpha_2^*+1{,}55/[1+1{,}5\,(s/l)]=\operatorname{tg}30^\circ+1{,}55/2{,}5=1{,}197.$$

$$\therefore\ \alpha_1^*=50{,}13^\circ\ \text{и}\ \varepsilon^*=\alpha_1^*-\alpha_2^*=20{,}13^\circ.$$

Угол атаки на номинальном режиме

$$i^*=\alpha_1^*-\alpha_1'=50{,}13-51{,}3=\mathbf{-1{,}17}.$$

Для $i=2{,}7^\circ$ находим $(i-i^*)/\varepsilon^*=(2{,}7+1{,}17)/20{,}13=0{,}192$.

По графической зависимости Хауэлла (см. рис. 3.17) в соответствии с относительным изменением угла атаки $(i-i^*)/\varepsilon^*$ относительный угол поворота потока в решетке $\varepsilon/\varepsilon^*\doteq 1{,}15$. Следовательно, угол поворота потока в решетке $\varepsilon=$ $=1{,}15\times 20{,}13=23{,}15^\circ$. Угол входа потока в решетку $\alpha_1=\alpha_1'+i=51{,}3+2{,}7=\mathbf{54^\circ}$. Угол выхода потока $\alpha_2=\alpha_1-\varepsilon=54-23{,}15=30{,}85^\circ$. Тогда угол отставания потока при угле атаки $2{,}7^\circ$ $\delta=\alpha_2-\alpha_2'=30{,}85-21{,}3=\mathbf{9{,}55^\circ}$.

Согласно уравнению (3.17) коэффициент подъемной силы

$$C_L=2\,(s/l)\cos\alpha_m\,(\operatorname{tg}\alpha_1-\operatorname{tg}\alpha_2),$$

где величиной C_D пренебрегаем, приняв лобовое сопротивление незначительным. Согласно выражению для определения среднего угла потока

$$\operatorname{tg}\alpha_m=\frac{1}{2}(\operatorname{tg}\alpha_1+\operatorname{tg}\alpha_2)=\frac{1}{2}(\operatorname{tg}54^\circ+\operatorname{tg}30{,}85^\circ)=0{,}9868.$$

$$\therefore\ \alpha_m=44{,}62^\circ.\qquad \therefore\ C_L=2\cos 44{,}62^\circ\,(\operatorname{tg}54^\circ-\operatorname{tg}30{,}85^\circ)=\mathbf{1{,}109}.$$

3.4. В компрессорной решетке осевая линия лопаток образована дугой окружности, относительный шаг решетки 1,1, конструктивные углы лопаток 48 и 21° соответственно при входе и выходе. Согласно результатам экспериментального исследования решетки при нулевом угле атаки ($i=0$) отставание потока при выходе $\delta=8{,}2^\circ$ и коэффициент потерь полного давления

$$\bar\omega=\Delta p_0\Big/\left(\frac{1}{2}\varrho c_1^2\right)=0{,}015.$$

При положительном угле атаки (в диапазоне $0\leqslant i\leqslant 6^\circ$) изменение как δ, так и $\bar\omega$ для данной решетки можно с достаточной точностью представить линейными зависимостями вида $d\delta/di=0{,}06$; $d\bar\omega/di=0{,}001$, где i в градусах.

При натекании потока с углом атаки 5,0° определить:
I) углы потока при входе и выходе;
II) КПД диффузорной решетки;
III) повышение статического давления воздуха при скорости потока 50 м/с, нормальной к оси решетки.

Принять плотность воздуха 1,2 кг/м³.

Решение. I). При нулевом угле атаки, $i=0$, угол отставания $\delta=\delta_0=8{,}2^\circ$ и коэффициент потерь полного давления $\bar\omega=\bar\omega_0=0{,}015$. При $i=5^\circ$

$$\delta=\delta_0+i\,(d\delta/di)=8{,}2+0{,}06\times 5=8{,}5^\circ;$$

$$\bar\omega=\bar\omega_0+i\,(d\bar\omega/di)=0{,}015+0{,}001\times 5=0{,}02.$$

Углы потока при угле атаки 5° будут следующие:

$$\alpha_1=\alpha_1'+i=48+5=\mathbf{53^\circ};$$

$$\alpha_2=\alpha_2'+\delta=21+8{,}5=\mathbf{29{,}5^\circ}.$$

II). В компрессорной решетке скорость потока уменьшается к выходу, следовательно, КПД процесса можно выразить через КПД диффузора, принимая поток несжимаемым, по уравнению (2.48)

$$\eta_D = 2(p_2 - p_1)/\left[\varrho\left(c_1^2 - c_2^2\right)\right].$$

Так как

$$p_2 - p_1 = p_{02} - p_{01} + \frac{1}{2}\varrho\left(c_1^2 - c_2^2\right) = -\Delta p_0 + \frac{1}{2}\varrho\left(c_1^2 - c_2^2\right),$$

то

$$\eta_D = 1 - 2\Delta p_0/\left[\varrho\left(c_1^2 - c_2^2\right)\right] = 1 - 2\Delta p_0/\left[\varrho c_1^2\left(1 - \cos^2\alpha_1/\cos^2\alpha_2\right)\right] =$$

$$= 1 - \bar{\omega}/(1 - \cos^2\alpha_1/\cos^2\alpha_2),$$

где $\bar{\omega} = 2\Delta p_0/\left(\varrho c_1^2\right)$ и $c_1 \cos\alpha_1 = c_2\cos\alpha_2 = c_x$.

Подставляя значения α_1, α_2 и $\bar{\omega}$, получим $\eta_D = 1 - 0{,}02/(1 - \cos^2 53^\circ/\cos^2 29{,}5^\circ) = \mathbf{0{,}962}$.

III). Статическое давление повысится на величину

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\eta_D\varrho\left(c_1^2 - c_2^2\right) = \frac{1}{2}\eta_D\varrho c_x^2\left(\sec^2\alpha_1 - \sec^2\alpha_2\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\eta_D\varrho c_x^2\left(\mathrm{tg}^2\alpha_1 - \mathrm{tg}^2\alpha_2\right) = \frac{1}{2}0{,}962 \times 1{,}2 \times 50^2\left(\mathrm{tg}^2 53^\circ - \mathrm{tg}^2 29{,}5^\circ\right) =$$

$$= \mathbf{2{,}079}\ \text{кПа}.$$

3.5. А. Компрессорная решетка спроектирована под угол выхода воздуха $\alpha_2 = 30^\circ$ и угол входа воздуха в решетку $\alpha_1 = 50^\circ$ (углы потока отсчитываются от нормали к оси решетки). Осевая линия профилей лопаток построена по параболе с $a/l = 0{,}4$ (отношение расстояния вдоль хорды до точки максимального прогиба к хорде). Определить относительный шаг решетки s/l и конструктивный угол лопатки при выходе из решетки, если обтекание решетки происходит на номинальном режиме при нулевом угле атаки. Можно принять линейную аппроксимацию Хауэлла для угла поворота потока в решетке на номинальном режиме

$$\varepsilon^* = \left(16 - 0{,}2\alpha_2^*\right)(3 - s/l)^\circ,$$

и для угла отставания потока

$$\delta^* = \left[0{,}23\,(2a/l)^2 + \alpha_2^*/500\right]\theta\,\sqrt{s/l}^\circ.$$

Б. Изменить относительный шаг до 0,8, но конструктивные углы в решетке оставить такими же, как в пункте А. Определить коэффициент подъемной силы при угле атаки равном 2°. Принять линейную зависимость для $\varepsilon/\varepsilon^*$ и $(i - i^*)/\varepsilon^*$ для ограниченной области: $\varepsilon/\varepsilon^* = 1{,}15$ при $(i - i^*)/\varepsilon^* = 0{,}2$ и $\varepsilon/\varepsilon^* = 1$ при $i = i^*$. В этой области принять $C_D = 0{,}02$.

Решение. А. Так как решетка спроектирована для работы на номинальном режиме, то углы потока также соответствуют этому режиму, т. е. $\alpha_1 = \alpha_1^* = 50^\circ$ и $\alpha_2 = \alpha_2^* = 30^\circ$. Таким образом, поворот потока на номинальном режиме

$$\varepsilon^* = \alpha_1^* - \alpha_2^* = \left(16 - 0{,}2\alpha_2^*\right)(3 - s/l) = 20^\circ,$$

$$\therefore\ 20 = (16 - 0{,}2 \times 30)(3 - s/l) = 10\,(3 - s/l),$$

$$\therefore\ \boldsymbol{s/l = 1}.$$

Угол отставания потока

$$\delta^* = \left[0{,}23\,(2a/l)^2 + \alpha_2^*/500\right]\theta\,\sqrt{s/l} = [0{,}23 \times 0{,}64 + 30/500] \times \theta = 0{,}2072\theta.$$

Так как угол атаки равен нулю, то конструктивный угол лопатки при входе потока $\alpha_1' = \alpha_1^* = 50^\circ$. Чтобы найти угол изгиба профиля лопатки, снова используем выражение для угла поворота потока

$$\varepsilon^* = \alpha_1^* - \alpha_2^* = \alpha_1' - \alpha_2' - \delta^* = \theta - \delta^* = \theta\,(1 - 0{,}2072).$$

$$\therefore\ \theta = 20/(1 - 0{,}2072) = 25{,}2^\circ.$$

Следовательно, конструктивный угол лопатки при выходе $\boldsymbol{\alpha_2' = \alpha_1' - \theta} = 50 - 25{,}2 = 24{,}8^\circ$.

Б. Уменьшение относительного шага решетки повлияет на углы отставания потока и выхода его на номинальном режиме. Новый угол отставания потока на номинальном режиме $\delta^* = (0{,}23 \times 0{,}64 + \alpha_2^*/500)\,25{,}2\,(0{,}8)^{1/2} = 3{,}318 + \mathbf{0{,}04508\alpha_2^*}$, и новый угол выхода потока

$$\alpha_2^* = \alpha_2' + \delta^* = 24{,}8 + 3{,}318 + 0{,}04508\alpha_2^*.$$

$$\therefore\ \alpha_2^* = 28{,}12/0{,}9549 = 29{,}45^\circ.$$

Новый угол поворота потока $\varepsilon^* = (16 - 0{,}2 \times 29{,}45)(3 - 0{,}8) = 22{,}24^\circ$. Тогда соответствующий угол входа на номинальном режиме

$$\alpha_1^* = \alpha_2^* + \varepsilon^* = 29{,}45 + 22{,}24 = 51{,}69^\circ,$$

и угол атаки на номинальном режиме

$$i^* = \alpha_1^* - \alpha_1' = 51{,}69 - 50 = 1{,}69^\circ.$$

Линейная зависимость между поворотом и отставанием потока $\varepsilon/\varepsilon^* - 1 = k(i - i^*)/\varepsilon^*$ удовлетворяет первоначальным условиям, т. е. $\varepsilon = \varepsilon^*$ при $i = i^*$. При $\varepsilon/\varepsilon^* = 1{,}15$ и $(i - i^*)/\varepsilon^* = 0{,}2$ величина $k = 0{,}75$. Таким образом, при $i = 2^\circ$ угол поворота потока

$$\varepsilon = \varepsilon^* + 0{,}75\,(i - i^*) = 22{,}24 + 0{,}75\,(2 - 1{,}69) = 22{,}47^\circ.$$

Угол выхода потока

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \varepsilon = \alpha_1' + i - \varepsilon = 50 + 2 - 22{,}47 = 29{,}53^\circ.$$

Коэффициент подъемной силы определяется из уравнения (3.18)

$$C_L = 2\,(s/l)\cos\alpha_m\,(\mathrm{tg}\,\alpha_1 - \mathrm{tg}\,\alpha_2) - C_D\,\mathrm{tg}\,\alpha_m;$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha_m = \frac{1}{2}(\mathrm{tg}\,\alpha_1 + \mathrm{tg}\,\alpha_2) = \frac{1}{2}(\mathrm{tg}\,52^\circ + \mathrm{tg}\,29{,}53^\circ) = \frac{1}{2}(1{,}280 + 0{,}5665) =$$

$$= 0{,}9232,$$

$\therefore\ \alpha_m = 42{,}71^\circ$ и $\cos\alpha_m = 0{,}7348$.

$\therefore\ C_L = 2 \times 0{,}8 \times 0{,}7348\,(1{,}280 - 0{,}5665) - 0{,}02 \times 0{,}9232 = \mathbf{0{,}820}$.

3.6. А. Показать, что коэффициент повышения давления $C_p = \Delta p\Big/\left(\frac{1}{2}\varrho c_1^2\right)$ компрессорной решетки связан с КПД диффузора η_D и коэффициентом потери полного давления ζ следующими соотношениями:

$$C_p = \eta_D\,(1 - \sec^2\alpha_2/\sec^2\alpha_1) = 1 - (\sec^2\alpha_2 + \zeta)/\sec^2\alpha_1,$$

где $\eta_D = \Delta p\Big/\left[\frac{1}{2}\varrho\left(c_1^2 - c_2^2\right)\right]$; $\zeta = \Delta p_0\Big/\left(\frac{1}{2}\varrho c_x^2\right)$, α_1 и α_2—углы потока при входе и выходе из решетки.

Б. Определить допустимый максимальный угол входа потока в компрессорную решетку с относительным шагом 0,8 и углом выхода потока $\alpha_2 = 30^\circ$, если степень диффузорности D_F ограничена 0,6. Степень диффузорности принимаем по формуле Либляйна [20]

$$D_F = \left(1 - \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2}\right) + \frac{s}{l}\,\frac{\cos\alpha_1}{2}\,(\operatorname{tg}\alpha_1 - \operatorname{tg}\alpha_2).$$

В. Потери полного давления, полученные из эксперимента на решетке, приведенные выше, составляют 149 Па при скорости потока на входе $c_1 = 100$ м/с и плотности воздуха $\varrho = 1{,}2$ кг/м³. Определить:

I) повышение статического давления;

II) КПД диффузора;

III) коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы.

Решение. А. Потери полного давления при течении через компрессорную решетку являются необратимыми. Для несжимаемого потока

$$\Delta p_0 = p_{01} - p_{02} = (p_1 - p_2) + \frac{1}{2}\varrho\left(c_1^2 - c_2^2\right) = -\Delta p + \frac{1}{2}\varrho c_1^2\left[1 - (c_2/c_1)^2\right],$$

где $\Delta p = p_2 - p_1$ — повышение статического давления при течении через решетку. Так как $c_1\cos\alpha_1 = c_2\cos\alpha_2 = c_x = \text{const}$, то

$$\Delta p_0 \Big/ \left(\frac{1}{2}\varrho c_1^2\right) = -\Delta p \Big/ \left(\frac{1}{2}\varrho c_1^2\right) + (1 - \cos^2\alpha_1/\cos^2\alpha_2).$$

$$\therefore\ C_p = 1 - \Delta p_0 \Big/ \left(\frac{1}{2}\varrho c_1^2\right) - \cos^2\alpha_1/\cos^2\alpha_2 = 1 - \zeta\cos^2\alpha_1 -$$

$$- \cos^2\alpha_1/\cos^2\alpha_2 = 1 - (\zeta + \sec^2\alpha_2)/\sec^2\alpha_1. \qquad \text{(I)}$$

Из определения КПД диффузора

$$\Delta p = \frac{1}{2}\varrho\left(c_1^2 - c_2^2\right)\eta_D.$$

$$\therefore\ C_p = \eta_D\left[1 - (c_2/c_1)^2\right] = \eta_D\left(1 - \sec^2\alpha_2/\sec^2\alpha_1\right). \qquad \text{(II)}$$

Б. Для компрессорной решетки указанной геометрии степень диффузорности D_F с увеличением угла входа потока растет до тех пор, пока не наступит отрыв потока. Подставив в формулу Либляйна $\alpha_2 = 30°$, $s/l = 0{,}8$ и $D_F = 0{,}6$, получим

$$0{,}6 = 1 - \cos\alpha_1/0{,}866 + 0{,}4\,(\sin\alpha_1 - 0{,}5774\cos\alpha_1).$$

Введем обозначения $x = \cos\alpha_1$, $(1 - x^2)^{\frac{1}{2}} = \sin\alpha_1$, тогда

$$x\left[(1/0{,}866) + 0{,}4\times 0{,}5774\right] = 0{,}4\left[1 + (1 - x^2)^{\frac{1}{2}}\right].$$

$\therefore\ (3.464x - 1)^2 = 1 - x^2$. $\therefore\ 13x^2 - 6{,}928x + 1 = 1$. $\therefore\ x = \cos\alpha_1 = 6{,}928/13 = 0{,}5329$. Таким образом, степени диффузорности $D_F = 0{,}6$ соответствует максимальный угол входа потока в решетку (до наступления положительного отрыва) $\alpha_1 = 57{,}8°$.

В. При $c_x = c_1\cos\alpha_1 = 100\cos 57{,}8° = 53{,}29$ м/с коэффициент потери полного давления

$$\zeta = \Delta p_0 \Big/ \left(\frac{1}{2}\varrho c_x^2\right) = 149 \Big/ \left(\frac{1}{2}\times 1{,}2\times 53{,}29^2\right) = 0{,}0875.$$

По уравнению (I) $C_p = 1 - (0{,}0875 + \sec^2 30°)/\sec^2 57{,}8° = 1 - (0{,}0875 + 1{,}3333)\,0{,}5329^2 = 0{,}5965$.

Повышение давления

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{1}{2}C_p\varrho c_1^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}5965\times 1{,}2\times 10^4 = \mathbf{3{,}579}\ \text{кПа}.$$

Из выражения (II) КПД диффузора

$$\eta_D = C_p/(1 - \cos^2\alpha_1/\cos^2\alpha_2) = 0{,}5965/(1 - 0{,}5329^2/0{,}866^2) =$$

$$= 0{,}5965/0{,}6213 = \mathbf{0{,}96}.$$

Коэффициент лобового сопротивления определяем из уравнений (3.16б) и (3.17)

$$C_D = D \Big/ \left(\frac{1}{2}\varrho c_m^2 l\right) = s\Delta p_0\cos\alpha_m \Big/ \left(\frac{1}{2}\varrho c_m^2 l\right) = \zeta\,(s/l)\cos^3\alpha_m,$$

где $\operatorname{tg}\alpha_m = \frac{1}{2}(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2) = \frac{1}{2}(\operatorname{tg}57{,}8° + \operatorname{tg}30°) = 1{,}0827$,

$$\therefore\ \alpha_m = 47{,}27°.$$

$$\therefore\ C_D = 0{,}0875\times 0{,}8\cos^3 47{,}27° = \mathbf{0{,}0219}.$$

Из формулы (3.18) коэффициент подъемной силы для компрессорной решетки

$$C_L = 2\,(s/l)\cos\alpha_m\,(\operatorname{tg}\alpha_1 - \operatorname{tg}\alpha_2) - C_D\operatorname{tg}\alpha_m =$$

$$= 2\times 0{,}08\times\cos 47{,}27°\,(\operatorname{tg}57{,}8° - \operatorname{tg}30°) - 0{,}0219\times 1{,}0827 =$$

$$= 1{,}0972 - 0{,}0237 = \mathbf{1{,}074}.$$

ГЛАВА 4

Осевые турбины

4.1. Показать, что для ступени осевой турбины энтальпия по параметрам торможения в относительном движении при течении через рабочее колесо не изменяется. Изобразить процесс расширения в ступени турбины на h-s — диаграмме, отметив все характерные точки.

Степень реактивности ступени турбины определяется как отношение теплоперепада по статическим параметрам в рабочем колесе к теплоперепаду ступени.

Вывести выражение для определения степени реактивности через углы потока и показать треугольники скоростей в ступени турбины с реактивностью 0, 0,5 и 1.

Решение. Предполагаем, что осевая скорость потока в ступени постоянна, т. е. $c_{x1} = c_{x2} = c_{x3} = c_x$, окружная скорость также не меняется, абсолютная скорость при входе в ступень c_1 равна абсолютной скорости при выходе c_3 и течение адиабатное. В соответствии с треугольником скоростей (рис. 4.1) и h-s — диаграммой (рис. 4.2) удельная работа ступени, в результате совершения которой уменьшается энтальпия по параметрам торможения, по уравнению (4.2)

$$\Delta W = h_{01} - h_{03} = U\,(c_{y2} + c_{y3}). \qquad \text{(I)}$$

Так как процесс адиабатный и в сопловом аппарате работа не совершается,

$$h_{01} = h_{02}. \qquad \text{(II)}$$

Из треугольников скоростей, используя теорему косинусов, найдем

$$w_2^2 = U^2 + c_2^2 - 2Uc_2\cos(\pi/2 - \alpha_2) = U^2 + c_2^2 - 2Uc_{y2}; \qquad \text{(III)}$$

$$w_3^2 = U^2 + c_3^2 - 2Uc_3\cos(\pi/2 + \alpha_3) = U^2 + c_3^2 + 2Uc_{y3}. \qquad \text{(IV)}$$

Вычитая уравнение (III) из выражения (IV), после преобразования получим

$$U\,(c_{y2} + c_{y3}) = \frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_3^2 + w_3^2 - w_2^2\right). \qquad \text{(V)}$$

Комбинируя формулы (I), (II) и (V), отметив, что $h_0 = h + \frac{1}{2}c^2$, получим

$$h_{02} - h_{03} = h_2 - h_3 + \frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_3^2\right) = \frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_3^2 + w_3^2 - w_2^2\right).$$

$$\therefore\ h_2 + \frac{1}{2}w_2^2 = h_3 + \frac{1}{2}w_3^2. \qquad \text{(VI)}$$

Энтальпия по параметрам торможения в относительном движении определяется как $h_{0rel} = h + \frac{1}{2}w^2$, и согласно уравнению (VI) она одинакова для потока перед рабочим колесом и за ним, следовательно, она должна быть постоянной и при течении через рабочее колесо. Степень реактивности ступени по уравнению (4.17) при условии, что $c_1 = c_3$,

$$R = (h_2 - h_3)/(h_1 - h_3) = (h_2 - h_3)/(h_{01} - h_{03}).$$

После подстановки $(h_{01} - h_{03})$ из формулы (I) и $(h_2 - h_3)$ из выражения (VI) получим

$$R = \frac{w_3^2 - w_2^2}{2U(c_{y2} + c_{y3})}. \qquad \text{(VII)}$$

Преобразуем числитель

$$w_3^2 - w_2^2 = \left(w_{y3}^2 + c_x^2\right) - \left(w_{y2}^2 + c_x^2\right) = (w_{y3} - w_{y2})(w_{y3} + w_{y2}).$$

Так как $w_{y3} + w_{y2} = c_{y3} + c_{y2}$, уравнение (VII) примет вид

$$R = (w_{y3} - w_{y2})/(2U) = (\operatorname{tg}\beta_3 - \operatorname{tg}\beta_2)\,c_x/(2U). \qquad \text{(VIII)}$$

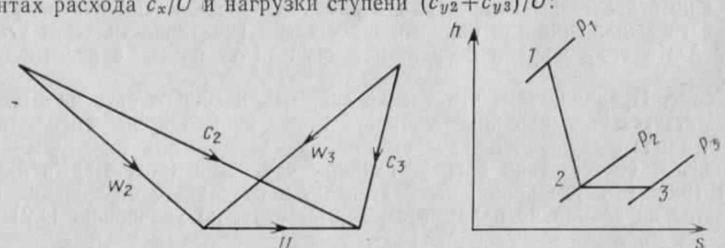
Из треугольника скоростей для $w_{y3} = U + c_{y3}$

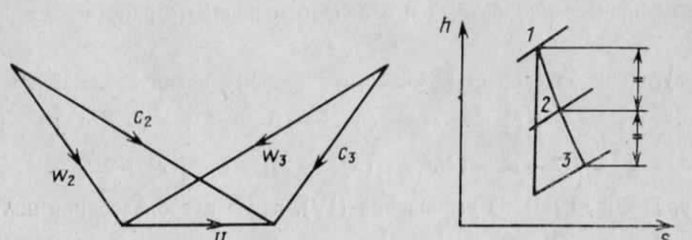
$$R = (U + c_{y3} - w_{y2})/(2U) = \frac{1}{2} + (\operatorname{tg}\alpha_3 - \operatorname{tg}\beta_2)\,c_x/(2U), \qquad \text{(IX)}$$

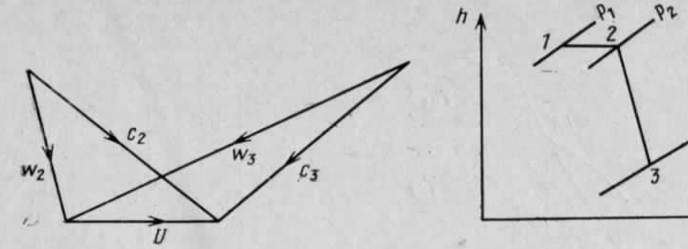
и для $w_{y2} = c_{y2} - U$

$$R = (2U + c_{y3} - c_{y2})/(2U) = 1 + (\operatorname{tg}\alpha_3 - \operatorname{tg}\alpha_2)\,c_x/(2U). \qquad \text{(X)}$$

Для сравнения ниже показаны треугольники скоростей и упрощенные диаграммы Молье для трех степеней реактивности $R = 0$, 0,5 и 1 при постоянных коэффициентах расхода c_x/U и нагрузки ступени $(c_{y2} + c_{y3})/U$:







I). $R = 0$, по уравнению (VIII) $\beta_3 = \beta_2$, следовательно, $w_2 = w_3$ и $h_2 = h_3$;

II). $R = 0{,}5$, из уравнения (IX) $\alpha_3 = \beta_2$, следовательно, $c_3 = w_2$, $c_2 = w_3$ и $h_1 - h_2 = h_2 - h_3$;

III). $R = 1{,}0$, из уравнения (X) $\alpha_3 = \alpha_2$, следовательно, $c_2 = c_3$ и $h_2 = h_1$.

