В. П. Дельцов, В. В. Дельцов

ФИЗИКА

Дойти до самой СУТИ!

НАСТОЛЬНАЯ КНИГА

ДЛЯ УГЛУБЛЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ ФИЗИКИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Абитуриентам

Участникам олимпиад

Учителям физики

Всем, кто хочет понять физику и научиться решать стандартные и нестандартные задачи!

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

URSS

В. П. Дельцов, В. В. Дельцов

ФИЗИКА
ДОЙТИ ДО САМОЙ СУТИ!

Настольная книга
для углубленного изучения
физики в средней школе

Электричество

Научный редактор
кандидат физико-математических наук
Н. С. Алексеева

URSS
МОСКВА

ББК 22.21 22.3я73 22.31я73 22.3о

Дельцов Виктор Павлович, Дельцов Василий Викторович

Физика: дойти до самой сути! Настольная книга для углубленного изучения физики в средней школе. Электричество: Учебное пособие /
Науч. ред. Н. С. Алексеева. — М.: ЛЕНАНД, 2017. — 304 с.

Настоящее издание представляет собой третью часть уникального учебного пособия по основам современной физики для средней школы, посвященную теме электричества. Пособие предназначено для школьников, углубленно изучающих физику, а также для абитуриентов; может использоваться и в качестве настольной книги для учителей физики, поскольку в нем есть всё — от определений физических величин и формулировок законов до математических выводов достаточно сложных вопросов; от несложных примеров до олимпиадных задач, многие из которых решены.

Настоящая книга — это плод 40-летнего преподавания физики в классах основного и физико-математического профилей. Многое в существовавших ранее и нынешних учебниках авторов не устраивает, поэтому они пытаются растолковать трудные и спорные моменты сами, исключить двойные и тройные толкования одного и того же. Впервые в школьном учебнике авторы разработали методику изложения фазы колебаний и циклической частоты методом векторных диаграмм, который широко применяется при изучении механических и электромагнитных колебаний в вузах и инженерной практике, но в школе до сих пор излагался чисто формально, что затрудняло понимание учащимися этих важных тем.

Теоретический материал изложен на глубоком научном уровне с единым подходом к формулировкам, конкретно и четко, что существенно сокращает расстояние от теории до практики (решения задач) и избавляет учащихся от необходимости впоследствии переучиваться в вузах.

По ходу изложения теоретического материала постоянно разбирается большое количество задач, это помогает еще глубже понять теорию. А это необходимо, чтобы еще успешнее решать другие стандартные и нестандартные задачи, и не только по физике, ибо развитый мозг в одной области знаний может легко переключаться на решение задач других областей.

Цель авторов — помочь учащимся усвоить правильно физические понятия и законы, иллюстрируя их проявление на примерах, и научиться переводить нестандартные задачи в стандартный вид и решать их уже как простые задачи.

Представленный курс уникален по глубине, полноте и систематичности изложения теоретического и практического материала. Книга написана практикующим учителем физики, подготовившим десятки призеров Всероссийской олимпиады, в соавторстве с его сыном, магистром МФТИ, который, будучи школьником, три года подряд становился призером и победителем заключительного этапа Всероссийской олимпиады по физике. Весь материал в пособии преподнесен так, чтобы раскрыть физическую сущность происходящих явлений и чтобы от теории до практики решения задач был всего один шаг.

Рецензенты: учитель высшей категории *С. Н. Калякина*;
заслуженный учитель Чувашской Республики *А. С. Чугунова*

ООО «ЛЕНАНД». 117312, г. Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, д. 11А, стр. 11.
Формат 60×90/16. Печ. л. 19. Зак. № 3353.
Отпечатано с готового оригинал-макета в ООО «Печатное дело».
142300, МО, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1.

ISBN 978–5–9710–3784–2

© ЛЕНАНД, 2016

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА
E-mail: URSS@URSS.ru
Каталог изданий в Интернете:
http://URSS.ru
Тел./факс (многоканальный):
+ 7 (499) 724 25 45
URSS

Оглавление

Используемые обозначения физических величин 6

Введение 7
§ 1. Электрические заряды и их свойства 7
§ 2. Электромагнитное поле 11

Глава 1. Электростатика 13
§ 3. Закон Кулона 13
§ 4. Примеры решения задач на закон Кулона 15
§ 5. Напряжённость электрического поля 17
§ 6. Напряжённость поля точечного заряда 20
§ 7. Линии напряжённости электрического поля 21
§ 8. Теорема Гаусса 23
§ 9. Поле заряженной сферы, шара, плоскости, нити 25
§ 10. Проводники в электрическом поле 31
§ 11. Диэлектрики в электрическом поле 32
§ 12. Консервативность электрического поля 36
§ 13. Потенциальная энергия заряда в электрическом поле. Электрический потенциал 37
§ 14. Потенциал поля точечного заряда и проводящего шара (сферы) 39
§ 15. Разность потенциалов 43
§ 16. Связь напряжённости электрического поля с разностью потенциалов 45
§ 17. Эквипотенциальные поверхности 47
§ 18. Электроёмкость 48
§ 19. Конденсаторы 50
§ 20. Энергия электрического поля 53
§ 21. Соединения конденсаторов 54
§ 22. Типы конденсаторов, их устройство и применение 58
Упражнения 60

Глава 2. Постоянный электрический ток 74
§ 23. Электрический ток. Условия существования тока 74
§ 24. Количество электричества. Сила тока. Плотность тока 75
§ 25. Электрическая цепь. Источники электрической энергии 80
§ 26. Разность потенциалов на участке цепи 82
§ 27. Электрическое напряжение 83
§ 28. Открытие закона Ома. Сопротивление. Электропроводность 85
§ 29. Закон Ома для участка цепи 88
§ 30. Закон Ома для полной цепи 92
§ 31. Мощность в электрической цепи постоянного тока 95
§ 32. Закон Джоуля–Ленца 97
Упражнения 99

Глава 3. Электрические цепи 107
§ 33. Последовательное соединение резисторов 107
§ 34. Параллельное соединение резисторов 109
§ 35. Смешанное соединение резисторов 112
§ 36. Преобразование схемы «треугольника» в «звезду» 116
§ 37. Потенциометр. Мостик Уитстона 117
§ 38. Правила Кирхгофа 120
§ 39. Амперметр и вольтметр 125
Упражнения 129

Глава 4. Электрический ток в металлах 133
§ 40. Электрический ток в металлах 133
§ 41. Молекулярно-кинетическое объяснение закона Ома. Закон Ома в дифференциальной форме 135
§ 42. Зависимость сопротивления проводников от температуры 138
§ 43. Объяснение сопротивления классической теорией и её трудности 139
§ 44. Объяснение сопротивления квантовой теорией 140
§ 45. Сверхпроводимость 141
§ 46. История открытия и перспективы применения сверхпроводимости 143
Упражнения 147

Глава 5. Электрический ток в жидкостях 151
§ 47. Электролитическая диссоциация 151
§ 48. Электролиты 153
§ 49. Движение ионов в электролитах. Подвижность ионов 154
§ 50. Электролиз. Механизм электролиза 156
§ 51. Законы электролиза 159
§ 52. Примеры электролиза 162
§ 53. Электродные потенциалы 165
§ 54. Химические источники электрической энергии 167
§ 55. Напряжение разложения электролита. Вольтамперная характеристика электролита 168
§ 56. Аккумуляторы 170
Упражнения 171

Глава 6. Электрический ток в газах 175
§ 57. Ионизация и рекомбинация 175
§ 58. Несамостоятельный газовый разряд 177
§ 59. Самостоятельный газовый разряд 179
§ 60. Тлеющий разряд 180
§ 61. Искровой разряд 182
§ 62. Молния 184
§ 63. Коронный разряд 186
§ 64. Дуговой разряд 188
§ 65. Плазма 191
Упражнения 198

Глава 7. Электрический ток в вакууме 200
Введение 200
§ 66. Классификация электровакуумных приборов 201
§ 67. Работа выхода электрона 202
§ 68. Электронная эмиссия 204
§ 69. Термоэлектронная эмиссия 205
§ 70. Двухэлектродная вакуумная лампа – диод 207
§ 71. Параметры диода 208
§ 72. Применение диодов 210
§ 73. Трёхэлектродная лампа – триод 211
§ 74. Параметры триода 211
§ 75. Работа триода в схеме усилителя 214
§ 76. Электронно-лучевая трубка 217
§ 77. Фотоэлементы с внешним фотоэффектом 219
Упражнения 220

Глава 8. Электрический ток в полупроводниках 224
§ 78. Полупроводники в природе 224
§ 79. Вольтамперная характеристика металлов и терморезисторов 225
§ 80. Собственная проводимость полупроводников 228
§ 81. Проводимость полупроводников с примесями 230
§ 82. Электронно-дырочный p-n-переход 231
§ 83. Полупроводниковый диод 233
§ 84. Транзистор 236
§ 85. Транзисторные ключи 242
§ 86. Полевой транзистор 243
§ 87. Флэш-память 244
§ 88. Микропроцессоры 247
§ 89. Производство микросхем 249
Упражнения 251

Глава 9. Экспериментальные задания 254
§ 90. Электрическая цепь. Закон Ома 254
§ 91. Работа и мощность электрического тока 261
§ 92. Электрический ток в различных средах 264

Глава 10. Задачи российских физических олимпиад 269
§ 93. Электростатика. Конденсаторы 269
§ 94. Закон Ома. Электрические цепи 279

Приложение. Основные формулы 292

Используемые обозначения физических величин

Физическая величина	Условное обозначение	Единица измерения
Электрический заряд	q	Кл (кулон)
Элементарный заряд	$e \approx 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл	Кл (кулон)
Напряженность электрического поля	E	Н/Кл; В/м
Сила электрического взаимодействия	$F_э$	Н
Электрический потенциал	φ	В (вольт)
Разность потенциалов	$\varphi_н - \varphi_к$	В (вольт)
Диэлектрическая проницаемость	ε (эпсилон)	безразмерная
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 \approx 8{,}85 \cdot 10^{-12}$	Ф/м
Коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9$	Н·м^2/Кл^2
Электроёмкость	C	Ф (фарад)
Энергия электрического поля	$W_э$	Дж (джоуль)
Объемная плотность энергии поля	w	Дж/м^3
Работа электрического поля	$A_э$	Дж (джоуль)
Работа сторонних сил источника	$A_{ст}$	Дж (джоуль)
Работа электрического тока	$A_т$	Дж (джоуль)
Количество теплоты	Q	Дж (джоуль)
Мощность	P	Вт (ватт)
Сила тока	I	А (ампер)
Плотность электрического тока	j (йота)	А/м^2
ЭДС источника	$\mathcal{E}$	В (вольт)
Электрическое напряжение	U	В (вольт)
Внутреннее сопротивление источника	r	Ом (ом)
Электрическое сопротивление	R	Ом (ом)
Удельное сопротивление	ρ	Ом·м
Температурный коэффициент сопротивления	α	1/К; 1/°С
Электропроводность (проводимость)	Λ	См (сименс)
Удельная электропроводность	λ	См/м
Подвижность иона	b	м^2/(В·с)
Магнитный момент	$P_м$	А·м^2
Магнитный поток	Φ	Вб (вебер)
Магнитная индукция	B	Тл (тесла)
Напряженность магнитного поля	H	А/м
Магнитная проницаемость	μ	безразмерная
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$	Н/А^2
Индуктивность	L	Гн (генри)
Концентрация ионов, молекул	n	штук/м^3; м$^{-3}$
Электрохимический эквивалент	k	кг/Кл
Валентность иона	z	безразмерная
Постоянная Авогадро	$N_A \approx 6{,}022 \cdot 10^{23}$	моль$^{-1}$
Постоянная Фарадея	$F = N_A \cdot e \approx 96485{,}3$	Кл/моль
Молярная масса вещества	M	кг/моль
Молярная ионная масса	M_i	кг/моль
Сдвиг фаз	φ_c	рад (радиан); ° (градус)
Коэффициент мощности	$\cos\varphi_c$	%; безразмерная

Введение

Нам электричество пахать и сеять будет.
Нам электричество из недр всё добудет.
Тогда мы с вами будем жить да поживать.
Побольше кушать и на кнопки нажимать.

Слова из студенческой песни 1950-х годов

В современной физике различают четыре вида фундаментальных взаимодействий: гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое.

Взаимодействие между электрически заряженными частицами называется электромагнитным. Среди всех известных взаимодействий электромагнитное занимает первое место по широте и разнообразию проявлений. Это связано с тем, что все тела построены из частиц, большая часть которых имеет электрический заряд. Строение атомных оболочек и соединение атомов в молекулах определяется электромагнитным взаимодействием. Благодаря ему твёрдые и жидкие тела не распадаются на отдельные атомы. А газообразные тела, наоборот, благодаря особенностям электромагнитного взаимодействия при данной температуре не могут находиться в жидком или твёрдом состоянии.

Согласно представлениям современной физики, электромагнитное взаимодействие осуществляется посредством особого вида материи – электромагнитного поля. Электромагнитное поле может проявляться в форме электрического поля, магнитного поля и их комбинации.

Электродинамика *– раздел физики, в котором изучаются электромагнитные явления.*

Электродинамика подразделяется на классическую и квантовую. Мы будем изучать классическую электродинамику.

Классическая электродинамика *– это область физики, в которой изучают классические (неквантовые) свойства электромагнитного поля и движение электрически заряженных частиц, взаимодействующих посредством этого поля.*

В жизни современного общества практическое применение электромагнитных явлений играет огромную роль: наука, техника, производство, быт людей немыслимы без использования электрической энергии и электрических аппаратов (компьютеров, телевизоров, телефонов и т.п.).

§ 1. Электрические заряды и их свойства

Основные понятия электродинамики: электрический заряд и электромагнитное поле.

Термин «электрический заряд» употребляется в трёх смыслах:

1. Заряд как наличие способности тела к электромагнитным взаимодействиям. Если тело способно к электромагнитным взаимодействиям, значит оно заряжено, если не способно – значит, не заряжено.

2. Заряд тела как мера способности к электромагнитным взаимодействиям, т. е. заряд – это физическая величина. Причём заряд – это скалярная физическая величина, ибо точечный заряд по всем направлениям имеет одинаковую способность к электромагнитным взаимодействиям с другими зарядами.

3. Термин «заряд» (электрический) часто употребляется для краткости речи вместо сочетания слов «электрически заряженное тело» или «электрически заряженная частица».

Основной смысл термина «электрический заряд» второй

***Заряд** – это скалярная физическая величина, характеризующая меру способности тела к электромагнитным взаимодействиям.*

В Международной системе единиц СИ электрический заряд измеряется в кулонах (Кл) и определяется через основную единицу измерения электрических величин ампер (А)

$$1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ с}.$$

Один кулон – это заряд, проходящий за одну секунду через поперечное сечение проводника при силе тока один ампер.

Свойства электрического заряда

Существуют два рода зарядов, условно названные положительными и отрицательными.

Заряд, образующийся на стекле, потертом о шёлк или резину, называется положительным, а заряд, образующийся на эбоните, потертом о шерсть – отрицательным.

Одноименно заряженные частицы отталкиваются, а разноименно заряженные - притягиваются.

Способность натертого янтаря притягивать лёгкие предметы была известна более двух тысяч лет назад. В VII в. до н.э. греческий философ Фалес Милетский описал замеченную ткачихами способность янтаря, потертого о шерстяную материю, притягивать к себе некоторые лёгкие предметы. Две с лишним тысячи лет спустя, в 1600 г. физик, придворный врач английской королевы Елизаветы Уильям Гильберт обнаружил, что аналогичное свойство приобретают стекло и целый ряд других веществ, если их потереть о шёлк. Он написал один из первых систематизированных трактатов о природных явлениях «Новая физиология о магните, магнитных силах и великом магните – Земле», вышедший в свет в 1600 г.

Уильям Гильберт (1544–1603)

Отто фон Герике (1602–1686)

Шарль Франсуа Дюфе (1698–1739)

Стефан Грей (1666–1736)

Благодаря ему учение об электричестве обогатилось рядом открытий, наблюдений, приборов. С помощью своего «версора» (первого электроскопа*) он показал, что способностью притягивать лёгкие тела (соломинки) обладает не только натертый янтарь, но и алмаз, сапфир, горный хрусталь, стекло и другие вещества. Эти свойства он назвал электрическими. Гильберт заметил также, что пламя уничтожает электрические свойства тел, приобретенные от трения. Подумайте почему.

В 1672 г. немецкий физик Отто фон Герике заметил, что лёгкие тела не только притягиваются к наэлектризованному шару из серы, но и отталкиваются от него.

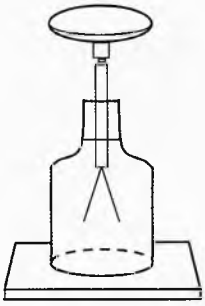


Рис. 1. *Электроскоп*

В 1733 г. французский физик Шарль Франсуа Дюфе установил, что существуют два рода электрических зарядов.

Заряд делим. То есть заряд макроскопического тела можно уменьшить, передав часть заряда другому телу.

Это обнаружил в 1729 г. английский физик Стефан Грей. Он заметил, что заряд может передаваться по металлической проволоке, но не передаётся по шёлковой нити. Грей разделил все вещества на проводники и непроводники электричества.

Заряд дискретен. То есть имеется предел делению заряда. Минимальный заряд, который разделить уже нельзя, называется элементарным, обозначается буквой e.

---

* Электроскоп – простейший электрический прибор для обнаружения электрического заряда (рис. 1). Прибор представляет собой металлический стержень, вставленный через изолирующую пробку в стеклянный сосуд. Индикатором заряда являются легкие бумажные листочки, прикрепленные к стержню. Угол отклонения листочков определяет значение заряда. Прибор малочувствителен.

Элементарный заряд равен

$$\boxed{e \approx 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}}.$$

В любом макроскопическом теле имеется огромное количество отрицательных и положительных заряженных частиц. Под зарядом тела понимается алгебраическая сумма зарядов всех частиц, составляющих тело.

Заряд макроскопического тела может быть равен 0, $\pm e$, $\pm 2e$...

Не существует заряда без материального носителя.

Заряд – это не особая материя, а проявление одного из свойств вещества. Нельзя снять заряд с электрона или протона.

Заряды всех элементарных заряженных частиц одинаковы по модулю и могут отличаться только знаком, причём независимо от массы частицы.

Это самое удивительное свойство. У всех электронов одинаковый заряд:

$$q_e = -e \approx -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}.$$

Заряд протонов такой же по модулю, но противоположный по знаку:

$$q_p = +e \approx +1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}.$$

Кто разработал уникальную технологию их изготовления? Вряд ли мы об этом узнаем. Но мы догадываемся, почему заряды протонов и электронов одинаковы по модулю. Возможно, у природы есть стремление сделать мир стабильным и развивающимся. Стабильный мир можно создать только из квазинейтральных элементов. Если бы заряды протонов и электронов были не совсем одинаковы, то атомы не были бы электрически нейтральными. А поскольку электрические силы очень велики, то невозможно было бы существование молекул, не говоря уже о более сложных структурах, в том числе живых.

Интересно, что у заряженных античастиц позитрона, антипротона такие же по модулю, но противоположные по знаку заряды. Значит, и антимир, если он существует, тоже имеет стабильную основу для развития.

Встреча частицы с античастицей, например электрона с позитроном, приводит к аннигиляции, то есть к превращению вещества в кванты электромагнитного излучения.

Возможен и обратный процесс, например образование электрона и позитрона при встрече гамма кванта с веществом.

Заряд частицы не зависит от её скорости.

То есть способность частицы к электромагнитным взаимодействиям одинакова при любой скорости частицы в данной системе отсчёта.

Имеет место ***закон сохранения электрического заряда***.

Алгебраическая сумма зарядов замкнутой системы тел остается неизменной с течением времени.

Например, при контакте эбонитовой палочки с шерстяной тканью палочка получает отрицательный заряд. Такой же по модулю, но уже положительный заряд получает шерсть в соответствии с законом сохранения заряда. Происходит следующее: небольшая часть электронов из шерсти переходит на эбонитовую палочку. Чем больше площадь контактирующей поверхности, тем больше переходит электронов, пока система (шерсть – палочка) не придет в равновесное состояние. Понятно, что какой отрицательный заряд унесут на палочку электроны, такой же нескомпенсированный положительный заряд появится на шерсти. Если прикоснуться этой палочкой к электрометру (рис. 2), то его стрелка отклонится, потому что часть электронов перейдет из палочки на электрометр. Если же коснуться заряженной шерстью электрометра, то отклонения стрелки не произойдет потому, что шерсть не может оторвать электроны от железного стержня электрометра (проверьте на опыте).

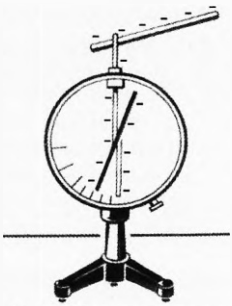


Рис. 2. *Электрометр*

Заряженные частицы не могут действовать друг на друга непосредственно: вокруг них существует электромагнитное поле.
Поле одной заряженной частицы действует на другую некоторой силой и наоборот.

§ 2. Электромагнитное поле

Электромагнитное поле – это вид материи, с помощью которого осуществляется взаимодействие между электрически заряженными частицами. Электромагнитное поле существенно отличается от вещества. Главное отличие состоит в том, что вещественные объекты локализованы в пространстве, например, можно указать форму и размеры любой молекулы. Границы же электромагнитного поля, окружающего заряженный шар, указать нельзя. Структура электромагнитного поля ещё недостаточно изучена. Мы пока не можем сказать, из каких элементов состоит электромагнитное поле, но в том, что такой вид материи существует, нет никакого сомнения. Действительно, одной из разновидностей поля являются электромагнитные волны, которые распространяется в вакууме со скоростью 300 000 км/с. Например, электромагнитный импульс от лазера, посланный на Луну, возвращается через 2,6 с. К Луне летит не вещество, а сгусток электромагнитного поля. Отраженный от Луны остаток регистрируется приборами на Земле. Понятно, что это не вещество, но это – материя. Ведь «ничто» не может двигаться и взаимодействовать с поверхностью Луны, а затем с приемной аппаратурой.

Электромагнитное поле может проявляться в двух формах: электрического поля и магнитного поля.

Свойства электрического поля

Электрическое поле – это одна из форм проявления вида материи электромагнитного поля. Электромагнитное поле проявляется в форме электрического поля вокруг любых заряженных частиц. Электрическое поле действует на любые заряженные частицы электрической силой. Электрическое поле характеризуется энергией и может совершать работу. Электрическое поле изменяет свойства вещества.

Например, проводники электризуются, а диэлектрики поляризуются. Имеет место *электрострикция* – изменение формы тела под действием электрического поля. Отметим, что вещество в свою очередь влияет на поле. Например, поле вокруг заряженного тела максимально в вакууме. Если это тело поместить в вещество, то поле станет слабее.

Свойства магнитного поля

Магнитное поле – одна из форм проявления вида материи электромагнитного поля. Электромагнитное поле проявляется в форме магнитного поля вокруг любых движущихся в данной системе отсчёта заряженных тел.
Магнитное поле действует на любые движущиеся заряды некоторой силой.
Магнитное поле характеризуется энергией и может совершать работу.
Магнитное поле изменяет свойства вещества.

Вещества в магнитном поле намагничиваются. Имеет место *магнитострикция* – изменение формы тела под действием магнитного поля. Например, стальные сердечники, находящиеся внутри катушек, по которым протекает электрический ток, гудят из-за магнитострикции. Когда ток идёт по катушке в одном направлении, сердечник по одной оси сжимается, а по другой растягивается, при изменении направления тока в катушке сердечник уже будет растягиваться по одной оси, а по второй сжиматься. Поэтому сердечник колеблется с частотой переменного тока, и колебания передаются по воздуху в виде звуковых колебаний.

Джеймс Клерк Максвелл (1831–1879)

Явление электромагнитной индукции. Пытаясь целенаправленно превратить магнетизм в электричество, английский ученый Майкл Фарадей обнаружил в 1831 г., что при всяком изменении магнитного поля в замкнутом проводнике возникает электрический ток. А происходит это потому, что *всякое изменяющееся магнитное поле вызывает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле*, которое заставляет двигаться свободные заряды в замкнутом проводнике.

Явление магнитоэлектрической индукции – явление, обратное электромагнитной индукции. Английский физик Д. К. Максвелл, исходя из соображений симметрии, предположил, что существует и обратное явление: *при всяком изменении электрического поля в окружающем пространстве возникает вихревое магнитное поле*. Он оказался прав, но не дожил до экспериментального подтверждения этой идеи 12 лет.

Глава 1. Электростатика

Гораздо легче найти ошибку, нежели истину. Ошибка лежит на поверхности, и её замечаешь сразу, а истина скрыта в глубине, и не всякий может отыскать её.

Иоганн Вольфганг Гёте

Вокруг неподвижных в инерциальной системе отсчёта зарядов электромагнитное поле проявляется только как электрическое (электростатическое).

Электростатика *– это раздел физики, в котором рассматриваются взаимодействие и условия равновесия заряженных частиц, неподвижных в инерциальной системе отсчёта.*

При решении задач по электростатике рассматривается одно или несколько равновесных состояний системы зарядов (заряженных частиц).

Между одним и другим равновесным состоянием заряды могут переходить с одних тел (частей тела) на другие. Процессы перехода зарядов в электростатике не описываются, а рассматриваются только начальные и конечные равновесные состояния.

Основной закон электростатики – это закон Кулона, определяющий взаимодействие двух точечных неподвижных заряженных частиц.

Шарль Огюстен Кулон (1736–1806)

§ 3. Закон Кулона

Используя закон упругого кручения шёлковых нитей, французский военный инженер Шарль Кулон создал прибор для измерения силы – крутильные весы (рис. 1). С их помощью в 1785 г. он установил закон взаимодействия двух точечных зарядов.

Крутильные весы состоят из стеклянной палочки (коромысло весов), подвешенной на тонкой серебряной проволочке 1, длиной 60–70 см. На одном конце палочки Кулон закрепил позолоченный бузиновый шарик 2, а на другом конце – противовес 3. Ещё один такой же шарик 4 закреплялся на крышке весов неподвижно.

Вращением стерженька 5, на котором закреплена проволока с коромыслом, приводят шарики 2 и 4 в соприкосновение. Затем вынимают шарик 4, заряжают его и снова опускают до соприкосновения с шариком 2.

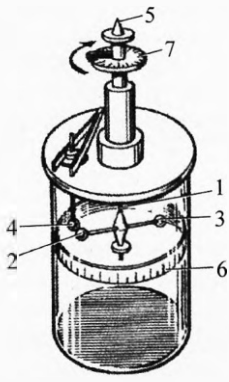


Рис. 1. *Крутильные весы*

Из соображений симметрии ясно, что половина заряда переходит с шарика 4 на шарик 2, и они отталкиваются. При этом проволочка закручивается на некоторый угол, который отсчитывается по нижней шкале 6, нанесённой на прозрачный цилиндр, предохраняющий нить и коромысло от воздействия движения воздуха в лаборатории.

Изменяя расстояние между заряженными шариками, и добиваясь при этом равновесия системы в каждом случае, Кулон установил, что *сила взаимодействия двух точечных зарядов обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними*:

$$F \propto \frac{1}{r^2}.$$

В то время ещё не было единиц измерения заряда, и измерять их он не мог. Чтобы получить зависимость силы взаимодействия от значения зарядов, Кулон вынимал шарик 4, разряжал его и вновь соединял с шариком 2. Половина заряда с шарика 2 переходила на шарик 4. Добившись равновесного состояния на таком же расстоянии, как в первом опыте, измеряют силу отталкивания. Она оказалась в четыре раза меньше, чем в первом случае. Аналогично действуя, можно уменьшать заряды шариков в кратное число раз. Можно, например, шарик 4 привести в соприкосновение с третьим таким же шариком. Его заряд уменьшится вдвое. У шарика 2 заряд останется прежним. В этом случае сила взаимодействия шариков уменьшается в два раза. Проведя многочисленные опыты, Кулон установил, что *сила взаимодействия маленьких шариков прямо пропорциональна модулю произведения их зарядов*:

$$F \propto |q_1 \cdot q_2|.$$

Обобщая результаты опытов, Кулон открыл фундаментальный закон, который не вытекает ни из каких теоретических соображений, а может быть установлен на основании опытов, что и было блестяще проделано.

Сила взаимодействия двух неподвижных точечных заряженных тел в вакууме (воздухе) прямо пропорциональна модулю произведения зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}, \qquad (1)$$

где k – коэффициент пропорциональности, значение которого зависит от выбора системы единиц. Например, в широко употреблявшейся ранее системе СГСЭ единицу заряда выбрали такой, чтобы коэффициент был равен единице $k = 1$. Некоторые преподаватели вузов до сих пор используют для удобства эту систему единиц.

В Международной системе единиц СИ заряд измеряется в кулонах:

$$1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}.$$

В этой системе:

$$k \approx 9\cdot10^9 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2} \quad \text{или} \quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0},$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м, называется ***электрической постоянной***.

Заряд один кулон больше единицы заряда СГСЭ в три миллиарда раз 1 Кл = $3\cdot10^9$ СГСЭ$_q$.

Заряд 1 Кл велик. Например, из закона Кулона следует, что два точечных заряда по 1 Кл, находящиеся на расстоянии 1 м, взаимодействовали бы силой $9\cdot10^9$ Н (численно равной k).

Следует обратить внимание, что под точечным зарядом принимается заряженное тело, размеры которого во много раз меньше расстояния, на котором оценивается взаимодействие его с другим заряженным телом.

Закон Кулона применим для любых точечных зарядов на любых не равных нулю расстояниях.

Подстановка $r = 0$ в формулу (1) даёт бесконечно большую силу. Поэтому даже самый малый (элементарный) заряд находится на частицах конечного, хотя и малого, размера. К примеру, классический радиус электрона равен $r_e \approx 2{,}8\cdot10^{-15}$ м.

§ 4. Примеры решения задач на закон Кулона

✍ **Пример 1.** Вычислить силу отталкивания между двумя электронами, подлетевшими друг к другу на расстояние (между центрами) 10^{-14} м.

➥**Решение.** $F = \dfrac{k\cdot e^2}{r^2}$; $F = \dfrac{9\cdot10^9 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}\cdot(1{,}6\cdot10^{-19}\,\text{Кл})^2}{(10^{-14}\,\text{м})^2} = 2{,}3\,\text{Н}$,

где $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл – *модуль заряда электрона.*

Для электронов это громадная сила. Вычислим, с каким громадным ускорением движется в этот миг каждый электрон:

$$a = \frac{F}{m_e}; \quad a = \frac{2{,}3\ \text{Н}}{9{,}1\cdot10^{-31}\,\text{кг}} = 2{,}5\cdot10^{30}\,\text{м}/\text{с}^2,$$

где $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг – *масса электрона.* ➥

✍ **Пример 2.** Решить фантастическую задачу. Пусть у двух человек массой по m=54 кг, находящихся на расстоянии r=10 м друг от друга, каким-то образом отняли по одному электрону из каждой молекулы. Оценить, с какой силой они бы оттолкнулись.

➥**Решение.** Пусть N – число молекул в теле, а значит, и число некомпенсированных электронов. Будем считать, что тело человека в основном состоит из воды. Тогда некомпенсированный заряд одного человека:

$$|q_1| = eN = e\frac{m}{M}N_A = 1{,}6\cdot10^{-19}\,\text{Кл}\cdot\frac{54\,\text{кг}}{0{,}018\,\text{кг/моль}}\cdot6{,}02\cdot10^{23}\,\text{моль}^{-1} = 2{,}9\cdot10^{8}\,\text{Кл}.$$

$$F = k\frac{|q_1\cdot q_2|}{r^2} = \frac{k\cdot q_1^2}{r^2};\quad F = 9\cdot10^9\cdot\frac{(2{,}9\cdot10^8)^2}{10^2} \approx 7{,}5\cdot10^{24}\,\text{Н}.$$ ➥

Примечание. Это громадная сила! Но реализовать такой опыт невозможно. Ионизировать мизерное количество молекул можно. Но нет таких сил, которые могли бы отобрать от каждой молекулы по одному электрону. В природе всё находится в равновесном или квазиравновесном состоянии.

Можно убрать даже все электроны из атомов. Это будет стопроцентная, абсолютная, ионизация. Вещество в таком состоянии называется *плазмой*. Однако средняя концентрация заряда в плазме близка к нулю, ибо количество положительных и отрицательных зарядов в плазме практически одинаково.

✍**Пример 3.** Два стальных шарика радиусами по 1 см находятся на расстоянии 5 см друг от друга, на них поместили разноимённые заряды, а в другом случае – такие же по модулю, одноимённые. В каком случае сила взаимодействия будет больше? Оценить во сколько раз.

➥**Решение.** Поле каждого заряда действует на другой заряд, поэтому в случае разноимённых зарядов они будут стремиться расположиться поближе друг к другу (рис. 2а). И сила их притяжения будет больше, чем при симметричном распределении заряда относительно центров шаров.

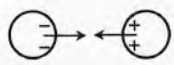


Рис. 2а. *Притяжение заряженных тел*

Рис. 2б. *Отталкивание заряженных тел*

Если же шарики заряжены одноименно (рис. 2б), то заряды стремятся отойти друг от друга возможно дальше, поэтому сила отталкивания будет меньше, чем при симметричном расположении зарядов, и тем более чем при взаимодействии разноимённых зарядов.

При взаимодействии разноимённых зарядов расстояние между зарядами будет не менее 3 см. А при взаимодействии одноимённых зарядов расстояние будет не более 7 см. Значит, сила взаимодействия будет отличаться менее чем в $(7/3)^2$=5,4 раза. ➥

✍ **Пример 4.** Как будут взаимодействовать стальные шары, если один из них заряжен, а другой нет?

➥**Решение.** При формальном подходе к решению задачи (подстановка в формулу закона Кулона данных) сила равна нулю.

На самом деле шары будут притягиваться друг к другу. Действительно, поле заряженного (например, положительно) шара отталкивает ядра атомов второго шара и притягивает электроны (рис. 3). Электроны смещаются. Это явление называется *электростатической индукцией*. Разделённые заряды, таким образом, называют *индуцированными*. Индуцированный заряд противоположного знака ближе к заряженному телу, и поэтому притягивается сильнее. Поэтому в целом незаряженное тело притягивается к заряженному. Согласно III закону Ньютона, с такой же силой заряженное тело притягивается к незаряженному.↩

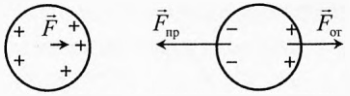


Рис. 3. *Притяжение незаряженного тела к заряженному*

✍ **Пример 5.** А могут ли два одноимённых заряженных тела притягиваться электрической силой?

➥**Решение.** Такое тоже возможно. Действительно, если заряд одного тела достаточно большой, а другого – очень маленький, то за счёт электростатической индукции они могут притягиваться сильнее, чем отталкиваться за счёт одноимённых зарядов (рис. 4):

$$F = |\vec{F}_{пр} + \vec{F}_{от}|.$$

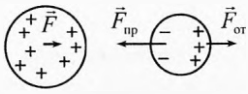


Рис. 4. *Притяжение одноимённо заряженных тел*

Сила притяжения слабозаряженного тела индуцированным зарядом противоположного знака может оказаться больше, чем сила отталкивания одноименного индуцированного заряда и собственного заряда второго тела за счёт того, что разноимённый индуцированный заряд находится ближе.↩

§ 5. Напряжённость электрического поля

Опишем количественно способность электрического поля действовать некоторой силой на заряженные частицы.

Пусть тело произвольной формы, неподвижное в данной инерциальной системе отсчёта, заряжено, для определённости, положительным зарядом $q>0$. Поместим в некоторой точке положительный пробный заряд $q_п$.

Пробный заряд *– это малый заряд частицы, с помощью которого можно исследовать электрическое поле. Пробный заряд столь мал, что его внесение не изменяет напряжённость, создаваемую полем заряда* q.

Поле, связанное с зарядом q, будет действовать на пробный заряд электрической силой $\vec{F}_э$ (рис. 5).

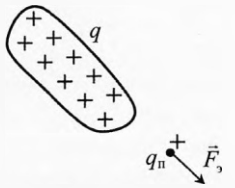


Рис. 5. *Электрическая сила действует на пробный заряд*

Помещая в эту точку различные пробные заряды $q_{п1}$, $q_{п2}$, $q_{п3}$ и т.д., обнаружим в каждом случае различные значения сил $F_{э1}$, $F_{э2}$, $F_{э3}$…

Оказывается, что для данной точки пространства отношение силы к значению пробного заряда одинаково:

$$\frac{F_{э1}}{q_{п1}} = \frac{F_{э2}}{q_{п2}} = \frac{F_{э3}}{q_{п3}} = \text{const}.$$

Отношение силы к заряду зависит только от электрического поля в этой точке. Чем сильнее поле в данной точке, тем больше это отношение. Поэтому естественно принять его в качестве меры силового влияния электрического поля на заряженную частицу. Эта величина называется напряжённостью электрического поля. Модуль напряжённости равен:

$$E = \frac{F_э}{q_п}.$$

Поскольку сила – векторная величина, то есть в данной точке она однозначно направлена, то и напряжённость – векторная величина. Определим вектор напряжённости выражением:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_э}{q_п}.$$

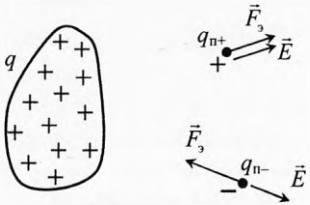


Рис. 6. *Напряжённость электрического поля*

Отсюда видно, что напряжённость направлена так же, как сила, приложенная со стороны поля к положительному пробному заряду (рис. 6):

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_э}{|q_{п+}|}; \qquad \vec{E} \uparrow\uparrow \vec{F}_э.$$

Для отрицательного пробного заряда напряжённость направлена противоположно силе, действующей на него со стороны поля:

$$\vec{E} = -\frac{\vec{F}_э}{|q_{п-}|}; \quad \vec{E} \uparrow\downarrow \vec{F}_э.$$

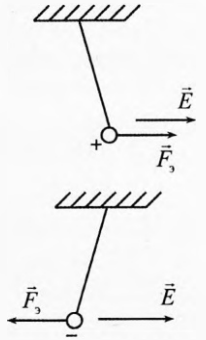


Рис. 7. *Направление напряжённости*

Таким образом, поле можно исследовать как с помощью положительного, так и отрицательного пробного заряда, например, подвесив на шёлковой нити заряженную станиолевую гильзу (рис. 7). Если гильза заряжено положительно, то напряжённость в данной точке направлена туда, куда поле действует на гильзу. А если же её заряд отрицательный, то гильза отклонится в другую сторону, то есть напряжённость поля $\vec{E}$ противоположна силе $\vec{F}_э$, действующей со стороны электрического поля на отрицательно заряженную гильзу. Конечно, удобнее исследовать поле с помощью положительно заряженной гильзы.

Напряжённость электрического поля *– это векторная физическая величина, характеризующая силовое влияние электрической составляющей электромагнитного поля на заряженные тела. Напряжённость равна отношению силы, с которой электрическое поле действует на заряженную частицу в данной точке пространства, к значению заряда частицы.*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_э}{q}$$

Отсюда следует, что силу, действующую со стороны электрического поля на заряженную частицу, можно вычислить по формуле

$$\vec{F}_э = q \cdot \vec{E}.$$

Для этого надо знать заряд частицы и напряжённость электрического поля в данной точке.

Единица измерения напряжённости специального названия не имеет:

$$[E] = 1\frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = 1\frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Напряжённость поля 1 Н/Кл означает, что на заряд 1 Кл, помещённый в данную точку, электрическое поле будет действовать силой 1 Н, а на заряд 1 нКл (10^{-9} Кл) будет в этой точке действовать сила 1 нН (10^{-9} Н).

Это верно только в том случае, когда пробный заряд не изменяет распределение в пространстве зарядов, создающих поле. Дело в том, что заряд 1 Кл огромен и создаёт сильное собственное поле, которое может заметно повлиять на распределение зарядов, создающих поле, и напряжённость в данной точке может измениться существенно, а при внесении пробного заряда 1 нКл его влияние на поле во много раз меньше.

Поэтому когда речь идёт об исследовании поля пробными зарядами, то имеется в виду, что пробные заряды столь малы, что они не влияют на распределение в пространстве зарядов, создающих данное поле, а, следовательно, и на напряжённость поля.

§ 6. Напряжённость поля точечного заряда

Рассчитаем напряжённость поля точечного заряда q в зависимости от расстояния до него (рис. 8).

Согласно определению напряжённость поля:

$$E = \frac{F}{|q_{\text{п}}|}. \qquad (2)$$

По закону Кулона для двух точечных зарядов:

$$F = k\frac{|q \cdot q_{\text{п}}|}{r^2}. \qquad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получим:

$$\boxed{E = \frac{k|q|}{r^2}}.$$

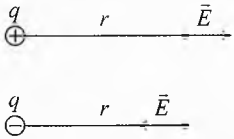


Рис. 8. *Напряжённость точечного заряда*

Напряжённость поля, создаваемого точечным зарядом в вакууме, прямо пропорциональна этому заряду и обратно пропорциональна квадрату расстояния от заряда до данной точки (в которой измеряется напряжённость). Вектор напряжённости поля точечного заряда направлен по прямой, соединяющей заряд и точку наблюдения.

Если точечный заряд находится не в вакууме, а в среде, диэлектрическая проницаемость которой равна ε, то

$$\boxed{E = \frac{kq}{\varepsilon \cdot r^2}}$$

Здесь заряд q имеется в виду по модулю.

Принцип суперпозиции полей. Пусть имеется несколько неподвижных зарядов. Поле каждого заряда действует на пробный заряд $q_{\text{п}}$ в любой точке независимо от полей других зарядов. Поэтому результирующая сил, приложенных со стороны полей всех зарядов, равна сумме (векторной) этих сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_N.$$

Разделив это выражение на значение пробного заряда, получим аналогичное выражение для напряжённости:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{п}}} = \frac{\vec{F}_1}{q_{\text{п}}} + \frac{\vec{F}_2}{q_{\text{п}}} + \ldots + \frac{\vec{F}_N}{q_{\text{п}}}; \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N.$$

Если в пространстве есть несколько зарядов, то результирующая напряжённость в данной точке равна векторной сумме напряжённостей, созданных полем каждого из зарядов.

✍ **Пример 6.** Два разноимённых заряда q_1=10 нКл и q_2= –10 нКл находятся на расстоянии R=6 см друг от друга (рис. 9). Чему равна напряжённость в точке, удаленной на r=5 см от каждого из зарядов?

➥**Решение.** $E_1 = E_2 = \dfrac{kq_1}{r^2}$;

$$E_1 = E_2 = \frac{9\cdot10^9\cdot10^{-8}}{25\cdot10^{-4}} = 36 \text{ кН/Кл}.$$

Найдём общую напряжённость

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

I способ. По теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\alpha} = E_1\sqrt{2(1-\cos\alpha)};$$

где $\sin\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{R/2}{r} = \dfrac{6/2}{5} = 0{,}6$; => α=74°;

$$E = 36\sqrt{2(1-\cos 74°)} \approx 43 \text{ кН/Кл}.$$

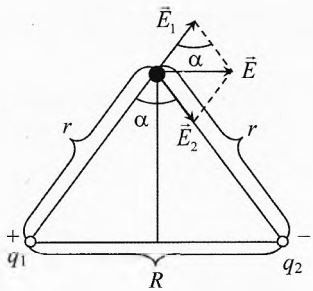


Рис. 9. *Напряжённость от двух зарядов*

II способ. Поскольку E_1=E_2, то для нахождения общей напряжённости можно воспользоваться подобием треугольников:

$$\frac{r}{R} = \frac{E_1}{E} \quad \Rightarrow \quad E = E_1\cdot\frac{R}{r} \approx 43 \text{ кН/Кл}.$$ ➥

✓ **Ответ.** Напряжённость E=43 кН/Кл. Она направлена параллельно линии, соединяющей заряды.

§ 7. Линии напряжённости электрического поля

Электрическое поле невидимо. Для того чтобы наглядно представить распределение поля в пространстве, его изображают в виде силовых линий или линий напряжённости электрического поля.

Линия напряжённости *представляет собой геометрическое место точек, касательные к которым совпадают по направлению с результирующей напряжённостью в данной точке.*

Рис. 10. *Поле точечного заряда*

В случае точечного заряда поле центрально симметрично (рис. 10).

Для двух разноимённых, одинаковых по модулю зарядов поле симметрично относительно, линии соединяющей заряды, а также относительно оси, перпендикулярной этой линии, расположенной посередине между зарядами (рис. 11а). Аналогичная симметрия для двух одинаковых по модулю зарядов (рис. 11б).

Если же заряды неодинаковы по модулю, то их поле симметрично только относительно оси, проходящей через заряды. На рис. 11в и 11г показаны

поля разноимённых и одноимённых зарядов в случае, когда модуль одного из зарядов в 2 раза больше другого.

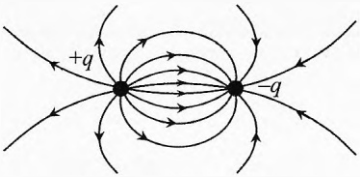


Рис. 11а. *Поле двух одинаковых по модулю разноимённых зарядов*

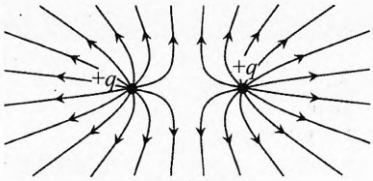


Рис. 11б. *Поле двух одинаковых одноимённых зарядов*

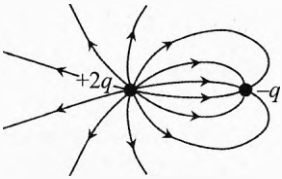


Рис. 11в. *Поле двух разных по модулю разноимённых зарядов*

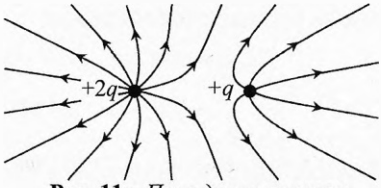


Рис. 11г. *Поле двух разных по модулю одноимённых зарядов*

На рис. 12 изображено поле плоского конденсатора. Видно, что оно, в основном, сосредоточено между пластинками (обкладками) и практически однородно. Вне конденсатора у краев обкладок поле неоднородное. Снаружи обкладок поле очень слабое. В случае двух бесконечно длинных параллельных плоскостей, разноименно заряженных одинаковыми по модулю зарядами, всё поле сосредоточено между ними, а вне их электрическое поле этими зарядами не создаётся.

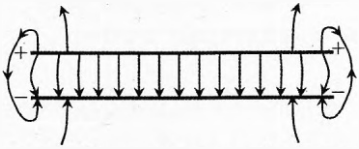


Рис. 12. *Поле плоского конденсатора*

Диполь. Система двух близко расположенных связанных частиц (рис. 13), заряды которых одинаковы по модулю, но противоположны по знаку, называется *диполем* (от греч. *di* – двойной, и *polos* – полюс). Диполь характеризуется дипольным моментом

$$\vec{p} = q\vec{l},$$

где q – модуль одного из зарядов диполя, l – расстояние между зарядами. Дипольный момент направлен от отрицательного заряда к положительному.

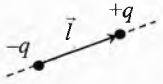


Рис. 13. *Диполь*

Поле диполя изображено на рис. 11а.

Если диполь состоит из сложной системы заряженных частиц (например, молекула воды), то расстояние берется между центрами отрицательного и положительного зарядов этой системы частиц. Диполь в электрическом поле по своим свойствам аналогичен магнитной стрелке в магнитном поле.

§ 8. Теорема Гаусса

Поток линий напряжённости электрического поля (поток силовых линий). Для наглядной количественной оценки напряжённости электрического поля в пространстве условимся проводить силовые линии таким образом, чтобы число линий, проходящих через площадку 1 м^2, перпендикулярную линиям (рис. 14), было равно (или прямо пропорционально) напряжённости поля в данной точке пространства

$$E = \frac{N}{S_\perp}.$$

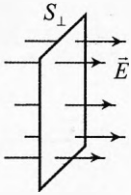


Рис. 14. *Поток линий напряжённости перпендикулярен площадке*

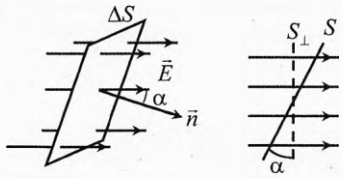


Рис. 15. *Поток силовых линий направлен под углом α к нормали к площадке*

Число линий напряжённости, пересекающее поверхность $S_\perp$, равно

$$N = E \cdot S_\perp.$$

Если линии пересекают площадку так, что её нормаль $\vec{n}$ составляет угол α к силовым линиям (рис. 15), то

$$N = E \cdot S \cdot \cos\alpha = E \cdot S_\perp.$$

Поток силовых линий *через поверхность площади S рассматривается как физическая величина, характеризующая электрическое поле, пересекающее эту поверхность. Поток силовых линий равен произведению напряжённости электрического поля и поперечной площади поверхности, которая пронизывается данным потоком:*

$$N = E \cdot S \cdot \cos\alpha, \qquad [N] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \cdot \text{м}^2 = \frac{\text{В}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 = \text{В} \cdot \text{м}.$$

Поток силовых линий $1\,\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}}$ – это поток поля напряжённостью 1 В/м через поверхность площадки 1 м^2, перпендикулярную силовым линиям поля.

Если поле, пересекающее поверхность S, неоднородно, то поток линий напряжённости через него можно найти как сумму потоков через площадки столь малые, что напряжённость в каждой из них практически однородна:

$$N \approx \sum_i E_i \cdot \delta S_i \cdot \cos\alpha_i = \sum_i E_{i\perp} \cdot \delta S_i,$$

где $E_{i\perp}$ – нормальная (перпендикулярная поверхности) составляющая напряжённости E_i на i-м участке.

Поток, выходящий из поверхности, положителен, а входящий в поверхность отрицателен.

Теорема Гаусса (основная теорема электростатики). Найдём поток линий напряжённости электрического поля через замкнутую поверхность, охватывающую заряды. Для этого возьмём положительный заряд q и поместим его в центре сферы радиуса r (рис. 16). Поток линий напряжённости, выходящих через поверхность:

$$N=E\cdot S\cdot\cos\alpha,$$

где $E=\dfrac{kq}{\varepsilon r^2}$, ε – диэлектрическая проницаемость внутри сферы, $S=4\pi r^2$ – площадь сферы, α – угол между линиями напряжённости и нормалью к поверхности. В нашем случае $\alpha=0$, ибо напряжённость направлена вдоль радиуса, а радиус всегда перпендикулярен поверхности сферы. В итоге получим:

$$N=\frac{kq}{\varepsilon r^2}\cdot 4\pi r^2\cdot 1,\quad N=\frac{4\pi kq}{\varepsilon}.$$

Карл Фридрих Гаусс (1777–1855)

То есть поток линий от точечного заряда прямо пропорционален заряду и обратно пропорционален диэлектрической проницаемости среды.

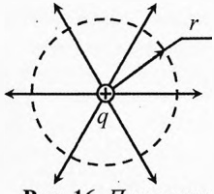


Рис. 16. *Поток от заряда через сферу*

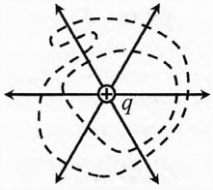


Рис. 17. *Линия выходит через поверхность на один раз больше, чем заходит*

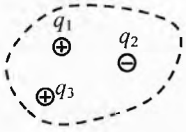


Рис. 18. *Поток от нескольких зарядов через замкнутую поверхность*

Если окружить эту заряженную частицу произвольной замкнутой поверхностью, то число линий напряжённости, которые выйдут из неё, будет очевидно таким же. Часть линий может пересечь замкнутую поверхность более одного раза, но каждая линия выйдет из поверхности ровно на один раз больше, чем войдет в неё (рис. 17).

Если мы поместим под замкнутую поверхность несколько таких заряженных частиц (рис. 18), то, согласно принципу суперпозиции, каждая из них создаёт поле, которое действует независимо от наличия полей других заряженных частиц. Поэтому поток линий через замкнутую поверхность будет пропорционален алгебраической сумме зарядов, находящихся под этой поверхностью:

$$N=\sum_i N_i=\sum_i\frac{4\pi kq_i}{\varepsilon},\qquad \boxed{N=\frac{4\pi k}{\varepsilon}\sum q_i}.$$

Это и есть математическое выражение ***теоремы Гаусса***, сформулированной в 1839 г. немецким математиком, астрономом и физиком К.Ф. Гауссом.

Поток напряжённости электрического поля через замкнутую поверхность прямо пропорционален алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри, и обратно пропорционален диэлектрической проницаемости среды.

В Международной системе единиц СИ: $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$.

Тогда $\boxed{N = \dfrac{\sum q_i}{\varepsilon\varepsilon_0}}$.

Теорема Гаусса позволяет находить распределение напряжённости в пространстве, создаваемое различными заряженными частицами.

Если поток линий напряжённости пронизывает замкнутую поверхность, то одни и те же линии входят в эту поверхность, а потом выходят из неё. Если при этом внутри поверхности нет зарядов, то суммарный поток линий через неё равен нулю (рис. 19).

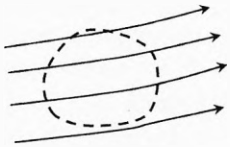


Рис. 19. *Поток от внешних зарядов через замкнутую поверхность равен нулю*

§ 9. Поле заряженной сферы, шара, плоскости, нити

Поверхностная плотность заряда. Введём понятие, которое характеризует распределение заряда по поверхности тела.

Поверхностная плотность заряда σ *характеризует распределение заряда по поверхности тела, она равна отношению малого заряда к малой площади поверхности, на которой он находится:*

$$\boxed{\sigma = \frac{\delta q}{\delta S}}, \qquad [\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

При равномерном распределении заряда поверхностная плотность равна отношение заряда к площади, на которой он находится:

$$\boxed{\sigma = \frac{q}{S}}.$$

В частности, если заряд q находится на проводящей сфере радиуса R, то

$$\sigma_{\text{сф}} = \frac{q}{4\pi R^2}.$$

Напряжённость поля от проводящей заряженной сферы, шара. Пусть на сфере радиуса R равномерно распределён заряд q. Если сфера проводящая, то заряд распределится равномерно сам собой, что ясно из соображений симметрии. Одноимённые заряды отталкиваются и разбегаются как можно дальше. В случае проводящего шара (сферы) они равномерно располагаются на внешней поверхности равномерно, чтобы каждой заряженной частице было одинаково «тяжело».

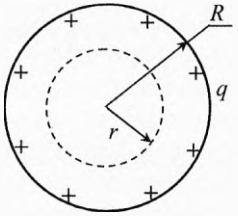


Рис. 20. *Напряжённость внутри проводящей сферы равна нулю*

Если сфера непроводящая, то равномерное распределение должно быть специально организовано.

Рассмотри сначала напряжённость внутри сферы на расстоянии $r<R$ от её центра. Проведем сферу радиуса r (рис. 20). Результирующий поток через эту поверхность будет равен нулю в соответствии с теоремой Гаусса, ибо под её поверхностью нет зарядов. Поэтому и напряжённость внутри сферы равна нулю.

Если окружить сферу замкнутой поверхностью радиусом $r \geq R$, то поток линий напряжённости через эту поверхность равен

$$N = \frac{4\pi kq}{\varepsilon}.$$

Тогда напряжённость при $r \geq R$:

$$E = \frac{N}{S_{\perp}} = \frac{4\pi kq}{4\pi r^2 \cdot \varepsilon}; \qquad E = \frac{kq}{\varepsilon r^2}.$$

В частности, на поверхности шара, то есть при $r=R$, напряжённость поля максимальна:

$$E_{max} = \frac{kq}{\varepsilon R^2}.$$

В системе СИ: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, тогда

$$E_{max} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2} \quad \text{или} \quad E_{max} = \frac{\sigma_{сф}}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

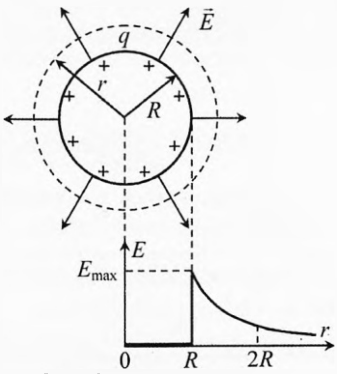


Рис. 21. *Напряжённость равномерно заряженной сферы*

На рис. 21 представлена зависимость напряжённости электрического поля, создаваемого зарядом, равномерно распределенным по поверхности сферы или шара радиусом R, от расстояния до центра шара:

$$E_{сф} = \begin{cases} 0 & \text{при } r < R, \\ \dfrac{kq}{\varepsilon r^2} & \text{при } r \geq R. \end{cases}$$

В случае проводящего шара заряд также распределится по поверхности, поскольку одноимённые заряды отталкиваются. Отсутствие напряжённости внутри шара можно доказать методом от противного. Предположим, что внутри шара есть напряжённость электрического поля. Но поскольку шар проводящий, то на свободные электроны будет действовать сила со стороны этого поля, и они будут смещаться (перераспределяться). Это перераспределение прекратится только тогда, когда напряжённость электрического поля внутри шара станет равной нулю.

Объёмная плотность заряда. Введём понятие, которое характеризует распределение заряда по объёму тела.

Объёмная плотность заряда ρ *характеризует распределение заряда по объёму тела, она равна отношению малого заряда к малому объёму, в котором он находится:*

$$\rho = \frac{\delta q}{\delta V}, \qquad [\rho] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}.$$

При равномерном распределении заряда по объёму объёмную плотность можно вычислить как отношение заряда к объёму тела, в котором он находится:

$$\rho = \frac{q}{V}.$$

В частности, если заряд q равномерно распределён по объёму шара радиусом R, то

$$\rho_{\text{шар}} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}.$$

Заметим, что только в диэлектрике заряд может быть распределен равномерно по объёму.

Напряжённость поля равномерно заряженного по объёму непроводящего шара. Из теоремы Гаусса ясно, что вне шара напряжённость в соответствующих точках будет такой же, как у проводящей сферы или шара:

$$E = \frac{kq}{\varepsilon r^2}, \text{ при } r \geq R.$$

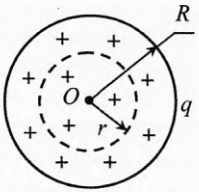


Рис. 22. *Напряжённость внутри непроводящего шара линейно увеличивается от центра*

А внутри диэлектрического равномерно заряженного шара она не равна нулю. Проведем внутри шара концентрическую сферу (с центром в точке O) радиуса $r<R$ (рис. 22). Внешние слои с радиусом большим r дадут результирующую напряжённость, равную нулю, что мы уже доказали ранее. Заряд q_r, находящийся внутри сферы, создаст напряжённость:

$$E = \frac{kq_r}{\varepsilon r^2},$$

где $q_r = \rho_{\text{шар}} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$ – заряд внутри сферы радиуса r, $\rho_{\text{шар}}$ – объёмная плотность заряда в шаре. Тогда

$$E = \frac{4\pi k \rho_{\text{шар}}}{3\varepsilon} r = \frac{kq}{\varepsilon R^3} r.$$

То есть напряжённость внутри равномерно заряженного по объёму диэлектрического шара линейно возрастает от 0 до $E_{max} = \dfrac{kq}{\varepsilon R^2}$.

На рис. 23 представлена зависимость напряжённости электрического поля, создаваемого зарядом, равномерно распределенным по объёму непроводящего шара радиусом R, от расстояния до центра шара:

$$E_{шар} = \begin{cases} \dfrac{kq}{\varepsilon R^3} r & \text{при } r < R, \\ \dfrac{kq}{\varepsilon r^2} & \text{при } r \geq R. \end{cases}$$

Аналогична зависимость напряжённости гравитационного поля (ускорения силы тяжести) от r внутри и снаружи однородной планеты.

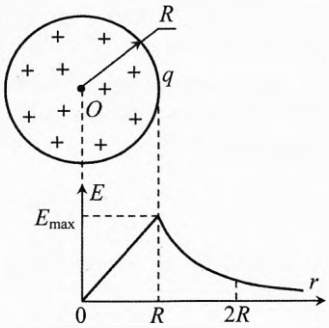


Рис. 23. *Напряжённость от равномерно заряженного шара*

Напряжённость поля равномерно заряженной плоскости. Возьмём бесконечно большую плоскость с равномерно распределенным по ней зарядом, поверхностная плотность которого равна σ.

Из соображений симметрии ясно, что направление линий напряжённости в любой точке перпендикулярно этой плоскости (рис. 24а).

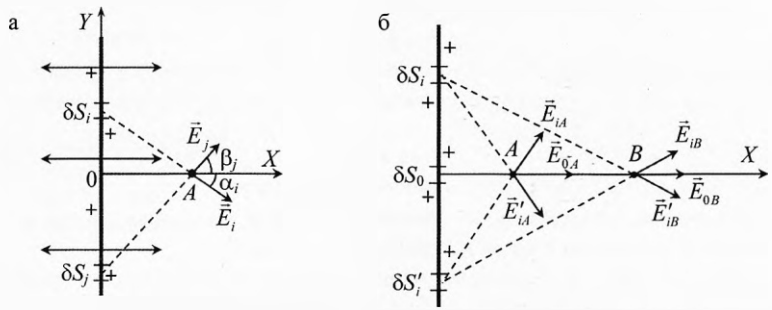


Рис. 24. *Напряжённость равномерно заряженной плоскости*

Действительно, в точке A участки, расположенные выше оси OX, создают напряжённость вниз под некоторыми углами α_i. А участки, расположенные ниже оси OX, создают напряжённость вверх под некоторыми углами β_j к оси OX. Поскольку плоскость распространяется вверх и вниз бесконечно далеко, то на каждый участок, расположенный выше оси OX, найдётся симметричный ему участок, расположенный ниже оси OX, который компенсирует составляющую его напряжённости на ось OY. То есть суммарная напряжённость по оси OY будет равна нулю (аналогично и для оси OZ). По оси OX все составляющие напряжённости арифметически суммируются.

Причём силовые линии будут параллельными, значит, напряжённость на любом расстоянии от плоскости будет одинакова. Казалось бы, ближе к заряженной плоскости напряжённость должна быть больше, так как, например (рис. 24б), от участка δS_0 напряжённость в точке A больше, чем в точке B: $E_{0A}>E_{0B}$. Но от участков δS_i и $\delta S_i'$ суммарная составляющая вдоль оси OX в точке A меньше, чем в точке B: $E_{iAx}<E_{iBx}$. Так что общий результат получается одинаковым. Вычислим его с помощью теоремы Гаусса.

Окружим участок плоскости замкнутым цилиндром (рис. 25). Поток напряжённости электрического поля выходит из цилиндра только из его торцов общей площадью $S=2\cdot S_{уч}$, где $S_{уч}$ – площадь окруженного участка плоскости.

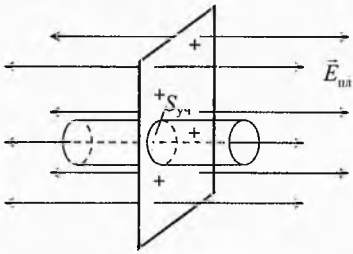


Рис. 25. *Напряжённость поля от равномерно заряженной плоскости*

По теореме Гаусса:

$$E_{пл}\cdot S=\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

где $q=\sigma\cdot S_{уч}$ – заряд окруженного участка, ε – диэлектрическая проницаемость среды. Итак,

$$E_{пл}\cdot 2S_{уч}=\frac{\sigma S_{уч}}{\varepsilon\varepsilon_0} \quad \text{или} \quad \boxed{E_{пл}=\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}}.$$

Напряжённость от равномерно заряженной бесконечной плоскости прямо пропорциональна поверхностной плотности заряда и обратно пропорциональна диэлектрической проницаемости среды, в которой находится эта плоскость, и одинакова на любом расстоянии от неё.

Напряжённость поля двух параллельных равномерно заряженных пластин. Пусть две параллельные пластины, расположенные на расстоянии d друг от друга, равномерно заряжены. Причём одна из них заряжена положительно, и поверхностная плотность её заряда равна $\sigma_+=\sigma$, а другая – отрицательно, и поверхностная плотность её заряда равна $\sigma_-=-\sigma$.

Из рис. 26 видно, что слева и справа от пластин напряжённость электрического поля равна нулю, ибо каждая плоскость создаёт напряжённость

$$|E_+|=|E_-|=\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

Но их направления справа и слева от пластин противоположны.

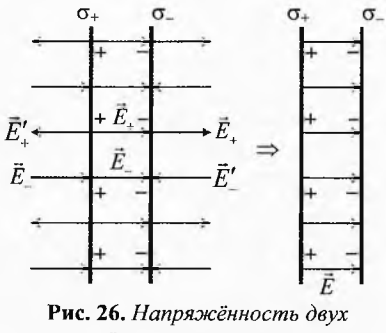


Рис. 26. *Напряжённость двух разноимённо заряженных пластин*

Между пластинами напряжённости, создаваемые пластинами, сонаправлены. Результирующая напряжённость вдали от краёв пластин равна

$$E=E_{+}+E_{-},\quad E=2E_{+}=2E_{-},\quad \boxed{E=\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}}.$$

Итак, между двумя параллельными пластинами с одинаковой по модулю, но противоположной по знаку поверхностной плотностью зарядов, напряжённость электрического поля равна арифметической сумме напряжённостей, создаваемых каждой из пластин. Вне пластин поле, обусловленное краевыми эффектами пренебрежимо мало, если размеры пластин во много раз больше расстояния между ними.

Напряжённость поля равномерно заряженной прямой нити. Рассмотрим равномерно заряженную прямую нить с линейной плотностью заряда, равной отношению малого заряда δq к малой длине нити, на которой он расположен:

$$\boxed{\tau=\frac{\delta q}{\delta l}},\qquad [\tau]=\frac{\text{Кл}}{\text{м}}.$$

Найдём напряжённость электрического поля на расстоянии r от нити. Окружим нить цилиндром радиуса r, ось которого проходит через нить (рис. 27а). Из соображений симметрии ясно, что напряжённость в любой точке пространства будет направлена по радиусу от нити, то есть будет перпендикулярна нити. Следовательно, поток электрического поля через цилиндр будет выходить только через его боковую поверхность площадью $S=2\pi r\cdot l$, где l – высота цилиндра. Тогда по теореме Гаусса:

$$E_{\text{нити}}\cdot S=\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

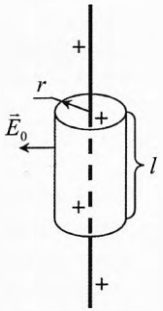


Рис. 27а. *Равномерно заряженная нить*

где $q=\tau\cdot l$ – заряд окруженной части нити.

Подставляя выражения для S и q, получим:

$$E_{\text{нити}}\cdot 2\pi r\cdot l=\frac{\tau l}{\varepsilon\varepsilon_0}\ \text{или}\quad \boxed{E_{\text{нити}}=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}}\ \text{или}\quad \boxed{E_{\text{нити}}=\frac{2k\tau}{\varepsilon r}}.$$

Напряжённость от равномерно заряженной прямой нити прямо пропорциональна линейной плотности заряда и обратно пропорциональна расстоянию от нити до данной точки и диэлектрической проницаемости среды, в которой находится эта нить.

✍ **Пример 7.** В проводящей сфере радиуса R находится заряд q и имеется маленькое отверстие. Вычислить напряжённость в центре отверстия, внутри и снаружи около поверхности сферы вдали отверстия.

➥**Решение.** Снаружи сферы около её поверхности вдали от отверстия напряженность равна:

$$E = \frac{kq}{R^2}; \text{ или } E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

где $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$ – поверхностная плотность заряда сферы.

Внутри сферы вдали от отверстия напряжённость равна нулю, как было показано ранее в соответствии с теоремой Гаусса.

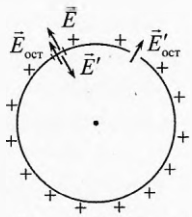


Рис. 27б. *Напряжённость в отверстии сферы*

Рассмотрим малый элемент поверхности δS сферы. Он практически плоский и создаёт по обе стороны напряженность:

$$\vec{E} = -\vec{E}' \text{ или } E = E' = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Значит, вся остальная сфера создаёт на этом участке также напряжённость $E_{ост} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, направленную радиально от центра сферы. Под поверхностью $\vec{E}'$ и $\vec{E}_{ост}$ направлены противоположно: $\vec{E}' = -\vec{E}_{ост}$ и гасят друг друга.

Снаружи сферы $\vec{E}$ и $\vec{E}_{ост}$ сонаправлены, поэтому:

$$\vec{E}_{нар} = \vec{E} + \vec{E}_{ост} = 2\vec{E}, \quad E_{нар} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

В малом отверстии зарядов нет, поэтому в отверстии напряженность поля создаётся только всей остальной сферой: $E_{ост} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$. Получается, что в центре небольшого отверстия заряженной сферы напряжённость равна половине напряженности на поверхности сферы: $E_{отверстия} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.➥

§ 10. Проводники в электрическом поле

Пусть в однородном электрическом поле $\vec{E}_0$ находится проводящее тело. Это поле действует на каждую заряженную частицу электрической силой $\vec{F}_э = q\cdot\vec{E}_0$.

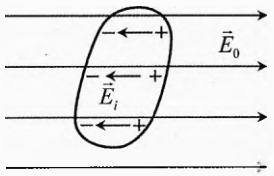


Рис. 28. *Поле индуцированных зарядов в проводнике*

Благодаря этой силе свободные заряженные частицы будут сдвигаться в теле по направлению действия этого поля (рис. 28). Положительно заряженные частицы сместятся по направлению линий напряжённости, а отрицательно заряженные – в противоположном направлении. И на поверхности тела появятся избыточные по-

ложительные и отрицательные заряды q_i. Такие заряды называются *индуцированными зарядами*.

Благодаря индуцированным зарядам возникает поле $\vec{E}_i$, которое направлено против внешнего поля. Количество индуцированных зарядов будет увеличиваться до тех пор, пока результирующее поле внутри проводника не станет равным нулю:

$$\vec{E}_0 + \vec{E}_i = 0.$$

Отметим, что этот процесс происходит очень быстро.
Дальнейшее смещение зарядов прекратится.

Таким образом, внутри проводника внешнее электрическое поле уменьшается в бесконечное число раз, то есть до нуля. Поэтому диэлектрическая проницаемость проводника равна $\varepsilon_{\text{проводника}} = \infty$.

§ 11. Диэлектрики в электрическом поле

Диэлектрики разделяются на полярные и неполярные.

Полярные диэлектрики состоят из молекул, в которых центры положительного и отрицательного зарядов не совпадают.

Например, молекула воды H_2O состоит из атома кислорода и двух атомов водорода, структурная форма которого представлена на рис. 29. Центр отрицательного заряда смещен к атому кислорода, так как электроны атома водорода в молекуле воды больше времени проводят у атома кислорода. Таким образом, молекула воды представляет собой *диполь*.

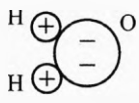


Рис. 29. *Полярная молекула воды*

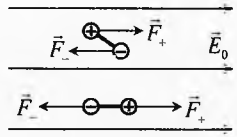


Рис. 30. *Разворот диполей по направлению поля*

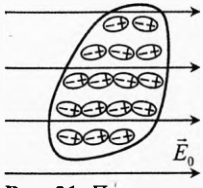


Рис. 31. *Поляризация неполярного диэлектрика*

При наличии внешнего электрического поля дипольные молекулы стремятся развернуться так, чтобы их дипольный момент был направлен по напряжённости внешнего поля (рис. 30), так как на диполь со стороны поля действует пара сил, создающая вращающий момент. Поэтому электрическое поле в полярном диэлектрике ослабевает.

Способность дипольных молекул (например, воды) разворачиваться по направлению внешнего поля используется в бытовых микроволновых печах, в кото-

рых под действием электрического поля, меняющего своё направление со сверхвысокой частотой (обычно 2450 МГц), происходит раскачивание и раскручивание полярных молекул воды, содержащихся в продуктах. Разогретые таким образом молекулы воды за счёт столкновений с соседними молекулами передают им часть своей энергии. Так как температура прямо пропорциональна средней кинетической энергии движения атомов или молекул, значит, такое раскачивание молекул увеличивает температуру продуктов. Таким образом, происходит преобразование энергии электромагнитного излучения в тепловую энергию продуктов. Так как вода содержится практически во всех продуктах, частоту СВЧ излучателя микроволновой печи подобрали для лучшего разогрева именно молекул воды в жидком состоянии, в то время как лёд, жир и сахар нагреваются гораздо меньше.

У неполярных молекул центры положительного и отрицательного зарядов совпадают.

В случае неполярных молекул диэлектрик поляризуется, то есть под влиянием внешнего поля молекула растягивается (рис. 31). Ядро атома смещается в сторону напряжённости электрического поля, а электроны – в противоположную сторону. Молекула становится похожей на полярную. Поэтому электрическое поле в неполярном диэлектрике тоже ослабевает.

Пусть между двумя разноименно заряженными параллельными пластинами находится диэлектрик (рис. 32). Напряжённость пластин направлена от положительно заряженной пластины к отрицательно заряженной. Молекулы диэлектрика расположатся так, что их поле будет направлено против электрического поля пластин.

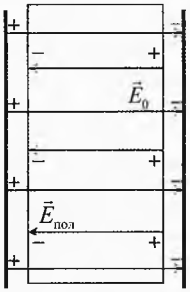


Рис. 32. *Диэлектрик между проводящими пластинами*

Если в эту среду поместить заряженную частицу, то окажется, что действующая на неё электрическая сила будет меньше, чем при отсутствии диэлектрика. Дело в том, что внутренние слои поляризованных зарядов компенсируют друг друга, а граничные слои поляризованных зарядов остаются нескомпенсированными.

Причём напряжённость поляризованных зарядов $\vec{E}_{пол}$ направлена противоположно напряжённости $\vec{E}_0$, созданной зарядами пластин. Поэтому результирующая напряжённость в диэлектрике ослабляется:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{пол}, \text{ или } \quad E = E_0 - E_{пол}.$$

Диэлектрическая проницаемость. Для того чтобы характеризовать степень ослабления электрического поля диэлектриком, вводится скалярная физическая величина диэлектрическая проницаемость вещества ε. Она определяется как отношение напряжённости электрического поля, созданного зарядами в вакууме, к напряжённости в тех же точках пространства, заполненного диэлектриком:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E} \quad \text{или} \quad E = \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

Диэлектрическая проницаемость *характеризует степень ослабления электрического поля диэлектриком, она показывает, во сколько раз уменьшается напряжённость в данной точке пространства, заполненного диэлектриком, по сравнению с вакуумом.*

Наименьшее влияние на электрическое поле оказывают газы. Их диэлектрическая проницаемость близка к единице. Например, наибольшая диэлектрическая проницаемость ε – у водяных паров – составляет 1,0078. То есть водяные пары ослабляют электрическое поле по сравнению с вакуумом всего на 0,78%.

Полярные молекулы жидкости существенно ослабляют поле. Например, дистиллированная вода ослабляет электрическое поле в 81 раз. С увеличением температуры диэлектрическая проницаемость жидкостей уменьшается. Например, при увеличении температуры этилового спирта от 0°С до 50°С его диэлектрическая проницаемость уменьшается с 27,88 до 20,87. Примеси в небольших количествах мало влияют на значение диэлектрической проницаемости.

Наибольшая диэлектрическая проницаемость у сегнетоэлектриков. Причём она существенно зависит от напряжённости электрического поля.

Таблица 1. Диэлектрическая проницаемость веществ при 20°С

Вещество	ε	Вещество	ε
Газы			
Воздух	1,0006	Пары воды	1,0078
Гелий	1,00007	Углекислый газ	1,00097
Жидкости			
Ацетон	21,4	Керосин	2,1
Бензол	2,3	Масло	2,5
Вода	81	Этиловый спирт	25
Глицерин	56	Этиловый эфир	4,4
Твёрдые тела			
Береза сухая	3–4	Слюда	6
Гетинакс	5–6,5	Стекло	7
Канифоль	3,5	Текстолит	7
Мрамор	8–10	Фарфор эл.-техн.	6,5
Парафин	2,2–2,3	Шифер	6–7
Резина мягкая	2,6–3	Янтарь	2,7–2,9
Сегнетоэлектрики			
Дигидрофасфат калия	42	Сегнетова соль	200
Ниобат лития	29–84	Титанат бария	3000

✍ **Пример 8.** Между параллельными разноименно заряженными пластинами с поверхностными плотностями зарядов σ_+ и σ_-, где $\sigma_+=|\sigma_-|=\sigma$, находится вещество, диэлектрическая проницаемость которого ε. Как связаны между собой поверхностная плотность зарядов пластины σ и поляризованных зарядов диэлектрика $\sigma_п$?

➥**Решение.** Результирующая напряжённость в диэлектрике: $E=E_0-E_п$, где $E_0=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, $E_п=\frac{\sigma_п}{\varepsilon_0}$, $E=\frac{E_0}{\varepsilon}=\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$; $\Rightarrow$ $\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}-\frac{\sigma_п}{\varepsilon_0}$ или $\frac{\sigma_п}{\sigma}=1-\frac{1}{\varepsilon}$.

Например, для керосина $\varepsilon=2{,}1$, тогда $\frac{\sigma_{ик}}{\sigma_к}=1-\frac{1}{2{,}1}=0{,}52$. То есть поверхностная плотность поляризационных зарядов составляет 52% от поверхностной плотности зарядов на пластинах.

Вода ослабляет действие электрического поля в $\varepsilon=81$ раз, тогда $\frac{\sigma_{пв}}{\sigma_в}=1-\frac{1}{81}=0{,}988$, то есть поляризационный заряд составляет около 99% от заряда, создающего поле.➥

✍ **Пример 9.** Для многих диэлектриков плотность поляризованного заряда прямо пропорциональна напряжённости поля: $\sigma_п=\alpha E$, где α – *поляризуемость диэлектрика* или его *диэлектрическая восприимчивость*. Найти связь поляризуемости диэлектрика α и его диэлектрической проницаемости ε. Вычислить α для воды, если $\varepsilon=81$.

➥**Решение.** $E=E_0-E_п$, где $E_0=E\cdot\varepsilon$ – напряжённость, создаваемая внешними зарядами в вакууме, $E_п=\frac{\sigma_п}{\varepsilon_0}=\frac{\alpha E}{\varepsilon_0}$ – напряжённость, создаваемая поляризованными зарядами диэлектрика, E – суммарная напряжённость в диэлектрике.

Окончательно получим: $E=E\cdot\varepsilon-\frac{\alpha E}{\varepsilon_0}$, $\Rightarrow$ $\varepsilon=1+\frac{\alpha}{\varepsilon_0}$ или $\alpha=\varepsilon_0(\varepsilon-1)$.

$$\alpha_в=8{,}85\cdot10^{-12}\cdot(81-1)=7{,}08\cdot10^{-10}\ \text{Кл/(В·м)}.$$

Значит, при напряжённости электрического поля $E=1$ В/м поверхностная плотность поляризованного заряда воды составит $\sigma_п=7{,}08\cdot10^{-10}$ Кл/м^2.➥

§ 12. Консервативность электрического поля

Как известно из механики, наиболее общей мерой движения и взаимодействия тел является энергия. Энергия, обусловленная движением, называется кинетической. Энергия, обусловленная взаимодействием, – потенциальной. За счёт кинетической энергии тело может совершить работу. Обладая потенциальной энергией, тело тоже может совершить работу благодаря консервативной силе, которая обусловливает эту энергию.

Например, при падении тела с высоты h относительно выбранного нулевого уровня сила тяжести совершит работу $A_т=mgh$. Таким запасом потенциальной энергии обладает тело на высоте h относительно данного нулевого уровня (рис. 33). Если нулевой уровень взять пониже, то запас потенциальной энергии этого же тела будет больше. А если выше, то запас будет меньше. Если же нулевой уровень взять выше того места, где находится тело, то его потенциальная энергия относительно нулевого уровня будет отрицательной, то есть при переходе из начального положения на нулевой уровень сила тяжести совершит отрицательную работу.

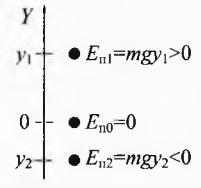


Рис. 33. *Потенциальная энергия силы тяжести*

> *Понятие потенциальной энергии вводится только для консервативных сил, работа которых не зависит от формы траектории, а зависит только от начального и конечного положений тела.*

Примером консервативной силы наряду с силой тяжести, упругости и др. является сила взаимодействия электрического заряда с электрическим полем.

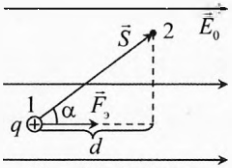


Рис. 34. *Работа электрической силы*

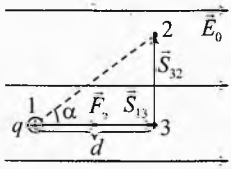


Рис. 35. *Работа консервативной силы не зависит от траектории*

Действительно, пусть, например, в однородном электрическом поле находится положительно заряженная частица (рис. 34). Пусть она перешла под действием некоторых сил из положения 1 в положение 2 по прямой, совершив перемещение $\vec{S}$. Тогда работа электрической силы:

$$A_{12}=F_э\cdot S\cdot\cos\alpha.$$

Нетрудно увидеть, что $S\cdot\cos\alpha=d$ равно расстоянию, измеренному вдоль силовой линии:

$$A_{12}=F_э \cdot d.$$

Если бы переход из точки 1 в точку 2 совершили по другой траектории, например, сначала из точки 1 в точку 3 вдоль линий напряжённости, а затем в точку 2 перпендикулярно линиям напряжённости (рис. 35), тогда

$$A_{132}=A_{13}+A_{32}=F_э \cdot S_{13} \cdot \cos\alpha_{13}+F_э \cdot S_{32} \cdot \cos\alpha_{32}.$$

Так как $\alpha_{13}=0$, $\alpha_{32}=90°$, то

$$A_{132}=F_э \cdot S_{13}= F_э \cdot d.$$

То есть работа сил электрического поля при переходе из начальной точки в конечную не зависит от формы траектории и равна произведению силы на расстояние, взятое вдоль силовых линий.
Если угол между направлением силы и перемещением положительно заряженной частицы острый, то работа положительна; а если тупой, то – отрицательна.

Это верно и в случае неоднородного поля. Всю траекторию можно разбить на столь малые участки, что на каждом из них поле можно считать однородным в пределах погрешности измерений, вычислить работу на каждом участке и просуммировать:

$$A=\sum_i F_i \cdot d_i \quad \text{или} \quad A=\sum_i F_i \cdot S_i \cdot \cos\alpha_i .$$

Работа электрического поля на каждом таком участке равна произведению электрической силы F_i на этом участке и проекции перемещения d_i по направлению силовой линии. То есть она зависит только от начального и конечного положения частицы и не зависит от формы траектории.

Значит, сила, действующая на заряды со стороны электрического поля, является консервативной.

Поэтому для неё можно ввести понятие потенциальной энергии.

§ 13. Потенциальная энергия заряда в электрическом поле. Электрический потенциал

Рассмотрим электрическое поле заряда q_0. Поместим в некоторой точке пробный заряд $q_п$ (рис. 36). Он будет взаимодействовать с полем. Энергию этого взаимодействия обозначим $W_э$. За нулевой уровень возьмём удаленную точку, в которой пробный заряд «не ощущает» взаимодействия с полем заряда q_0 (физическая бесконечность).

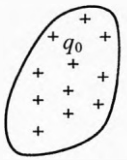


Рис. 36. *Взаимодействие пробного заряда с полем*

Будем помещать в данную точку различные пробные заряды. В каждом случае энергия их взаимодействия с полем различна. Она равна работе, которую совершит электрическое поле при переносе пробного заряда из данной точки на нулевой уровень:

$$W_э = A_{э0}.$$

Проведя опыты можно заметить, что отношение энергии взаимодействия пробного заряда с полем к значению этого заряда будет одинаково для любого пробного заряда, помещенного в данную точку поля. То есть одинакова энергия взаимодействия, приходящаяся на единицу заряда:

$$\frac{W_{э1}}{q_{п1}} = \frac{W_{э2}}{q_{п2}} = \frac{W_{э3}}{q_{п3}} = \ldots$$

Таким образом, это отношение можно принять в качестве меры энергии взаимодействия заряда с электрическим полем, и называется эта мера электрическим потенциалом φ:

$$\boxed{\varphi = \frac{W_э}{q}}. \qquad (4)$$

Потенциал электрический *– это скалярная физическая величина, характеризующая энергию взаимодействия заряда с электрическим полем. Электрический потенциал равен отношению энергии взаимодействия заряда с полем относительно выбранного нулевого уровня к значению этого заряда. Электрический потенциал в данной точке равен работе электрического поля по переносу единичного положительного заряда из данной точки на нулевой уровень*

$$\boxed{\varphi = \frac{A_{э0}}{q}}, \qquad [\varphi] = 1\ \text{В} = \frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{Кл}}.$$

Потенциал измеряется в вольтах.

Потенциал 1 В показывает, что заряд 1 Кл взаимодействует с полем в данной точке с энергией 1 Дж относительно нулевого уровня. То есть если перенести заряд 1 Кл из данной точки на нулевой уровень, то электрическое поле совершит работу 1 Дж.

Из (4) следует, что энергия взаимодействия заряда с электрическим полем равна произведению заряда тела и электрического потенциала в данной точке пространства относительно нулевого уровня:

$$\boxed{W_э = \varphi \cdot q} \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_э = A_{э0}}.$$

При переходе заряда q *из данной точки на нулевой уровень по любой траектории электрическое поле совершит работу, равную потенциальной энергии заряда* q *в этой точке относительно нулевого уровня.*

§ 14. Потенциал поля точечного заряда и проводящего шара (сферы)

Рис. 37. *Расчёт потенциала поля точечного заряда через работу его силы*

Потенциал поля точечного заряда. Вычислим потенциал поля, созданного точечным зарядом q на расстоянии r от него в однородной среде, диэлектрическая проницаемость которой равна ε (рис. 37).

Потенциал равен работе, которую совершит поле этого заряда по переносу положительного единичного заряда при переходе из данной точки на нулевой уровень. В случае точечного заряда нулевой уровень удобно взять на большом расстоянии, на котором заряд q и пробный заряд $q_п$ практически не взаимодействуют:

$$\varphi = \frac{A_э}{q_п}, \tag{5}$$

Работа на малом перемещении $d\vec{r}$ равна:

$$\delta A_э = F_э \cdot dr \cdot \cos\alpha, \tag{6}$$

где $\alpha = 0°$ – угол между направлением электрической силы $\vec{F}_э$ и перемещением.

Сила электрического взаимодействия между зарядами равна

$$F_э = \frac{kqq_п}{\varepsilon r^2}. \tag{7}$$

Подставляя (7) в (6), получим: $\delta A_э = \frac{kqq_п}{\varepsilon} \cdot \frac{dr}{r^2}$.

Просуммируем (проинтегрируем) это выражение на всем пути:

$$A_э = \int_0^{A_э} \delta A_э = \frac{kqq_п}{\varepsilon} \cdot \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{kqq_п}{\varepsilon} \left(-\frac{1}{r} \right) \Bigg|_r^{\infty} = \frac{kqq_п}{\varepsilon} \left(-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{r} \right) = \frac{kqq_п}{\varepsilon r}; \quad \Rightarrow \quad A_э = \frac{kqq_п}{\varepsilon r}.$$

Подставляя последнее выражение в (5), получим:

$$\boxed{\varphi = \frac{kq}{\varepsilon r}}.$$

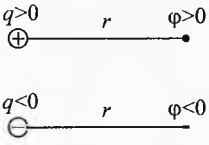


Рис. 38. *Потенциал поля точечного заряда*

Потенциал электрического поля точечного заряда прямо пропорционален значению этого заряда, обратно пропорционален диэлектрической проницаемости среды и расстоянию от заряда до данной точки.

Потенциал, созданный полем положительного заряда, положителен, а отрицательного – отрицателен (относительно одного и того же нулевого уровня, взятого на бесконечности) (рис. 38).

✍ **Пример 10.** Потенциал поля точечного положительного заряда на расстоянии r=5 см от него равен φ=10 В. Что это значит?

✓ **Ответ.** Это значит, что при переносе пробного положительного заряда 1 Кл с расстояния 5 см от заряда на бесконечность электрическое поле, разгоняя пробный заряд, совершит работу +10 Дж.

При переносе из той же точки на бесконечность (на нулевой уровень) отрицательного заряда –1 Кл электрическое поле, сопротивляясь переносу заряда, совершит отрицательную работу равную –10 Дж.

Потенциал поля проводящего шара (сферы). Если на проводящий шар или сферу радиуса R поместить заряд q, то он равномерно распределится по поверхности. Поэтому формула для потенциала от проводящей сферы и проводящего шара будет одинакова при $r \geq R$.

Если перемещать пробный заряд $q_п$ с поверхности сферы до расстояния r, то поле заряженного шара заряда q будет совершать такую же работу, как и поле точечного заряда q. Это справедливо, поскольку напряжённость, создаваемая полем точечного заряда и полем равномерно заряженной сферы при $r \geq R$, одинакова. Значит, потенциал вне шара равен

$$\varphi = \frac{kq}{\varepsilon r} \quad \text{при } r \geq R.$$

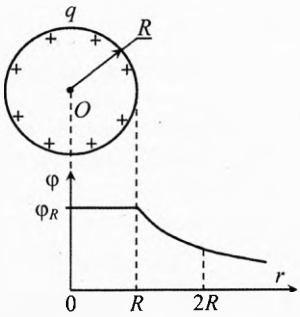


Рис. 39. *Потенциал поля заряженного проводящего шара (сферы)*

Если перемещать пробный заряд $q_п$ внутри сферы от центра до поверхности, то поле заряда q не будет совершать работы, потому что напряжённость внутри проводящей сферы равна нулю. Значит, потенциал внутри всей сферы одинаков и равен потенциалу на самой сфере:

$$\varphi = \frac{kq}{\varepsilon R} \quad \text{при } r<R.$$

Итак, потенциал, созданный полем проводящего шара или сферы радиуса R, равен (рис. 39)

$$\varphi = \begin{cases} \dfrac{kq}{\varepsilon R} & \text{при } r < R, \\ \dfrac{kq}{\varepsilon r} & \text{при } r \geq R. \end{cases}$$

Суперпозиция полей. Для потенциала, так же как и для напряжённости электрического поля, имеет место принцип суперпозиции.

Если в данной области пространства имеется несколько зарядов, то поле каждого из них действует независимо от наличия других зарядов. Результирующий потенциал в некоторой точке равен алгебраической сумме потенциалов, созданных полями отдельных зарядов.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots$$

✍ **Пример 11.** Заряд q_1 находится на расстоянии r от заряда q_2 в среде с диэлектрической проницаемостью ε. Чему равна энергия их взаимодействия?

➥**Решение.** Энергия взаимодействия равна произведению потенциала поля первого заряда в том месте, где находится второй заряд, на значение второго заряда:

$$\begin{cases} W_{э12} = \varphi_1 q_2, \\ \varphi_1 = \dfrac{kq_1}{\varepsilon r}; \end{cases} \Rightarrow \boxed{W_{э12} = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon r}}.$$

✓ **Ответ.** Энергия взаимодействия двух точечных зарядов прямо пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна расстоянию между ними и диэлектрической проницаемости среды.

✍ **Пример 12.** В вершинах квадрата со стороной l=2 см находятся четыре заряженных частицы, заряды которых одинаковы и равны q=1 мкКл (рис. 40). Чему равна энергия их взаимодействия? Какой скорости достигнет одна частица, если её освободить? Масса каждой частицы m=1 г.

➥**Решение.** Общая энергия взаимодействия равна сумме энергий взаимодействия каждой частицы с каждой:

$$W_{э0} = 4 \cdot \frac{kq^2}{l} + 2 \cdot \frac{kq^2}{\sqrt{2} \cdot l},$$

где $\sqrt{2} \cdot l$ – расстояние по диагонали между частицами, расположенными в противоположных углах.

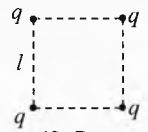


Рис. 40. *Энергия четырёх зарядов*

После того, как одна частица улетит на достаточно большое расстояние, энергия взаимодействия оставшихся частиц будет равна

$$W_э = 2 \cdot \frac{kq^2}{l} + \frac{kq^2}{\sqrt{2} \cdot l}.$$

Скорость улетевшей частицы найдём из закона сохранения энергии:

$$W_{э0} = W_э + \frac{m\upsilon^2}{2}; \Rightarrow \frac{m\upsilon^2}{2} = 2 \cdot \frac{kq^2}{l} + \frac{kq^2}{\sqrt{2} \cdot l}; \Rightarrow \upsilon = q\sqrt{\frac{k}{ml}(4 + \sqrt{2})} = 50 \text{ м/с}.$$

Таблица 2. Аналогия между гравитационными и электрическими законами и величинами

Закон всемирного тяготения	**Закон Кулона**
$F_г = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ – для материальных точек независимо от среды, где $G = \frac{F \cdot r^2}{m_1 m_2}$ – постоянная всемирного тяготения (гравитационная постоянная), численно равная силе взаимодействия двух тел массой по 1 кг, находящихся на расстоянии 1 м (найдена из опытов Кавендиша с крутильными весами $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$)	$F_э = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$ – для точечных зарядов в вакууме (в воздухе), где $k = \frac{F \cdot r^2}{q_1 q_2}$ – коэффициент пропорциональности, численно равный силе взаимодействия между двумя точечными зарядами по 1 Кл, находящимися в вакууме на расстоянии 1 м (найден из опытов Кулона с крутильными весами $k = 9 \cdot 10^9 \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$)
Масса тела (гравитационная) – это физическая величина, характеризующая способность тела к гравитационным взаимодействиям с другими телами – мера тяготения. С другой стороны – $m = \frac{F}{a}$ – по II закону Ньютона, т.е. масса (инертная) – мера инертности тела. С очень высокой степенью точности масса гравитационная совпадает с массой инертной для одного и того же тела.	Заряд – мера электромагнитного взаимодействия, то есть величина, характеризующая способность тела к электромагнитному взаимодействию с другими заряженными телами.
$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$ – напряжённость гравитационного поля (ускорение свободного падения). $g = \frac{F}{m}$, $g = G\frac{M}{r^2}$	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_п}$ – напряжённость электрического поля. $E = \frac{F}{q_п}$, $E = k\frac{q}{r^2}$
Энергия гравитационного взаимодействия двух тел: $W_г = -G\frac{M \cdot m}{r}$	Энергия электрического взаимодействия двух заряженных частиц: $W_э = k\frac{q \cdot q_п}{r}$
Гравитационный потенциал, создаваемый точечным телом массой M: $\varphi_г = \frac{W}{m} = -G\frac{M}{r}$	Электрический потенциал, создаваемый точечным зарядом Q: $\varphi_э = \frac{W}{q} = \frac{k \cdot Q}{r}$

✍ **Пример 13.** Точечный заряд $q>0$ находится на расстоянии r от проводящего шара радиуса $R<r$ в вакууме. Чему равен потенциал шара, если а) он не заряжен, б) его заряд равен q_0?

➥**Решение.** а) Заряд q индуцирует на ближайшей стороне поверхности шара отрицательный заряд q_{i-}. А на обратной стороне поверхности, согласно закону сохранения заряда, $q_{i+} = -q_{i-}$ (рис. 41а).

Потенциал в любой точке проводящего шара одинаков. Проще всего найти его в центре шара. Так как все индуцированные заряды расположены на расстоянии R от центра шара, то

$$\varphi_{ш} = \frac{kq}{r} + \frac{kq_{i-}}{R} + \frac{kq_{i+}}{R} = \frac{kq}{r}.$$

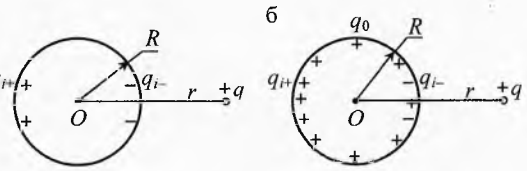


Рис. 41. *Потенциал незаряженного и заряженного шара, расположенного около точечного заряда*

б) Если кроме индуцированного заряда на шар поместить дополнительный заряд q_0 (рис. 41б), то из соображений симметрии он равномерно распределится по поверхности шара и создаст в любой точке шара дополнительный потенциал, равный

$$\varphi_0 = \frac{kq_0}{R}.$$

Согласно принципу суперпозиции потенциалов получим, что суммарный потенциал в центре шара и в любой точке шара равен:

$$\varphi'_{ш} = \varphi_{ш} + \varphi_0 = \frac{kq}{r} + \frac{kq_0}{R}.$$ ↵

§ 15. Разность потенциалов

Измерение потенциала очень важная практическая задача в самых различных областях жизни. Например, измерение потенциала различных точек электрической схемы относительно металлического корпуса помогает при диагностике устройства. Потенциалы некоторых точек цепи для нормального режима работы задаются в паспорте устройства.

В медицине измеряются, например, потенциалы различных точек поверхности груди относительно усредненного потенциала запястья рук и левой ноги. То есть во многих случаях измеряется потенциал разных точек относительно выбранного нулевого уровня.

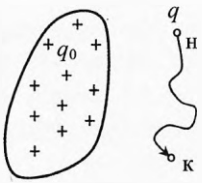


Рис. 42. *Разность потенциалов*

Однако более важно знать разность потенциалов между двумя точками в каком-либо теле или устройстве.

Пусть в пространстве имеется электрическое поле от каких-либо зарядов q_0 (рис. 42). Возьмём две произвольные точки «н» и «к». Поместим пробный заряд в точку «н». Потенциал этой точки будет равен

$$\varphi_н = \frac{W_н}{q}.$$

Перенесём пробный заряд из начальной точки «н» в конечную точку «к» по произвольной траектории. Потенциал в точке «к»:

$$\varphi_к = \frac{W_к}{q}.$$

Поскольку электрическое поле консервативно, то согласно теореме о потенциальной энергии при переходе из точки «н» в точку «к» поле совершит работу $A_э = W_н - W_к$, равную разности потенциальных энергий заряда между этими точками.

Разделим это уравнение на переносимый пробный заряд q:

$$\frac{W_н}{q} - \frac{W_к}{q} = \frac{A_э}{q}, \qquad \boxed{\varphi_н - \varphi_к = \frac{A_э}{q}}.$$

Разность потенциалов *– это скалярная величина, характеризующая разность энергий взаимодействия заряда с электрическим полем в двух точках пространства. Разность потенциалов равна отношению работы, совершаемой электрическим полем при переносе заряда из начальной точки в конечную, к значению перенесённого заряда.*

Из последней формулы следует, что работа электрического поля равна

$$\boxed{A_э = q(\varphi_н - \varphi_к)}.$$

Работа электрического поля при переходе заряженного тела из начальной точки в конечную равна произведению переносимого заряда на разность потенциалов между этими точками.

Если потенциал начальной точки выше потенциала конечной точки, то при переносе положительного заряда электрическое поле совершит положительную работу. Если же из начальной точки в конечную переносить отрицательный заряд, то при $\varphi_н > \varphi_к$ электрическое поле совершит отрицательную работу.

✍ **Пример 14.** Проводящий шар радиуса R, на котором находится заряд $q>0$, окружен диэлектриком проницаемостью $\varepsilon=2$. Толщина диэлектрика равна радиусу шара. Определить, на сколько понизился потенциал φ шара по сравнению с потенциалом φ_0 на поверхности этого же шара, находящегося в вакууме.

➥**Решение.** Потенциал на поверхности шара, находящегося в вакууме:

$$\varphi_0 = \frac{kq}{R}. \qquad (8)$$

Поскольку диэлектрик уменьшает поле только внутри себя, то напряжённость, а значит, и потенциал вне диэлектрика остались такими же, как и без него (рис. 43):

$$\varphi_r = \frac{kq}{r} \quad \text{при} \quad r \geq 2R.$$

Значит, на внешней поверхности диэлектрика при $r=2R$

$$\varphi_b = \frac{kq}{2R}. \qquad (9)$$

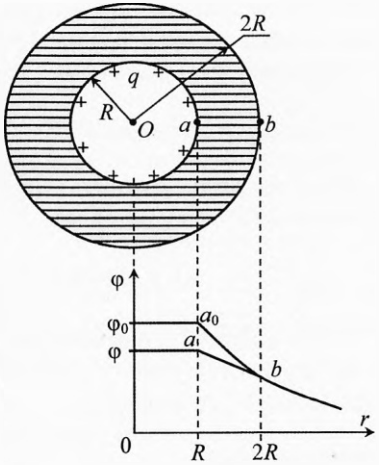


Рис. 43. *Потенциал проводящего шара, окружённого слоем диэлектрика*

При перемещении положительного пробного заряда $q_п$ внутри диэлектрика из точки a ($r_a=R$) в точку b ($r_b=2R$) электрическое поле заряда q совершит работу, равную произведению разности потенциалов между этими точками на значение пробного заряда:

$$A_э = q_п(\varphi_a - \varphi_b). \qquad (10)$$

Поскольку диэлектрик уменьшает внутри себя напряжённость в ε раз, то эта работа будет во столько же раз меньше, чем при таком же перемещении этого же заряда в отсутствие диэлектрика:

$$A_э = \frac{A_{э0}}{\varepsilon} = \frac{q_п \cdot (\varphi_{a0} - \varphi_b)}{\varepsilon} = \frac{q_п}{\varepsilon}\left(\frac{kq}{R} - \frac{kq}{2R}\right) \quad \Rightarrow \quad A_э = q_п \cdot \frac{kq}{2\varepsilon \cdot R}.$$

Подставляя это выражение в (10) и учитывая (9) и (8), получим потенциал шара, находящегося в диэлектрике радиусом $2R$:

$$\varphi_a = \varphi_b + \frac{A_э}{q_п} = \frac{kq}{2R} + \frac{kq}{2\varepsilon \cdot R} = \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon}\frac{kq}{R} = \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon}\varphi_0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \varphi_a = 0{,}75 \cdot \varphi_0.$$

Таким образом, потенциал шара уменьшился на 25%.➥

§ 16. Связь напряжённости электрического поля с разностью потенциалов

Пусть имеется однородное электрическое поле напряжённостью $\vec{E}$. Переместим пробный положительный заряд q вдоль силовой линии на расстояние d от точки «н» до точки «к» (рис. 44). Со стороны электрического поля к заряду приложена сила

$$\vec{F}_э = q \cdot \vec{E}.$$

Поле при этом переходе совершает положительную работу

$$A_э = F_э \cdot d = qEd.$$

С другой стороны эту же работу можно выразить через переносимый заряд и разность потенциалов $A_э=q(\varphi_н-\varphi_к)$.

Сравнивая эти уравнения, получим:

$$\varphi_н-\varphi_к=E\cdot d \quad \text{или} \quad \boxed{E=\frac{\varphi_н-\varphi_к}{d}}.$$

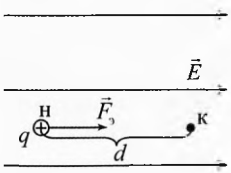


Рис. 44. *Напряжённость и разность потенциалов*

Электрическая разность потенциалов часто обозначается U:

$$\boxed{U=\varphi_н-\varphi_к}. \quad \text{Тогда} \quad \boxed{E=\frac{U}{d}}.$$

Вдоль силовой линий потенциал убывает. Электрическое поле совершает положительную работу при переносе положительного заряда из точек с более высоким потенциалом в точки с меньшим потенциалом. В однородном поле напряжённость равна уменьшению потенциала вдоль силовой линии на расстоянии 1 м.

Если поле неоднородно, то формулу $U=E\cdot d$ можно применять, взяв d столь малым, чтобы на нём неоднородностью можно было пренебречь.

✍ Пример 15. Напряжённость поля E=1 В/м. Что это значит?

➥**Решение.** По определению напряжённость равна отношению силы, действующей на заряд, к значению заряда. То есть она измеряется в Н/Кл. Установим связь между этими единицами:

$$1\frac{\text{Н}}{\text{Кл}}=1\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{Кл}\cdot\text{м}}=1\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}\cdot\text{м}}=1\frac{\text{В}}{\text{м}} \quad \Rightarrow \quad 1\frac{\text{Н}}{\text{Кл}}=1\frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Если в данной точке поля его напряжённость равна 1 Н/Кл, это значит, что на заряд 1 Кл будет действовать сила в этой точке 1 Н. Если при этом поле однородно, то вдоль силовой линии потенциал уменьшается на 1 В на 1 метр длины.

Таким образом, напряжённость электрического поля, с одной стороны, силовая характеристика, а с другой – энергетическая.

Интересно, что наименование напряжённости в литературе почти всегда даётся в В/м, а не в Н/Кл. Объяснить это можно тем, что в электродинамике большинство задач решается с позиции энергии, а не с позиции силы, ибо энергия – это скалярная величина и решать задачи, используя закон сохранения энергии (закон Ома, закон Джоуля–Ленца), значительно легче, чем при использовании силового подхода.➥

Измерение разности потенциалов. В электрических цепях разность потенциалов измеряется вольтметром. Концы вольтметра подключаются к двум точкам электрического поля. Чем больше разность потенциалов между точками, тем больший ток пройдет по вольтметру и тем на больший угол

отклонится стрелка вольтметра. Вольтметр измеряет разность потенциалов на себе, то есть работу по переносу единичного заряда от клеммы «+» до клеммы «–» внутри себя. А поскольку работа электрического поля не зависит от формы траектории, значит, он измеряет разность потенциалов между точками, к которым подключен. К этим точкам в электрической цепи могут быть подключены и другие элементы, и для них разность потенциалов будет такая же, как на вольтметре.

§ 17. Эквипотенциальные поверхности

Для наглядного представления электрических полей удобно пользоваться понятием «эквипотенциальная поверхность».

Эквипотенциальная поверхность – *геометрическое место точек с одинаковым электрическим потенциалом.*

В случае однородного электрического поля эквипотенциальными поверхностями являются параллельные плоскости, которые перпендикулярны силовым линиям (рис. 45а).

Рис. 45. *Эквипотенциальная поверхность однородного и неоднородного полей*

При переносе заряда по эквипотенциальной поверхности работа электрического поля равна нулю:

$$\varphi_1=\varphi_2, \qquad A_{э12}=q(\varphi_1-\varphi_2)=0.$$

Но ведь сила действует со стороны поля на переносимый заряд? Работа равна нулю при переносе заряда на произвольном малом участке пути, если сила перпендикулярна перемещению:

$$A_э=F_э\cdot\Delta S\cdot\cos\alpha, \quad \text{если } \alpha=90°, \text{ то } A_э=0.$$

Следовательно, эквипотенциальные поверхности перпендикулярны силовым линиям в каждой точке.

Если есть система силовых линий, то нет проблем изобразить эквипотенциальную поверхность, и наоборот.

На рис. 45б представлено поле некоторого заряда с системой силовых линий и эквипотенциальных поверхностей.

Вопрос 1. Почему люди предпочитают жить не на гористой местности, а на равнинах?

Ответ. Люди предпочитают ходить с минимальными затратами энергии на ходьбу и минимальными затратами топлива в автотранспорте.

Вопрос 2. Из каких соображений верблюды в пустыне выбирают траекторию своего движения между пунктами A и B?

Ответ. Верблюды, двигаясь по барханам, стараются выбирать траекторию, близкую к эквипотенциальной в гравитационном поле Земли, то есть выбирают траекторию вдоль барханов, близкую к горизонтальной.

§ 18. Электроёмкость

Атомы всех веществ электрически нейтральны. Полярные молекулы тоже нейтральны, так как суммарный заряд полярной молекулы тоже равен нулю. Но каждая полярная молекула (диполь) обладает своим электрическим полем из-за смещения центра положительного и отрицательного зарядов.

Любое тело из диэлектрика, полупроводника и проводника способно накапливать на себе избыточный электрический заряд. В диэлектриках избыточный заряд может располагаться как на поверхности, так и по всему объёму тела. А в проводниках, где много свободных электронов, весь избыточный заряд находится на поверхности, ибо свободные одноимённые заряды отталкиваются друг от друга и стараются разбежаться как можно дальше, то есть до наружной поверхности тела. Если их слишком много, то часть заряженных частиц может вылететь за пределы тела.

Для того чтобы характеризовать способность проводника накапливать на себе избыточный заряд любого знака, вводится физическая величина *электроёмкость проводника*, обозначаемая буквой C. Чем больше способен проводник накопить избыточный заряд при контакте с источником электрической энергии, тем больше его электроёмкость.

Возьмём произвольный проводник и поместим на него заряд q_1 (рис. 46). Вокруг проводника возникнет электрическое поле. Самый большой потенциал будет в толще проводника и на его поверхности. Обозначим его φ_1. Если на этот же проводник поместить заряд q_2, то потенциал на его поверхности достигнет некоего значения φ_2 и т.д.

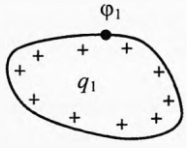


Рис. 46. *Потенциал на поверхности заряженного тела*

Опыт показывает, что отношение заряда на проводнике к потенциалу, созданному его полем на поверхности проводника, постоянно и не зависит от значения заряда, то есть

$$\frac{q_1}{\varphi_1} = \frac{q_2}{\varphi_2} = \frac{q_3}{\varphi_3} = \text{const}.$$

И оно тем больше, чем больше способен проводник накапливать избыточный заряд. Поэтому естественно определить электроёмкость проводника этим отношением:

$$\boxed{C = \frac{q}{\varphi}}.$$

Электроёмкость проводника зависит от формы и размеров проводника, а также от диэлектрической проницаемости среды и не зависит от заряда, помещенного на проводник.

Электроёмкость проводника *– это скалярная величина, характеризующая способность проводника накапливать некомпенсированный заряд. Электроёмкость проводника равна отношению значения некомпенсированного заряда на нём к потенциалу, который создаёт этот заряд на поверхности проводника.*

Единица измерения электроёмкости *фарад* в честь английского физика Майкла Фарадея:

$$1\,\Phi = \frac{1\,\text{Кл}}{1\,\text{В}}.$$

Если на проводник поместить заряд 1 Кл, и на его поверхности этот заряд создаст потенциал 1 В, то электроёмкость проводника равна 1 Ф (один Фарад).

Электроёмкость в 1 Ф огромна. В мире нет тела, электроёмкость которого равнялась бы 1 Ф.

Майкл Фарадей (1791–1867)

Наиболее употребимы дробные единицы электроёмкости:

$$1\,\text{мкФ} = 10^{-6}\,\Phi = \frac{10^{-6}\,\text{Кл}}{1\,\text{В}} = \frac{1\,\text{мкКл}}{1\,\text{В}}; \quad 1\,\text{пФ} = 10^{-12}\,\Phi = \frac{10^{-12}\,\text{Кл}}{1\,\text{В}} = \frac{1\,\text{пКл}}{1\,\text{В}}.$$

Электроёмкость проводящего шара (сферы). Поместим на проводящий шар радиуса R, находящийся в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε, электрический заряд q (положительный или отрицательный). На поверхности шара потенциал поля будет равен (рис. 47):

$$\varphi = \frac{kq}{\varepsilon R}.$$

Вычислим электроёмкость шара:

$$C_ш = \frac{q}{\varphi} = \frac{q \varepsilon R}{kq} = \frac{\varepsilon R}{k}. \text{ или } \boxed{C_ш = \frac{\varepsilon R}{k}}.$$

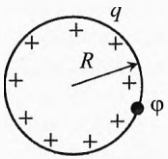


Рис. 47. *Электроёмкость проводящего шара (сферы)*

В СИ $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, тогда $\boxed{C_ш = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R}$.

Как видно из полученной формулы, электроёмкость проводника прямо пропорциональна радиусу шара и диэлектрической проницаемости среды.

✍ **Пример 16.** Вычислить ёмкость металлического шарика радиуса R=9 мм, находящегося в воздухе (ε=1).

➥**Решение.** $C=\dfrac{\varepsilon R}{k}$, $C=\dfrac{1\cdot 9\cdot 10^{-3}\ \text{м}}{9\cdot 10^{9}\ \dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}}=1\cdot 10^{-12}\ \text{Ф}=1\ \text{пФ}$.

Ёмкость равна C=1 пФ – что это значит? Это значит, что при подключении этого шарика к полюсу источника с потенциалом 1 В на поверхности шарика появится избыточный электрический заряд 1 пКл=10^{-12} Кл.↵

✍ **Пример 17.** Вычислить электроёмкость Земного шара. Радиус Земли равен R=6370 км.

➥**Решение.** $C_З=\dfrac{\varepsilon R}{k}$, $C_З=\dfrac{1\cdot 6{,}37\cdot 10^{6}}{9\cdot 10^{9}}=708\ \text{мкФ}$.↵

§ 19. Конденсаторы

Конденсатор *(от лат.* condenso *– уплотнять, сгущать) представляет собой систему из двух или более близко расположенных электродов (обкладок), разделенных диэлектриком. Расстояние* d *между обкладками, как правило, мало по сравнению с размерами обкладок (рис. 48):*

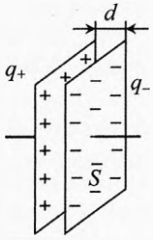


Рис. 48. *Конденсатор*

$$d<<\sqrt{S}$$

При подключении к источнику электрической энергии с обкладки конденсатора, подключенной к плюсу источника, уходит часть электронов, а со стороны минуса приходит столько же электронов на другую обкладку конденсатора. В результате первая обкладка заряжается положительно зарядом q_+, а вторая, согласно закону сохранения заряда, получает такой же отрицательный заряд: $q_-=-q_+$.

Под ***зарядом конденсатора*** *q понимается модуль заряда одной из обкладок:*

$$q=q_+=|q_-|.$$

Не надо думать, что электроны в буквальном смысле переходят с одной пластины на другую. На самом деле в подводящих проводах и источнике они совершают микроскопическое смещение.

При зарядке конденсатора источник совершает работу по разделению зарядов на обкладках конденсатора. При этом конденсатор получает электрическую энергию от источника. А при разрядке конденсатор отдаёт эту энергию другим элементам цепи, то есть сам выступает в роли источника электрической энергии.

Электроёмкость конденсатора. Подключим обкладки конденсатора к полюсам источника (рис. 49). На них появятся заряды противоположного знака практически мгновенно. Разность потенциалов между обкладками равна разности потенциалов на полюсах источника U:

$$\varphi_+ - \varphi_- = U.$$

Чтобы характеризовать способность конденсатора накапливать на обкладках избыточные электрические заряды разного знака, вводится скалярная величина *электроёмкость конденсатора*.

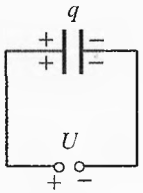


Рис. 49. *Определение электроёмкости конденсатора*

При подключении конденсатора к разным источникам на обкладках будут накапливаться различные по модулю заряды, но отношение заряда к разности потенциалов между обкладками для данного конденсатора будет одинаково:

$$\frac{q_1}{\varphi_{1+} - \varphi_{1-}} = \frac{q_2}{\varphi_{2+} - \varphi_{2-}} = \text{const}.$$

Видно, что это отношение будет больше для тех конденсаторов, которые при данной разности потенциалов будут накапливать больший заряд. Поэтому естественно принять отношение заряда конденсатора к разности потенциалов между обкладками в качестве меры способности конденсатора накапливать на его обкладках избыточный заряд. Таким образом, электроёмкость конденсатора:

$$C_к = \frac{q}{\varphi_+ - \varphi_-} \quad \text{или} \quad \boxed{C_к = \frac{q}{U}}.$$

Электроёмкость конденсатора – положительная скалярная величина.

То есть бессмысленна отрицательная способность накапливать заряд.

Как и в случае электроёмкости проводника, основной единицей электроёмкости конденсатора является 1 фарад:

$$1\,\Ф = \frac{1\,\text{Кл}}{1\,\text{В}}.$$

Если при подключении конденсатора к источнику с разностью потенциала 1 В на его обкладках появятся заряды противоположного знака по 1

Кл, то электроёмкость этого конденсатора равна 1 Ф. Следует отметить, что конденсаторы столь большой ёмкости созданы относительно недавно.

В блоках питания бытовых усилителей используются конденсаторы ёмкостью до 4 000 мкФ.

Ёмкость конденсатора C=4 000 мкФ – что это значит?

$$C=4\cdot10^{3}\ \text{мкФ}=4\cdot10^{-3}\ \text{Ф}=\frac{4\cdot10^{-3}\ \text{Кл}}{1\ \text{В}}=\frac{4\ \text{мКл}}{1\ \text{В}}.$$

Это значит, что при разности потенциалов между обкладками 1 В на каждой из них накапливаются заряды противоположного знака по 4 мКл.

Электроёмкость конденсатора *– это скалярная величина, характеризующая способность конденсатора накапливать на своих обкладках заряды противоположного знака. Электроёмкость конденсатора равна отношению модуля заряда одной из обкладок к разности потенциалов между ними, созданной полями этих зарядов.*

Электроёмкость плоского конденсатора. Пусть конденсатор заряжен до разности потенциалов U (рис. 50), заряд конденсатора равен q (модуль заряда одной из обкладок).

По определению, электроёмкость конденсатора:

$$C_{\text{пл}}=\frac{q}{U},$$

где $q=\sigma\cdot S$, где S – площадь поверхности обкладки, σ – модуль поверхностной плотности заряда на ней.

Поле сосредоточено, в основном, между обкладками конденсатора и является практически однородным:

$$U=E\cdot d,$$

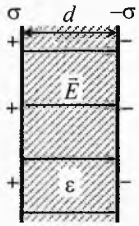


Рис. 50. *Электроёмкость плоского конденсатора*

где d – расстояние между обкладками, $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$ – общая напряжённость между обкладками конденсатора, создаваемая полями обеих пластин, ε – диэлектрическая проницаемость материала диэлектрика.

$$C_{\text{пл}}=\frac{q}{U}=\frac{\sigma S}{E\cdot d}=\frac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}\cdot d}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d},\qquad \boxed{C_{\text{пл}}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}}.$$

Электроёмкость плоского конденсатора прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика между его пластинами, площади обкладок и обратно пропорциональна толщине диэлектрика.

§ 20. Энергия электрического поля

Энергия заряженного конденсатора. Возьмём заряженный конденсатор. Его обкладки притягивают друг друга. Вычислим энергию их взаимодействия. Она равна работе, которую совершит электрическое поле при сближении обкладок до соприкосновения:

$$W_э = A_{сближ}.$$

Пусть одна из обкладок, например заряженная отрицательно, закреплена неподвижно. И к ней приближается положительно заряженная обкладка (рис. 51). Работа электрического поля равна произведению силы, с которой действует поле отрицательной обкладки на положительно заряженную обкладку, и расстояния d, которое пройдёт обкладка до соединения:

$$A_{сближ} = F_э \cdot d, \qquad F_э = q_+ \cdot E_-.$$

Напряжённость, создаваемая отрицательно заряженной обкладкой, равна половине общей напряжённости, создаваемой обкладками в конденсаторе: $E_- = E/2$. Тогда

$$A_{сближ} = q_+ E_- d = \frac{qEd}{2} \text{ или } W_э = \frac{qEd}{2}.$$

Учитывая, что $E \cdot d = U$ и $q = C \cdot U$, получим:

$$\boxed{W_э = \frac{qU}{2}}, \quad \boxed{W_э = \frac{CU^2}{2}}, \quad \boxed{W_э = \frac{q^2}{2C}}$$

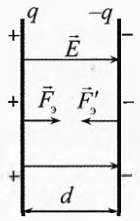


Рис. 51. *Энергия конденсатора*

Любая из этих формул для энергии конденсатора может использоваться для решения соответствующих задач.

Объёмная плотность электрической энергии. Где сосредоточена энергия конденсатора? Оказывается, она находится преимущественно между обкладками конденсатора, если расстояние между ними во много раз меньше линейных размеров обкладок (то есть $d << \sqrt{S}$). В этом случае поле вне конденсатора практически отсутствует.

Для того чтобы характеризовать распределение электрического поля в пространстве, вводится понятие плотность энергии.

Объёмная плотность энергии электрического поля *(или кратко – плотность энергии) – скалярная величина, характеризующая распределение энергии электрического поля в пространстве, она равна отношению электрической энергии в малом объёме к значению этого объёма:*

$$w_э = \frac{\delta W_э}{\delta V}.$$

Если поле однородно, то плотность энергии можно определить из следующего соотношения:

$$\boxed{w_э = \frac{W_э}{V}}, \quad [w_э] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

Объёмная плотность энергии измеряется в джоулях на кубометр.

Если поле неоднородно, то δV нужно брать столь малым, чтобы в этом объёме неоднородность поля была практически незаметной, то есть

$$\frac{\delta E}{E} << 1.$$

Рассмотрим, от чего зависит плотность энергии электрического поля, на примере однородного поля конденсатора.

$$W_э = \frac{qU}{2}.$$

Заряд конденсатора $q=\sigma \cdot S$, где S – площадь пластины, σ – поверхностная плотность заряда на пластине.

Разность потенциалов между обкладками $U=E \cdot d$, где d – расстояние между обкладками.

$$w_э = \frac{W_э}{V} = \frac{qU}{2V} = \frac{\sigma S \cdot Ed}{2V} = \frac{\sigma E}{2}, \tag{11}$$

где $V=S \cdot d$ – объём между обкладками конденсатора.

Учитывая, что напряжённость в конденсаторе $E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$, запишем:

$$\sigma = \varepsilon_0 \varepsilon E.$$

С учётом (11) получим плотность энергии электрического поля:

$$\boxed{w_э = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}}.$$

Эта формула справедлива не только для однородного поля, но и для любых других электрических полей, в том числе и для свободного электромагнитного поля (электромагнитных волн).

> *Объёмная плотность энергии электрического поля прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости среды и квадрату напряжённости электрического поля.*

§ 21. Соединения конденсаторов

Последовательное соединение конденсаторов. При последовательном соединении конденсаторов в батарею общий заряд, прошедший через источник при зарядке, равен заряду на любом из конденсаторов (рис. 52).

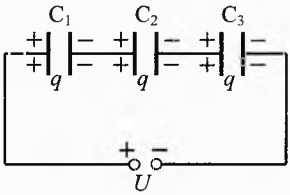


Рис. 52. *Последовательное соединение конденсаторов*

Действительно, при подключении батареи конденсаторов к источнику его электрическое поле заставляет перемещаться заряды на обкладки конденсатора. С обкладки, которая подключена к плюсу источника, уйдет часть электронов. А на обкладку третьего конденсатора, подключенного к минусу конденсатора, придет такое же количество электронов. С левой обкладки второго конденсатора электроны перейдут на правую обкладку первого конденсатора. А с левой обкладки третьего конденсатора электроны перейдут по проводу на правую обкладку второго конденсатора. Из закона сохранения заряда следует, что, сколько электронов уйдет с левой обкладки второго конденсатора, столько их придет на правую обкладку первого конденсатора.

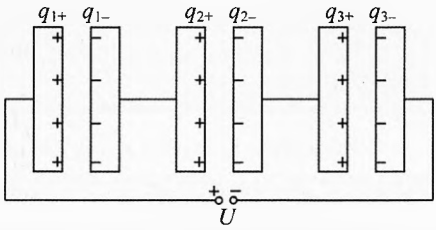


Рис. 53. *Почему заряды последовательно соединённых конденсаторов одинаковы?*

А почему на правую обкладку третьего конденсатора их приходит столько же, сколько ушло на источник с первой обкладки конденсатора? Любая обкладка имеет некоторую толщину. Изобразим нашу батарею с широкими обкладками (рис. 53). Когда конденсаторы заряжены, система находится в равновесии. Движение зарядов прекращается, значит, внутри каждой обкладки сила, действующая на свободный заряд со стороны электрического поля зарядов на обкладках, должна быть равна нулю. Пусть с левой обкладки ушли электроны на плюс источника. С левой обкладки второго конденсатора электроны будут переходить на правую обкладку первого конденсатора, стремясь поближе к положительным зарядам левой обкладки первого конденсатора и заряжая при этом его правую обкладку отрицательным зарядом. Это перераспределение зарядов будет продолжаться до тех пор, пока сила, действующая на свободные электроны в толще его обкладок со стороны положительных зарядов левой обкладки и отрицательных зарядов правой обкладки, не станет равной нулю. А это возможно, когда заряд обеих обкладок равен по модулю и расположен на внутренних поверхностях обкладок. Аналогично можно доказать и для других конденсаторов.

Итак, при последовательном соединении конденсаторов:

$$q_{1+}=|q_{1-}|=q_{2+}=|q_{2-}|=q_{3+}=|q_{3-}|=q.$$

Разность потенциалов на источнике и на конденсаторах (рис. 54):

$$U=\varphi_+-\varphi_-=(\varphi_+-\varphi_1)+(\varphi_1-\varphi_2)+(\varphi_2-\varphi_-)=U_1+U_2+U_3.$$

Электроёмкость батареи последовательно соединенных конденсаторов:

$$C_{\text{посл}} = \frac{q}{U} = \frac{q}{U_1 + U_2 + U_3}, \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C_{\text{посл}}} = \frac{U_1 + U_2 + U_3}{q} = \frac{U_1}{q} + \frac{U_2}{q} + \frac{U_3}{q}.$$

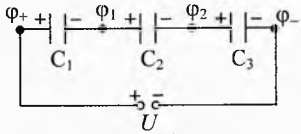


Рис. 54. *Последовательное соединение конденсаторов*

Итак, $\boxed{\frac{1}{C_{\text{посл}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$.

Величина, обратная ёмкости батареи последовательно соединенных конденсаторов, равна сумме обратных величин ёмкостей конденсаторов, составляющих эту батарею.

✍ **Пример 18.** Пусть между обкладками конденсатора площадью пластин S находятся два параллельных слоя диэлектрика толщиной d_1 и d_2, диэлектрические проницаемости которых ε_1 и ε_2 (рис. 55). Чему равна электроёмкость такого конденсатора?

➥**Решение.** Подключим конденсатор к какому-либо источнику с разностью потенциалов U:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{U_1 + U_2} = \frac{\sigma S}{E_1 d_1 + E_2 d_2} = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} d_1 + \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} d_2}$$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}}.$$

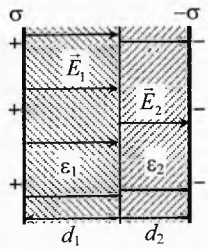


Рис. 55. *Последовательное соединение конденсаторов*

Можно представить этот конденсатор в виде системы двух последовательно соединенных конденсаторов толщиной d_1 и d_2, ёмкости которых равны

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{d_1} \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d_2}.$$

Тогда $C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}} = \frac{1}{\frac{d_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S} + \frac{d_2}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$ или $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$.

Докажите, что при трёх слоях диэлектрика $C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + \frac{d_3}{\varepsilon_3}}$. ➥

Параллельное соединение конденсаторов. При параллельном соединении конденсаторов к источнику с напряжением U напряжение на каждом источнике будет одинаково и равно напряжению источника (рис. 56):

$$U_1=U_2=U_3=U.$$

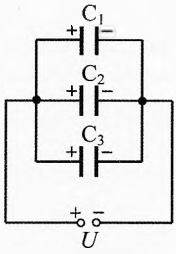


Рис. 56. *Параллельное соединение конденсаторов*

А общий заряд батареи конденсаторов (такой заряд прошёл через источник при зарядке) равен сумме зарядов на конденсаторах:

$$q=q_1+q_2+q_3.$$

Общая электроёмкость (способность накапливать заряд) равна сумме электроёмкостей отдельных конденсаторов. Чтобы убедиться в этом, разделим последнее уравнение на U:

$$\frac{q}{U}=\frac{q_1}{U}+\frac{q_2}{U}+\frac{q_3}{U}, \qquad \boxed{C_{\text{пар}}=C_1+C_2+C_3}.$$

Электроёмкость батареи параллельно соединенных конденсаторов равна сумме электроёмкостей отдельных конденсаторов, составляющих батарею.

Смешанное соединение конденсаторов. Для нахождения ёмкости батареи в этом случае нужно выделить участки, на которых конденсаторы соединены только последовательно или только параллельно.

Например, для схемы, представленной на рис. 57а:

$$\frac{1}{C'}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}; \qquad \frac{1}{C''}=\frac{1}{C_4}+\frac{1}{C_5}+\frac{1}{C_6}.$$

Или $$C'=\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}, \qquad C''=\frac{C_4\cdot C_5\cdot C_6}{C_4\cdot C_5+C_5\cdot C_6+C_4\cdot C_6}.$$

Получаем эквивалентную схему из трёх параллельно подключенных конденсаторов (рис. 57б):

$$C=C'+C_3+C''; \qquad C=\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}+C_3+\frac{C_4\cdot C_5\cdot C_6}{C_4\cdot C_5+C_5\cdot C_6+C_4\cdot C_6}.$$

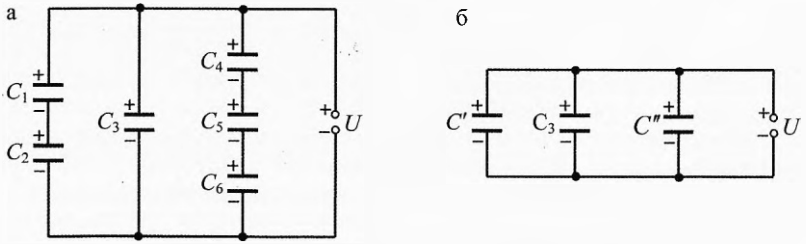


Рис. 57. *Смешанное соединение конденсаторов*

§ 22. Типы конденсаторов, их устройство и применение

Конденсатор представляет собой два близкорасположенных проводника, разделённых диэлектриком. В качестве проводников, называемых обкладками конденсаторов, используется, как правило, алюминиевая фольга, а в качестве изолирующей прослойки – парафинированная бумага, слюда, полистирол, керамика, воздух. По типу применяемого изолятора конденсаторы разделяются на (рис. 58): воздушные, электролитические, бумажные, металлобумажные, керамические, сегнетоэлектрические и другие.