4.2. В реактивной турбине Парсонса рабочие лопатки подобны сопловым, но имеют противоположные углы отсчета. Угол истечения потока из каждого ряда лопаток, отсчитываемый от осевого направления, составляет 70°, скорость пара при выходе из соплового аппарата 160 м/с, окружная скорость 152,5 м/с, осевая скорость постоянная. Определить удельную работу пара в каждой ступени. Внутренний КПД турбины 80%, турбина состоит из десяти ступеней, описанных выше, пар после запорного клапана поступает с давлением 1,5 МПа и температурой 300° С. При помощи диаграммы Молье определить параметры пара при выходе из последней ступени.

Решение. Треугольники скоростей для ступени можно построить по приведенным данным. С помощью этих треугольников графически определить удельную работу, которую можно также рассчитать для обеспечения большей точности. Отметим, что угол истечения потока из каждого ряда лопаток одинаков, т. е. $\alpha_2 = \beta_3 = 70°$, треугольники скоростей подобны, степень реактивности равна 0,50.

Удельная работа ступени

$$\Delta W = U\,(c_{y2} + c_{y3}).$$

Неизвестные окружные проекции скоростей находим, используя обычные зависимости

$$c_{y2} = c_2 \sin\alpha_2 = 160 \sin 70° = 150{,}4 \text{ м/с};$$

$$c_{y3} = w_3 \sin\beta_3 - U = c_2 \sin\alpha_2 - U = 150{,}4 - 152{,}5 = -2{,}1 \text{ м/с}.$$

$\therefore$ $\Delta W = 152{,}5\,(150{,}4 - 2{,}1) = $ **22,62 кДж/кг.** Эта ступень мало нагружена, коэффициент нагрузки

$$\psi = \Delta W/U^2 = (c_{y2} + c_{y3})/U = 148{,}3/152{,}5 = 0{,}9725.$$

Удельная работа турбины, состоящей из десяти ступеней, описанных выше, составляет 226,2 кДж/кг, это соответствует изменению энтальпии пара по параметрам торможения $h_{0A} - h_{0B}$ от входа в турбину (A) до выхода (B), т. е. $h_{0A} - h_{0B} = 226{,}2$ кДж/кг. Предположим, что внутренний КПД равен КПД по параметрам торможения

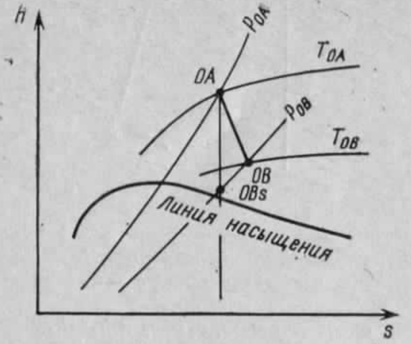
$$\eta_{tt} = (h_{0A} - h_{0B})/(h_{0A} - h_{0Bs}).$$

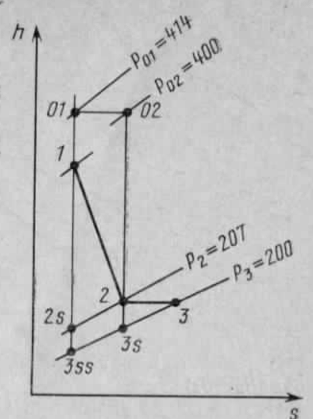
$$\therefore\ h_{0A} - h_{0Bs} = 226{,}2/0{,}8 = 282{,}8 \text{ кДж/кг}.$$

Из таблиц для пара или диаграммы Молье при давлении $p_{0A} = 1{,}5$ МПа (15 бар) и $T_{0A} = 300°$ С найдем $h_{0A} = 3039$ кДж/кг. $\therefore$ $h_{0B} = 3039 - 226{,}2 = 2812{,}8$ кДж/кг, $\therefore$ $h_{0Bs} = 2756{,}2$ кДж/кг.

Параметры пара при выходе проще найти по диаграмме Молье большого масштаба, нанеся на ней найденные значения удельной энтальпии. Определенные по диаграмме параметры пара при выходе $p_{0B} =$ **420 кПа** (4,2 бар), $T_{0B} =$ **177° С**, т. е. при выходе пар еще **перегретый**.

4.3. В таблице приведены значения давлений (кПа), измеренные по среднему радиусу в проточной части активной турбины.





Полное давление		Статическое давление	
При входе в сопловой аппарат (СА)	414	При выходе из СА	207
При выходе из СА	400	При выходе из ступени	200

Окружная скорость по среднему радиусу 291 м/с, температура заторможенного потока при входе в ступень 1100 К, угол выхода потока из соплового аппарата (измеренный от оси) 70°. Определить КПД ступени турбины по параметрам торможения, приняв скорости потока при входе и выходе из ступени одинаковыми по величине и направлению. Газ считать идеальным, $C_p=1{,}148$ кДж/(кг·°С) и $\gamma=1{,}333$.

Решение. КПД турбины по параметрам торможения

$$\eta_{tt}=\frac{h_{01}-h_{03}}{h_{01}-h_{03ss}}.$$

При $c_1=c_3$ и условии, что теплоемкость газа постоянная,

$$\eta_{tt}=1/[1+(h_3-h_{3ss})/(h_1-h_3)].$$

$$\therefore\ \eta_{tt}=1/[1+(T_3-T_{3ss})/(T_1-T_3)].$$

Чтобы определить КПД ступени, необходимо найти скорости потока и построить треугольники скоростей. Реактивность ступени $R=(h_2-h_3)/(h_1-h_3)$.

Следовательно, при нулевой реактивности $h_2=h_3$. Энтальпия потока по параметрам торможения в относительном движении $h_{0rel}=h+\frac{1}{2}w^2$ постоянна в рабочем колесе, тогда $h_2+\frac{1}{2}w_2^2=h_3+\frac{1}{2}w_3^2$ и $w_2=w_3$. Чтобы закончить построение треугольников скоростей, необходимо определить скорость потока c_2 при выходе из соплового аппарата. При выходе из соплового аппарата

$$T_2=T_{02}(p_2/p_{02})^{(\gamma-1)/\gamma}=1100\,(207/400)^{0{,}2498}=933{,}1\ \text{К};$$

$$c_2^2=2C_p(T_{02}-T_2)=2\times1148\times(1100-933{,}1)=383\,200,$$

$$\therefore\ c_2=619{,}1\ \text{м/с}.$$

Из треугольников скоростей

$$c_x=c_2\cos\alpha_2=619{,}1\cos70°=211{,}8\ \text{м/с};$$

$$c_{y2}=c_2\sin\alpha_2=619{,}1\sin70°=581{,}8\ \text{м/с}.$$

$$\therefore\ w_{y2}=c_{y2}-U=581{,}8-291=290{,}8\ \text{м/с}.$$

Важно отметить, что $w_{y3}=w_{y2}$ $(w_3=w_2)$. Тогда

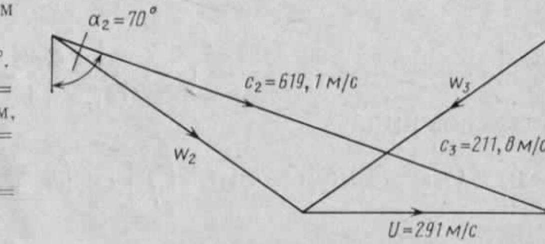
$$c_{y3}=w_{y3}-U=w_{y2}-U=290{,}8-291=-0{,}2\ \text{м/с},$$

т. е. на выходе поток близок к осевому с очень малым углом закрутки:

$\alpha_3=\mathrm{tg}^{-1}(-0{,}2/211{,}8)=-0{,}05°$.

Практически $c_3=c_1=c_x=211{,}8$ м/с. Таким образом, при $T_3=T_2=933{,}1$ К и $T_{01}=T_{02}=1100$ К

$T_1-T_3=T_{01}-c_1^2/(2C_p)-T_3=1100-211{,}8^2/(2\times1148)-933{,}1=$ **147,4° С.**



Используя соотношение между температурой и давлением, для изоэнтропийного процесса

$$T_{3ss}=T_{01}(p_3/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}=1100\,(200/414)^{0{,}2498}=917{,}1\ \text{К}.$$

$$\therefore\ T_3-T_{3ss}=933{,}1-917{,}1=16{,}0°\ \text{С}.$$

$$\therefore\ \eta_{tt}=1/1+16/147{,}4=\mathbf{90{,}2\%}$$

4.4. В ступени турбины осевая скорость потока $c_x=\text{const}$. Вход и выход потока в ступени турбины осевой. Если коэффициент расхода $c_x/U=0{,}6$ и угол (измеренный от оси турбины) выхода газа из соплового аппарата 68,2°, подсчитать:

I) коэффициент нагрузки ступеней $\Delta W/U^2$;

II) углы потока в относительном движении;

III) степень реактивности;

IV) КПД по параметрам торможения и мощностной КПД.

При решении использовать для вычисления коэффициента потерь выражение Содерберга [уравнение (4.12)].

Решение. I). Коэффициент нагрузки ступени

$$\psi=\Delta W/U^2=c_{y2}/U,$$

так как $c_{y3}=0$, $\psi=(c_x/U)\,\mathrm{tg}\,\alpha_2=0{,}6\,\mathrm{tg}\,68{,}2°=\mathbf{1{,}50}$.

II). Из треугольника скоростей

$$\mathrm{tg}\,\beta_3=U/c_x=1/0{,}6=1{,}667.$$

$$\therefore\ \beta_3=59{,}04°.$$

$$\mathrm{tg}\,\beta_2=\mathrm{tg}\,\alpha_2-U/c_x=2{,}5-1{,}667=0{,}8335.$$

$$\therefore\ \beta_2=\mathbf{39{,}81°}.$$

III). Степень реактивности по уравнению (4.22а)

$$R=(\mathrm{tg}\,\beta_3-\mathrm{tg}\,\beta_2)\,c_x/(2U)=0{,}3\,(1{,}667-0{,}8335)=\mathbf{0{,}25}.$$

IV). КПД ступени по параметрам торможения при $c_1=c_3$

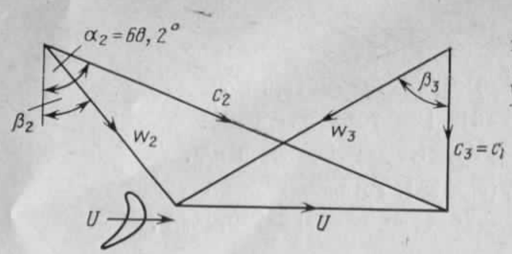
$$\eta_{tt}=(h_{01}-h_{03})/(h_{01}-h_{03ss})=(h_1-h_3)/(h_1-h_3+h_3-h_{3ss})=$$

$$=1/[1+(h_3-h_{3ss})/(h_1-h_3)].$$

Разность энтальпий (см. рис. 4.2) $h_{3s}-h_{3ss}=(h_2-h_{2s})(T_3/T_2)$ обычно принимают h_2-h_{2s} с небольшой потерей точности при определении КПД:

$$\therefore\ \eta_{tt}\approx[1+(h_3-h_{3s}+h_2-h_{2s})/(h_1-h_3)]^{-1}.$$

Разности энтальпий h_2-h_{2s} и h_3-h_{3s}, характеризующие необратимость



процесса соответственно в сопловом аппарате и рабочем колесе, можно выразить через коэффициенты потерь ζ_N и ζ_R:

$$h_2 - h_{2s} = \frac{1}{2}\, c_2^2 \zeta_N;$$

$$h_3 - h_{3s} = \frac{1}{2}\, w_3^2 \zeta_R.$$

Тогда согласно уравнению (4.9а) КПД по параметрам торможения

$$\eta_{tt} = \left[1 + \frac{\zeta_R w_3^2 + \zeta_N c_2^2}{2\,(h_1 - h_3)}\right]^{-1}. \qquad \text{(I)}$$

Мощностной КПД

$$\eta_{ts} = (h_{01} - h_{03})/(h_{01} - h_{3ss}) = 1 \Big/ \left[1 + \left(h_3 - h_{3ss} + \frac{1}{2}\, c_1^2\right) \Big/ (h_1 - h_3)\right]$$

используется, когда кинетическая энергия потока $\frac{1}{2}\, c_3^2$ при выходе из ступени теряется. Обычно

$$\eta_{ts} = \left[1 + \frac{\zeta_R w_3^2 + \zeta_N c_2^2 + c_1^2}{2\,(h_1 - h_3)}\right]^{-1}. \qquad \text{(II)}$$

Коэффициент потерь можно определить из уравнения (4.12) в зависимости от угла поворота потока ε (в град) в каждом лопаточном ряду

$$\zeta = 0{,}04[1 + 1{,}5\,(\varepsilon/100)^2].$$

Тогда для соплового аппарата $\varepsilon = \varepsilon_N = \alpha_1 + \alpha_2 = 68{,}2°$, так как $\alpha_1 = 0$, и для рабочих лопаток

$$\varepsilon = \varepsilon_R = \beta_2 + \beta_3 = 39{,}81 + 59{,}04 = 98{,}85°.$$

Используя приведенное уравнение, получим $\zeta_N = 0{,}06791$ и $\zeta_R = 0{,}09863$. Из формулы (I) при

$$w_3 = c_x \sec \beta_3, \quad c_2 = c_x \sec \alpha_2 \quad \text{и} \quad h_1 - h_3 = U c_x \operatorname{tg} \alpha_2$$

найдем

$$\eta_{tt} = \left[1 + \frac{\zeta_R \sec^2 \beta_3 + \zeta_N \sec^2 \alpha_2}{(2 \operatorname{tg} \alpha_2)/\varphi}\right]^{-1} =$$

$$= \left[1 + \frac{0{,}09863/0{,}5144^2 + 0{,}06791/0{,}3714^2}{2 \times 2{,}5/0{,}6}\right]^{-1} = \left[1 + \frac{0{,}865}{8{,}334}\right]^{-1}.$$

$$\therefore\ \eta_{tt} = 90{,}6\,\%.$$

Из уравнения (II) при $c_1 = c_x$ имеем

$$\eta_{ts} = [1 + (0{,}865 + 1)/8{,}334]^{-1} = \mathbf{81{,}7\,\%}.$$

4.5. Ступень газовой турбины развивает мощность 3,36 МВт при массовом расходе газа 27,2 кг/с. Давление и температура по параметрам торможения перед ступенью составляют соответственно 772 кПа и 1000 К.

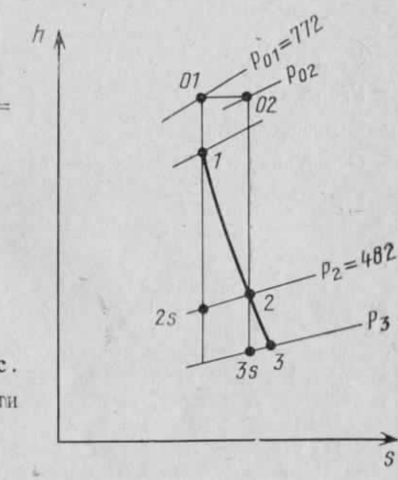
Осевая скорость постоянна по тракту ступени, газ входит в ступень и выходит из нее без закрутки. Статическое давление за сопловым аппаратом 482 кПа, и угол выхода потока 18° от оси решетки. Определить осевую скорость и степень реактивности ступени при условии, что энтропия в сопловом аппарате увеличивается на 12,9 Дж/(кг·°С). Принять, что удельная теплоемкость газа при постоянном давлении 1,148 кДж/(кг·°С) и газовая постоянная 0,287 кДж/(кг·°С).

Определить КПД ступени по параметрам торможения при условии что в рабочем колесе энтропия газа увеличивается на 2,7 Дж/(кг·°С).

Решение. Для определения скорости потока за сопловым аппаратом по диаграмме Молье отыскиваем температуру T_{2s}. Из уравнения для изоэнтропы по значению увеличения энтропии в сопловом аппарате находим разность температур $T_2 - T_{2s}$. Так,

$$T_{2s} = T_{01}\,(p_2/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} = 1000\,(482/772)^{0{,}25} = 888{,}9\ \text{К}.$$

Используя зависимость $T ds = dh - \dfrac{dp}{\varrho}$, которую при постоянном давлении можно представить в виде $T\Delta s \approx \Delta h$, находим



$$h_2 - h_{2s} \approx T_{2s}\,(s_2 - s_{2s}) = 888{,}9 \times 12{,}9 = 11{,}47\ \text{кДж/кг}.$$

$$\therefore\ T_2 - T_{2s} = (h_2 - h_{2s})/C_p = 11{,}47/1{,}148 = 10°\ \text{С}.$$

$$\therefore\ T_2 = 10 + 888{,}9 = 898{,}9\ \text{К},$$

$$c_2^2 = 2C_p\,(T_{01} - T_2) = 2 \times 1148\,(1000 - 898{,}9) = 23{,}21 \times 10^4.$$

$$\therefore\ c_2 = 481{,}6\ \text{м/с}.$$

Осевая скорость

$$c_x = c_2 \cos \alpha_2 - 481{,}6 \cos (90 - 18) = \mathbf{148{,}9\ м/с}.$$

Из уравнения (4.22с) степень реактивности ступени

$$R = 1 - (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_3)\, c_x/(2U).$$

При $\alpha_3 = 0$

$$R = 1 - (c_x/2U) \operatorname{tg} \alpha_2.$$

Окружную скорость U можно определить из уравнения для удельной работы

$$\Delta W = U c_{y2} = U c_x \operatorname{tg} \alpha_2.$$

$$\therefore\ U = \Delta W/(c_x \operatorname{tg} \alpha_2) = (\dot W/\dot m)/(c_x \operatorname{tg} \alpha_2) =$$

$$= 3{,}36 \times 10^6/(27{,}2 \times 148{,}9 \times \operatorname{tg} 72°) = 269{,}5\ \text{м/с}.$$

$$\therefore\ R = 1 - 148{,}9 \times \operatorname{tg} 72°/(2 \times 269{,}5) = 1 - 0{,}850 = \mathbf{0{,}15}.$$

КПД ступени по параметрам торможения

$$\eta_{tt} \doteq 1/[1 + (h_2 - h_{2s} + h_3 - h_{3s})/(h_{01} - h_{03})] =$$

$$= 1/[1 + C_p\,(T_2 - T_{2s} + T_3 - T_{3s})/\Delta W].$$

Разность температур $T_3 - T_{3s} \doteq T_3\,(s_3 - s_{3s})/C_p$, необходимо подсчитать температуру T_3. $\Delta W = h_{01} - h_{03} = h_{01} - h_3 - \frac{1}{2}\, c_x^2$, так как $c_3 = c_1 = c_x$.

$$\therefore\ T_3 = T_{01} - \left(\Delta W + \frac{1}{2}\, c_x^2\right) \Big/ C_p =$$

$$= 1000 - \left(123{,}5 \times 10^3 + \frac{1}{2} \times 148{,}9^2\right) \Big/ 1148 = 1000 - 117{,}2 = 882{,}8\ \text{К},$$

$$T_3 - T_{3s} \doteq 882{,}8 \times 2{,}7/1148 = 2{,}08°\ \text{С}.$$

$$\therefore\ \eta_{tt} = 1/[1 + 1{,}148\,(10 + 2{,}08)/123{,}5] = 1/(1 + 0{,}1123) = \mathbf{89{,}9\,\%}.$$

4.6. Вывести приближенное выражение для КПД ступени турбины по параметрам торможения через коэффициенты потерь в сопловом аппарате и рабочем колесе для случая, когда абсолютные скорости потока при входе и выходе не равны.

В ступени паровой турбины с высоким отношением втулки к периферийному диаметру полные давление и температура соответственно равны 1,5 МПа и 325° С. Турбина спроектирована с окружной скоростью 200 м/с и следующей геометрией лопаток:

Наименование	Лопатки	
	сопловые	рабочие
Угол входа, °	0	48
Угол выхода, °	70,0	56,25
Относительный шаг s/l	70,042	—
Отношение длины лопатки к осевой ширине H/b	2,0	2,1
Отношение максимальной толщины профиля к хорде	0,2	0,2

Угол отставания потока в рабочих лопатках известен из испытаний решетки при расчетных условиях и составляет 3°. При отсутствии экспериментальных данных для сопловой решетки конструктор определяет угол отставания потока по приближенной зависимости $0{,}19\theta s/l$, где θ — угол изгиба профиля в градусах. Приняв нулевой угол атаки в сопловых лопатках, угол атаки 1,04° в рабочем колесе и постоянную осевую скорость в ступени, определить:

I) осевую скорость;

II) степень реактивности и коэффициент нагрузки;

III) КПД ступени по параметрам торможения, приняв потери в ступени по формуле Содерберга без учета влияния числа Рейнольдса;

IV) полные температуру и давление при выходе из ступени с помощью диаграммы Молье большого масштаба.

Решение. КПД ступени турбины по параметрам торможения в случае, когда $c_1 \neq c_3$,

$$\eta_{tt} = (h_{01} - h_{03})/(h_{01} - h_{03ss}) = \Delta W/(\Delta W + \text{потери}) = 1/[1 + (h_{03} - h_{03ss})/\Delta W].$$

Приняв $h_{03} - h_{03ss} \approx h_3 - h_{3ss}$

(т. е. предполагаем $c_3 = c_{3ss}$) и $h_{3s} - h_{3ss} = h_2 - h_{2s}$,

получим

$$\eta_{tt} = 1/[1 + (h_2 - h_{2s} + h_3 - h_{3s})/\Delta W].$$

Определим из уравнений (4.8а) и (4.8б) коэффициенты потерь для соплового аппарата

$$h_2 - h_{2s} = \frac{1}{2} c_2^2 \zeta_N$$

и для рабочего колеса

$$h_3 - h_{3s} = \frac{1}{2} w_3^2 \zeta_R.$$

Найдем искомое выражение для КПД

$$\eta_{tt} = [1 + (\zeta_N c_2^2 + \zeta_R w_3^2)/(2\Delta W)]^{-1}, \qquad \text{(I)}$$

где $\Delta W = h_{01} - h_{03} = U\,(c_{y2} + c_{y3})$.

I). Углы входа и выхода потока в сопловом аппарате и в рабочем колесе получим, скорректировав конструктивные углы лопаток на величину угла атаки i и отставания δ в каждой решетке лопаток. Угол отставания потока в сопловом аппарате

$$\delta_N = 0{,}19\theta s/l = 0{,}19 \times 70 \times 0{,}42 = 5{,}6°.$$

Таким образом, угол выхода потока из соплового аппарата

$$\alpha_2 = \alpha_2' - \delta_N = 70 - 5{,}6 = 64{,}4°.$$

Для рабочего колеса угол выхода потока в относительном движении

$$\beta_3 = \beta_3' - \delta_R = 56{,}25 - 3 = 53{,}25°,$$

а угол входа

$$\beta_2 = \beta_2' + i = 48 + 1{,}04 = 49{,}04°.$$

Из треугольника скоростей $U = c_x(\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\beta_2)$. Следовательно,

$$c_x = c_1 = U/(\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\beta_2) = 200/(\operatorname{tg} 64{,}4 - \operatorname{tg} 49{,}04) = \mathbf{213{,}9\ м/с}.$$

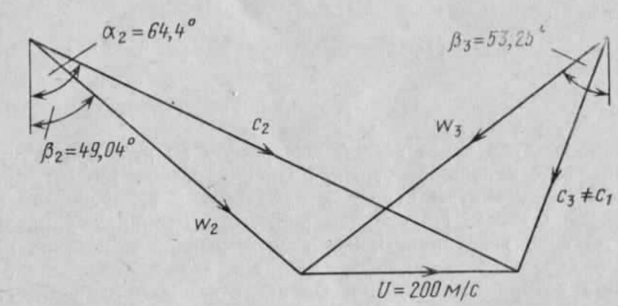
II). Степень реактивности из уравнения (4.22а)

$$R = (c_x/2U)(\operatorname{tg}\beta_3 - \operatorname{tg}\beta_2) = (213{,}9/400)(\operatorname{tg} 53{,}25° - \operatorname{tg} 49{,}04°) =$$
$$= (213{,}9/400)(1{,}3392 - 1{,}1520) = \mathbf{0{,}10}.$$

Коэффициент нагрузки

$$\psi = \Delta W/U^2 = (w_{y2} + w_{y3})/U = (c_x/U)(\operatorname{tg}\beta_2 + \operatorname{tg}\beta_3) =$$
$$= (1{,}152 + 1{,}3392)\,213{,}9/200 = \mathbf{2{,}664}.$$

III). КПД ступени по параметрам торможения для случая, когда $c_3 \neq c_1$, определяется по уравнению (I). Оценим коэффициент потерь для соплового аппарата и рабочего колеса, используя аналитическое выражение Содерберга, уравнение (4.12), $\zeta^* = 0{,}04[1 + 1{,}5(\varepsilon/100)^2]$ и делая поправку на относительное удлинение лопатки в каждом случае. Для соплового аппарата при расчетном относительном удлинении $H/b = 3{,}0$ $\zeta_N^* = 0{,}04[1 + 1{,}5 \times 0{,}644^2] = 0{,}06488$, так как угол поворота потока в сопловом аппарате $\varepsilon_N = \alpha_2$ (т. е. $\alpha_1 = 0$).



При относительных удлинениях, отличных от расчетного, коэффициент потерь ζ_N для соплового аппарата можно найти из уравнения (4.13а)

$$1 + \zeta_{N1} = (1 + \zeta_N^*)(0{,}993 + 0{,}021b/H) = 1{,}06488\,(0{,}993 + 0{,}021/2) = 1{,}06861.$$

$$\therefore\ \zeta_{N1} = 0{,}06861.$$

Для рабочего колеса при $H/b = 3{,}0$

$$\zeta_R^* = 0{,}04\,[1 + 1{,}5 \times 1{,}023^2] = 0{,}1028,$$

где угол поворота потока в роторе $\varepsilon_R=\beta_2+\beta_3=102{,}3°$. С учетом поправки на относительное удлинение для рабочего колеса [уравнение (4.13б)]

$$1+\zeta_{R1}=(1+\zeta_R^*)\,(0{,}975+0{,}075b/H)=1{,}1028\,(0{,}975+0{,}075/2{,}1)=1{,}1146,$$

$$\therefore\ \zeta_{R1}=0{,}1146.$$

Составляющие члены уравнения (I) следующие:

$$c_2=c_x\sec\alpha_2=213{,}9\sec 64{,}4°=495{,}0\ \text{м/с};$$

$$\therefore\ \zeta_{N1}c_2^2=0{,}06861\times 495^2=16{,}8\times 10^3\ \text{м}^2/\text{с}^2=16{,}8\ \text{кДж/кг};$$

$$w_3=c_x\sec\beta_3=213{,}9\sec 53{,}25°=357{,}5\ \text{м/с};$$

$$\therefore\ \zeta_{R1}w_3^2=0{,}1146\times 357{,}5^2=14{,}65\times 10^3\ \text{м}^2/\text{с}^2=14{,}65\ \text{кДж/кг};$$

$$\Delta W=\psi U^2=2{,}664\times 200^2=106{,}6\ \text{кДж/кг}.$$

Используя уравнение (I),

$$\eta_{tt}=[1+(14{,}65+16{,}8)/(2\times 106{,}6)]^{-1}=1{,}475^{-1}=\mathbf{87{,}15\%}.$$

IV). При $p_{01}=1{,}5$ МПа (15 бар) и $T_{01}=325°$ С по таблицам определяем энтальпию заторможенного потока при входе $h_{01}=3093{,}5$ кДж/кг. Тогда

$$h_{01}-h_{03ss}=(h_{01}-h_{03})/\eta_{tt}=\Delta W/\eta_{tt}=106{,}6/0{,}8715=122{,}3\ \text{кДж/кг}.$$

$$\therefore\ h_{03ss}=3093{,}5-122{,}3=2971{,}2\ \text{кДж/кг}.$$

По диаграмме Молье
$p_{03}=$ **0,9 МПа** (9 бар);
$h_{03}=3093{,}5-106{,}6=2986{,}9$ кДж/кг;
$\therefore$ $T_{03}=$ **269° С.**

ГЛАВА 5

Осевые компрессоры

(*Указание.* В задачах 5.1—5.4 принять газовую постоянную $R=287$ Дж/(кг·°С) и $\gamma=1{,}4$.)

5.1. Расход воздуха через осевой компрессор 50 кг/с при полном давлении 500 кПа. При входе в первую ступень полное давление 100 кПа и температура торможения 23° С. Диаметры втулки и наружный в этом сечении соответственно равны 0,436 и 0,728 м. На среднем радиусе, постоянном для всех ступеней компрессора, степень реактивности 0,5, а угол выхода потока из направляющего аппарата в абсолютном движении составляет 28,8° для всех ступеней. Частота вращения ротора 8000 об/мин. Определить число одинаковых ступеней в компрессоре, если политропный КПД равен 0,89, осевая скорость на среднем радиусе постоянна по ступеням и в 1,05 раза больше средней осевой скорости.

Решение. Число ступеней определяем по повышению температуры торможения в ступени ΔT_0, полученному из уравнения для удельной работы и треугольников скоростей, и по повышению полной температуры в компрессоре $T_{0B}-T_{0A}$, рассчитанному по отношению полных давлений p_{0B}/p_{0A} и политропному КПД η_p. Число идентичных ступеней в компрессоре получим из выражения, округлив полученное значение до ближайшего целого числа,

$$n=(T_{0B}-T_{0A})/\Delta T_0. \qquad \text{(I)}$$

Удельная работа, подведенная в роторе к воздуху, по уравнению (5.1)

$$\Delta W=h_{02}-h_{01}=C_p\Delta T_0=U\,(c_{y2}-c_{y1}). \qquad \text{(II)}$$

Из треугольников скоростей на среднем радиусе, которые симметричны для степени реактивности 0,5 (т. е. $\beta_2=\alpha_1$), получим

$$c_{y2}-c_{y1}=U-2c_x\,\mathrm{tg}\,\alpha_1.$$

Из уравнения (II)

$$\Delta T_0=U\,(U-2c_x\,\mathrm{tg}\,\alpha_1)/C_p. \qquad \text{(III)}$$

Среднюю осевую скорость $\bar{c}_x$ получим из уравнения неразрывности $\dot{m}=\rho A\bar{c}_x$, плотность воздуха определим приближенно из уравнения $\rho=\rho_{01}=p_{01}/(RT_{01})$, приняв поток несжимаемым. Таким образом,

$$\varrho_{01}=p_{01}/(RT_{01})=10^5/(287\times 296)=1{,}177\ \text{кг/м}^3;$$

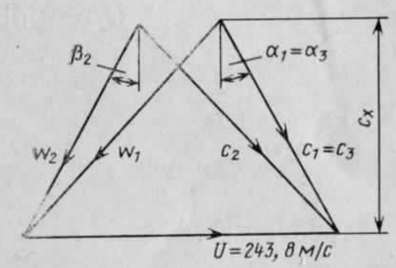
$$\bar{c}_x=4\dot{m}/[\varrho_{01}\pi\,(d_{t1}^2-d_{h1}^2)]=4\times 50/[\pi\times 1{,}177\,(0{,}728^2-0{,}436^2)]=159{,}1\ \text{м/с}.$$

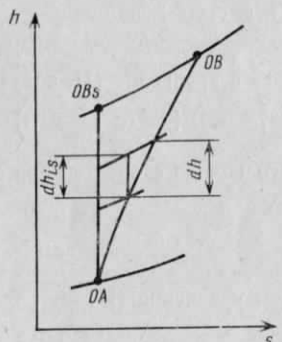
Осевая скорость на среднем радиусе

$$c_x=1{,}05\times\bar{c}_x=167{,}1\ \text{м/с}.$$

Окружная скорость на среднем радиусе

$$U=\pi N d_m/60=\pi N\,(d_{h1}+d_{t1})/120=\frac{\pi\times 8000\,(0{,}436+0{,}728)}{120}=243{,}8\ \text{м/с}.$$





Политропный КПД для элементарной ступени компрессора находим по формуле (2.31) с учетом уравнения состояния для идеального газа

$$pv=RT\ \text{и}\ C_p=\gamma R/(\gamma-1),$$

$$\eta_p=dh_{is}/dh=v\,dp/C_p dT=(\gamma-1)\,T\,dp/(\gamma p\,dT).$$

$$\therefore\ T=\text{const}\times p^{(\gamma-1)/\gamma\eta_p}. \qquad \text{(IV)}$$

Так как ступени в компрессоре одинаковы и скорости потока в них равны, то в уравнение (IV) можно включить параметры торможения. Следовательно, для всего компрессора

$$T_{0B}/T_{0A}=(p_{0B}/p_{0A})^{(\gamma-1)/\gamma\eta_p}=5^{1/(3,5\times 0,89)}=5^{1/3,115}=1{,}6764.$$

$$\therefore\ T_{0B}-T_{0A}=0{,}6764\times 296=200{,}2°\ \text{С}.$$

Из уравнения (III)

$$\Delta T_0=243{,}8\,(243{,}8-2\times 167{,}1\times\mathrm{tg}\,28{,}8°)=14{,}57°\ \text{С}.$$

Используя уравнение (I),
$n=200{,}2/14{,}57=13{,}74$.
$\therefore$ **Получим 14 ступеней.**

5.2. Вывести выражение для степени реактивности ступени осевого компрессора в зависимости от углов потока в относительном движении в роторе и от коэффициента расхода. Из результатов испытаний решеток, проведенных ранее, следует, что предел эффективной работы ступени осевого компрессора обусловлен следующим:

I) число Маха по относительной скорости достигает 0,7;

II) коэффициент расхода равен 0,5;

III) угол выхода потока в относительном движении, отсчитываемый от оси компрессора, равен 30°;

IV) степень реактивности ступени равна 50%.

Найти предельное повышение полной температуры, которое можно получить в первой ступени осевого компрессора, работающей при указанных выше условиях и сжимающей воздух с полной температурой при входе 289 К. Принять постоянной осевую скорость в ступени.

Решение. Степень реактивности ступени осевого компрессора определим как отношение повышений энтальпий в рабочих лопатках и в ступени по статическим параметрам, т. е.

$$R=(h_2-h_1)/(h_3-h_1). \qquad \text{(I)}$$

Так как энтальпия по параметрам торможения в относительном движении постоянна для ротора,

$$h_2-h_1=\frac{1}{2}\left(w_1^2-w_2^2\right).$$

Принимая в симметричной ступени одинаковые скорости при выходе из решеток (т. е. $c_1=c_3$), найдем

$$h_3-h_1=h_{03}-h_{01}=\Delta W=U\,(c_{y2}-c_{y1}).$$

Подставив в уравнение (I), получим при $c_x=\mathrm{const}$ в ступени

$$R=(w_1^2-w_2^2)/[2U\,(c_{y2}-c_{y1})]=(w_{y1}+w_{y2})\,(w_{y1}-w_{y2})/[2U\,(c_{y2}-c_{y1})]. \qquad \text{(II)}$$

Из треугольников скоростей для ступени компрессора

$$c_{y2}=U-w_{y2} \text{ и } c_{y1}=U-w_{y1},$$

тогда

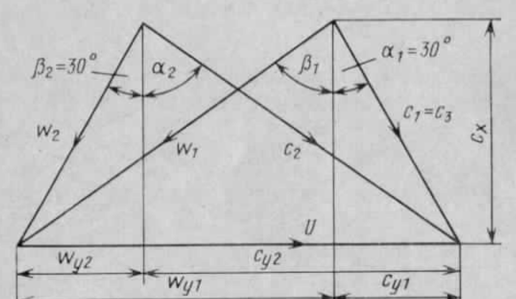
$$c_{y2}-c_{y1}=w_{y1}-w_{y2}.$$

Упрощаем уравнение (II)

$$R=(w_{y1}+w_{y2})/(2U)=\varphi\,(\operatorname{tg}\beta_1+\operatorname{tg}\beta_2)/2, \qquad \text{(III)}$$

где коэффициент расхода $\varphi=c_x/U$.

По данным, приведенным в задаче, построим треугольники скоростей. Значения векторов скоростей следует определять, используя максимальное число Маха по относительной скорости. Из треугольника скоростей очевидно, что w_1 является максимальной относительной скоростью; соответствующее этой скорости число



$$\mathrm{M}_{r1}=w_1/(\gamma RT_1)^{1/2}, \qquad \text{(IV)}$$

где статическая температура $T_1 = T_{01}-c_1^2/(2C_p)$.

Более удобно для решения задачи включить в это выражение осевую скорость c_x. Так как

$$w_1=c_x/\cos\beta_1 \text{ и } c_1=c_x/\cos\alpha_1= c_x/0{,}866,$$

из уравнения (IV) получаем

$$w_1^2=\gamma R\,\mathrm{M}_{r1}^2T_1=\gamma R\,\mathrm{M}_{r1}^2\,[T_{01}-c_1^2/(2C_p)];$$

$$c_x^2=\gamma R\,\mathrm{M}_{r1}^2\,[T_{01}-c_x^2/(1{,}5C_p)]\cos^2\beta_1. \qquad \text{(V)}$$

Используя выражение (III), можно найти β_1:

$$\operatorname{tg}\beta_1=2R/\varphi-\operatorname{tg}\beta_2=2-\operatorname{tg}30°=1{,}4227.$$

$$\therefore\ \beta_1=54{,}9°.$$

Подставляя найденные значения в формулу (V), получим

$$c_x^2=1{,}4\times 287\times 0{,}49\,[289-c_x^2/(1{,}5\times 1005)]\times 0{,}5751^2=$$

$$=1{,}882\times 10^4-0{,}0432\,c_x^2.$$

$$\therefore\ c_x=134{,}3\ \text{м/с}.$$

Повышение полной температуры в ступени ΔT_0 теперь можно определить, используя уравнение для определения удельной работы:

$$\Delta W=C_p\Delta T_0=U\,(c_{y2}-c_{y1})=U\,(w_{y1}-w_{y2})=c_x^2\,(\operatorname{tg}\beta_1-\operatorname{tg}\beta_2)/\varphi.$$

$$\therefore\ \Delta T_0=c_x^2\,(\operatorname{tg}\beta_1-\operatorname{tg}\beta_2)/(\varphi C_p)=$$

$$=134{,}3^2\,(\operatorname{tg}54{,}9°-\operatorname{tg}30°)/(0{,}5\times 1005)=\mathbf{30{,}35°\ C}.$$

5.3. Каждая ступень осевого компрессора имеет реактивность 0,5, одинаковую окружную скорость на среднем диаметре и одинаковый угол выхода потока в относительном движении, равный 30°. Средний коэффициент расхода постоянен для всех ступеней и равен 0,5. При входе в первую ступень полная температура равна 278 К, полное давление 101,3 кПа, статическое давление 87,3 кПа и проходная площадь 0,372 м². Определить осевую скорость и массовый расход с учетом сжимаемости потока.

Найти также мощность на валу, необходимую для привода компрессора, если в нем шесть ступеней и механический КПД равен 0,99.

Решение. Примем, что поток, входящий в первую ступень, отклоняется во входном направляющем аппарате так, что угол потока в абсолютном движении составляет 30°, так же как и для всех остальных ступеней. Абсолютная скорость потока c_1 определяется из выражения для энтальпии по параметрам торможения

$$h_{01}=h_1+\frac{1}{2}c_1^2.$$

$$\therefore\ c_1^2=2C_p\,(T_{01}-T_1),$$

где

$$C_p=\gamma R/(\gamma-1),$$

а для уравнения изоэнтропийного процесса

$$T_1/T_{01}=(p_1/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}=(87{,}3/101{,}3)^{1/3{,}5}=0{,}9584.$$

$$\therefore\ c_1^2=2C_pT_{01}\,(1-T_1/T_{01})=2\times 1005\times 278\,(1-0{,}9584)=2{,}325\times 10^4,$$

$$c_1=152{,}5\ \text{м/с}.$$

Таким образом, осевая скорость

$$c_x=c_1\cos\alpha_1=152{,}5\cos 30°=\mathbf{132{,}1\ м/с}.$$

Используя уравнение неразрывности, находим массовый расход

$$\dot m=\varrho_1A_1c_x,$$

где

$$\varrho_1=p_1/(RT_1)=87{,}3\times 10^3/(287\times 0{,}9584\times 278)=1{,}1417\ \text{кг/м}^3.$$

$$\therefore\ \dot m=1{,}1417\times 0{,}372\times 132{,}1=\mathbf{56{,}1\ кг/с}.$$

Удельная работа сжатия газа в ступени

$$\Delta W=U\,(c_{y2}-c_{y1})=U\,(U-2c_x\operatorname{tg}\alpha_1)=U^2\,(1-2\varphi\operatorname{tg}\alpha_1),$$

так как для степени реактивности 0,5 треугольники скоростей симметричны.

$$\therefore\ \Delta W=(2\times 132{,}1)^2\,(1-\operatorname{tg}30°)=29{,}5\ \text{кДж/кг}.$$

Мощность на валу, необходимая для привода компрессора (включая механические потери),

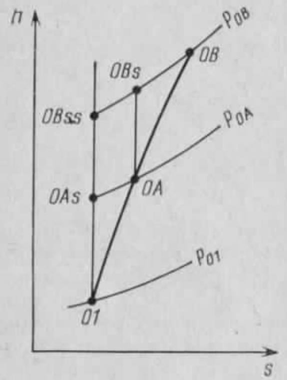
$$\dot W_c = n\dot m\Delta W/\eta_m,$$

где n — число ступеней; η_m — механический КПД.

Таким образом,

$$\dot W_c = 6\times 56,1\times 29,5\times 10^{-3}/0,99 = \mathbf{10,03\ МВт}.$$

5.4. Шестнадцатиступенчатый осевой компрессор имеет степень повышения давления 6,3. Испытания показали, что КПД ступени по параметрам торможения равный 0,9 может быть получен для каждой из шести ступеней первого отсека, а равный 0,89 для каждой из остальных десяти ступеней второго отсека. Найти КПД компрессора по параметрам торможения, предполагая постоянство работы сжатия в каждой ступени и считая ступени одинаковыми. При расходе 40 кг/с определить мощность, потребляемую компрессором. Принять полную температуру при входе 288 К.