Конденсаторы подразделяются на конденсаторы постоянной и переменной ёмкости.

Конденсатор постоянной ёмкости, например бумажный, изготавливают из двух полос фольги, изолированных друг от друга полосой парафинированной бумаги. Их сворачивают в рулон, помещают в металлический или фарфоровый корпус. От листов фольги через специальные изоляторы делают два вывода для подключения конденсатора в электрическую цепь.

Аналогично устроены конденсаторы других типов.

Рис. 58. *Различные типы конденсаторов*

Конденсаторы переменной ёмкости состоят из двух систем металлических пластин, разделенных диэлектриком. При вращении рукоятки одна половина пластин в большей или меньшей степени перекрывается другой половиной. Благодаря этому изменяется ёмкость конденсатора.

Конденсаторы одного типа, рассчитанные на использование при различных напряжениях, имеют разный объём при одинаковой электроёмкости. Чем больше предел допустимого напряжения, тем толще должен быть слой диэлектрика.

Почти все перечисленные выше типы конденсаторов, как правило, небольшой удельной ёмкости (электроёмкости на единицу объёма). Однако замечательны они тем, что их можно включать, не обращая внимания на полярность.

Также широко используются электролитические конденсаторы большой удельной ёмкости, в которых в качестве диэлектрика служит тонкая пленка оксида алюминия, покрывающая одну из полосок фольги. Второй обкладкой служат другая полоса фольги и соединенная с ней бумага, пропитанная электролитом. Оксидная плёнка растворяется при изменении полярности напряжения, приложенного к электролитическому конденсатору. Поэтому при использовании такого конденсатора на постоянном токе следует проверить полярность включения. Корпус конденсатора должен подключаться к «–», а центральный вывод – к «+». На участок цепи переменного тока электролитический конденсатор включать нельзя! Оксидная пленка быстро растворится, сопротивление между обкладками резко уменьшится, пойдет большой ток с выделением тепла, материал конденсатора будет превращаться в газ, и из-за большого давления конденсатор взорвется.

Применение конденсаторов. Электролитические конденсаторы используются, в основном, для стабилизации напряжения. Они «не любят» больших изменений напряжения даже одной полярности и могут взорваться. Их КПД значительно ниже, чем у конденсаторов других типов. Со временем электролит у них «усыхает». Из-за этого уменьшается ёмкость конденсатора, его приходится заменять, например в кадровой развертке лампового телевизора, что хлопотно и неприятно. В современной технике электролитические конденсаторы стараются использовать всё меньше и меньше.

Конденсаторы находят широкое применение в качестве импульсных источников питания. Дело в том, что конденсатор заряжается от сети за некоторый небольшой промежуток времени, а отдать накопленную энергию потребителю с малым сопротивлением он может очень быстро. Например, лампа-вспышка для фотоаппарата питается энергией от разряда конденсатора, предварительно заряжаемого от специальной батареи или зарядного устройства, подключаемого к электрической сети.

В газовом лазере возбуждение атомов происходит с помощью газоразрядной трубки, вспышка которой происходит при разрядке батарей конденсаторов большой ёмкости.

Большое применение конденсатор находит в радиотехнике для регулирования напряжения в различных электрических схемах за счёт изменения заряда. Причём конденсаторы большой ёмкости способны накапливать и отдавать необходимый для этого заряд без существенного изменения напряжения.

С конца XX века всё более широко используются конденсаторные установки для компенсации реактивной мощности, что позволяет увеличить КПД использования энергии переменного тока на фабриках и заводах.

В общем можно сказать, что трудно найти электрическое устройство, в котором не использовались бы конденсаторы.

✍ **Пример 19.** В импульсной фотовспышке лампа питается от конденсатора ёмкостью C=1 000 мкФ, заряженного до напряжения U=300 В (рис. 59). Найти энергию вспышки и среднюю мощность, если продолжительность разряда τ=2,5 мс.

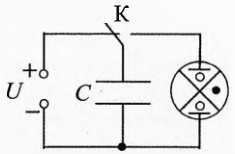


Рис. 59. *Фотовспышка*

➥**Решение.** Энергия вспышки равна энергии, запасённой в конденсаторе

$$W_э = \frac{CU^2}{2}, \quad W_э = \frac{10^{-3}\ \text{Ф}\cdot(300\ \text{В})^2}{2} = 45\ \text{Дж}.$$

Средняя мощность $P_{ср}=\dfrac{W_э}{\tau}$, $P_{ср}=\dfrac{45\text{ Дж}}{2{,}5\cdot10^{-3}\text{ с}}=18\text{ кВт}$.

Кратковременная вспышка такой лампы по мощности равносильна включению 180 ламп накаливания мощностью по 100 Вт каждая!

Упражнения

1 Два одинаковых металлических шарика заряжены так, что заряд одного из них в 5 раз больше заряда другого. Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Во сколько раз изменилась по модулю сила взаимодействия, если: а) шары заряжены одноименно, б) заряжены разноименно?

2 На каком расстоянии от шарика, погруженного в керосин ($\varepsilon=2$), должна быть расположена стальная пылинка объёмом $V=9$ мм^3, чтобы она находилась в равновесии? Заряд шарика равен $q_1=7$ нКл, а заряд пылинки равен $q_2=-2{,}1$ нКл. Равновесие устойчивое или не устойчивое? $\rho_{ст}=7{,}8\cdot10^3$ кг/м^3, $\rho_к=800$ кг/м^3.

3 Расстояние между зарядами $q_1=10$ нКл и $q_2=-1$ нКл равно $r=1{,}1$ м. Найти напряжённость в точке на прямой, соединяющей заряды, в которой потенциал равен нулю.

4 Электрон, скорость которого $\upsilon_0=18$ км/с, влетает в однородное электрическое поле напряжённостью $E=0{,}003$ Н/Кл и движется против силовых линий. Каково ускорение электрона и какова будет его скорость, когда он пройдет расстояние $S=7{,}1$ см? Сколько времени потребуется для достижения этой скорости?

5 Пылинка массой $m=10^{-11}$ г взвешена в плоском конденсаторе. Расстояние между пластинами конденсатора $d=0{,}5$ см. Она освещается ультрафиолетовым светом и, теряя свой заряд, выходит из равновесия. Какой заряд потеряла пылинка, если первоначально к конденсатору было приложено напряжение $U=154$ В, а затем, чтобы опять вернуть её в равновесие, пришлось прибавить $\Delta U=8$ В?

6 Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U=50$ В, влетает в плоский конденсатор под углом $\alpha=30°$ к пластинам и вылетает параллельно им. Напряжённость поля $E=200$ В/м. Найти длину пластины.

7 Точечный заряд $q=10$ пКл создаёт на расстоянии R электрическое поле с потенциалом $\varphi_0=1$ В. Три концентрические проводящие сферы радиусами R, $2R$ и $3R$ несут заряды $q_1=+2q$, q_2 и $q_3=-2q$ соответственно (рис. 60). Значение потенциала поля в точке A, отстоящей на $R_A=2{,}5R$ от центра сфер, $\varphi=2{,}6$ В. Чему равен заряд q_2?

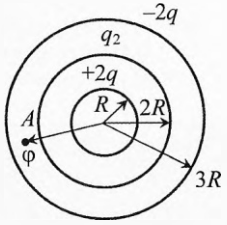


Рис. 60. *Потенциал в точке A от трёх сфер*

8 Потенциал проводящего шара радиусом $R=4$ см, погруженного в керосин ($\varepsilon=2{,}1$), равен 180 В. Определить сообщенный шару заряд q_0. Вычислить работу, совершаемую полем при перемещении заряда $q=5\cdot10^{-11}$ Кл на расстояние $r=8$ см от поверхности шарика по силовой линии.

9 Двум металлическим шарам радиусами r_1 и r_2, соединенным длинным тонким проводником, сообщен заряд q (рис. 61). Затем шар радиусом r_1 помещают внутрь металлической заземлённой сферы радиусом $R=3r_1$. Какое количество электричества пройдет при этом по соединительному проводнику?

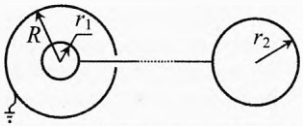


Рис. 61. *Заземлённая сфера изменяет распределение заряда*

10 Два протона находятся на большом расстоянии друг от друга и движутся навстречу друг другу. Кинетическая энергия каждого протона равна W. До какого минимального расстояния r_{min} сблизятся протоны? Какова будет максимальная сила взаимодействия между ними?

11 Два электрона находятся на большом расстоянии друг от друга, причём первый движется ко второму электрону со скоростью υ_0, а второй – покоится. Определить минимальное расстояние, на которое они сблизятся, и их скорости в этот момент.

12 Две одноименно заряженные частицы, заряды и массы которых – q_1, q_2, m_1, m_2, движутся навстречу друг другу. Когда расстояние между ними равно r, их скорости равны υ_1 и υ_2. До какого минимального расстояния r_{min} сблизятся частицы?

13 Построить график зависимости напряжённости от расстояния до центра плоского заряженного конденсатора. Площадь пластин S, заряд пластин $q_+=|q_-|=q$, расстояние между пластинами d во много раз меньше поперечных размеров конденсатора.

14 Построить график зависимости потенциала, созданного двумя параллельными, близкорасположенными равномерно заряженными пластинами, от расстояния до них. Поверхностная плотность заряда пластин $\sigma_+=\sigma$, $\sigma_-=-\sigma$. Расстояние между пластинами равно d.

15 Положительно заряженная частица, заряд которой равен q, пролетает через две плоские металлические сетки, подключенные к источнику, ЭДС которого $\mathcal{E}=250$ В (рис. 62). На каком расстоянии x от первой сетки скорость частицы будет равна скорости, с которой она движется вдали от сеток? Расстояние d между сетками во много раз меньше их поперечных размеров.

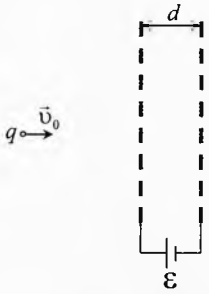


Рис. 62. *Частица пролетает мимо сеток под напряжением*

16 Плоский конденсатор подключен к источнику с ЭДС $\mathcal{E}$. Расстояние между пластинами конденсатора $2d$. Их площадь S. Конденсатор опускают в металлическую коробку с жидким диэлектриком проницаемостью ε. Пластины конденсатора параллельны стенкам коробки и отстоят от них на расстоянии, равном d и $3d$ (рис. 63). Определить заряд, прошедший через источник при погружении конденсатора. Считать, что $d \ll \sqrt{S}$.

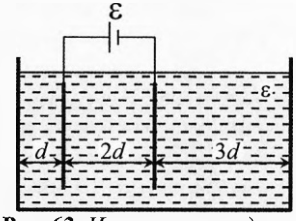


Рис. 63. *Изменение заряда при погружении в диэлектрик*

17 Конденсатор ёмкости C состоит из двух параллельных пластин, находящихся на малом расстоянии друг от друга (рис. 64). Конденсатор зарядили до напряжения U_0 и отключили от источника напряжения. Посередине между пластинами этого конденсатора параллельно вставлена ещё одна пластина, и ещё одна пластина расположена снаружи от заряженного конденсатора так, что эти дополнительные пластины образуют точно такой же конденсатор. Дополнительные пластины соединяют между собой проводником с большим сопротивлением. Какое количество тепла выделится в этом проводнике?

18 На рис. 65 показано расположение трёх плоских бесконечных проводящих заряженных пластин и их потенциалы. Нарисовать линии напряжённости электрического поля. Построить графики напряжённости и потенциала в зависимости от расстояния до пластин, если расстояние между пластинами d=5 см.

19 Положительно заряженная частица пролетает через три плоские металлические сетки, между которыми разности потенциалов поддерживаются с помощью источников, ЭДС которых равны $\mathcal{E}_1$=200 В и $\mathcal{E}_2$=250 В. На каком расстоянии x от первой сетки скорость частицы равна скорости, с которой она двигалась вдали от сеток (рис. 66)? До подключения к источникам пластины не были заряжены.

Рис. 64. *Тепло на резисторе*

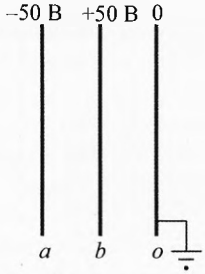


Рис. 65. *Напряжённость и потенциал пластин*

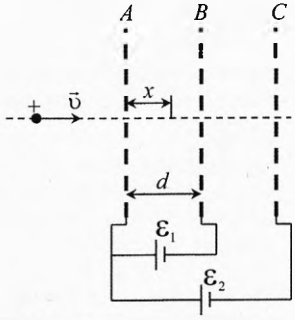


Рис. 66. *Где скорость частицы такая же, как вдали от сеток?*

20 Внутри диэлектрического равномерно заряженного шара радиуса R имеется шарообразная полость радиуса r. Расстояние между центром шара и полости равно d. Найти напряжённость $\vec{E}$ в центре полости. Объёмная плотность заряда шара равна ρ. Заряд шара положителен.

21 Найти электрическую энергию заряженной сферы радиуса R, если её заряд равен q_0, а диэлектрическая проницаемость окружающей среды равна ε.

22 Стальной шарик радиуса R=1 см находится в воздухе над стальной плитой на высоте h=10 см. Заряд шарика q=+1 нКл. Какова сила взаимодействия шарика с плоскостью, если она не заряжена?

23 Площадь пластин слюдяного (ε=7) конденсатора S=36 см^2, толщина слоя диэлектрика d=1,4 мм. Вычислить ёмкость, заряд и энергию конденсатора, если разность потенциалов на обкладках U=300 В. ε_0=8,85·10^{-12} Ф/м.

24 Конденсатор электроёмкостью C_1=0,2 мкФ заряжен до разности потенциалов U_1=320 В. После того, как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов U_2=450 В, напряжение на нём изме-

нилось до U=400 В. Вычислить ёмкость второго конденсатора. На сколько изменилась энергия первого конденсатора и системы в целом?

25 Четыре конденсатора электроёмкостью C_1=3 мкФ, C_2=7 мкФ, C_3=4 мкФ и C_4=6 мкФ соединены по схеме (рис. 67) и подключены к источнику напряжения U=20 В. Найти заряды и разность потенциалов на каждом конденсаторе. Чему равна разность потенциалов между точками a и b?

26 Плоский конденсатор заполнен диэлектриком (ε=2). Площадь каждой из пластин S=100 см^2, расстояние между ними d=0,5 см. Его зарядили до напряжения U=100 В и отключили от источника ЭДС. Какую работу нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора?

27 Предыдущую задачу решить для случая, когда конденсатор остаётся подключенным к источнику с напряжением U.

28 Плоский воздушный конденсатор ёмкостью C_0=1 мкФ заряжен до напряжения U=50 В и отключен от источника. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами в 3 раза? Как и за чей счёт при этом изменится энергия поля?

29 Заряженный конденсатор отключили от источника и верхнюю половину заполнили диэлектриком проницаемостью ε. Как изменилась напряжённость поля в пространстве между пластинами, свободном от диэлектрика и с диэлектриком?

30 Между обкладками плоского воздушного конденсатора вводится параллельно его обкладкам металлическая пластина толщиной $d_1=d/3$. Определить ёмкость конденсатора после введения пластины, d – расстояние между обкладками. Площадь одной обкладки равна S.

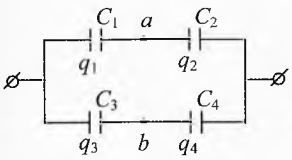


Рис. 67. *Заряды и разность потенциалов на конденсаторах*

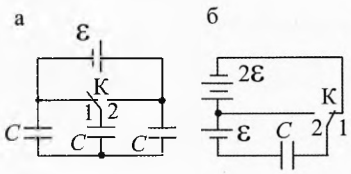


Рис. 68. *Тепло, выделившееся при переключении ключа*

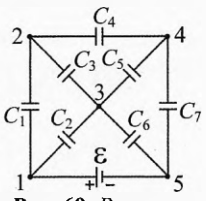


Рис. 69. *Разность потенциалов между точками схемы*

31 Какое количество теплоты выделится в цепях (рис. 68) при переключении ключа К из положения 1 в положение 2?

32 К батарее из семи конденсаторов одинаковой ёмкости $C_1=C_2=C_3=C_4=C_5=C_6=C_7=C$ подключен источник электрической энергии, ЭДС которого $\mathcal{E}$ (рис. 69). Чему равна разность потенциалов между точками 1 и 2, 2 и 4, 1 и 3, 1 и 4, 2 и 3?

Решения, указания и ответы для самоконтроля

1 $F_0=\dfrac{k\,|\,q_{10}\,\|\,q_{20}\,|}{r^2}$; $q_1=q_2=\dfrac{q_{10}+q_{20}}{2}$; $F=\dfrac{kq_1q_2}{r^2}=\dfrac{k(q_{10}+q_{20})^2}{4r^2}$;

$\Rightarrow \dfrac{F}{F_0}=\dfrac{(q_{10}+q_{20})^2}{4\,|\,q_{10}\,\|\,q_{20}\,|}$; а) $q_{10}=5q_{20}$; $\Rightarrow \dfrac{F'}{F_0}=\dfrac{9}{5}$; б) $q_{10}=-5q_{20}$; $\Rightarrow \dfrac{F''}{F_0}=\dfrac{4}{5}$.

2 $mg=F_A+F_э$; $F_A=\rho_к gV$; $F_э=\dfrac{kq_1|q_2|}{\varepsilon r^2}$; $m=\rho_{ст}V$; $\Rightarrow\ r=\sqrt{\dfrac{kq_1|q_2|}{Vg\varepsilon(\rho_{ст}-\rho_к)}}=1$ см.

Пылинка должна быть на 1 см ниже центра шарика. Равновесие не устойчиво. Действительно, если пылинка сместится на небольшое расстояние вверх, то сила $\vec{F}_э$ электрического притяжения к шарику увеличится и пылинка притянется к шарику. Если же пылинка сместится вниз, то сила $\vec{F}_э$ уменьшится, и пылинка будет продолжать падать.

3 $0=\dfrac{kq_1}{r_1}+\dfrac{kq_2}{r-r_1}$; $\Rightarrow r_1=\dfrac{r}{1-q_2/q_1}=1$ м; $E=k\dfrac{q_1}{r_1^2}-k\dfrac{q_2}{(r-r_1)^2}=990$ В/м.

4 Электрон движется равноускоренно: 1) $a=\dfrac{F_э}{m}=\dfrac{e\cdot E}{m}\approx 5{,}3\cdot 10^8$ м/с^2.

2) $\upsilon^2-\upsilon_0^2=2aS$, $\upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+2aS}=20$ км/с. 3) $\upsilon=\upsilon_0+at$, $t=(\upsilon-\upsilon_0)/a\approx 0{,}4\cdot 10^{-5}$ с.

5 $mg=E_1q_1=\dfrac{U}{d}q_1$; $mg=\dfrac{U+\Delta U}{d}q_2$; $q_1-q_2=mgd\left(\dfrac{1}{U}-\dfrac{1}{U+\Delta U}\right)=1{,}6\cdot 10^{-16}$ Кл.

6 Движение вдоль пластин равномерное: $l=\upsilon_0\cos\alpha\cdot t$; поперёк пластин – равнозамедленное: $\begin{cases} ma=F_э;\ F_э=eE \\ \upsilon_y=\upsilon_0\sin\alpha-at \end{cases}$; т.к. при вылете $\upsilon_y=0$, то $t=\dfrac{m\upsilon_0\sin\alpha}{eE}$. Подставляя t в первую формулу и учитывая, что $\dfrac{m\upsilon_0^2}{2}=eU$, получим: $l=\dfrac{U\cdot\sin 2\alpha}{E}$.

7 $\varphi_0=\dfrac{kq}{R}$; $\varphi=\dfrac{2kq}{2{,}5R}+\dfrac{kq_2}{2{,}5R}-\dfrac{2kq}{3R}$; $\Rightarrow\ q_2=q\cdot\dfrac{7{,}5\varphi-\varphi_0}{3\varphi_0}=62$ пКл. Учесть, что заряд q к сферам отношения не имеет.

8 $q_0=R\varphi/k=8\cdot 10^{-10}$ Кл; $A=q\left(\varphi-\dfrac{kq_0}{\varepsilon(R+r)}\right)=6\cdot 10^{-9}$ Дж.

9 а) $\varphi_{10}=\varphi_{20}$; $\dfrac{kq_{10}}{r_1}=\dfrac{kq_{20}}{r_2}$; $q_{10}+q_{20}=q$; $\Rightarrow\ q_{10}=\dfrac{r_1\cdot q}{r_1+r_2}$;

б) $\varphi_R=0$; $\dfrac{kq_R}{R}+\dfrac{kq_1}{R}=0$. $\varphi_1=\varphi_2$; $\dfrac{kq_R}{R}+\dfrac{kq_1}{r_1}=\dfrac{kq_2}{r_2}$; $q_1+q_2=q\ \Rightarrow\ q_1=\dfrac{3r_1\cdot q}{3r_1+2r_2}$.

Значит, $\Delta q=q_1-q_{10}=\dfrac{q\cdot r_1r_2}{(r_1+r_2)(3r_1+2r_2)}$.

10 Поскольку суммарный импульс протонов равен нулю, то в момент максимального сближения они будут покоиться. Тогда по закону сохранения энергии:

$$2W=\frac{kq^2}{r_{\min}},\ \Rightarrow\quad r_{\min}=\frac{kq^2}{2W}.$$

Сила электрического взаимодействия между протонами будет максимальна в момент их максимального сближения: $F_{max}=\dfrac{kq^2}{r_{\min}^2}=\dfrac{4W^2}{kq^2}$.

11 **I способ.** Решим задачу в исходной системе отсчёта, «связанной с Землёй». При сближении электроны будут отталкиваться. При этом первый электрон будет тормозить, а второй электрон начнёт двигаться, и его скорость будет возрастать. В момент максимального сближения их скорости будут одинаковы (рис. 70).

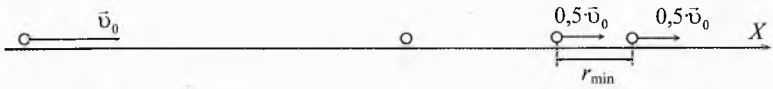


Рис. 70. *Сближение электронов в исходной системе отсчёта*

Запишем закон сохранения импульса и энергии для начального положения и момента максимального сближения: $m\vec{\upsilon}_0 = 2m\vec{\upsilon}_{\text{ц}}$; $\dfrac{m\upsilon_0^2}{2} = \dfrac{ke^2}{r_{\min}} + \dfrac{2m\upsilon_{\text{ц}}^2}{2}$;

$$\Rightarrow \quad \vec{\upsilon}_{\text{ц}} = 0{,}5\cdot\vec{\upsilon}_0, \qquad \frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{ke^2}{r_{\min}} + \frac{m\upsilon_0^2}{4}, \qquad \Rightarrow \quad r_{\min} = \frac{4ke^2}{m\upsilon_0^2}.$$

II способ. Рассмотрим движение электронов в системе отсчёта, связанной с центром масс системы этих частиц. Поскольку электроны взаимодействуют только между собой, то суммарный импульс системы остается неизменным (рис. 71):

$$m\vec{\upsilon}_0 = 2m\vec{\upsilon}_{\text{ц}} \;\Rightarrow\; \vec{\upsilon}_{\text{ц}} = 0{,}5\cdot\vec{\upsilon}_0.$$

Центр масс движется по направлению начальной скорости первого электрона. Относительно центра масс первый электрон движется в том же направлении со скоростью $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}_0 - \vec{\upsilon}_{\text{ц}} = 0{,}5\cdot\vec{\upsilon}_0$, а второй – со скоростью $\vec{\upsilon}_2 = 0 - \vec{\upsilon}_{\text{ц}} = -0{,}5\cdot\vec{\upsilon}_0$.

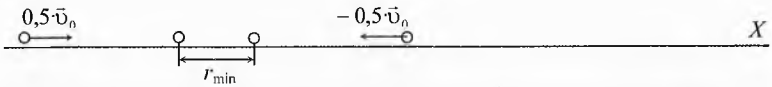


Рис. 71. *Сближение электронов в системе отсчёта, связанной с центром масс*

В момент максимального сближения электроны будут покоиться относительно системы отсчёта, связанной с их центром масс, то есть в исходной системе будут двигаться со скоростью $\vec{\upsilon}_{\text{ц}}$. Тогда по закону сохранения энергии:

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} + \frac{m\upsilon_2^2}{2} = \frac{ke^2}{r}, \;\Rightarrow\; \frac{m\upsilon_0^2}{4\cdot 2} + \frac{m\upsilon_0^2}{4\cdot 2} = \frac{ke^2}{r_{\min}}, \;\Rightarrow\; r_{\min} = \frac{4ke^2}{m\upsilon_0^2}.$$

Итак, в момент максимального сближения скорости электронов одинаковы и равны $\vec{\upsilon} = 0{,}5\cdot\vec{\upsilon}_0$, а минимальное расстояние равно $r_{\min} = \dfrac{4ke^2}{m\upsilon_0^2}$.

Примечание. При решении задач такого типа по первому варианту учащиеся иногда забывают, что в момент максимального сближения скорость частиц обычно не равна нулю, и неверно применяют закон сохранения энергии, приравнивая начальную кинетическую энергию частиц к энергии их взаимодействия в момент максимального сближения, и не учитывают их кинетическую энергию в этот момент.

12 В момент максимального сближения относительная скорость частиц равна нулю, то есть их скорости в этот момент равны скорости $\vec{\upsilon}_{\text{ц}}$ центра масс.

Закон сохранения импульса: $m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon}_{\text{ц}}$.

В проекции на ось X (рис. 72): $m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon_{\text{ц}}$.

Итак, проекция скорости центра масс на ось X равна $\upsilon_{\text{ц}} = \dfrac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}$.

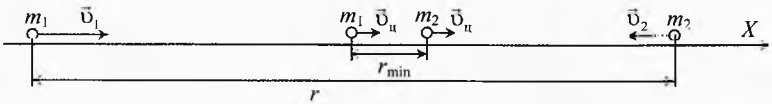


Рис. 72. *Минимальное расстояние сближения частиц*

Закон сохранения энергии для начального момента и момента максимального сближения частиц: $\frac{m_1\upsilon_1^2}{2}+\frac{m_2\upsilon_2^2}{2}+\frac{kq_1q_2}{r}=\frac{(m_1+m_2)\upsilon_{\text{ц}}^2}{2}+\frac{kq_1q_2}{r_{\min}}$.

Из двух последних уравнений получим:

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2}+\frac{m_2\upsilon_2^2}{2}+\frac{kq_1q_2}{r}=\frac{(m_1\upsilon_1-m_2\upsilon_2)^2}{2(m_1+m_2)}+\frac{kq_1q_2}{r_{\min}}.$$

Приведем к общему знаменателю и раскроем скобки:

$$\frac{m_1^2\upsilon_1^2+m_1m_2\upsilon_1^2+m_1m_2\upsilon_2^2+m_2^2\upsilon_2^2-m_1^2\upsilon_1^2-m_2^2\upsilon_2^2+2m_1m_2\upsilon_1\upsilon_2}{2(m_1+m_2)}+\frac{kq_1q_2}{r}=\frac{kq_1q_2}{r_{\min}};$$

$$\frac{m_1m_2(\upsilon_1+\upsilon_2)^2}{2(m_1+m_2)}+\frac{kq_1q_2}{r}=\frac{kq_1q_2}{r_{\min}},\quad\Rightarrow\quad r_{\min}=\left(\frac{1}{r}+\frac{m_1m_2(\upsilon_1+\upsilon_2)^2}{2kq_1q_2(m_1+m_2)}\right)^{-1}.$$

Для случая сближения из бесконечности двух электронов, начальная скорость одного из которых равна 0: $\frac{1}{r}=0$; $q_1=q_2=-e$; $m_1=m_2=m$; $\upsilon_1=\upsilon_0$; $\upsilon_2=0$; $\Rightarrow r_{\min}=\frac{4ke^2}{m\upsilon_0^2}$.

13 Напряжённость от каждой равномерно заряженной пластины:

$$E_+=E_-=\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}=\frac{q}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}.$$

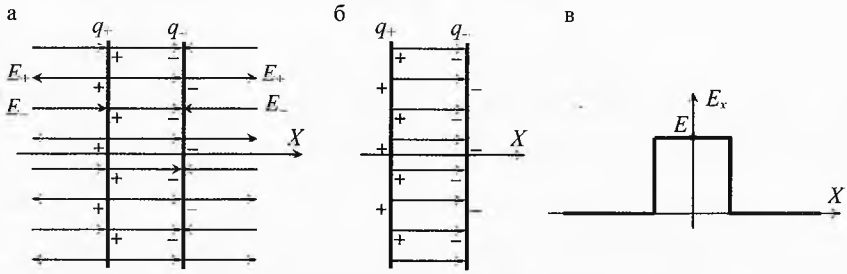


Рис. 73. *Напряжённость заряженного конденсатора*

Линии напряжённости электрического поля, создаваемого отрицательно заряженной пластиной, направлены к пластине, а от положительно заряженной пластины – от неё (рис. 73а).

Внутри конденсатора E_+ и E_- сонаправлены, поэтому поле внутри конденсатора равно:

$$E=E_++E_-=\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S}.$$

Справа и слева от конденсатора поля, создаваемые пластинами, направлены в противоположные стороны и поэтому взаимно компенсируют друг друга (рис. 73б).

График зависимости напряжённости от расстояния до центра плоского заряженного конденсатора представлен на рис. 73в.

14 Направим ось X перпендикулярно пластинам. Начало оси возьмём по середине между пластинами.

Поле между пластинами однородно, поэтому потенциал линейно уменьшается от значения φ_+ на положительно заряженной пластине, до значения φ_- на отрицательно заряженной пластине (рис. 74):

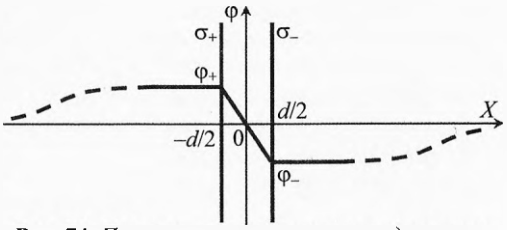


Рис. 74. *Потенциал заряженного конденсатора*

$$\varphi = -E \cdot x = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot x \quad \text{при} \quad \frac{d}{2} \le x \le -\frac{d}{2}.$$

Если пластины бесконечно большие, то поле электрическое поле существует только между пластинами, значит потенциал в любой точке пространства слева от положительно заряженной пластины равен потенциалу самой пластины:

$$\varphi_+ = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \frac{d}{2} \quad \text{при } x \le -\frac{d}{2}.$$

А потенциал в любой точке пространства справа от отрицательно заряженной пластины равен потенциалу этой пластины:

$$\varphi_- = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \frac{d}{2} \quad \text{при } x \ge \frac{d}{2}.$$

На самом же деле не бывает бесконечных параллельных пластин, поэтому на расстоянии, значительно превышающем размеры пластин, их можно рассматривать как точечные заряды. Поэтому при удалении от пластин потенциал будет стремиться к нулю (это показано пунктиром на графике). Но для того, чтобы потенциал уменьшился до нуля, необходимо, чтобы вне пластин существовало электрическое поле. Действительно, если пластины были бы бесконечными, то поле вне пластин было бы равно нулю, и потенциал был бы неизменным, но из-за того, что пластины не бесконечны, возникает «краевой эффект», из-за которого поле выходит во внешнее пространство.

15 Потенциал первой сетки больше потенциала второй сетки на значение $\mathcal{E}$, поскольку они присоединены к источнику. Между сетками потенциал равномерно убывает, т.к. поле между пластинами конденсатора однородно. Возьмём 0 по оси X посередине между пластинами и примем потенциал равным нулю в этой точке (рис. 75). Тогда потенциал первой сетки $\varphi_1 = \mathcal{E}/2$, а потенциал второй сетки $\varphi_2 = -\mathcal{E}/2$. Слева от первой сетки потенциал будет такой же, как и на самой сетке $\mathcal{E}/2$, а вдали при $x \to -\infty$ потенциал стремится к нулю. Аналогично справа от второй сетки потенциал будет $-\mathcal{E}/2$, а вдали при $x \to +\infty$ потенциал стремится к нулю. То есть вдали от сеток потенциал одинаков и равен потенциалу посередине между сетками (x=0).

Применив закон сохранения энергии, мы, очевидно, получим, что посередине между сетками скорость частицы будет такой же, как вдали от сеток, хоть справа, хоть слева.

16 До погружения конденсатора в диэлектрик разность потенциалов на его пластинах (рис. 76а): $\mathcal{E} = E_0 \cdot 2d$, где $E_0 = \dfrac{q_0}{\varepsilon_0 S}$ – напряжённость между пластинами конденсатора.

Тогда начальный заряд пластин конденсатора:

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0 S \mathcal{E}}{2d}.$$

При погружении в диэлектрик поле конденсатора ослабляется. Но так как конденсатор подключен к источнику, то на его пластины перейдет такой дополнительный заряд, при котором разность потенциалов на пластинах снова станет равной $\mathcal{E}$.

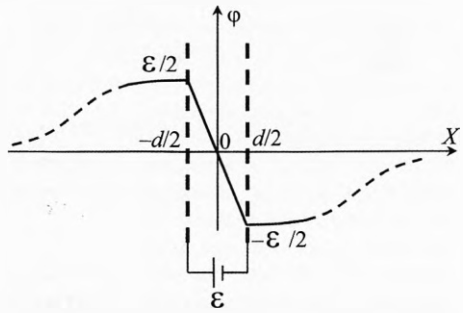


Рис. 75. *Потенциал посередине конденсатора такой же, как на бесконечно далёком расстоянии*

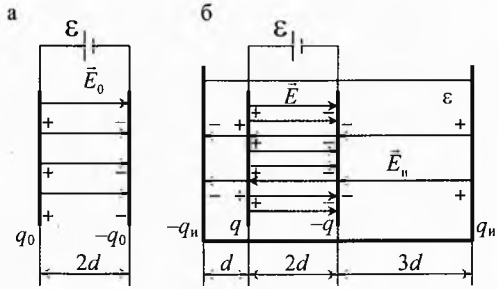


Рис. 76. *Изменение заряда конденсатора при погружении в диэлектрик*

Если бы коробка с диэлектриком была стеклянной, то заряд на обкладках конденсатора увеличился бы в ε раз. В случае металлической коробки поле конденсатора создаёт на противоположных сторонах коробки разность потенциалов, равную $\mathcal{E}$. Поэтому на этих сторонах коробки будет индуцирован такой заряд $q_и$, при котором разность потенциалов на них снова станет равной нулю (рис. 76б).

Итак, разность потенциалов между сторонами коробки равна нулю:

$$E \cdot 2d - E_и \cdot 6d = 0,$$

где $E = \dfrac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$ – напряжённость, создаваемая пластинами конденсатора, $E_и = \dfrac{q_и}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$ – напряжённость, создаваемая зарядом, индуцированным на противоположных сторонах коробки.

Разность потенциалов между пластинами конденсатора равна $\mathcal{E}$:

$$E \cdot 2d - E_и \cdot 2d = \mathcal{E}.$$

Решая четыре последних уравнения, получим заряд на пластинах конденсатора после погружения в металлическую коробку с диэлектриком: $q = \dfrac{3\varepsilon\varepsilon_0 S \mathcal{E}}{4d}$.

Значит, через источник прошёл дополнительный заряд на пластины конденсатора, равный $\Delta q = q - q_0 = \frac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}}{4d}(3\varepsilon - 2)$.

17 В начале эксперимента конденсатор 1-3 создаёт разность потенциалов между дополнительными пластинами 2 и 4, равную $U_0/2$ (рис. 77а). Поэтому по проводнику, соединяющему пластины 2 и 4, будет переходить заряд со 2-й пластины на 4-ю до тех пор, пока потенциалы на этих пластинах не сравняются ($\varphi_2=\varphi_4$). Разность потенциалов между 2-й и 4-й пластинами после перераспределения зарядов (рис. 77б):

$0 = \varphi_2 - \varphi_4 = (E_0 - E)\cdot d/2 - E\cdot d/2, \quad \Rightarrow \quad E = E_0/2,$

где E_0 – напряжённость, создаваемая пластинами 1 и 3, E – напряжённость, создаваемая пластинами 2 и 4. Значит, после того, как ток в проводнике прекратится, на пластинах 2 и 4 будет индуцирован заряд в два раза меньший, чем на пластинах 1 и 3.

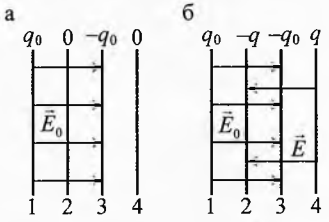


Рис. 77. *Потенциалы пластин и напряжённость между ними*

Количество теплоты, выделившееся в проводнике, можно найти с помощью закона сохранения энергии. Энергию в начале эксперимента можно рассчитать двумя способами.

I способ. Энергия конденсатора в начале эксперимента: $W_0 = \frac{C\cdot U_0^2}{2}$.

II способ. Энергия поля вначале равна плотности энергии электрического поля w_0, умноженной на объём конденсатора: $W_0 = w_0\cdot(S\cdot d) = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2}{2}\cdot(S\cdot d)$, или, учитывая, что $C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, $U_0=E_0\cdot d$; получим: $W_0 = \frac{1}{2}\cdot\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\cdot(E_0 d)^2 = \frac{C\cdot U_0^2}{2}$.

В конце эксперимента энергия электрического поля: $W = (w_{12} + w_{23} + w_{34})\frac{S\cdot d}{2}$, где w_{12}, w_{23}, w_{34} – плотность электрической энергии между пластинами 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4. Тогда

$$W = \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2}{2} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0 (E_0 - E)^2}{2} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}\right)\frac{S\cdot d}{2} = \frac{3\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{8}\cdot Sd = \frac{3CU_0^2}{8}.$$

Итак, количество теплоты, выделившееся в проводнике: $Q = W_0 - W = \frac{CU_0^2}{8}$.

18 Поскольку пластины бесконечны и параллельны, то поле между ними будет однородно (рис. 78).

Напряжённость между пластинами a и b направлена против оси X:

$$E_{1x} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{d} = \frac{-50\text{ В} - 50\text{ В}}{0{,}05\text{ м}} = -2\,000\text{ В/м} = -2\text{ кВ/м}.$$

Напряжённость между пластинами b и o в два раза меньше и направлена по оси X:

$$E_{2x} = \frac{\varphi_b - \varphi_o}{d} = \frac{50\text{ В} - 0\text{ В}}{0{,}05\text{ м}} = 1\,000\text{ В/м} = 1\text{ кВ/м}.$$

Поскольку поле между пластинами однородно, то потенциал φ между пластинами будет изменяться линейно.

Примечание. Напряжённость поля и распределение потенциала вне пластин определить невозможно, т.к. невозможно определить распределение заряда на пластинах.

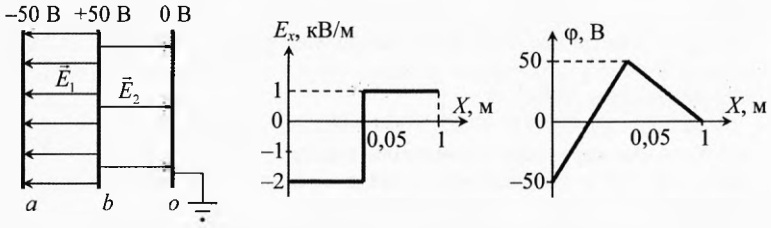


Рис. 78. *Напряжённость и потенциал в зависимости от расстояния до пластин*

19 Поскольку суммарный заряд пластин равен нулю, а разность потенциалов между крайними пластинами $\varphi_A - \varphi_C = \mathcal{E}_2 = 250$ В, то относительно бесконечно удаленной точки потенциалы этих пластин равны: $\varphi_A = 125$ В, $\varphi_C = -125$ В. Тогда потенциал средней пластины (рис. 79): $\varphi_B = \varphi_A - \mathcal{E}_1 = -75$ В.

Поле вне конденсатора отсутствует. Поэтому вне конденсатора потенциал изменяться не будет. И только на большом расстоянии, превышающем продольные размеры пластин, потенциал будет постепенно уменьшаться до нуля.

Из закона сохранения энергии ясно, что скорость частицы будет такой же, как и вдали от сеток, в точке, в которой потенциал тоже равен нулю:

$$x = \frac{125\ \text{В}}{200\ \text{В}} \cdot d = 0{,}625 \cdot d\ .$$

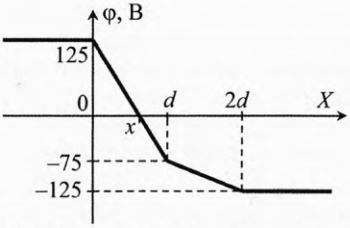


Рис. 79. *Зависимость потенциала от координаты*

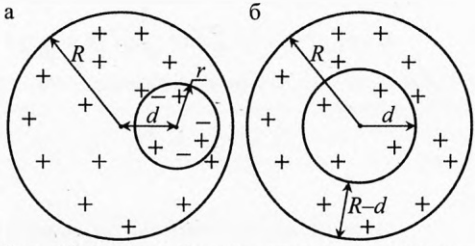


Рис. 80. *Напряжённость в шаре с полостью*

20 Положительно заряженный шар с полостью удобно представить в виде цельного положительно заряженного шара радиуса R и шара радиуса r с отрицательным зарядом, объёмная плотность заряда которого равна $-\rho$. Такое преобразование ничего не изменит, т.к. на месте полости суммарный заряд снова будет равен нулю (рис. 80а).

Из соображений симметрии ясно, что напряжённость от маленького шара в его же центре равна нулю.

Теперь разобьем мысленно большой шар на две части (рис. 80б): шар радиуса d и его оболочку толщиной $R - d$.

Шар радиуса d на расстоянии d от своего центра создаёт напряжённость $E=\frac{kq_d}{d^2}$, где $q_d=V_d\cdot\rho=\frac{4}{3}\pi d^3\cdot\rho$ – заряд шара радиуса d.

Поскольку равномерно заряженная сфера не создаёт внутри себя напряжённость, то оболочка толщиной $R–d$ внутри себя напряжённость тоже не создаёт.

Итак, в центре полости напряжённость равна $E=\frac{4}{3}\pi k\rho d$ и направлена от центра большого шара.

21 **I способ.** Энергия заряженной сферы равна работе, которую совершит Кулоновская сила по удалению (рассеиванию) всего заряда сферы на бесконечность (рис. 81). Энергия взаимодействия бесконечно маленьких зарядов, находящихся на бесконечно большом расстоянии, равна нулю.

Оторвем от сферы очередную бесконечно маленькую порцию заряда $|dq|$ и вычислим работу, которую совершит сила электрического отталкивания при удалении этого заряда на бесконечность:

$$\delta A_э=\int_R^\infty F_э dr=\int_R^\infty\frac{kq\cdot|dq|}{\varepsilon r^2}\cdot dr=-\frac{kq\cdot|dq|}{\varepsilon r}\Bigg|_R^\infty=\frac{kq\cdot|dq|}{\varepsilon R}.$$

Учитывая, что заряд на сфере уменьшается с каждой порцией, то есть что $dq<0$, вычислим суммарную работу, которую совершит электрическая сила отталкивания по удалению всего заряда со сферы:

$$A_э=\int_0^A\delta A_э=-\int_{q_0}^0\frac{kq\cdot dq}{\varepsilon\cdot R}=-\frac{kq^2}{2\varepsilon\cdot R}\Bigg|_{q_0}^0=\frac{kq_0^2}{2\varepsilon\cdot R}.$$

Итак, энергия заряженной сферы равна $\boxed{W_э=\frac{kq_0^2}{2\varepsilon\cdot R}}$.

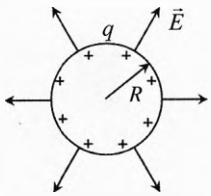


Рис. 81. *Энергия заряженной сферы*

II способ. Энергия заряженной сферы сосредоточена в виде электрического поля в пространстве, окружающем сферу. Плотность электрической энергии этого поля равна $w_э=\frac{\varepsilon\varepsilon_0E^2}{2}$, где $E=\frac{kq_0}{\varepsilon\cdot r^2}$ – напряжённость электрического поля на расстоянии r от сферы при $r\geq R$. Внутри сферы, то есть при $r<R$, напряжённость поля равна нулю.

Плотность электрической энергии очень быстро уменьшается с расстоянием:

$$w_э=\frac{\varepsilon_0k^2q_0^2}{2\varepsilon\cdot r^4}.$$

Например, на расстоянии $r=3R$ плотность энергии уменьшится в 81 раз!

Выделим слой радиуса r толщиной dr и подсчитаем энергию поля в нём: $dW_э=w_э\cdot dV$, где $dV=S\cdot dr=4\pi r^2\cdot dr$ – объём этого слоя, S – его площадь.

Тогда: $dW_э=w_э\cdot dV=\frac{4\pi\varepsilon_0k^2q_0^2}{2\varepsilon\cdot r^2}dr$. Учитывая, что $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, получим энергию поля тонкого слоя: $dW_э=\frac{kq_0^2}{2\varepsilon\cdot r^2}dr$.

Полная энергия электрического поля по всему окружающему пространству:

$$W_э = \int_0^{W_э} dW_э = \frac{kq_0^2}{2\varepsilon}\cdot\int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = -\frac{kq_0^2}{2\varepsilon}\cdot\frac{1}{r}\Big|_R^\infty = -\frac{kq_0^2}{2\varepsilon}\left(\frac{1}{\infty}-\frac{1}{R}\right) = \frac{kq_0^2}{2\varepsilon R}.$$

22 Заряд на плоскости перераспределится таким образом, что напряжённость электрического поля будет перпендикулярна плоскости (в противном случае продольная составляющая электрического поля будет действовать на электроны и перераспределение зарядов продолжится). Под шаром на плоскости будет максимальная концентрация отрицательного заряда.

Из рис. 82 ясно, что взаимодействие шара с плитой равносильно (из соображений симметрии) взаимодействию двух одинаковых разноимённо заряженных шаров, расстояние между центрами которых равно $2h$. Поэтому шарик будет притягивать к плите силой:

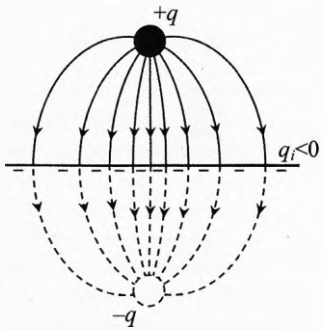


Рис. 82. *Взаимодействие заряда с плоскостью*

$$F = \frac{kq^2}{(2h)^2} \approx 0{,}2 \text{ мкН}.$$

23 $C=\varepsilon\varepsilon_0 S/d=0{,}16$ мкФ; $q=C\cdot U=4{,}8\cdot10^{-8}$ Кл; $W=CU^2/2=7{,}2$ мкДж.

24 $q_1=C_1U_1$, $q_2=C_2U_2$, $q_1'=C_1U$, $q_2'=C_2U$, $q_1+q_2=q_1'+q_2'$. Решая, получим:

$$C_2 = \frac{C_1\cdot(U-U_1)}{U_2-U} = 0{,}32 \text{ мкФ}; \quad \Delta W_1 = \frac{C_1\cdot(U^2-U_1^2)}{2} \approx 5{,}8 \text{ мДж};$$

$$\Delta W = \frac{(C_1+C_2)U^2}{2} - \frac{C_1U_1^2}{2} - \frac{C_2U_2^2}{2} \approx -1{,}04 \text{ мДж}.$$

25 $q_1=q_2=C_{1,2}\cdot U=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}\cdot U=42$ мкКл; $U_1=q_1/C_1=14$ В; $U_2=U-U_1=6$ В;

$q_3=q_4=C_{3,4}\cdot U=\dfrac{C_3C_4}{C_3+C_4}\cdot U=48$ мкКл; $U_3=q_3/C_3=12$ В; $U_4=U-U_3=8$ В;

$|U_{ab}|=U_1-U_3=2$ В.

26 Заряд сохраняется $q=C_1U$; $A=W_2-W_1$; $W_1=\dfrac{q^2}{2C_1}$; $W_2=\dfrac{q^2}{2C_2}$; $C_1=\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$;

$C_2=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$; $\Rightarrow A=\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d}(\varepsilon-1)=1{,}8\cdot10^{-7}$ Дж.

27 Напряжение сохраняется; $A+A_{ист}=W_2-W_1$; $W_1=\dfrac{C_1U^2}{2}$; $W_2=\dfrac{C_2U^2}{2}$;

$C_1=\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$; $C_2=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$; $A_{ист}=(q_2-q_1)U=(C_2-C_1)U^2$; $\Rightarrow A=\dfrac{\varepsilon_0 SU^2}{2d}(\varepsilon-1)=0{,}9\cdot10^{-7}$ Дж.

28 Заряд сохраняется $q=C_0U$; $A_{ст}=W-W_0$; $W_0=\dfrac{q^2}{2C_0}$; $W=\dfrac{q^2}{2C}$; $C_0=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d_0}$;

$C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$; $\Rightarrow W=\dfrac{d}{d_0}W_0$; $W_0=\dfrac{C_0U^2}{2}$; $\Delta W=A_{ст}=\dfrac{C_0U^2}{2}\left(\dfrac{d}{d_0}-1\right)=2{,}5$ мДж.

29 Напряжённость вначале $E_0=U_0/d$; $E_0=\dfrac{q_0}{\varepsilon_0 S}$. После заполнения половины конденсатора диэлектриком напряжённость в обоих частях одинакова: $E=U/d$. С другой стороны $E=\dfrac{q_1}{\varepsilon\varepsilon_0 S/2}$; $E=\dfrac{q_2}{\varepsilon_0 S/2}$. Общий заряд на пластине сохранился: $q_1+q_2=q_0$. Решая совместно, получим: $E/E_0=2/(\varepsilon+1)<1$.

30 $C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d-d_1}=\dfrac{3\varepsilon_0 S}{2d}$.

31 а) $q_{10}=q_{20}=\dfrac{C\mathcal{E}}{3}$; $q_{30}=2q_{10}=\dfrac{2C\mathcal{E}}{3}$; $q_1=\dfrac{2C\mathcal{E}}{3}$; $q_2=q_3=\dfrac{C\mathcal{E}}{3}$; $\Rightarrow$ $W_0=W$; $\Rightarrow$ $Q_а=A_{ист}=\mathcal{E}\cdot(q_1-q_{10})=C\mathcal{E}^2/3$

б) $q_0=-C\mathcal{E}$; $q=+C\mathcal{E}$; $\Rightarrow W_0=W$; $\Rightarrow Q_б=A_{ист}=\mathcal{E}\cdot(q-q_0)=2C\mathcal{E}^2$.

32 Сделаем разъединение в узле 3 (рис. 83). Из соображений симметрии видно, что потенциал точек 3' и 3" одинаков. Значит, в результате такого разъединения распределение зарядов не изменилось, и схема эквивалентна исходной. Конденсаторы C_2 и C_6 соединены последовательно, значит, $C_{13"5}=0{,}5\cdot C$. Заряды на них будут одинаковы

$$q_2=q_6=0{,}5\cdot C\mathcal{E},\quad \varphi_1-\varphi_3=q_2/C_2=0{,}5\cdot\mathcal{E}.$$

На участке 2-4 ёмкость $C_{24}=C+0{,}5\cdot C=1{,}5\cdot C$.

Ёмкость C_{1245} на участке 1-2-4-5:

$$\frac{1}{C_{1245}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_{24}}+\frac{1}{C_7}=\frac{1}{C}+\frac{2}{3C}+\frac{1}{C},\ \Rightarrow\ C_{1245}=\frac{3}{8}C.$$

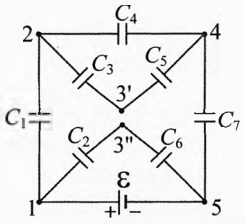


Рис. 83. *Эквивалентная схема*

Значит, $q_1=q_{24}=q_7=\dfrac{3}{8}C\mathcal{E}$; $\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{q_1}{C_1}=\dfrac{3}{8}\mathcal{E}$;

$$\varphi_2-\varphi_4=\frac{q_{24}}{C_{24}}=\frac{3C\mathcal{E}}{8\cdot 1{,}5C}=\frac{\mathcal{E}}{4}.$$

Из соображений симметрии

$$\varphi_2-\varphi_3=\varphi_3-\varphi_4=\frac{\varphi_2-\varphi_4}{2}=\frac{\mathcal{E}}{8};$$

Тогда: $\varphi_1-\varphi_4=(\varphi_1-\varphi_2)+(\varphi_2-\varphi_4)=\dfrac{5}{8}\mathcal{E}$.

Глава 2. Постоянный электрический ток

Молодой физик спросил аксакала: «Почему задачи по электростатике труднее решать, чем задачи на постоянный электрический ток?»

Ответ аксакала: «Многие задачи в электростатике решаются с позиции силы, а это – нелегко, ибо сила – векторная величина. В цепях же постоянного тока основной инструмент решения задач – закон Ома, то есть закон сохранения и превращения энергии применительно к движению заряженных частиц».

§ 23. Электрический ток. Условия существования тока

Электрический ток проводимости *представляет собой направленно движущееся множество свободных заряженных частиц.*

При этом кроме направленной составляющей скорости частицы могут иметь и хаотическую составляющую. Например, в металлических проводниках направленная составляющая скорости частиц (скорость дрейфа) при комнатной температуре во много раз меньше скорости хаотического движения этих частиц. А пучок электронов в кинескопе телевизора движется только со скоростью дрейфа. В этом случае нет хаотической составляющей скорости электронов.

В литературе больше распространено следующее определение для тока проводимости:

Электрический ток проводимости *– это упорядоченное (имеющее направленную составляющую) движение заряженных частиц.*

В чем различие определений? Легко представить себе ток как поток дождя – совокупность направленно движущихся капель воды; поток машин – совокупность движущихся по дороге машин, а также поток электронов в кинескопе телевизора или в проводнике электрической цепи. Но термин «ток», как синоним слова «движение» частиц, считаем неполным. В этом случае не акцентируется сам материальный объект. Ведь при определении перемещения или скорости тела в механическом движении характеристики объекта не имеют значения, а при определении характеристик электрического тока в первую очередь играет роль заряд движущихся частиц, поэтому первое определение тока проводимости, на наш

взгляд, является более адекватным*. Действительно, мы говорим, например, о работе электрического тока, но «движение заряженных частиц» не может совершать работу. Работу могут совершать движущиеся заряженные частицы, то есть электрический ток, в соответствии с первым определением.

В дальнейшем вместо сочетания слов «*электрический ток проводимости*» будем писать для краткости «*электрический ток*» или ещё короче «*ток*».

В данной главе изучается постоянный электрический ток, значение которого не изменяется с течением времени.

Условия существования тока. Ток в цепи существует, если она замкнута, то есть состоит из проводящих элементов. Если в цепи имеется разрыв, то ток идти не будет.

Для существования тока необходимо наличие силы, действующей на свободные заряженные частицы в проводнике. Обычно эта сила создаётся электрическим полем.

При подключении к источнику электроэнергии в металлических проводниках происходит перераспределение свободных зарядов так, что внутри проводника появляется напряжённость электрического поля, направленная от точек с более высоким потенциалом к точкам с меньшим потенциалом, благодаря которой в проводнике течёт ток.

§ 24. Количество электричества. Сила тока. Плотность тока

Количество электричества. Рассмотрим отрезок замкнутого проводника площадью поперечного сечения S и длиной l, по которому идёт ток (рис. 1). Действие тока зависит от значения заряда, протекающего по участку цепи.

Рис. 1. *Ток в проводнике*

Количество электричества *характеризует заряд, протекший через сечение проводника. Количество электричества равно заряду, протекшему через сечение проводника за некоторый промежуток времени.*

* В словаре русского языка С. И. Ожегова: «Ток. 2. поток, движущаяся масса жидкости, воздуха. Слезы льются током. 3. Направленное движение электрических зарядов в проводнике». Последнее 3-е значение слова «ток» дано, на наш взгляд, в угоду физикам-методистам как устоявшаяся в учебной литературе фраза, неточная, от которой следует отказаться.

Часто вместо сочетания слов *количество электричества* говорят *протекший заряд* или просто *заряд*. Количество электричества обозначается буквой q и измеряется в кулонах (Кл).

$$[q]=1 \text{ Кл}.$$

Протекший заряд можно рассчитать как произведение модуля заряда одной частицы q_0 (это может быть электрон, положительный или отрицательный ион) и числа частиц N, протекших через сечение проводника за промежуток времени t:

$$q=q_0 \cdot N, \qquad (1)$$

В металлах (в твёрдом состоянии) носителями электрического тока являются электроны ($q_0 = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Вычислим, сколько электронов пройдёт через сечение проводника, если количество электричества равно 1 Кл.

$$N = \frac{q}{|q_0|}, \quad N = \frac{1 \text{ Кл}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 6{,}25 \cdot 10^{18}.$$

Таким образом, количество электричества 1 Кл соответствует прохождению через сечение любого металла 6 миллиард миллиардов электронов! Это – невообразимое число!

Пусть концентрация свободно заряженных частиц в проводнике равна n, площадь его поперечного сечения S, длина l, скорость дрейфа частиц υ. Тогда каждая частица пройдёт расстояние l за время t, определяемое выражением:

$$l=\upsilon \cdot t.$$

Число заряженных частиц, прошедших через любое сечение проводника за время t:

$$N=n \cdot V=n \cdot S \cdot l=n \cdot S \cdot \upsilon \cdot t. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим:

$$q=q_0 \cdot n \cdot S \cdot \upsilon \cdot t. \qquad (3)$$

Видно, что количество электричества прямо пропорционально заряду одной частицы q_0, концентрации свободных зарядов n, площади поперечного сечения проводника S, скорости дрейфа частиц υ и времени протекания тока t.

Андре Мари Ампер (1775–1836)

Сила тока. Основной характеристикой электрического тока является сила тока. Сила тока характеризует интенсивность протекания заряда через поперечное сечение проводника и определяется отношением малого количества электричества к малому промежутку времени, за который оно прошло:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}; \quad [I] = 1 \text{ А} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ с}}. \qquad (4)$$

Сила тока измеряется в амперах (А) в честь французского физика Андре Мари Ампера. Сила тока 1 А означает, что за одну секунду через сечение проводника протекает заряд один кулон при неизменной силе тока.

Сила тока равна 5 А. Что это значит? $I = 5\ \text{А} = \frac{5\ \text{Кл}}{1\ \text{с}}$.

Это значит, что интенсивность протекания заряда в 5 раз больше, чем в случае, когда сила тока равна 1 А. И за одну секунду при неизменном значении силы тока через сечение проводника протекает заряд 5 Кл.

Силу тока измеряют прибором, называемым амперметр. Его включают последовательно с потребителем электроэнергии, на котором требуется измерить силу тока. При этом через амперметр проходит такой же ток, как и через потребитель. *Сопротивление идеального амперметра равно нулю.*

Если сила тока с течением времени не меняется, то её можно вычислять не только по формуле (4), но и как среднее значение силы тока за время t:

$$\boxed{I = \frac{q}{t}}.$$

В случае пульсирующего тока (изменяющегося по модулю, но неизменного по направлению), а также переменного тока, сила тока определяется как производная количества электричества по времени:

$$I = q' = \frac{dq}{dt}. \qquad (5)$$

Сила тока равна отношению бесконечно малого количества электричества к бесконечно малому промежутку времени, за который оно проходит.*

Формула (5) справедлива для всех случаев протекания тока.

Действие тока зависит от направления, в котором движутся свободные заряженные частицы. Поэтому току приписывается направление.

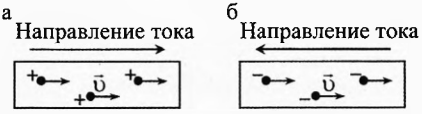


Рис. 2. *Направление тока*

За направление тока условно принимается направление, в котором движутся положительно заряженные частицы под действием электрического поля (рис. 2а). Если движутся отрицательно заряженные частицы, то направление тока противоположно направлению скорости их дрейфа (рис. 2б).

* Под бесконечно малым промежутком времени понимается столь малый промежуток времени, что за него сколь угодно чувствительные амперметры не смогут обнаружить изменение силы тока.

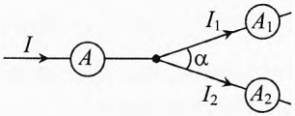


Рис. 3. *Силы тока – скалярная величина*

Хотя току приписывается направление, сила тока, тем не менее, является скалярной величиной. Это ясно из следующего примера (рис. 3). Возьмем участок разветвленной цепи. Пусть амперметр A измеряет общую силу тока I. Амперметр A_1 – силу тока I_1, амперметр A_2 – силу тока I_2. Сила тока I при указанных направлениях токов равна скалярной сумме сил токов I_1 и I_2:

$$I=I_1+I_2,$$

независимо от того, под каким углом α расположены проводники, подсоединенные к амперметрам A_1 и A_2.

Заметим, что *алгебраическая сумма токов в узле электрической цепи равна нулю*, или сумма входящих токов (в нашем случае I) равна сумме выходящих токов (в нашем случае I_1+I_2). Это есть *первое правило Кирхгофа*. Оно означает, что заряды в узлах электрической цепи не накапливаются (закон сохранения заряда). Поэтому, какой заряд приходит в узел, такой же за это время и уходит.

Теперь дадим определение силы тока.

Сила тока *– скалярная физическая величина, характеризующая интенсивность протекания заряда через сечение проводника. Сила тока равна отношению малого количества электричества к малому промежутку времени, за который оно прошло.*

$$\boxed{I=\frac{\Delta q}{\Delta t}}. \qquad (6)$$

Сила тока равна заряду, протекающему через сечение проводника за одну секунду.

Подставляя (3) в (6), получим:

$$I=|q_0|n\upsilon S. \qquad (7)$$

То есть сила тока прямо пропорциональна заряду частицы, концентрации свободных зарядов в проводнике, скорости их дрейфа и площади поперечного сечения проводника.

Плотность тока. Проводник, по которому течёт ток, может быть однородным по электрической проводимости. Тогда постоянный ток распределяется равномерно по поперечному сечению проводника. В случае неоднородного по сечению проводника (например, провод состоит из нескольких жил разных металлов) постоянный ток распределяется неодинаково на различных участках его сечения.

Плотность тока *j (йот) – векторная величина, характеризующая распределение силы тока по поперечному сечению проводника. Плотность тока направлена так же, как скорость дрейфа положительно заряженных частиц. Плотность тока определяется как отношение малой силы тока ΔI к малой площади поперечного сечения проводника $\Delta S_{\perp}$.*

$$j = \frac{\Delta I}{\Delta S_{\perp}}; \qquad [j] = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}. \tag{8}$$

В случае равномерного распределения силы тока по сечению проводника плотность тока можно вычислить по формуле:

$$\boxed{j = \frac{I}{S_{\perp}}}.$$

При сильно неравномерном распределении тока по сечению проводника плотность тока равна

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}},$$

которая верна для всех случаев протекания тока.

Подставляя (7) в (8), получим:

$$\boxed{j = q_0 n \upsilon}. \tag{9}$$

Плотность тока равна произведению заряда частиц, их концентрации и скорости дрейфа.

Плотность тока – это векторная величина. Она направлена так же, как скорость дрейфа положительно заряженных частиц:

$$\boxed{\vec{j} = q_{0+} n \vec{\upsilon}}.$$

Единица плотности тока 1 А/м^2 показывает, что распределение силы тока по поперечному сечению таково, что через 1 м^2 площади поперечного сечения однородного проводника течёт ток 1 А. А плотность тока $1\frac{\text{А}}{\text{мм}^2} = 10^6 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$ показывает, что в этом случае плотность тока в миллион раз больше и через сечение площадью 1 м^2 течёт ток 10^6 А, а через 1 мм^2 – 1 А.

✍ **Пример 1.** Максимально допустимая плотность тока в медном проводнике j=10 А/мм^2. Чему равна скорость дрейфа электронов?