Решение. На диаграмме Молье показан процесс сжатия в компрессоре. Степень повышения полного давления в компрессоре p_{0B}/p_{01} определяется как произведение степеней повышения давления в первых шести ступенях p_{0A}/p_{01} и в остальных десяти ступенях p_{0B}/p_{0A}, т. е.

$$p_{0B}/p_{01} = (p_{0A}/p_{01})\,(p_{0B}/p_{0A}) = 6,3. \tag{I}$$

Для удобства примем, что КПД ступеней этих двух отсеков равен политропным КПД (т. е. КПД бесконечно малой ступени) в каждом отсеке. С помощью уравнения (2.33) найдем отношение полных давлений, выраженное через отношение действительных полных температур и через политропный КПД:

при $\eta_p=0,9$ и $\gamma=1,4$

$$p_{0A}/p_{01} = (T_{0A}/T_{01})^{\gamma\eta_p/(\gamma-1)} = (T_{0A}/T_{01})^{3,15}; \tag{II}$$

при $\eta_p=0,89$ и $\gamma=1,4$

$$p_{0B}/p_{0A} = (T_{0B}/T_{0A})^{\gamma\eta_p/(\gamma-1)} = (T_{0B}/T_{0A})^{3,115}. \tag{III}$$

Так как работа сжатия каждой ступени принята постоянной, повышение полной температуры в каждой ступени $\Delta T_0=\mathrm{const}$ ($C_p=\mathrm{const}$). Обозначим $x=\Delta T_0/T_{01}$. Отношения температур для двух групп ступеней

$$T_{0A}/T_{01} = 6\Delta T_0/T_{01} + 1 = 1 + 6x \quad \text{и} \quad T_{0B}/T_{0A} = 10\Delta T_0/T_{0A} + 1 = 1 + 10x/(1+6x).$$

Используя эти отношения при подстановке уравнений (II) и (III) в выражение (I), получим

$$6,3 = (1+6x)^{3,15}\,[1 + 10x/(1+6x)]^{3,115} = (1+6x)^{3,15}\,[(1+16x)/(1+6x)]^{3,115} =$$
$$= (1+16x)^{3,115}\,(1+6x)^{0,035}.$$

Неизвестную величину x нельзя определить в явном виде. Это можно сделать методом подбора, как показано ниже.

x	0,049	0,050	0,051
$(1+16x)^{3,115}$	6,0687	6,2398	6,4142
$(1+6x)^{0,035}$	1,0091	1,0092	1,0094
Значение правой части	6,1237	6,2974	6,4744

Затем графическим способом определяем величину $x=0,05002$, соответствующую степени повышения давления 6,3. Используя диаграмму Молье, находим КПД компрессора по параметрам торможения

$$\eta_{tt} = (T_{0Bss} - T_{01})/(T_{0B} - T_{01}) = [(p_{0B}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1]\,T_{01}/(T_{0B} - T_{01}),$$

где

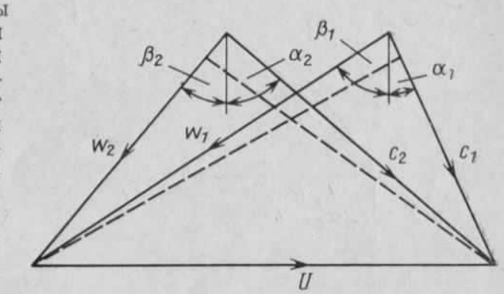
$$T_{0B} - T_{01} = 16\Delta T_0 = 16xT_{01}.$$

$$\therefore\ \eta_{tt} = [(p_{0B}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1]/(16x) = (6,3^{1/3,5} - 1)/(16\times 0,05002) =$$
$$= 0,6919/0,8003 = \mathbf{86,45\%}.$$

Мощность, потребляемая компрессором без учета механических потерь,

$$\dot W_c = \dot m C_p\,(T_{0B} - T_{01}) = \dot m C_p n\Delta T_0 = \dot m C_p n T_{01} x =$$
$$= 40\times 1005\times 16\times 0,05002\times 288\times 10^{-6} = \mathbf{9,266\ МВт}.$$

5.5. При некоторых рабочих условиях осевой компрессор имеет степень реактивности 0,6, коэффициент расхода 0,5 и коэффициент нагрузки ступени $\Delta h/U^2=0,35$. Предполагая, что углы выхода потока в каждом лопаточном ряду не изменяются при уменьшении массового расхода, определить степень реактивности и коэффициент нагрузки ступени при уменьшении расхода воздуха на 10% при постоянной окружной скорости. Построить треугольники скоростей для двух условий.



Описать вероятное поведение потока при дальнейшем уменьшении массового расхода воздуха.

Решение. Треугольники скоростей построены по векторам скоростей для двух условий (штриховые линии соответствуют уменьшенному массовому расходу). Следует отметить, что в соответствии с заданным допущением углы выхода потока из каждого лопаточного ряда остаются одинаковыми. По результатам испытаний компрессорных решеток такое допущение почти справедливо, чо только для малонагруженных лопаток с малым относительным шагом. Коэффициент нагрузки ступени

$$\psi = \Delta h_0/U^2 = \Delta W/U^2 = (c_{y2} - c_{y1})/U = (w_{y1} - w_{y2})/U = \varphi\,(\mathrm{tg}\,\beta_1 - \mathrm{tg}\,\beta_2). \tag{I}$$

Степень реактивности ступени определяем по уравнению (5.11):

$$R = \varphi\,\mathrm{tg}\,\beta_m = \varphi\,(\mathrm{tg}\,\beta_1 + \mathrm{tg}\,\beta_2)/2. \tag{II}$$

Решая выражения (I) и (II) относительно $\mathrm{tg}\,\beta_1$ и $\mathrm{tg}\,\beta_2$, получим

$$\mathrm{tg}\,\beta_1 = (R + \psi/2)/\varphi;\quad \mathrm{tg}\,\beta_2 = (R - \psi/2)/\varphi.$$

При первоначальном значении коэффициента расхода $\varphi=0,5$, $R=0,6$ и $\psi=0,35$ углы потока в относительном движении

$$\beta_1 = \mathrm{arctg}\,[(0,6 + 0,175)/0,5] = 57,17°;\quad \beta_2 = \mathrm{arctg}\,[(0,6 - 0,175)/0,5] = 40,36°.$$

Из треугольников скоростей

$$\mathrm{tg}\,\alpha_1 = 1/\varphi - \mathrm{tg}\,\beta_1; \tag{III}$$
$$\mathrm{tg}\,\alpha_2 = 1/\varphi - \mathrm{tg}\,\beta_2. \tag{IV}$$

При первоначальном коэффициенте расхода углы потока в абсолютном движении

$$\alpha_1 = \mathrm{arctg}\,[2 - 1,55] = 24,22°;\quad \alpha_2 = \mathrm{arctg}\,[2 - 0,85] = 49,0°.$$

Углы потока α_1 и β_2 приняты постоянными при различных коэффициентах расхода. Выразив коэффициент нагрузки ступени и степень реактивности через эти фиксированные углы и используя уравнения (III) и (IV), запишем уравнение (I) в виде

$$\psi = 1 - \varphi(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\beta_2) = 1 - \varphi(0,45 + 0,85) = 1 - 1,3\varphi,$$

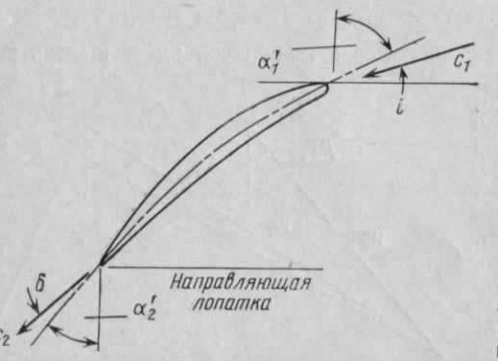
а уравнение (II) в виде

$$R = 0,5 - \varphi(\operatorname{tg}\alpha_1 - \operatorname{tg}\beta_2)/2 = 0,5(1 + 0,4\varphi).$$

Таким образом, при меньшем расходе

$$\varphi = 0,9 \times 0,5 = 0,45; \quad \mathbf{R = 0,59} \text{ и } \mathbf{\psi = 0,415}.$$

В случае дальнейшего уменьшения расхода при определенных условиях может произойти отрыв потока в решетках лопаток, вероятнее всего в рабочем колесе, так как рабочие лопатки более нагружены, чем направляющие (т. е. $R > 0,5$), с быстрым увеличением потерь полного давления на границе отрыва. Допущение постоянства угла выхода потока из каждого лопаточного ряда также может не соблюдаться, так как при отрыве потока происходит отделение потока от спинки лопатки.



5.6. В проектируемом компрессоре рабочее колесо имеет 59 лопаток со средней линией профиля, выполненной по дуге окружности. На среднем радиусе, равном 0,254 м, угол изгиба профиля лопаток 30°, угол установки 40° и хорда 30 мм. Найти, используя метод Хауэлла, расчетные углы выхода, отставания и входа потока. Можно использовать соотношение в виде разности тангенсов углов, предложенное Хауэллом для расчетных условий ($0 \leqslant \alpha_2^* \leqslant 40°$):

$$\operatorname{tg}\alpha_1^* - \operatorname{tg}\alpha^* = 1,55/(1 + 1,5s/l).$$

Определить расчетный коэффициент подъемной силы по заданному коэффициенту лобового сопротивления $C_D = 0,017$. По данным для относительного отклонения потока, приведенным на рис. 3.17, определить угол выхода потока и коэффициент подъемной силы при угле атаки $i = 1,8°$. Считать коэффициент лобового сопротивления неизменным и равным начальному.

Решение. Расчетный угол отставания потока δ^* можно определить непосредственно по заданной геометрии лопатки и относительному шагу s/l, используя уравнения (3.39) и (3.40), приведенные к виду

$$\delta^* = m\theta(s/l)^{1/2},$$

где $\theta = \alpha_1' - \alpha_2'$ — угол изгиба профиля; α_1' и α_2' — конструктивные углы лопатки соответственно при входе и выходе; $m = 0,23 + \alpha_2^*/500$; $\alpha_2^* = \alpha_2' + \delta^*$ — расчетный угол выхода потока. Для лопаток со средней линией профиля, выполненной по дуге окружности, конструктивные углы

$$\alpha_1' = \xi + \theta/2 = 40 + 30/2 = 55°;$$

$$\alpha_2' = \xi - \theta/2 = 40 - 30/2 = 25°,$$

где ξ — угол установки лопатки.

Относительный шаг на среднем радиусе

$$s/l = 2\pi r/(Zl) = 2\pi 0,254/(59 \times 0,03) = 0,9017.$$

Используя уравнение Хауэлла, найдем расчетный угол выхода потока

$$\alpha_2^* = \alpha_2' + \delta^* = 25 + (0,23 + \alpha_2^*/500)\,30\,(0,9017)^{1/2} = 25 + 6,552 + 0,057\alpha_2^*.$$

$$\therefore \alpha_2^* = 31,55/0,943 = \mathbf{33,46°};$$

$$\delta^* = \alpha_2^* - \alpha_2' = 33,46 - 25 = \mathbf{8,46°}.$$

Из соотношения Хауэлла для разности тангенсов углов

$$\operatorname{tg}\alpha_1^* = \operatorname{tg}\alpha_2^* + 1,55/(1 + 1,5s/l) = 0,6609 + 1,55/(1 + 1,5 \times 0,9017) = 1,320,$$

$$\alpha_1^* = \mathbf{52,85°}.$$

Таким образом, расчетные углы атаки и поворота

$$i^* = \alpha_1^* - \alpha_1' = 52,85° - 55° = -2,15°;$$

$$\varepsilon^* = \alpha_1^* - \alpha_2^* = 52,85° - 33,46° = 19,39°.$$

По уравнению (3.18) находим коэффициент подъемной силы для расчетных условий

$$C_L = 2(s/l)\cos\alpha_m^*(\operatorname{tg}\alpha_1^* - \operatorname{tg}\alpha_2^*) - C_D\operatorname{tg}\alpha_m^*;$$

$$\operatorname{tg}\alpha_m^* = (\operatorname{tg}\alpha_1^* + \operatorname{tg}\alpha_2^*)/2 = (1,32 + 0,6609)/2 = 0,9905;$$

$$\alpha_m^* = 44,73°;$$

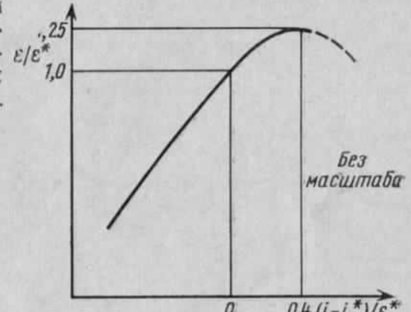
$$\cos\alpha_m^* = 0,7105.$$

$$\therefore C_L = 2 \times 0,9017 \times 0,7105 \times 0,659 - 0,017 \times 0,9905 = 0,8444 - 0,0168 = \mathbf{0,8276}.$$

На рис. 3.17 (см. эскиз) дана зависимость относительного угла поворота потока $\varepsilon/\varepsilon^*$ от относительного угла атаки $(i - i^*)/\varepsilon^*$, с помощью которой можно найти угол поворота потока ε' при любом произвольном угле атаки i (в определенных пределах) при известных значениях i^* и ε^*. При заданном угле атаки $i = 1,8°$

$$(i - i^*)/\varepsilon^* = (1,8 + 2,15)/19,39 = 0,2037.$$

$$\therefore \varepsilon/\varepsilon^* = 1,15 \text{ и } \varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2 = 22,3°.$$



Следовательно, углы потока

$$\alpha_1 = i + \alpha_1' = 1,8 + 55 = 56,8°,$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \varepsilon = 56,8 - 22,3° = \mathbf{34,5°}$$

и угол отставания потока $\delta = \alpha_2 - \alpha_2' = 34,5° - 25° = 9,5°$ (расчетный $\delta^* = 8,46°$).

Коэффициент подъемной силы при $i = 1,8°$ можно теперь подсчитать для значений $\operatorname{tg}\alpha_1 = 1,5282$, $\operatorname{tg}\alpha_2 = 0,6873$, $\operatorname{tg}\alpha_m = 1,1077$, $\alpha_m = 47,93°$ и $\cos\alpha_m = 0,6701$.

$$\therefore C_L = 2 \times 0,901 \times 0,6701 \times 0,8409 - 0,017 \times 1,1077 = \mathbf{0,9974}.$$

5.7. Предварительное проектирование осевого компрессора основано на упрощенном расчете по среднему диаметру. Принять, что компрессор состоит из одинаковых ступеней со следующими характеристиками каждой ступени.

Повышение температуры торможения	25° C
Степень реактивности	0,6
Коэффициент расхода	0,5
Окружная скорость	275 м/с

В компрессоре сжимается воздух с удельной теплоемкостью при постоянном давлении 1,005 кДж/(кг·°C). Приняв постоянной осевую скорость в ступени и равными абсолютные скорости при входе и выходе, определить углы потока в относительном движении для рабочего колеса.

Относительный шаг, принятый для этого компрессора, на среднем диаметре равен единице. Используя соотношение Хауэлла, определить приемлемый угол изгиба профиля в среднем по высоте рабочей лопатки сечения при нулевом угле атаки. При определении расчетного угла поворота потока воспользуемся соотношением разности тангенсов

$$\operatorname{tg}\beta_1^* - \operatorname{tg}\beta_2^* = 1{,}55/(1 + 1{,}5s/l)$$

для расчетных условий и данными рис. 3.17.

(*Указание.* Принять несколько значений θ в процессе расчета.)

Решение. Углы потока в относительном движении β_1 и β_2 удобно находить с помощью коэффициента нагрузки ступени ψ, степени реактивности ступени R и коэффициента расхода φ. Коэффициент нагрузки ступени определяется из уравнения (5.14а):

$$\psi = \Delta W/U^2 = C_p\,(T_{03} - T_{01})/U^2 = 1005 \times 25/275^2 = 0{,}3322. \quad \text{(I)}$$

В соответствии с треугольниками скоростей, рис. 5.2 (или ранее полученными решениями), так как $\Delta W = U\,(c_{y2} - c_{y1}) = U\,(w_{y1} - w_{y2})$, получим

$$\psi = (w_{y1} - w_{y2})/U = \varphi\,(\operatorname{tg}\beta_1 - \operatorname{tg}\beta_2), \quad \text{(Ia)}$$

где

$$\varphi = c_x/U.$$

Реактивность ступени компрессора по уравнению (5.11)

$$R = \varphi \operatorname{tg}\beta_m = \varphi\,(\operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\beta_2)/2. \quad \text{(II)}$$

Из уравнений (Ia) и (II)

$$\operatorname{tg}\beta_1 = (R + \psi/2)/\varphi = (0{,}6 + 0{,}3322/2)/0{,}5 = 1{,}532,$$

$$\operatorname{tg}\beta_2 = (R - \psi/2)/\varphi = (0{,}6 - 0{,}3322/2)/0{,}5 = 0{,}8678,$$

откуда

$$\boldsymbol{\beta_1 = 56{,}87°,\ \beta_2 = 40{,}95°.}$$

При нулевом угле атаки $\beta_1' = \beta_1 = 56{,}87°$. Угол изгиба профиля $\theta = \beta_1' - \beta_2 = \beta_1 - (\beta_2 - \delta) = \varepsilon + \delta$, где $\varepsilon = \beta_1 - \beta_2 = 15{,}92°$ — угол поворота потока и δ — угол отставания потока. Так как $\delta > 0$, $\theta > \varepsilon = 15{,}92°$. Приемлемое значение угла изгиба профиля может быть получено методом подбора; при этом принимается несколько значений θ и определяются соответствующие им значения ε, которые можно найти по графику Хауэлла — зависимость относительного угла поворота $\varepsilon/\varepsilon^*$ от относительного угла атаки $(i - i^*)/\varepsilon^*$, рис. 3.17. Величины ε^* и i^* должны быть подсчитаны для всех принятых значений θ.

Для упрощения расчета углы отставания должны быть определены по зависимостям Хауэлла $\delta^* = m\theta\,(s/l)^{1,2}$ при $m = \text{const} = 0{,}26$. Более точное выражение для m [уравнение (3.40а)] использовалось при решении предыдущей задачи. Отметим, что s/l равно единице,

$$\varepsilon^* = \beta_1^* - \beta_2^* = \beta_1' - (\beta_2' + \delta^*) = \theta - \delta^* = \theta - 0{,}26\theta = 0{,}74\theta.$$

$$\therefore\ \beta_2^* = \beta_1^* - \varepsilon^* = \beta_1' - 0{,}74\theta = 56{,}87 - 0{,}74\theta.$$

Из соотношения для разности тангенсов углов

$$\operatorname{tg}\beta_1^* = \operatorname{tg}\beta_2^* + 1{,}55/2{,}5 = \operatorname{tg}\,(56{,}87 - 0{,}74\theta) + 0{,}62.$$

Результаты расчета приведены ниже.

θ, °	20	22,5	25
$\delta^* = 0{,}26\theta$	5,2	5,85	6,5
$\beta_2' = \beta_1' - \theta$	36,87	34,37	31,37
$\beta_2^* = \beta_2' + \delta^*$	42,07	40,22	38,37
$\operatorname{tg}\beta_2^*$	0,9026	0,8457	0,7917
$\operatorname{tg}\beta_1^*$	1,5226	1,4657	1,4117
β_1^*	56,7	55,7	54,69
$i = \beta_1^* - \beta_1$	−0,166	−1,174	−2,182
$\varepsilon^* = \beta_1^* - \beta_2^*$	14,63	15,48	16,32
$(i - i^*)/\varepsilon^*$	0,0113	0,0758	0,1337
$\varepsilon/\varepsilon^*$ (по графику)	1,009	1,060	1,105
ε	14,76	16,4	18,03

Построив графическую зависимость θ от ε (или численным интерполированием), для $\varepsilon = 15{,}92°$ находим угол изгиба профиля $\theta = \mathbf{21{,}76°}$. Следует отметить, что по данным Хауэлла значение θ должно находиться в области $1{,}2\varepsilon^* < \theta < 1{,}8\varepsilon^*$. При $\varepsilon^* \approx 15°$ получим $18° < \theta < 27°$, т. е. найденная величина θ удовлетворяет этим условиям.

ГЛАВА 6

Трехмерное течение в осевых турбомашинах

6.1. Вывести уравнение радиального равновесия для несжимаемого потока с осесимметричной закруткой в кольцевом канале.

Воздух за входными направляющими лопатками осевого компрессора находится в радиальном равновесии. Распределение по радиусу окружной скорости соответствует закону свободного вихря. Абсолютные значения статического давления и температуры у втулки радиуса 0,3 м равны соответственно 94,5 кПа и 293 К. У корпуса радиуса 0,4 м абсолютное статическое давление составляет 96,5 кПа. Определить углы выхода потока из входного направляющего аппарата у втулки и корпуса, если абсолютное полное давление при входе равно 101,3 кПа. Считать поток невязким и несжимаемым. [Для воздуха принять $R = 0{,}287$ кДж/(кг·°C).]

Решение. Детальный вывод уравнения радиального равновесия приведен в книге «Механика жидкостей и газов. Термодинамика турбомашин», второе издание (FMTT2), поэтому здесь приведены только основные уравнения (для несжимаемого потока).

Выделенный в потоке элемент, находящийся в радиальном равновесии ($c_r = 0$), вращается вокруг оси на радиусе r с окружной составляющей скорости c_θ. Градиент статического давления

$$\frac{dp}{dr} = \varrho\,\frac{c_\theta^2}{r}. \quad \text{(I)}$$

Полное давление p_0 в несжимаемом потоке

$$p_0 = p + \frac{1}{2}\,\varrho c^2 = p + \frac{1}{2}\,\varrho\,\left(c_x^2 + c_\theta^2\right), \quad \text{(II)}$$

где c_x — осевая составляющая скорости c.

Дифференцируя уравнение (II) по радиусу и используя выражение (I), получим требуемое уравнение радиального равновесия в виде

$$\frac{1}{\varrho}\,\frac{dp_0}{dr} = c_x\,\frac{dc_x}{dr} + c_\theta\,\frac{dc_\theta}{dr} + \frac{c_\theta^2}{r} = c_x\,\frac{dc_x}{dr} + \frac{c_\theta}{r}\,\frac{d}{dr}\,(rc_\theta). \quad \text{(III)}$$

Входные направляющие лопатки осевого компрессора отклоняют осевой поток в окружном направлении, закручивая его по закону свободного вихря. Для свободного вихря $rc_\theta = K = \text{const}$. Находим отсюда c_θ и подставляем в уравнение (I)

$$\frac{1}{\varrho}\,\frac{dp}{dr} = \frac{K^2}{r^3}. \qquad \text{(IV)}$$

После интегрирования выражения (IV) от втулки до периферии получим

$$\frac{1}{\varrho}\,(p_t - p_h) = \frac{K^2}{2}\left(\frac{1}{r_h^2} - \frac{1}{r_t^2}\right). \qquad \text{(V)}$$

Граничные условия: $p = p_t = 96{,}5$ кПа при $r = r_t = 0{,}4$ м и $p = p_h = 94{,}5$ кПа,

$T = T_h = 293$ К при $r = r_h = 0{,}3$ м.

Находим ϱ и K:

$$\varrho = p_h/(RT_h) = 94{,}5 \times 10^3/(287 \times 293) = 1{,}124 \text{ кг/м}^3;$$

$$K^2 = \frac{2}{\varrho}\,\frac{(p_t - p_h)}{\left(1/r_h^2 - 1/r_t^2\right)} = \frac{2}{1{,}124}\,\frac{(96{,}5 - 94{,}5)\,10^3}{(1/0{,}3^2 - 1/0{,}4^2)} = 732{,}1.$$

$$\therefore\ K = rc_\theta = 27{,}06 \text{ м}^2/\text{с}.$$

Следовательно, c_θ можно рассчитать для любого радиуса r. Для определения углов потока необходимо знать c_x, которую можно найти из уравнения (II):

$$c_x^2 = 2\,(p_0 - p)/\varrho - (K/r)^2 = 2\,(101{,}3 - 94{,}5)\,10^3/1{,}124 - 732{,}1/0{,}3^2 = 3965.$$

$$\therefore\ c_x = 62{,}97 \text{ м/с} = \text{const на любом радиусе}$$

и

$$\operatorname{tg}\alpha_h = \frac{c_{\theta h}}{c_x} = \frac{27{,}06}{62{,}97 \times 0{,}3} = 1{,}432,$$

$$\operatorname{tg}\alpha_t = \frac{c_{\theta t}}{c_x} = \frac{27{,}06}{62{,}97 \times 0{,}4} = 1{,}074.$$

Таким образом, углы потока у втулки и периферии соответственно

$$\alpha_h = 55{,}08°,\ \alpha_t = 47{,}05°.$$

6.2. Ступень газовой турбины имеет абсолютное давление при входе 350 кПа и температуру 565° С, скорость газа при входе мала и в расчете не учитывается. На среднем радиусе 0,36 м параметры ступени следующие.

Угол выхода потока из соплового аппарата, °	68
Абсолютное статическое давление за сопловым аппаратом, кПа	207
Степень реактивности ступени	0,2

Определить коэффициент расхода и коэффициент нагрузки ступени на среднем радиусе и степень реактивности у втулки радиуса 0,31 м при расчетной частоте вращения ротора 8000 об/мин, приняв, что ступень спрофилирована по закону свободного вихря. Допускается отсутствие потерь. Опишите (прокомментируйте) полученные вами результаты.

[Принять $C_p = 1{,}148$ кДж/(кг · °С) и $\gamma = 1{,}33$].

Решение. Все необходимые данные для построения треугольников скоростей известны, по которым определяем коэффициент расхода и коэффициент нагрузки ступени.

Принимая течение в сопловом аппарате адиабатным, без трения, при $r = r_m = 0{,}36$ м, получим $\alpha_2 = 68°$, $p_2 = 207$ кПа, $R = 0{,}2$, $T_{01} = T_{02} = 838$ К и $p_{01} = p_{02} = 350$ кПа. Так как $h_{02} = h_2 + \frac{1}{2}\,c_2^2$,

$$c_2^2 = 2C_p\,(T_{02} - T_2) = 2C_pT_{02}\left[1 - (p_2/p_{02})^{(\gamma-1)/\gamma}\right] = 2 \times 1148 \times 838 \times$$

$$\times \left[1 - (207/350)^{0{,}248}\right] = 23{,}51 \times 10^4.$$

$$\therefore\ c_2 = 484{,}9 \text{ м/с}.$$

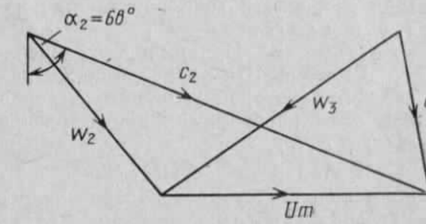
Окружная скорость на среднем радиусе

$$U_m = (2\pi N/60)\,r_m = (2\pi 8000/60)\,0{,}36 = 301{,}6 \text{ м/с}.$$

Следовательно, коэффициент расхода на среднем радиусе

$$\varphi_m = c_x/U_m = c_2\cos\alpha_2/U_m = 484{,}9 \times \cos 68°/301{,}6.$$

$$\therefore\ \varphi_m = \mathbf{0{,}6023}.$$



Треугольники скоростей на среднем радиусе

Степень реактивности ступени (если $c_1 = c_3$)

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} = \frac{h_2 - h_3}{h_{01} - h_{03}}.$$

$$\therefore\ 1 - R = \frac{h_{01} - h_{03} - h_2 + h_3}{h_{01} - h_{03}} = \frac{c_2^2 - c_3^2}{2U\,(c_{\theta 2} + c_{\theta 3})} = \frac{c_{\theta 2} - c_{\theta 3}}{2U}. \qquad \text{(I)}$$

На среднем радиусе

$$c_{\theta 2} - c_{\theta 3} = 2U_m\,(1 - R_m) = 2 \times 301{,}6 \times 0{,}8 = 482{,}6 \text{ м/с};$$

$$c_{\theta 2} = c_2\sin\alpha_2 = 484{,}9\sin 68° = 449{,}6 \text{ м/с}.$$

$$\therefore\ c_{\theta 3} = -33{,}0 \text{ м/с}.$$

Коэффициент нагрузки ступени на среднем радиусе

$$\psi_m = \Delta W/U_m^2 = (c_{\theta 2} + c_{\theta 3})/U_m = (449{,}6 - 33)/301{,}6.$$

$$\therefore\ \psi_m = \mathbf{1{,}381}.$$

Из уравнения (I) степень реактивности на любом радиусе

$$R = 1 - (c_{\theta 2} - c_{\theta 3})/(2U).$$

Для закона свободного вихря $c_{\theta 2} = K_2/r$, $c_{\theta 3} = K_3/r$ и окружная скорость $U = \Omega r$. Подставляя $c_{\theta 2}$, $c_{\theta 3}$ и U, получим

$$R = 1 - k/(r/r_m)^2,$$

где

$$k = (K_2 - K_3)/2\Omega r_m^2.$$

Параметр k определяется из условия $R = 0{,}2$ при $r = r_m$. Тогда $R = 1 - 0{,}8/(r/r_m)^2$. Степень реактивности у втулки на радиусе $r = r_h = 0{,}31$ м

$$R_h = 1 - 0{,}8/0{,}861^2 = \mathbf{-0{,}079}.$$

При отрицательной степени реактивности в рабочем колесе у корня происходит торможение потока (т. е. $w_3 < w_2$), которое вследствие больших потерь полного давления в турбинной решетке приводит к уменьшению КПД. Таким образом, распределение параметров потока за ступенью будет неудовлетворительным, и это может привести к снижению КПД последующих ступеней. Поэтому необходимо проектировать турбину с положительной степенью реактивности у корня.

6.3. Газ поступает в сопловой аппарат ступени осевой турбины с постоянным полным давлением и постоянной скоростью c_1 и выходит из соплового аппарата с постоянным углом α_2. Абсолютная скорость потока при выходе из ротора c_3 направлена точно по оси на всех радиусах. Используя теорию радиального равновесия и полагая отсутствие потерь полного давления, показать, что

$$\left(c_3^2 - c_1^2\right)/2 = U_m c_{\theta m2}\left[1 - (r/r_m)^{\cos^2\alpha_2}\right],$$

где U_m — окружная скорость на среднем радиусе; $c_{\theta m2}$ — окружная составляющая скорости потока при выходе из соплового аппарата на среднем радиусе, т. е. при $r = r_m$.

(*Указание*. При выводе уравнения принять приближенно $c_3 \approx c_1$ при $r = r_m$.)

Решение. Эта задача, так же как и следующая, является примером прямой задачи, в которой угол потока определяется как некоторая функция радиуса, при этом необходимо найти распределение составляющих скорости потока $c_x(r)$ и $c_\theta(r)$.

В этой задаче существенное — это понять, что при изменении удельной работы по радиусу полное давление p_{03} при выходе из ступени также изменяется. Удельная работа несжимаемого газа при отсутствии трения для ступени турбины определяется по уравнению (4.2)

$$\Delta W = (p_{02} - p_{03})/\varrho = (p_{01} - p_{03})/\varrho = Uc_{\theta 2}, \qquad \text{(I)}$$

где

$$p_{01} = p_1 + \frac{1}{2}\varrho c_1^2 \text{ и } p_{03} = p_3 + \frac{1}{2}\varrho c_3^2.$$

Если нет закрутки потока при входе и выходе в ступени, то $dp/dr = 0$, $p_1 = \text{const}$ и $p_3 = \text{const}$. Таким образом, из уравнения (I)

$$Uc_{\theta 2} = \frac{1}{2}\left(c_1^2 - c_3^2\right) + k, \qquad \text{(II)}$$

где $k = (p_1 - p_3)/\varrho$. Из выражения (6.22)

$$\frac{c_{\theta 2}}{c_{\theta m2}} = \left(\frac{r}{r_m}\right)^{-\sin^2\alpha_2}$$

(аналогичный вывод этого уравнения дан в задаче 6.4).

$$\therefore \frac{Uc_{\theta 2}}{U_m c_{\theta m2}} = \frac{r}{r_m}\frac{c_{\theta 2}}{c_{\theta m2}} = \left(\frac{r}{r_m}\right)^{\cos^2\alpha_2}. \qquad \text{(III)}$$

Подставляя уравнение (III) в выражение (II), получим

$$U_m c_{\theta m2}\left(\frac{r}{r_m}\right)^{\cos^2\alpha_2} = \frac{1}{2}\left(c_1^2 - c_3^2\right) + k.$$

Поскольку скорость $c_1 = c_3$ при $r = r_m$, постоянная $k = U_m c_{\theta m2}$. Окончательно

$$\left(c_3^2 - c_1^2\right)/2 = U_m c_{\theta m2}\left[1 - (r/r_m)^{\cos^2\alpha_2}\right].$$

6.4. Газ выходит из незакрученного соплового аппарата турбины под углом α, отсчитываемым от оси турбины, при радиальном равновесии. Показать, что изменение осевой скорости от корня к периферии при постоянстве полного давления удовлетворяет уравнению

$$c_x r^{\sin^2\alpha} = \text{const}.$$

Определить осевую скорость на радиусе 0,6 м, если на радиусе 0,3 м осевая скорость равна 100 м/с. Угол выхода потока α равен 45°.

Решение. В несжимаемом потоке полное давление $p_0 = p + \frac{1}{2}\varrho c^2$. Дифференцируя это выражение по радиусу r и предполагая $p_0 = \text{const}$, получим

$$\frac{1}{\varrho}\frac{dp}{dr} + c\frac{dc}{dr} = 0. \qquad \text{(I)}$$

Для закрученного потока при условии радиального равновесия

$$\frac{1}{\varrho}\frac{dp}{dr} = \frac{c_\theta^2}{r}. \qquad \text{(II)}$$

Из уравнений (I) и (II) получаем другую форму записи уравнения радиального равновесия

$$\frac{c_\theta^2}{r} + c\frac{dc}{dr} = 0. \qquad \text{(III)}$$

Отмечая, что $c_\theta = c_x \operatorname{tg}\alpha$, $c = c_x \sec\alpha$, и подставляя эти выражения в формулу (III), получаем

$$\frac{c_x^2}{r}\operatorname{tg}^2\alpha + c_x\frac{dc_x}{dr}\sec^2\alpha = 0.$$

После упрощения и разделения переменных

$$\frac{dc_x}{c_x} = -\sin^2\alpha\frac{dr}{r}.$$

Интегрирование при постоянном угле потока α дает

$$c_x r^{\mathrm{cin}^2\alpha} = \text{const}.$$

Подставляя $r = 0{,}6$ м и $\sin^2\alpha = 0{,}5$, получаем

$$c_x = 100\,(0{,}3/0{,}6)^{0{,}5} = \mathbf{70{,}7\ м/с}.$$

6.5. Поток при входе и выходе из ротора одноступенчатого осевого компрессора находится в радиальном равновесии. Распределение окружных составляющих абсолютной скорости по радиусу задано в виде:

перед ротором

$$c_{\theta 1} = ar - b/r;$$

при выходе из ротора

$$c_{\theta 2} = ar + b/r,$$

где a и b — постоянные. Как изменяется подведенная работа по радиусу?

Вывести зависимости распределения осевой скорости перед ротором и за ним, приняв поток несжимаемым и радиальный градиент полного давления равным нулю.

На среднем радиусе $r = 0{,}3$ м и коэффициент нагрузки ступени $\psi = \Delta W/U_t^2 = 0{,}3$, степень реактивности 0,5 и осевая скорость 150 м/с. Частота вращения ротора 7640 об/мин. Определить углы потока при входе в ротор и выходе из него на радиусе 0,24 м при заданном отношении втулки к периферии, равном 0,5. Принять осевую скорость вдоль оси ротора на среднем радиусе постоянной ($c_{x1} = c_{x2}$ при $r = 0{,}3$ м).

(*Указание*. ΔW — удельная работа, U_t — окружная скорость на периферии.)

Решение. Удельная работа, подведенная к потоку, определяется из уравнения (5.1):

$$\Delta W = U\left(c_{\theta 2} - c_{\theta 1}\right).$$

Подставляя в него выражения для окружной скорости в виде $U=\Omega r$ и для окружных составляющих абсолютных скоростей, получим

$$\Delta W = \Omega r\,(2b/r) = 2b\Omega = \mathrm{const}.$$

Таким образом, подведенная работа постоянна по радиусу. Покажем, что при постоянном поле полного давления на входе в ротор и при $\Delta W=\mathrm{const}$ полное давление за ротором будет постоянно, если течение происходит без трения или распределение потерь постоянно по радиусу.

Из уравнения радиального равновесия (6.8) при $p_0=\mathrm{const}$

$$\frac{d}{dr}\,(c_x^2/2) + \frac{c_\theta}{r}\,\frac{d}{dr}\,(rc_\theta) = 0.$$

Распределение закрутки потока по радиусу при входе в ротор описывается уравнением

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{c_{x1}^2}{2}\right) + (a - b/r^2)\,2ar = 0.$$

После интегрирования получаем

$$\frac{c_{x1}^2}{2} = \int\left(\frac{2ab}{r} - 2a^2r\right)dr = 2ab\ln r - a^2r^2 + k_1/2.$$

Таким образом, распределение осевой скорости по радиусу при входе в ротор и выходе из него соответственно

$$c_{x1}^2 = k_1 - 2a^2\,[r^2 - (2b/a)\ln r]; \qquad \text{(I)}$$

$$c_{x2}^2 = k_2 - 2a^2\,[r^2 + (2b/a)\ln r], \qquad \text{(II)}$$

где k_1 и k_2 — постоянные.

Чтобы определить углы потока на радиусе r, необходимо найти четыре постоянные a, b, k_1 и k_2. Коэффициент нагрузки ступени, постоянный по радиусу (так как $\Delta W = \mathrm{const}$),

$$\psi = \frac{\Delta W}{U_t^2} = \frac{(c_{\theta 2} - c_{\theta 1})_t}{U_t} = \frac{2b}{r_tU_t} = \frac{2b}{\Omega r_t^2} = 0{,}3.$$

$$\therefore\ b = 0{,}15\Omega r_t^2. \qquad \text{(III)}$$

Степень реактивности определяем из уравнения (5.11):

$$R = c_x\,(\mathrm{tg}\,\beta_1 + \mathrm{tg}\,\beta_2)/(2U) = 1 - (c_{\theta 1} + c_{\theta 2})/(2U).$$

На среднем радиусе r_m степень реактивности 0,5, следовательно, в соответствии с уравнениями закрутки, приведенными в условии задачи,

$$(c_{\theta 2} + c_{\theta 1})_m = U_m = 2ar_m. \qquad \text{(IV)}$$

При $U_m=\Omega r_m$

$$a = \Omega/2. \qquad \text{(IVa)}$$

Угловая скорость $\Omega = 2\pi N/60 = 2\pi 7640/60 = 800$ рад/с.

Средний радиус r_m — средняя арифметическая величина (иногда используют другие средние значения), т. е. $r_m = \dfrac{1}{2}\,(r_t + r_h)$.

Отсюда $r_t = 2r_m/(1 + r_h/r_t) = 2 \times 0{,}3/(1 + 0{,}5) = 0{,}4$ м.

Таким образом, с помощью уравнений (IVa) и (III) получим $a=400$ и $b=19{,}2$. Из уравнений (I) и (II) при $c_{x1}=c_{x2}=150$ м/с на радиусе $r=r_m=0{,}3$ м

$$k_1 = c_{x_1}^2 + 2a^2\,[r^2 - 2\,(b/a)\ln r] = 150^2 + 2 \times 400^2\,[0{,}3^2 - 0{,}096\ln 0{,}3] = 8{,}829 \times 10^4;$$

$$k_2 = 150^2 + 2 \times 400^2\,[0{,}3^2 + 0{,}096\ln 0{,}3] = 1{,}431 \times 10^4.$$

Следовательно, при $r=0{,}24$ м

$$c_{x_1}^2 = 8{,}829 \times 10^4 - 32\times 10^4\,[0{,}24^2 - 0{,}096\ln 0{,}24] = 2{,}601 \times 10^4.$$

$$\therefore\ c_{x1} = 161{,}3\ \text{м/с}.$$

$$c_{x_2}^2 = 1{,}431 \times 10^4 - 32 \times 10^4\,[0{,}24^2 + 0{,}096\ln 0{,}24] = 3{,}972 \times 10^4.$$

$$\therefore\ c_{x2} = 199{,}3\ \text{м/с}.$$

Из уравнений распределения по радиусу закрутки потока при $r=0{,}24$ м

$$c_{\theta 1} = ar - b/r = 400 \times 0{,}24 - 19{,}2/0{,}24 = 16\ \text{м/с};$$

$$c_{\theta 2} = ar + b/r = 400 \times 0{,}24 + 19{,}2/0{,}24 = 176\ \text{м/с}.$$

Для ступени осевого компрессора из треугольников скоростей (рис. 5.2) при $r=0{,}24$ м

$$\mathrm{tg}\,\beta_1 = (\Omega r - c_{\theta 1})/c_{x1} = (800 \times 0{,}24 - 16)/161{,}3 = 1{,}091;$$

$$\mathrm{tg}\,\beta_2 = (\Omega r - c_{\theta 2})/c_{x2} = (800 \times 0{,}24 - 176)/199{,}3 = 0{,}0803.$$

Углы потока в относительном движении при входе в ротор и выходе из него при $r=0{,}24$ соответственно равны

$$\beta_1 = \mathbf{47{,}5^\circ} \ \text{и}\ \beta_2 = \mathbf{4{,}59^\circ}.$$

6.6. Ступень осевой турбины спроектирована на основе закона свободного вихря за сопловым аппаратом и с нулевой закруткой потока за рабочим колесом. Газ поступает в ступень с температурой торможения 1000 К, массовым расходом 32 кг/с; диаметры ступени у корня и на периферии соответственно 0,56 и 0,76 м, частота вращения ротора 8000 об/мин. Степень реактивности ступени на периферии равна 0,5, осевая скорость постоянна и составляет 183 м/с. Скорости газа, поступающего в ступень и на выходе из нее, равны.

Определить:

I) максимальную скорость потока при выходе из соплового аппарата;

II) максимальное число М в ступени по абсолютной скорости;

III) степень реактивности у корня;

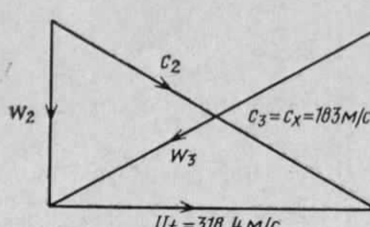
IV) полезную мощность ступени;

V) полную и статическую температуры при выходе из ступени.

[Принять $R=0{,}287$ кДж/(кг·°С) и $C_p=1{,}147$ кДж/(кг·°С)].

Решение. Согласно упрощающему допущению осевая скорость постоянна как по тракту ступени, так и по радиусу.

I. Так как $rc_{\theta 2} = K=\mathrm{const}$, скорость будет наибольшей у втулки на радиусе $r=r_h=0{,}28$ м. На периферии на радиусе $r=r_t=0{,}38$ м степень реактивности $R=0{,}5$ (треугольники скоростей симметричны), и абсолютная скорость потока при выходе $c_3=c_x=183$ м/с. При $\Omega=2\pi N/60=\pi\times\times 8000/30=837{,}8$ рад/с окружная скорость на периферии $U_t=\Omega r_t=318{,}4$ м/с. Треугольники скоростей у периферии, построенные по этим значениям, показаны ниже.



Из треугольников скоростей на периферии $c_{\theta 2r} = U_t$. Следовательно, $c_{\theta 2h} = c_{\theta 2t} r_t / r_h = 318{,}4 \times 0{,}38/0{,}28 = 432{,}1$ м/с. Максимальная скорость при выходе из соплового аппарата

$$c_{2h} = \left(c_{\theta 2h}^2 + c_x^2\right)^{1/2} = (432{,}1^2 + 183^2)^{1/2} = \mathbf{469{,}3} \text{ м/с}.$$

II). Максимальное число Маха по абсолютной скорости за сопловым аппаратом также получается у втулки $r = r_h$:

$$M_{2\max}^2 = c_{2h}^2 / (\gamma R T_{2h}),$$

где $T_{2h} = T_{01} - c_{2h}^2/(2C_p) = 1000 - 469{,}3^2/(2 \times 1147) = 904$ К;

$$\gamma = C_p/(C_p - R) = 1147/(1147 - 287) = 1{,}334.$$

$$\therefore\ M_{2\max} = 469{,}3/(1{,}334 \times 287 \times 904)^{1/2} = \mathbf{0{,}798}.$$

III). Для ступени осевой турбины (при $c_1 = c_3$) степень реактивности по уравнению (4.22с)

$$R = 1 + (c_{\theta 3} - c_{\theta 2})/2U.$$

При $c_{\theta 3} = 0$ (осевом выходе потока) $c_{\theta 2} = K/r$ и $U = \Omega r$.

$$\therefore\ R = 1 - K/(2\Omega r^2) = 1 - k/r^2.$$

На периферии $r = r_t$ степень реактивности $R = R_t = 0{,}5$, а $k = 0{,}5 r_t^2$. Следовательно, степень реактивности у корня

$$R_h = 1 - 0{,}5\,(r_t/r_h)^2 = 1 - 0{,}5\,(0{,}38/0{,}28)^2 = \mathbf{0{,}079}.$$

IV). Для ступени турбины, спрофилированной по закону свободного вихря, удельная работа постоянна по радиусу. На периферии

$$c_{\theta 3} = 0,\ c_{\theta 2} = U_t \text{ и } \Delta W = U_t^2.$$

Таким образом, мощность ступени

$$\dot{W}_t = \dot{m}\Delta W = \dot{m} C_p (T_{01} - T_{03}) = \dot{m} U_t^2 = 32 \times 318{,}4^2 = \mathbf{3{,}244} \text{ МВт}.$$

V). Полная и статическая температуры потока при выходе из ступени

$$T_{03} = T_{01} - \Delta W/C_p = T_{01} - U_t^2/C_p = 1000 - 318{,}4^2/1147 = 1000 - 88{,}39 =$$

$$= \mathbf{911{,}6\ К}$$

и

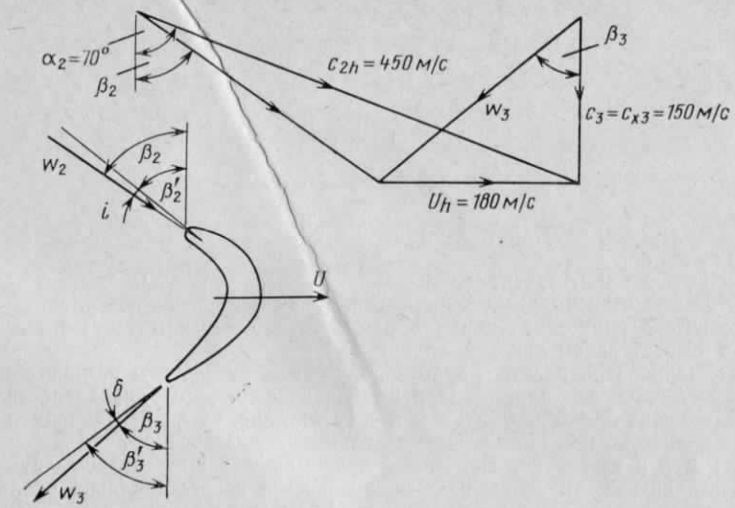
$$T_3 = T_{03} - c_3^2/(2C_p) = 911{,}6 - 183^2/(2 \times 1147) = \mathbf{897\ К}.$$

6.7. Рабочие лопатки ступени осевой турбины длиной 100 мм спроектированы так, что газ, выходя из соплового аппарата, поступает на рабочие лопатки с углом атаки 3°. Поток между сопловым аппаратом и рабочим колесом распределяется по закону свободного вихря. При выходе из рабочего колеса абсолютная скорость равна 150 м/с, направлена по оси на всех радиусах. Угол отставания потока для рабочих лопаток составляет 5°, а для сопловых — 0° на всех радиусах. Втулка радиусом 0,2 м задана со следующими параметрами.