➥**Решение.** $j = e \cdot n_{эл} \cdot \upsilon$; $\Rightarrow \quad \upsilon = \frac{j}{e \cdot n_{эл}}$. В медном проводе с каждого атома коллективизируется по одному электрону. То есть

$$n_{эл} = n_{ат} = \frac{\rho}{m_0} = \frac{\rho \cdot N_A}{M} = \frac{8900\ \text{кг/м}^3 \cdot 6 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}}{0{,}063\ \text{кг/моль}} = 8{,}5 \cdot 10^{28}\ \text{м}^{-3}.$$

Скорость дрейфа: $\upsilon = \dfrac{10^7\ \text{А/м}^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл} \cdot 8{,}5 \cdot 10^{28}\ \text{м}^{-3}} = 7{,}4 \cdot 10^{-4}\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}} = 0{,}74\ \dfrac{\text{мм}}{\text{с}}$.

Примечание. Таким образом, при максимально допустимом токе в медном проводнике скорость дрейфа (направленного движения) электронов составляет около 1 мм/с! При этом в проводнике сечением 1 мм^2 проходит ток в 10 А, то есть по 10 Кл за 1 секунду или $62{,}5 \cdot 10^{18}$ электронов. Удивительно!

Дело в том, что свободных электронов в медном проводнике очень много, поэтому даже при столь мизерной скорости они создают большую силу тока.

Ещё более удивительно, что при комнатной температуре скорость хаотического движения электронов составляет сотни километров в секунду, благодаря чему электронный газ находится в термодинамическом равновесии с кристаллической решеткой ионов меди. И такая ничтожная добавка к скорости: 1 мм/с, составляющая стомиллионную долю от скорости хаотического движения, уже приводит к перегреву проводника! Поистине удивителен тепловой баланс между электронами и ионами кристаллической решетки металлов.

Для сравнения вычислим среднеквадратичную скорость хаотического движения электронов при температуре 27°С:

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{3}{2}kT \quad \Rightarrow \quad \upsilon = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К} \cdot 300\ \text{К}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг}}} = 117\ \text{км/с}.$$

§ 25. Электрическая цепь. Источники электрической энергии

Электрическая цепь состоит из источника электрической энергии, потребителей электроэнергии, соединительных проводов, коммутирующих аппаратов (ключей, предохранителей, магнитных пускателей...) и контрольно-измерительных приборов (амперметров, вольтметров, ваттметров, счётчиков электроэнергии...).

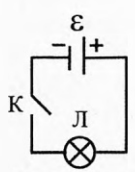


Рис. 4. *Схема карманного фонаря*

Простейшая цепь (карманного фонаря) состоит из гальванического элемента (источник), лампочки накаливания (потребитель), ключа и соединительных проводов (рис. 4).

В источнике электроэнергии за счёт работы так называемых сторонних сил (не электростатического происхождения) совершается работа по разделению зарядов на его полюсы «+» и «–». На одном из полюсов накапливается

положительный заряд, а на другом – такой же отрицательный. Возникающее между полюсами электростатическое поле препятствует разделению зарядов, совершая отрицательную работу. А сторонние силы (химического, электромагнитного происхождения и др.) совершают положительную работу по дальнейшему разделению зарядов.

Напряжённость сторонних сил $\vec{E}_{ст}$ направлена (внутри источника) от «–» к «+». Сторонние силы совершают положительную работу, когда ток внутри источника (движение положительных зарядов) идёт от «–» к «+».

Для того чтобы характеризовать работу сторонних сил источника по разделению зарядов, вводится понятие электродвижущей силы источника.

Электродвижущая сила источника (ЭДС источника) *– скалярная величина, характеризующая работу сторонних сил источника по разделению зарядов. Она определяется как отношение работы сторонних сил источника по разделению зарядов на его полюсы к значению перенесённого (разделенного) заряда:*

$$\mathcal{E} = \frac{A_{ст}}{q}, \quad [\mathcal{E}] = 1\,\text{В} = \frac{1\,\text{Дж}}{1\,\text{Кл}}.$$

ЭДС источника измеряется в вольтах.

ЭДС гальванического элемента равна 1,1 В. Что это значит?

$$\mathcal{E} = 1{,}1\,\text{В} = \frac{1{,}1\,\text{Дж}}{1\,\text{Кл}}.$$

Это значит, что для разделения зарядов в 1 Кл химические силы источника совершают работу 1,1 Дж.

ЭДС источника может быть неизменной, а может и изменяться. Например, ЭДС гальванических сухих элементов при понижении температуры понижается из-за уменьшения подвижности ионов. По мере использования гальванического элемента его ЭДС уменьшается, говорят, что элемент «садится».

Первичные и вторичные источники. Источники электрической энергии подразделяются на первичные и вторичные.

*Во **вторичных источниках** электрическая энергия с одними параметрами преобразуется в электроэнергию с другими параметрами.*

Примерами вторичных источников являются аккумуляторы, конденсаторы, стабилизаторы, автотрансформаторы и др. Конденсаторы и аккумуляторы предварительно заряжаются от другого источника электроэнергии, а потом используют запасённую энергию. В других вторичных источниках электроэнергия от сети, как правило, переменного тока преобразуется в нужную форму для данного потреби-

теля и тут же используется. Например, из сети переменного тока источник питания компьютера или телевизора формирует несколько источников постоянного тока с разными ЭДС. Имеются комбинированные источники, например, источники бесперебойного питания компьютеров, которые нежелательно мгновенно отключать от источника питания. Если сеть обесточивается, то такие источники позволяют работать некоторое время компьютеру в автономном режиме.

*В **первичных источниках** электрическая энергия вырабатывается за счёт какого-либо другого вида энергии.*

В термоэлементах – за счёт внутренней энергии (спай двух разнородных металлов нагревается), в фотоэлементах – за счёт электромагнитного излучения, в электромеханических индукционных генераторах механическая энергия преобразуется в электрическую.

Подавляющая часть электроэнергии на Земле вырабатывается электромеханическими индукционными генераторами. А космические корабли на орбите питаются за счёт фотоэлементов. Роль солнечных батарей, как экологически чистого источника питания, по мере развития научно-технического прогресса возрастает.

Часть источников электрической энергии подразделяется на источники тока и источники напряжения.

*В **источниках напряжения** разность потенциалов на полюсах (напряжение) при подключении любых потребителей постоянна.*

То есть не зависит от значения потребляемой силы тока (в пределах диапазона работы источника) или сопротивления потребителя. Достигается это использованием специально разработанных электрических схем.

*В **источниках тока** поддерживается неизменная сила тока при подключении потребителей с разным значением сопротивлений.*

§ 26. Разность потенциалов на участке цепи

Если подключить к источнику электроэнергии потребитель из металла, то внутри провода возникает напряжённость электрического поля, направленная от точек с более высоким потенциалом к точкам с меньшим потенциалом (рис. 5).

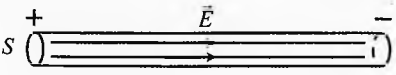


Рис. 5. *Напряжённость в проводнике*

Свободные электроны, двигаясь хаотически, начнут дрейфовать под действием электрического поля. И хотя прибавка к скорости ничтожна (миллиардные доли от скорости хаотического движения) тепловой эффект от протекания тока бывает весьма существенным.

Так же как в электростатике, при протекании тока по проводам используется понятие разности потенциалов.

Разность потенциалов на участке цепи *– это скалярная величина, характеризующая разность энергий взаимодействия заряда с полем. Разность потенциалов равна отношению работы электрического поля при переносе заряда по участку цепи к значению перемещённого заряда за некоторое время.*

Потенциал точки цепи, в которой ток входит в данный участок (рис. 6), обозначим $\varphi_н$, а где выходит – $\varphi_к$. Тогда разность потенциалов между начальной и конечной точками:

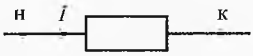


Рис. 6. *Разность потенциалов на участке цепи*

$$\varphi_н - \varphi_к = \frac{A_э}{q}.$$

В потребителях электроэнергии (ток всегда идёт от точки с более высоким потенциалом к точке с меньшим потенциалом) электрическое поле при этом совершает положительную работу:

$$A_э = q(\varphi_н - \varphi_к).$$

Разность потенциалов измеряется вольтметром, который подключается параллельно к участку цепи.

Вольтметр измеряет разность потенциалов, то есть работу электрического поля по переносу заряда через него. А поскольку он подключен параллельно, то такая же разность потенциалов на измеряемом участке цепи. Правда, вольтметр измеряет не совсем ту разность потенциалов, которая была до его подключения. Ибо при его подключении меняется распределение токов в цепи, а значит, и распределении потенциалов. Чем больше сопротивление вольтметра по сравнению с сопротивлением потребителя, на котором измеряется разность потенциалов, тем меньше погрешность измерения. *Сопротивление идеального вольтметра бесконечно большое*, тогда его подключение не изменит распределение токов в цепи, а следовательно, и разность потенциалов на измеряемом участке цепи (например, у электростатического вольтметра).

§ 27. Электрическое напряжение

При прохождении тока на каком-либо участке цепи энергия может превращаться в механическую и внутреннюю (нагрев проводов, электромагнитное излучение, в том числе и свет).

Для того чтобы характеризовать преобразование электроэнергии в другие виды энергии, вводится понятие электрического напряжения.

Электрическое напряжение *– это скалярная величина, характеризующая преобразование электрической энергии на участке цепи в другие виды энергии. Напряжение на участке цепи равно отношению результирующей работы всех электрических сил по переносу заряда на участке цепи к значению перенесённого заряда.*

Напряжение обозначается буквой U:

$$U = \frac{A_{\text{рез}}}{q} \quad \Rightarrow \quad A_{\text{рез}} = q \cdot U .$$

Связь ЭДС и разности потенциалов с напряжением. На любом участке цепи работу при переносе зарядов могут совершать сторонние силы и/или электрическое поле.

Из адитивности работы следует, что результирующая работа по переносу заряда на участке цепи равна сумме работ сторонних сил и сил электрического поля:

$$A_{\text{рез}} = A_{\text{ст}} + A_{\text{э}}.$$

Разделив это выражение на перенесённый заряд q, получим:

$$\frac{A_{\text{рез}}}{q} = \frac{A_{\text{ст}}}{q} + \frac{A_{\text{э}}}{q} \quad \Rightarrow \quad U = \mathcal{E} + \varphi_{\text{н}} - \varphi_{\text{к}} . \qquad (10)$$

Если на участке цепи нет источника, а имеется только потребитель, например, резистор, то напряжение равно разности потенциалов

$$U = \varphi_{\text{н}} - \varphi_{\text{к}} .$$

Это означает, что на данном участке цепи работа электрического поля по переносу единичного заряда равна выделившейся в проводнике внутренней энергии. Действительно, электрическое поле разгоняет электроны, а они, в свою очередь, воздействуя на ионы кристаллической решетки, приводят к выделению тепла.

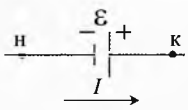


Рис. 7. *Положительная работа источника*

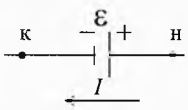


Рис. 8. *Отрицательная работа источника*

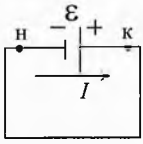


Рис. 9. *Короткое замыкание источника*

Если на участке цепи есть источник (рис. 7), в котором ток идёт от «–» к «+», его сторонние силы совершают положительную работу, а электрическое поле – отрицательную. Напряжение в этом случае $U = \mathcal{E} - |\varphi_{\text{н}} - \varphi_{\text{к}}|$ будет равно энергии, выделяющейся внутри источника (на внутреннем сопротивлении) при прохождении заряда 1 Кл.

Если ток на участке цепи (рис. 8), содержащем ЭДС, идёт от «+» к «–», то ЭДС отрицательна. В этом случае сторонние силы совершают отрица-

тельную работу; источник не отдаёт энергию другим элементам цепи, а накапливает её в себе, и электрическое поле внутри этого источника совершает положительную работу за счёт работы других источников. При этом разность потенциалов будет больше, чем модуль ЭДС ($\varphi_н - \varphi_к > |\mathcal{E}|$) на значение напряжения, характеризующего превращение электрической энергии во внутреннюю энергию (в тепло) на внутреннем сопротивлении источника.

Если замкнуть накоротко полюсы источника (рис. 9), то разность потенциалов между полюсами станет равной 0. Тогда напряжение на источнике будет равно его ЭДС: $U = \mathcal{E}$. В этом случае за счёт работы сторонних сил источника его энергия будет полностью превращаться во внутреннюю энергию (в тепло) на внутреннем сопротивлении источника.

Следует отметить, что короткое замыкание крайне нежелательно, ибо приводит к бессмысленной трате энергии и порче источников электроэнергии, пожарам, взрывам и другим неприятностям.

§ 28. Открытие закона Ома. Сопротивление. Электропроводность

Открытие закона Ома. Немецкий учёный Георг Симон Ом занялся исследованиями электричества около 1820 г. В основу своего электроизмерительного прибора Ом заложил конструкцию крутильных весов Кулона. И в 1825 г. опубликовал статью «Предварительное сообщение о законе, по которому металлы проводят контактное электричество». Однако выражение, найденное Омом оказалось неверным. В 1826 г. появился в свет его знаменитая статья «Определение закона, по которому металлы проводят контактное электричество». В 1827 г. Ом опубликовал «Теоретические исследования электрических цепей». Он нашёл простую формулу для участка цепи, не содержащего ЭДС.

Георг Симон Ом
(1787–1854)

> *Величина тока в гальванической цепи прямо пропорциональна сумме всех напряжений и обратно пропорциональна сумме приведённых длин.*

В 1829 г. появилась его статья «Экспериментальное исследование работы электромагнитного мультипликатора», в котором были заложены основы теории электроизмерительных приборов. Здесь же он предложил единицу сопротивления, в качестве которой выбрал сопротивлении медной проволоки длиной 1 фут (30,48 см) поперечным сечением в одну квадратную линию (около 6,45 мм^2)*.

* В русской (с XVIII века) и английской системах мер одна линия равна 0,1 дюйма или 2,54 мм. В частности от линии произошло название «трехлинейная винтовка». Это винтовка калибра 7,62 мм (2,54·3 =7,62 мм). Обычно её называют «трехлинейка».

Раньше всех из зарубежных учёных признали закон Ома русские физики Ленц и Якоби. Они помогли и его международному признанию. При участии русских физиков 5 мая 1842 г. Лондонское Королевское общество наградило Ома золотой медалью и избрало своим членом.

В 1881 г. на электротехническом съезде в Париже учёные единогласно утвердили название единицы сопротивления 1 Ом.

Электрическое сопротивление. Проводник препятствует прохождению электрического тока через него. Электрическое поле стремится ускорить свободные заряды. Дрейфуя под действием поля, они сильнее взаимодействуют с кристаллической решеткой, которая тормозит их дрейф. Для того чтобы характеризовать способность проводника препятствовать прохождению электрического тока через него, вводится физическая величина электрическое сопротивление R.

Интересно, от каких факторов зависит электрическое сопротивление участка цепи (проводника)?

Ясно, что сопротивление участка цепи определяется количеством и качеством соударений дрейфующих под действием электрического поля (или других сторонних сил) свободных заряженных частиц (зарядов проводимости).

Очевидно, что сопротивление проводника зависит от его длины, ибо чем длиннее проводник, тем больше соударений испытывает заряженная частица, пройдя его. Значит, сопротивление проводника прямо пропорционально его длине:

$$R \propto l.$$

Если мы возьмем несколько одинаковых проводников и соединим их параллельно, подав то же напряжение, что и на один из них, то ясно, что в каждом будет идти тот же ток, что и в одном. Но общий ток увеличится во столько раз, во сколько раз увеличилась суммарная площадь поперечного сечения участка цепи. То есть сопротивление обратно пропорционально площади сечения проводника:

$$R \propto \frac{1}{S_{\perp}}.$$

Сопротивление проводника также зависит от удельного сопротивления материала, из которого он изготовлен.

Удельное сопротивление ρ *– это скалярная величина, характеризующая способность вещества препятствовать прохождению электрического тока через материал, из которого изготовлен проводник. Удельное сопротивление равно сопротивлению проводника единичной длины единичного поперечного сечения.*

Удельное сопротивление свою очередь зависит от температуры проводника. Удельное сопротивление измеряется в Ом·мм^2/м:

$$[\rho] = \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$$

В общем случае сопротивление проводника определяется формулой:

$$\boxed{R = \rho \cdot \frac{l}{S_\perp}}, \quad [R] = \text{Ом}.$$

Электрическое сопротивление *R – это скалярная величина, характеризующая способность проводника препятствовать прохождению электрического тока через него. Электрическое сопротивление проводника прямо пропорционально длине проводника, обратно пропорционально площади его поперечного сечения и зависит от удельного сопротивления материала, из которого он изготовлен.*

Здесь имеется в виду, что площадь поперечного сечения и удельное сопротивление на всей длине проводника одинаковы.

Обратим внимание, что электрическое сопротивление проводника – это мгновенная характеристика участка цепи. В любой момент по тем или иным причинам могут измениться длина, площадь или удельное сопротивление проводника, которое зависит от температуры проводника.

Если взять проводник единичного поперечного сечения и единичной длины, то его сопротивление будет равно удельному сопротивлению. Например, удельное сопротивление медного проводника при температуре 20°С равно 0,017 $\frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$. Это значит, что при температуре 20°С сопротивление медного провода длиной 1 м и поперечным сечением 1 мм^2 равно 0,017 Ом:

$$R = 0{,}017 \cdot \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}} \cdot \frac{1\ \text{м}}{1\ \text{мм}^2} = 0{,}017\ \text{Ом}.$$

В Международной системе единиц СИ удельное сопротивление измеряется в Ом·м:

$$\rho = 0{,}017 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}} = 0{,}017 \frac{\text{Ом} \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2}{\text{м}} = 0{,}017 \cdot 10^{-6}\ \text{Ом} \cdot \text{м}.$$

Значит,

$$1 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}} = 10^{-6}\ \text{Ом} \cdot \text{м}.$$

То есть, если взять медный провод сечением 1 м^2 длиной 1 м, то его сопротивление будет равно $0{,}017 \cdot 10^{-6}$ Ом.

Удельное сопротивление сплавов значительно превышает удельное сопротивление чистых металлов. Например, удельное сопротивление фехраля, сплава на основе железа (66–83%), хрома (12–27%), алюминия (3,5–5,5%), и др.: $\rho = 1{,}3 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$. Сопротивление проводника из фехраля длиной 1 м и

поперечным сечением 1 мм^2 равно 1,3 Ом. Это в 76 раз больше, чем сопротивление медного проводника той же длины и толщины.

Электропроводность. В 1860 г. немецкий учёный и предприниматель Эрнст Вернер фон Сименс ввёл единицу электрического сопротивления, соответствующая сопротивлению столба ртути длиной 1 м и диаметром 1 мм при 0°С. Она соответствует примерно 0,9534 Ом. Эта единица конкурировала с Омом до середины XX века. В 1971 г. на XIV Генеральной конференции по мерам и весам «сименсом» в честь Вернера фон Сименса стали называть единицу электропроводности, величину, обратную сопротивлению

$$\boxed{\Lambda = \frac{1}{R}}. \quad [\Lambda] = 1\,\text{См} = \frac{1}{1\,\text{Ом}} = \frac{1\,\text{А}}{1\,\text{В}}.$$

Электропроводность *– скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника пропускать ток через себя. Электропроводность – это величина обратная электрическому сопротивлению.*

Электропроводность провода 7 См значит, что при напряжении на проводнике 1 В он пропустит через себя ток 7 А.

Эрнст Вернер фон Сименс (1816–1892)

§ 29. Закон Ома для участка цепи

Возьмем проводник из любого металла, пропустим по нему электрический ток. Температура его естественно повысится, ибо электроны получают дополнительную энергию от электрического поля, из-за чего нарушается термодинамическое равновесие электронного газа с кристаллической решеткой. При неизменном токе вновь наступит тепловое равновесие, но при более высокой температуре. Если же каким-либо образом увеличить отток тепла от проводника, то можно добиться, чтобы при любой силе тока температура проводника оставалась бы неизменной.

Проводя серию таких опытов с металлическими проводниками, к которым подключаются поочередно источники с различной ЭДС, мы обнаружим, что при разных напряжениях на участке цепи сила тока различна. Но если каким-либо образом поддерживать неизменной температуру проводника, то сила тока через проводник будет линейно зависеть от напряжения на нём:

$$I \propto U.$$

Это и есть **закон Ома**.

Сила постоянного по направлению тока на участке цепи из металлов и электролитов прямо пропорциональна напряжению на участке и обратно пропорциональна его сопротивлению:

$$I = \Lambda \cdot U_т \quad \text{или} \quad I = \frac{U_т}{R}, \qquad (11)$$

где электропроводность Λ и сопротивление R являются постоянными коэффициентами при неизменной температуре.

Следует отметить, что в законе Ома речь идёт не обо всем напряжении на участке цепи, а только о той его доле, которая характеризует преобразование электрической энергии во внутреннюю (свет, тепло).

Если мы включаем в электрическую сеть пылесос или электробритву, то часть электроэнергии превращается во внутреннюю энергию, а другая часть в механическую. Поэтому применять закон Ома в этих случаях напрямую нельзя, так как не всё напряжение характеризует преобразование электроэнергии в тепло. Поэтому в законе Ома при обозначении напряжения $U_т$ мы ставим индекс «т».

Используя закон Ома можно, получим ещё одно определение электрического сопротивления проводника.

Электрическое сопротивление *– это скалярная величина, характеризующая способность проводника препятствовать прохождению электрического тока через него. Сопротивление проводника равно отношению напряжения на нём к силе протекающего тока:*

$$R = \frac{U_т}{I}.$$

Сопротивление проводника (участка цепи) 1 Ом значит, что для поддержания тока 1 А на данном участке требуется приложить напряжение 1 В:

$$1\,\text{Ом} = \frac{1\,\text{В}}{1\,\text{А}}.$$

Если же сопротивление проводника равно, к примеру, $5\,\text{Ом} = \frac{5\,\text{В}}{1\,\text{А}}$, то он сопротивляется в 5 раз сильнее, то есть для поддержания силы тока 1 А к нему нужно приложить напряжение в 5 раз больше, то есть 5 В.

Закон Ома в широком смысле. В каких же случаях можно применять закон Ома для участка цепи? Мы провели некоторые эксперименты.

На рис. 10 и 11 представлена вольтамперная характеристика (ВАХ) лампочки накаливания со спиралью из вольфрама, номинальное напряжение которой равно 2,5 В, а номинальная сила тока равна 0,15 А.

На первом графике напряжение изменялось от 0 до 75 мВ, а сила тока – от 0 до 24,5 мА. Как видно из этого графика сила тока возрастала прямо пропорционально напряжению при его изменении от 0 до 75 мВ.

На втором же графике, где ВАХ представлена во всем диапазоне напряжений вплоть до перегорания нити накала, зависимость силы тока от напряжения носит явно нелинейный характер. На начальном участке при малых значениях напряжения менее 0,10 В ВАХ линейна. Сопротивление лампочки на этом участке $R \approx 3$ Ом.

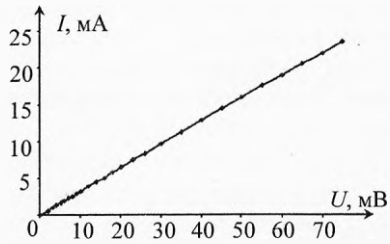


Рис. 10. *Вольтамперная характеристика лампы накаливания при малых напряжениях*

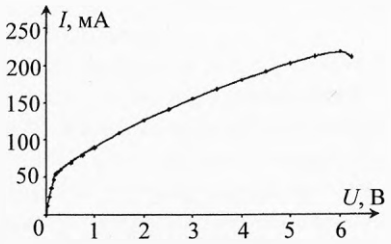


Рис. 11. *Вольтамперная характеристика на всём диапазоне напряжений*

При напряжениях в интервале 0,15÷0,40 В наклон ВАХ заметно изменяется. Сопротивление лампочки на этом участке возрастает примерно в 2 раза. Далее сила тока плавно возрастает с увеличением напряжения.

При увеличении напряжения более 6,0 В сила тока плавно убывает до тех пор, пока спираль лампочки не перегорит. Аномальный ход ВАХ на этом участке объясняется тем, что при столь большой мощности, выделяемой на лампочке, начинается интенсивное испарение атомов вольфрама. Спираль становится тоньше, и её сопротивление возрастает.

Но это не столь важно, важно другое: ***резистор*** из вольфрама (а значит, и из других металлов) ***является нелинейным элементом цепи*** при рассмотрении его работы на большом диапазоне напряжений, что обусловлено зависимостью сопротивления проводника от температуры.

На рис. 12 и 13 приведены ВАХ полупроводникового терморезистора. Из первого рисунка видно, что при небольшом напряжении, например, в диапазоне от 0 до 750 мВ сила тока с очень большой точностью прямо пропорциональна напряжению. То есть при малых напряжениях, когда температура терморезистора заметно не меняется, он является линейным элементом.

На рис. 13 представлена ВАХ терморезистора в более широком диапазоне напряжений. При попытке увеличить напряжение до 11 В и выше температура терморезистора начинает довольно резко расти, концентрация носителей резко возрастает и ток увеличивается во много раз без увеличения напряжения (показано пунктиром).

Как металлический резистор, так и полупроводниковый терморезистор является нелинейным элементом в широком диапазоне напряжений. Разница в том, что

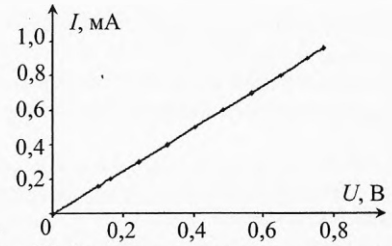


Рис. 12. *Вольтамперная характеристика терморезистора при малых напряжениях*

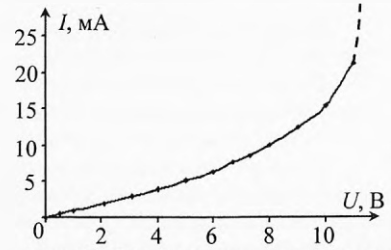


Рис. 13. *Вольтамперная характеристика на всём диапазоне напряжений*

с увеличением напряжения сопротивление резистора увеличивается, а сопротивление полупроводникового терморезистора уменьшается.

Из приведённых опытов следует, что закон Ома в первичной формулировке, утверждающий, что сила тока прямо пропорциональна напряжению при неизменном сопротивлении (или электропроводности) имеет малое практическое значение, так как выполняется лишь на малом диапазоне напряжений. Поэтому первичную формулировку можно назвать законом Ома в узком смысле.

Если же рассматривать зависимость силы тока как функцию двух независимых переменных напряжения и сопротивления, что и есть на самом деле, то закон Ома принимает «полифоническое» звучание, то есть может быть применен для огромного числа случаев протекания электрического тока по любым металлическим проводникам, электролитам, полупроводникам и даже плазме (ионизированному газу) при малых плотностях тока.

Дадим формулировку ***закона Ома для участка цепи в широком смысле.***

Сила постоянного по направлению тока на участке цепи из любых материалов прямо пропорциональна напряжению, характеризующему преобразование электрической энергии во внутреннюю, и обратно пропорциональна сопротивлению участка цепи при любых напряжениях.

Закон Ома для неоднородного участка цепи. Если электроэнергия на участке цепи не превращается в механическую, а только во внутреннюю, то напряжение $U_т$ на участке цепи равно

$$U_т = \mathcal{E} + \varphi_н - \varphi_к .$$

Подставляя в (11), получим:

$$I = \frac{\mathcal{E} + \varphi_н - \varphi_к}{R} \quad \Rightarrow \quad I \cdot R = \mathcal{E} + \varphi_н - \varphi_к .$$

Эти выражения называются ***законом Ома для неоднородного участка цепи.***

Сила тока на участке цепи равна отношению результирующей ЭДС и разности потенциалов на участке цепи к его сопротивлению.

Если на участке цепи нет источника ($\mathcal{E} = 0$), а есть только потребитель сопротивлением R, то сила тока равна:

$$I = \frac{\varphi_н - \varphi_к}{R} \quad \text{или} \quad I \cdot R = \varphi_н - \varphi_к .$$

В этом случае напряжение на участке равно разности потенциалов

$$U_т = \varphi_н - \varphi_к .$$

Эта запись означает: какую работу совершит электрическое поле по переносу заряда в один кулон на участке цепи ($\varphi_н - \varphi_к$), столько же выделится тепла на этом участке ($U_т = I \cdot R$).

Если же полюсы источника замкнуты накоротко, то на этом участке цепи электрическое поле не совершает работу:

$$\varphi_{н} - \varphi_{к} = 0, \text{ тогда } I = \frac{\mathcal{E}}{r} \text{ или } \mathcal{E} = I \cdot r.$$

где r – внутреннее сопротивление источника.

В этом случае вся энергия, вырабатываемая сторонними силами источника, тратится на выделение тепла внутри источника на внутреннем сопротивлении r.

В общем же случае, когда на данном участке цепи имеется источник, а значит, работают его сторонние силы, и работает электрическое поле, то результирующая работа по преобразованию электрической энергии во внутреннюю при переносе одного кулона будет равна алгебраической сумме работы сторонних сил источника и электрического поля:

$$I \cdot R = \mathcal{E} + \varphi_{н} - \varphi_{к}.$$

Заметим, что ЭДС $\mathcal{E}$ и разность потенциалов $\varphi_{н} - \varphi_{к}$ на данном участке цепи могут быть как положительными, так и отрицательными.

§ 30. Закон Ома для полной цепи

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из источника электрической энергии, проводов и потребителя (рис. 14). Запишем закон Ома ($I \cdot R = \mathcal{E} + \varphi_{н} - \varphi_{к}$) для участков a-$\mathcal{E}$-b и b-R-a.

Сторонние силы источника заставляют идти ток внутри него от «–» к «+», совершая при этом положительную работу

$$\mathcal{E} = \frac{A_{ст}}{q} > 0.$$

На участке a-$\mathcal{E}$-b точка a – начало участка (ток входит в участок цепи в точке a), b – конец участка. Поэтому:

$$I \cdot r = \mathcal{E} + \varphi_{a} - \varphi_{b}, \qquad (12)$$

где $\mathcal{E}$ – ЭДС источника, r – его внутреннее сопротивление.

На участке b-R-a точка b – начало участка (ток входит в участок цепи в точке b), a – конец участка. Поэтому:

$$I \cdot R = \varphi_{b} - \varphi_{a}, \qquad (13)$$

где R – сопротивление потребителя.

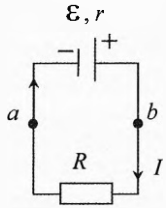


Рис. 14. *Закон Ома для полной цепи*

Складывая уравнения (12) и (13), получим:

$$I \cdot r + I \cdot R = \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}}.$$

Сила тока в неразветвленной цепи равна отношению результирующей ЭДС к полному сопротивлению цепи.

Если неразрывная цепь состоит из нескольких последовательно соединенных источников, то их ЭДС равна алгебраической сумме ЭДС отдельных источников: $\mathcal{E} = \sum \mathcal{E}_i$. Причём $\mathcal{E}_i > 0$, если ток в источнике идёт от «–» к «+»; и $\mathcal{E}_i < 0$, если ток в нём идёт от «+» к «–». Под r понимается суммарное внутреннее сопротивление всех источников.

Если в цепи несколько потребителей, то под R понимается суммарное сопротивление всех потребителей.

✍ **Пример 2.** ЭДС батарейки $\mathcal{E}$=4,5 В. К ней подключили лампочку, амперметр и вольтметр (рис. 15). Показания амперметра I=0,25 А, показания вольтметра U=3,5 В. Вычислить сопротивление лампочки и внутренне сопротивление батарейки. Считать амперметр и вольтметр идеальными.

➥**Решение.** По закону Ома для участка цепи:

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I},\ R = \frac{3{,}5\ \text{В}}{0{,}25\ \text{А}} \approx 14\ \text{Ом}.$$

Согласно закону Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \Rightarrow r = \frac{\mathcal{E}}{I} - R,\ r = \frac{4{,}5\ \text{В}}{0{,}25\ \text{А}} - 14\ \text{Ом} \approx 4\ \text{Ом}.$$

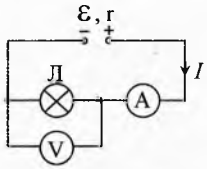


Рис. 15. *Сопротивление лампочки и батарейки*

✓**Ответ.** Сопротивление лампочки 14 Ом, внутренне сопротивление батарейки 4 Ом.

✍ **Пример 3.** Два источника с ЭДС $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ стремятся создать ток по часовой стрелке, а источники с ЭДС $\mathcal{E}_3$, $\mathcal{E}_4$ и $\mathcal{E}_5$ – против (рис. 16). Определить силу тока, проходящего через источники. Необходимые сопротивления потребителей и источников указаны на рисунке.

➥**Решение.** Если ток в цепи пойдёт по часовой стрелке, то $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ будут положительными (эти источники отдают энергию, совершая положительную работу), а $\mathcal{E}_3$, $\mathcal{E}_4$ и $\mathcal{E}_5$ – отрицательными (эти источники, наоборот, будут заряжаться и поглощать энергию, совершая при этом отрицательную работу).

На рис. 17 изображена эквивалентная упрощённая схема. Общая ЭДС равна:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_5.$$

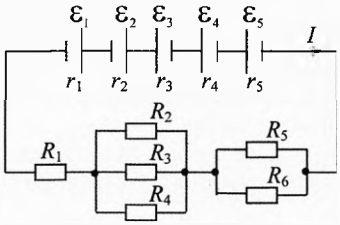


Рис. 16. *Сложная схема соединения*

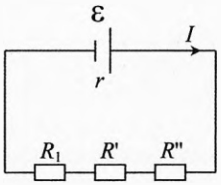


Рис. 17. *Эквивалентная упрощенная схема*

Суммарное внутреннее сопротивление источников:

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5.$$

Сопротивление потребителей:

$$R = R_1 + R' + R'',$$

где R' – сопротивление параллельно соединенных резисторов R_2, R_3 и R_4:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \quad \text{или} \quad R' = \frac{R_2 R_3 R_4}{R_2 R_3 + R_3 R_4 + R_4 R_2};$$

R'' – сопротивление параллельно соединенных резисторов R_5 и R_6:

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \quad \text{или} \quad R'' = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6}.$$

Итак, сила тока, проходящего через источники:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_5}{R_1 + \dfrac{R_2 R_3 R_4}{R_2 R_3 + R_3 R_4 + R_4 R_2} + \dfrac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} + r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5}.$$

Сформулированный выше закон Ома можно использовать, когда все источники электрической энергии подключены последовательно.

Если же имеется параллельное или смешанное соединение, то всю цепь нужно разбить на отдельные участки. Для каждого участка написать закон Ома и связь между токами в узлах соединений проводов (первое правило Кирхгофа). И решать полученную систему уравнений.

✍ **Пример 4.** Найти силу тока и его направление на каждом участке цепи. Необходимые данные указаны на рис. 18.

➥**Решение.** Предположим, что направление токов такое, как показано на рисунке.

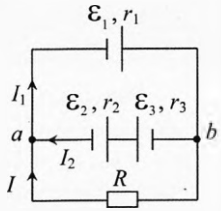


Рис. 18. *Определение силы тока на участках цепи*

Закон Ома для верхнего участка схемы:

$$I_1 \cdot r_1 = \mathcal{E}_1 + \varphi_a - \varphi_b.$$

Для среднего участка схемы:

$$I_2 \cdot (r_2 + r_3) = -\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \varphi_b - \varphi_a.$$

Для нижнего участка схемы: $I \cdot R = \varphi_b - \varphi_a$.

Первое правило Кирхгофа для узла a: $I_1 = I_2 + I$.

Решая совместно четыре уравнения с четырьмя неизвестными (I_1, I_2, I, φ_a–φ_b), после утомительных вычислений получим ответ: $I_1 = \dfrac{(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3)R + \mathcal{E}_1 \cdot (r_2 + r_3)}{(r_1 + r_2 + r_3)R + r_1 \cdot (r_2 + r_3)}$,

$$I_2 = \frac{(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3)R + (\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2) \cdot r_1}{(r_1 + r_2 + r_3)R + r_1 \cdot (r_2 + r_3)}, \quad I = \frac{\mathcal{E}_1 (r_2 + r_3) - (\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2) r_1}{(r_1 + r_2 + r_3)R + r_1 \cdot (r_2 + r_3)}.$$

Примечание. Если какая-либо из сил тока получится отрицательной после подстановки данных, то это значит, что направление этого тока противоположно тому, что нарисовано на схеме.

§ 31. Мощность в электрической цепи постоянного тока

Мощность характеризует интенсивность преобразования энергии с течением времени. Мощность измеряется в ваттах.

$$[P] = 1\,\text{Вт} = \frac{1\,\text{Дж}}{1\,\text{с}} = 1\,\text{В}\cdot\text{А}$$

Мощность источника электрической энергии. Благодаря сторонним силам в источнике электрической энергии на полюсах разделяются заряды. Мощность сторонних сил источника равна отношению работы сторонних сил к промежутку времени, за который совершена эта работа:

$$P_{\text{ст}} = \frac{A_{\text{ст}}}{t}.$$

Поскольку $A_{\text{ст}} = \mathcal{E}\cdot q$, то

$$P_{\text{ст}} = \mathcal{E}\cdot\frac{q}{t} = \mathcal{E}\cdot I \quad \text{или} \quad \boxed{P_{\text{ст}} = \mathcal{E}\cdot I}.$$

Мощность источника равна произведению вырабатываемой им ЭДС на силу тока в нём.

Мощность электрического поля. Пусть на участке цепи электрическое поле совершает работу. Она равна произведению разности потенциалов между начальной и конечной точками на переносимый заряд:

$$A_{\text{э}} = (\varphi_{\text{н}} - \varphi_{\text{к}})\cdot q.$$

Мощность электрического поля характеризует быстроту совершения работы электрическим полем:

$$P_{\text{э}} = \frac{A_{\text{э}}}{t} = \frac{(\varphi_{\text{н}} - \varphi_{\text{к}})\cdot q}{t}, \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_{\text{э}} = (\varphi_{\text{н}} - \varphi_{\text{к}})\cdot I}.$$

Мощность, развиваемая силами электрического поля, равна произведению разности потенциалов и силы тока на участке цепи.

Как и мощность источника, она является мгновенной характеристикой движения и взаимодействия зарядов.

Мощность электрического тока. Эта величина характеризует интенсивность преобразования электрической энергии в другие виды энергии, то есть во внутреннюю (тепло, свет) и механическую. Она равна отношению результирующей работы по переносу заряда на участке цепи к промежутку времени, за который совершена эта работа:

$$\frac{A_{\text{тока}}}{t} = \frac{A_{\text{мех}}}{t} + \frac{Q}{t} \quad \text{или} \quad P_{\text{тока}} = P_{\text{мех}} + P_{\text{т}}.$$

Мощность тока равна произведению напряжения и силы тока на участке цепи.

$$P_{\text{тока}} = \frac{U \cdot q}{t} = U \cdot I, \qquad \boxed{P_{\text{тока}} = U \cdot I}.$$

Напряжение U в общем случае можно разделить на две составляющие:

$$U = U_{\text{т}} + U_{\text{мех}},$$

где $U_{\text{т}}$ – часть напряжения, характеризующая преобразование электрической энергии во внутреннюю, $U_{\text{мех}}$ – часть напряжения, характеризующая преобразование электрической энергии в механическую. Тогда

$$P_{\text{т}} = U_{\text{т}} \cdot I, \qquad P_{\text{мех}} = U_{\text{мех}} \cdot I.$$

Формула для механической мощности обычно в таком виде не записывается, а в первой формуле индекс «т» опускается.

Мощность на участке электрической цепи можно измерить с помощью амперметра и вольтметра, перемножив их показания. А можно воспользоваться специальным прибором, который называется *ваттметр*. У ваттметра имеются две обмотки. Одна токовая, по ней проходит весь ток, текущий в потребителе. А вторая – для напряжения, в которой проходит ток, прямо пропорциональный напряжению на участке цепи. Чувствительный элемент – рамка с обмоткой напряжения – отклоняется на угол, пропорциональный силе тока и напряжению. У ваттметра имеется 4 вывода от двух обмоток. Его условное обозначение представлено на рис. 19.

Рис. 19. *Ваттметр*

Пример 5. Электрический мотор питается от сети постоянного тока напряжением U=24 В (рис. 20). Чему равна мощность на валу мотора при протекании по обмоткам тока I=8 А, если известно, что при полном затормаживании якоря в цепи идёт ток I_0=20 А? Чему равен КПД двигателя?

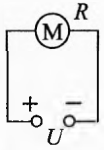


Рис. 20. *КПД двигателя*

Решение. Согласно закону сохранения энергии

$$P = P_{\text{т}} + P_{\text{мех}} \quad \text{или} \quad U \cdot I = U_{\text{т}} \cdot I + P_{\text{мех}}.$$

Согласно закону Ома: $I = \dfrac{U_{\text{т}}}{R}$.

Сопротивление R обмоток двигателя найдём, записав закон Ома для случая полной остановки двигателя. При этом вся получаемая от сети энергия переходит во внутреннюю:

$$I_0 = \frac{U}{R} \Rightarrow \qquad R = \frac{U}{I_0}, \quad R = \frac{24\ \text{В}}{20\ \text{А}} = 1{,}2\ \text{Ом}.$$

Тогда $P_{\text{мех}} = U \cdot I - U_{\text{т}} \cdot I = U \cdot I - I^2 \cdot R$; $P_{\text{мех}} = 24 \cdot 8 - 8^2 \cdot 1{,}2 = 115{,}2\ \text{Вт}$.

КПД двигателя: $\eta = \dfrac{P_{\text{мех}}}{P} = \dfrac{P_{\text{мех}}}{U \cdot I}$, $\eta = \dfrac{115{,}2}{24 \cdot 8} = 0{,}6 = 60\%$.

Найдём часть напряжения, которая идёт на механическую работу двигателя:

$$U_{\text{мех}} = \frac{P_{\text{мех}}}{I} = \frac{115{,}2\ \text{Вт}}{8\ \text{А}} = 14{,}4\ \text{В}.$$

✓ **Ответ.** Мощность на валу мотора равна 115 Вт, КПД=60%.

§ 32. Закон Джоуля–Ленца

При протекании электрического тока по любому телу (металлическому проводнику, полупроводнику или электролиту) электрическая энергия частично или полностью превращается во внутреннюю энергию этого тела с последующей передачей этой энергии другим телам.

Электрическое поле совершает работу $A_э=(\varphi_+ - \varphi_-)\cdot q$, разгоняя свободные заряды в проводнике (придаёт им скорость дрейфа), то есть в проводнике возникает ток. Полученную от поля энергию электроны тут же отдают ионам кристаллической решетки в металлах, молекулам в электролитах, взаимодействуя с ними. Это – работа тока:

$$A_{\text{тока}}=U\cdot I\cdot t.$$

Если при этом не совершается механическая работа, то вся работа тока (движущихся направленно свободных заряженных частиц) идёт в дальнейшем на нагрев предметов окружающей среды:

$$A_{\text{тока}}=Q.$$

Тогда количество выделяемой энергии в виде тепла и света можно вычислить по формуле:

$$\boxed{Q = U_т \cdot I \cdot t}. \qquad (14)$$

Учитывая, что по закону Ома $U_т=I\cdot R$, получим:

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t. \qquad (15)$$

Учитывая, что по тому же закону Ома $I = \frac{U_т}{R}$, получим:

$$\boxed{Q = \frac{U_т^2}{R} \cdot t}. \qquad (16)$$

Все эти три формулы определяют количество тепла и света, выделяемое при прохождении электрического тока в веществе, однако в качестве ***закона Джоуля–Ленца*** принято выражение:

$$\boxed{Q = I^2 \cdot R \cdot t}.$$

Количество тепла, выделяемое при прохождении тока на участке цепи, равно произведению квадрата силы тока на сопротивление участка цепи и время протекания тока.

Почему именно в таком виде формулируется закон Джоуля–Ленца?

Потому что в других формах присутствует индекс «т». При вычислении количества тепла надо брать только ту долю напряжения, которая ответственна за выделение тепла (то есть напряжение, которое входит в закон Ома $I = \frac{U_т}{R}$). Но индекс неудобен, а в выражении (15) его нет вовсе, поэтому ему и предпочтение.

Обратите внимание, что понятие «сопротивление» используется в основном для резисторов. Для всевозможных нелинейных элементов, сопротивление которых изменяется при изменении напряжения (силы тока), применение термина «электрическое сопротивление» хотя и верно, но не очень удобно. Поэтому в этих случая для количества выделяемого в них тепла следует применять выражение (14).

Вопрос 1. Есть две изолированные комнаты. В одной из комнат висят три лампы накаливания, а в другой – три выключателя от этих ламп. Определить, к какой лампе подключен каждый выключатель, если в каждую комнату можно зайти только по одному разу.

Указание. Воспользоваться тем, что работающая лампа сильно нагревается. А после выключения остывает не сразу.

✍ **Пример 6.** В цепи, состоящей из источника с ЭДС $\mathcal{E}$ (рис. 21), полупроводникового диода, вольтамперная характеристика которого изображена на рис. 22, резистора, ключа и конденсатора, который изначально был не заряжен. Какое количество тепла выделится на резисторе и диоде после замыкания ключа?

➥**Решение.** Если $\mathcal{E}<U_0$, то ток в цепи не пойдёт, ибо диод «открывается», когда напряжение на нём достигнет значения U_0. Как видно из вольтамперной характеристики диода, при любой силе тока напряжение на нём будет одно и то же (U_0), то есть его сопротивление при различных значениях силы тока различно.

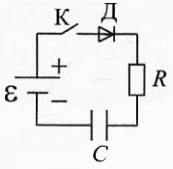


Рис. 21. *Схема с диодом*

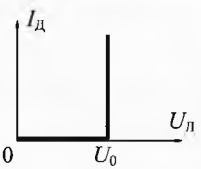


Рис. 22. *ВАХ диода*

Количество тепла выделившегося на диоде при $\mathcal{E}>U_0$: $Q_Д=U_0q$, где q – количество электричества, которое пройдёт по цепи, пока зарядится конденсатор.

К концу зарядки конденсатора на нём установится разность потенциалов $U_C=\mathcal{E}-U_0$. Заряд на конденсаторе

$$q=C\cdot U_C=C(\mathcal{E}-U_0). \qquad (17)$$

Значит, на диоде выделится

$$Q_Д=U_0C(\mathcal{E}-U_0). \qquad (18)$$

После замыкания ключа ток в резисторе будет уменьшаться от максимального значения $I_{max} = \dfrac{\mathcal{E} - U_0}{R}$ до нуля.

Количество тепла, выделяемое на резисторе, найдём, используя закон сохранения энергии. Работа сторонних сил источника $A_{ст} = \mathcal{E}q$ равна энергии, которую получил конденсатор $W_C = \dfrac{q^2}{2C}$, и количеству теплоты, которая выделяется на диоде $Q_Д$ и на резисторе Q_R:

$$\mathcal{E}q = \frac{q^2}{2C} + Q_Д + Q_R. \qquad (19)$$

Подставляя (17) и (18) в (19), получим: $Q_R = \dfrac{C(\mathcal{E} - U_0)^2}{2}$.

Упражнения

1 Два источника (рис. 23), ЭДС которых $\mathcal{E}_1$=6 В и $\mathcal{E}_2$=5 В, а внутреннее сопротивление r_1=1 Ом и r_2=2 Ом соответственно, соединены параллельно и замкнуты на внешнее сопротивление R=10 Ом. Найти ток в резисторе.

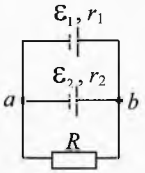


Рис. 23. *Найти ток в резисторе*

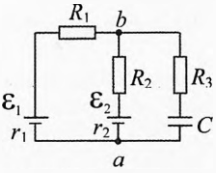


Рис. 24. *Найти заряд конденсатора*

2 Найти заряд конденсатора (рис. 24), если C=2 мкФ, R_1=1 Ом, R_2=R_3=3 Ом, r_1=0,25 Ом, r_2=0,75 Ом, $\mathcal{E}_1$=4 В, $\mathcal{E}_2$=2 В.

3 Две лампы мощностью P_1=50 Вт и P_2=100 Вт, рассчитанные на напряжение U=220 В, включены в сеть последовательно. Какую мощность они потребляют, и какая из них горит ярче?

4 Электрический камин изготовлен из никелинового провода длиной l=50 м и площадью сечения S=1,4 мм^2. Определить потребляемую мощность и стоимость израсходованной за t=2 ч энергии, если напряжение в сети U=220 В, удельное сопротивление никелина $\rho = 4{,}2 \cdot 10^{-7}$ Ом·м, тариф=3 руб/(кВт·ч).

5 От источника с напряжением U=100 кВ требуется подать на расстояние l=5 км мощность P=5 МВт. Рассчитать минимальное сечение медного провода, пригодного для этой цели, если потери мощности в проводах не должны превышать 1% передаваемой мощности. Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

6 Сколько времени надо нагревать на электроплитке мощностью P=600 Вт при КПД η=75% m=2 кг льда, взятого при температуре t_1= −16°C, чтобы обратить его в воду, а полученную воду нагреть до температуры t_2=100°C? $c_л = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $c_в = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

7 Два чайника, каждый из которых потребляет при напряжении 220 В мощность 400 Вт, закипают при последовательном и параллельном их включении в ту же сеть за одно и то же время. Чему равно сопротивление подводящих проводов?

8 Источник тока подключается один раз к резистору сопротивлением R_1=4 Ом, а другой раз – R_2=9 Ом. В обоих резисторах выделяется одинаковое количество теплоты за равное время. Найти внутреннее сопротивление источника?

9 Сколько витков никелиновой проволоки надо навить на фарфоровый цилиндр диаметром D=1,5 см, чтобы устроить кипятильник с КПД, равным 60%, в котором в течение τ=1,0 мин закипит вода массой m=120 г с начальной температурой t_1=10°С? Диаметр проволоки d=0,2 мм. Напряжение U=100 В. $\rho=4\cdot10^{-7}$ Ом·м.

10 В мостовой схеме, представленной на рис. 25, сопротивления резисторов равны R_1=R_2=2 Ом, R_3=4 Ом. В качестве четвертого плеча моста подключен нелинейный элемент, вольтамперная характеристика которого $I_x=A\cdot U_x^2$, где A – постоянный коэффициент. Мост уравновешен. На нелинейном элементе выделяется мощность P_x=1 Вт. Определить значение коэффициента A.

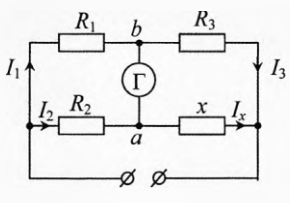


Рис. 25. *Нелинейный элемент в мостовой схеме*

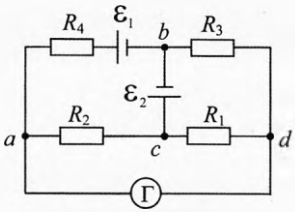


Рис. 26. *Найти сопротивление R_3, если $I_г$=0*

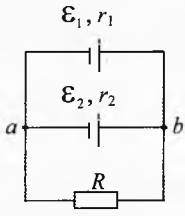


Рис. 27. *Параллельное соединение источников*

11 В схеме, представленной на рис. 26, ток через гальванометр не идёт. Внутренние сопротивления источников равны нулю. Найти сопротивление резистора R_3, если известны ЭДС источников $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ и сопротивления резисторов R_1, R_2, и R_4.

12 Резистор сопротивлением R=10 Ом подключен параллельно к двум источникам тока (рис. 27), ЭДС и внутренние сопротивления которых равны $\mathcal{E}_1$=2,0 В, r_1=1,0 Ом и $\mathcal{E}_2$=1,2 В, r_2=0,5 Ом. Найти мощность, выделяемую на резисторе и источниках, а также мощность, вырабатываемую источниками.

13 К источнику постоянного напряжения U последовательно с вольтметром V_1 подключен нелинейный элемент, вольтамперная характеристика которого $U_x=\alpha\cdot I_x^2$, где α – постоянный коэффициент, I_x – сила тока протекающая в нелинейном элементе при разности потенциалов U_x на нём. Показания вольтметра составляют $U_{10}=U/2$. К концам двухполюсника подключают другой такой же вольтметр V_2. Чему теперь равны показания вольтметров?

Примечание. Элемент в используемом диапазоне напряжений считается линейным, если его сопротивление на этом диапазоне неизменно. Линейными элементами в небольшом диапазоне можно считать металлические сплавы и с некоторой натяжкой чистые металлы. Но на большом диапазоне напряжений сопротивление металлов сильно зависит от температуры, а косвенно и от напряжения. Поэтому, например, вольфрамовая спираль лампочки накаливания на большом диапазоне температур – это нелинейный элемент, то есть сила тока в ней зависит

от напряжения нелинейно. Полупроводниковые диоды, термисторы и др. являются элементами с ярко выраженной нелинейностью.

14 Резистор сопротивлением R=10 Ом подключен к трём источникам тока, ЭДС и внутренние сопротивления которых равны $\mathcal{E}_1$=10 В, r_1=0,1 Ом, $\mathcal{E}_2$=12 В, r_2=0,2 Ом и $\mathcal{E}_3$=8 В, r_3=0,3 Ом. Найти показание идеального вольтметра, подключенного к резистору (рис. 28).

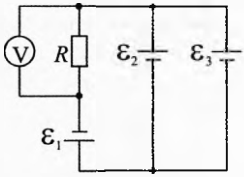


Рис. 28. *Найти показания вольтметра*

15 К источнику с ЭДС $\mathcal{E}$ и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением подключают параллельно резистор сопротивлением R и нелинейный элемент X, вольтамперная характеристика которого имеет вид: $I_X = \frac{U_X}{\alpha} + \beta$, где α и β – постоянные коэффициенты. Затем этот же резистор и нелинейный элемент подключают последовательно к тому же источнику. Вычислить для обоих случаев силу тока, протекающую через источник, и мощность, выделяемую на нелинейном элементе.

16 К источнику с неизменным напряжением подключают последовательно соединенные амперметр (школьный), вольтметр (тоже не очень хороший) и резистор. Показания приборов при этом составляют I_0=0,01 А и U_{V0}=3,6 В. Схему собирают заново, но теперь амперметр и вольтметр соединяют параллельно, а резистор подключают к источнику последовательно с ними. При этом показания приборов составляют I_A=0,15 А и U_V=0,3 В. Считая показания приборов точными, найти сопротивление резистора, а также сопротивление амперметра (небольшое) и сопротивление вольтметра (довольно большое), а также напряжение источника. Расчёты нужно произвести с погрешностью не более 1%.

Решения, указания и ответы для самоконтроля

1 $I_1 r_1 = \mathcal{E}_1 + \varphi_a - \varphi_b$, $I_2 r_2 = -\mathcal{E}_2 + \varphi_b - \varphi_a$, $I_R R = \varphi_b - \varphi_a$, $I_1 = I_2 + I_R$. Решая совместно, получим: $I = \dfrac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{R(r_1 + r_2) + r_1 r_2}$ = 0,53 А.

2 $I_1(R_1 + r_1) = \mathcal{E}_1 + \varphi_a - \varphi_b$, $I_2(R_2 + r_2) = -\mathcal{E}_2 + \varphi_b - \varphi_a$, $U_C = \varphi_b - \varphi_a$, $I_1 = I_2$, $I_3 = 0$, $q = C \cdot U_C$. Значит, $q = C \cdot \dfrac{\mathcal{E}_1(R_2 + r_2) + \mathcal{E}_2(R_1 + r_1)}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2}$ = 7 мкКл.

3 $P_1 = \dfrac{U^2}{R_1}$, $P_2 = \dfrac{U^2}{R_2}$; $\Rightarrow R_1 = \dfrac{U^2}{P_1}$ = 968 Ом, $R_2 = \dfrac{U^2}{P_2}$ = 484 Ом; $I = \dfrac{U}{R_1 + R_2}$, I = 0,15 А; $P_1' = I^2 R_1$ = 22 Вт; $P_2' = I^2 R_2$ = 11 Вт. Сопротивление первой лампы, рассчитанной на меньшую мощность, больше, поэтому при последовательном соединении она горит ярче.

Примечание. Лампы горят с недокалом, значит их сопротивления меньше номинальных, поэтому реальные мощности потребления электроэнергии будут несколько больше рассчитанных P_1' и P_2'. А поскольку потребляемая мощность второй лампы примерно в девять раз меньше номинальной, а у первой – всего в два раза, то вторая лампа будет очень тусклой по сравнению с первой лампой.

4 $R=\rho l/S$; $P=U^2/R=U^2S/(\rho l)$=3,2 кВт; стоимость=$P\cdot t\cdot$тариф≈19 руб.

5 $P_{пр}=0{,}01\cdot P$; $P_{пр}=I^2\cdot R_{пр}$; $P=U\cdot I$; $R_{пр}=\rho\cdot 2l/S$, где $2l$ – общая длина проводов (туда и обратно). Решая совместно, получим: $S=200\rho l\cdot P/U^2$=8,5 мм.

6 $\eta=\dfrac{Q}{P\cdot\tau}$, $Q=Q_л+Q_{плав}+Q_в$; $\Rightarrow\ \tau=\dfrac{c_л m(0-t_1)+\lambda m+c_в m(t_2-0)}{\eta P}$=3500 с.

7 Сила тока, проходящего через один чайник, в обоих случаях одинакова: $I_{посл}=I_{пар}$, $I_{посл}=\dfrac{U}{2R+r}$, $I_{пар}=\dfrac{1}{2}\dfrac{U}{R/2+r}$; $\Rightarrow\ r=R=\dfrac{U^2}{P}$=121 Ом.

8 $I_1=\dfrac{\varepsilon}{R_1+r}$, $P_1=I_1^2R_1$; $I_2=\dfrac{\varepsilon}{R_2+r}$, $P_2=I_2^2R_2$; $P_1=P_2$; $\Rightarrow\ r=\sqrt{R_1R_2}$.

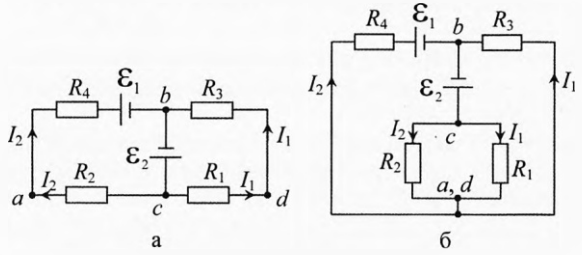
9 $\eta=\dfrac{cm\Delta t}{(U^2/R)\cdot\tau}$; $R=\dfrac{\rho\cdot l}{S}=\dfrac{\rho\cdot n\cdot\pi D}{\pi d^2/4}$; $\Rightarrow\ n=\dfrac{U^2\eta d^2\tau}{4\rho Dcm\Delta t}$=13,2.

10 Поскольку ток через гальванометр не идёт (мост уравновешен), то потенциалы точек a и b одинаковы: $\varphi_a=\varphi_b$, тогда $I_1\cdot R_1=I_2\cdot R_2$, $U_x=I_3\cdot R_3$, $I_3=I_1$ $\Rightarrow$ $U_x=\dfrac{R_3R_2I_2}{R_1}$. Учитывая, что $I_2=I_x=A\cdot U_x^2$, получим: $U_x=\dfrac{R_1}{A\cdot R_3R_2}$. Мощность, выделяемая на нелинейном элементе, $P_x=U_x\cdot I_x=A\cdot U_x^3$. Из двух последних уравнений получим: $A=\sqrt{\dfrac{1}{P_x}\left(\dfrac{R_1}{R_3R_2}\right)^3}=\dfrac{1}{8}$ (А/В^2).

11 Поскольку ток через гальванометр не идёт, то исходная схема эквивалентна схеме на рис. 29а. Из этой схемы видно, что в резисторах R_1 и R_3 ток I_1 идёт по направлению c-d-b и что $\mathcal{E}_2=I_1(R_1+R_3)$.

Поскольку ток через гальванометр не идёт, то потенциалы в точках a и d одинаковы: $\varphi_a=\varphi_d$, значит, их можно соединить в одну точку, и исходная схема эквивалентна схеме, представленной на рис. 29б. Из этой схемы видно, что $I_1R_1=I_2R_2$, и что токи в резисторах R_1 и R_2 сонаправлены. Следовательно, в резисторах R_2 и R_4 ток I_2 идёт по направлению c-a-b, то есть «против воли» источника $\mathcal{E}_1$. Из этой же схемы видно, что $I_2\cdot R_4+\mathcal{E}_1=I_1\cdot R_3$. Решая три полученных уравнения с тремя неизвестными, получим ответ: $R_x=\dfrac{(\mathcal{E}_2R_4+\mathcal{E}_1R_2)R_1}{(\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1)R_2}$.

Из ответа видно, что такое возможно при $\mathcal{E}_2\geq\mathcal{E}_1$. Причём при $\mathcal{E}_2=\mathcal{E}_1$ ток идти не будет ($I_1=I_2=0$), а вместо резистора должен быть разрыв цепи ($R_3=\infty$).



а б

Рис. 29. *Эквивалентные схемы*

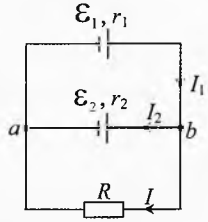


Рис. 30. *Направление силы тока на участках*

12 Поскольку $\mathcal{E}_1>\mathcal{E}_2$, то $\varphi_b-\varphi_a>\mathcal{E}_2$, и распределение токов будет таким, как показано на рис. 30, и ток I_2 будет идти против источника $\mathcal{E}_2$.

Мощность, выделяемая на резисторе $P=I^2R$, а на внутреннем сопротивлении источников: $P_1=I_1^2r_1$, $P_2=I_2^2r_2$. Найдём теперь токи I, I_1, I_2.

Согласно закону Ома для участка цепи для верхнего, среднего и нижнего участков запишем:

$$\begin{cases} I_1r_1=\mathcal{E}_1+\varphi_a-\varphi_b, \\ I_2r_2=-\mathcal{E}_2+\varphi_b-\varphi_a, \\ I\cdot R=\varphi_b-\varphi_a. \end{cases}$$

Обозначим через U напряжение на резисторе: $I=\dfrac{U}{R}$.

Тогда сила тока на источниках: $I_1=\dfrac{\mathcal{E}_1-U}{r_1}$; $I_2=\dfrac{U-\mathcal{E}_2}{r_2}$.

По I правилу Кирхгофа для узла b: $I_1=I+I_2$. Поставляя сюда выражения для сил токов, получим: $\dfrac{\mathcal{E}_1-U}{r_1}=\dfrac{U}{R}+\dfrac{U-\mathcal{E}_2}{r_2}$ $\Rightarrow$ $U=\dfrac{\mathcal{E}_1/r_1+\mathcal{E}_2/r_2}{1/R+1/r_1+1/r_2}\approx 1{,}42$ В.

Значения сил тока: $I=\dfrac{U}{R}\approx 0{,}14$ А; $I_1=\dfrac{\mathcal{E}_1-U}{r_1}\approx 0{,}58$ А; $I_2=\dfrac{U-\mathcal{E}_2}{r_2}\approx 0{,}44$ А.

Тепловые мощности: $P=I^2R=0{,}20$ Вт; $P_1=I_1^2r_1=0{,}34$ Вт; $P_2=I_2^2r_2=0{,}10$ Вт.

Мощность, вырабатываемая первым источником: $P_{1э}=\mathcal{E}_1\cdot I_1\approx 1{,}16$ Вт.

Второй источник потребляет энергию, заряжаясь от первого источника:

$$P_{2э}=-\mathcal{E}_2\cdot I_2=-0{,}53 \text{ Вт}.$$

Согласно закону сохранения энергии, мощность, вырабатываемая первым источником, должна быть равна сумме всех тепловых мощностей и мощности, поглощаемой вторым источником на подзарядку:

$$(P+P_1+P_2)+|P_{2э}|=(0{,}20+0{,}34+0{,}10)+0{,}53\approx 1{,}17 \text{ Вт},$$

что совпало с $P_{1э}$ в пределах погрешности округления при вычислениях.

13 В первом случае (рис. 31а):

$$U=U_{10}+U_{x0},$$

где $U_{10}=U/2$, $U_{10}=I_0R$, $U_{x0}=\alpha\cdot I_0^2$, R – сопротивление вольтметра.

Решая эти уравнения, получим:

$$\alpha=2R^2/U. \qquad (1)$$

Во втором случае (рис. 31б):

$$U=U_1+U_2, \qquad (2)$$

$$I_1=I_x+I_2,\ U_2=U_x=\alpha\cdot I_x^2,\ U_1=I_1R,\ U_2=I_2R.$$

Решим эти уравнения:

$$U_2=\alpha\cdot I_x^2=\alpha\cdot(I_1-I_2)^2=\alpha\cdot(U_1-U_2)^2/R^2.$$

Подставляя α из (1) и U_1 из (2), получим:

$$U_2=\frac{2(U-2U_2)^2}{U};\ \Rightarrow\ 8U_2^2-9UU_2+2U^2=0;$$

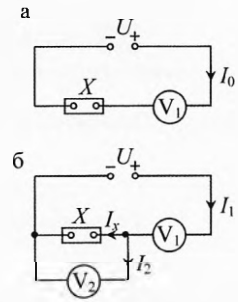


Рис. 31. *Нелинейный элемент и вольтметры*

$$U_2=\frac{9\pm\sqrt{17}}{16}U;\ U_1=U-U_2=\frac{7\mp\sqrt{17}}{16}U.$$

Ток на нелинейном элементе должен быть положительным:

$$I_x=I_1-I_2=(U_1-U_2)/R>0.$$

Значит, $U_1>U_2$. Поэтому первый корень не подходит.

Итак, $U_2=\frac{9-\sqrt{17}}{16}\cdot U\approx 0{,}3U$, $U_1=\frac{7+\sqrt{17}}{16}\cdot U\approx 0{,}7U$.

14 Для определённости предположим, что токи направлены так, как показано на рис. 32 (если мы ошиблись, и ток на каком-либо из участков идёт в другом направлении, то значение соответствующего тока получится отрицательным, но на ответ это не повлияет).

Учитывая, что источник $\mathcal{E}_3$ работает против силы тока, по закону Ома для каждого из участков получим:

$$\begin{cases} I_1R=\varphi_a-\varphi_b;\\ I_1r_1=\mathcal{E}_1+\varphi_b-\varphi_c;\\ I_2r_2=\mathcal{E}_2+\varphi_c-\varphi_a;\\ I_3r_3=-\mathcal{E}_3+\varphi_a-\varphi_c. \end{cases}$$

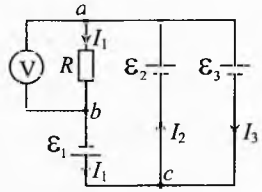


Рис. 32. *Направления тока*

Введём обозначения: $\varphi_a-\varphi_b=U$, $\varphi_a-\varphi_c=U_0$.

Тогда из системы получим:

$$U=I_1R;\ I_2=\frac{\mathcal{E}_2-U_0}{r_2};\ I_3=\frac{U_0-\mathcal{E}_3}{r_3};\ I_1(R+r_1)=\mathcal{E}_1+\varphi_a-\varphi_c\ \Rightarrow\ I_1=\frac{\mathcal{E}_1+U_0}{R+r_1}.$$

По первому правилу Кирхгофа для точки c: $I_2=I_1+I_3$.

Подставим сюда выражения для сил тока: $\frac{\mathcal{E}_2-U_0}{r_2}=\frac{\mathcal{E}_1+U_0}{R+r_1}+\frac{U_0-\mathcal{E}_3}{r_3}$.

Откуда получаем: $U_0=\frac{\mathcal{E}_2/r_2+\mathcal{E}_3/r_3-\mathcal{E}_1/(R+r_1)}{1/r_2+1/r_3+1/(R+r_1)}=10$ В.

Тогда показание вольтметра равно:

$$U=I_1R=\frac{\mathcal{E}_1+U_0}{R+r_1}\cdot R\approx 20\text{ В}.$$

15 Для первого случая (рис. 33а) по I правилу Кирхгофа для узла a:

$$I_1=I_{R1}+I_{X1}.$$

Разность потенциалов между точками a и b равна $\mathcal{E}$:

$$I_{R1}\cdot R=\mathcal{E};\ I_{X1}=\frac{\mathcal{E}}{\alpha}+\beta.$$

Решая эти три уравнения, получим:

$$I_1=\mathcal{E}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{\alpha}\right)+\beta.$$

Мощность, выделяемая на нелинейном элементе в первом случае:

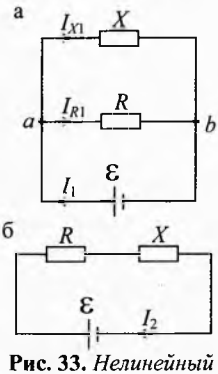


Рис. 33. *Нелинейный элемент и резистор*

$$P_{X1} = U_{X1} \cdot I_{X1} = \mathcal{E}\left(\frac{\mathcal{E}}{\alpha} + \beta\right).$$

Во втором случае (рис. 33б) ток во всех элементах одинаков:

$$I_2 = I_{R2} = I_{X2} = \frac{U_X}{\alpha} + \beta.$$

Суммарная разность потенциалов по замкнутому контуру равна нулю (II правило Кирхгофа): $\mathcal{E} = I_2 R + U_{X2}$. Подставим сюда $U_{X2} = \alpha(I_2 - \beta)$ из предыдущего уравнения:

$$\mathcal{E} = I_2 R + \alpha(I_2 - \beta) \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{\mathcal{E} + \alpha\beta}{R + \alpha}.$$

Мощность, выделяемая на нелинейном элементе во втором случае:

$$P_{X2} = U_{X2} \cdot I_2 = \alpha(I_2 - \beta) \cdot I_2 = \alpha \frac{(\mathcal{E} - R\beta)(\mathcal{E} + \alpha\beta)}{(R + \alpha)^2}.$$

16 Из первой схемы (рис. 34а) найдём сопротивление R_V вольтметра. Напряжение на вольтметре равно U_{V0}, а сила тока I_0:

$$R_V = U_{V0}/I_0 = 3{,}6 \text{ В}/0{,}01 \text{ А} = 360 \text{ Ом}.$$

Из второй схемы (рис. 34б) найдём сопротивление R_A амперметра. Напряжение на амперметре равно U_V, а сила тока I_A:

$$R_A = U_V/I_A = 0{,}3 \text{ В}/0{,}15 \text{ А} = 2 \text{ Ом}.$$

Общее сопротивление в первой схеме:

$$R + R_V + R_A.$$

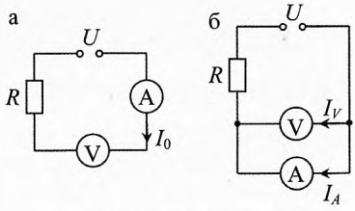


Рис. 34. *Неидеальные вольтметр и амперметр*

Тогда по закону Ома

$$U = I_0(R + R_V + R_A). \qquad (1)$$

Общее сопротивление во второй схеме равно $R + \dfrac{R_V R_A}{R_V + R_A}$.

Тогда по закону Ома

$$U = (I_V + I_A) \cdot \left(R + \frac{R_V R_A}{R_V + R_A}\right). \qquad (2)$$

Во втором случае напряжение на вольтметре и амперметре одинаково:

$$I_V R_V = I_A R_A, \quad \Rightarrow \quad I_V = I_A \frac{R_A}{R_V}. \qquad (3)$$

Подставляя I_V из (3) в (2) и приравнивая напряжение U из (1) и (2), получим выражения для сопротивления резистора:

$$R = R_V \frac{I_0(R_V + R_A) - I_A R_A}{I_A(R_V + R_A) - I_0 R_V} \approx 23{,}57 \text{ Ом} \approx 23{,}6 \text{ Ом}.$$

Тогда напряжение на источнике $U = I_0 \cdot (R + R_V + R_A) = 3{,}856 \text{ В} \approx 3{,}86 \text{ В}$

Примечание. Решение можно немного упростить, если учесть, что сопротивление вольтметра во много раз больше сопротивления амперметра.

Действительно, $R_A=0{,}005\cdot R_V$. Тогда из (3) получим, что силой тока через вольтметр во втором случае можно пренебречь: $I_V = I_A\cdot\frac{R_A}{R_V}\approx 0{,}005\cdot I_A$, а общее сопротивление во втором случае: $R+\frac{R_V R_A}{R_V+R_A}=R+\frac{R_A}{1+R_A/R_V}\approx R+R_A$.

Тогда вместо формулы (2), запишем:

$$U=I_A\cdot(R+R_A). \qquad (2')$$

Решая (1) и (2'), получим:

$$R=\frac{I_0(R_V+R_A)-I_A R_A}{I_A-I_0}\approx 23{,}71 \text{ Ом} \approx 23{,}7 \text{ Ом}.$$

Напряжение на источнике по формуле (1):

$$U=I_0\cdot(R+R_V+R_A)=3{,}857 \text{ В} \approx 3{,}86 \text{ В}.$$

Напряжение на источнике по формуле (2'):

$$U=I_A\cdot(R+R_A)=3{,}855 \text{ В} \approx 3{,}86 \text{ В}.$$

Как видим, в случае приближенного решения погрешность не превышает 0,6%. Но в данном случае проще и быстрее решить задачу в общем виде, чем описать и объяснить, чем мы пренебрегаем и почему этим можно пренебречь.

Поэтому упрощать нужно только в тех случаях, где это действительно необходимо.

Глава 3. Электрические цепи

Я всегда буду искать ленивого человека для работы, ведь он найдёт много лёгких путей для решения поставленной задачи.

Билл Гейтс (основатель компании Microsoft)

В электрической цепи может быть один или несколько источников электрической энергии, один или несколько потребителей, контрольно-измерительные приборы (амперметры, вольтметры, ваттметры, счётчики электроэнергии и др.), коммутирующие элементы (ключи, контакторы, магнитные пускатели и др.). Все элементы цепи соединяются между собой проводами в определенном порядке.

Рассмотрим соединения резисторов, в которых электрическая энергия превращается во внутреннюю (тепло, свет). Резисторы могут быть соединены:

1) последовательно, когда конец первого проводника соединен с началом второго, конец второго – с началом третьего и т.д.;

2) параллельно, когда одни концы проводников соединяются в один узел, а вторые концы – в другой узел;

3) смешанное соединение, когда на отдельных участках цепи могут встречаться несколько проводников, соединенных последовательно, и к их группе подключается один или несколько проводников параллельно.

Поскольку возможны довольно сложные комбинации соединений, то наша задача – научиться делать расчёт любых вариантов соединений проводников.

§ 33. Последовательное соединение резисторов

Возьмем несколько резисторов, например три, и соединим их последовательно (рис. 1). Подключим получившуюся комбинацию к источнику, который выдаёт напряжение, равное разности потенциалов на его полюсах:

$$U=\varphi_a-\varphi_b.$$

Запишем это уравнение развернуто:

$$U=\varphi_a-\varphi_b=(\varphi_a-\varphi_1)+(\varphi_1-\varphi_2)+(\varphi_2-\varphi_b)$$

или $U=U_1+U_2+U_3$.

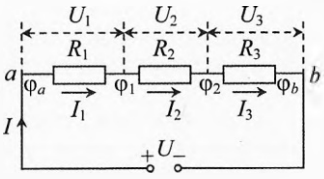


Рис. 1. *Последовательное соединение резисторов*

Таким образом, при последовательном соединении резисторов общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных резисторах:

$$U=U_1+U_2+U_3. \qquad (1)$$

Общая работа тока по переносу одного кулона при последовательном соединении резисторов равна сумме работ по переносу одного кулона на всех резисторах.

При последовательном соединении сила тока во всех резисторах одинакова.

$$\boxed{I = I_1 = I_2 = I_3}. \qquad (2)$$

Ток – это неразрывная струя, заряд нигде не накапливается (первое правило Кирхгофа).

Уравнения (1) и (2) можно назвать законами для силы тока и напряжения при последовательном соединении резисторов.

Найдём общее сопротивление R группы резисторов, то есть найдём сопротивление резистора, эквивалентного всей группе резисторов:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Разделим уравнение (1) на силу тока I:

$$\frac{U}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} + \frac{U_3}{I}.$$

Из закона Ома найдём сопротивления резисторов:

$$R_1 = \frac{U_1}{I}, \quad R_2 = \frac{U_2}{I}, \quad R_3 = \frac{U_3}{I}.$$

В результате получим:

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + R_3}. \qquad (3)$$

При последовательном соединении проводников общее сопротивление равно сумме их сопротивлений.

Легко заметить, что при последовательном соединении резисторов напряжения на них прямо пропорциональны их сопротивлениям, ибо сила тока на всех одинакова. Действительно,

$$I_1 = I_2: \quad I_1 = \frac{U_1}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2}.$$

Подставляя два последних уравнения в предыдущее, получим:

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \quad \text{или} \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Аналогично и мощность, выделяемая на резисторах:

$$P_1 = I^2 \cdot R_1; \quad P_2 = I^2 \cdot R_2. \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{U_1}{U_2}}.$$

Значит, $P \geq P_1 \geq P_2 \geq P_3$ при $R \geq R_1 \geq R_2 \geq R_3$.

При последовательном соединении резисторов выделяемая мощность больше на том резисторе, сопротивление которого больше.

Общая мощность равна сумме мощностей, выделяемых на отдельных резисторах:

$$P = P_1 + P_2 + P_3.$$

§ 34. Параллельное соединение резисторов

При параллельном соединении резисторов (рис. 2) сила тока, проходящего через источник и входящего в узел «a», равна сумме сил токов, выходящих из этого узла:

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + I_3}. \quad (4)$$

Это выражение называется первым правилом Кирхгофа. Оно следует из закона сохранения заряда. Поскольку в узле заряды не накапливаются, то сколько заряда входит в узел за промежуток времени Δt, столько и выходит за то же время.

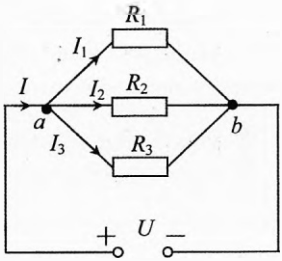


Рис. 2. *Параллельное соединение резисторов*

А как обстоит дело с напряжением на отдельных участках? Перед свободными зарядами три дороги (в нашем примере). Естественно, что электроны «хотят побежать» по дороге, где меньше сопротивление. Но где больше «народу», там больше толкотни, а «хорошо там, где нас нет». Поэтому общий ток распределится так, чтобы по любой «дороге бежать было одинаково трудно».

Напряжение на каждом из параллельно подключенных резисторов одинаково и равно напряжению на полюсах источника

$$\boxed{U = U_1 = U_2 = U_3}. \quad (5)$$

То же самое получим при формальном рассмотрении вопроса. А именно: каждый резистор подключается своими концами к «+» и «–» источника, поэтому разность потенциалов на каждом из них будет равна $\varphi_a - \varphi_b$ или $\varphi_+ - \varphi_-$. Электрическое поле, стало быть, совершает одинаковую работу при переносе одного кулона из точки «*a*» в точку «*b*» по любому резистору,

то есть на всех резисторах одинакова разность потенциалов, и выделяется одинаковое количество тепла на каждом резисторе при прохождении по нему заряда, равного одному кулону, то есть

$$U=U_1=U_2=U_3.$$

Вычислим сопротивление R между узлами «a» и «b».

Разделим уравнение (4) на U:

$$\frac{I}{U}=\frac{I_1}{U}+\frac{I_2}{U}+\frac{I_3}{U}.$$

По определению сопротивления резисторов равны

$$R=\frac{U}{I},\quad R_1=\frac{U}{I_1},\quad R_2=\frac{U}{I_2},\quad R_3=\frac{U}{I_3}.$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}. \qquad (6)$$

Величина, обратная общему сопротивлению при параллельном соединении резисторов, равна сумме обратных сопротивлений резисторов, подключенных между двумя узлами цепи.

Обратим внимание на то, что величина, обратная электрическому сопротивлению проводника, есть электрическая проводимость или электропроводность проводника Λ (лямбда).

При параллельном соединении резисторов электропроводность участка равна сумме электропроводностей отдельных резисторов

$$\boxed{\Lambda=\Lambda_1+\Lambda_2+\Lambda_3}.$$

Действительно, чем больше проводников подключено между узлами, тем больше суммарная площадь поперечного сечения проводника, тем больше его электропроводность и меньше сопротивление.

Общая выделяемая мощность равна сумме мощностей, выделяемых на отдельных резисторах $P=P_1+P_2+P_3$.

Поскольку напряжение на каждом резисторе одинаково, то мощность, выделяемая на резисторе, обратно пропорциональна его сопротивлению:

$$P_1=\frac{U^2}{R_1},\quad P_2=\frac{U^2}{R_2}\quad\Rightarrow\quad \boxed{\frac{P_1}{P_2}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{I_1}{I_2}}.$$

Значит, $P\ge P_1\ge P_2\ge P_3$ при $R\le R_1\le R_2\le R_3$.

То есть при параллельном соединении наибольшая мощность будет выделяться на том резисторе, сопротивление которого меньше.

✍ **Пример 1.** Доказать, что при параллельном соединении двух резисторов общее сопротивление меньше сопротивления каждого из них (рис. 3).

➥**Решение.** Согласно (6) в нашем случае

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} \Rightarrow \boxed{R=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}}. \qquad (7)$$

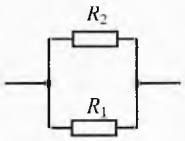


Рис. 3. *Общее сопротивление меньше каждого*

Перепишем выражение (7) в следующем виде

$$R=R_1\cdot\frac{R_2}{R_1+R_2}.$$

Откуда видно, что $R<R_1$, ибо $\frac{R_2}{R_1+R_2}<1$.

Перепишем (7) в следующем виде $R=R_2\cdot\frac{R_1}{R_1+R_2}$.

Откуда видно, что $R<R_2$, ибо $\frac{R_1}{R_1+R_2}<1$.

Таким образом, каковы бы ни были сопротивления резисторов R_1 и R_2, при их параллельном соединении общее сопротивление будет меньше сопротивления каждого из них.➥

✍ **Пример 2.** Докажите самостоятельно, что при параллельном соединении z одинаковых резисторов сопротивлением R_1 общее сопротивление проводников равно $R=\frac{R_1}{z}$.

✍ **Пример 3.** Однородный провод сопротивлением R_0 и длиной l разрезали на $z=5$ одинаковых частей и соединили их параллельно. Во сколько раз уменьшится сопротивление полученного резистора по сравнению с первоначальным сопротивлением провода?

➥**Решение.** Поскольку сопротивление провода прямо пропорционально его длине ($R_0=\frac{\rho l}{S}$), то сопротивление каждого куска будет равно (рис. 4а)

$$R_1=\frac{R_0}{z}.$$

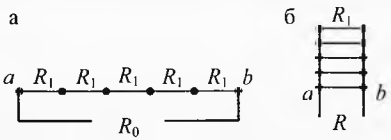


Рис. 4. *Разрезали провод и соединили куски последовательно*

А при параллельном соединении всех кусков общее сопротивление уменьшается ещё в z раз (рис. 4б): $R=\frac{R_1}{z}$.

Тогда искомое сопротивление $R=\frac{R_0}{z^2} \Rightarrow \frac{R_0}{R}=z^2=25$.

✓ **Ответ.** Сопротивление провода после разрезания и параллельного соединения кусков уменьшится в 25 раз.

§ 35. Смешанное соединение резисторов

В случае смешанного соединения резисторов (рис. 5а) для нахождения общего сопротивления нужно выделить участки, на которых резисторы соединены только последовательно или только параллельно. Рассчитать сопротивление этих участков. Затем изобразить эквивалентную схему в упрощенном варианте. Далее, упрощая схему, дойти до конечного результата.

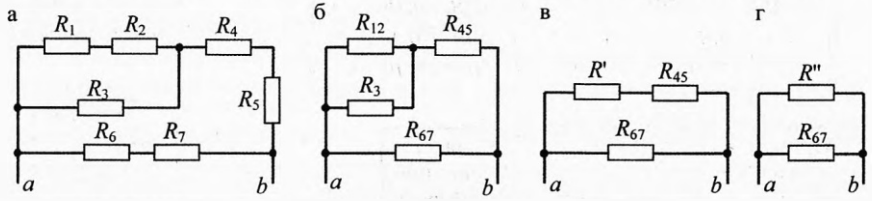


Рис. 5. *Смешанное соединение резисторов и эквивалентные схемы*

В нашем примере последовательно соединены резисторы:

$$R_1 \text{ и } R_2;\quad R_4 \text{ и } R_5;\quad R_6 \text{ и } R_7.$$

Эквивалентная схема изображена на рис. 5б, где

$$R_{12}=R_1+R_2;\quad R_{45}=R_4+R_5;\quad R_{67}=R_6+R_7.$$

Теперь легко заменить параллельное соединение резисторов R_{12} и R_3 одним резистором, сопротивлением R' (рис. 5в):

$$\frac{1}{R'}=\frac{1}{R_{12}}+\frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R'}=\frac{R_3+R_{12}}{R_{12}R_3} \Rightarrow R'=\frac{R_{12}R_3}{R_{12}+R_3}.$$

Далее, заменяя последовательно соединенные резисторы R' и R_{45} резистором R'', получим схему на рис. 5г, где

$$R''=R'+R_{45}=\frac{R_{12}R_3}{R_{12}+R_3}+R_{45}.$$

Общее сопротивление параллельно соединенных резисторов R'' и R_{67} равно искомому сопротивлению между точками a и b:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R''}+\frac{1}{R_{67}}.$$

Подставляя выражения для R'', R_{12}, R_{45} и R_{67}, получим:

$$\frac{1}{R}=\frac{R_1+R_2+R_3}{(R_1+R_2)R_3+(R_1+R_2+R_3)(R_4+R_5)}+\frac{1}{(R_6+R_7)}.$$

$$\Rightarrow\ \frac{1}{R}=\frac{(R_1+R_2+R_3)(R_6+R_7)+(R_1+R_2)R_3+(R_1+R_2+R_3)(R_4+R_5)}{[(R_1+R_2)R_3+(R_1+R_2+R_3)(R_4+R_5)](R_6+R_7)}.$$

Окончательно получим:

$$R=\frac{[(R_1+R_2)R_3+(R_1+R_2+R_3)(R_4+R_5)](R_6+R_7)}{(R_1+R_2)R_3+(R_1+R_2+R_3)(R_4+R_5+R_6+R_7)}.$$

Как видно, подсчёт общего сопротивления всего из семи резисторов в общем виде – довольно нудная задача. Поэтому, если заданы численные значения сопротивления резисторов, то удобнее вычислить промежуточные результаты, то есть сопротивления R_{12}, R_{45}, R_{67}, R' и R''.

Главное в задаче – получить правильный ответ правильными методами решения, используя при этом минимальное количество времени и бумаги. Часто это получается, когда решают задачу в общем виде, а в конце производят вычисления. Но при расчёте цепей порой целесообразнее делать промежуточные вычисления.

✍ **Пример 4.** Имеется квадрат, каждая сторона которого – это кусок провода сопротивлением r (рис. 6). Чему равно сопротивление квадрата между точками «a» и «b»?

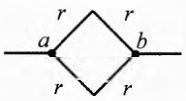


Рис. 6. *Сопротивление квадрата*

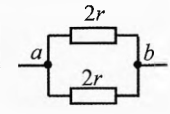


Рис. 7. *Эквивалентная схема*

➥**Решение.** Сопротивление двух кусков верхней половинки квадрата $R_в=2r$. Сопротивление нижней половинки квадрата $R_н=2r$. Упростим схему (рис. 7). Получилось два параллельно соединенных резистора сопротивлением по $2r$. Общее сопротивление $R=\frac{R_в\cdot R_н}{R_в+R_н}=\frac{2r\cdot 2r}{2r+2r}=r$. Получилось, что сопротивление квадрата равно сопротивлению одной из его сторон.➥

✍ **Пример 5.** Имеется симметричная сеточка (рис. 8), состоящая из 12 кусочков провода одинакового сопротивления r каждый. Найти сопротивление между точками «a» и «b».

➥**Решение.** Это пример смешанного соединения, где непросто выделить сугубо последовательные и параллельно соединенные резисторы. Необходимо упростить схему, используя элементы симметрии. В данной задаче легко просматривается осевая симметрия по линии ad_1b. Произведем разъединение в точке «d_1». Видно, что верхняя часть схемы совершенно симметрична нижней (рис. 9). Значит, после такого разъединения потенциалы точек «d_1» и «d_1'» останутся одинаковыми. Поэтому токи во всех элементах останутся такими же, как и до разъединения. То есть новая схема эквивалентна исходной.

Сопротивление между точками «c» и «e» равно r (см. предыдущий пример). Тогда сопротивление верхней ветви равно $3r$. Таково же сопротивление нижней ветви. Значит общее сопротивление цепи

$$R_{ab}=1{,}5r.$$

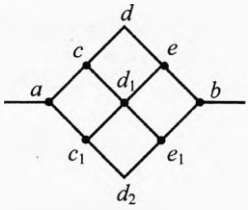


Рис. 8. *Сопротивление сеточки*

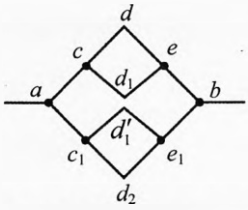


Рис. 9. *Эквивалентная схема*

Этот же результат можно получить, заметив из соображений симметрии, что потенциалы точек «c» и «c_1» одинаковы. Аналогично, одинаковы потенциалы точек «d», «d_1» и «d_2», а также точек «e» и «e_1». Такие точки, потенциалы которых одинаковы, можно соединять. Распределение токов при этом не изменится, и новая схема будет эквивалентна исходной (рис. 10а, 10б).

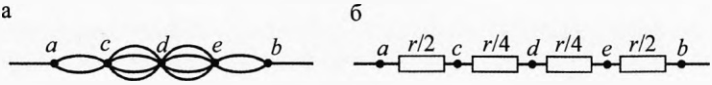


Рис. 10. *Эквивалентные схемы*

Итак, общее сопротивление:

$$R_{ab}=\frac{r}{2}+\frac{r}{4}+\frac{r}{4}+\frac{r}{2}=1{,}5r.$$

Примечание. Ответ получился такой же, как при разъединении в точке «d_1». Это естественно, как бы мы ни решали задачу, ответ должен быть одинаковым при любом верном методе решения.

Если же при решении задачи разными способами получаются разные ответы, то один из вариантов решения или даже оба являются неверными. Необходимо проанализировать решение и найти ошибку.

Пример 6. Найти сопротивление между точками «a» и «b» цепи, если сопротивление каждого кусочка равно r (рис. 11).

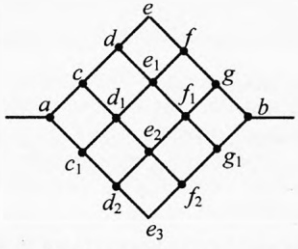


Рис. 11. *Сопротивление сеточки*

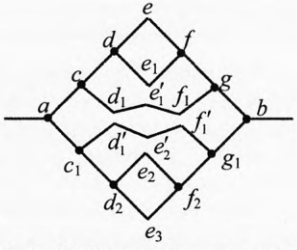


Рис. 12. *Эквивалентная схема*

➥**Решение.** Цепь симметрична по линии ad_1f_1b. Проведем разъединение в точках d_1, f_1, e_1 и e_2 так, как показано на рисунках 12. Потенциалы точек «d_1» и «d_1'» одинаковы из соображений симметрии. Потенциалы точек «f_1» и «f_1'» тоже одинаковы. Потенциалы точек «e», «e_1», «e_1'», «e_2», «e_2'» и «e_3» тоже одинаковы.

Поэтому данная схема эквивалентна исходной. На рис. 13 изображена эта же схема в стандартном виде.

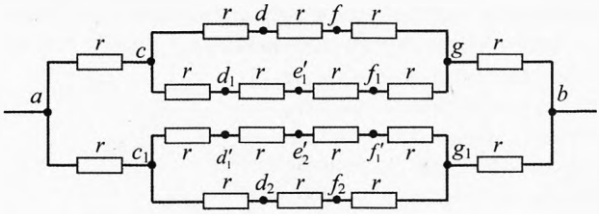


Рис. 13. *Эквивалентная схема*

Сопротивление участка *cdfg* равно (см. предыдущий пример) $R_{cdfg}=3r$.

Сопротивление участка *cg* равно $R_{cg}=\dfrac{3r\cdot 4r}{3r+4r}=\dfrac{12}{7}r$.

Сопротивление верхней ветви $R_{acgb}=2r+\dfrac{12}{7}r=\dfrac{26}{7}r$.

Из соображения симметрии такое же сопротивление нижней ветви $R_{ac_1g_1b}$. Значит, общее сопротивление цепи $R=\dfrac{R_{acgb}}{2}=\dfrac{13}{7}r$.

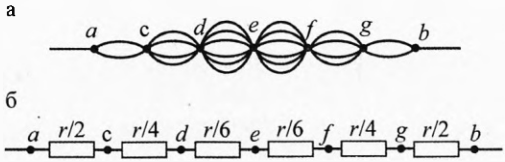


Рис. 14. *Неэквивалентная схема*

Если же вместо разъединения мы попробуем соединить провода в точках «c» и «c_1»; «d», «d_1» и «d_2»; «e», «e_1», «e_2» и «e_3»; «f», «f_1» и «f_2»; «g» и «g_1», то получим схему, аналогичную второму варианту решения предыдущего примера (рис. 14а и 14б). Однако ответ в этом случае $\dfrac{11}{6}r$, что не совпадает с предыдущим вариантом ответа. В данном случае решение оказывается неверным. Дело в том, что потенциалы точек «d» и «d_1» неодинаковы. Так же неодинаковы потенциалы точек «f» и «f_1». Поэтому последняя схема неэквивалентна исходной, хотя заметить это непросто.➥

✓ **Ответ.** Сопротивление между точками «a» и «b» равно $R=\dfrac{13}{7}r$.

§ 36. Преобразование схемы «треугольника» в «звезду»

При расчёте электрических цепей задача не всегда решается «в лоб», то есть не удаётся разбить всю цепь на элементы с сугубо последовательным или параллельным соединением проводников. Одним из способов решения таких задач является преобразование участка цепи, где резисторы соединены по схеме «треугольника», в схему «звезды».

Пусть участок цепи состоит из трёх резисторов, соединенных по схеме «треугольник» (рис. 15). Сопротивления резисторов равны R_1, R_2 и R_3. Какими должны быть сопротивления r_1, r_2 и r_3 резисторов, подключенных к тем же точкам 1, 2 и 3 по схеме «звезды» (рис. 16), чтобы эти схемы были эквивалентными?

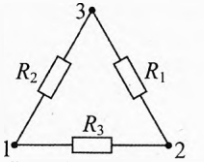


Рис. 15. *Треугольник*

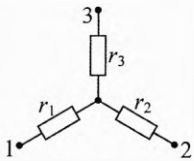


Рис. 16. *Звезда*

Вычислим сопротивление между точками 1 и 2 по схеме «треугольник»:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + R_2} \text{ или } R_{12} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

С другой стороны, по схеме «звезды» это же сопротивление равно $R_{12} = r_1 + r_2$. Следовательно,

$$r_1 + r_2 = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \tag{8}$$

Аналогично:

$$r_2 + r_3 = \frac{(R_2 + R_3)R_1}{R_1 + R_2 + R_3}, \tag{9}$$

$$r_3 + r_1 = \frac{(R_3 + R_1)R_2}{R_1 + R_2 + R_3}. \tag{10}$$

Складывая (8), (9) и (10), получим:

$$r_1 + r_2 + r_3 = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Вычтем из последнего уравнения поочередно уравнения (8), (9) и (10):

$$\boxed{r_1 = \frac{R_2R_3}{R_1 + R_2 + R_3}}, \quad \boxed{r_2 = \frac{R_3R_1}{R_1 + R_2 + R_3}}, \quad \boxed{r_3 = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2 + R_3}}.$$

Примечание. Формулы для обратного преобразования схемы из «звезды» в «треугольник» сложнее, но такое преобразование при решении задач обычно не требуется.

✍ **Пример 7.** К источнику напряжения U=12 В подключили шесть резисторов R_1=4 Ом, R_2=5 Ом, R_3=1 Ом, R_4=4,6 Ом, R_5=2 Ом, R_6=1 Ом. Вычислить силу тока, протекающего через источник (рис. 17).

➥**Решение.** Сила тока, текущего через источник, согласно закону Ома $I=U/R$, где R – общее сопротивление шести резисторов. Прямое применение законов последовательного и параллельного соединения резисторов не позволяет вычислить полное сопротивление потребителей.

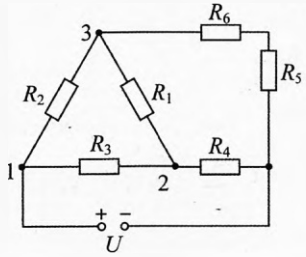


Рис. 17. *Схема с треугольником*

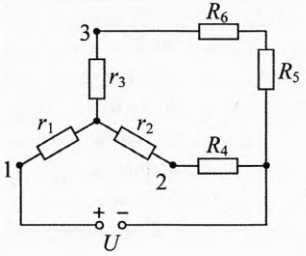


Рис. 18. *Схема со звездой*

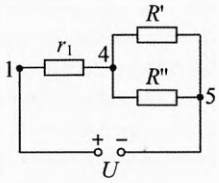


Рис. 19. *Эквивалентная схема*

Заменим «треугольник» резисторов R_1, R_2 и R_3 на «звезду» из трёх резисторов r_1, r_2, r_3 согласно полученным выше формулам (рис. 18):

$$r_1=\frac{R_2\cdot R_3}{R_1+R_2+R_3};\ r_1=\frac{5\cdot 1}{10}=0{,}5\ \text{Ом};$$

$$r_2=\frac{R_3\cdot R_1}{R_1+R_2+R_3};\ r_2=\frac{1\cdot 4}{10}=0{,}4\ \text{Ом};$$

$$r_3=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_3};\ r_3=\frac{4\cdot 5}{10}=2\ \text{Ом}.$$

Заметим, что в новой, эквивалентной первой, схеме резисторы r_3, R_6 и R_5 соединены последовательно. Их общее сопротивление

$$R'=r_3+R_6+R_5;\quad R'=2+1+2=5\ \text{Ом}.$$

Резисторы R_2 и R_4 тоже соединены последовательно:

$$R''=r_2+R_4;\quad R''=0{,}4+4{,}6=5\ \text{Ом}.$$

Сопротивление между точками 4 и 5 равно (рис. 19):

$$R'''=\frac{R'\cdot R''}{R'+R''}=2{,}5\ \text{Ом}.$$

Полное сопротивление потребителей $R=r_1+R'''=3$ Ом.➥

§ 37. Потенциометр. Мостик Уитстона

Потенциометр. Каждый источник электроэнергии создаёт на приборе, подключенном к его полюсам, определенную разность потенциалов, которая может оказаться больше необходимой для нормальной работы потреби-

теля. В таком случае нужно уменьшить разность потенциалов, подводимую к потребителю. Это можно сделать при помощи реостата, используемого в качестве «делителя» напряжения. Для этого реостат включают в цепь по следующей схеме (рис. 20). Концы «*a*» и «*b*» обмотки реостата присоединяют к полюсам источника, а потребитель П – к одному из концов обмотки реостата и к его ползунку.

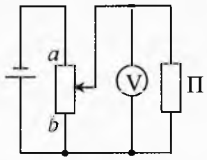


Рис. 20. *Потенциометр*

При таком включении потребителя к нему будет подводиться часть разности потенциалов, которая создаётся источником на концах обмотки реостата. Когда ползунок расположен в точке «*a*», напряжение на потребителе максимально и равно разности потенциалов на реостате или источнике. При перемещении ползунка по направлению к точке «*b*» к потребителю будет подводиться только часть разности потенциалов между концами реостата. Когда ползунок окажется в точке «*b*», напряжение на потребителе станет равным нулю. Таким способом можно плавно изменять напряжение на потребителе от нуля до некоторого максимального значения.

Реостат, включенный по такой схеме, называется потенциометром. Потенциометр применяется для регулировки громкости звучания радиоприемников, магнитофонов, яркости свечения телевизионной трубки и в ряде других радиоэлектронных устройств.

Мостик Уитстона. В приборостроении широко применяются мостовые схемы соединений элементов цепи. Рассмотрим простейшую схему, так называемый мостик Уитстона.

Чарльз Уитстон (1802–1875)

Чарльз Уитстон (1802–1875) – английский физик. Он сделал много изобретений: в 1837 г. сконструировал электромагнитный телеграф, сконструировал первые переменные реостаты (три типа), в 1843 г. изобрел метод измерения сопротивления (мостик Уитстона) и др.

На рис. 21 показана такая схема. Четыре резистора R_1, R_2, R_3 и R_4 составляют «плечи» схемы. Участок цепи, содержащий гальванометр, сопротивление которого $R_г$, представляет собой как бы мостик, соединяющий точки «*b*» и «*d*» цепи.

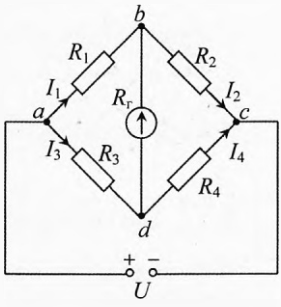


Рис. 21. *Мостик Уитстона*

Если в качестве резистора R_2 взять магазин сопротивлений (рис. 22), то, изменяя его сопротивление, можно добиться, чтобы ток в мостике отсутствовал ($I_г$=0). В этом случае говорят, что мост уравновешен. Поскольку, согласно закону Ома $I_г R_г = |\varphi_b - \varphi_d|$, то мост будет уравновешен,

если $\varphi_b = \varphi_d$, т.е. когда $\varphi_a - \varphi_d = \varphi_a - \varphi_b$ и $\varphi_b - \varphi_c = \varphi_d - \varphi_c$. Так как ток через гальванометр не идёт, то I_1=I_2 и I_3=I_4. Тогда

$$\left.\begin{aligned} I_1R_1 &= I_3R_3, \\ I_2R_2 &= I_4R_4; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}}.$$

Такую мостовую схему можно применять для измерения одного из неизвестных сопротивлений, например, R_1=$\dfrac{R_2R_3}{R_4}$, если известны сопротивления R_2, R_3 и R_4 или хотя бы известно сопротивление R_2 и отношение сопротивлений $\dfrac{R_3}{R_4}$.

Рис. 22. *Магазин сопротивлений*

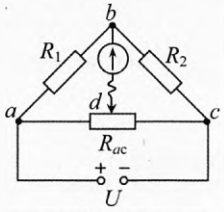


Рис. 23. *Реостат в мостовой схеме*

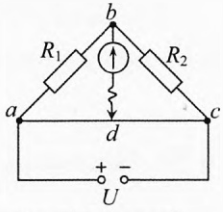


Рис. 24. *Реохорд в мостовой схеме*

Практически в мостиках Уитстона, кроме эталонного сопротивления (или магазина сопротивлений) R_2 и искомого сопротивления R_1 используют реостат, включаемый по схеме потенциометра (рис. 23) или реохорд – калиброванная проволока большого удельного сопротивления (рис. 24). Как правило, реостат (с тремя клеммами: две на краях, а одна на ползуне) использовать удобнее, чем реохорд.

✍ **Пример 8.** В мостовой схеме, приведенной на рис. 24, R_2 – резистор с эталонным сопротивлением, ac – реохорд. R_{10} и R_1 – сопротивления мотка алюминиевой проволоки при температурах t_0=0°C и t=100°C. Когда моток проволоки погрузили в тающий лед, то мост оказался уравновешенным при ad_0=d_0c=25,0 см. При погружении же мотка проволоки в кипящую воду при температуре t=100°C для уравновешивания моста надо переместить контакт так, чтобы ad=29,0 см и dc=21,0 см. Вычислить по этим данным температурный коэффициент сопротивления алюминия.

➥**Решение.** Согласно зависимости сопротивления мотка проволоки от температуры $R_1 = R_{10}(1 + \alpha(t - t_0))$, получим:

$$\alpha = \frac{R_1 / R_{10} - 1}{t - t_0}. \qquad (11)$$

Обозначим сопротивления участков реохорда ad_0 и d_0c через R_{30} и R_{40}, а сопротивления участков ad и dc через R_3 и R_4. Поскольку реохорд изготовляется из однородной по толщине и удельному сопротивлению провода, то

$$\frac{R_{30}}{R_{40}}=\frac{ad_0}{d_0c} \quad \text{и} \quad \frac{R_3}{R_4}=\frac{ad}{dc}.$$

Учитывая полученные выше соотношения между сопротивлениями плеч уравновешенного моста, запишем:

$$\frac{R_{10}}{R_2}=\frac{R_{30}}{R_{40}} \text{ или } \frac{R_{10}}{R_2}=\frac{ad_0}{d_0c}.$$

Тогда сопротивление проволоки при температуре t_0 равно:

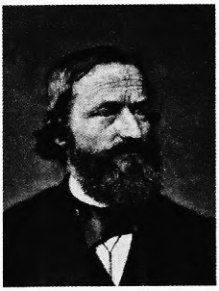
$$R_{10}=R_2\cdot\frac{ad_0}{d_0c}, \text{ то есть } R_{10}=1{,}0\cdot R_2. \quad (12)$$

Аналогично при температуре t:

$$R_1=R_2\cdot\frac{ad}{dc}, \text{ то есть } R_1=\frac{29}{21}\cdot R_2. \quad (13)$$

Подставляя (12) и (13) в (11) найдём температурный коэффициент сопротивления для алюминия $\alpha=\dfrac{29/21-1}{100°\text{C}}=0{,}0038\ \dfrac{1}{°\text{C}}=0{,}0038\ \text{K}^{-1}$.

§ 38. Правила Кирхгофа



Густав Роберт Кирхгоф (1824–1887)

Пользуясь законом Ома, можно рассчитать силу тока на любом участке цепи. Проще всего рассчитывается сила тока в том случае, когда внешняя цепь состоит только из резисторов. Такие расчёты для последовательного, параллельного и смешанного соединений проводников мы уже рассмотрели.

Расчёты разветвленных цепей, содержащих неоднородные участки, значительно сложнее. В соответствии с законом Ома для неоднородного участка цепи в этих случаях требуется знание трёх величин: разности потенциалов на концах этого участка, ЭДС источника тока на этом участке и полного сопротивления участка, включая внутреннее сопротивление источника тока.

Для упрощения расчёта таких цепей немецкий физик Г. Р. Кирхгоф в 1845–1847 годах открыл закономерности протекания электрического тока в разветвленных электрических цепях (правила Кирхгофа), которые на самом деле являются важнейшими системными законами теории электрических цепей.

Первое правило Кирхгофа. Возьмем некоторый участок цепи, в котором сходятся несколько проводов, например семь (рис. 25). Точки разветвления цепи, в которых сходятся не менее трёх проводов, называются узлами и на электрических схемах обозначаются жирными точками.

Если ток втекает в узел, то силу тока считают положительной величиной, а если вытекает – отрицательной.

В нашем случае токи $I_1>0$, $I_2>0$, $I_3>0$, отрицательными будут вытекающие токи $I_4<0$, $I_5<0$, $I_6<0$, $I_7<0$.

Поскольку в узлах заряды не накапливаются и не происходит разрыва потоков движущихся заряженных частиц, то в соответствии с законом сохранения электрического заряда суммарный ток, втекающий в узел, равен по модулю суммарному вытекающему току:

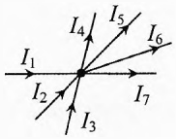


Рис. 25. *Сколько входит, столько и выходит*

$$I_1 + I_2 + I_3 = |I_4| + |I_5| + |I_6| + |I_7|.$$

С учетом знака каждого тока запишем ***первое правило Кирхгофа***.

Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 + I_7 = 0 \quad \text{или} \quad \boxed{\sum_{i=1}^{z} I_i = 0},$$

где z – число сходящихся проводов с токами в узле, в нашем случае z=7.

Второе правило Кирхгофа. Второе правило Кирхгофа устанавливает связь между ЭДС источников и напряжениями в замкнутом контуре разветвленной цепи. Рассмотрим это правило на примере.

✍ **Пример 9.** Источник ЭДС $\mathcal{E}_1$=16 В, его внутреннее сопротивление r_1=1 Ом. ЭДС второго источника $\mathcal{E}_2$=10 В, а его внутреннее сопротивление r_2=0,5 Ом. Сопротивление резистора R=5 Ом. Вычислить токи через источники I_1, I_2 и ток I через резистор R (рис. 26).

➥**Решение.** Попробуем сначала угадать направление токов. Так как $\mathcal{E}_1$ существенно больше $\mathcal{E}_2$, то ток на участке a–r_1–b пойдет по направлению действия сторонних сил ЭДС $\mathcal{E}_1$. Потенциал точки «b» выше потенциала точки «а» (т.к. точка «a» соединена с минусами обоих источников, значит в точке «a» самый низкий потенциал), поэтому в резисторе R ток I пойдет по направлению b-R-a. На участке a-r_2-b ток, скорее всего, пойдет против действия сторонних сил источника $\mathcal{E}_2$, т.к. первый источник создаст между точками «b» и «a» разность потенциалов (скорее всего) больше значения $\mathcal{E}_2$. Если мы угадали направление тока I_2, то его значение в результате вычислений получится положительным, в противном случае – отрицательным.

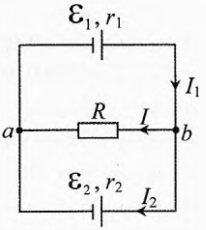


Рис. 26. *Вывод второго правила Кирхгофа*

Запишем закон Ома $I \cdot R = \mathcal{E} + \varphi_н - \varphi_к$ для каждого из трёх участков цепи:

$$\begin{cases} I_1 r_1 = \mathcal{E}_1 + \varphi_a - \varphi_b, \\ I_2 r_2 = -\mathcal{E}_2 + \varphi_b - \varphi_a, \\ I \cdot R = \varphi_b - \varphi_a. \end{cases}$$

Комбинируя третье уравнение с первым, а затем со вторым, получим:

$$I_1 r_1 + I \cdot R = \mathcal{E}_1, \tag{14}$$

$$I \cdot R - I_2 r_2 = \mathcal{E}_2, \tag{15}$$

В нашей схеме всего два узла, по которым текут одни и те же токи. Запишем первое правило Кирхгофа для одного из них, например, для точки *b*:

$$I_1 = I_2 + I. \tag{16}$$

Решая совместно последние три уравнения, получим значения токов на каждом из трёх участков цепи. Из (14) и (15) получим:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - I \cdot R}{r_1}, \tag{17}$$

$$I_2 = \frac{I \cdot R - \mathcal{E}_2}{r_2}. \tag{18}$$

Подставляя (17) и (18) в (16), найдём силу тока через резистор:

$$\frac{\mathcal{E}_1 - I \cdot R}{r_1} = \frac{I \cdot R - \mathcal{E}_2}{r_2} + I \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\mathcal{E}_1 / r_1 + \mathcal{E}_2 / r_2}{R / r_1 + R / r_2 + 1}.$$

После подстановки данных получим: I=2,25 А. Подставляя данные и значение силы тока I в (17) и (18), получим: I_1=4,75 *А*; I_2=2,5 *А*. Убедимся, что $I_1 = I_2 + I$.

Обратим внимание на то, что исходные уравнения закона Ома для каждого участка цепи можно не писать, а сразу записывать уравнения (14) и (15), которые представляют собой запись второго правила Кирхгофа для двух замкнутых контуров *a*-r_1-*b*-*R*-*a* и *a*-r_2-*b*-*R*-*a* (рис. 27). Слева в этих уравнениях стоит сумма напряжений в замкнутом контуре, а справа – алгебраическая сумма ЭДС этих контуров. Чтобы правильно пользоваться вторым правилом Кирхгофа для расчёта электрических цепей, нужно верно указывать условные знаки напряжений и ЭДС, которые определяются с помощью порядка обхода контура.

Направление обхода контура можно брать произвольно. Знаки ЭДС источников при обходе контура берутся с плюсом, когда внутри источника обход происходит от его «–» к «+», и со знаком минус, если при обходе контура сначала встречается «+» источника, а затем «–». Обратим внимание, что при использовании второго правила Кирхгофа неважно, положительную или отрицательную работу совершает ЭДС этого источника.

Если изменить направление обхода, то все ЭДС в контуре поменяют свои знаки.

Напряжение $I_i \cdot R_i$ на участке при обходе контура берется со знаком «+», если направление тока совпадает на этом участке с направлением обхода, и со знаком «–» в противном случае.

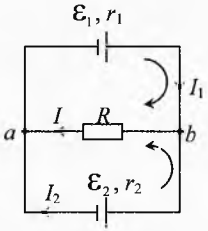


Рис. 27. *Второе правило Кирхгофа*

В нашем примере уравнение (14) составлено так, что обход его происходит по часовой стрелке. Направления токов I и I_1 совпали (случайно) с направлением обхода, поэтому оба напряжения $I_1 \cdot r_1$ и $I \cdot R$ оказались положительными. ЭДС $\mathcal{E}_1$ тоже оказалась положительной знаку с точки зрения второго правила Кирхгофа для этого контура, т.к. при обходе по часовой стрелке источник $\mathcal{E}_1$ обходили от «–» к «+».

Во втором контуре a-r_2-b-R-a напряжение IR положительно, т.к. направление тока I в резисторе R совпадает с направлением обхода этого контура, а напряжение $I_2 \cdot r_2$ отрицательно, т.к. направление тока I_2 не совпадает с направлением обхода.

ЭДС $\mathcal{E}_2$ в этом контуре взято со знаком плюс, т.к. его обход против часовой стрелки происходил от «–» источника $\mathcal{E}_2$ к его «+». Хотя по закону Ома его ЭДС отрицательна, так как сторонние силы этого источника совершили отрицательную работу.

Сформулируем ***второе правило (закон) Кирхгофа***.

Алгебраическая сумма напряжений в любом замкнутом проводящем контуре равна алгебраической сумме ЭДС источников в контуре:

$$\sum U_i = \sum \mathcal{E}_i \quad \text{или} \quad \sum I_i \cdot R_i + \sum I_i \cdot r_i = \sum \mathcal{E}_i .$$

ЭДС берется со знаком плюс, если при обходе источника сначала проходят «–», а затем «+», то есть когда в направлении обхода источник повышает потенциал в цепи.

Напряжение берется со знаком «+», если направление тока на участке совпадает с направлением обхода контура в нём.

В качестве примера запишем второе правило Кирхгофа для участка a-r_1-b-r_2-a.

За положительное направление обхода возьмем направление по часовой стрелке (рис. 28). На первом участке a-r_1-b направление тока I_1 совпадает с направлением обхода, значит, напряжение $I_1 \cdot r_1 > 0$. На участке b-r_2-a направление тока I_2 также совпадает с направлением обхода, значит, $I_2 \cdot r_2 > 0$. Источник $\mathcal{E}_1$ обходим от «–» к «+», значит, $\mathcal{E}_1 > 0$. Источник $\mathcal{E}_2$ обходим от

«+» к «–», значит, $\mathcal{E}_2<0$. Таким образом, при обходе по часовой стрелке этого контура второе правило Кирхгофа примет вид

$$I_1 \cdot r_1 + I_2 \cdot r_2 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 .$$

Если же изменить направление обхода в этом контуре, то знаки всех слагаемых поменяются:

$$-I_1 \cdot r_1 - I_2 \cdot r_2 = -\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 .$$

Но на результат решения задачи изменение направления обхода не повлияет.

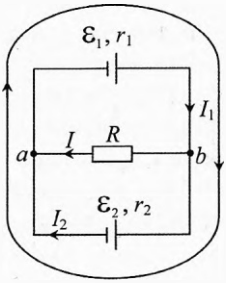


Рис. 28. *Второе правило Кирхгофа*

Используя правила Кирхгофа для расчёта электрических цепей, количество уравнений для узлов по первому правилу нужно составлять на одно меньше, чем узлов в схеме, а по второму правилу количество уравнений должно быть на одно меньше, чем контуров в схеме.

Лирическое отступление

Второе правило Кирхгофа во многих случаях помогает упростить расчёт цепей. Но применять его имеет смысл, если Вам приходится решать много задач на эту тему. Если же нужно решить задач немного, то полезнее, как в нашем случае, написать закон Ома для каждого участка разветвленной цепи и первое правило Кирхгофа для узлов и решить их. Ведь при записи закона Ома $I \cdot R = \mathcal{E} + \varphi_н - \varphi_к$ меньше мороки. Действительно, в законе Ома произведение $I \cdot R$ всегда положительно, ЭДС положительна тогда, когда этот источник совершает положительную работу, то есть когда ток в этом источнике идёт в нём от «–» к «+». А разность потенциалов вычисляется тоже просто: от потенциала $\varphi_н$ начала участка (где ток входит в участок) отнимается потенциал $\varphi_к$ конца участка.

А если Вы непрочно усвоите закон Ома, а потом неглубоко изучите второе правило Кирхгофа, то в голове будет каша, и можете при решении задач не разобраться, «как ходят, как сдают» (В. С. Высоцкий, советский актёр, поэт и автор-исполнитель песен).

Следует, однако, отметить, что закон Ома для полной цепи можно использовать только в частном случае, когда все источники подключены последовательно. И в электротехнике он потерял самостоятельное значение. Правила же Кирхгофа позволяют рассчитать любые цепи. Знаки токов и ЭДС выбираются в них формально, но согласованно.

Кстати, закон Ома для полной цепи можно рассматривать как частный случай второго правила Кирхгофа в неразветвленной цепи для случая, когда направление обхода совпадает с направлением тока.

Тогда сила тока во всех элементах цепи положительна, а формальный знак ЭДС, связанный с направлением обхода контура цепи, совпадает с истинным, то есть ЭДС истинно положительна тогда, когда сторонние силы источника совершают положительную работу.

Правила (законы) Кирхгофа являются системными законами электрических цепей. Системными они являются потому, что определяются только структурой (схемой) цепи и не зависят от специфики элементов цепи.

§ 39. Амперметр и вольтметр

Амперметр *– это прибор для измерения силы тока. Подключается последовательно с нагрузкой или источником электрической энергии.*
Вольтметр *– это прибор для измерения напряжения (разности потенциалов). Подключается параллельно нагрузке или источнику электрической энергии.*

Амперметр, расчёт шунтов. Амперметр состоит из гальванометра (высокочувствительного электроизмерительного прибора, реагирующего на малое напряжение) и параллельно подключенного к нему резистора. Сопротивление этого резистора $R_ш$, называемого шунтом, значительно меньше, чем у гальванометра $R_г$.

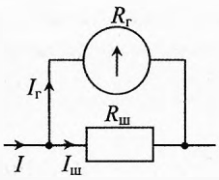


Рис. 29. *Принципиальная схема амперметра*

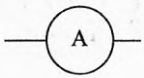


Рис. 30. *Обозначение амперметра*

На рис. 29 изображена принципиальная электрическая схема, а на рис. 30 – условное обозначение амперметра: кружок диаметром 10 мм и буква А внутри.

Разберём на примере, как рассчитать сопротивление шунта к гальванометру, необходимого для получения амперметра с требуемым диапазоном измерения силы тока.

✍ **Пример 10.** На школьном демонстрационном гальванометре (от амперметра) указаны сопротивление прибора $R_г$=385 Ом и цена деления (силы тока, вызывающая отклонение стрелки на одно деление) $ц=3{,}8\cdot10^{-5}\ \frac{А}{дел}$. Вся шкала имеет z=10 делений. Каковы сопротивления приложенных к гальванометру двух шунтов, делающих прибор амперметром с пределами измерения I_1=3 *А* и I_2=10 А?

➥**Решение.** Максимальное значение силы тока, проходящего через гальванометр:

$$I_г=ц\cdot z;\quad I_г=3{,}8\cdot10^{-5}\ \frac{А}{дел}\cdot 10\ дел=3{,}8\cdot10^{-4}\ А.$$

Общий ток, проходящий через амперметр, равен сумме токов через гальванометр и шунт

$$I=I_г+I_ш. \quad (19)$$

Напряжение на гальванометре и шунте одинаково, т. к. они соединены параллельно

$$U_г=U_ш.$$

Или с учетом закона Ома

$$I_г R_г=I_ш R_ш \quad \Rightarrow \quad I_ш=\frac{I_г R_г}{R_ш}. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (19), получим:

$$\boxed{I=I_г\left(1+\frac{R_г}{R_ш}\right)}.$$

Сила тока, протекающего через амперметр, прямо пропорциональна силе тока через гальванометр.

Из последнего уравнения получим сопротивление шунта:

$$\boxed{R_ш=\frac{R_г}{I/I_г-1}}. \quad (21)$$

Это есть формула для расчёта сопротивления шунта к гальванометру с известными $R_г$ и $I_г$ на требуемый диапазон измерений силы тока.

Вычислим сопротивление шунта при максимальной силе тока через амперметр I_1=3 А:

$$R_{ш1}=\frac{385\ \text{Ом}}{3\ \text{А}/(3{,}8\cdot 10^{-4}\ \text{А})-1}\approx 0{,}0488\ \text{Ом}=48{,}8\ \text{мОм}.$$

Во втором случае для I_2=10 А: $R_{ш2}\approx 0{,}0146\ \text{Ом}=14{,}6\ \text{мОм}$.

Если мы хотим использовать этот гальванометр для измерения силы тока до I_3=100 А, то нужно подобрать соответствующий шунт R_3 по той же формуле (21). Однако с расширением диапазона измерения тока во столько же раз уменьшается чувствительность прибора, так как возрастает цена деления.

Примечание. Как видно из нашего примера, общее сопротивление амперметра во много раз меньше сопротивления гальванометра. Поскольку амперметр включается в цепь последовательно, то через него проходит весь ток участка цепи. Значит, сопротивление амперметра должно быть во много раз меньше сопротивления участка цепи, чтобы его подключение не повлияло на силу тока в цепи.

Сопротивление идеального амперметра равно нулю.

Вольтметр, расчёт дополнительных сопротивлений. Вольтметр измеряет напряжение (разность потенциалов) на самом себе. Поскольку он

подключается параллельно к элементу цепи, на котором нужно измерить разность потенциалов, то такая же разность потенциалов будет на этом элементе.

Вольтметр состоит из гальванометра (такого же как для амперметра или другого) и последовательно подключенного к нему дополнительного сопротивления $R_д$ (рис. 31). Условное обозначения амперметра: кружок диаметром 10 мм и буква *V* внутри (рис. 32).

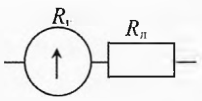


Рис. 31. *Принципиальная схема вольтметра*

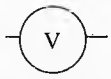


Рис. 32. *Обозначение вольтметра*

Разберём на примере, как рассчитать дополнительное сопротивление к гальванометру, необходимое для получения вольтметра с требуемым диапазоном измерения напряжения.

✍ **Пример 11.** На школьном гальванометре (от вольтметра) указаны сопротивление прибора $R_г$=2,3 Ом и напряжение, которое надо подать, чтобы стрелка отклонилась на одно деление, ц=$1{,}4\cdot10^{-3}\,\frac{\text{В}}{\text{дел}}$. Вся шкала имеет z=10 делений. Найти, каким должно быть сопротивление добавочного резистора, чтобы прибор можно было использовать в качестве вольтметра с пределом измерений U_1=5 В , U_2=15 В.

➥**Решение.** Максимальное напряжение на гальванометре равно:

$$U_г = ц\cdot z = 1{,}4\cdot10^{-3}\,\frac{\text{В}}{\text{дел}}\cdot 10\ \text{дел} = 0{,}014\ \text{В}.$$

Напряжение, которое должен измерять вольтметр, равно напряжению на гальванометре и дополнительном сопротивлении:

$$U = U_г + U_д. \qquad (22)$$

Сила тока, текущего через гальванометр и дополнительное сопротивление, одинаковы $I_г = I_д$. Используя закон Ома, получим:

$$\frac{U_г}{R_г} = \frac{U_д}{R_д} \quad\Rightarrow\quad U_д = \frac{U_г R_д}{R_г}. \qquad (23)$$

Подставим (23) в (22):

$$U = U_г + \frac{R_д}{R_г}U_г \quad\Rightarrow\quad \boxed{U = U_г\left(1+\frac{R_д}{R_г}\right)}.$$

Напряжение, измеряемое вольтметром, прямо пропорционально напряжению на гальванометре.

Поэтому, увеличив цену деления в $(1+\frac{R_д}{R_г})$ раз, можно сделать нужную градуировку на приборе, чтобы измерять вместо напряжения гальванометра $U_г$ интересующее нас напряжение U.

Из последнего уравнения выразим формулу для вычисления дополнительного сопротивления к гальванометру, необходимого для получения вольтметра с требуемым диапазоном измерения напряжения

$$R_д = R_г\left(\frac{U}{U_г}-1\right).$$

В первом случае U_1=5 В, $R_{д1} = 2{,}3\ \text{Ом}\cdot(\frac{5\ \text{В}}{0{,}014\ \text{В}}-1)$=819 Ом.

Если нужно измерять напряжение от 0 до U_2=15 В, то необходимое дополнительное сопротивление к тому же гальванометру:

$$R_{д2} = 2{,}3\ \text{Ом}\cdot(\frac{15\ \text{В}}{0{,}014\ \text{В}}-1)=2462\ \text{Ом}\approx 2{,}46\ \text{кОм}.$$

Примечание. Поскольку вольтметр подключается параллельно к участку цепи, на котором измеряет напряжение, то часть тока идёт на него, то есть вольтметр влияет на распределение тока в цепи, но его задача не влиять, а измерять.

Поэтому сопротивление идеального вольтметра должно быть равно бесконечности.

По крайней мере оно должно быть во много раз больше сопротивления участка цепи, на котором измеряется напряжение.

Шунты и дополнительные сопротивления подбираются с большой точностью. То есть значения $R_ш$ и $R_д$ рассчитываются с точностью не менее 3–4 знаков.

✍ **Пример 12.** Сопротивление гальванометра равно $R_г$=200 Ом, и при силе тока $I_г$=100 мкА стрелка отклоняется на всю шкалу. Резистор какого сопротивления надо подключить, чтобы прибор можно использовать как вольтметр для измерения напряжения до U=2 В? Шунт какого сопротивления надо подключить к этому гальванометру, чтобы его можно было использовать как миллиамперметр для измерения силы тока до I=10 мА?

➥**Решение.** Рассчитаем сначала дополнительное сопротивление резистора $R_д$ для получения вольтметра (рис. 33). Согласно формуле для расчёта дополнительного сопротивления

$$R_д = R_г\left(\frac{U}{U_г}-1\right).$$

Напряжение на гальванометре:

$$U_г = I_г \cdot R_г;\ U_г = 10^{-4}\ \text{А} \cdot 200\ \text{Ом} = 0{,}02\ \text{В}.$$

$$R_д = 200\ \text{Ом}\cdot\left(\frac{2\ \text{В}}{0{,}02\ \text{В}}-1\right) = 19{,}8\ \text{кОм}.$$

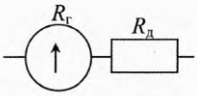


Рис. 33. *Вольтметр*

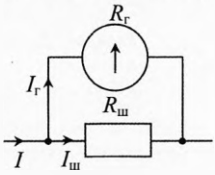


Рис. 34. *Амперметр*

А теперь, превратив гальванометр в миллиамперметр (рис. 34), найдём сопротивление шунта $R_ш$. Согласно формуле для расчёта сопротивления шунта:

$$R_ш = \frac{R_г}{I/I_г - 1},\quad R_ш = \frac{200\ \text{Ом}}{10^{-2}\ \text{А}/(10^{-4}\ \text{А})-1} = 2{,}02\ \text{Ом}.$$

✓ **Ответ.** Чтобы данный гальванометр превратить в вольтметр на 2 В, необходимо подключить дополнительное сопротивление $R_д$=19,8 кОм. А чтобы использовать его в качестве миллиамперметра нужен шунт сопротивлением $R_ш$=2,02 Ом.

Упражнения

1 Что показывает вольтметр: напряжение на нём или разность потенциалов между его клеммами?

2 Что показывает вольтметр на участке цепи?

3 Амперметр рассчитан на измерение силы тока до 1 А. Его сопротивление равно r=0,5 Ом. Рассчитать сопротивление шунта, необходимого для расширения предела измерений до 5 А.

4 Вольтметр рассчитан на измерение до 150 В. Его внутреннее сопротивление r=5 кОм. Какие нужно подключить добавочные сопротивления для расширения пределов до 300 В? 600 В?

5 Определить внутреннее сопротивление прибора и добавочное сопротивление, если ток в I=30 мА отклоняет стрелку прибора на всю шкалу. Пределы измерения прибора с добавочным сопротивлением U_1=450 В, а без него U_2=150 В.

6 Цепь состоит из бесконечного числа ячеек, состоящих из одинаковых резисторов r (рис. 35). Найти сопротивление такой цепи.

7 На сколько равных частей требуется разрезать проводник сопротивлением R_1=64 Ом, чтобы, соединив эти части параллельно, получить сопротивление R_2=1 Ом.

8 Ученик ошибочно составил цепь, схема которой приведена на рис. 36. Определить, какими будут приблизительно показания приборов, если напряжение на полюсах источника U=2 В.

9 Имеется источник тока напряжением 6 В, реостат сопротивлением 30 Ом и две лампочки, на которых написано 3,5 В, 0,35 А и 2,5 В, 0,5 А. Как собрать цепь, чтобы лампочки работали в нормальном режиме?