Угол выхода из соплового аппарата, °	70
Окружная скорость, м/с	180
Скорость газа, выходящего из соплового аппарата, м/с	450

Приняв, что осевая скорость газа постоянная в ступени, определить:
I) конструктивный угол выхода из соплового аппарата на периферии;
II) конструктивный угол входа в рабочее колесо у втулки и на периферии;
III) конструктивный угол выхода из рабочего колеса у втулки и на периферии;
IV) степень реактивности у корня и на периферии.

Объяснить, почему важно иметь положительную степень реактивности в ступени турбины?



Решение. Сначала определим из треугольников скоростей углы входа и выхода потока у втулки и на периферии, затем найдем конструктивные углы лопаток соответствующим корректированием углов потока на заданные углы атаки и отставания. Треугольники скоростей у втулки показаны на рисунке.

Из условий, принятых при проектировании рабочих лопаток, углы потока и конструктивные углы связаны соотношениями: при положительном угле атаки $i = \beta_2 - \beta_2'$, и положительном угле отставания $\delta = \beta_3' - \beta_3$.

I). Окружная составляющая абсолютной скорости у втулки $c_{\theta 2h} = c_{2h} \sin \alpha_{2h} = 450 \sin 70° = 422{,}9$ м/с. Для свободно-вихревого потока $r_t c_{\theta 2t} = r_h c_{\theta 2h}$.

$$\therefore\ c_{\theta 2t} = c_{\theta 2h} r_h / r_t = 422{,}9 \times 2/3 = 281{,}9 \text{ м/с}.$$

$$\therefore\ \operatorname{tg} \alpha_{2t} = c_{\theta 2t}/c_x = 281{,}9/150 = 1{,}879.$$

$\therefore\ \boldsymbol{\alpha_{2t} = \alpha_{2t}' = 62°}$, так как угол отставания потока в сопловом аппарате равен нулю.

II). Из треугольника скоростей у втулки

$$\operatorname{tg} \beta_{2h} = (c_{\theta 2h} - U_h)/c_x = (422{,}9 - 180)/150 = 1{,}619.$$

$$\therefore\ \beta_{2h} = 58{,}3°.$$

Конструктивный угол входа рабочих лопаток у втулки

$$\beta_{2h}' = \beta_{2h} - i = 58{,}3 - 3 = \mathbf{55{,}3°}.$$

Аналогично на периферии рабочих лопаток

$$\operatorname{tg} \beta_{2t} = (c_{\theta 2t} - U_t)/c_x = (281{,}9 - 180 \times 3/2)/150 = 0{,}0793.$$

$$\therefore\ \beta_{2t} = 4{,}54°,$$

$$\beta_{2t}' = 4{,}54 - 3 = \mathbf{1{,}54°}.$$

III). Из треугольника скоростей у втулки

$$\operatorname{tg} \beta_{3h} = U_h/c_x = 180/150 = 1{,}2.$$

$$\therefore\ \beta_{3h} = 50{,}19°;$$

$$\therefore\ \boldsymbol{\beta_{3h}'} = \beta_{3h} + \delta = \mathbf{55{,}19}.$$

Также на периферии

$$\operatorname{tg}\beta_{3t} = U_t/c_x = 1{,}5 \times 180/150 = 1{,}8;$$

$$\beta_{3t} = 60{,}95°.$$

$$\therefore\ \beta'_{3t} = \mathbf{65{,}95°}.$$

IV). Для турбинной ступени ($c_1 = c_3$) при постоянной осевой скорости через ступень степень реактивности определяется из уравнения (4.20)

$$R = c_x(\operatorname{tg}\beta_3 - \operatorname{tg}\beta_2)/(2U).$$

У втулки

$R_h = 150(1{,}2 - 1{,}619)/360 = \mathbf{-0{,}175}$,

на периферии

$R_t = 150(1{,}8 - 0{,}079)/540 = \mathbf{0{,}478}$.

Положительная степень реактивности в турбинной ступени позволяет избежать больших потерь полного давления в рабочем колесе, вызываемых торможением потока в относительном движении.

Примечание. При решении задачи полученные результаты незначительно отличаются от принятых данных. При выходе из соплового аппарата осевая скорость $c_{x2} = c_2\cos\alpha_2 = 450\cos 70 = 153{,}9$ м/с (у втулки), тогда как заданная осевая скорость равна 150 м/с. Но это несоответствие несущественно.

6.8. Ротор и статор ступени осевой турбомашины представлены двумя эквивалентными вихревыми дисками, расположенными последовательно вдоль оси с координатами $x=0$ и $x=\delta$ соответственно. Диаметры втулки и периферии постоянны, и отношение радиусов втулки и периферии $r_h/r_t = 0{,}5$. Для рассматриваемого отдельно диска, эквивалентного ротору, на большом расстоянии перед ним осевая скорость 100 м/с, а за ним 150 м/с на постоянном радиусе $r = 0{,}75r_t$. Для изолированного диска, эквивалентного статору, на большом расстоянии перед ним осевая скорость 150 м/с, а за диском 100 м/с на том же радиусе $r = 0{,}75r_t$. Подсчитать и нанести на график изменение осевой скорости в пределах $-0{,}5 \leqslant x/r_t \leqslant 0{,}6$ на заданных радиусах как для изолированных дисков, так и для дисков, расположенных на расстоянии δ, при:

I) $\delta = 0{,}1r_t$; II) $\delta = 0{,}25r_t$; III) $\delta = r_t$.

Решение. Изменение осевой скорости c_x на расстоянии x от изолированного вихревого диска (размещенного с координатой $x=0$ внутри цилиндрического канала) на постоянном радиусе r найдем из уравнения (6.43), в приближенном виде:

при $x \leqslant 0$

$$c_x = c_{x\infty 1} - \frac{1}{2}\left(c_{x\infty 1} - c_{x\infty 2}\right)\exp\left(\pi x/(r_t - r_h)\right); \qquad \text{(I)}$$

при $x \geqslant 0$

$$c_x = c_{x\infty 2} + \frac{1}{2}\left(c_{x\infty 1} - c_{x\infty 2}\right)\exp\left(-\pi x/(r_t - r_h)\right), \qquad \text{(II)}$$

где $c_{x\infty 1}$, $c_{x\infty 2}$ — осевые скорости на большом расстоянии соответственно перед диском и за ним.

Для ротора $c_{x\infty 1} = 100$ м/с, $c_{x\infty 2} = 150$ м/с при $r/r_t = 0{,}75$ и $r_h/r_t = 0{,}5$. Подставляя эти величины в приведенные уравнения, получим:

при $x \leqslant 0$

$$c_x = 100 + 25\exp(2\pi x/r_t);$$

при $x \geqslant 0$

$$c_x = 150 - 25\exp(-2\pi x/r_t).$$

Значения c_x приведены ниже и на рис. 6.8, *а*.

x/r_t	$-0{,}5$	$-0{,}3$	$-0{,}2$	$-0{,}1$	0	0,1	0,2	0,3	0,5
c_x, м/с	101,1	103,8	107	113,4	125	136,7	143	146,2	148,9

Результаты расчета изолированного статора не приведены, так как они такие же, как для ротора, но при начале отсчета, соответствующего расположению статора.

Если два вихревых диска расположены рядом, то на поток будет сказываться их взаимное влияние. Эффект будет зависеть от соответствующих значений $c_{x\infty 1}$ и $c_{x\infty 2}$ для каждого диска. В задаче второй диск, эквивалентный решетке направляющих лопаток, расположен на расстоянии $x=\delta$. На большом расстоянии до диска, эквивалентного статору, осевая скорость при $r/r_t = 0{,}75$ такая же, как и на большом расстоянии за диском, эквивалентном ротору, и обозначена $c_{x\infty 2}$. Точно так же на большом расстоянии за диском, эквивалентном статору, осевая скорость при $r/r_t = 0{,}75$ равна осевой скорости на большом расстоянии до диска, эквивалентного ротору, и обозначена $c_{x\infty 1}$.

Осевая скорость для второго изолированного диска:

при $x \leqslant \delta$

$$c_x = c_{x\infty 2} - \frac{1}{2}\left(c_{x\infty 2} - c_{x\infty 1}\right)\exp\left[\pi(x-\delta)/(r_t - r_h)\right], \qquad \text{(III)}$$

при $x \geqslant \delta$

$$c_x = c_{x\infty 1} + \frac{1}{2}\left(c_{x\infty 2} - c_{x\infty 1}\right)\exp\left[-\pi(x-\delta)/(r_t - r_h)\right]. \qquad \text{(IV)}$$

Подставляя значения $c_{x\infty 1}$, $c_{x\infty 2}$ и r_h/r_t, получим:

при $x \leqslant \delta$

$$c_x = 150 - 25\exp\left[2\pi(x-\delta)/r_t\right];$$

при $x \geqslant \delta$

$$c_x = 100 + 25\exp\left[-2\pi(x-\delta)/r_t\right].$$

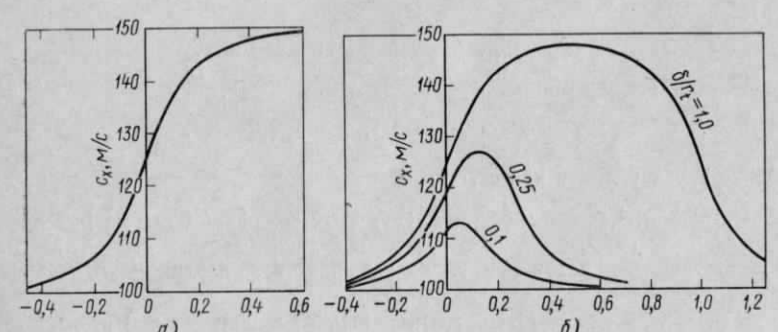
Изменение осевой скорости для двух дисков, размещенных в соответствующих местах, находим из уравнений (6.48), (6.49) и (6.50):

при $x \leqslant 0$

$$c_x = 100 + 25\left[\exp(2\pi x/r_t) - \exp(2\pi(x-\delta)/r_t)\right];$$

при $0 \leqslant x \leqslant \delta$

$$c_x = 150 - 25\left[\exp(-2\pi x/r_t) + \exp(2\pi(x-\delta)/r_t)\right];$$



Изменение осевой скорости по оси машины:

а — в точке $X=0$ для $r/r_t = 0{,}75$; *б* — для двух вихревых дисков, разделенных расстоянием δ, один диск размещен в начале координат при $\delta \leqslant x$

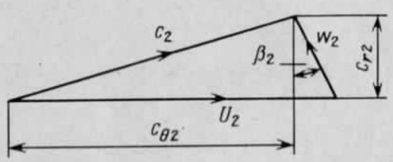
$$c_x = 100 + 25\,[\exp(-2\pi(x-\delta)/r_t) - \exp(-2\pi x/r_t)].$$

По этим уравнениям изменение осевой скорости для трех значений $\delta/r_t = 0{,}1$, 0,25 и 1,0 было подсчитано и показано графически.

ГЛАВА 7

Центробежные компрессоры и насосы

Указание. В задачах 7.1—7.5 принять газовую постоянную $R=287$ Дж/(кг·°C) и $\gamma=1{,}4$. В задачах 7.1—7.4 принять давление и температуру по параметрам торможения при входе в компрессор соответственно равными 101,3 кПа и 288 К.



7.1. Воздух поступает в рабочее колесо центробежного компрессора с абсолютной скоростью 100 м/с, имеющей осевое направление. В относительном движении воздух выходит из ротора под углом 26°36′, отсчитываемым от радиального направления. Радиальная составляющая скорости 120 м/с, а окружная скорость на периферии радиальных лопаток 500 м/с. Определить мощность, необходимую для привода компрессора, если расход воздуха 2,5 кг/с и механический КПД 95%. Подсчитать диаметр входа, если поток при входе несжимаемый и относительный радиус входа в рабочее колесо равен 0,3. Определить степень повышения полного давления в компрессоре, если КПД по параметрам торможения 80%, приняв, что скорость при выходе из диффузора пренебрежимо мала.

Решение. Удельная работа, необходимая для сжатия воздуха при отсутствии закрутки потока при входе в рабочее колесо, $\Delta W = h_{03} - h_{01} = U_2 c_{\theta 2}$.

Из треугольника скоростей (см. рисунок) при выходе из рабочего колеса

$$c_{\theta 2} = U_2 - c_{r2}\,\mathrm{tg}\,\beta_2 = 500 - 120\,\mathrm{tg}\,26{,}6° = 440 \text{ м/с}.$$

$$\therefore\ \Delta W = 440 \times 500 = 220 \text{ кДж/кг}.$$

Мощность, затраченная на сжатие воздуха (т. е. без учета механических потерь),

$$\dot W_c = \dot m \Delta W = 2{,}5 \times 220 = 550 \text{ кВт}.$$

Следовательно, полная мощность

$$P = \dot W_c/\eta_m = 550/0{,}95 = \mathbf{578{,}9\ кВт}.$$

Уравнение неразрывности при $c_{x1} = c_1$

$$\dot m = \varrho_1 A_1 c_1 = \pi \varrho_1 \left(r_{s1}^2 - r_{h1}^2\right) c_1 = \pi \varrho_1 c_1 r_{s1}^2\,[1 - (r_{h1}/r_{s1})^2].$$

Если допустить, что поток при входе несжимаемый, плотность ϱ_1 можно определить по полному давлению и температуре:

$$\varrho_1 = \varrho_{01} = p_{01}/(RT_{01}) = 1{,}013 \times 10^5/(287 \times 288) = 1{,}226 \text{ кг/м}^3.$$

$$\therefore\ r_{s1}^2 = \dot m/\{\pi \varrho_1 c_1\,[1 - (r_h/r_{s1})^2]\} = 2{,}5/(\pi \times 1{,}226 \times 100 \times 0{,}91) = 0{,}7135 \times 10^{-2}.$$

$$\therefore\ d_{s1} = \mathbf{169\ мм}.$$

КПД компрессора по параметрам торможения [из уравнения (7.20)]

$$\eta_c = \frac{h_{03ss} - h_{01}}{h_{03} - h_{01}} = C_p T_{01}\,[(p_{03}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1]/\Delta W.$$

$$\therefore\ \frac{p_{03}}{p_{01}} = \left(1 + \frac{\eta_c \Delta W}{C_p T_{01}}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} = \left(1 + \frac{0{,}8 \times 220 \times 10^3}{1005 \times 288}\right)^{3{,}5} = 1{,}608^{3{,}5} = \mathbf{5{,}273}.$$

7.2. Окружная скорость на периферии рабочего колеса центробежного компрессора равна 366 м/с. Определить число Маха потока в абсолютном движении при выходе из рабочего колеса с радиальными лопатками, если радиальная составляющая скорости при выходе из колеса равна 30,5 м/с, а коэффициент скольжения 0,9. Определить массовый расход, если проходная площадь при выходе из колеса 0,1 м², а КПД рабочего колеса по параметрам торможения 0,9.

Решение. Число Маха по абсолютной скорости при выходе из колеса [уравнение (7.24)]

$$\mathrm{M}_2 = c_2/a_2 = c_2/(\gamma R T_2)^{1/2},$$

где c_2 и T_2 — неизвестные параметры. Из треугольника скоростей при выходе из рабочего колеса

$$c_2^2 = c_{\theta 2}^2 + c_{r2}^2 = (\sigma_s U_2)^2 + c_{r2}^2 = (0{,}9 \times 366)^2 + 30{,}5^2 = 1{,}094 \times 10^5.$$

Из уравнения (7.1) для удельной работы и выражения для коэффициента скольжения

$$\Delta W = \sigma_s U_2^2 = h_{02} - h_{01} = C_p (T_{02} - T_{01}) = C_p (T_2 - T_{01}) + \frac{1}{2} c_2^2.$$

$$\therefore\ T_{02} = T_{01} + \sigma_s U_2^2/C_p = 288 + 0{,}9 \times 366^2/1005 = 408 \text{ К},$$

$$\therefore\ T_2 = T_{02} - \frac{1}{2} c_2^2/C_p = 408 - \frac{1}{2} \times 1{,}094 \times 10^5/1005 = 353{,}5 \text{ К}.$$

Таким образом,

$$\mathrm{M}_2 = [1{,}094 \times 10^5/(1{,}4 \times 287 \times 353{,}5)]^{1/2} = 0{,}8778.$$

Массовый расход $\dot m = \varrho_2 A_2 c_{r2}$, где плотность $\varrho_2 = p_2/(RT_2)$. Статическое давление p_2 определяем, найдя сначала степень повышения полного давления в колесе p_{02}/p_{01}, а затем отношение p_2/p_{02} из уравнения изоэнтропы, выраженного через температуру и давление.

Таким образом, КПД колеса по параметрам торможения

$$\eta_i = \frac{T_{02s} - T_{01}}{T_{02} - T_{01}} = \frac{(p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{T_{02}/T_{01} - 1}.$$

$$\therefore\ \frac{p_{02}}{p_{01}} = [1 + \eta_i (T_{02}/T_{01} - 1)]^{3{,}5} = \left[1 + 0{,}9 \times \left(\frac{408}{288} - 1\right)\right]^{3{,}5} = 3{,}047.$$

$$\frac{p_2}{p_{02}} = \left(\frac{T_2}{T_{02}}\right)^{\gamma(\gamma-1)} = \left(\frac{353{,}5}{408}\right)^{3{,}5} = 1/1{,}154^{3{,}5} = 1/1{,}651.$$

$$\therefore\ p_2 = \frac{p_2}{p_{02}}\,\frac{p_{02}}{p_{01}}\,p_{01} = \frac{3{,}047}{1{,}651} \times 101{,}3 = 186{,}95 \text{ кПа}.$$

$$\dot m = p_2 A_2 c_{r2}/(RT_2) = 186{,}95 \times 10^3 \times 0{,}1 \times 30{,}5/(287 \times 353{,}5) = \mathbf{5{,}6202}\ \text{кг/с}.$$

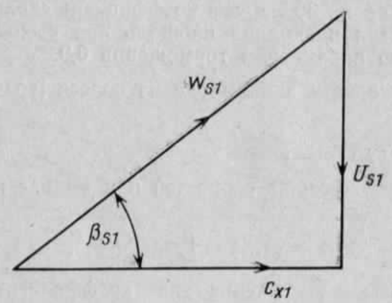
7.3. При входе в рабочее колесо центробежного компрессора отношение радиуса втулки к наружному 0,4, максимальное число Маха в относительном движении 0,9, поток в абсолютном движении однороден и имеет осевое направление.

Определить оптимальную частоту вращения при заданном максимальном расходе 4,536 кг/с. Определить наружный диаметр входа в рабочее колесо и отношение осевой скорости к окружной на этом диаметре. Для облегчения расчетов можно воспользоваться рис. 7.4.