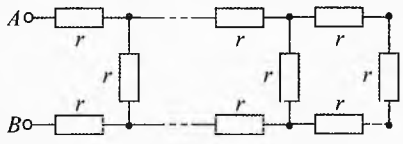


Рис. 35. *Бесконечная цепочка резисторов*

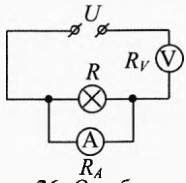


Рис. 36. *Ошибочная схема подключения*

10 Найти силу тока через источник сразу после замыкания ключа К и заряд конденсатора в установившемся режиме в схеме (рис. 37), если C=1 мкФ, R_1=4 Ом, R_2=7 Ом, R_3=3 Ом, U=11 В.

11 Что покажет вольтметр при подключении его к источнику с ЭДС $\mathcal{E}$=150 В и внутренним сопротивлением r=4 Ом, если сопротивление вольтметра: 1) R_{V1}=1 кОм, 2) R_{V2}=10 кОм?

12 Чувствительность гальванометра сопротивлением R_0=260 Ом необходимо уменьшить в 10 раз. Какой для этого требуется шунт?

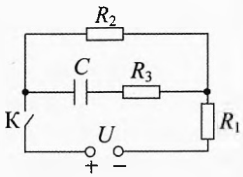


Рис. 37. *Максимальные сила тока и заряд*

13 Во сколько раз увеличится верхний предел шкалы вольтметра сопротивлением R_0=1 кОм, если присоединить к нему последовательно резистор сопротивлением $R_д$=9 кОм.

14 Шесть элементов с ЭДС $\mathcal{E}$=1,1 В и внутренним сопротивлением r=3 Ом каждый соединены по два последовательно в три параллельные группы. Начертить схему. Определить силу тока во внешней цепи сопротивлением R=2 Ом.

15 Шесть одинаковых резисторов сопротивлением R каждый соединены так, как показано на рис. 38. Найти сопротивление резисторов между точками 1 и 12.

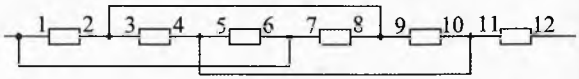


Рис. 38. *Сопротивление сложной схемы*

16 В распоряжении имеются 3 лампы накаливания с номинальной мощностью работы $P_1=P_2=P_3$=40 Вт и 2 лампы с номинальной мощностью $P_4=P_5$=60 Вт. Каждая лампа рассчитана на напряжение $U_н$=110 В. Каким образом нужно подключить эти пять ламп к сети с напряжением U=220 В, чтобы они работали в нормальном режиме?

Решения, указания и ответы для самоконтроля

1 Вольтметр измеряет напряжение на себе. Но поскольку он не вырабатывает ЭДС, то это напряжение равно разности потенциалов между его клеммами.

2 Вольтметр показывает разность потенциалов между точками цепи, к которым он подключен.

3 См. рис. 39: $\left.\begin{array}{l} I_1 r_1 = I_ш R_ш \\ I = I_1 + I_ш \end{array}\right| \Rightarrow R_ш = \dfrac{r_1}{I/I_1 - 1} = 0{,}125$ Ом.

4 См. рис. 40: $I=\frac{U_г}{r}$, $I=\frac{U_д}{R_д}$, $U=U_г+U_д$; $\Rightarrow$ $R_д=r\cdot(\frac{U}{U_г}-1)$. $R_{д1}$=5 кОм, $R_{д2}$=15 кОм.

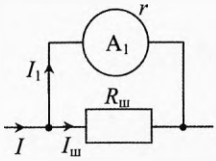


Рис. 39. *Расчёт шунта*

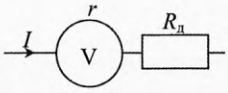


Рис. 40. *Расчёт добавочного сопротивления*

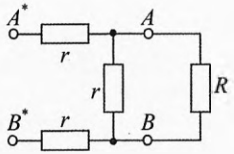


Рис. 41. *Эквивалентная схема*

5 См. рис. 40: $r=U_2/I$=5 кОм; $U_1=I\cdot(R_д+r)$ $\Rightarrow$ $R_д=U_1/I-r$=10 кОм.

6 Пусть полное сопротивление цепи равно R. Поскольку цепь бесконечная, то при добавлении к точкам A и B ещё одного звена общее сопротивление цепи не изменится (рис. 41).

Посчитаем сопротивление между точками A^* и B^*:

$$R=r+r+\frac{R\cdot r}{R+r}.$$

Решая, получим: $R^2-2rR-2r^2=0$; $R=r(1+\sqrt{3})\approx 2{,}73\cdot r$.

7 $R_1=\frac{\rho l}{S}$; $R_2=\frac{\rho l/n}{nS}=\frac{R_1}{n^2}$; $\Rightarrow$ $n=\sqrt{R_1/R_2}$=8.

8 $I_A=\frac{U}{\frac{RR_A}{R+R_A}+R_V}\cdot\frac{R}{R+R_A}\approx 0$; $\qquad U_V=\frac{U}{\frac{RR_A}{R+R_A}+R_V}\cdot R_V\approx U=2$ В.

9 Лампочки соединить последовательно. На реостате установить сопротивление 23 Ом и подсоединить его параллельно к первой лампочке (рис. 42).

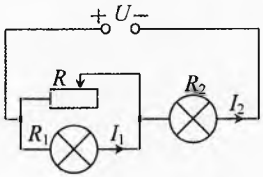


Рис. 42. *Подбор схемы подключения*

10 Сразу после замыкания ключа:

$U_C=0$; $R=R_1+\frac{R_2\cdot R_3}{R_2+R_3}$=6,1 Ом; $I_0=\frac{U}{R}$=1,8 А.

В установившемся режиме:

$$I_3=0;\ U_C=U_2=I_2R_2;\ I_1=I_2=\frac{U}{R_1+R_2};$$

Заряд конденсатора: $q=C\cdot U_C=\frac{CU\cdot R_2}{R_1+R_2}$=7 мкКл.

11 $I=\frac{\varepsilon}{R_r+r}$; $U_V=I\cdot R_V$; $\Rightarrow$ $U_V=\frac{\varepsilon}{R_V+r}\cdot R_V$; U_{V1}=149,4 В, U_{V2}=149,9 В.

12 $R_ш=\frac{R_0}{n-1}$=29 Ом.

13 $n=\frac{R_д}{R_0}+1=10$.

14 $I = \dfrac{2\mathcal{E}}{R + 2r/3} = 0{,}55$ А.

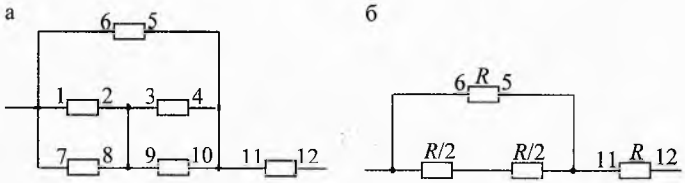


Рис. 43. *Эквивалентные схемы*

15 Преобразуем схему к виду, изображенному на рис. 43а.

Резисторы 1-2 и 7-8 соединены параллельно. Их суммарное сопротивление равно $R/2$. Резисторы 3-4 и 9-10 тоже соединены параллельно. Их суммарное сопротивление тоже равно $R/2$. Эквивалентная схема изображена на рис. 43б, сопротивление которой можно легко посчитать: $R_{общ} = \dfrac{R \cdot (R/2 + R/2)}{R + (R/2 + R/2)} + R = 1{,}5R$.

16 Найдём сопротивление лампы мощностью P_1:

$$P_1 = \frac{U_н^2}{R_1}: \; R_1 = \frac{U_н^2}{P_1} = 302{,}5 \text{ Ом}.$$

Сопротивление лампы мощностью P_4:

$$R_4 = \frac{U_н^2}{P_4} = 201{,}7 \text{ Ом}.$$

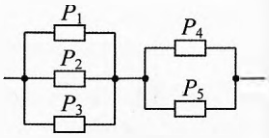


Рис. 44. *Подбор схемы подключения*

Сопротивление трёх ламп мощностью P_1, соединенных параллельно:

$$R_1/3 = 100{,}8 \text{ Ом}.$$

Сопротивление двух ламп мощностью P_4, соединенных параллельно:

$$R_4/2 = 100{,}8 \text{ Ом}.$$

Получились одинаковые значения, значит, если соединить лампы так, как показано на рис. 44, то напряжение U=220 В разделится пополам, и на каждой лампе оно будет равно номинальному напряжению $U_н$=110 В.

Глава 4. Электрический ток в металлах

Истина так нежна, что чуть только отступил от неё, впадаешь в заблуждение; но и заблуждение это так тонко, что стоит только немного отклониться от него, и оказываешься в истине.

Блез Паскаль

§ 40. Электрический ток в металлах

Известно, что носителями электрического тока в металлах, находящихся в твёрдом состоянии, являются свободные, отрицательно заряженные частицы – электроны. Но с помощью каких опытов можно обосновать, что именно свободные электроны, то есть электроны, слабо связанные с ионами кристаллической решетки, переносят электрический ток?

Карл Виктор Эдуард Рикке (1845–1915)

Леонид Исаакович Мандельштам (1879–1944)

Николай Дмитриевич Папалекси (1880–1947)

Немецкий физик Карл Виктор Эдуард Рикке пропускал в течение года электрический ток через три поставленные друг на друга цилиндра – медный, алюминиевый и снова медный. За это время через цилиндры прошёл заряд примерно 3,5 миллиона кулонов, и никакого проникновения металлов друг в друга не произошло. Следовательно, ионы кристаллической решетки не участвуют в электрической проводимости.

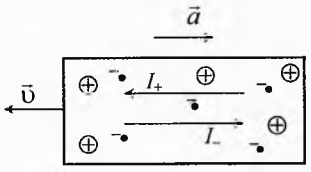


Рис. 1. *Возбуждение тока при резком торможении проводников*

Ещё более определенные выводы о природе носителей тока в металлах позволяют сделать опыты с возбуждением электриче-

ского тока при резком торможении разогнанных предварительно проводников. Идею этих опытов поясняет рис. 1. Представим себе кусок незаряженного металла, движущегося с постоянной скоростью υ относительно Земли. Ионы кристаллической решетки и свободные электроны движутся с одинаковой средней скоростью υ. При этом никакого тока не будет. Если теперь кусок металла затормозить, то связанные в кристаллической решетке положительные ионы будут тормозить с ускорением $\vec{a}$. А свободные электроны благодаря инертности сдвинутся влево. То есть в течение некоторого (небольшого) промежутка времени ток будет идти вправо, ибо движение отрицательно заряженных частиц влево равносильно течению тока I_- вправо.

Если бы носителями электрического тока в металлах были положительно заряженные частицы, то при таком торможении они сместились бы по той же причине влево. Тогда кратковременный ток I_+ был бы направлен влево. И если кусок металла замкнуть на чувствительный гальванометр, то направление отклонения стрелки гальванометра зависело бы от того, какого знака заряд носителей тока.

В 1913 г. русские ученые Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси поставили в г. Страсбурге опыты, пытаясь измерить с помощью баллистического гальванометра заряд, протекающий при крутильных колебаниях проволочной катушки. Они показали факт возникновения тока, но количественных измерений сделать не успели. Им помешала приближающаяся I мировая война.

По идее Лоренца количественные опыты по идентификации носителей тока в металлах в 1916 году осуществили американские физики Томас Дейл Стюарт и Ричард Чейз Толмен.

Ричард Чейз Толмен (1881–1948)

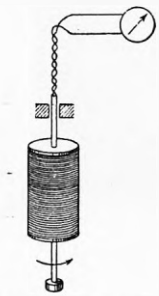


Рис. 2. *Всплеск тока при резкой остановке вращения*

В опытах Стюарта и Толмена катушка из металлической проволоки приводилась в быстрое вращение вокруг своей геометрической оси (рис. 2). Линейная скорость вращения достигала 300 м/с. Концы проволочной обмотки были соединены с очень чувствительным баллистическим гальванометром длинными гибкими проводами, скручивающимися во время вращения катушки. Магнитное поле Земли было тщательно скомпенсировано при помощи специальных неподвижных катушек с электрическим током. Но при равномерном вращении ток в катушке тоже не возникал. Катушку резко затормаживали, и тогда стрелка гальванометра от-

клонялась. Теоретически было заранее вычислено, что через катушку протекал заряд

$$q = \frac{m}{e} \cdot \frac{\upsilon_0 \cdot l}{R}, \qquad (1)$$

где l – длина провода в катушке, она достигала 500 м;

υ_0 – линейная скорость провода перед торможением;

R – общее сопротивление цепи;

m, e – масса и заряд частицы.

Направление отклонения стрелки гальванометра показало, что во всех опытах носителями тока в металлах являются отрицательно заряженные частицы. Удельный заряд $\frac{e}{m}$ в соответствии с формулой (1) во всех случаях в пределах погрешностей оказался таким же, как у электронов в опытах с катодными лучами.

Зная значение элементарного заряда, определили массу m носителей тока в металлах. Она оказалась примерно 10^{-30} кг, что примерно в 2000 раз меньше массы самого легкого атома – водорода.

Это показало, что носителями тока в металлах не могут быть заряженные атомы (ионы). Таким образом, было доказано, что носителями тока в металлах являются отрицательно заряженные частицы – электроны.

§ 41. Молекулярно-кинетическое объяснение закона Ома. Закон Ома в дифференциальной форме

Почему сила тока на участке цепи, состоящем из любого металла, прямо пропорциональна разности потенциалов на его концах в очень широких пределах, даже при таких значениях силы тока, когда металл начинает плавиться?

Опыты, описанные выше, показали, что в металлах имеются электроны, способные перемещаться по металлу. Такие электроны получили название электронов проводимости.

Электроны проводимости движутся в металлах не свободно. Они взаимодействуют (испытывают многочисленные соударения) с положительными ионами кристаллической решетки.

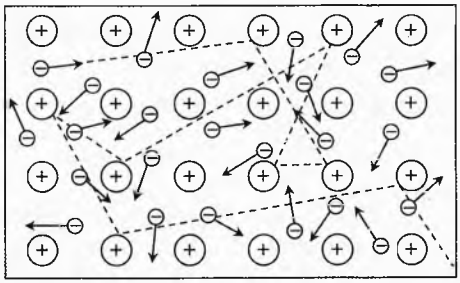


Рис. 3. *Тепловое движение электронов*

При отсутствии внешнего электрического поля электроны проводимости совершают только беспорядочное тепловое движение (рис. 3). Средняя сила тока в любом направлении равна нулю.

При наложении внешнего электрического поля электроны получают дополнительное упорядоченное движение – дрейф благодаря электрической силе, приложенной к каждому электрону. Скорость дрейфа электронов во много раз меньше средней скорости их хаотического движения и составляет доли мм/с.

Пусть в проводнике площадью сечения S длиной l с удельным сопротивлением ρ приложено электрическое поле напряжённостью $\vec{E}$. Согласно классической электронной теории металлов предполагается, что движение электронов подчиняется законам классической механики, пренебрегают взаимодействием электронов между собой, а взаимодействие электронов с положительными ионами сводится только к соударениям, иными словами электроны проводимости рассматривают как электронный газ, подобный идеальному газу.

Пусть под действием электрического поля в проводе установится неизменный ток. На электрон действуют две силы (рис. 4). Первая – электрическая сила $\vec{F}_э$:

$$\vec{F}_э = q_{эл}\cdot\vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_э = -e\cdot\vec{E},$$

где $q_{эл} = -e$ – заряд электрона.

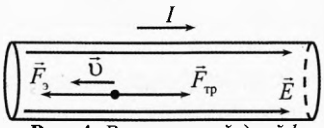


Рис. 4. *Равновесный дрейф электрона в проводнике*

Двигаясь направленно, электрон испытывает многочисленные соударения, то есть на него действует ещё одна сила – сила трения, которая прямо пропорциональна скорости дрейфа:

$$\vec{F}_{тр} = -\beta\cdot\vec{\upsilon},$$

где β – коэффициент сопротивления движению электронов в кристаллической решетки. Знак «–» поставлен потому, что сила трения направлена противоположно скорости.

В установившемся режиме, когда сила тока не изменяется (I=const), среднее значение силы трения $\vec{F}_{тр}$ уравновешивает силу $\vec{F}_э$ электрического поля, приложенную к электрону.

$$F_{тр} = F_э, \quad \beta\cdot\upsilon = e\cdot E \quad \Rightarrow \quad \upsilon = \frac{e}{\beta}\cdot E \quad \text{или} \quad \vec{\upsilon} = -\frac{e}{\beta}\cdot\vec{E}.$$

То есть средняя скорость дрейфа электронов υ прямо пропорциональна напряжённости электрического поля E.

Плотность тока равна $j = e\cdot n\cdot\upsilon$, значит,

$$j = \frac{e^2}{\beta}\cdot n\cdot E.$$

где $\frac{e^2}{\beta} n = \lambda$ – *удельная электропроводность материала*. Тогда:

$$\boxed{j = \lambda \cdot E}. \qquad (2)$$

Плотность тока в твердом проводнике прямо пропорциональна напряжённости электрического поля в нём и удельной электропроводности материала.

Величина, обратная удельной электропроводности есть *удельное сопротивление*:

$$\boxed{\rho = \frac{1}{\lambda}}.$$

Тогда кроме (2) получим еще одно выражения для ***закона Ома в дифференциальной форме***

$$\boxed{j = \frac{E}{\rho}}. \qquad (3)$$

Плотность тока в твердом проводнике прямо пропорциональна напряжённости электрического поля в нём и обратно пропорциональна удельному сопротивлению материала.

Для однородного проводника плотность тока равна

$$j = \frac{I}{S},$$

Напряжённость поля:

$$E = \frac{U}{l}.$$

Решая совместно последние три уравнения, получим:

$$I = \frac{U \cdot S}{\rho l}.$$

Учитывая, что сопротивление проводника равно $R = \frac{\rho l}{S}$, получим ***закон Ома в интегральной форме***.

$$\boxed{I = \frac{U}{R}}.$$

Сила тока прямо пропорциональна напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению проводника.

§ 42. Зависимость сопротивления проводников от температуры

С повышением температуры сопротивление большинства металлических проводников возрастает, а сопротивление электролитов уменьшается.

На небольшом интервале температур для любого металла и электролита удельное сопротивление металла можно считать изменяющимся линейно с температурой:

$$\rho = \rho_0(1+\alpha(t-t_0)),$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при температуре t_0, ρ – удельное сопротивление при температуре t, α – температурный коэффициент сопротивления, который показывает, на какую долю изменяется удельное сопротивление при изменении температуры на 1°С. У металлов $\alpha>0$, у электролитов $\alpha<0$, то есть с увеличение температуры сопротивление электролитов уменьшается.

Температурный коэффициент сопротивления также зависит от температуры. Например, у никеля при изменении температуры от 280 К до 560 К температурный коэффициент возрастает в 2 раза. Также (относительно медленно) он убывает в интервале от 650 К до 750 К. В окрестности точки Кюри* (631 К) он уменьшается в несколько раз. У манганина, наоборот, при увеличении температуры от – 100°С до 150°С температурный коэффициент сопротивления уменьшается (но незначительно – на 2,5%), а со 150°С до 280°С настолько же возрастает.

В школьных задачах температурный коэффициент сопротивления обычно считается неизменным.

Сопротивление однородного проводника длиной l площадью сечения S при температуре t вычисляется по формуле:

$$R = \rho_0 \frac{l}{S}(1+\alpha(t-t_0)).$$

Если при изменении температуры от t_0 до t площадь сечения и длина проводника заметно не изменились, то есть $l \approx l_0$, $S \approx S_0$, то

$$R = R_0(1+\alpha(t-t_0)),$$

где $R_0 = \rho_0 \frac{l}{S}$ – сопротивление проводника при температуре t_0.

---

* Точка Кюри – температура фазового перехода второго рода, связанного со скачкообразным изменением свойств вещества.

Таблица 3. Удельное сопротивление и температурный коэффициент сопротивления металлов и сплавов (при t=20°C)

Вещество	ρ, Ом·мм²/м или 10^{-6} Ом·м	α, 10^{-3} K^{-1}	Вещество	ρ, Ом·мм²/м или 10^{-6} Ом·м	α, 10^{-3} K^{-1}
Металлы					
Алюминий	0,028	4,2	Олово	0,12	4.4
Вольфрам	0,055	4,8	Ртуть	0,958	0,9
Железо	0,098	6,2	Свинец	0,21	3,7
Золото	0,024	4,0	Серебро	0,016	4
Латунь	0,025–0,07	1–7	Сталь	0,12	6
Медь	0,017	4,3	Цинк	0,059	4,2
Сплавы					
Константан	0,50	–0,05	Нихром	1,10	0,1
Манганин	0,45	0,01	Фехраль	1,3	0,1
Никелин	0,42	0,1			

Из табл. 3 видно, что удельное сопротивление металлов, кроме ртути, существенно меньше, чем у сплавов. Температурный же коэффициент сопротивления, наоборот, у всех сплавов значительно меньше, чем у металлов. То есть измерение температуры сплавов существенно не изменяет их электрического сопротивления.

§ 43. Объяснение сопротивления классической теорией и её трудности

Обычный металл представляет собой кристаллическую решетку, в узлах которой находятся положительные ионы. А свободные электроны образуют «электронный газ». Атомы в решетке упакованы очень плотно: среднее расстояние между ними $10^{-8} \div 10^{-7}$ см. И если каждый атом отдаст, по крайней мере, один валентный электрон, то в 1 $см^3$ металла окажется порядка 10^{22} электронов. Это примерно в 1000 раз больше концентрации молекул газа в воздухе при нормальных условиях.

Если проводник подключают к источнику напряжения, то в кристалле возникает электрическое поле, заставляющее свободные электроны двигаться в сторону положительного электрода. Если бы электроны двигались в пустом пространстве, то их скорость постоянно увеличивалась бы. Следовательно, увеличивался бы и ток. Но в проводнике постоянная разность потенциалов создаёт неизменный во времени ток. Ионы в узлах решетки колеблются возле положений равновесия (чем выше температура, тем сильнее эти тепловые колебания). Электроны при движении сталкиваются с ионами, и часть их энергии переходит в тепло. Так возникает электрическое сопротивление, и происходит нагрев проводника. Эта точка зрения отражает классическую теорию сопротивления.

Согласно этой теории электроны сталкиваются со всеми ионами, попадающимися на их пути. Поэтому длина свободного пробега пропорциональна постоянной решетки. При возрастании температуры сопротивление проводника возрастает в несколько раз, тогда как постоянная решетки почти не меняется, так как при нагревании проводник расширяется незначительно. Классическая теория не объясняет этого факта.

Сопротивление чистых металлов сильно убывает с уменьшением температуры. Для многих металлов оно приблизительно пропорционально температуре. При приближении к абсолютному нулю сопротивление чистых металлов становится очень малым. Есть металлы, у которых сопротивление совсем исчезает при температурах, близких к абсолютному нулю. Это явление называется сверхпроводимостью.

Если объяснять наличие сопротивления только столкновениями электронов с атомами, то температурная зависимость чистых металлов становится непонятной. Ведь дело обстоит так, как если бы электроны сталкивались только с атомами, совершающими тепловое движение, но свободно пролетали мимо неподвижных при низких температурах. Это ошибочное мнение равносильно тому, что будто попасть в качающийся маятник легче, чем в неподвижный. Итак, классическая теория не очень хорошо объясняет зависимость сопротивления от температуры особенно при низких температурах.

§ 44. Объяснение сопротивления квантовой теорией

Если бы электроны двигались по законам классической механики, они должны бы были сталкиваться с атомами независимо от того, расположены ли атомы в строгом порядке или движутся хаотично. Обычно мы имеем дело не с одним кристаллом, а с сочетанием множества кристалликов, ориентируемых случайным образом. Точные измерения показывают, что сопротивление поликристаллов мало отличается от сопротивления монокристаллов. К тому же сопротивление поликристаллов сильно уменьшается с уменьшением температуры. Это никак нельзя объяснить движением электронов по законам классической механики. При переходе от одного кристаллика в другой атомный коридор резко меняет свое направление. Электрон должен был бы с разлету столкнуться со стенкой. А он спокойно шествует по атомному лабиринту.

Всё становится на свои места, если представить, что электрону присущи свойства как частицы, так и волны одновременно. Ширина атомных коридоров примерно равна длине волны электрона, и поэтому при движении волновые свойства электрона проявляются в полной мере.

В радиотехнике широкое применение имеют волноводы – металлические трубки круглого или прямоугольного сечения. Радиоволны распространяются по волноводу, следуя за всеми его изгибами. Свет – это тоже электромагнитные волны, и его тоже можно «запрятать» в световод (трубку с зеркальными поверхностями). В последнее время в качестве световодов активно используют стеклянные волокна (оптоволокно). Их можно как угодно изгибать – свет будет послушно следовать вдоль волокна. Действие световода с зеркальными стенками легко понять: световые волны всё время отражаются от стенок и, таким образом, остаются внутри световода. Радиоволны тоже хорошо отражаются от металлических поверхностей. Если же поверхность шероховатая, то волна как бы разбивается о зазубрины и в результате рассеивается и поглощается. Её энергия переходит в тепло.

В квантовой теории прохождение тока через металл описывается как распространение электронных волн по атомным коридорам, играющим роль волноводов. Если атомы расположены на плоскости в идеальном порядке на равных расстояниях друг от друга, то такая плоскость полностью отражает электронные волны. Рассеяние и поглощение волн происходит при нарушении порядка расположения атомов. Часть энергии поглощается и переходит в тепло. Таков квантовый меха-

низм электрического сопротивления. Правильность атомных волноводов нарушается тепловыми колебаниями, на которых рассеиваются электронные волны. Отсюда возникает тепловая часть электрического сопротивления, зависящая от температуры. Охлаждая металл, её можно сделать сколь угодно малой. При этом сохраняется остаточное сопротивление, связанное с дефектами кристаллической структуры.

Коллективные колебания огромного числа частиц вещества аналогичны распространению звуковых волн. Итак, обнаруживается неожиданная связь между электрическим сопротивлением и звуком. Электроны рассеиваются на звуковых волнах, возбуждаемых при тепловом движении кристаллической решетки. Но всякая волна состоит из квантов: у электромагнитной – это фотоны, а у звуковой волны – фононы (от греч. – звук). Фотоны – самые настоящие частицы, вполне равноправные с другими элементарными частицами. Фононы – не совсем равноправные частицы (квазичастицы), они могут существовать только внутри вещества. Колебания ионов решетки создаёт фононный газ. В пустоте фононов нет! Электронные волны рассеиваются на шероховатостях, созданных тепловым движением, то есть звуковыми волнами. Но если звуковую волну описать как поток фононов, то и электроны можно считать как поток частиц. Мы как бы возвращаемся к простому объяснению сопротивления: электронам мешает свободно двигаться то, что они сталкиваются с другими частицами. Но только не с частицами вещества, а со звуковыми квантами – фононами.

Итак, сопротивление – это процесс взаимодействия частиц двух газов: электронного и фононного. Если поле отсутствует, то процессы порождения и поглощения фононов электронами взаимно компенсируются. Если в проводящем кристалле существует электрическое поле, то оно разгоняет электроны, то есть процесс порождения фононов преобладает, их число увеличивается, следовательно, повышается температура проводника – нагревание, вызванное электрическим током.

§ 45. Сверхпроводимость

Сверхпроводимость – квантовое явление. Оно характеризуется двумя важнейшими макроскопическими признаками: 1) отсутствием сопротивления постоянному электрическому току при температуре ниже некоторой критической $T_к$; 2) выталкиванием магнитного поля из объёма сверхпроводника (эффект Мейсснера).

Существует для каждого вещества критическая напряжённость $H_к$ магнитного поля и критическая плотность тока $j_к$, при превышении которых сверхпроводимость исчезает.

Попробуем разобраться, в общих чертах, что же происходит при сверхпроводимости. Почему сопротивление проводника совсем исчезает при определенных условиях в некоторых материалах? Электроны принадлежат к классу фермионов – они имеют спин, равный $h/2$, а его проекция может принимать только два значения: $+h/2$ и $-h/2$, где h=6,626·10^{-34} Дж·с – постоянная планка. Фермионы – это «индивидуалисты», у каждого из них своя волновая функция. Они поодиночке взаимодействуют со всеми препятствиями на своем пути. По законам квантовой механики возникновение незатухающего тока в проводнике станет возможным, когда всех переносчиков заряда будет описывать единая волновая функция.

Это произойдет, если заряженные частицы будут принадлежать к другому классу – классу бозонов, которые имеют целый (в том числе нулевой) спин. В отличие от фермионов бозоны – ярко выраженные «коллективисты». Они не только стремятся собраться вместе, образуя так называемый «бозе-конденсат», но и активно присоединяют к нему свободные бозоны из ближайшего окружения. При этом, чем больше частиц «конденсируется», тем сильнее они воздействуют на окружение. В результате очень скоро практически все бозоны, содержащиеся в объёме, принимают единое квантовое состояние. Возникает как бы одна гигантская «частица», состоящая из большого числа первичных бозонов.

Такое образование активно сопротивляется любому воздействию, стремящемуся изменить состояние кого-либо из членов этого коллектива, то есть вырвать его из «конденсата». И, значит, абсолютно одинаковые, неразличимые бозоны, двигаясь как одно целое сквозь кристалл, не станут реагировать ни на какие препятствия, будь то микроскопические дефекты кристаллической решетки или ионы в её узлах. И если они несут заряды, возникает незатухающий ток сверхпроводимости.

Но электроны, будучи фермионами, такого «конденсата» образовать не могут. Как же тогда возникает сверхпроводимость и откуда в металле взялись бозоны? На этот вопрос ответил Леон Купер – американский физик-теоретик.

В 1956 году он показал, что электроны при определенных условиях могут «слипаться» в пары. При этом их спины обязательно должны быть антипараллельными: $+h/2$ и $-h/2$. Суммарный спин такой куперовской пары оказывается равным нулю – возникает бозон. И вот эти-то бозоны уже без сопротивления движутся по кристаллу.

Образование куперовских пар кажется явлением невероятным: электроны заряжены одноименно и, следовательно, должны отталкиваться. Это, безусловно, верно, но только для пустого пространства. А в кристалле электрон взаимодействует с ионами решетки, притягивая их и создавая избыточный положительный заряд. Его значение может быть больше отрицательного заряда электрона, и тогда соседний электрон втянется в заряженную область.

В сверхпроводнике такое притяжение преобладает над расталкиванием, поэтому все электроны быстро объединяются в пары, они конденсируются, и эта квантовая жидкость без трения (то есть электрического сопротивления) течет по кристаллу. С ростом температуры энергия электронов повышается, куперовские пары распадаются (или не успевают образоваться), и сверхпроводимость исчезает.

Лирическое отступление

Обратим внимание читателя на то, что любая теория – это описание некой идеальной модели поведения вещества или поля, с помощью которой ученые пытаются объяснить разные явления. Полного представления о структуре электрона и его свойствах мы не имеем, но кое-что с помощью этих моделей удаётся описать. И чем больше нюансов описывает теория, тем она лучше. Но может появиться ещё одна замечательная теория, которая опишет ещё больше нюансов, а предыдущая войдет в неё как частный случай, а может даже окажется неверной.

Заметим, что за удачные теории ученых порой награждают премиями, в том числе Нобелевскими, но за практические результаты награждают чаще. Особенно замечательно, когда награждают за работы, где теория подтверждается практикой. Ибо практика – это критерий истины.

§ 46. История открытия и перспективы применения сверхпроводимости

В 1911 г. голландский физик Гейке Камерлинг-Оннес хотел выяснить, сколь малым может стать сопротивление вещества электрическому току, если максимально очистить вещество от примесей и снизить «тепловой шум», т.е. уменьшить температуру. Результат этого исследования оказался неожиданным: при температуре ниже 4,15 К сопротивление почти мгновенно исчезло (рис. 5).

Вначале предполагалось, что какое-то сопротивление в ртути всё же остается и его просто не могут измерить. Но и самые чувствительные приборы не обнаружили сопротивления. Это физическое явление назвали сверхпроводимостью.

Сверхпроводимость прекрасно иллюстрируется следующим опытом. Кольцо из какого-либо сверхпроводящего металла охлаждают жидким гелием. В кольце импульсом магнитного поля наводится электрический ток, и этот ток не исчезает до тех пор, пока поддерживается в металле низкая температура.

Гейке Камерлинг-Оннес (1853–1926)

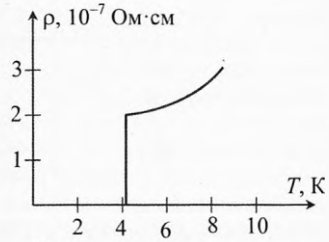


Рис. 5. *Сверхпроводимость при низкой температуре*

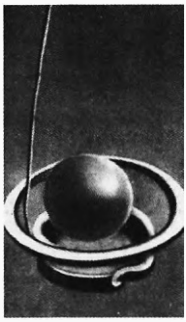


Рис. 6. *Левитация сверхпроводника*

Существование незатухающих токов подтверждают и другие поразительные эксперименты. Опишем один из них. На кольцо, в котором течет незатухающий ток, опускается сверхпроводящий шарик. Магнитное поле кольца индуцирует ток того же направления на поверхности шарика. Так как сопротивление у шарика также равно нулю, индуцированный ток в нём не затухает. Магнитные поля токов кольца и шарика взаимно отталкивают их друг от друга. И вот шарик парит над кольцом: отталкивающая сила преодолевает приложенную к нему силу тяжести (рис. 6).

Список сверхпроводников пополнили многие химические элементы, сплавы и соединения. Их поведение оставалось загадкой вплоть до пятидесятых годов, когда странный эффект получил теоретическое объяснение.

В 1957 году американские ученые Бардин, Купер и

Авторы теории БКШ – Джон Бардин (1908–1991), Леон Нил Купер (р. 1930), Джон Роберт Шриффер (р. 1931)

Шриффер создали свою знаменитую теорию БКШ, описав явление сверхпроводимости на микроскопическом уровне. В 1972 году им была присуждена Нобелевская премия по физике за создание теории сверхпроводимости.

Теория БКШ вскрыла механизм сверхпроводимости. При чрезвычайно низких температурах электроны преодолевают взаимное отталкивание и образуют устойчивые пары (куперовские пары). Они движутся сквозь кристаллическую решетку, не сталкиваясь с атомами и не теряя энергию.

Ученые обнаружили также, что сверхпроводимость возникает и в некоторых сплавах, составные части которых сами по себе не обладают таким свойством. В настоящее время сверхпроводимость обнаружена более чем у 500 сплавов и соединений. Критические температуры перехода в сверхпроводящее состояние образуют интервал почти в два десятка Кельвинов.

В 1933 году немецкий физик Вальтер Фриц Мейсснер (1882–1974) обнаружил, что металл в сверхпроводящем состоянии ведет себя как идеальный диамагнетик – полностью выталкивает магнитное поле, так что магнитный поток внутри него становится равным нулю. Причём это выталкивание происходит вне зависимости от того, было ли поле наложено на материал до его перехода в сверхпроводящее состояние или после.

Чем ниже температура, окружающая сверхпроводник, тем большая напряжённость магнитного поля нужна, чтобы разрушить сверхпроводимость. На рис. 7 дана зависимость критической температуры олова от напряжённости магнитного поля.

Рис. 7. *Критическая температура олова*

При включении внешнего поля на поверхности сверхпроводника по закону электромагнитной индукции действительно наводятся круговые токи. Но их магнитное поле направлено против поля внешнего, так что суммарное поле внутри проводника становится равным нулю. При этом энергия сверхпроводника несколько возрастает. А чем больше энергия системы, тем менее устойчиво её состояние. По мере роста напряжённости внешнего поля система становится неустойчивой настолько, что при достижении критической величины $H_к$ самопроизвольно переходит в более выгодное энергетическое состояние с «нормальной» проводимостью. Сверхпроводимость разрушается.

Вальтер Фриц Мейсснер (1882–1974)

Алексей Алексеевич Абрикосов (р. 1928)

Виталий Лазаревич Гинзбург (1916–2009)

Энтони Джеймс Леггетт (р. 1938)

Создание теории сверхпроводимости послужило мощным импульсом её целенаправленным исследованиям. Без преувеличения, огромный прогресс был достигнут в получении новых сверхпроводящих материалов. Важную роль сыграло открытие академиком А. А. Абрикосовым весьма необычного сверхпроводящего состояния в магнитном поле. Если раньше считалось, что магнитное поле не может проникнуть в сверхпроводящую фазу, не разрушив её (и это действительно верно для большинства чистых металлов), то Абрикосов теоретически показал, что существует и другая возможность – магнитное поле может проникать при определенных условиях в сверхпроводник в виде вихрей тока, сердцевина которых переходит в нормальную фазу, периферия же остается сверхпроводящей! Согласно поведению сверхпроводников в магнитном поле их стали делить на сверхпроводники первого (старые) и второго (открытые Абрикосовым) родов. Важно, что и сверхпроводник первого рода можно перевести во второй, «испортив» его примесями или другими дефектами. Фактически сверхпроводники II рода обнаружил в 1935–1936 годах выдающийся экспериментатор, учитель А.А. Абрикосова Л. В. Шубников с коллегами. К сожалению, через год он был репрессирован и погиб.

Нобелевской премии по физике 2003 года удостоены академик В. Л. Гинзбург, А. А. Абрикосов и Энтони Джеймс Леггетт за вклад в теорию сверхпроводимости.

В настоящее время существует два типа сверхпроводников: низкотемпературные (у которых сверхпроводимость наступает при температурах в единицы кельвинов), и высокотемпературные (температура перехода у них может достигать 135 К). Если первые были открыты очень давно и для них уже существует достаточно ясная теория, то вторые ВТСП (высокотемпературные сверхпроводники) были открыты в 1986 г., и для них пока нет теоретической базы.

В 1986 году был открыт керамический материал, который достигал сверхпроводящего состояния при очень высокой критической температуре T=135 К (–138°С). Почему всё-таки критическая температура керамических материалов так высока? Известно, что электроны в них, как и в других сверхпроводниках, образуют пары. У металлов и их сплавов это наблюдается лишь при температурах ниже –250°С. При более высоких температурах электронные пары распадаются. А вот в керамике такого не происходит. Как полагают, тут начинают действовать магнитные силы, скрепляющие пары электронов. Однако ученые пока не могут детально описать протекающие при этом процессы.

Между тем их применение сулит большие перспективы, в первую очередь, в электротехнике и электроэнергетике. Идеалом бы здесь было создание вещества, являющегося сверхпроводящим при комнатной температуре (КТСП – комнатнотемпературная сверхпроводимость).

Многие современные сверхпроводящие материалы требуют охлаждения жидким гелием до очень низких температур. Чтобы создать и поддерживать эти низкие температуры, необходимы специальные холодильные установки и затраты энергии. Поэтому одна из интереснейших и важных задач современной науки – поиск высокотемпературных сверхпроводников, материалов, у которых сверхпроводимость наступает при существенно более высоких температурах, хотя бы при температуре жидкого азота – ведь охлаждение жидким азотом гораздо дешевле и проще, чем жидким гелием, примерно в 4 раза.

В 1993 году Сергеем Путилиным и Евгением Антиповым на химфаке МГУ им. М.В. Ломоносова была открыта сверхпроводимость у соединений на основе оксида меди. При обычном давлении $HgBa_2Ca_2Cu_3O_{8+x}$ обладает температурой пе-

рехода в сверхпроводящее состояние около 133 К (–140°С), а при повышенном давлении 164 К (–109°С).

В 2015 году был установлен новый рекорд температуры: для H_2S (сероводород) при давлении 100 ГПа (один миллион атмосфер) был зафиксирован сверхпроводящий переход при температуре 203 К (–70°С).

Применение сверхпроводимости. Технологии сверхпроводимости способны решить задачу более эффективного использования энергии. В последнее время сверхпроводимость начали применять в технике.

В 1999 году в Японии введен в пробную эксплуатацию сверхпроводящий кабель, соединяющий две станции метро.

Высокопроводящую керамику, ввиду её хрупкости, стали выпускать не в виде проводов, а в виде тонкой ленты вроде скотча. Ленту наматывают на трубку, по которой течет жидкий азот, охлаждающий её до нужной температуры. Фирма «*American Superconductor*» уже изготовила электродвигатель мощностью 1000 лошадиных сил, где в обмотках электромагнитов вместо медных проводов использованы керамические ленты. Мотор получился на треть легче обычного, да и заметно уменьшился в размерах.

Испытания нового двигателя прошли успешно. Теперь та же самая фирма намерена разработать сверхпроводящие двигатели мощностью от 5000 до 33500 лошадиных сил. Их испытания будут вестись как на заводах, так и на кораблях американского ВМФ. По оценкам экспертов, использование подобных двигателей сулит США ежегодную экономию в миллиарды долларов.

Продукты, разрабатываемые компанией *American Superconductor*, представляют собой такой же технологический прорыв, какой был обеспечен с помощью оптических коммутаторов оптоволоконных сетях, заменивших механические коммуникационные устройства. Эта компания является также лидером в сфере производства сверхпроводящих кабелей. В этой области существуют и другие интересные разработки – так называемые «интеллектуальные антенны» (*smart antennas*), а также наземные и мачтовые усилители, и ряд компаний уже продают эти альтернативные продукты ведущим производителям телекоммуникационного оборудования, таким как *Lucent* и *Nortel*.

Открытие сверхпроводимости позволило создать томографы – медицинские приборы, с помощью которых можно получить изображение внутренних органов человека на основе магнитного резонанса. Томографы обладают гораздо более высокими функциональными возможностями, чем рентгеновское оборудование. Кроме того, томографы безопасны для здоровья человека.

Бурное развитие Интернет-индустрии и телекоммуникаций оказывает всё большее влияние на все области общественной жизни и экономики. По оценкам аналитиков, в скором будущем более 10% от общего объёма потребляемой энергии будет расходоваться на обеспечение работы компьютерного оборудования и функционирования сети Интернет. Даже незначительное повышение эффективности означает серьезную экономию средств для крупных корпораций. Кроме того, если для традиционных отраслей промышленности уровень безотказности источников питания может быть весьма условно приближенным к 100%, то для Интернет-индустрии требуется уровень безотказности, равный 99,9999%. Это означает, что длительность перебоев в работе систем питания может составлять лишь 30 секунд в год. Потребители требуют всё меньших и меньших по размеру устройств связи, однако в результате уменьшения размеров портативных устройств, их способность генерировать мощные сигналы снижается. Кроме того, широкое распро-

странение беспроводной связи приводит к сужению выделяемых диапазонов частот и связанным с этим проблемам радиопомех. С другой стороны, операторы услуг беспроводной связи заинтересованы в том, чтобы минимизировать количество базовых станций и затрат, связанных с их поддержанием без потери качества услуг. И в этом им должны помочь устройства, разрабатываемые на базе технологий сверхпроводимости, способные увеличить эффективность интегральных схем внутри телекоммуникационной инфраструктуры.

В этой связи особый интерес вызывают компании, выпускающие фильтры для повышения эффективности работы сетей мобильной связи третьего поколения. Высокочастотные фильтры способны эффективно защищать сотовые телефоны от помех, создаваемых другими устройствами, работающими в близком частотном спектре. В процессе производства используются особые материалы и технологии, позволяющие охлаждать чипы до уровня, называемого уровнем высокотемпературной сверхпроводимости (T=77 К).

Не удержимся и скажем несколько слов о перспективах применения сверхпроводников. Они поистине фантастичны! Так, сейчас в линиях электропередачи теряется от 20 до 30 процентов всей вырабатываемой в мире электроэнергии. Применение высокотемпературных сверхпроводников для передачи электроэнергии сможет полностью исключить эти потери. Между городами со скоростью 400÷500 км/час помчатся экспрессы на магнитных подушках, создаваемых сверхпроводящими магнитами. ВТСП позволит создать образцы систем связи нового поколения, принципиально новые схемы сверхбыстродействующих компьютеров, чувствительные медицинские томографы и сверхчувствительные диагностические устройства, способные реагировать даже на изменения психического состояния человека.

Упражнения

1 Каково сопротивление реостата с n=80 витками никелиновой проволоки диаметром d=0,8 мм? Диаметр витка D=3 см; $\rho=4{,}2\cdot10^{-7}$ Ом·м.

2 Сопротивление обмотки электромагнита, выполненной из медной проволоки, при t_1=20°С было R_1=2 Ом, а после длительной работы стало R_2=2,4 Ом. До какой температуры нагрелась обмотка? Температурный коэффициент сопротивления при температуре t_0=20°С равен α=0,0043 $К^{-1}$.

3 Электродвигатель удален от генератора на расстояние l=1570 м и работает при напряжении U=220 В и силе тока I=15 А. Сколько по массе требуется медного провода диаметром d=5 мм и каким должно быть напряжение на зажимах генератора? Годится ли такая проводка, если учесть, что падение напряжения в силовых линиях не должно превышать 10% от напряжения на зажимах генератора? Удельное сопротивление меди $\rho_м=1{,}7\cdot10^{-8}$Ом·м; плотность меди $\rho=8{,}9\cdot10^3$ кг/м^3.

4 К концам цепи, состоящей из последовательно включенных резистора сопротивлением R=1 кОм и термистора, подано напряжение U=20 В. При комнатной температуре сила тока в цепи была I_1=5 мА. Когда термистор опустили в горячую воду, сила тока в цепи стала I_2=10 мА. Во сколько раз изменилось в результате нагрева сопротивление термистора?

5 Сила тока в проводнике равна I=10 А. Какова масса электронов, проходящих через поперечное сечение этого проводника за время τ=1 ч?

6 По проводнику, площадь поперечного сечения которого равна S=50 мм^2, течёт ток. Средняя скорость дрейфа электронов проводимости υ=0,282 мм/с, а их концентрация n=7,9·10^{27} м$^{-3}$. Какова сила тока и плотность тока в проводнике?

7 Через два медных проводника, соединенных последовательно, проходит ток. Сравнить скорости упорядоченного движения электронов, если диаметр второго проводника в 2 раза меньше, чем первого.

8 Найти скорость упорядоченного движения электронов в стальном проводнике при напряжённости поля E=96 мВ/м. Концентрация электронов проводимости равна n=10^{28} м$^{-3}$. Удельное сопротивление стали ρ=12·10^{-8} Ом·м.

9 В медном проводе сечением S=0,17 мм^2 сила тока I=0,15 А. Какая сила действует на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля? Удельное сопротивление меди ρ=1,7·10^{-8} Ом·м.

10 После замыкания цепи ток в электрической лампе изменялся так, как показано на рис. 8. Объяснить причину такого изменения. Найти сопротивление нити электрической лампы в холодном и накаленном состоянии, если напряжение в сети постоянно и равно 220 В?

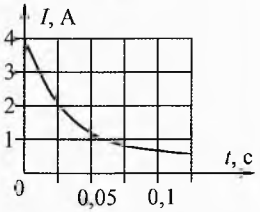


Рис. 8. *Сила тока при включении лампочки*

11 Почему лампочка ярко вспыхивает, если включенный последовательно с ней проволочный резистор поместить в жидкий гелий?

12 Для определения температурного коэффициента сопротивления меди на катушку медной проволоки подают одно и то же напряжение. При погружении этой катушки в тающий лед сила тока I_1=14 А, а при опускании в кипящую воду сила тока равна I_2=10 мА. Найти по этим данным температурный коэффициент сопротивления меди.

13 На баллоне электрической лампы написано: 220 В, 100 Вт. Для измерения сопротивления нити накала в холодном состоянии на лампу подали напряжения U_1=2 В, при этом сила тока была I_1=54 мА. Оценить температуру накала вольфрамовой нити лампы, работающей в номинальном режиме. Температурный коэффициент сопротивления вольфрама считать равным α=0,0048 К$^{-1}$.

14 Нихромовая спираль нагревательного элемента должна иметь сопротивление R=30 Ом при температуре накала t=900°С. Какой длины надо взять проволоку, чтобы сделать эту спираль, если площадь её поперечного сечения S=2,96 мм^2? Температурный коэффициент сопротивления нихрома считать равным α=0,0001 К$^{-1}$. Удельное сопротивление при t_0=20°С равно ρ_0=110·10^{-8} Ом·м.

15 Угольный стержень соединен последовательно со стальным такой же толщины. При каком соотношении их длин сопротивление данной комбинации не зависит от температуры? $\rho_{ст}$=12·10^{-8} Ом·м, $\rho_{уг}$=4·10^{-5} Ом·м, температурный коэффициент сопротивления: $\alpha_{ст}$=0,006 К$^{-1}$, $\alpha_{уг}$=–0,0008 К$^{-1}$?

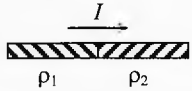


Рис. 9. *Заряд на контакте проводников*

16 По двум последовательно соединенным проводникам одинакового сечения S проходит ток (рис. 9). Удель-

ное сопротивление первого проводника ρ_1, второго – ρ_2 ($\rho_2>\rho_1$). Оценить знак и модуль заряда, возникающего на поверхности контакта проводников, а также поверхностную плотность данного заряда, если сила тока равна I.

Решения, указания и ответы для самоконтроля

1 $R=\dfrac{\rho l}{S}=\dfrac{\rho\cdot(n\cdot\pi D)}{\pi d^2/4}=\dfrac{4\rho Dn}{d^2}$=6 Ом. Это лабораторный школьный реостат.

2 $R_1=R_0[1+\alpha(t_1-t_0)]$; $R_2=R_0[1+\alpha(t_2-t_0)]$;

т.к. $t_1=t_0$, то $t_2=t_1+\dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{R_2}{R_1}-1\right)$=66,5 °C.

3 $m=\rho\cdot V=\rho\cdot S\cdot 2l=\rho\cdot\dfrac{\pi d^2}{4}\cdot 2l=0{,}5\pi\rho Ld^2$=548 кг. Потери напряжения на проводах: $U_{пр}=I\cdot R_{пр}=I\cdot\dfrac{\rho_м\cdot 2l}{S}=\dfrac{8\rho_м l}{\pi d^2}\cdot I$=41 В; $U_{пр}>0{,}10U$, проводка не годится.

4 $U=I_1(R_1+R)$; $U=I_1(R_2+R)$; $\Rightarrow R_1$=3 кОм, R_2=1 кОм, т.е. уменьшилось в 3 раза.

5 $q=I\cdot\tau$; $m=\dfrac{m_e}{e}q=\dfrac{m_e\cdot I\cdot\tau}{e}$=0,2 мг.

6 $j=e\cdot n\cdot\upsilon$=0,36 А/мм^2, $I=j\cdot S$=18 А.

7 $I=j\cdot S=e\cdot n\cdot\upsilon\cdot S\ \Rightarrow\ \dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1}=\dfrac{I/(e\cdot n\cdot S_2)}{I/(e\cdot n\cdot S_1)}=\dfrac{S_1}{S_2}=\left(\dfrac{d_1}{d_2}\right)^2$=4.

8 $j=e\cdot n\cdot\upsilon$, $j=\dfrac{E}{\rho}\ \Rightarrow\ \upsilon=\dfrac{E}{e\cdot n\cdot\rho}$=0,5 мм/с.

9 $j=\dfrac{E}{\rho}$, $j=\dfrac{I}{S}\ \Rightarrow\ E=\dfrac{\rho\cdot I}{S}$; $F=e\cdot E=\dfrac{e\cdot\rho\cdot I}{S}$=2,4·10^{-21} Н.

10 Лампа нагревается, её сопротивление увеличивается, а сила тока уменьшается. В холодном состоянии $R_1=\dfrac{220\text{ В}}{4\text{ А}}$=55 Ом, в накаленном $R_2=\dfrac{220\text{ В}}{0{,}5\text{ А}}$=440 Ом.

11 Сопротивление резистора уменьшается с понижением температуры (возможно, проводник даже перешёл в сверхпроводящее состояние). Общее сопротивление цепи падает, а сила тока возрастает. Поэтому мощность, выделяемая на лампе, увеличивается.

12 $\rho_2=\rho_1(1+\alpha(t_2-t_1))$, $\dfrac{\rho_2}{\rho_1}=\dfrac{R_2}{R_1}=\dfrac{I_1}{I_2}$, $\Rightarrow\ \alpha=\dfrac{I_1/I_2-1}{t_2-t_1}=\dfrac{14/10-1}{100-0}$=0,004 К$^{-1}$.

13 $R_2=R_1(1+\alpha(t_2-t_1))$, $P=\dfrac{U^2}{R_2}$, $R_1=\dfrac{U_1}{I_1}$, $\Rightarrow t_2=t_1+\dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{U^2}{P}\cdot\dfrac{I_1}{U_1}-1\right)$≈2500 °C.

14 $\rho=\rho_0(1+\alpha(t-t_0))$, $R=\dfrac{\rho\cdot l}{S}$, $\Rightarrow\ l=\dfrac{R\cdot S}{\rho_0(1+\alpha(t-t_0))}$=74 м.

15 $R = R_{ст} + R_{уг} = \dfrac{\rho_{ст}(1+\alpha_{ст}\cdot(t-t_0))\cdot l_{ст}}{S} + \dfrac{\rho_{уг}(1+\alpha_{уг}\cdot(t-t_0))\cdot l_{уг}}{S}$, $\Rightarrow$

$R = R_0 + \dfrac{(\rho_{ст}\alpha_{ст}\cdot l_{ст} + \rho_{уг}\alpha_{уг}\cdot l_{уг})\cdot t}{S}$. Общее сопротивление R не зависит от температуры t при $\rho_{ст}\alpha_{ст}\cdot l_{ст} + \rho_{уг}\alpha_{уг}\cdot l_{уг} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{l_{уг}}{l_{ст}} = -\dfrac{\rho_{ст}\alpha_{ст}}{\rho_{уг}\alpha_{уг}} = 0{,}0225 \approx \dfrac{1}{44}$.

16 Напряжённость в первом проводнике: $E_1 = \dfrac{U_1}{l_1} = \dfrac{I\cdot R_1}{l_1} = \dfrac{I\cdot\rho_1\cdot l_1}{l_1\cdot S} = \dfrac{I\cdot\rho_1}{S}$.

Аналогично, напряжённость во втором проводнике $E_2 = \dfrac{I\cdot\rho_2}{S}$, причём $E_2 > E_1$.

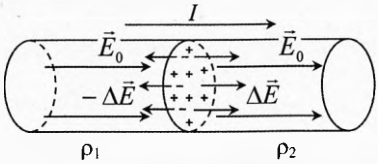


Рис. 10. *Разность напряжённостей создается контактным зарядом*

Различие в напряжённости обеспечивается зарядом на плоской границе проводников (рис. 10). Её заряд уменьшает напряжённость в первом проводнике на $\Delta E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, а во втором – на столько же увеличивает. Значит, $E_1 = E_0 - \Delta E$, $E_2 = E_0 + \Delta E$, или $\dfrac{I\cdot\rho_1}{S} + \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \dfrac{I\cdot\rho_2}{S} - \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, $\Rightarrow$ $\sigma = \dfrac{I\varepsilon_0}{S}(\rho_2 - \rho_1)$, $q = I\varepsilon_0(\rho_2 - \rho_1)$.

Глава 5. Электрический ток в жидкостях

Вы хотите посвятить свою жизнь продажам сладкой воды или хотите пойти со мною и по-настоящему изменить мир?
Стив Джобс
(основатель компании Apple)

С помощью опытов можно убедиться, что многие чистые жидкости очень плохо проводят электрический ток, например, дистиллированная вода, глицерин, керосин и др.

Наоборот, водные растворы солей, кислот и щелочей – хорошие проводники тока. Хотя далеко не всякие водные растворы хорошо проводят электрический ток. Например, раствор сахара в воде является диэлектриком.

Многие неводные растворы, в которых растворителями служат, например, спирты, проводят электрический ток, но у них эти свойства выражены значительно слабее, чем у водных растворов солей, кислот и щелочей.

§ 47. Электролитическая диссоциация

Если мы поместим два металлических электрода в сухой порошок медного купороса $CuSO_4$ и подсоединим их к источнику электроэнергии, то ток не пойдет. Если эти электроды поместить в дистиллированную воду, то сила тока тоже будет очень малой. Размешав же порошок медного купороса в воде, обнаружим, что раствор хорошо проводит электрический ток.

Рудольф Юлиус Эмануэль Клаузиус (1822–1888)

Объяснение этому дал в 1857 г. Клаузиус – один из основоположников молекулярно-кинетической теории вещества. Атомы внутри молекулы совершают беспорядочное тепловое движение. Но обычно энергия этого движения недостаточна для преодоления химических сил притяжения, которые удерживают вместе противоположно заряженные части молекулы.

В растворах, однако, под действием растворителя силы химического притяжения ослабляются, и молекула может на некоторое время ***диссоциировать***, то есть она *распадается на противоположно заряженные ионы*. При встрече положительного и отрицательного ионов может произойти ***рекомбинация***, то есть *соединение ионов в нейтральную молекулу*. Другие

нейтральные молекулы под действием растворителя могут вновь диссоциировать. При неизменной температуре существует термодинамическое равновесие: количество диссоциирующих и рекомбинирующих молекул за равные промежутки времени одинаково.

Доля диссоциированных молекул, называемая коэффициентом или ***степенью диссоциации*** *α, остается неизменной для данного вещества при постоянной температуре и концентрации растворенного вещества. Степень диссоциации α равна отношению числа диссоциированных молекул N_i к общему числу молекул растворенного вещества N:*

$$\alpha = \frac{N_i}{N}.$$

Если $\alpha=1$, то все молекулы диссоциированы, а если $\alpha=0$, то диссоциация отсутствует.

При равновесии между процессами диссоциации и рекомбинации степень диссоциации α и концентрация растворенного вещества n связаны соотношением, называемым ***законом разведения Оствальда***:

$$\frac{1-\alpha}{\alpha^2} = \text{const}_1 \cdot n.$$

В слабых растворах практически все молекулы диссоциированы ($\alpha \approx 1$ при $n \to 0$).

С увеличением концентрации раствора доля диссоциированных молекул убывает. В сильно концентрированных растворах:

$$\alpha \approx \frac{\text{const}_2}{\sqrt{n}}.$$

Возникновение диссоциации в растворах поясним на примере поваренной соли NaCl. Это – полярная молекула, состоящая из положительно заряженного иона натрия Na^+ и отрицательно заряженного иона хлора Cl^-. Молекулы воды также полярны и обладают электрическим полем (дипольным моментом). Когда молекула поваренной соли оказывается между двумя молекулами воды, то эти три полярные молекулы стремятся ориентироваться так, чтобы быть обращенными друг к другу разноименно заряженными частями, как показано на рис. 1. В таком случае молекула воды ослабит связь между ионами натрия и хлора, и энергии теплового движения может оказаться достаточно, чтобы молекула соли распалась на ионы. Когда эти ионы разойдутся достаточно далеко, то воду, разделяющую ионы натрия Na^+ и хлора Cl^-, можно рассматривать как сплошную среду, ослабляющую силу притяжения между ними в $\varepsilon=81$ раз. Это ослабление притяжения уменьшает

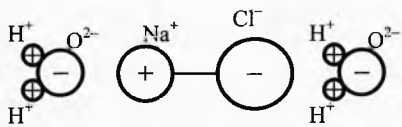


Рис. 1. *Диссоциация поваренной соли*

вероятность рекомбинации ионов. Ясно, что наибольшей диссоциирующей способностью должны обладать растворители с наибольшей диэлектрической проницаемостью. Отсюда понятно, почему водные растворы значительно лучше диссоциируют, а значит, и проводят электрический ток лучше, чем спиртовые, бензиновые и керосиновые растворы. Ведь диэлектрическая проницаемость керосина ε=2,1, что в 34 раза меньше, чем у воды.

§ 48. Электролиты

Жидкие и твёрдые вещества, обладающие ионной проводимостью, то есть проводники, в которых электрический ток обусловлен движением ионов, называются электролитами, или ***проводниками второго рода.*** *В* ***проводниках первого рода*** *(металлах) электрический ток обусловлен движением свободных электронов.*

И протекание тока в металлах не сопровождается никакими химическими процессами. В электролитах же электрический ток сопровождается химическими реакциями на электродах.

В некоторых случаях наблюдается смешанная электропроводность – электронно-ионная, например, в щелочных металлах, растворенных в жидком аммиаке NH_3.

Электролиты с протонной проводимостью являются хорошими проводниками.

К жидким электролитам относятся и расплавы солей (ионные жидкости). Электролитами также называют водные и неводные растворы солей, оснований и кислот.

К природным электролитам относятся ионные кристаллы с дефектами кристаллической структуры и особый класс высокомолекулярных соединений – полиэлектролиты. Электропроводность их очень низка. В твёрдых электролитах проводимость может иногда быть обусловлена движением ионов только одного знака (униполярная проводимость). К таким электролитам относятся, например, хлорид серебра AgCl, в проводимости которого участвуют только ионы серебра Ag^+. В случае хлористого бария $BaCl_2$ участвуют только ионы хлора Cl^-.

Стекло при комнатных температурах является диэлектриком. Однако если нагреть его до температуры в несколько сот градусов по Цельсию, то оно начнет заметно проводить электрический ток, в чем можно убедиться на следующем опыте.

В городскую электрическую сеть через реостат включена стеклянная палочка, на концы *A* и *B* которой намотана голая медная проволока (рис. 2). При

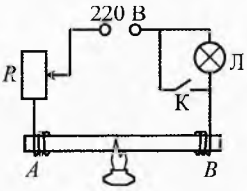


Рис. 2. *Проводимость стекла*

комнатной температуре сопротивление стеклянной палочки составляет десятки миллионов Ом и ток при замыкании будет ничтожно мал. Если палочку нагреть на газовой горелке до 300÷400°С, то её сопротивление уменьшится до 100 Ом и менее, и нить лампочки, включенной с нею последовательно, раскалится. Если после этого убрать горелку и одновременно закоротить лампочку ключом К, то общее сопротивление цепи уменьшится, а ток возрастёт, и стеклянная палочка будет нагреваться электрическим током и раскалится до яркого свечения. В результате чего её сопротивление ещё уменьшится, а ток возрастёт. В конце концов, палочка расплавится.

Чем же объясняется проводимость стекла? Стекло – аморфное тело. Оно представляет собой как бы сильно переохлажденную жидкость, вязкость которой огромна при комнатной температуре. Но стекло является также электролитом, в котором имеются положительные ионы натрия Na^+. При нагревании, когда стекло размягчается и его вязкость сильно уменьшается, ионы в стекле приобретают заметную подвижность. Они-то и являются переносчиками тока в стекле.

§ 49. Движение ионов в электролитах. Подвижность ионов

Движение ионов в электролитах. Ионы в электролитах испытывают многочисленные соударения с другими ионами и молекулами. Поэтому их движение происходит с трением.

Как известно, сила трения, испытываемая телами в жидкостях и газах при малой скорости тела, прямо пропорциональна его скорости. Аналогично сила трения иона пропорциональна его скорости дрейфа (направленного движения):

$$\vec{F}_{тр} = -\beta\vec{\upsilon},$$

где коэффициент трения β зависит от рода иона, растворителя и температуры.

При наличии электрического поля в установившемся режиме сила трения уравновешивает электрическую силу $\vec{F}_э = q_i\vec{E}$, приложенную со стороны поля к иону:

$$\vec{F}_э + \vec{F}_{тр} = 0 \quad \text{или} \quad q_i\vec{E} - \beta\vec{\upsilon} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{\upsilon} = \frac{q_i}{\beta}\vec{E}.$$

Отношение $\frac{q_i}{\beta} = b$ называется ***подвижностью иона***. Тогда

$$\boxed{\vec{\upsilon} = b\vec{E}}. \qquad (1)$$

Таким образом, средняя скорость дрейфа электролитического иона прямо пропорциональна напряжённости электрического поля. Как видно из (1) подвижность b иона (так же как для ионов в газах и электронов в металлах) равна средней скорости иона в поле с напряжённостью равной единице (1 В/м).

В табл. 4 приведены подвижности некоторых ионов для водных растворов малой концентрации при комнатной температуре. С увеличением концентрации раствора подвижность ионов уменьшается, хотя и не очень сильно.

Малые значения подвижности ионов электролитов по сравнению с подвижностями ионов в газах* указывают на то, что силы трения, действующие на ионы, велики. С увеличением температуры вязкость жидкости уменьшается и подвижность ионов возрастает.

Следует отметить, что ионы вследствие электростатического взаимодействия притягивают к себе молекулы растворителя и оказываются окруженными оболочкой из молекул растворителя и движутся вместе с ними. Подобные группы молекул называются сольватами, а в случае водных растворов – гидратами. Из-за сольватизации подвижность ионов существенно уменьшается (ион с сольватной оболочкой аналогичен вельможе со свитой). Из таблицы видно, что наибольшая подвижность у иона водорода H^+, но и он в электрическом поле напряжённостью E=1 В/см перемешается всего на 12 см за час.

Таблица 4. Подвижность некоторых ионов для водных растворов малой концентрации при комнатной температуре

Ион	Подвижность, 10^{-7} м^2/(с·В)	Ион	Подвижность, 10^{-7} м^2/(с·В)
H^+	3,26	OH^-	1,80
K^+	0,669	I^-	0,688
Na^+	0,450	Cl^-	0,667
Li^+	0,346	NO_3^-	0,639

Электропроводность электролитов. Ток в электролитах имеет ряд сходных черт с током в металлах. В электролитах и металлах, в отличие от газов, свободные носители заряда образуются независимо от наличия электрического тока.