Решение. Для сжимаемого потока соотношение между массовым расходом, частотой вращения и параметрами потока на наружном диаметре входа в рабочее колесо выражено уравнением (7.11)

$$0,6598\times 10^{-8}\,\frac{\dot m\Omega^2}{k}=\frac{M_{r1}^2\sin^2\beta_{s1}\cos\beta_{s1}}{\left(1+0,2M_{r1}^2\cos^2\beta_{s1}\right)^4},$$

где $\gamma=1,4$; $R=287$ Дж/(кг·°C); $p_{01}=101,3$ кПа; $T_{01}=288$ К. Затем для определения максимального массового расхода вместо того, чтобы использовать соответствующую кривую на рис. 7.4, для большей точности продифференцируем правую часть уравнения относительно $\cos\beta_{s1}$, приравняв результат нулю. Приняв $x=\cos\beta_{s1}$, $M_{r1}=0,9$, после дифференцирования получим



$$(1+0,162x^2)(1-3x^2)=1,296x^2(1-x^2).$$

$$\therefore\ 0,81x^4-4,134x^2+1=0.$$

Решая это квадратичное уравнение, находим единственный действительный корень

$$x^2=0,2546.$$

$$\therefore\ \cos\beta_{s1}=\sqrt{0,2546}=0,5046,$$

$$\therefore\ \beta_{s1}=59,7^\circ.$$

Следовательно,

$$\Omega^2=\frac{0,729\times 10^8\times\sin^2 59,7^\circ\times\cos 59,7^\circ\times 0.84}{0,6598\times 4,536\,(1+0,162\times\cos^2 59,7)^4}=6,547\times 10^6\ (\text{рад/с})^2.$$

$$\therefore\ \Omega=2559\ \text{рад/с}=\mathbf{24\,430\ об/мин}.$$

Из уравнения неразрывности массовый расход

$$\dot m=\rho_1A_1c_{x1}=\pi\rho_1 k r_{s1}^2c_{x1},$$

где $k=1-0,4^2=0,84$, а ρ_1 (для относительно высоких чисел Маха) определяем, используя теорию для сжимаемого газа. Из треугольника скоростей при входе (см. рисунок)

$$w_{s1}=c_{x1}\sec\beta_{s1}.$$

Так как

$$M_{r1}=w_{s1}/a_1\ \text{и}\ M_1=c_{x1}/a_1,$$

$$\therefore\ M_1=M_{r1}\cos\beta_{s1}=0,9\times 0,5046=0,4541.$$

Используя соотношения для сжимаемого потока, получим

$$T_{01}/T_1=1+\frac{1}{2}(\gamma-1)M_1^2=1+0,2\times 0,4541^2=1,0412;$$

$$c_{x1}=M_1a_1=M_1\sqrt{\gamma RT_1}=0,4541\,(1,4\times 287\times 288/1,0412)^{1/2}=151,4\ \text{м/с};$$

$$\rho_1=\rho_{01}\,(T_1/T_{01})^{1/(\gamma-1)}=\rho_{01}\,(1/1,0412)^{2,5}=\rho_{01}/1,106.$$

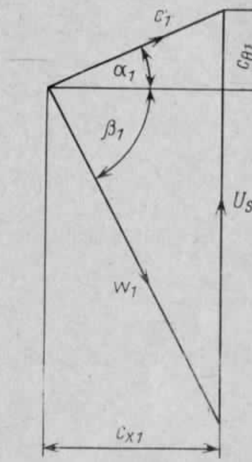
Таким образом,

$$r_{s1}^2=\frac{\dot m}{\pi\rho_1kc_{x1}}=\frac{\dot mRT_{01}\times 1,106}{\pi p_{01}kc_{x1}}=\frac{4,536\times 287\times 288\times 1,106}{\pi\times 1,013\times 10^5\times 0,84\times 151,4}=1,024\times 10^{-2}.$$

$$\therefore\ d_{s1}=\mathbf{202,4\ мм}.$$

Отношение осевой скорости к окружной на наружном диаметре при входе в рабочее колесо

$$c_{x1}/U_{s1}=\operatorname{ctg}\beta_{s1}=\mathbf{0,5844}.$$



7.4. Экспериментальный центробежный компрессор имеет направляющий аппарат, спрофилированный по закону свободного вихря, который уменьшает скорость воздуха в относительном движении при входе в рабочее колесо. На наружном радиусе при входе в колесо воздух выходит из направляющего аппарата со скоростью 91,5 м/с под углом 20° к оси. Определить число Маха по относительной скорости при входе и КПД колеса по параметрам торможения, полагая, что потери на трение в направляющем аппарате отсутствуют.

Ниже приведены остальные параметры и условия работы компрессора.

Наружный диаметр входа в колесо, м	0,457
Наружный диаметр колеса, м	0,762
Коэффициент скольжения	0,9
Радиальная составляющая скорости при выходе из колеса, м/с	53,4
Частота вращения колеса, об/мин	11000
Статическое давление при выходе из колеса, кПа (абс)	223

Решение. Входной направляющий аппарат уменьшает скорость w_1 входа в рабочее колесо в относительном движении, отклоняя поток на угол α_1. При этом окружная составляющая скорости $c_{\theta 1}$ направлена в сторону вращения рабочих лопаток (см. треугольник скоростей при входе). Искомое число Маха по относительной скорости (наибольшее на наружном диаметре)

$$M_{1rel}=w_1/a_1.$$

Из треугольника скоростей при входе

$$w_1^2=(U_{s1}-c_{\theta 1})^2+c_{x1}^2;$$

$$a_1^2=\gamma RT_1;$$

$$T_1=T_{01}-\frac{1}{2}c_1^2/C_p=288-\frac{1}{2}\times 91,5^2/1005=283,8\ \text{К}.$$

$$\therefore\ a_1=(1,4\times 287\times 283,8)^{1/2}=337,7\ \text{м/с}.$$

Окружная скорость на наружном диаметре при входе в рабочее колесо

$$U_{s1}=\Omega r_{s1}=11000\,(\pi/30)\,0,457/2=263,2\ \text{м/с};$$

$$c_{\theta 1}=c_1\sin\alpha_1=91,5\sin 20^\circ=31,3\ \text{м/с}.$$

$$\therefore\ w_1=\left(U_{s1}^2-2U_{s1}c_{\theta 1}+c_1^2\right)^{1/2}=(263,2^2-2\times 263,2\times 31,3+91,5^2)^{1/2}=247,3\ \text{м/с}.$$

$$\therefore\ M_{1rel}=247,3/337,7=\mathbf{0,7324}.$$

КПД рабочего колеса по параметрам торможения (см. решение задачи 7.2)

$$\eta_i = \frac{(p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{T_{02}/T_{01} - 1}.$$

Из уравнения (7.1) удельная работа

$$\Delta W = C_p(T_{02} - T_{01}) = U_2 c_{\theta 2} - U_1 c_{\theta 1}.$$

$$\therefore \frac{T_{02}}{T_{01}} - 1 = \frac{\sigma U_2^2 - U_1 c_{\theta 1}}{C_p T_{01}};$$

$$U_2 = (r_2/r_{s1})\,U_{s1} = (0,762/0,457)\,263,2 = 438,9 \text{ м/с};$$

$$\frac{T_{02}}{T_{01}} - 1 = (0,9 \times 438,9^2 - 263,2 \times 31,3)/(1005 \times 288) = 0,5704.$$

Степень повышения полного давления в рабочем колесе

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{p_2}{p_{01}}\,\frac{p_{02}}{p_2} = \frac{p_2}{p_{01}}\left(\frac{T_{02}}{T_2}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}.$$

Так как $T_{02} = T_2 + \frac{1}{2}\,c_2^2/C_p$.

$$\therefore T_2/T_{02} = 1 - c_2^2/(2C_pT_{02}) = 1 - \left(c_{\theta 2}^2 + c_{r2}^2\right)/(2C_pT_{02}),$$

$$c_{\theta 2} = \sigma U_2 = 0,9 \times 438,9 = 395 \text{ м/с},$$

$$T_{02} = 1,5704 \times 288 = 452,3 \text{ К}.$$

$$\therefore T_2/T_{02} = 1 - (395^2 + 53,4^2)/(2 \times 1005 \times 452,3) = 0,8252,$$

$$\eta_i = \frac{(T_{02}/T_2)\,(p_2/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{T_{02}/T_{01} - 1} = \frac{(1/0,8252)\,(223/101,3)^{1/3,5} - 1}{0,5704} = 0,9084.$$

7.5. Центробежный компрессор выполнен с безлопаточным диффузором, без входного направляющего аппарата, рабочее колесо имеет 21 радиальную при выходе лопатку. При входе в компрессор параметры полного торможения равны 100 кПа (абс.) и 300 К.

I). Приняв массовый расход 2,3 кг/с, окружную скорость на наружном диаметре колеса 500 м/с и механический КПД 96%, найти мощность на валу. Использовать уравнение (7.18а) для определения коэффициента скольжения.

II). Определить полное давление и статическое при выходе из диффузора, если скорость в этом сечении 100 м/с, а КПД по параметрам торможения 82%.

III). Степень реактивности, которую можно вычислить так же, как и для осевого компрессора по уравнению (5.10б), равна 0,5; абсолютная скорость потока при входе в рабочее колесо 150 м/с, КПД диффузора 84%. Найти полное давление и статическое, число Маха по абсолютной скорости и радиальную составляющую скорости при выходе из рабочего колеса.

IV). Определить КПД рабочего колеса по параметрам торможения.

V). Оценить отношение радиусов при входе в диффузор и выходе из него, принимая условие сохранения момента количества движения.

VI). Найти приемлемую частоту вращения рабочего колеса, приняв ширину канала рабочего колеса при выходе равной 6 мм.

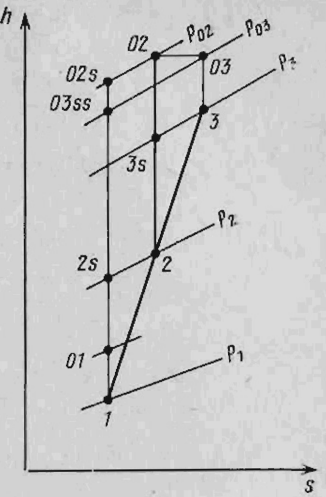
Решение. I) Для рабочего колеса с радиальными лопатками $\beta_2' = 0$ и коэффициент скольжения согласно уравнению (7.18а) $\sigma_s = 1 - 0,63\pi/21 = 0,9057$.

Мощность на валу

$$P = \dot{W}_c/\eta_m = \dot{m}\,(h_{03} - h_{01})/\eta_m;$$

$$h_{03} - h_{01} = U_2 c_{\theta 2} = \sigma_s U_2^2 = 0,9057 \times 500^2 = 226,4 \text{ кДж/кг}.$$

$$\therefore P = 2,3 \times 226,4/0,96 = \mathbf{542,5\ кВт}.$$



II). КПД центробежного компрессора по параметрам торможения

$$\eta_c = \frac{h_{03ss} - h_{01}}{h_{03} - h_{01}} = \frac{C_pT_{01}\,(T_{03ss}/T_{01} - 1)}{\sigma_s U_2^2};$$

$$\frac{T_{03ss}}{T_{01}} = \left(\frac{p_{03}}{p_{01}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}; \quad C_pT_{01} = \frac{a_{01}^2}{\gamma - 1}.$$

$$\therefore \frac{p_{03}}{p_{01}} = [1 + (\gamma - 1)\,\eta_c\sigma_s U_2^2/a_{01}^2]^{\gamma/(\gamma-1)} =$$

$$= \left[1 + \frac{0,4 \times 0,82 \times 2,264 \times 10^5}{1,4 \times 287 \times 300}\right]^{3,5} = 5,365,$$

$$\therefore p_{03} = \mathbf{536,5\ кПа}.$$

$$\frac{p_{03}}{p_3} = \left(\frac{T_{03}}{T_3}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} = \left[\frac{T_{03}}{T_{03} - c_3^2/(2C_p)}\right]^{\gamma/(\gamma-1)} =$$

$$= 1/[1 - c_3^2/2h_{03}]^{\gamma/(\gamma-1)},$$

$$h_{03} = (h_{03} - h_{01}) + h_{01} = 226,4 + 1,005 \times 300 = 52,79 \text{ кДж/кг}.$$

$$\therefore p_3 = 536,5\,[1 - 100^2/(2 \times 527,9 \times 10^4)]^{3,5} = \mathbf{518,9\ кПа}.$$

III). При выходе из рабочего колеса число Маха по абсолютной скорости $M = c_2/a_2$, где скорость звука $a_2 = \sqrt{(\gamma - 1)\,h_2}$. Энтальпию h_2 и скорость c_2 находим следующим образом. Из определения степени реактивности

$$R = (h_2 - h_1)/(h_3 - h_1) = 0,5 \text{ и } h_3 - h_1 = h_{03} - h_{01} + \frac{1}{2}(c_1^2 - c_3^2) =$$

$$= \left[226,4 + \frac{1}{2}(22,5 - 10)\right] = 232,7 \text{ кДж/кг}.$$

$$\therefore h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(h_3 - h_1) = 116,4 \text{ кДж/кг}.$$

Итак, $h_2 = \left(h_{01} - \frac{1}{2}\,c_1^2\right) + (h_2 - h_1) = 301,5 - 11,25 + 116,4 = 406,7$ кДж/кг.

Так как $h_{02} = h_{03}$

$$c_2^2 = 2\,(h_{03} - h_2) = 2\,[(h_{03} - h_{01}) + (h_{01} - h_2)] =$$

$$= 2\,(226,4 + 301,5 - 406,7) \times 10^3 = 242,4 \times 10^3.$$

Таким образом,

$$M_2 = [242,4/(0,4 \times 406,7)]^{1/2} = \mathbf{1,221}.$$

КПД диффузора по уравнению (5.10б)

$$\eta_d = \frac{h_{3s} - h_2}{h_3 - h_2} = \frac{h_2\,(T_{3s}/T_2 - 1)}{h_3 - h_2} = \frac{h_2\,[(p_3/p_2)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1]}{h_3 - h_2}.$$

$$\therefore \frac{p_3}{p_2} = [1 + \eta_d\,(h_3 - h_2)/h_2]^{\gamma/(\gamma-1)} = [1 + 0,84 \times 116,4/406,7]^{3,5} = 2,126.$$

$$\therefore p_2 = 518,9/2,126 = \mathbf{244,1\ кПа}.$$

$$\frac{p_{02}}{p_2} = \left(\frac{T_{02}}{T_2}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} = \left(\frac{h_{03}}{h_2}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} = \left(\frac{527,9}{406,7}\right)^{3,5} = 2,492,$$

$$\therefore p_{02} = \mathbf{608,2\ кПа}.$$

Из треугольника скоростей для наружного диаметра рабочего колеса

$$c_{r2}^2 = c_2^2 - c_{\theta2}^2 = c_2^2 - (\sigma_s U_2)^2 = 242,4\times10^3 - (0,9057\times500)^2 = 37,33\times10^3,$$

$$c_{r2} = 193,2 \text{ м/с}.$$

IV). КПД рабочего колеса по параметрам торможения

$$\eta_i = \frac{h_{02s}-h_{01}}{h_{02}-h_{01}} = \frac{h_{01}[(p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}-1]}{h_{03}-h_{01}} = \frac{301,5\,(6,082^{1/3,5}-1)}{226,4} = 0,899.$$

V). При условии сохранения момента количества движения

$$rc_\theta = \text{const и}$$

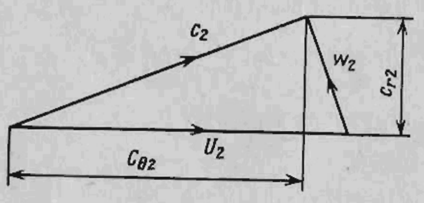
$$\frac{r_2}{r_3} = \frac{c_{\theta3}}{c_{\theta2}} \doteq \frac{c_3}{\sigma_s U_2} = \frac{100}{0,9057\times500} = 0,2208.$$

VI). Частота вращения рабочего колеса $\Omega = U_2/2\pi r_2$. Наружный радиус рабочего колеса определяем из уравнения неразрывности $\dot m = \varrho_2 A_2 c_{r2}$ (где $A_2 = 2\pi r_2 b_2$) и из уравнения состояния.
Таким образом,

$$\varrho_2 = \frac{p_2}{RT_2} = \frac{\gamma p_2}{(\gamma-1)\,h_2} = \frac{3,5\times244,1\times10^3}{406,7\times10^3} = 2,101 \text{ кг/м}^3,$$

$$\Omega = U_2\varrho_2 b_2 c_{r2}/\dot m = 500\times2,101\times0,006\times193,2/2,3 = 529,5 \text{ об/с} = 31\,770 \text{ об/мин}.$$

7.6. Центробежный водяной насос предназначен для перекачки воды на высоту 18,0 м. Падение напора вследствие трения во всасывающей и нагнетающей трубах диаметром 0,15 м превышает динамический напор соответственно в 2,25 и 7,5 раз. Рабочее колесо диаметром 0,25 м с восемью лопатками, загнутыми назад под углом $\beta_2' = 60°$, при отношении радиусов 0,45 вращается с частотой 1450 об/мин. Изменением осевой ширины рабочего колеса обеспечивается постоянство радиальной скорости на всех радиусах. Осевая ширина равна 20 мм при выходе из колеса. Принимая гидравлический КПД равным 0,82 и полный КПД равным 0,72, определить:



I) объемный расход;

II) коэффициент скольжения, используя метод Буземанна;

III) конструктивный угол входа рабочих лопаток из условия нулевого угла атаки;

IV) мощность, необходимую для привода насоса.

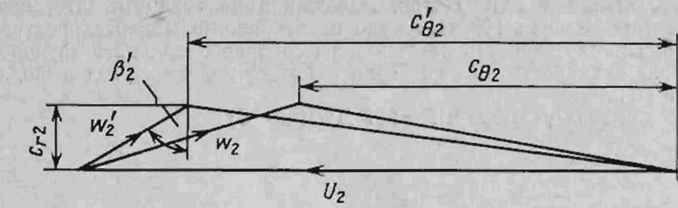
Решение. I). Действительный напор H насоса определяется как разность давлений между выходным и входным его фланцами. Он равен статическому напору H_s, определяемому как разность уровней между двумя открытыми резервуарами с учетом внешних потерь напора, которые состоят из потерь на трение во всасывающей и нагнетательной трубах и потерь кинетической энергии при выходе из нагнетательной трубы. Таким образом, $H = H_s + (2,25+7,5+1)c^2/(2g)$, где средняя скорость в трубах диаметра d

$$c = 4Q/(\pi d^2) = 4Q/(\pi 0,15^2) = 56,59Q \text{ м/с}.$$

$$\therefore H = 18 + 10,75\,(56,59Q)^2/19,62 = 18 + 1755Q^2 \text{ м}.$$

Теоретический напор $H_i = U_2 c_{\theta2}/g$, а гидравлический КПД насоса

$$\eta_h = \frac{H}{H_i} = \frac{gH}{U_2 c_{\theta2}} = \frac{gH}{U_2^2\sigma_B\,(c_{\theta2}/U_2)}.$$



Коэффициент скольжения σ_B по Буземанну, наиболее часто применяющийся в расчетах насосов,

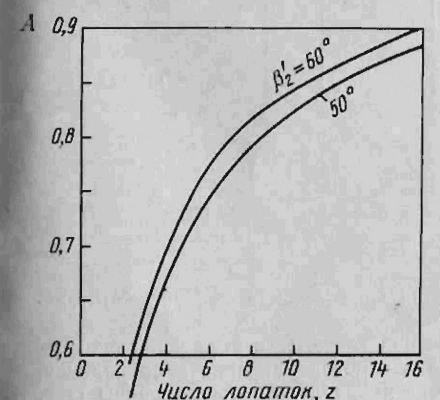
$$\sigma_B = c_{\theta2}/c'_{\theta2} = (A - B\varphi_2\,\mathrm{tg}\,\beta_2')/(1-\varphi_2\,\mathrm{tg}\,\beta_2'),$$

где A и B — постоянные коэффициенты, определяемые геометрией насоса; β_2' — конструктивный угол выхода лопаток рабочего колеса; $\varphi_2 = c_{r2}/U_2$.

Окружная скорость на наружном диаметре $U_2 = \pi ND_2/60 = \pi1450+0,25/60 = 18,98$ м/с.

$$\therefore \varphi_2 = Q/(\pi D_2 b_2 U_2) = 4Q/(\pi 0,02\times18,98) = 3,351Q.$$

Для этого колеса отношение радиусов $r_2/r_1 = 2,222$ достаточно большое (т. е. больше $\exp(2\pi\cos\beta_2'/Z) = 1,481$ [см. уравнение (7.17 с)]. Коэффициент B принимаем равным единице, а A можно найти графическим интерполированием зависимости, приведенной на рис. 7.10. Таким образом, при $\beta_2' = 60°$ и $Z = 8$ величина $A = 0,818$ с достаточной степенью точности. После подстановок



$$\eta_h = \frac{gH}{U_2^2\,(0,818 - 1,732\varphi_2)},$$

$H = \eta_h U_2^2(0,818 - 3,351\times1,732Q)/g = 8 + 1755Q^2 = 0,82\times18,98^2(0,818-5,804Q)/9,81$.
После упрощения $Q^2 + 0,0996Q - 0,00378 = 0$.
$\therefore Q = 0,02932$ м³/с $=$ **29,32 дм³/с**.

II). При определенном объемном расходе коэффициент скольжения по Буземанну определяется легко. Итак, $\varphi_2 = 3,351\times0,0293 = 0,09825$.

$\therefore \sigma_B = (0,818 - 0,09825\times1,732)/(1 - 0,09825\times1,732) = 0,6478/0,8298 =$ **0,7807**.

III). Угол входа рабочих лопаток β_1' для нулевого угла атаки определяется из выражения

$$\mathrm{ctg}_1' = c_{r1}/U_1 = (c_{r2}/U_2)\,(r_2/r_1) = \varphi_2 r_2/r_1 = 0,09825/0,45 = 0,2183,$$

так как для этого насоса $c_{r1} = c_{r2} = c_r$.
Таким образом, $\beta_1' =$ **77,68°**.

IV). Необходимая мощность

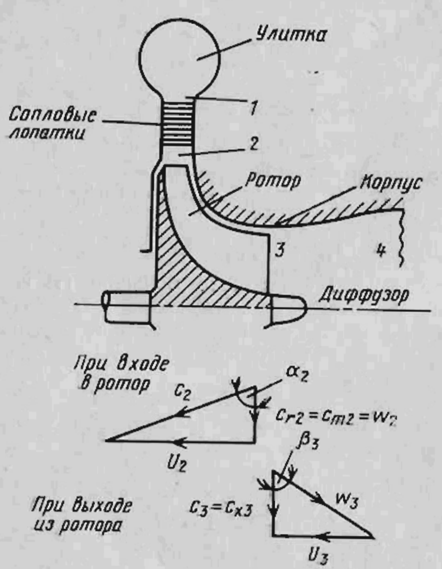
$$\dot W_p = \varrho QgH/\eta = \varrho Qg\,(18 + 1755Q^2)/\eta = 29,32\times9,81\times19,51/0,72 = \mathbf{7,794\ кВт}.$$

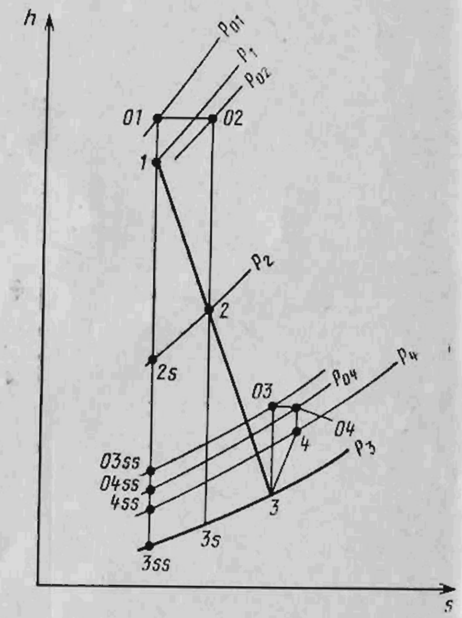
ГЛАВА 8

Радиальные турбины

8.1. Малоразмерная центростремительная турбина, включающая кольцевой сопловой аппарат, рабочее колесо с радиальными лопатками и осевой диффузор, работает на расчетном режиме с КПД, по параметрам торможения равным 0,9. Полное давление и температура торможения при входе в турбину соответственно равны 400 кПа и 1140 К. Поток, выходящий из турбины, затормаживается в диффузоре до давления 100 кПа и до пренебрежимо малой скорости при выходе из него. Приняв скорость истечения из соплового аппарата звуковой, определить окружную скорость на периферии рабочего колеса и угол выхода потока из соплового аппарата.

Принять для газа $\gamma=1{,}333$ и $R=287$ Дж/(кг·°С).





Решение. На рисунке показано меридиональное сечение центростремительной турбины и диффузора и даны треугольники скоростей при входе в ротор и выходе из него, соответствующие расчетной точке. При этих условиях скорость w_2 в относительном движении при входе в ротор направлена по радиусу, а абсолютная скорость c_3 при выходе из ротора направлена по оси турбины (т. е. $c_{\theta 2}=U_2$ и $c_{\theta 3}=0$). Таким образом, удельная работа по уравнению (8.4)

$$\Delta W = h_{01} - h_{03} = U_2 c_{\theta 2} - U_3 c_{\theta 3} = U_2^2.$$

В соответствии с диаграммой Молье, показанной выше, КПД по параметрам торможения ступени турбины вместе с диффузором

$$\eta_{tt} = (h_{01} - h_{04})/(h_{01} - h_{04ss}) = (h_{01} - h_{03})/(h_{01} - h_{04ss}) =$$
$$U_2^2/[C_p T_{01}(1 - T_{04ss}/T_{01})].$$

После преобразования и замены отношения изоэнтропных температур T_{04ss}/T_{01} через отношение давлений

$$U_2^2 = \eta_{tt} C_p T_{01}[1 - (p_{04}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}] = 0{,}9 \times 1149 \times 1140\,[1 - (100/400)^{0{,}2498}] =$$
$$= 1{,}179 \times 10^6(1 - 0{,}7073) = 0{,}3451 \times 10^6.$$

Следовательно, окружная скорость на периферии рабочего колеса $U_2=587{,}4$ м/с.

Число Маха по абсолютной скорости за сопловым аппаратом

$$M_2 = c_2/a_2 = (U_2/a_2)\operatorname{cosec}\alpha_2. \qquad \text{(I)}$$

В уравнении (I) неизвестны величины как α_2, так и a_2. Для определения угла потока α_2 необходимо введение дополнительного условия. При течении через сопловой аппарат температура торможения остается постоянной, т. е.

$$h_{01} = h_{02}.$$

$$\therefore C_p T_{01} = C_p T_2 + \frac{1}{2}c_2^2 = C_p T_2 + \frac{1}{2}U_2^2\operatorname{cosec}^2\alpha_2.$$

После преобразования

$$T_2/T_{01} = 1 - \frac{1}{2}U_2^2\operatorname{cosec}^2\alpha_2/(C_p T_{01}) = 1 - \frac{1}{2}(\gamma-1)(U_2/a_{01})^2\operatorname{cosec}^2\alpha_2, \qquad \text{(II)}$$

где $C_p T_{01} = \gamma R T_{01}/(\gamma-1) = a_{01}^2/(\gamma-1)$.

Из уравнения (I)

$$T_2/T_{01} = (a_2/a_{01})^2 = U_2^2\operatorname{cosec}^2\alpha_2/(M_2 a_{01})^2. \qquad \text{(III)}$$

После преобразования выражений (II) и (III) получим

$$\sin\alpha_2 = (U_2/a_{01})\left[\frac{1}{2}(\gamma-1) + 1/M_2^2\right]^{1/2}. \qquad \text{(IV)}$$

Подставляя числовые значения, получим

$$a_{01} = (\gamma R T_{01})^{1/2} = (1{,}333 \times 287 \times 1140)^{1/2} = 660{,}4 \text{ м/с}.$$

$$\therefore \sin\alpha_2 = (587{,}4/660{,}4)(1 + 0{,}1665)^{1/2} = 0{,}9607,$$

и угол выхода потока из соплового аппарата $\alpha_2=73{,}88°$.

8.2. Расход газа через турбину в задаче 8.1 равен 3,1 кг/с, отношение ширины рабочего колеса при входе к наружному радиусу колеса $(b_2/r_2)=0{,}1$ и коэффициент скорости сопловых лопаток $\varphi_2=0{,}96$. Принимая расстояние от выхода из соплового аппарата до входа в рабочее колесо пренебрежимо малым и пренебрегая влиянием загромождения площади лопатками, определить:

I) статическое давление и статическую температуру при выходе из соплового аппарата;

II) наружный диаметр рабочего колеса и частоту вращения;

III) полезную мощность, принимая механический КПД равным 93,5%.

Решение. I). Статическую температуру T_2 при выходе из соплового аппарата можно определить из уравнений (II) или (III), полученных при решении задачи 8.1. Из выражения (III)

$$T_2 = T_{01}U_2^2/(M_2 a_{01}\sin\alpha_2)^2 = 1140 \times 587{,}4^2/(660{,}4 \times 0{,}9607)^2 = 977{,}2 \text{ К}.$$

Статическое давление p_2 при выходе из соплового аппарата можно найти с помощью выражения для коэффициента скорости соплового аппарата (8.17)

$$\varphi_2 = c_2/c_{2s}.$$

Определим отношение изоэнтропных температур T_{2s}/T_{01} следующим образом:

$$h_{01} - h_{2s} = \frac{1}{2}c_{2s}^2, \quad h_{01} - h_2 = \frac{1}{2}c_2^2.$$

$$\therefore \varphi^2 = (h_{01} - h_2)/(h_{01} - h_{2s}) = (T_{01} - T_2)/(T_{01} - T_{2s}).$$

После некоторых преобразований

$$T_{2s}/T_{01} = 1 - (1 - T_2/T_{01})/\varphi_2^2 = 1 - (1 - 977{,}2/1140)/0{,}96^2 = 0{,}8450.$$

$$p_2/p_{01} = (T_{2s}/T_{01})^{\gamma/(\gamma-1)} = 0{,}845^{4{,}003} = 0{,}5096.$$

$$\therefore p_2 = 0{,}5096 \times 400 = 203{,}8 \text{ кПа}.$$

II). Из уравнения неразрывности в сечении за сопловым аппаратом

$$\dot{m} = \varrho_2 A_2 c_{r2}.$$

Из треугольника скоростей на расчетном режиме

$$c_{r2} = U_2 \operatorname{ctg} \alpha_2.$$

Площадь проходного сечения

$$A_2 = 2\pi r_2 b_2.$$

Используя уравнение состояния для газа, получим

$$r_2^2 = \frac{\dot{m} R T_2 \operatorname{tg} \alpha_2}{2\pi p_2 U_2 (b_2/r_2)} = \frac{3,1 \times 287 \times 977,2 \operatorname{tg} 73,88^\circ}{2\pi 203,8 \times 10^3 \times 587,4 \times 0,1} = 0,03999.$$

$$\therefore\ r_2 = 0,20 \text{ м.}$$

$\therefore$ **Наружный диаметр рабочего колеса равен 40 см.**

Частота вращения

$$N = 60U_2/(\pi D_2) = 60 \times 587,4/(\pi 0,4) = \mathbf{28\,050} \textbf{ об/мин.}$$

III). Полезная мощность с учетом механических потерь

$$\dot{W}_t = \eta_m \dot{m} \Delta W = \eta_m \dot{m} U_2^2 = 0,935 \times 3,1 \times 587,4^2 = \mathbf{1000\ кВт.}$$

8.3. Предполагается использовать радиальную турбину, работающую по циклу Брайтона, в космической энергоустановке с ядерным источником теплоты. Давление и температура по тракту ступени турбины в расчетной точке следующие: при входе в сопловой аппарат $p_{01} = 699$ кПа, $T_{01} = 1145$ К; при выходе из соплового аппарата $p_2 = 527,2$ кПа, $T_2 = 1029$ К; при выходе из ротора $p_3 = 384,7$ кПа, $T_3 = 914,5$ К, $T_{03} = 924,7$ К.

Отношение среднего диаметра при выходе из ротора к наружному диаметру при входе равно 0,49, частота вращения 24 000 об/мин. Принимая, что поток при входе в ротор в относительном движении радиальный, а при выходе из ротора в абсолютном движении осевой, определить:

I) мощностной КПД турбины;

II) диаметр ротора;

III) коэффициенты потерь для соплового аппарата и рабочего колеса.

Рабочим телом в энергоустановке является смесь гелия и ксенона с молекулярной массой 39,94 и показателем адиабаты 5/3. Универсальная газовая постоянная $R_0 = 8,314$ кДж/(кг·моль·К).

Решение. I). Мощностной КПД радиальной турбины определяется из уравнения (8.6)

$$\eta_{ts} = (h_{01} - h_{03})/(h_{01} - h_{3ss}) = (1 - T_{03}/T_{01})/(1 - T_{3ss}/T_{01}) =$$

$$= (1 - T_{03}/T_{01})/[1 - (p_3/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}] = (1 - 924,7/1145)/[1 - (384,7/699)^{0,4}] =$$

$$= (1 - 0,8076)/(1 - 0,7875) = \mathbf{0,9054.}$$

II). В расчетных условиях поток при входе в ротор направлен по радиусу. В этом случае из треугольника скоростей (рис. 8.3) $c_{\theta 2} = U_2$. Так как поток в абсолютном движении при выходе из ротора направлен по оси, $c_{\theta 3} = 0$ и удельная работа $\Delta W = U_2^2$.

$$\therefore\ U_2^2 = h_{01} - h_{03} = C_p (T_{01} - T_{03}). \qquad \text{(I)}$$

Универсальная газовая постоянная $R_0 = Rm$, где m — молекулярная масса смеси газов. Таким образом,

$$R = R_0/m = 8314/39,94 = 208,2 \text{ Дж/(кг·°С)};$$

$$C_p = \gamma R/(\gamma - 1) = 2,5 \times 208,2 = 520,5 \text{ Дж/(кг·°С)}.$$

$$\therefore\ U_2^2 = 520.5\,(1145 - 924,7) = 11,47 \times 10^4,$$

$$U_2 = 338,6 \text{ м/с.}$$

Следовательно, наружный диаметр ротора

$$D_2 = 60U_2/(\pi N) = 60 \times 338,6/(\pi 2,4 \times 10^4) = \mathbf{0,2694\ м.}$$

III). Коэффициент потерь в сопловом аппарате определяется по уравнению (8.16)

$$\zeta_N = (h_2 - h_{2s}) \Big/ \left(\frac{1}{2} c_2^2\right) = (T_2 - T_{2s})/(T_{01} - T_2) = [T_2 - (T_{2s}/T_{01}) T_{01}]/(T_{01} - T_2) =$$

$$= [T_2 - T_{01} (p_2/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}]/(T_{01} - T_2) =$$

$$= [1029 - 1145\,(527,2/699)^{0,4}]/(1145 - 1029) = (1029 - 1022,8)/(1145 - 1029) = \mathbf{0,05316.}$$

Коэффициент потерь в роторе определяется из уравнения (8.20)

$$\zeta_R = (h_3 - h_{3s}) \Big/ \left(\frac{1}{2} w_3^2\right). \qquad \text{(II)}$$

Разность энтальпии $h_3 - h_{3s}$ рассчитывается через статические давления и температуры:

$$h_3 - h_{3s} = C_p [T_3 - (T_{3s}/T_2) T_2] = C_p [T_3 - T_2 (p_3/p_2)^{(\gamma-1)/\gamma}] =$$

$$= 520,5\,[914,5 - 1029\,(384,7/527,2)^{0,4}] = 3,831 \text{ кДж/кг.}$$

Из треугольника скоростей при выходе из ротора

$$w_3^2 = c_3^2 + U_3^2,$$

где $U_3 = U_2 (r_3/r_2)$ и $c_3^2 = 2C_p (T_{03} - T_3)$.

Следовательно, $w_3^2 = 2C_p (T_{03} - T_3) + U_2^2 (r_3/r_2)^2$,

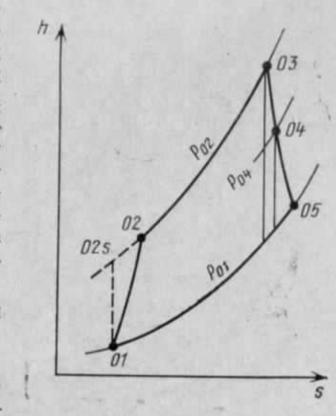
Подставляем выражение для U_2^2 из уравнения (I), тогда кинетическая энергия потока в относительном движении при выходе из ротора

$$\frac{1}{2} w_3^2 = C_p \left[T_{03} - T_3 + \frac{1}{2} (r_3/r_2)^2 (T_{01} - T_{03})\right] =$$

$$= 520,5 \left[924,7 - 914,5 + \frac{1}{2} \times 0,49^2 (1145 - 924,7)\right] = 19,07 \text{ кДж/кг.}$$

Подставляя найденные значения в уравнение (II), получаем $\zeta_R = 3,831/19,07 = \mathbf{0,2009.}$

8.4. Центростремительная турбина с пленочным охлаждением предназначена для газотурбинной установки открытого цикла Брайтона с высокими параметрами. Ротор выполнен из материала, выдерживающего температуру 1145 К при окружной скорости 600 м/с на периферии и непродолжительных периодах работы. Охлаждающий воздух подается компрессором со степенью повышения давления 4 по параметрам торможения и адиабатным КПД 80%; воздух поступает в компрессор при температуре торможения 288 К. Принимая эффективность пленочного охлаждения равной 0,3 и температуру охлаждающего воздуха при входе в турбину равной температуре воздуха при выходе из компрессора, определить максимально допустимую температуру газа при входе в турбину.



Принять $\gamma = 1,4$ для воздуха и $\gamma = 1,333$ для газа, поступающего в турбину. Принять $R = 287$ Дж/(кг·К) для обоих рабочих тел.

Решение. На диаграмме Молье (см. рисунок) показан цикл Брайтона газотурбинной установки. Компрессор увеличивает полное давление воздуха от p_{01} до p_{02} с адиабатным КПД по параметрам торможения $\eta_c=0{,}80$. Из определения для КПД, по уравнению (2.28 а)

$$\eta_c=(h_{02s}-h_{01})/(h_{02}-h_{01})=T_{01}(T_{02s}/T_{01}-1)/(T_{02}-T_{01})=$$
$$=T_{01}[(p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}-1]/(T_{02}-T_{01}).$$

Следовательно, температура торможения при выходе из компрессора

$$T_{02}=T_{01}[1+\{(p_{02}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}-1\}/\eta_c]=$$
$$=288[1+(4^{1/3,5}-1)/0{,}8]=288[1+0{,}486/0{,}8]=463{,}0\ \text{К}.$$

Эффективность охлаждения [уравнение (8.41)] при указанных в задаче условиях

$$\varepsilon=[T_{03}-T_m-\Delta W/(2C_p)]/[T_{03}-T_{02}-\Delta W/(2C_p)],$$

где T_m — максимально допустимая температура материала ротора; ΔW — удельная работа турбины, принимаемая равной $U_2{}^2$. Следовательно, после некоторых преобразований

$$T_{03}=(T_m-\varepsilon T_{02})/(1-\varepsilon)+U_2^2/(2C_p),$$

где $C_p=\gamma R/(\gamma-1)=4{,}003\times 287=1149$ Дж/(кг·°С).

$\therefore T_{03}=(1145-0{,}3\times 463)/0{,}7+600^2/(2\times 1149)=$ **1594 К.**

Удельная работа турбины $\Delta W_t=U_2{}^2=360$ кДж/кг. Удельная работа, затрачиваемая на сжатие воздуха компрессором, $\Delta W_c=C_p(T_{02}-T_{01})=175{,}9$ кДж/кг (т. е. только около половины ΔW_t).

Это возможно, если массовый расход через компрессор примерно в 2 раза больше расхода газа через турбину и разность расходов воздуха используется в других целях. Только около 10% этого отведенного сжатого воздуха необходимо для пленочного охлаждения. При выходе из турбины полное давление горячих газов p_{04} будет еще превышать давление p_{01}. Принимая в турбине КПД по параметрам торможения 0,9, просто показать, что $p_{02}/p_{04}=2{,}682$, а следовательно, $p_{04}/p_{01}=1{,}492$. Это давление может понижаться во второй ступени турбины, которая будет давать полезную мощность.

8.5. Центростремительная турбина, параметры которой приведены в задаче 8.3, спроектирована на удельную угловую скорость $\Omega_s=0{,}55$ рад. Определить:

I). Объемный расход при выходе из ротора и мощность турбины;

II). Диаметр втулки и наружный диаметр ротора при выходе;

III). Угол выхода потока из соплового аппарата и отношение ширины рабочего колеса к наружному диаметру при входе в колесо b_2/D_2.

Решение. I). Удельная угловая скорость [по уравнению (8.33)]

$$\Omega_s=\Omega Q_3^{1/2}/\Delta h_{0s}^{3/4},$$

где Q_3 — объемный расход при выходе из ротора, м³/с; Ω — угловая скорость вращения ротора, рад/с; Δh_{0s} — располагаемый теплоперепад в турбине, определяемый по параметрам торможения при входе и статическим параметрам при выходе, $h_{01}-h_{3ss}$. Это последнее выражение использовалось при определении мощностного КПД в задаче 8.3. Таким образом,

$$\Delta h_{0s}=\frac{1}{2}c_0^2=h_{01}-h_{3ss}=C_p(T_{01}-T_{3ss})=C_pT_{01}[1-(p_3/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}]=$$
$$=520{,}5\times 1145[1-(384{,}7/699)^{0{,}4}]=126{,}6\ \text{кДж/кг},$$

$\Omega=2\pi N/60=800\pi=2513$ рад/с.

Тогда из выражения для удельной угловой скорости

$$Q_3^{1/2}=(\Omega_s/\Omega)\Delta h_{0s}^{3/4}=(0{,}55/2513)(12{,}66\times 10^4)^{3/4}=1{,}469.$$

$$\therefore Q_3=\mathbf{2{,}159}\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Мощность турбины

$$\dot W_t=\dot m\Delta W=\dot m U_2^2=\varrho_3 Q_3 U_2^2,$$
$$\varrho_3=p_3/(RT_3)=384{,}7\times 10^3/(208{,}2\times 914{,}5)=2{,}021\ \text{кг/м}^3.$$
$$\therefore \dot m=\varrho_3 Q_3=2{,}021\times 2{,}159=4{,}363\ \text{кг/с}.$$
$$\therefore \dot W_t=4{,}363\times 338{,}6^2=\mathbf{500\ кВт}.$$

II). $Q_3=A_3c_3=\dfrac{\pi}{4}(D_{3t}^2-D_{3h}^2)c_3=\dfrac{\pi}{2}D_{3m}Hc_3,$

где $H=D_{3t}-D_{3h}$; $D_m=(D_{3t}+D_{3h})/2=0{,}49D_2=0{,}132$ м,

$$c_3^2=2C_p(T_{03}-T_3)=2\times 520{,}5(924{,}7-914{,}5)=10\,620.$$
$$\therefore c_3=103\ \text{м/с}.$$

Следовательно, двойная длина рабочей лопатки при выходе из рабочего колеса

$$H=2Q_3/(\pi D_m c_3)=2\times 2{,}159/(\pi 0{,}132\times 103)=0{,}1011\ \text{м}.$$
$$\therefore D_{3h}=D_{3m}-H/2=0{,}132-0{,}0506=\mathbf{0{,}0814}\ \text{м}.$$
$$\therefore D_{3t}=D_{3m}+H/2=\mathbf{0{,}1826}\ \text{м}.$$

Отношение диаметра втулки к наружному диаметру при выходе из рабочего колеса $D_{3h}/D_{3t}=0{,}4458$ и отношение $D_{3t}/D_2=0{,}678$.

III). Так как $h_{01}=h_{02}$,

$$c_2^2=2C_p(T_{01}-T_2)=2\times 520{,}5(1145-1029)=12{,}08\times 10^4.$$

Скорость при выходе из соплового аппарата $c_2=347{,}5$ м/с.
Из треугольника скоростей при входе в ротор

$$\sin\alpha_2=U_2/c_2=338{,}6/347{,}5=0{,}97439.$$
$$\therefore \alpha_2=77{,}0°.$$

Из уравнения неразрывности

$$\dot m=\varrho_2A_2c_{r2}=\pi\varrho_2(b_2/D_2)D_2^2U_2\operatorname{ctg}\alpha_2.$$

$$\therefore b_2/D_2=(\dot mRT_2\operatorname{tg}\alpha_2)/(\pi p_2D_2^2U_2)=\frac{4{,}363\times 208{,}2\times 1029\operatorname{tg}77°}{\pi 527{,}2\times 10^3\times 0{,}2694^2\times 338{,}6}=0{,}0995.$$

СОДЕРЖАНИЕ

ИБ № 2874

ДИКСОН С. Л.

Сборник задач по турбомашинам (механика жидкостей и газов и термодинамика)

Редактор *З. М. Рябкова*
Художественный редактор *С. С. Водчиц*
Технический редактор *И. Н. Раченкова*
Корректоры *И. М. Борейша и В. А. Воробьева*
Обложка художника *А. Я. Михайлова*

Сдано в набор 23.03.81. Подписано в печать 19.05.81.
Формат 60×90 1/16. Бумага типографская № 2.
Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 4,50.
Уч.-изд. л. 5,30. Тираж 3600 экз. Заказ 1685 Цена 35 к.

Издательство «Машиностроение», 107076, Москва, Б-76, Стромынский пер., 4

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
Хохловский пер., 7.

НОВЫЕ КНИГИ ПО ЭНЕРГОМАШИНОСТРОЕНИЮ

Выпуск 1981 года

Выпуск 1981 года

Байбаков О. В. **Вихревые гидравлические машины.** 13 л., ил.

Двигатели внутреннего сгорания: Теория поршневых и комбинированных двигателей. Учебник для втузов/А. С. Орлин, Д. Н. Вырубов, Н. А. Иващенко и др.; Под ред. А. С. Орлина, М. Г. Круглова. 4-е изд., перераб. и доп. 32 л., ил.

Коновалов Н. Н. **Гидравлические затворы напорных турбопроводов.** 13 л., ил.

Левин А. В., Боришанский К. Н., Консон Е. Д. **Прочность и вибрация лопаток и дисков паровых турбин.** 2-е изд., перераб. и доп. 49 л., ил.

Мигай В. К., Гудков Э. И. **Проектирование и расчет выходных диффузоров турбомашин.** 16 л., ил.

Новиков И. И., Захаренко В. П., Ландо Б. С. **Бессмазочные поршневые уплотнения в компрессорах.** 12 л., ил.
Обратимые гидромашины/Л. П. Тряпко, Н. И. Зубарев, В. А. Умов и др. 17 л., ил.

Рис В. Ф. **Центробежные компрессоры.** 3-е изд., перераб. и доп. 25 л., ил.

Руднев С. С. **Лопастные насосы:** Учебник для вузов. 26 л., ил.

Юдин В. Ф. **Теплообмен поперечно оребренных труб.** 15 л., ил.

Своевременно заказывайте и приобретайте новые книги, выпускаемые издательством «Машиностроение»!