Предположим, что молекула диссоциирует на два иона**: положительный и отрицательный.

Вдали от электродов концентрация положительных и отрицательных ионов в электролите одинаковы, поэтому их суммарный объёмный заряд так же, как и в металлах, равен нулю:

$$n_+ = n_- = \alpha \cdot n,$$

где α – коэффициент диссоциации, n – концентрация молекул, способных диссоциировать на ионы.

Плотность тока, создаваемая дрейфом положительных ионов, равна

$$j_+ = n_+ \cdot q_i \cdot \upsilon_+ = \alpha \cdot n \cdot q_i \cdot \upsilon_+.$$

Аналогично для плотности тока отрицательных ионов можно написать:

$$j_- = \alpha \cdot n \cdot q_i \cdot \upsilon_-.$$

Положительные и отрицательные ионы под действием электрического поля движутся в противоположных направлениях. Но движение отрицательных зарядов от катода к аноду равносильно току такого же положительного заряда в обратную

---

* Например, подвижность ионов водорода в воздухе при атмосферном давлении равна $5{,}91 \cdot 10^{-4}$ м^2/(с·В). Это примерно в 2 000 раз больше, чем у ионов водорода в водном растворе.

** Если молекула диссоциирует на большее число ионов, то под q_i надо понимать суммарный заряд положительных ионов, на которые распадается молекула. Например, для реакции $H_2SO_4 = 2H^+ + SO_4^{2-}$ этот заряд равен двум элементарным зарядам: $q_i = 2e$.

сторону. Поэтому суммарная плотность тока через электролит равна арифметической сумме токов ионов обоих знаков:

$$j_{-}=j_{+}+j_{-}=\alpha\cdot nq_i(\upsilon_{+}+\upsilon_{-}).$$

Скорости ионов можно выразить через их подвижности и напряжённость электрического поля в электролите:

$$\upsilon_{+}=b_{+}\cdot E, \qquad \upsilon_{-}=b_{-}\cdot E.$$

Поэтому плотность тока:

$$j=\alpha n\cdot q_i\cdot(b_{+}+b_{-})E.$$

Сила тока в электролите площадью поперечного сечения S:

$$I=j\cdot S=\alpha n\cdot q_i\cdot(b_{+}+b_{-})E\cdot S.$$

Таким образом, сила тока между электродами в электролите прямо пропорциональна концентрации n *молекул электролита, степени их диссоциации* α*, модулю заряда иона* q_i*, суммарной подвижности ионов* $(b_{+}+b_{-})$*, напряжённости поля в электролите и площади электродов.*

Учитывая закон Ома в дифференциальной форме $j=\dfrac{E}{\rho}$ или $j=\lambda E$, получим, что удельная электропроводность электролита:

$$\lambda=\alpha n\cdot q_i\cdot(b_{+}+b_{-}).$$

А удельное сопротивление:

$$\rho=\frac{1}{\alpha\cdot n\cdot q_i(b_{+}+b_{-})}. \qquad (2)$$

С повышением температуры подвижность ионов возрастает, поэтому удельное сопротивление электролитов уменьшается. С другой стороны зависимость удельного сопротивления от температуры выражается формулой:

$$\rho=\rho_0\cdot[1+\gamma(t-t_0)],$$

где γ – температурный коэффициент сопротивления.

С учетом (2) можно сделать следующий вывод.

Температурный коэффициент сопротивления электролитов отрицательный $(\gamma<0)$.

$$\rho=\rho_0\cdot[1-|\gamma|(t-t_0)].$$

Напомним, что у металлов, напротив, с увеличением температуры удельное сопротивление возрастает ($\gamma>0$).

§ 50. Электролиз. Механизм электролиза

В цепи, состоящей из источника и потребителя (металлического проводника), циркулируют заряженные частицы только одного знака – электроны. Электрическое поле не может сдвинуть положительные ионы, находящиеся в узлах кристаллической решетки. Электроны с отрицательного полюса источника движутся по проводнику в сторону положительного полюса. На их место, на отрицательный полюс, сторонние силы источника тут

же смещают электроны со стороны положительного полюса. Сила тока в любом сечении одинакова.

В электролитах же процесс сложнее.

Электролиз *– это окислительно-восстановительный процесс, происходящий при протекании электрического тока через электролит, сопровождающийся выделением компонентов электролита на электродах.*

Между электродами в электролите движутся два встречных потока положительных и отрицательных ионов, причём, как правило, с разными скоростями дрейфа. Общий ток в цепи, измеряемый амперметром, равен арифметической сумме токов ионов обоих знаков внутри электролита:

$$I = (j_+ + j_-)\cdot S \quad \text{или} \quad I = \alpha n \cdot q_i \cdot (b_+ + b_-) E \cdot S.$$

При этом на анод приходят только отрицательные ионы, а на катод – только положительные. Поэтому ток положительных ионов на катод I_+ равен току отрицательных ионов на анод I_-, и равен общему току I в цепи:

$$I_+ = I_- = I\,.$$

Поместим в стеклянную банку два угольных электрода и водный раствор медного купороса $CuSO_4$ (рис. 3). Часть молекул диссоциирует на ионы Cu^{2+} и SO_4^{2-} под влиянием растворителя – воды. При подаче напряжения между электродами положительные ионы меди Cu^{2+} медленно дрейфуют вместе со своими гидратными оболочками к катоду, а отрицательные ионы SO_4^{2-} со своими гидратными оболочками к аноду. Ион меди Cu^{2+}, коснувшись катода и получив из внешней цепи два электрона, восстанавливается в атом меди Cu. А подошедший к аноду ион SO_4^{2-} отдаёт два электрона во внешнюю цепь, превращаясь в радикал SO_4.

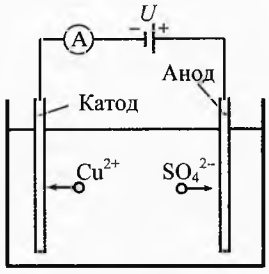


Рис. 3. *Электролиз*

В результате электролиза концентрация ионов у обоих электродов уменьшается (рис. 4) и нейтральные молекулы $CuSO_4$, находящиеся у электродов, диссоциируют на ионы, стремясь восстановить степень диссоциации такую же, как во всём объёме сосуда. Образование новых ионов происходит у электродов в количестве равном количеству ионов, ушедших на электроды. Вновь образованные положительные ионы меди Cu^{2+} тоже начинают дрейфовать к катоду, а ионы SO_4^{2-} движутся к аноду.

Поскольку концентрация нейтральных молекул уменьшается, вблизи электродов, то нейтральные молекулы $CuSO_4$ из центральных слоёв будут диффундировать к электродам, стремясь сравнять концентрацию нейтральных молекул.

Этот процесс происходит до тех пор, пока в растворе остаются не продиссоциировавшие молекулы и приложено внешнее электрическое поле. Процесс восстановления равновесия концентраций идёт с небольшим запаздыванием по времени. Поэтому пока ток проходит через электролит, концентрация ионов и нейтральных молекул вблизи электродов меньше, чем в остальном объёме.

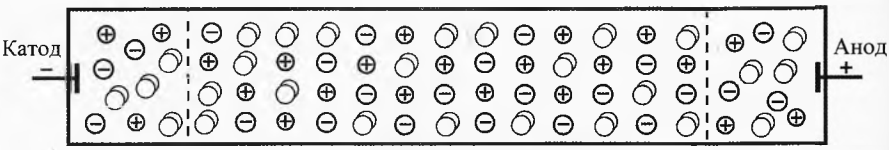


Рис. 4. *Электролиз*

Не надо думать, что ионы в буквальном смысле переходят от одного электрода к другому. На самом деле все ионы совершают микроскопическое смещение благодаря действию электрического поля, которое накладывается на их хаотическое движение.

✍ **Пример 1.** В школьной лабораторной установке по электролизу среднее расстояние между катодом и анодом равно d=30 мм. При подаче напряжения U=3 В на катоде выделяется медь, а на аноде радикалы SO_4. Вычислить за какой промежуток времени ион SO_4^{2-}, образовавшийся вблизи катода, дрейфует до анода. Подвижность ионов SO_4^{2-} равна $b = 6{,}8\cdot10^{-8}\ \frac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}$.

➥ **Решение.** На ионы действует постоянное электрическое поле напряжённостью:

$$E = \frac{U}{d},\quad E = \frac{3\ \text{В}}{3\ \text{см}} = 100\frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Поэтому ионы SO_4^{2-} равномерно дрейфуют к аноду со скоростью:

$$\upsilon = b\cdot E;\quad \upsilon = 6{,}8\cdot10^{-8}\frac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}\cdot 100\ \frac{\text{В}}{\text{м}} = 6{,}8\cdot10^{-6}\frac{\text{м}}{\text{с}} = 6{,}8\cdot10^{-3}\ \frac{\text{мм}}{\text{с}}.$$

Время движения иона от одного электрода к другому составляет:

$$t = \frac{d}{\upsilon};\quad t = \frac{30\ \text{мм}}{6{,}8\cdot10^{-3}\ \text{мм/с}} \approx 1\ \text{час}\,13\ \text{мин}.$$

✓**Ответ.** Ион SO_4^{2-} дрейфует от катода к аноду за 1 час 13 мин.

Итак, под действием напряженности 1 (В/см) ион SO_4^{2-} движется со скоростью 6,8 мкм/с. Это очень медленно! Подвижность ионов меди ещё на 30% меньше. Поэтому число ионов SO_4^{2-}, подходящих к аноду в единицу времени, будет примерно на 30% больше, чем число ионов меди Cu^{2+}, под-

ходящих к катоду. Однако ток во внешний цепи, в том числе через амперметр, переносится электронами, и он должен быть таким же, как через катод и через анод. Как же это получается?

Вблизи катода и анода (как и во всём сосуде) имеется много ионов обоих знаков. На катоде оседают ионы Cu^{2+}, находящиеся рядом с ним. Оставшиеся ионы SO_4^{2-} начинают дрейфовать в сторону анода. В результате концентрация ионов обоих знаков у катода уменьшается, поэтому нейтральные молекулы $CuSO_4$, находящиеся у катода, диссоциируют на ионы и концентрация ионов у катода восстанавливается. Аналогичная картина происходит и у анода, только там количество распадающихся молекул меньше, ибо ионы SO_4^{2-} движутся быстрее, а концентрация ионов обоих знаков во встречных потоках одинакова.

Подведём итоги. Ионы обоих знаков движутся в противоположные стороны с разными скоростями в зависимости от напряжённости поля и подвижности ионов, причём движутся очень-очень медленно.

В процессе электролиза электролитическая диссоциация происходит преимущественно вблизи электродов, что позволяет поддерживать одинаковую силу тока на каждом электроде при разной подвижности ионов. Причем диссоциация происходит чаще у того электрода, на котором оседают менее подвижные ионы.

Молекулы электролита ($CuSO_4$) дрейфуют к катоду, чтобы поддержать их концентрацию у электродов для поддержания электролитической диссоциации электролита на ионы.

Если не изменяется температура электролита, то диссоциация в основном объёме жидкости практически не происходит, а концентрация электролита постепенно уменьшается по мере выделения вещества на электродах.

§ 51. Законы электролиза

Электролиз впервые наблюдался в 1800 г. английскими учеными Уильямом Николсоном и Энтони Карлайлом (1768–1840), разложившим воду на водород и кислород от вольтова столба. Через 7 лет английский ученый Гемфри Дэви выделил и открыл натрий путём электролиза влажных кусков едкой щелочи. Потом электролиз наблюдали на многих других электролитах. Открытие количественных законов электролиза Фарадеем последовало лишь в 1833 году после того, как он ввел подразделение продуктов и реакций при электролизе на первичные и вторичные. Термин «ион» (с греческого «идущий») введен в науку Фарадеем. Положительно заряженные ионы, выделяющиеся на катоде, он назвал *катионами*; а отрицательные ионы, выделяющиеся на аноде, – *анионами*.

Законы электролиза определяют количество первичных продуктов, выделяющихся на электродах при электролизе.

Опустим медный и угольный электроды в раствор медного купороса ($CuSO_4$). Подсоединим медный электрод к «+» источника, а угольный к «–». Положительные ионы меди Cu^{2+}, двигаясь в основном хаотически, тем не менее имеют направленную составляющую скорости (скорость дрейфа) к катоду. А отрицательные ионы SO_4^{2-} – к аноду.

Рассчитаем массу вещества, выделяющуюся на одном из электродов при электролизе. Пусть к электроду, например к угольному катоду, пришло N ионов (меди). Модуль заряда каждого иона q_i равен

$$q_i = e \cdot z,$$

где $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл – элементарный заряд; z – валентность иона – постоянная величина для всех ионов данного вещества в данном процессе, $z = 1, 2, 3...$

Тогда общий заряд, перенесенный ионами:

$$q = q_i \cdot N. \tag{3}$$

Масса различных ионов вещества может отличаться, ибо существует несколько изотопов данного вещества. Но в природе все они перемешаны равномерно. Поэтому мы будем иметь в виду среднюю массу иона m_i. Тогда масса вещества, пришедшего к электроду

$$m = m_i \cdot N. \tag{4}$$

Разделив (4) на (3), получим:

$$\frac{m}{q} = \frac{m_i}{q_i}. \tag{5}$$

Для вещества в данном процессе $\frac{m_i}{q_i}$ – удельная масса иона есть величина постоянная. Она называется ***электрохимическим эквивалентом***. Обозначим её через k:

$$\boxed{k = \frac{m_i}{q_i}}, \tag{6}$$

Электрохимический эквивалент *вещества с молекулярной точки зрения есть отношение средней массы иона к модулю его заряда.*

Подставляя (6) в (5), получим ***первый закон электролиза***:

$$\boxed{m = k \cdot q}. \tag{7}$$

Масса вещества, выделившегося на одном из электродов при электролизе, прямо пропорциональна заряду, перенесенному ионами этого вещества.

Из этого выражения нетрудно увидеть макроскопический смысл электрохимического эквивалента k. Электрохимический эквивалент равен массе вещества, выделившегося на электроде при протекании заряда 1 Кл.

Энтони Карлайл
(1768–1840)

Уильям Николсон
(1753–1815)

Гемфри Дэви
(1778–1829)

Например, для серебра k=1,118 мг/Кл. Это значит, что при протекании заряда в 1 Кл через раствор серебреной соли на отрицательном электроде выделится 1,118 мг серебра.

Если сила тока через электролит не изменяется с течением времени, то заряд, протекший через электролит за время t, равен $q=I\cdot t$. Тогда первый закон электролиза примет вид:

$$\boxed{m = k\cdot I\cdot t}.$$

Такая форма записи закона удобна тем, что силу тока и время можно измерить, а электрохимический эквивалент взять из таблицы или вычислить из молекулярных соображений.

Действительно, $k=\dfrac{m_i}{q_i}$, но $m_i=\dfrac{M_i}{N_\text{A}}$, где M_i – молярная ионная масса. Она численно равна атомной массе из таблицы Менделеева, если её измерять в г/моль. N_A=6,022·10^{23} – постоянная Авогадро. Учитывая, что заряд иона $q_i=e\cdot z$, получим:

$$k=\frac{m_i}{q_i}=\frac{M_i}{N_\text{A}\cdot e\cdot z}.$$

***Постоянная Фарадея**, одна из фундаментальных физических постоянных, равна произведению числа Авогадро* N_A *на элементарный электрический заряд e:*

$$\boxed{F = N_\text{A}\cdot e = 96485{,}3\ \text{Кл/моль}}.$$

Подставив это выражение в предыдущую формулу, получим:

$$\boxed{k=\frac{M_i}{F\cdot z}}. \qquad (8)$$

Отношение молярной ионной массы M_i *к валентности* z *называется* ***химическим эквивалентом****:*

$$x = \frac{M_i}{z}.$$

С учетом этого получим:

$$k = \frac{x}{F}.$$

Это выражение раньше называлось ***вторым законом электролиза***.

Электрохимические эквиваленты веществ пропорциональны их химическим эквивалентам.

Подставив (8) в (7), получим:

$$m = \frac{M_i}{F \cdot z} \cdot q.$$

Откуда видно: если через электролит прошёл заряд q, численно равный постоянной Фарадея F, то на электроде выделится масса вещества, численно равна химическому эквиваленту:

$$m = \frac{M_i}{F \cdot z} \cdot F = \frac{M_i}{z} = x.$$

А при протекании заряда 1 Кл на том же электроде выделится масса вещества численно, равная электрохимическому эквиваленту k. Очевидно, что при протекании заряда, равного F Кл, на электроде выделится масса вещества в F раз больше, чем при протекании 1 Кл. Поэтому второй закон электролиза Фарадея, по сути, не закон, а следствие того, что средняя масса ионов данного вещества везде на Земле одинакова и одинаков везде заряд ионов данного вещества. Поэтому в современных учебниках о нём, как об отдельном законе, обычно не говорят.

При решении задач на электролиз нужно иметь в виду, что кроме интересующих нас веществ, ток в электролите могут создавать и примеси. Поэтому приходится вводить понятие коэффициента полезного действия для выделения только той части тока, которая переносится нужными ионами.

§ 52. Примеры электролиза

Электролиз водного раствора серной кислоты. Нальём в дистиллированную воду немного серной кислоты. Её молекулы при растворении в воде диссоциируют согласно уравнению:

$$H_2SO_4 = 2H^+ + SO_4^{2-}.$$

Если в раствор опустить платиновые или угольные электроды, подключенные к источнику тока, то положительные ионы водорода H^+ устремятся к катоду, а отрицательные ионы SO_4^{2-} – к аноду.

Ионы водорода получают электроны с катода и превращаются в атомы, а затем в молекулы водорода H_2 и, собираясь вместе в виде маленьких пузырьков, поднимаются вверх.

Ионы SO_4^{2-} отдают электроны аноду и превращаются в радикалы SO_4, вступающие в реакцию с водой:

$$2SO_4 + 2H_2O = 2H_2SO_4 + O_2.$$

Таким образом, количество серной кислоты в растворе не меняется. Однако на катоде выделяется молекулярный водород, а на аноде – кислород. То есть окончательный итог электролиза сводится к разложению воды на кислород и водород.

Электролиз водного раствора поваренной соли. В зависимости от материала электродов можно получить как первичные, так и вторичные продукты электролиза.

Если катод ртутный, то выделяющийся на нём металлический натрий будет растворяться в ртути, образуя амальгаму, из которой можно легко выделить чистый натрий. Таким образом, получаются первичные продукты электролиза: натрий на катоде и газообразный хлор на аноде:

$$2NaCl = 2Na + Cl_2.$$

Если же катод сделан из платины, то выделяющийся на нём натрий будет входить в соединение с водой, образуя едкий натр Na(OH) в соответствии с уравнением:

$$2Na + 2H_2O = 2Na(OH) + H_2.$$

То есть на катоде будет выделяться вторичный продукт электролиза – водород, а на аноде – первичный продукт хлор.

Электролиз используют для производства ряда чистых веществ путём электрохимического превращения компонентов электролита, растворителя, растворенных или расплавленных солей, специально добавленных веществ и т.д. Электролиз концентрированных растворов NaCl лежит в основе промышленного производства хлора Cl_2 (мировой объём производства 30 млн. тонн в год) и щелочи Na(OH) – 35 млн. тонн в год.

Электрометаллургия *– получение с помощью электролиза щелочных и щелочноземельных металлов (алюминия, магния, бериллия и др.) путём электролиза расплавленных руд.*

Для очистки металлов от примесей тоже используется электролиз. В электротехнике наиболее широко электролиз применяют при получении меди и алюминия.

Рафинирование меди. Медные руды содержат сернокислые соединения меди, её окислы, а также примеси посторонних металлов (никель, свинец, сурьма, висмут и др.). Для получения очищенной (рафинированной) меди из медной руды выплавляют толстые листы неочищенной меди, которые играют роль анодов (рис. 5). Затравочными катодами являются тонкие пластинки из чистой меди. Процесс происходит в больших ваннах с водным раствором медного купороса.

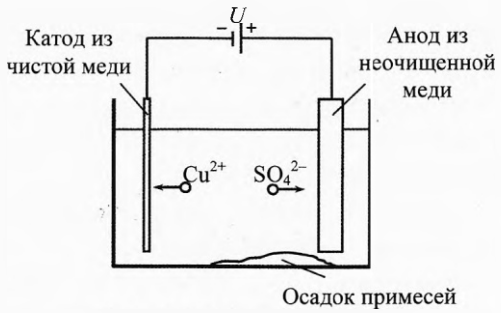


Рис. 5. *Рафинирование меди*

Электролиз медного купороса происходит в соответствии с уравнением:

$$CuSO_4 = Cu^{2+} + SO_4^{2-}.$$

Положительный ион меди Cu^{2+} движется к катоду и оседает на нём.

Отрицательный ион SO_4^{2-} отдаёт электроны аноду, после чего отрывает от анода ион меди, и снова получается молекула медного купороса:

$$SO_4 + Cu = CuSO_4.$$

Подбирая определённое напряжение между электродами ванны от 2 до 5 вольт можно добиться, чтобы на катоде выделялась только чистая медь. Посторонние примеси при этом переходят в раствор либо выпадают на дно ванны в виде осадка.

Выплавление электролитическим путём алюминия из бокситов. Расплавляют руду (бокситы), содержащую, в том числе, и боксит алюминия Al_2O_3. Расплавленные бокситы помещают в ванну, угольное дно и стенки которой служат катодом. Анодом служат угольные стержни, опущенные в ванну. Для поддержания вещества в расплавленном состоянии в данном процессе применяют очень большие токи (в несколько десятков тысяч ампер). Электрический ток здесь играет не только роль переносчиков ионов, но и теплоносителя. Благодаря этому способу получения алюминий наряду с железом стал самым распространенным и недорогим металлом. Ежегодно в мире производится 15 млн. тонн алюминия.

Луиджи Гальвани (1737–1798)

Гальваностегия *(от гальвана по имени Луиджи Гальвани и греч. stego – покрываю) – нанесение защитных или декоративных металлических покрытий на изделия электролитическим насаждением.*

Перед таким покрытием поверхность обезжиривают, шлифуют, полируют. Всем известны изделия позолоченные, никелирование, луженые (покрытие оловом) и др.

Гальванопластика *(от гальвана и греч. plastike – ваяние) – получение точных металлических копий методом электролитического осаждения на металлическом и неметаллическом оригинале.*

Неметаллический оригинал сначала покрывают тонким слоем графита, который играет роль катода, и только после этого в электролитической ванне на него осаждают металл и получают тонкое отслаиваемое покрытие.

Гальванопластика наиболее распространена при изготовлении гальваностереотипов, штампов, грампластинок.

Гальванопластику изобрел в 40-х годах XIX века русский ученый Б. С. Якоби. Впечатляют фигуры орлов, которые внутри оказываются полыми, например, в Исаакиевском соборе в Санкт-Петербурге и других местах.

Лирическое отступление

Исаакиевский собор многим впечатляет: своей высотой (101,5 м), огромным позолоченным куполом, двумя ярусами колонн, видимо, самым длинным маятником Фуко (98 м), который, к сожалению, сняли в эпоху перестройки, а на самом верху поместили белого голубя в соответствии с первоначальным проектом.

Ещё поражают масштабы строительства. Собор строили 40 лет (1818–1858). Было задействовано в общей сложности 400 000 рабочих. Но смотреть панораму Санкт-Петербурга с колоннады творения архитектора Огюста Рикарда де Монферрана (1786–1858) очень интересно.

Борис Семенович Якоби (1801–1874)

§ 53. Электродные потенциалы

Если проводник первого рода (металл) соприкасается с электролитом, то на металле и электролите появляются заряды противоположных знаков. При этом металл приобретает относительно электролита отрицательный или положительный потенциал, называемый *электродным потенциалом.*

Рассмотрим возникновение электродного потенциала на примере цинкового электрода Zn, находящегося в водном растворе собственной соли $ZnSO_4$. Кристалл цинка состоит из положительных ионов цинка в узлах решетки и электронного газа в промежутках между ними. На границе цинк-раствор ионы SO_4^{2-}, находящиеся в растворе, вступают в химическую реакцию с ионами электрода Zn^{2+}, образуя молекулы соли

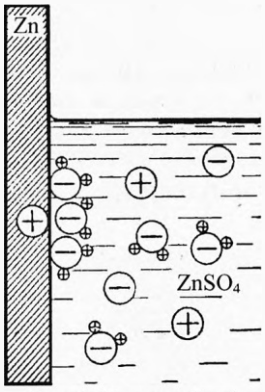


Рис. 6. *Электродный потенциал*

$ZnSO_4$, которые растворяются в воде и вновь диссоциируют на ионы Zn^{2+} и SO_4^{2-}. В результате этого процесса Zn^{2+} непрерывно переходит с электрода в раствор и обратно, причём каждый ион цинка переносит в раствор положительный заряд +2e, а на электроде остается отрицательный заряд –2e (рис. 6).

Наряду с растворением цинка происходит и обратные ему процессы. Ионы Zn^{2+}, находящиеся в растворе, при тепловом движении встречают цинковый электрод и высаживаются на нём. При этом электрод получает положительный заряд +2e. А в растворе остается нескомпенсированный ион SO_4^{2-} с зарядом –2e.

Если поток ионов Zn^{2+} из электрода в раствор больше потока ионов из раствора на электрод, то металл будет заряжаться отрицательно, а раствор – положительно.

Вследствие электростатического притяжения разноименных зарядов избыточные ионы Zn^{2+} в растворе будут находиться в тонком слое вблизи границы раздела, отчего возникает двойной электрический слой. Электрическое поле этого слоя будет препятствовать дальнейшему переходу ионов цинка в раствор.

Если же поток ионов цинка в раствор меньше обратного потока ионов, то электрод будет заряжаться положительно, а раствор отрицательно. В этом случае электрическое поле двойного слоя будет снова стремиться выровнять оба потока ионов Zn^{2+}.

При некотором значении потенциала электрода относительно раствора оба потока ионов становятся равными друг другу, и между электродами и раствором устанавливается электрохимическое равновесие. Этот потенциал и есть *электродный потенциал* металла (в нашем случае цинка) относительно данного раствора.

Для каждого вещества в растворе своей соли существует такая концентрация раствора, при которой двойной электрический слой не возникает. Она называется *концентрацией нулевого заряда*. В этом случае электродный потенциал данного металла равен нулю при данной концентрации раствора.

Ясно, что электродный потенциал для данного элемента зависит от концентрации раствора. Если концентрацию соли выбирать всегда одинаковой, то электродный потенциал будет зависеть только от вещества электрода и будет характеризовать его способность посылать ионы в раствор. Для этого удобно выбирать растворы нормальной концентрации, содержащие 1 моль соли на 1 литр раствора. Электродный потенциал в таком растворе называют *абсолютным нормальным электродным потенциалом*. Зная его для данного электрода, можно вычислить потенциал относительно раствора любой концентрации.

Электродный потенциал вещества в водном растворе его соли с нормальной концентрацией ионов, измеренной относительно водородного электрода, называют *нормальным электродным потенциалом*.

Значения нормальных электродных потенциалов для некоторых веществ приведены в табл. 5. В ней указаны также ионы, участвующие в обмене между электродом и раствором.

Таблица 5. Значения нормальных электродных потенциалов относительно водородного электрода H_2 при t=25°C.

Электрод	Ион	Потенциал, В	Электрод	Ион	Потенциал, В
Литий	Li^+	–3,0	Медь	Cu^{2+}	+0,34
Натрий	Na^+	–2,7	Медь	Cu^+	+0,52
Магний	Mg^{2+}	–2,4	Серебро	Ag^+	+0,80
Алюминий	Al^{3+}	–1,7	Ртуть	Hg^{2+}	+0,85
Цинк	Zn^{2+}	–0,77	Бром (Br_2)	Br^-	+1,0
Кадмий	Cd^{2+}	–0,40	Хлор (Cl_2)	Cl^-	+1,3
Свинец	Pb^{2+}	–0,13	Фтор (F_2)	F^-	+2,6

§ 54. Химические источники электрической энергии

Гальванические элементы. Составляя электрическую цепь из двух проводников первого рода (электродов) и электролита, мы получаем гальванический элемент – химический источник тока. Примером такого источника является простой элемент Вольта. Он состоит из цинковой и медной пластин, называемых электродами элемента, погруженных в слабый раствор серной кислоты (рис. 7). Положительный электрод часто называют анодом, а отрицательный – катодом.

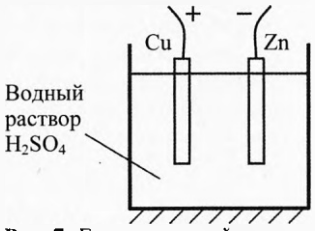


Рис. 7. *Гальванический элемент*

В химических источниках тока сторонние силы возникают в результате химических реакций, а энергия, выделяемая в реакциях, превращается в электрическую (работу тока).

ЭДС гальванических элементов. ЭДС можно просто вычислить только для обратимых источников тока. Именно для них при очень малой силе тока (квазистатический режим) работа тока равна максимальной энергии химической реакции.

Обратимость источника тока означает следующее: если при данном направлении тока на каждом электроде происходит определенная химическая реакция, то при пропускании тока в противоположном направлении на соответствующем электроде происходит обратная реакция. В отсутствии тока никаких химических реакций на электродах нет. Примером обратимого источника может служить элемент Даниеля Якоби (рис. 8).

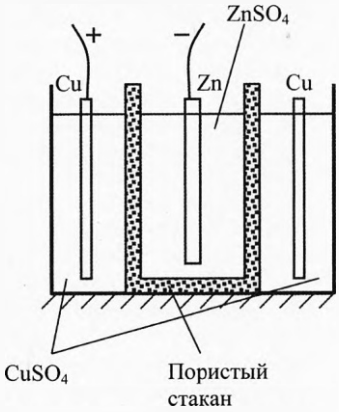


Рис. 8. *Элемент Даниеля Якоби*

Он имеет цинковый электрод, погруженный в раствор цинкового купороса ($ZnSO_4$), а также медный электрод в растворе медного купороса $CuSO_4$. Оба раствора отделены друг от друга пористым стаканом, который не препятствует движению ионов, но предохраняет растворы от перемешивания. Медный электрод является положительным, а цинковый – отрицательным.

Положим, что концентрация обоих растворов нормальная. Тогда из таблицы следует, что потенциал меди относительно раствора равен +0,34 В, а потенциал цинка равен –0,77 В. Поэтому разность потенциалов между электродами разомкнутого элемента, или ЭДС, равна

$$\mathcal{E} = U_{Cu} - U_{Zn} = 0{,}34 \text{ В} - (-0{,}77 \text{ В}) = 1{,}11 \text{ В}.$$

Поляризация и деполяризация гальванических элементов. Если замкнуть простой элемент Вольта (цинк и медь в растворе серной кислоты) на внешнюю цепь, то сила тока в цепи не будет постоянной, а будет уменьшаться с течением времени. Причина этого явления заключается в том, что при работе элемента положительные ионы водорода движутся внутри элемента от цинка к меди и выделяются на медном электроде. Это ухудшает работу элемента по двум причинам.

Во-первых, выделяющийся водород, подобно металлам, обладает способностью посылать свои ионы обратно в раствор, отчего возникает дополнительная ЭДС,

направленная противоположно ЭДС элемента. Можно сказать, что если до замыкания элемента мы имеем электроды из цинка и меди, то после его длительной работы электродами являются цинк и водород. Но электрохимический потенциал водорода на 0,34 В ниже потенциала меди, поэтому ЭДС элемента по мере его работы снижается от начального значения около 1,1 В приблизительно до 0,8 В.

Во-вторых, пленка водорода, обволакивающая положительный электрод, увеличивает внутреннее сопротивление элемента, а потому сила тока также уменьшается. Указанное явление носит название поляризации элементов.

Из сказанного ясно, что для устранения вредного явления поляризации элементов (то есть для их деполяризации) необходимо предотвратить накопление водорода на положительном электроде. Это можно сделать, например, удаляя водород механическим способом (энергичное перемешивание электролита), однако такой способ оказался практически неудобным.

В настоящее время применяют два основных способа деполяризации. Один из них заключается в использовании двух жидкостей, подобранных так, чтобы не происходило изменения состава электродов. Такой случай мы имеем в элементе Даниеля Якоби, в котором положительный электрод из меди находится в растворе $CuSO_4$. Поэтому на медном электроде происходит выделение той же меди, и поляризация не возникает. Цинковый же электрод (находящийся в растворе $ZnSO_4$) при работе элемента постепенно растворяется и его состав также не меняется.

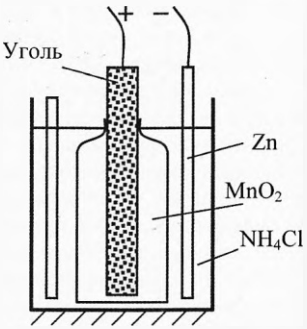


Рис. 9. *Элемент Лекланше*

Второй способ состоит в применении химических деполяризаторов, то есть веществ, являющихся сильными окислителями, которые переводят выделяющийся водород в воду.

Примером элемента с химической деполяризацией может служить наиболее употребительный элемент Лекланше (рис. 9). Его отрицательным электродом является цинк, а положительный электрод состоит из угольного стержня, окруженного спрессованной смесью перекиси марганца MnO_2 с графитом (для увеличения электропроводности). Электролитом служит водный раствор хлористого аммония NH_4Cl. Нормальный электрохимический потенциал MnO_2 равен +0,71 В, цинк же имеет нормальный потенциал –0,77 В. Поэтому ЭДС элемента Лекланше равна 0,71–(–0,77), то есть несколько менее 1,5 В. Перекись марганца является сильным окислителем и поэтому одновременно служит деполяризатором. Выделяющийся водород вступает в реакцию, в результате которой образуются молекулы воды:

$$2H + MnO_2 = H_2O + MnO,$$

и водород в свободном состоянии не выделяется.

§ 55. Напряжение разложения электролита. Вольтамперная характеристика электролита

Электролитическая поляризация происходит не только в гальванических элементах, но и при электролизе, если выделяющиеся вещества отличны от материала электродов.

Поляризацию при электролизе можно наблюдать при разложении серной кислоты. Если через электролитическую ванну, содержащую раствор H_2SO_4 и два платиновых электрода, пропускать в течение некоторого времени ток, то на электроде, соединенном с отрицательным полюсом источника, будет осаждаться водород, а на другом электроде – кислород (рис. 10а). По мере накопления этих газов их парциальное давление будет возрастать, и, когда оно сделается равным атмосферному давлению, начнется выделение газов в виде пузырьков. Если теперь отключить источник тока, то оба электрода окажутся покрытыми газами, и мы получим гальванический элемент, у которого один из электродов состоит из водорода, а другой – из кислорода. Иными словами, наши электроды поляризовались, и в результате этого появилась определенная ЭДС поляризации. Если теперь замкнуть электроды, то в цепи появится ток, направление которого противоположно направлению тока при электролизе (рис. 10б), а водород и кислород будут переходить обратно в раствор в виде ионов. Когда израсходуется накопленный запас обоих газов, ЭДС снова станет равной нулю и ток в цепи прекратится.

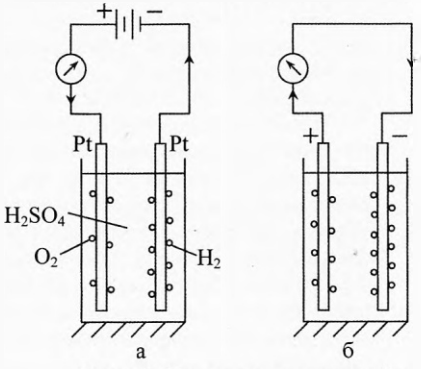


Рис. 10. *Поляризация электродов*

Из сказанного ясно, что ЭДС поляризации зависит от природы электролита. Она зависит также от материала электродов, так как он может влиять на вторичные реакции, происходящие при электролизе, а следовательно, и на то, какие именно продукты будут, в конечном счёте, выделяться на электродах при электролизе. В частных случаях ЭДС поляризации может быть равна нулю. Так, например, если происходит электролиз $CuSO_4$ и оба электрода – медные, то один из электродов (анод) будет растворяться, а на другом (катоде) будет выделяться металлическая медь. При этом состав обоих электродов не будет изменяться и ЭДС поляризации не возникнет. Точнее, и в этом случае появится ЭДС поляризации, обусловленная изменением концентрации электролита у электродов. Однако она будет очень мала.

ЭДС поляризации влияет на процесс электролиза. Положим, например, что мы производим разложение раствора соляной кислоты HCl и пользуемся при этом платиновыми электродами. Тогда на электродах будут выделяться газы H_2 и Cl_2, и появится соответствующая им ЭДС поляризации. В первые моменты электролиза по мере накопления газов на электродах эта ЭДС будет увеличиваться. Если приложенное напряжение невелико, скажем 0,5 В, то, когда ЭДС поляризации станет равной внешнему напряжению, ток в цепи прекратится и электролиз приостановится. Если постепенно повышать напряжение, то будет увеличиваться и парциальное давление газов на электродах, а вместе с ним и ЭДС поляризации. Когда парциальное давление газов достигнет атмосферного, начнется их выделение в виде пузырьков, после чего количество газов на электродах уже не будет из-

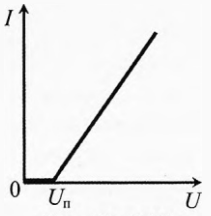


Рис. 11. *ВАХ Электролита*

меняться, и ЭДС поляризации достигнет своего максимального значения. Оно равно потенциалу хлора относительно водорода. Это составит 1,3 В. Начиная с этого напряжения, в электролитах появится ток, который будет увеличиваться с увеличением напряжения, и начнется выделение веществ на электродах.

По указанным причинам зависимость силы тока через электролит от приложенного к электродам напряжения имеет вид, изображенный на рис. 11, и выражается формулой:

$$I = \frac{U - U_{\text{п}}}{r},$$

где r – сопротивление столба электролита. Пороговое значение напряжения $U_{\text{п}}$, начиная с которого происходит выделение веществ на электродах, называется напряжение разложения электролита.

Таким образом, чтобы выделить ионы определенного сорта из раствора, необходимо приложить напряжение, компенсирующее стремление этих ионов перейти обратно с электрода в раствор. Для разных ионов это напряжение не одинаково, что позволяет отделять различные вещества друг от друга. Так, например, из таблицы электродных потенциалов видно, что ионы меди имеют меньшее стремление перейти в раствор, нежели ионы цинка. Поэтому если в растворе имеются и ионы меди, и ионы цинка, то выделение меди начнётся при меньшем напряжении. Чтобы выделить цинк после удаления меди из раствора, необходимо дополнительно увеличить напряжение на электролитической ванне. Этим обстоятельством и пользуются при электролитической очистке металлов.

§ 56. Аккумуляторы

Электролитическая поляризация получила важное техническое применение в аккумуляторах, то есть вторичных источниках электрической энергии. Они представляют собой гальванические элементы, в которых вещества, расходующиеся при отборе тока, предварительно накапливаются на электродах при помощи электролиза. Для этого через аккумуляторы пропускают в течение определенного времени ток от постороннего источника (зарядка аккумулятора).

Наибольшее распространение получил свинцовый или кислотный аккумулятор. В простейшем виде он состоит из двух свинцовых электродов, находящихся в растворе серной кислоты. При погружении в кислоту на электродах образуется сернокислотный свинец $PbSO_4$, и раствор насыщается этой же солью. При зарядке аккумулятора на его электроде, соединенном с положительным полюсом источника, свинец окисляется в перекись PbO_2, а второй электрод превращается в чистый свинец.

При разрядке аккумулятора его положительный полюс постепенно раскисляется, и на нём происходит вновь образование $PbSO_4$, который появляется также и на отрицательном электроде. Суммарная реакция, выражающая конечные продукты химических превращений в аккумуляторе, имеет вид:

$$PbO_2 + Pb + 2H_2SO_4 \leftrightarrow 2PbSO_4 + 2H_2O.$$

При зарядке аккумулятора появляются дополнительные молекулы кислоты, поэтому концентрация кислоты увеличивается. При разрядке концентрация кислоты уменьшается.

ЭДС свинцового аккумулятора в самом конце зарядки достигает 2,7 В. При разрядке она уменьшается сначала быстро до значения 2,2 В, а затем очень медленно приближается к 1,85 В. Дальнейшую разрядку аккумулятора производить нельзя, так как при этом его электроды покрываются толстым слом трудно растворимого $PbSO_4$ и аккумулятор портится.

Аккумуляторы характеризуются, помимо ЭДС, ёмкостью, то есть значением заряда, отдаваемого при разрядке. Она измеряется в ампер-часах и, очевидно, тем больше, чем больше поверхность электродов. Например, аккумулятор ёмкостью 1500 мА·ч при силе тока в цепи 0,15 А может проработать около 10 часов.

Для увеличения ёмкости электроды аккумуляторов отливают в виде пластин с многочисленными ячейками наподобие пчелиных сотов и в ячейки запрессовывают окислы свинца. После зарядки отрицательный электрод восстанавливается до металлического свинца, а положительный электрод окисляется до PbO_2.

Наряду со свинцовыми аккумуляторами в настоящее время применяют ещё железоникелевые, или щелочные, аккумуляторы, которые отличаются меньшей массой при равной ёмкости. Они имеют один электрод из железа, а другой из никеля, а электролитом служит 20-процентный раствор едкого кали KOH. В заряженном состоянии анодом у этих аккумуляторов служит гидрат окиси никеля $Ni(OH)_3$, а катодом железо. Их ЭДС – около 1,3 В. С конца XX века широкое распространение получили литий-ионные аккумуляторы в мобильных устройствах (телефоны, ноутбуки, планшеты, фотокамеры) благодаря их низкому саморазряду и большому количеству циклов заряда-разряда.

Упражнения

1 В электролитической ванне с раствором медного купороса в течение времени t=1 мин сила тока менялась по закону I=0,05t. Какое количество меди выделилось на катоде за это время? k=3,3·10^{-7} кг/Кл.

2 При никелировании изделий использовался ток плотностью j=0,4 А/дм^2. Какой толщины слой никеля можно получить, пропуская ток в течение времени t=8,9 ч? k=3,04·10^{-7} кг/Кл; ρ=8,9·10^3 кг/м^3.

3 Какую массу двухвалентного никеля можно выделить электролитическим путём из раствора сернокислого никеля за t=1 ч при силе тока I=1,5 А?

4 Почему при включении электролитического конденсатора необходимо строго соблюдать полярность?

5 Для чего на электрифицированных железных дорогах положительный полюс источника напряжения соединяют с воздушным проводом, а отрицательный – с рельсами?

6 До каких пор может продолжаться электролиз раствора медного купороса, если в ванне электроды медные? Угольные?

7 Какова средняя скорость движения ионов в электролите, если концентрация их в растворе $n=10^{24}$ см$^{-3}$, площадь каждого электрода $S=50$ см^2, а сила тока $I=1{,}0$ А?

8 При проведении опыта по определению электрохимического эквивалента меди были получены следующие данные: время прохождения тока $t=20$ мин, сила тока $I=0{,}5$ А, масса катода до опыта $m_1=70{,}40$ г, масса катода после опыта $m_2=70{,}58$ г. Какое значение электрохимического эквивалента меди было получено по этим данным?

9 Последовательно с электролитической ванной, заполненной солью никеля Ni^{2+}, включена ванна, в которой находится соль хрома Cr^{3+}. После размыкания цепи оказалось, что в первой ванне выделилось $m_1=10$ г никеля. Сколько хрома выделилось во второй ванне?

10 Вычислить постоянную Фарадея, если известно, что при прохождении через электролит тока в течение $t=20$ мин на катоде выделилось $m=1188$ мг меди. Сила тока $I=3$ А. Валентность меди $z=2$.

11 В одну из двух электролитических ванн, соединенных последовательно, наливают раствор медного купороса, а в другую – раствор хлорного золота. За время работы на катоде первой ванны выделилась медь массой $m_1=2$ г. Определить массу золота, выделившегося на катоде второй ванны. Сколько атомов золота и меди выделилось на катодах? Валентность меди $z_1=2$, валентность золота $z_2=3$.

12 Сколько электроэнергии нужно затратить для получения из воды водорода объёмом $V=2{,}5$ л при температуре $t=25°C$ и давлении $p=10^5$ Па, если электролиз ведётся при напряжении $U=5$ В, а КПД установки $\eta=75\%$?

13 Электролиз раствора сернокислого никеля ($NiSO_4$) протекает при плотности тока $j=0{,}15$ А/дм^2. Сколько атомов никеля выделится за время $t=2$ мин на катоде площадью $S=1$ см^2?

14 Электролиз раствора медного купороса проходит в течение $t=1$ ч. При этом плотность тока изменяется по закону, представленному на графике (рис. 12). Площадь каждого электрода $S=75$ см^2. Сколько меди выделится на электроде?

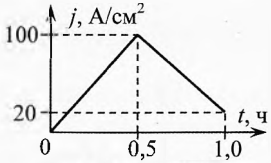


Рис. 12. *Плотность тока при электролизе*

15 Электролитическая ванна с раствором медного купороса присоединена к батарее аккумуляторов. ЭДС батареи $\mathcal{E}=4$ В, внутреннее сопротивление $r=0{,}1$ Ом. При протекании тока в ванне на её электродах скапливаются заряды и возникает ЭДС поляризации $\mathcal{E}_1=1{,}6$ В. Определить напряжение на зажимах ванны и массу меди, выделившейся при электролизе за время $t=10$ мин, если сопротивление раствора $R=0{,}5$ Ом.

16 При никелировании пластины её поверхность покрывается слоем никеля толщиной h=0,05 мм. Определить среднюю плотность тока, если время никелирования t=2,5 ч. Валентность никеля z=2.

17 Слой меди какой толщины выделится на одном из электродов, опущенных в водный раствор хлорной меди $CuCl_2$, за время t=1 ч, если мощность электролитической установки P=20 кВт, подводимое напряжение U=500 В? Площадь электродов S=0,5 м^2.

18 При электролизе воды через ванну прошёл заряд q=1000 Кл. Какова температура выделившегося кислорода, если он находился в объёме V=0,25 л под давлением p=129 кПа?

Решения, указания и ответы для самоконтроля

1 $m=k\cdot q$; $q=I_{ср}\cdot t=0{,}5\cdot I\cdot t$; $\Rightarrow$ $m=0{,}5\cdot k\cdot I\cdot t=0{,}5\cdot 0{,}05\cdot k\cdot t^2=30$ мг.

2 $m=k\cdot q=k\cdot I\cdot t=k\cdot j\cdot S\cdot t$; $m=\rho\cdot V=\rho\cdot S\cdot d$; $\Rightarrow$ $d=k\cdot j\cdot t/\rho=0{,}044$ мм.

3 $k=\dfrac{m_i}{q_i}=\dfrac{M}{N_A\cdot e\cdot z}$; $k=\dfrac{0{,}0587}{6{,}02\cdot 10^{23}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2}=3{,}04\cdot 10^{-7}$ кг/Кл; масса выделившегося никеля $m=k\cdot q=k\cdot I\cdot t=1{,}6$ г.

4 При несоблюдении полярности оксидная плёнка вследствие электролиза исчезнет, а конденсатор придет в негодность. Кроме того, образование газов в герметизированном корпусе конденсатора может привести к взрыву.

5 Если положительный полюс источника подать на рельсы, то на них из-за электролиза почвенной влаги будет выделяться кислород и ускорится коррозия.

6 При медных – пока не растворится медный анод. При угольных – пока не истощится электролит.

7 $I=j\cdot S=e\cdot n\cdot\upsilon\cdot S$ $\Rightarrow$ $\upsilon=\dfrac{I}{e\cdot n\cdot S}\approx 1{,}3$ мм/с.

8 $m=m_2-m_1$, $q=I\cdot t$; $k=\dfrac{m}{q}=\dfrac{m_2-m_1}{I\cdot t}=0{,}3$ мг/Кл.

9 $m=\dfrac{M_i}{F\cdot z}\cdot q$, $\Rightarrow$ $m_2=m_1\dfrac{M_{i2}\cdot z_1}{M_{i1}\cdot z_2}$, m_2=10 г$\cdot\dfrac{52(\text{г/моль})\cdot 2}{58{,}7(\text{г/моль})\cdot 3}=5{,}9$ г.

10 $m=\dfrac{M_i}{F\cdot z}\cdot q$, $q=I\cdot t$, $\Rightarrow$ $F=\dfrac{M_i\cdot I\cdot t}{m\cdot z}=\dfrac{0{,}0635\cdot 3\cdot 1200}{1188\cdot 10^{-6}\cdot 2}\approx 9{,}6\cdot 10^4$ Кл/моль.

11 $m_2=m_1\dfrac{M_{i2}\cdot z_1}{M_{i1}\cdot z_2}=4{,}1$ г; $N=N_A\cdot\dfrac{m}{M_i}$, $N_1=1{,}9\cdot 10^{22}$, $N_2=1{,}2\cdot 10^{22}$.

12 $\eta=\dfrac{q\cdot U}{W}$, $q=2e\cdot N$, $pV=\dfrac{N}{N_A}RT$, $\Rightarrow$ $W=\dfrac{2UN_A epV}{\eta RT}=130$ кДж.

13 $I=j\cdot S$, $I=\dfrac{q}{t}=\dfrac{N\cdot q_i}{t}=\dfrac{N\cdot z\cdot e}{t}$; $\Rightarrow$ $N=\dfrac{j\cdot S\cdot t}{e\cdot z}=5{,}6\cdot 10^{17}$, где z=2.

14 $m=\sum\Delta m=k\cdot\sum\Delta q=k\cdot\sum I\cdot\Delta t=k\cdot S\cdot\sum j\cdot\Delta t$, где $\sum j\cdot\Delta t=55$ А·ч/см^2 – площадь под графиком $j(t)$; $k=\dfrac{M_i}{F\cdot z}$; $\Rightarrow$ $m=\dfrac{0{,}0635}{96485\cdot 2}\cdot 75\cdot 10^{-4}\cdot 55\cdot 3600\cdot 10^4=4{,}9$ кг.

15 $I=\dfrac{\mathcal{E}-\mathcal{E}_1}{R+r}$=4 А, $U=I\cdot R+\mathcal{E}_1$=3,6 В; $m=k\cdot q=k\cdot I\cdot t$, $k=\dfrac{M_i}{F\cdot z}$, $\Rightarrow m$=0,79 г.

16 $j=\dfrac{I}{S}=\dfrac{q}{S\cdot t}$, $q=\dfrac{m}{k}$, $k=\dfrac{M_i}{F\cdot z}$, $m=\rho\cdot S\cdot h$; $\Rightarrow$ $j=\dfrac{\rho hFz}{M_i t}$=160 А/м^2.

17 $m=\rho\cdot S\cdot h$, $m=k\cdot q=k\cdot I\cdot t$, $P=U\cdot I$, $k=\dfrac{M_i}{F\cdot z}$, $\Rightarrow h=\dfrac{P\cdot t}{\rho\cdot S\cdot U}\dfrac{M_i}{F\cdot z}$=10 мкм.

18 $m=k\cdot q$, $k=\dfrac{M_i}{F\cdot z}$, где z=2 – валентность иона O^{2-}, M_i=0,016 кг/моль – молярная ионная масса кислорода O^{2-}; $pV=\dfrac{m}{M}RT$, где M=0,032 кг/моль – молярная масса газообразного кислорода O_2; $\Rightarrow$ $T=\dfrac{pVM}{mR}=\dfrac{pVM\cdot F\cdot z}{M_i q\cdot R}$=1500 К.

Глава 6. Электрический ток в газах

Люблю грозу в начале мая,
Когда весенний первый гром,
Как бы резвяся и играя,
Грохочет в небе голубом.
Ф.И. Тютчев

§ 57. Ионизация и рекомбинация

Любые газы, в том числе и пары металлов, в интервале температур жизнедеятельности человека состоят из нейтральных молекул и не проводят электрический ток.

Проверим это на опыте. Укрепим две металлические пластины на изолирующих стержнях рядом друг с другом, подсоединим их к электрометру: одну к корпусу, а другую к стержню электрометра.

Сообщим пластинам разноименные заряды. Стрелка электрометра отклонится, и длительное время будет находиться в неизменном положении. Значит, ток между пластинами не идёт.

Если же промежуток между пластинами осветить ультрафиолетовым излучением, например дуговой лампой, или между пластинами поместить пламя спиртовки или спички, то стрелка электрометра будет опускаться (рис. 1). Значит, ток между пластинами идёт, и заряды на пластинах уменьшаются.

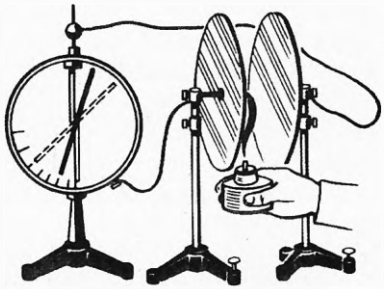


Рис. 1. *Ионизация воздуха пламенем*

Проводниками электричества могут быть только ионизированные газы. Ионы в газах могут возникать за счёт термической ионизации (как в нашем примере со спичкой), а также благодаря воздействию на молекулы ультрафиолетовых, рентгеновских и гамма лучей, приходящих от солнца, из глубин космоса, земных радиоактивных препаратов и др.

Во всех этих случаях происходит вырывание из электронной оболочки атома одного или нескольких электронов. Этот процесс называется ***ионизацией***. В результате ионизации появляются свободные электроны и положительные ионы.

Небольшая часть освободившихся электронов присоединяется к нейтральным молекулам и атомам, превращая их в отрицательные ионы.

Во внешнем электрическом поле электроны и отрицательные ионы будут двигаться в одну сторону (противоположную вектору напряжённости), а положительные ионы – в другую сторону.

Таким образом, носителями тока в газах являются электроны, положительные и отрицательные ионы.*

Ионизация молекул газа называется *объёмной ионизацией*, так как источники ионизации (как правило, электромагнитное излучение) распределены в объёме занимаемым газом.

Помимо объёмной ионизации существует *поверхностная ионизация*. В этом случае, ионы или электроны поступают в газ со стенок сосуда или поверхности тел, вносимых в газ. Например, источниками электронов могут служить раскаленные тела (термоэлектронная эмиссия) или поверхности металлов, освещаемые ультрафиолетовыми и другими коротковолновыми электромагнитными излучениями (фотоэлектрический эффект).

После прекращения действия ионизатора электроны и отрицательные ионы соединяются с положительными ионами, образуя нейтральные молекулы. Этот процесс называется ***рекомбинацией****.*

В результате рекомбинации проводимость газа пропадает, точнее, уменьшается до космического фона. Проводимость при этом спадает не сразу, так как для полной рекомбинации требуется время, но достаточно быстро, в чем можно убедиться, убрав спичку из промежутка между пластинами, в описанном выше опыте, когда стрелка электрометра ещё не дошла до нуля. После выноса спички стрелка электрометра прекратит движение. Если вновь поднести спичку, разряд продолжится.

Чарлз Вернон Бойз (1855–1944)

Электрическая проводимость воздуха была обнаружена ещё Кулоном в 1785 г. Наблюдая потери электричества с изолированных проводников, он пришёл к заключению, что часть электричества теряется не через изоляторы, а непосредственно в воздух.

* Отрицательные ионы кислорода (аэроны), образующиеся в воздухе под действием ультрафиолетового излучения, играют важную роль в длительности жизни человека и животных. Среди горцев больше долгожителей в основном благодаря большей концентрации аэронов: чем выше в горы, тем больше ультрафиолета, а значит и концентрация электронов и аэронов. Форточки в домах нужно открывать не столько для притока кислорода, сколько для притока аэронов. Без них даже мыши себя чувствуют неуютно.

Это было подтверждено более чем через 100 лет английским физиком Чарльзом Верноном Бойсом в 1889 г. Он подвесил золотые листочки электроскопов к двум цилиндрам из кварца. Один цилиндр был коротким и толстым, а другой – длинным и тонким. Бойс наблюдал, что в обоих случаях потери электричества одинаковы. Значит, заряд уходил не только через кварцевые цилиндры, но и через воздух.

Систематическое изучение электрических токов в газах, называемых газовым разрядом, начато лишь в конце XIX века. Была установлена природа газовых разрядов в различных условиях. Однако, ввиду сложности этих явлений, точной количественной теории газовых разрядов не существует по настоящее время.

§ 58. Несамостоятельный газовый разряд

Рассмотрим протекание тока в газе между двумя плоскими параллельно расположенными электродами (рис. 2). Предположим, что ионы образуются в камере только под действием внешнего ионизатора. В таком случае газовый разряд и соответствующая ему проводимость газа называются *несамостоятельными*. Поскольку ионизируются нейтральные молекулы, то, в соответствии с законом сохранения электрического заряда, заряд положительных ионов равен заряду электронов (и отрицательных ионов) в объёме между электродами.

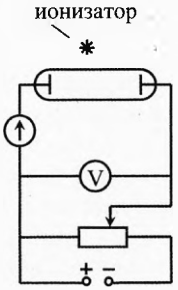


Рис. 2. *Ионизатор ионизирует газ в камере*

Будем считать, что плотность заряда положительных ионов равна плотности заряда отрицательных ионов и электронов в любом участке объёма газа – это условие электронейтральности газа.

Заметим, что требуется совсем ничтожное нарушение электрической нейтральности газа, чтобы вызвать в нём сильное электрическое поле. Поэтому, даже при прохождении электрического тока в газе, концентрация положительных и отрицательных ионов практически одинакова: $n_+ \approx n_-$. Если это имеет место, то говорят о квазинейтральности газа. Хотя могут существовать какие угодно неоднородности электрического поля, но мы такие случаи рассматривать не будем.

С учётом вышесказанного плотность тока в газе, как и в электролите, выражается формулой

$$j = n_+ q_{i+} \upsilon_+ + n_- q_{i-} \upsilon_-,$$

где q_{i+}, q_{i-} – модули зарядов положительных и отрицательных ионов.

Так же как в электролитах введём понятие подвижности ионов b равной скорости дрейфа, которую получает ион в поле напряжённостью 1 В/м:

$$\upsilon_+ = b_+ \cdot E \quad \text{и} \quad \upsilon_- = b_- \cdot E.$$

Тогда плотность тока в газе:

$$j=nq_i(b_+ + b_-)E.$$

Следует заметить, что под b_- нужно иметь в виду среднюю подвижность электронов и отрицательных ионов. Подвижность и концентрация отрицательных ионов значительно меньше, чем электронов. Поэтому роль отрицательных ионов в протекании тока незначительна.

Если активность ионизатора (число пар ионов образуемых ежесекундно в единице объёма) мала, то сила тока несамостоятельного разряда при небольшой разности потенциалов будет прямо пропорциональна этой разности потенциалов – участок $0a$ вольтамперной характеристики несамостоятельного разряда (рис. 3). На участке ab ток растёт медленнее с увеличением разности потенциалов между электродами. А на участке bc сила тока не зависит от разности потенциалов.

Дело в том, что при малой разности потенциалов ионы движутся между электродами медленно, и многие из них успевают рекомбинировать и тем самым не участвуют в создании тока. При увеличении напряжения доля рекомбинирующих ионов уменьшается, а начиная с точки b вольтамперной характеристики, все ионы, создаваемые ионизатором, долетают до электродов без рекомбинации. Сила тока на участке bc называется током насыщения $I_н$.

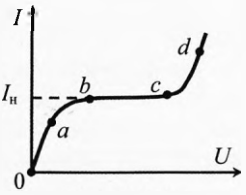


Рис. 3. *ВАХ несамостоятельного газового разряда*

Если модуль заряда иона (положительного или отрицательного) равен q_i, то нейтрализация на электродах одной пары ионов сопровождается переносом по внешней цепи заряда q_i. Поэтому, если активность ионизатора равна $a=\dfrac{\Delta N}{V\cdot\Delta t}$, то сила тока насыщения равна:

$$I_н = q_i\cdot\frac{\Delta N}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad I_н=q_i\cdot a\cdot V,$$

где $V=S\cdot l$ – объём камеры, S – площадь электрода, l – длина камеры.

Поэтому плотность тока насыщения

$$j_н=\frac{I_н}{S}=q_i\cdot a\cdot l.$$

Сила тока и плотность тока насыщения пропорциональны длине ионизационной камеры и активности ионизатора, поскольку число ионов, производимое ионизатором в единицу времени, также пропорционально длине камеры и активности ионизатора.

При дальнейшем повышении напряжения от точки c сила тока сначала медленно, а затем очень резко возрастает. Это означает, что появился внутренний источник ионов. Если при значении силы тока, соответствующей некой точке d графика, убрать внешний источник ионов, то разряд не прекратится. Из несамостоятельного разряд переходит в самостоятельный.

Когда образование новых ионов происходит в результате внутренних процессов в газе, внешний ионизатор не требуется.

§ 59. Самостоятельный газовый разряд

При протекании несамостоятельного разряда ток создаётся только ионами, образуемыми благодаря действию ионизатора.

Электроны испытывают упругие и неупругие столкновения с молекулами газа. При неупругом столкновении электрон ударяется об атом и возбуждает его. Затем атом переходит в обычное состояние и излучает свет.

Если же увеличить напряжённость поля значительно, то электрон за время свободного пробега между соударениями может набрать кинетическую энергию, достаточную для ионизации атома (молекулы). Ионизация происходит только тогда, когда работа электрического поля на длине свободного пробега больше энергии ионизации атома:

$$F_э \cdot \lambda > W_i \quad \text{или} \quad eE \cdot \lambda > W_i,$$

где e – модуль заряда электрона, E – напряжённость поля, W_i – энергия ионизации.

В этом случае электрон выбивает из атома электрон. Теперь уже два электрона разгоняются электрическим полем. Предположим, что один из них успел набрать на длине свободного пробега λ энергию, достаточную для возбуждения атома, а другой пролетел дольше и дальше и набрал энергию, достаточную для ионизации ещё одного атома, с которым он столкнулся.

Далее полетят уже три электрона (а может и четыре, если оба успели набрать кинетическую энергию, достаточную для ионизации). Эти электроны могут ионизировать ещё до четырёх атомов и т.д. Таким образом, число электронов, летящих к аноду, лавинообразно нарастает. Этот процесс называется *электронной лавиной*.

Каждая ионизация атома сопровождается не только освобождением нового электрона, но и появлением положительного иона, а положительные ионы, движущиеся в обратном направлении, тоже могут ионизировать газ.

Ионизующая способность положительных ионов значительно меньше, чем электронов. Но они, двигаясь в сторону катода и ионизируя небольшое число атомов, позволяют появившимся ближе к катоду электронам создать новые лавины в сторону анода.

Возможна также ионизация поверхности катода положительными ионами*. В результате вылетающие из катода электроны создают лавины от катода к аноду и разряд становится самостоятельным, т.е. приходит без внешнего ионизатора.

---

* Поверхность катода можно также ионизировать с помощью термоэлектронной эмиссии путём нагревания катода до высокой температуры.

Количественную теорию самостоятельного разряда разработал английский физик Джон Сили Эдвард Таунсенд в 1900 г. Его теория описывает стационарный (не изменяющийся во времени) самостоятельный газовый разряд. Однако теория Таунсенда не позволяет проследить процесс перехода несамостоятельного разряда в самостоятельный (участок *cd* на рис. 3).

Для количественной оценки ионизирующей способности электронов и ионов Таунсенд ввел два коэффициента α и β. Первый из них определяется как среднее число ионов одного знака, производимое электроном на единице длины своего пути. Такой же смысл имеет коэффициент β, характеризующий ионизирующую способность положительных ионов. Таунсенд показал, что главную роль играет ионизация ударами электронов, по сравнению с которой ионизацией положительных ионов можно во многих случаях пренебречь. Концентрация ионов и электронов рассматривалась столь малой, что можно было пренебречь рекомбинацией электронов и ионов.

Джон Сили Эдвард Таунсенд (1868–1957)

§ 60. Тлеющий разряд

Тлеющим разрядом обычно называют самостоятельный разряд, в котором катод испускает электроны вследствие бомбардировки его положительными ионами и фотонами, образующимися в газе в процессе разряда.

В отличие от таунсендовского разряда, где плотности электрического тока невелики, а влияние пространственного заряда несущественно, в тлеющем разряде плотность тока значительно больше, а пространственные заряды, возникающие из-за большого различия в массах, электронов и положительных ионов приводят к значительной неоднородности поля между электродами. Для тлеющего разряда характерна большая напряжённость электрического поля и большая разность потенциалов вблизи катода (катодное падение потенциала) (см. левый участок на верхней части рис. 4).

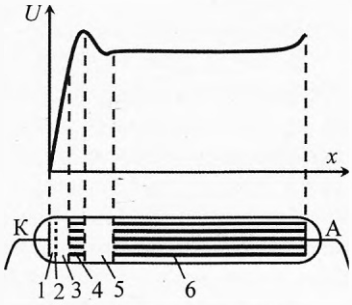


Рис. 4. *Тлеющий разряд*

Возьмем стеклянную трубку (длиной 30÷50 см), в которую впаяны два электрода. Приложим между ними постоянное напряжение в несколько сот вольт. При атмосферном давлении разряда не наблюдается. Будем откачивать насосом воздух из трубки. При давлении 50 мм рт. ст. возникает самостоятельный разряд в виде светящегося шнура. При давлении 2÷3 мм рт. ст. свечение (малинового цвета) заполняет всю трубку. При давлении 0,1÷0,01 мм рт. ст. разряд имеет вид, изображенный схематически в нижней части рисунка.

Непосредственно к катоду примыкает узкое, так называемое *астоново тёмное пространство* (1), где электроны, исходящие из катода, ещё не успели приобрести скорость, достаточную для возбуждения атомов и молекул газа. Оно впер-

вые наблюдалось английским физиком и химиком Астоном Фрексисом Уильямом (1877–1945). Ширина астонова тёмного пространства (составляющая десятые доли миллиметра) обратно пропорциональна давлению газа и уменьшается с увеличением плотности тока.

Затем идёт тонкая светящаяся пленка (2), называемая *катодным слоем*, где происходит возбуждение атомов и молекул ударами электронов, но ещё нет ионизации. Возвращаясь в нормальное состояние, возбужденные атомы излучают свет.

За катодным (светящимся) слоем следует *тёмное катодное пространство* (3). На самом деле оно не совсем тёмное, но кажется таковым лишь на фоне примыкающих к нему более светлых участков разряда. В этой части начинается ионизация атомов и молекул и нарастание электронных лавин. Из-за ионизации уменьшается вероятность возбуждения атомов, с чем и связано ослабление свечения газа. Область тёмного катодного пространства наиболее важна для поддержания разряда, так как созданные здесь положительные ионы, разгоняясь и ударяясь о катод, выбивают из катода необходимые для поддержания самостоятельного разряда электроны.

Тёмное катодное пространство резко переходит в отрицательное тлеющее свечение, иногда называемое *тлеющим свечением* (4). Это свечение резко ограничено, но только со стороны катода. Оно обусловлено рекомбинацией электронов с положительными ионами, а также излучением возбужденных атомов.

При продвижении к аноду яркость тлеющего свечения ослабевает, и оно постепенно переходит в *фарадеево тёмное* пространство (5), в которое уже не долетают быстрые электроны электронных лавин.

Эти пять областей разряда называют катодными частями разряда. В них происходят необходимые для поддержания разряда процессы.

За фарадеевым тёмным пространством следует *остов разряда* (6). В нешироких трубках он называется положительным свечением или положительным столбом разряда. Обычно положительный столб разряда простирается до самого анода. При некоторых условиях между положительным столбом и анодом видно тёмное анодное пространство, а на поверхности анода – *анодное свечение* или анодная светящаяся пленка.

В очень коротких трубках столб отсутствует. А в длинных трубках он служит проводящим мостом, соединяющим фарадеево тёмное пространство с анодом. В положительном столбе высока степень ионизации газа и его проводимость. Плотность пространственного заряда в положительном столбе близка к нулю, т.е. концентрации положительно и отрицательно заряженных частиц практически одинаковы $n_+ = n_-$ (это один из примеров низкотемпературной плазмы). Свечение положительного столба происходит в основном за счёт рекомбинации электронов с положительными ионами.

На последних нескольких свободных пробегах (в области *анодного падения*) электроны могут накопить достаточную кинетическую энергию, чтобы вызвать возбуждение атомов, в то время как положительные ионы оттягиваются от анода. Это приводит к анодному свечению.

Тлеющий разряд находит широчайшее применение в лампах дневного света и рекламных газосветных трубках. Следует упомянуть неоновую лампочку, широко применяемую в качестве индикатора электрического поля. В ней электродами

служат два железных листочка, покрытых слоем бария для уменьшения работы выхода электронов с поверхности электрода. В этом случае катодное падение потенциала составляет всего 70 В, и тлеющий разряд зажигается в неоновой лампочке уже при включении в обычную осветительную сеть.

§ 61. Искровой разряд

Проведём следующий эксперимент с электрофорной машиной. Разведём электроды и раскрутим рукояткой её диски. Если воздух в комнате достаточно сухой, то между электродами через небольшой промежуток времени будет проскакивать искра, сопровождающаяся резким звуком (треском). По внешнему виду искровой разряд представляет собой пучок ярких зигзагообразных разветвляющихся тонких полосок, мгновенно пронизывающих разрядный промежуток, быстро гаснущих и постоянно сменяющих друг друга (рис. 5).

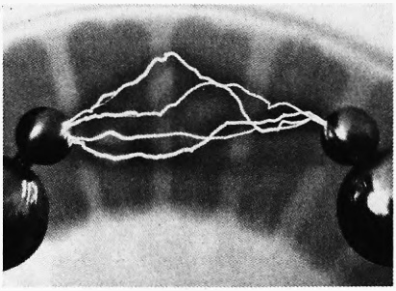


Рис. 5. *Искровой разряд*

Эти полоски называются *искровыми каналами*. Они начинаются как от положительного, так и от отрицательного электродов, а также от любой точки между ними. Каналы, развивающиеся от положительного электрода, имеют чёткие нитевидные очертания, а от отрицательного – диффузные (нечёткие) края и более мелкое ветвление.

Яркость свечения неоднородна по сечению канала. Она максимальна по центру канала.

Для возникновения искрового разряда между электродами необходимо приложить достаточно высокое пробойное напряжение (см. табл. 6).

Таблица 6. Искровые промежутки для воздуха при p=100 кПа.

Разность потенциалов, В	Расстояние в мм между электродами в виде		
	острий	шаров диаметром 5 см	плоскостей
20 000	15,5	5,8	6,1
40 000	45,5	13	13,7
100 000	220	45	36,7
200 000	410	262	75,3
300 000	600	530	114

После пробоя сопротивление искрового канала во много раз уменьшается. И, если мощность источника не очень велика, то после кратковременного импульса тока разряд прекращается. Благодаря рекомбинации ионов с электронами сопротивление промежутка восстанавливается. Напряжение между электродами повышается до прежнего значения, и пробой газа повто-

ряется. Время нарастания напряжения тем больше, чем больше ёмкость C между электродами. Поэтому, если параллельно с разрядным промежутком включить высоковольтный конденсатор большой ёмкости, то время между двумя последовательными искрами увеличится, а сами искры становятся более мощными. Если же искры нет, а конденсатор потрескивает, то пробойное напряжение на нём ниже, чем на разрядном промежутке. Значит, нужно последовательно соединить несколько высоковольтных конденсаторов.

При большой ёмкости C конденсатора канал искры ярко светится и имеет вид широких полос.

При достаточном увеличении мощности источника искровой разряд может перейти в дуговой, например, между линиями электропередачи, что приводит к короткому замыканию линии с грустными последствиями, обычно наблюдаемыми во время грозы, при сильном ветре, когда расстояние между проводами уменьшается или происходит обрыв провода. В результате много людей остаётся без электричества.

В процессе прохождения импульса тока через канал искры выделяется большая энергия (0,1÷1 Дж на каждый сантиметр длины канала). Этим обусловлено скачкообразное увеличение давления в воздухе – образуется цилиндрическая ударная волна с температурой в канале около 10^4 К. Происходит быстрое расширение канала искры, со скоростью несколько сот метров в секунду. Возникновением ударных волн объясняются звуковые эффекты, сопровождающие звуковой разряд: потрескивание при слабых разрядах (расчесывание, снимание свитера и т.п.) и гром во время молнии. Раскаты грома обусловлены отражением первичной звуковой волны (грома) от крупных тел: леса, холмов и др.

Механизм образования искрового разряда существенно отличается от механизма тлеющего разряда, хотя в обоих случаях ток (разряд) создаётся электронами и ионами в газе.

В настоящее время общепринятой считается *стримерная теория искрового разряда* (от англ. *stream* – поток), подтвержденная прямыми опытами. Эта теория качественно объясняет основные особенности искрового разряда, хотя в количественном отношении считается незавершенной.

При большой напряжённости в газе во всем объёме появляются слабо светящиеся скопления ионизированного газа, называемые стримерами. Во многих участках между электродами возникают лавины, которые движутся не по прямым линиям, а по линиям наименьшего сопротивления (где образуется наибольшая концентрация ионов). Важно, что световые кванты, испускаемые возбужденными атомами, распространяясь со скоростью света, сами производят ионизацию газа и дают начало новым электронным лавинам. Отдельные электронные лавины догоняют друг друга и, сливаясь вместе, образуют хорошо проводящий мостик из стримеров. По нему и устремляется мощный поток электронов, образующий канал искрового разряда. Поскольку проводящий мостик образуется в результате слияния практически одновременно возникающих стримеров, время его образования в сотни и даже тысячи раз меньше времени, которое требуется отдельной электронной лавине для прохождения расстояния от катода к аноду. Время развития искрового разряда составляет 0,1 мкс и менее. Наряду с отрицательными стримерами, то есть стримерами, распространяющимися от катода к аноду, существуют также

положительные стримеры, которые распространяются в противоположном направлении.

Важно отметить, что искровой разряд представляет собой, как правило, не однократное прохождение разряда, а электромагнитные колебания, т.е. многократное прохождение разрядов тока в одну и другую стороны.

§ 62. Молния

Красивое и небезопасное явление природы – молния представляет собой искровой разряд в атмосфере (рис. 6).

Уже в середине 18 века обратили внимание на внешнее сходство молнии с электрической искрой. Основоположник русской науки М. В. Ломоносов и Б. Франклин, американский исследователь и государственный деятель, работавшие независимо друг от друга доказали на опыте, что грозовые облака несут в себе большие электрические заряды и что молния есть гигантская электрическая искра.

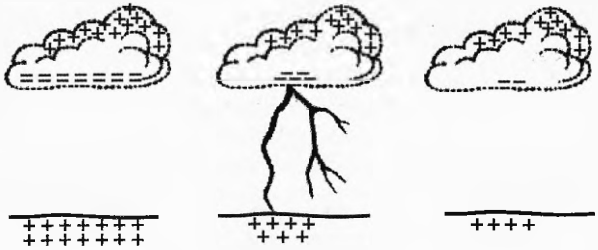
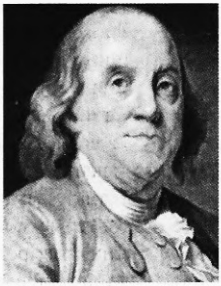


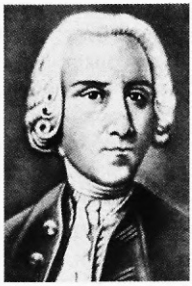
Рис. 6. *Молния*

Сотрудник Ломоносова профессор Георг Вильгельм Рихман, открывший в 1748–1751 гг. электростатическую индукцию, построил у себя дома «громовую молнию» – конденсатор, находившийся в его лаборатории и заряжавшийся атмосферным электричеством посредством провода, конец которого был выведен из помещения и поднят на высоком месте. Во время грозы можно было рукой извлекать искры, поднося её к проводу.

Михаил Васильевич Ломоносов (1711–1765)



Бенджамин Франклин (1706–1790)



Георг Вильгельм Рихман (1711–1753)

Франклин во время грозы запускал на бечёвке змея, который был снабжен железным остриём; к нижнему концу бечевки был привязан дверной ключ. Когда бечевка намокала и становилась проводником электрического тока, Франклин смог извлечь из ключа электрические искры, зарядить лейденские банки и проделать другие опыты, производимые с электрической (электрофорной) машиной. Таким образом, было показано, что грозовые облака действительно сильно заряжены электричеством.

Следует отметить, что такие опыты чрезвычайно опасны, так как молния может ударить в змея и при этом большие заряды пройдут через тело экспериментатора в землю. Франклину и Ломоносову повезло, а Рихман погиб в 1753 г. от удара молнии в лаборатории у себя дома.

Исследования показали, что причиной возникновения гроз является разделение электростатических зарядов в грозовых облаках. При дроблении водяных капель и кристаллов льда, при столкновении их с ионами атмосферного воздуха крупные капли и кристаллы заряжаются отрицательно, а мелкие – положительно. Восходящие потоки воздуха поднимают мелкие капли и кристаллы к вершине облака, а крупные капли и кристаллы падают к его основанию. Разность потенциалов между основанием облака на высоте 3÷4 км и поверхностью земли достигает 20÷100 млн. вольт. При этом на поверхности земли индуцируется заряд противоположного знака (рис. 6). Молния переносит из облака на землю 20÷30 Кл отрицательного электрического заряда, а сила тока достигает 100 кА. Длительность импульса тока в канале молнии достигает 0,1 мс. Длина молнии может достигать нескольких километров.

Молния может быть между облаками или между облаком и землёй.

Молния самопроизвольно прекращается, так как большая часть избыточных зарядов в грозовом облаке нейтрализуется электрическим током, протекающим по плазменному каналу молнии.

На Земле каждые сутки происходят сотни гроз со множеством молний, которые сообщают Земле отрицательный заряд, составляющий около $6 \cdot 10^5$ Кл. Напряжённость электрического поля у поверхности земли составляет примерно 130 В/м. Между отрицательно заряженной Землёй и положительно заряженными верхними слоями атмосферы существует разность потенциалов, примерно 40 кВ. В атмосферном воздухе всегда имеется некоторое число ионов и электронов. Электрический ток, создаваемый ими, разряжает Землю, но «грозовая машина» пополняет этот заряд с каждым ударом молнии. Если бы грозы прекратились на Земле, то электрический заряд был бы в основном нейтрализован током ионов и электронов в атмосферном воздухе примерно за полчаса.

Молнии возникают не только в водяных облаках, но и в облаках пыли и газов, образующихся при извержениях вулканов.

Кроме рассмотренных нами так называемых линейных молний, изредка встречаются шаровые молнии и четочные молнии. Четочные молнии кажутся состоящими из ряда ярких сферических или продолговатых тел.

Шаровые молнии возникают иногда после удара линейной молнии или между проводами электрических линий. По внешнему виду – это светящееся шарообразное или грушевидное тело диаметром 10÷20 см. Шаровая молния – это высокоионизованный газ – сгусток плазмы. Время её существования от 1 с до нескольких минут. Шаровая молния изучена слабо, т.к. редко наблюдаема, и в лабораторных условиях пока не создана.

§ 63. Коронный разряд

При атмосферном давлении в газе, находящемся в сильно неоднородном электрическом поле (около остриев, проводов линий высокого напряжения, особенно у неровностей на поверхности проводов и т.д.) при напряжённости поля более 30 кВ/см наблюдается свечение, имеющее вид оболочки или короны, откуда и произошло название разряда. Если корона возникает вокруг отрицательного электрода, то она называется *отрицательной*. В противоположном случае корона называется *положительной*. Механизм возникновения разряда в этих случаях разный.

В случае отрицательной короны положительные ионы, образуемые электронными лавинами, ускоряются в сильном электрическом поле вблизи катода (рис. 7). Попадая на катод, они выбивают из него электроны (вторичная электронная эмиссия). Выбитые электроны, «отталкиваясь» от катода, порождают на своем пути новые электронные лавины. Так как электрическое поле резко убывает при удалении от проволоки, то на небольшом расстоянии (порядка 1 мм), где напряжённость становится менее 30 кВ/см, электронные лавины обрываются. Электроны попадают в «тёмную область» и там «прилипают» к нейтральным молекулам газа. Образовавшиеся отрицательные ионы являются основными носителями тока в тёмной области. Понятно, что в тёмной области нет самостоятельного разряда. Пространственный отрицательный заряд этих ионов вблизи анода ограничивает общий разрядный ток.

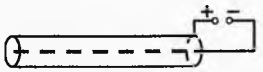


Рис. 7. *Отрицательная корона*

В положительной короне, когда катодом служит цилиндрический электрод с большим радиусом кривизны, электрическое поле у катода слабое (рис. 8). При этом электронные лавины порождаются электронами, возникающими вблизи анода при объёмной ионизации газа фотонами, излучаемыми коронирующим слоем. Лавины зарождаются на внешней границе коронирующего слоя, где напряжённость поля E>30 кВ/см и распространяются к положительному электроду (обладающему большой кривизной). Положительные ионы, двигаясь через тёмную область к катоду, образуют пространственный заряд, который ограничивает силу разрядного тока.

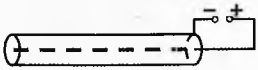


Рис. 8. *Положительная корона*

При достаточно большом увеличении напряжения между электродами «тёмная» область коронного разряда исчезает и возникает искровой разряд с полным пробоем разрядного промежутка. Переход от коронного разряда к искровому разряду можно наблюдать на школьном генераторе высокого напряжения «Спектр-1».

Разность потенциалов между клеммами генератора устанавливают равной 25 кВ. К «+» генератора подключают плоский или шарообразный электрод. На расстоянии 1 см от него помещают электрод с острым концом, подключенный к «–» генератора. Тогда в затёмненном классе можно наблюдать корону около острия (рис. 9).

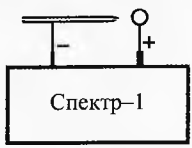


Рис. 9. *Генератор высокого напряжения*

Затем медленно подвигают изолирующим предметом острие к положительному электроду (или просто поворачивают стержень с острием в сторону положительного электрода). При уменьшении расстояния яркость и толщина короны возрастают, и при расстоя-

нии между электродами ≈8 мм происходит искровой пробой с небольшой частотой. При дальнейшем сближении электродов искра проскакивает со всё большей частотой.

При повышении напряжения коронный разряд на острие принимает вид системы тонких светящихся линий, выходящих из острия. Эта разновидность коронного разряда получила название *кистевого разряда*.

Для наблюдения коронного разряда достаточно иметь один острый электрод. Роль второго электрода могут играть окружающие тела. Заряженное грозовое облако индуцирует на поверхности земли под собой заряды противоположного знака. Особенно большая напряжённость возникает на остриях. Поэтому на острых углах высоко поднятых предметов вспыхивают перед грозой конусы света, похожие на кисточки. С давних пор они называются огнями святого Эльма.

Свидетелями этого явления часто становятся альпинисты. Иногда даже кончики волос на голове украшаются маленькими светящимися кисточками. Нередко ледорубы начинают гудеть подобно майскому шмелю. Коронные разряды носят прерывистый характер, поэтому являются источником значительных радиопомех.

С возникновением коронного разряда приходится считаться в технике высоких напряжений.

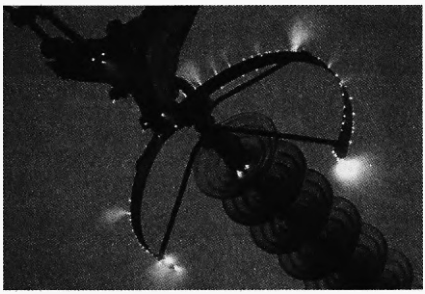


Рис. 10. *Коронный разряд на ЛЭП. Автор фото: Nitromethane*

При передаче электроэнергии на большие расстояния используются высоковольтные линии электропередачи (ЛЭП) на 500 кВ, 750 кВ и т.д. Вблизи провода возникает большая напряжённость, и он жужжит коронным разрядом, что приводит к потере электроэнергии (рис. 10).

Для снижения этих потерь провода ЛЭП делают не одиночными, а каждый линейный* провод расщепляют на несколько частей (проводов). Например, для ЛЭП-500 расщепляют каждый линейный провод на три части. С помощью распорок эта тройка проводов с одинаковым потенциалом располагается на всей длине линии как бы в вершинах равностороннего треугольника. Таким образом, они как бы представляют один провод, но значительно большего радиуса кривизны. Для ЛЭП, рассчитанной на 750 кВ, каждый линейный провод составляют из четырех реальный проводов, сечения которых расположены в вершинах квадрата.

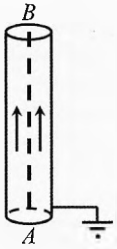


Рис. 11. *Электрофильтр*

Коронный разряд используется в фильтрах, предназначенных для очистки промышленных газов от примесей твёрдых и жидких частиц (дыма на ТЭЦ и в производстве серной кислоты, в литейных цехах заводов цветных металлов и др.)

---

* Электростанциями вырабатывается трёхфазный переменный ток, и линия электропередач состоит из трёх линейных проводов и одного нулевого. Подробнее см. Трёхфазный ток.

Принцип действия электрофильтра пояснен на рис. 11. Вдоль оси вертикальной трубы натянута заряженная (например, отрицательно) проволока AB, вокруг которой зажигается коронный разряд. Вследствие этого отходящий топочный газ становится сильно ионизированным. Ведь ионы оседают на частицах дыма, поднимающегося вверх по трубе. Получив заряды, одноименные с зарядом коронирующей проволоки, частицы дыма отталкиваются от неё. Отсюда они могут быть извлечены механическим способом (например, можно внутри трубы помещать цилиндр, подключенный к другому полюсу источника тока).

Извлечённый материал может использоваться для получения содержащихся в нём ценных металлов. А дым из трубы выходит слегка очищенным.

В школе на уроке физики можно провести следующую демонстрацию. Тёмным дымом заполняется труба с описанным фильтром. При включении напряжения воздух в трубе моментально становится прозрачным.

Коронный разряд используется в декоративных плазменных шарах, состоящих из стеклянной сферы с установленным внутри электродом. На электрод подаётся переменное высокое напряжение (около 10 кВ) с частотой около 30 кГц. Внутри сферы находится разреженный газ (для уменьшения напряжения пробоя). В качестве наполнения могут выбираться разные смеси газов для придания «молниям» определённого цвета.

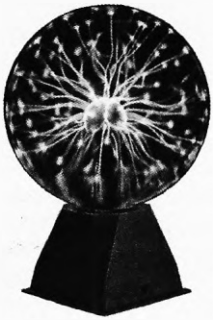


Рис. 12. *Плазменный шар*

§ 64. Дуговой разряд

Если получить искру от мощного источника и постепенно уменьшать расстояние между электродами, то разряд из прерывистого становится непрерывным, сила тока увеличивается, достигает нескольких ампер, и возникает новая форма разряда, называемого *дуговым разрядом*. Дуговой разряд можно получить от источника низкого напряжения, минуя стадию искры. Для этого электроды сближают до соприкосновения. В месте контакта они сильно нагреваются электрическим током, после чего их разводят, получая при этом яркую электрическую дугу (рис. 13).

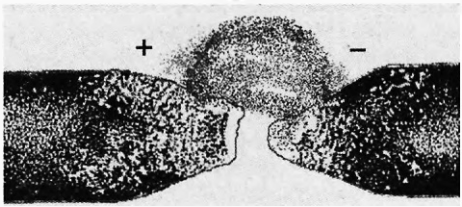


Рис. 13. *Дуговой разряд (вольтова дуга)*

Именно таким образом первым её получил в 1802 г. русский физик Василий Владимирович Петров. Он присоединил к полюсам большой гальванической батареи два кусочка древесного угля и привел их в соприкосновение. Затем слегка их раздвинул. Тогда между концами углей образовалось яркое пламя, а сами концы углей раскалились добела, испуская ослепительный свет.

Василий Владимирович Петров (1761–1834)

Алессандро Вольта (1745–1827)

Владимир Федорович Миткевич (1872–1951)

Пламя представляет собой горячий ионизированный газ, плотность которого меньше плотности окружающего воздуха. Под действием силы Архимеда пламя поднимается вверх и принимает форму дуги, поэтому и названо дуговым разрядом. Работа Петрова была опубликована на русском языке и осталась неизвестной заграничным ученым. В России на неё не обратили внимания.

Явление электрической дуги вновь было открыто в 1810 г. английским химиком и физиком Гемфри Дэви. Это явление он продемонстрировал с помощью большой батареи, состоящей из 2000 гальванических элементов, подключив к её полюсам два кусочка угля. Дэви предложил в честь изобретателя источника постоянного тока Алессандро Вольты назвать этот вид разряда «вольтовой» дугой.

Для электрической дуги, горящей при атмосферном давлении, в качестве электродов используют специально изготовляемые стержни, получаемые прессованием смеси графита, сажи и связующих веществ (дуговые угли).

Во время горения расстояние между электродами дуги составляет примерно 5 мм при силе тока 10÷20 А и напряжение между ними 40÷50 В.

Дуга горит как при переменном, так и при постоянном токе, но устойчивее при постоянном токе. В этом случае угольный катод заостряется, а на аноде образуется углубление, называемое кратером. Кратер – наиболее горячее место дуги, его температура при атмосферном давлении достигает 4000°С, а при давлении 20 атм превышает 7000°С (выше температуры фотосферы Солнца). В электрических дугах с металлическими электродами (железо, медь и др.) температура меньше (2000÷2500°С) из-за высокой теплопроводности электродов и быстрого испарения (возгонки) металлов, требующего большого количества тепла.

В 1905 г. русский электромеханик Владимир Федорович Миткевич впервые обосновал, что дуговой разряд поддерживается главным образом за счёт термоэлектронной эмиссии с поверхности катода. Эту точку зрения подтверждает тот факт, что во многих случаях устойчивая дуга получается только при условии, что температура катода достаточно высока. При охлаждении катода дуга горит неустойчиво, периодически гаснет и снова зажигается. Охлаждение же анода не вызывает нарушения устойчивости горения дуги.

Кратер на аноде обусловлен бомбардировкой электронами анода. Испаряясь с анода, часть положительных ионов оседает на катоде, поэтому он заостряется. Достаточно высокая для термоэлектронной эмиссии температура катода поддерживается бомбардировкой катода положительными ионами.

Вольтамперная характеристика дугового разряда. С возрастанием разрядной силы тока сопротивление дуги R сильно уменьшается из-за увеличения термоэлектронной эмиссии с катода и ионизации газа в разрядном промежутке. При этом сопротивление R убывает в большей степени, чем возрастает сила тока I. Вследствие этого при увеличении силы тока напряжение на разрядном промежутке напряжение $U=I\cdot R$ не возрастает, а убывает (рис. 14). Поэтому говорят, что дуга имеет падающую вольтамперную характеристику, на которой напряжение на разрядном промежутке уменьшается с ростом силы тока. Для поддержания устойчивого горения дуги при случайных изменениях силы тока, например, вследствие охлаждения катода напряжение на электродах дуги должно быть повышено. Иначе дуга погаснет. С этой целью в цепь дуги включают последовательно балластное сопротивление (рис. 15). При случайном уменьшении тока напряжение на балластном сопротивлении $R_б$ уменьшится. Поэтому при неизменном подводимом общем напряжении U напряжение на газоразрядном промежутке должно увеличиться, чем и обеспечивается устойчивое горение дуги.

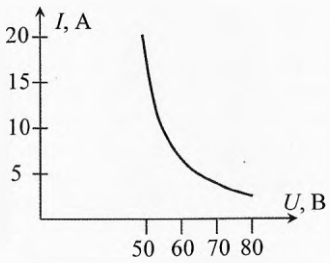


Рис. 14. *ВАХ дугового разряда*

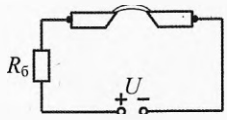


Рис. 15. *Схема для получения дугового разряда*

Павел Николаевич Яблочков (1847–1894)

Николай Николаевич Бенардос (1842–1905)

Николай Гаврилович Славянов (1854–1897)

Электрическая дуга впервые была использована в 1875 г. для освещения русским электротехником П. Н. Яблочковым. В 1876 г. он получил патент на свое изобретение. Освещение дуговыми лампами получило название «русского света» или «северного света».

Электрическая дуга применяется как источник света. Её светоотдача в 3 раза больше, чем у ламп накаливания. Применяются они там, где требуются яркие и мощные источники света: в прожекторах, кинопроекторах, при киносъемке и т.п.

Электрическая дуга нашла широчайшее применение в дуговой электросварке. Применение дуговой сварки впервые было разработано русскими электротехниками Н. Н. Бенардосом в 1885 г., а также Николаем Гавриловичем Славяновым

(1854–1897). Причём Славянов разработал сварку с предварительным подогревом изделия (1888). Он впервые применил для электросварки электрический генератор.

Из-за большой яркости электрической дуги смотреть на неё опасно для зрения, поэтому электросварщик должен надевать защитную маску с толстыми тёмными очками. Дуга опасна не только для глаз, но и для кожи лица.

Электрическую дугу широко применяют в промышленных электропечах. В мировой промышленности около 90% инструментальной стали и почти все специальные стали выплавляются в электрических печах, многие из которых построены по типу дуговых (рис. 16).

Наряду с дуговыми разрядами, обусловленными термоэлектронной эмиссией, существуют дуговые разряды другого типа.

Примером может служить кварцевая лампа. В этой лампе дуговой разряд происходит не в воздухе, а в атмосфере ртутного пара. Для чего в лампу вводят немного жидкой ртути, а воздух выкачивают. Свет ртутной дуги богат ультрафиолетовыми лучами, обладающими сильным химическим и биологическим действием. Лампу делают из плавленого кварца для пропускания ультрафиолетовых лучей.

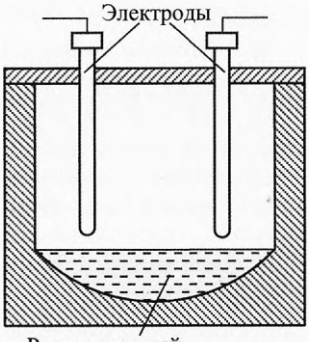


Рис. 16. *Электропечь для плавки металла дуговым разрядом*

Ртутные лампы широко применяют для кварцевания (обеззараживания, стерилизации) больничных помещений: операционных, процедурных кабинетов, больничных палат. Ртутные лампы применяют при лечении различных заболеваний, а также используют в соляриях для придания телу человека небольшого загара в любое время года («искусственное горное солнце»), а также при научных исследованиях в качестве мощного источника ультрафиолетовых лучей. Свет ртутной лампы в больших количествах чрезвычайно вреден для зрения.

Теоретическая модель процесса в ртутных дуговых лампах пока проработана недостаточно.

§ 65. Плазма

Плазма – это четвёртое и основное состояние вещества во Вселенной.

Нам, живущим на тверди земной, окруженной огромным количеством воды на дне воздушного океана, трудно представить, что около 99% вещества во Вселенной – это плазма (высоко ионизированный газ). Т.е. что из четырех выделенных в древности стихий: «земля», «вода», «воздух»,

«огонь» – подавляющую часть составляет «огонь». На твёрдое, жидкое и газообразное состояние вещества приходится всего 1% массы вещества.

Сейчас, правда, говорят, ещё об одном состоянии – нейтронном, о чёрных дырах, куда всё входит и ничего не выходит, даже свет не может вылететь и втягивается обратно из-за гигантского гравитационного притяжения массивной чёрной дыры*.

Плазма (в переводе с греческого буквально означает – вылепленное, оформленное) – это частично или полностью ионизированный газ, в котором концентрации положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы.

При сильном нагревании любое вещество испаряется, превращаясь в газ. Если увеличивать температуру и дальше, то начинается процесс термической ионизации, то есть молекулы газа начнут распадаться на атомы, которые затем превращаются в ионы. И чем выше температура, тем больше степень ионизации, причём, чем становится жарче, тем больше электронных оболочек снимается с атома. Сначала покидают атом внешние (валентные) электроны. Такое состояние называется «холодной плазмой». Затем уходят электроны с внутренних слоев. Когда же температура достигает десятков миллионов градусов, атом «раздевается» полностью. При этом вещество состоит из атомных ядер и электронов – это горячая плазма.

В недрах звезд при ещё больших давлениях и температурах электроны соединяются с протонами, и получается пятое – нейтронное состояние вещества.

Газ может быть ионизирован не только за счёт нагревания, но и благодаря взаимодействию атомов (ионов) с электромагнитным излучением (фотоионизация) или бомбардировкой газа заряженными частицами (электронным или ионным ударом).

Свободные заряженные частицы, особенно электроны, легко движутся под действием электрического поля. Поэтому в состоянии равновесия пространственные заряды, входящие в состав плазмы, должны компенсировать друг друга так, чтобы напряжённость поля внутри плазмы была равно нулю. Именно отсюда вытекает необходимость практически точного равенства плотности заряда электронов с отрицательными ионами и положительных ионов в плазме, то есть квазинейтральности плазмы.

Нарушение квазинейтральности плазмы в занимаемом ею объёме ведет к немедленному появлению сильных электрических полей пространственных зарядов, тут же восстанавливающих квазинейтральность.

---

* Более того сейчас речь уже идёт о том, что вся материя, о которой говорится в первых двух абзацах составляет всего 5% от всей материи, а 95% приходится на некую «тёмную материю» и «тёмную энергию».

Количественной характеристикой плазмы является ***степень ионизации*** *α, равная отношению числа ионизированных атомов к полному их числу в единице объёма плазмы:*

$$\alpha = \frac{N_i}{N}.$$

Различают слабоионизированную плазму, степень ионизации которой менее 1%, сильноионизированную плазму со степенью ионизации от нескольких процентов до десятков процентов и полностью ионизированную плазму с $\alpha \approx 1$ или 100%.

Средние значения энергии различных типов частиц, составляющих плазму, могут значительно отличаться одна от другой. В этом случае плазму нельзя охарактеризовать одним значением температуры T. Различают электронную температуру T_e, ионную T_i (или ионные температуры, если в плазме есть ионы разных сортов) и температуру нейтральных атомов T_α. Подобная плазма называется неизотермической.

В плазме, предоставленной самой себе на длительное время, температуры всех компонентов постепенно выравниваются: $T_e = T_i = T_\alpha$. Такая плазма называется изотермической.

Если плазма находится в электрическом поле, то в ней течёт электрический ток и выделяется джоулево тепло. При этом энергию от поля получают в основном электроны, как наиболее подвижные частицы. Ионы нагреваются главным образом за счёт энергии «горячих» электронов при кулоновском взаимодействии с ними. Так как этот процесс происходит сравнительно медленно, то температура электронов в плазме (с электрическим током) оказывается выше температуры ионов. Так в положительном столбе тлеющего разряда при давлениях порядка 0,1 мм рт. ст. температура электронного газа может достигать 50 000°C и выше, тогда как температура ионов не превышает нескольких сотен градусов.

Ирвинг Ленгмюр (1881–1857)

Леви Тонкс (1897–1971)

Термин «плазма» в физику ввели в 1924 г. американские физики Ирвинг Ленгмюр и Леви Тонкс, проводившие измерения параметров низкотемпературной плазмы.

Около Земли плазма существует в виде солнечного ветра. Плазма заполняет ионосферу и магнитосферу Земли (образуя радиационные поля Земли). Процессами в околоземной плазме обусловлены магнитные бури и полярные сияния. Отражение радиоволн от ионосферной плазмы обеспечивает возможность дальней радиосвязи на Земле.

В лабораторных условиях и промышленном применении плазма образуется при электрических разрядах в газах (дуговом, искровом, тлеющем и др.), в процес-

сах горения и взрыва, используется в плазменных ускорителях и магнитогидродинамических генераторах, в установках для исследования управляемых термоядерных реакций.

Основные свойства плазмы. Плазма существенно отличается от нейтральных газов.

Во-первых, взаимодействие частиц плазмы характеризуется кулоновскими силами притяжения и отталкивания, значительно более дальнодействующими, чем силы взаимодействия нейтральных частиц. Поэтому взаимодействие частиц плазмы является не парным, а коллективным – одновременно взаимодействует друг с другом большое количество частиц.

Во-вторых, электрические и магнитные поля сильно действуют на плазму, вызывая в ней появление объёмных зарядов и токов и обуславливая целый ряд специфических свойств плазмы.

Эти отличия позволяют рассматривать плазму как особое, «четвёртое» состояние вещества.

К важнейшим свойствам плазмы относится квазинейтральность, о которой написано выше.

Помимо хаотического теплового движения частицы плазмы могут участвовать в коллективных движениях, из которых наиболее характерны продольные колебания пространственного заряда – ленгмюровские волны.

Из-за кулоновского взаимодействия плазму можно рассматривать как упругую среду, в которой легко возбуждаются и распространяются различные шумы, колебания и волны, в том числе поперечные.

В магнитном поле частицы плазмы вращаются под действием силы Лоренца.

Излучение плазмы. Спектр излучения низкотемпературной (например, газоразрядной) плазмы с малой концентрацией частиц состоит из отдельных спектральных линий (линейчатый спектр), что можно наблюдать в условиях школьного физического кабинета.

В газосветных трубках наряду с ионизацией происходит и рекомбинация ионов и электронов, дающая рекомбинационное излучение со спектром в виде широких полос.

Для высокотемпературной плазмы (чёрной плазмы, т.к. она не излучает в видимом диапазоне) характерно тормозное излучение с непрерывным рентгеновским спектром, возникающее при столкновении электронов с ионами.

Применение плазмы. Низкотемпературная плазма ($T \approx 10^3$ К) находит применение в газоразрядных источниках света, в газовых лазерах и в термоэмиссионных преобразователях тепловой энергии в электрическую.

Интересно применение низкотемпературной плазмы в магнитогидродинамических генераторах (МГД), где струя плазмы тормозится в канале с поперечным магнитным полем с индукцией $\vec{B}$, что приводит к появлению между верхним и нижним электродами электрического поля напряжённостью $E \sim B\upsilon$, где υ – скорость потока плазмы (рис. 17). Вырабатываемая таким генератором ЭДС подаётся во внешнюю цепь.

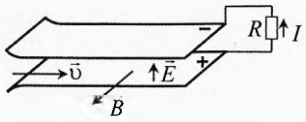


Рис. 17. *Генератор магнитогидродинамический*

Если «обратить» МГД генератор, пропуская через плазму в магнитном поле ток от внешнего источника, то образуется плазменный двигатель, весьма перспективный для длительных космических полетов.

Плазмотроны, создающие струи плотной низкотемпературной плазмы, широко применяются в различных областях техники (рис. 18). В частности с их помощью режут и сваривают металлы (газосварка), наносят покрытия.

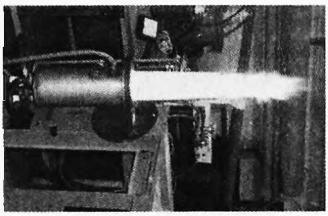


Рис. 18. *Плазмотрон*

В плазмохимии низкотемпературную плазму используют для получения некоторых химических соединений, например галогенидов инертных газов, которые не удаётся получить другим путём.

Основной практический интерес, который представляет физика высокотемпературной плазмы ($T \approx 10^8$ К), связан с решением проблемы управляемого термоядерного синтеза (УТС). Для того чтобы в веществе начались достаточно интенсивные термоядерные реакции (наиболее перспективен синтез дейтерия с тритием), его нужно нагреть до очень высоких температур порядка 10^8 К. Одним из вариантов подогрева является подогрев с помощью высокотемпературной плазмы.

Главная трудность этого варианта УТС связана с получением спокойной высокотемпературной плазмы. Дело в том, что (как указывалось выше) из-за дальнодействующего характера кулоновских сил в плазме происходят разные коллективные процессы, например, произвольно возникающие шумы и колебания, делающие плазму неустойчивой. Основные усилия при решении управляемого термоядерного синтеза и направлены на подавление этих неустойчивостей.

Токамак. В земных условиях, казалось бы, невозможно получить высокотемпературную плазму, так как при контакте с ней стенки из любого жаропрочного материала превратились бы в пар. Бесконтактное удержание плазмы было реализовано с помощью сильного магнитного поля в токамаках – тороидальных камерах с магнитными катушками. Идея токамака была высказана в 1950 году академиками И. Е. Таммом и А. Д. Сахаровым; первые экспериментальные исследования этих систем начались в 1956 году.

Игорь Евгеньевич Тамм (1895–1971)

Андрей Дмитриевич Сахаров (1921–1989)

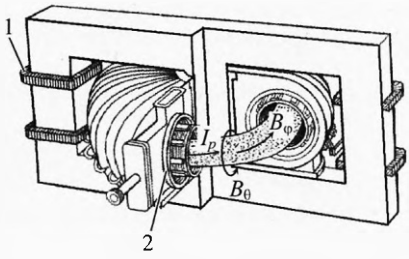


Рис. 19. *Токамак*

Принцип устройства показан на рис. 19. Плазма создаётся в тороидальной вакуумной камере, которая служит как бы единственным замкнутым витком вторичной обмотки трансформатора. При пропускании нарастающего во времени

тока в первичной обмотке 1 трансформатора внутри вакуумной камеры 2 создаётся вихревое продольное электрическое поле. При не очень большой начальной концентрации газа (обычно используется водород или его изотопы) происходит его электрический пробой и вакуумная камера заполняется плазмой с последующим нарастанием большого продольного тока I_p. В современных крупных токамаках ток в плазме составляет несколько миллионов ампер. Этот ток создаёт собственное магнитное поле B_0. Кроме того, для стабилизации плазмы используется сильное магнитное поле B_φ, создаваемое с помощью специальных обмоток тороидального магнитного поля. Именно комбинацией тороидального и полоидального магнитных полей обеспечивается устойчивое удержание высокотемпературной плазмы, необходимое для осуществления управляемого термоядерного синтеза.

Операционные пределы. Магнитное поле токамака достаточно хорошо удерживает высокотемпературную плазму, но только в определенных пределах изменения её параметров. Первые два ограничения относятся к току плазмы I_p и её средней концентрации n частиц (электронов или ионов). Оказывается, что при заданном значении индукции тороидального магнитного поля ток плазмы не может превышать некоторого предельного значения, иначе плазменный шнур начинает извиваться по винтовой линии и в конце концов разрушается: развивается так называемая неустойчивость срыва тока. Для характеристики предельного тока используется коэффициент запаса q по винтовой неустойчивости, определяемый отношением $q=\dfrac{5B_\varphi a^2}{RI_p}$, где a – малый, R – большой радиус плазменного шнура, B_φ – индукция тороидального магнитного поля, I_p – ток в плазме (размеры измеряются в метрах, магнитное поле – в теслах, ток – в МА). Необходимым условием устойчивости плазменного шнура является неравенство $q>1$, которое называется критерием Крускала–Шафранова. Эксперименты показывают, что надежно устойчивый режим удержания достигается при значении $q\geq 2$.

Для концентрации имеются два предела – нижний и верхний. Нижний предел связан с образованием так называемых ускоренных, или убегающих электронов. При малой плотности частота столкновений электронов с ионами становится недостаточной для предотвращения их перехода в режим непрерывного ускорения в продольном электрическом поле. Ускоренные до высоких энергий электроны могут представлять опасность для элементов вакуумной камеры, поэтому плотность плазмы выбирается настолько большой, чтобы ускоренных электронов не было. С другой стороны, при достаточно высокой концентрации режим удержания плазмы вновь становится неустойчивым из-за радиационных и атомарных процессов на границе плазмы, которые приводят к сужению токового канала и развитию винтовой неустойчивости плазмы. Верхний предел по плотности характеризуется безразмерными параметрами Мураками $M=\dfrac{nR}{B_\varphi}$ и Хьюгелла $H=\dfrac{nqR}{B_\varphi}$ (здесь средняя по сечению концентрация электронов n измеряется в единицах 10^{20} частиц/м^3). Для устойчивого удержания плазмы необходимо, чтобы числа M и H не превышали некоторых критических значений.

При нагреве плазмы и повышении её давления появляется ещё один предел, характеризующий максимальное устойчивое значение давления плазмы: $p=n(T_e+T_i)$, где T_e, T_i – электронная и ионная температуры. Этот предел накладывается на ве-

личину β, равную отношению среднего давления плазмы к давлению магнитного поля; упрощенное выражение для предельного значения β даётся соотношением Тройона $\beta_c = \frac{gI_p}{aB_\varphi}$, где g – числовой множитель, равный примерно $3 \cdot 10^{-2}$.

Термоизоляция. Возможность нагрева плазмы до очень высоких температур связана с тем, что в сильном магнитном поле траектории заряженных частиц выглядят как спирали, навитые на линии магнитного поля. Благодаря этому электроны и ионы длительное время удерживаются внутри плазмы. И только за счёт столкновений и небольших флуктуаций электрического и магнитного полей энергия этих частиц может переноситься к стенкам в виде теплового потока. Эти механизмы определяют величину диффузных потоков. Поэтому возникает проблема термоизоляции плазмы. В реальной плазме токамака всегда присутствуют небольшие флуктуации полей и потоков частиц, поэтому реальные уровни потоков тепла и частиц обычно значительно превышают предсказания теории.

Эксперименты, проведенные на многих токамаках различной формы и размеров, позволили обобщить результаты исследований механизмов переноса в виде соответствующих эмпирических зависимостей. Эти зависимости называются скейлингами; они успешно используются для предсказания параметров плазмы во вновь вводимых в строй установках.

Нагрев плазмы. Плазма любого токамака автоматически подогревается за счёт джоулева тепла от протекающего по ней тока. Этого энерговыделения достаточно для получения температуры в несколько миллионов градусов. Для целей управляемого термоядерного синтеза нужны температуры больше 10^8 К, поэтому все крупные токамаки дополняются мощными системами нагрева плазмы. Для этого используются либо электромагнитные волны различных диапазонов, либо прямой ввод быстрых частиц в плазму.

При нагреве ионов с помощью быстрых частиц обычно используются мощные пучки нейтральных атомов. Такие пучки не взаимодействуют с магнитным полем и проникают глубоко внутрь плазмы, там они ионизируются и захватываются магнитным полем.

С помощью дополнительных методов нагрева температуру плазмы удаётся поднять более $3 \cdot 10^8$ К, что вполне достаточно для протекания мощной термоядерной реакции. В будущих разрабатываемых токамак-реакторах нагрев плазмы будет осуществляться альфа-частицами, возникающими при реакции слияния ядер дейтерия и трития.

Токамак-реактор. Главной целью исследований на установках токамака является освоение концепции магнитного удержания плазмы для создания термоядерного реактора. На токамаке удаётся создать устойчивую высокотемпературную плазму с температурой и концентрацией, достаточными для термоядерного реактора; установлены закономерности для термоизоляции плазмы; осваиваются методы поддержания тока и управления уровнем примесей. Работы по токамаку переходят из фазы чисто физических исследований в фазу создания экспериментального термоядерного реактора. Речь уже идёт об эффективности устройства. Энергия, получаемая в результате реакции, должна быть существенно больше энергии, затраченной на организацию этих реакций.

Упражнения

1 Какова сила тока насыщения при несамостоятельном газовом разряде, если ионизатор образует ежесекундно $\alpha=10^9$ пар ионов в 1 кубическом сантиметре? Площадь каждого из двух электродов $S=100$ см^2 и расстояние между ними $d=5$ см.

2 Какой из атомов лития, гелия, цезия легче ионизируется и почему?

3 Как при помощи неоновой лампы определить знаки полюсов источника?

4 Почему для уменьшения потерь электроэнергии на коронный заряд в линиях электропередачи высокого напряжения применяют провода возможно большего диаметра?

5 Почему потери электрической энергии на коронный разряд резко возрастают при плохой погоде – сильных туманах, дождях и снегопадах?

6 К массивной металлической детали нужно приварить тонкостенную деталь. Какую из деталей следует соединить с плюсом, а какую – с минусом дугового электросварочного генератора?

7 Напряжение 40÷50 В поддерживает дуговой разряд в газовом промежутке. Искровой разряд в том же промежутке требует напряжения в несколько тысяч вольт. Объяснить почему.

8 Почему П.Н. Яблочков для питания изобретенных им электрических свечей предпочёл переменный ток постоянному?

9 Сколько пар однозарядных ионов возникает под действием ионизатора ежесекундно в объёме $V=1{,}0$ см^3 разрядной трубки при силе тока насыщения $I=2{,}0\cdot10^{-7}$ мА? Площадь каждого плоского электрода $S=1{,}0$ дм^2 и расстояние между ними $d=5{,}0$ мм.

10 При каком расстоянии между пластинами, площадью $S=100$ см^2 каждая, установится сила тока насыщения $I=1\cdot10^{-10}$ А, если ионизатор образует в объёме $V=1$ см^3 газа $N=12{,}5\cdot10^6$ пар ионов за время $t=1$ с?

11 Какой должна быть напряжённость электрического поля, чтобы при длине свободного пробега $l=0{,}5$ мкм электрон смог ионизировать атом газа с энергией ионизации $W=2{,}4\cdot10^{-18}$ Дж?

12 При какой напряжённости электрического поля начнется самостоятельный разряд в водороде, если энергия ионизации молекул $W=2{,}5\cdot10^{-18}$ Дж, а средняя длина свободного пробега электрона $l=5$ мкм? Какова скорость электронов при ударе о молекулу?

13 Почему в дымоходе раскаленные частички угля несут на себе электрический заряд? Каков знак заряда?

14 Как изменяется напряжение пробоя при уменьшении давления газа?

Решения, указания и ответы для самоконтроля

1 Ток достигает насыщения, когда все образованные ионы долетают до пластин без рекомбинации $q=e\cdot N=e\cdot\alpha\cdot V\cdot t=e\cdot\alpha\cdot S\cdot d\cdot t$; $\Rightarrow I=q/t=e\cdot\alpha\cdot S\cdot d$; $I=80$ нА.

2 Легко – лития, т.к. один валентный электрон легко оторвать. У гелия замкнутую оболочку электронов трудно разрушить. Легче всего ионизировать цезий: у него много внутренних электронов, экранирующих поле ядра.

3 Минус источника обычно замыкается на корпус источника. Если подключить одну клемму лампы к минусу источника, а вторую взять рукой, то лампа светиться не будет. Если же подключить лампу к плюсу источника, то она будет светиться (при напряжении источника большем напряжения зажигания лампы). Такие лампы обычно оборудуют в виде индикатора напряжения в отвертках.

4 При увеличении диаметра провода максимальная напряжённость поля и интенсивность ионизации уменьшаются.

5 Увеличивается проводимость воздуха.

6 Тонкостенную деталь следует присоединить к минусу, т.к. отрицательный электрод нагревается меньше, чем положительный.

7 В первом случае разряд вызван термоэмиссией электронов с катода, во втором случае разряд вызван ионизацией воздуха в сильном электрическом поле.

8 При переменном токе оба угля сгорали равномерно.

9 $q=I\cdot t$, $q_V=q\cdot\dfrac{V}{S\cdot d}$, $N=\dfrac{q_V}{e}=\dfrac{I\cdot t\cdot V}{e\cdot S\cdot d}=2{,}5\cdot10^{7}$.

10 $q=I\cdot t$, $q_V=q\cdot\dfrac{V}{S\cdot d}$, $N=\dfrac{q_V}{e}$, $\Rightarrow\ d=\dfrac{I\cdot t\cdot V}{e\cdot S\cdot N}=0{,}5$ см.

11 $F_э\cdot l=W$, $F_э=E\cdot e$, $\Rightarrow\ E=W/(l\cdot e)=3\cdot10^{7}$ В/м.

12 $E=W/(l\cdot e)=3{,}1\cdot10^{6}$ В/м; $W=\dfrac{m_e\upsilon^2}{2}$, $\Rightarrow\ \upsilon=\sqrt{\dfrac{2W}{m_e}}=2{,}3\cdot10^{6}$ м/с.

13 Вследствие термоэлектронной эмиссии часть электронов улетает с раскаленной поверхности. Поэтому заряд частички становится положительным.

14 С уменьшением давления увеличивается длина свободного пробега электронов и ионов, и они могут приобрести необходимую для ионизации кинетическую энергию при меньшей напряжённости электрического поля. Напряжение пробоя уменьшается.

Глава 7. Электрический ток в вакууме

Есть такие заблуждения, которые нельзя опровергнуть. Надо сообщить заблуждающемуся уму такие знания, которые его просветят. Тогда заблуждения исчезнут сами собою.

Иммануил Кант

Введение

Если между двумя электродами, находящимися в газе, подать достаточно высокое напряжение, то, благодаря ионизации электронным ударом, может возникнуть лавина электронов, движущаяся к положительно заряженному электроду. А в обратную сторону будут перемещаться положительно заряженные ионы.

Если же поместить электроды в герметичную оболочку и откачать воздух, например до давления 10^{-5}–10^{-6} мм рт. ст., то газовый разряд не наблюдается, ибо длина свободного пробега электронов, ионов или атомов будет больше расстояния между электродами. Такое состояние в сосуде называется вакуумом. Газовый разряд в этом случае невозможен.

Однако и в вакууме между электродами может идти ток. Если один из электродов нагревается, то, благодаря явлению термоэлектронной эмиссии, около него появляется электронное облако. Если подключить нагретый электрод к «минусу» источника тока (катод), а на другой электрод (анод) подать достаточно высокий положительный потенциал относительно катода, то будет идти электрический ток, представляющий собой поток электронов от катода к аноду.

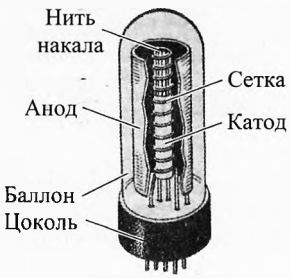


Рис. 1. *Электровакуумный прибор*

В любом электровакуумном приборе есть герметичный корпус (баллон), в котором поддерживается высокий вакуум, и два электрода – источник электронов – эмиттер (катод) и приёмник электронного тока – коллектор (анод) (рис. 1). Кроме этих обязательных элементов в электровакуумных приборах часто присутствуют электроды, предназначенные для управления движением электронов.

§ 66. Классификация электровакуумных приборов

По установившейся классификации электронные приборы можно объединить в следующие большие группы.

I. Электронные лампы, которые подразделяются по мощности на маломощные приемно-усилительные лампы, их мощность не превышает 15 Вт, а также лампы средней и большой мощности, называемые генераторными лампами. У генераторных ламп мощность может достигать десятки и сотни киловатт.

Электровакуумные лампы подразделяются по количеству электродов:

а) на диоды – лампы с двумя электродами: катодом и анодом;

б) триоды – трёхэлектродные лампы, у которых между катодом и анодом помещен третий управляющий электрод – сетка;

в) тетроды – четырехэлектродные лампы с двумя сетками и т.д.

Кроме того, внутри одного баллона могут быть скомбинированы две или более одинаковых или разных ламп, например два триода или триод с двумя диодами и т.п.

II. Электровакуумные приборы для сверхвысоких частот (СВЧ), предназначенные для генерации и усиления переменных электрических токов очень большой частоты (от десятков МГц до десятков ГГц). В отличие от электронных ламп, имеющих одинаковый принцип работы, приборы СВЧ различаются по принципу работы:

а) электронные лампы для СВЧ отличаются очень малым расстояниям между электродами и используются для усиления СВЧ колебаний;

б) клистроны – электровакуумные приборы, использующие взаимодействие поля СВЧ с движущимися электронами, в результате чего часть кинетической энергии электронов (сгруппированных в сгустки благодаря скоростной модуляции) превращается в энергию СВЧ колебаний. Клистроны используются в качестве мощных усилителей (пролётные клистроны) или в качестве маломощных генераторов (отражательные клистроны);

в) магнетроны – электровакуумные генераторы электромагнитных колебаний СВЧ, использующие торможение электронов в скрещенных электрическом и магнитном полях. Наиболее известным применением магнетронов являются бытовые микроволновые печи;

г) лампы бегущей волны (ЛБВ) и лампы обратной волны (ЛОВ) – приборы, в которых электронный поток длительно взаимодействует с электромагнитной волной, распространяющейся в твёрдом проводнике с периодической структурой (например, в проволочной спирали).

III. Фотоэлектронные приборы, преобразующие световые сигналы в электрические. Первичным источником электронов в них является фотокатод, испускающий электроны под действием света.

Различают:

а) вакуумные фотоэлементы с внешним фотоэффектом, у которых в откачанном баллоне располагаются фотокатод и коллектор фотоэлектронов – анод;

б) фотоэлектронные умножители (ФЭУ), в которых фотоэлектронный ток с фото катода однократно или многократно усиливается за счёт вторичной электронной эмиссии с промежуточных электродов – динодов.

IV. Электроннолучевые приборы, в которых общим является использование сфокусированного электронного пучка.

К ним относятся:

а) приемные электроннолучевые трубки, в которых сфокусированный пучок электронов, попадая на экран, светящийся под действием электронной бомбардировки, создаёт световое изображение, соответствующее приходящим на трубку электрическим сигналам.

Такое преобразование электрических сигналов в световые производится в кинескопах – трубках для воспроизведения видеоизображения, а также в осциллографических индикаторных трубках;

б) электроннолучевые трубки с накоплением зарядов (потенциалоскопы), в которых приходящий электрический сигнал может быть записан в виде накопленного на специальном элементе электрического заряда, а затем воспроизведен либо в виде электрического сигнала, либо в виде изображения на экране;

в) электронно-оптические преобразователи (ЭОП), преобразующие оптическое изображение с одним спектральным составом в такое же изображение, но имеющее другой спектральный состав (например, приборы ночного видения). ЭОП, усиливающие яркость изображения (например, в рентгеновском аппарате с уменьшенной дозой облучения человека), позволяют усилить сигнал до нужной яркости и контраста;

г) электронные переключатели, предназначенные для скоростной коммутации электрических цепей за счёт преобразования электронного пучка;

д) передающие телевизионные трубки, преобразующие спроектированное на входной светоприемник изображение в серию электрических сигналов.

Передающие телевизионные трубки и электронно-оптические преобразователи являются по существу комбинацией фотоэлектронного и электронно-лучевого приборов.

Кроме перечисленных существует много типов специальных вакуумных электронных приборов. К ним относятся, например, рентгеновские трубки, электронные микроскопы, ускорители заряженных частиц и другие.

§ 67. Работа выхода электрона

Вырывание электронов из металла наружу связано с совершением определенной работы выхода $A_в$.

Работа выхода $A_в$ *электрона из металла равна наименьшей энергии, которую необходимо сообщить электрону проводимости для того, чтобы он мог выйти с поверхности металла в вакуум.*

При комнатной температуре кинетическая энергия лишь ничтожной части электронов достаточна для того, чтобы, совершив работу выхода $A_в$, электрон смог вырваться с поверхности наружу.

По мере повышения температуры число «быстрых» электронов возрастает. Благодаря этому должно возрастать число электронов, вырывающихся из металла (данный процесс аналогичен процессу испарения молекул из нагреваемой жидкости). С увеличением температуры возрастает интенсивность испускания электронов металлом. Это явление носит название *термоэлектронной эмиссии*.

Работа выхода совершается, во-первых, против сил притяжения со стороны положительного заряда, индуцируемого этим электроном на поверхности металла, и, во-вторых, против сил электрического поля двойного электрического слоя.

Двойной электрический слой возникает у поверхности металла (рис. 2) благодаря тому, что в процессе теплового движения электроны проводимости могут вылетать с поверхности металла, образуя около него «электронное облако». Толщина электронного облака составляет всего несколько межатомных расстояний. На поверхности металла остаются положительные ионы с недостатком электронов. То есть образуется двойной электрический слой с некоторой разностью потенциалов $U_{пов}$.

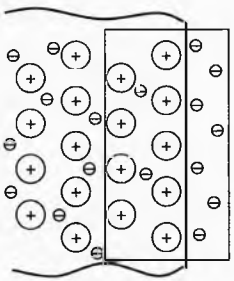


Рис. 2. *Двойной электрический слой*

Этот слой подобен очень тонкому заряженному *конденсатору*, одной из обкладок которого служит поверхность металла с находящимися на ней положительными зарядами, а другой – «электронное облако». За пределами двойного слоя напряжённость его электрического поля равна нулю.

Для измерения работы выхода пользуются особой единицей измерения, которая называется электрон-вольт (эВ).

Электрон-вольт *равен работе, совершаемой при перемещении элементарного заряда* e, *равного модулю заряда электрона, между точками с разностью потенциалов 1 В:*

$$1\ эВ = 1e \cdot 1\ В = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл \cdot 1\ В = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Дж.$$

Работа выхода зависит от рода металла и состояния его поверхности. Для чистых металлов её значение составляет около нескольких электрон-вольт (табл. 7).

Таблица 7. Работа выхода для чистых поверхностей некоторых материалов

Металл	Работа выхода, эВ	Металл	Работа выхода, эВ
платина	5,29	алюминий	3,74
никель	4,84	цинк	3,74
железо	4,72	магний	3,60
ртуть	4,52	торий	3,35
вольфрам	4,5	кальций	2,71
медь	4,47	стронций	2,60
углерод	4,38	барий	2,52
серебро	4,28	литий	2,4
молибден	4,16	цезий	1,89
тантал	4,10	оксид бария	1,0

✍ **Пример 1.** Определить разность потенциалов между чистой поверхностью углерода и вакуумом.

➥**Решение.** При переходе электрона с поверхности углерода в вакуум он затратит часть своей кинетической энергии, равную работе выхода $A_в$=4,38 эВ. Значит, электрическое поле совершит такую же отрицательную работу:

$$A_э = -A_в.$$

Тогда из определения разности потенциалов следует:

$$\varphi_{внутр} - \varphi_{вакуум} = \frac{A_э}{q} = \frac{-A_в}{-e} = \frac{A_в}{e}; \quad \varphi_{внутр} - \varphi_{вакуум} = \frac{4{,}38\ эВ}{1e} = 4{,}38\ В.$$

То есть работа выхода численно равна разности потенциалов между поверхностью металла и вакуумом.

Потенциал внутри металла выше потенциала снаружи металла.➥

§ 68. Электронная эмиссия

Виды электронной эмиссии. Явление испускания электронов с поверхности твёрдого тела называется электронной эмиссией. Тело, являющееся источником электронной эмиссии, называется эмиттером электронов. Если эмиттер является первичным источником электронов, обеспечивающим работу электронного прибора, он служит катодом прибора.

Для существования электронной эмиссии у поверхности твёрдого тела должны находиться электроны, энергия которых достаточна для совершения работы выхода. Однако выйти могут только те электроны, скорость которых направлена к поверхности, и при этом не происходит отражения электронов наружными слоями внутрь вещества.

Электронная эмиссия зависит от свойств эмиттера и от того, каким способом сообщается электронам дополнительная энергия. Для эмиттера с заданными свойствами закон распределения электронов по скоростям, а порой и концентрация электронов, определяются способом их возбуждения. Поэтому можно различать виды электронной эмиссии по видам внешнего энергетического воздействия, вызывающего появление эмиссии.

Основными из них являются следующие:

1. *Термоэлектронная эмиссия*, возникающая при нагреве эмиттера. Энергия тепловых колебаний решетки твёрдого тела частично передаётся электронам. В результате появляются электроны с большими энергиями, достаточными для эмиссии.

2. *Фотоэлектронная эмиссия*, возникающая под действием оптического излучения видимой или невидимой части спектра. К энергии электрона при этом добавляется энергия кванта $h\nu$, где ν – частота излучения, h=6,62·10^{-34} Дж·с – постоянная Планка.

3. *Вторичная электронная эмиссия* – испускание «вторичных» электронов твёрдыми и жидкими телами при бомбардировке их поверхности первичными

электронами. Используется для усиления электронных потоков в электрических вакуумных приборах, например в фотоэлектронных умножителях.

4. *Автоэлектронная (электростатическая) эмиссия*, возникающая при создании у поверхности эмиттера электрических полей с высокой напряжённостью. В отличие от других автоэлектронная эмиссия связана не с возбуждением электронов эмиттера, а с изменением формы потенциального барьера, при котором появляется конечная вероятность прохождения через барьер невозбужденных электронов.

5. *Ионно-электронная эмиссия* возникает при бомбардировке поверхности эмиттера положительными ионами. Источником энергии в этом случае является кинетическая энергия ионов при движении их в электрическом поле, а также энергия, высвобождаемая при нейтрализации ионов. Этот вид эмиссии наблюдается в приборах, работающих при относительно больших давлениях газов и паров.

6. *Эмиссия «горячих» электронов*, при которой дополнительная энергия сообщается электронам за счёт создания сильных электрических полей в тонких приповерхностных слоях эмиттера.

§ 69. Термоэлектронная эмиссия

Подробнее рассмотрим только термоэлектронную эмиссию. Экспериментально наблюдать термоэлектронную эмиссию можно с помощью схемы, представленной на рис. 3. Внутри вакуумного баллона Б помещена проволока К, являющаяся катодом, и пластина А, служащая анодом.

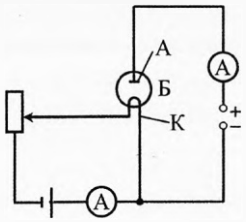


Рис. 3. *Наблюдение термоэлектронной эмиссии*

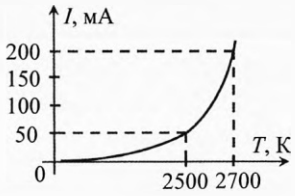


Рис. 4. *Закон термоэлектронной эмиссии*

При нагревании катода и подведении к аноду положительного напряжения в цепи анода возникает ток, который растёт с увеличением температуры катода.

Плотность тока термоэлектронной эмиссии определяется ***уравнением Ричардсона–Дэшмена***:

$$j = \alpha T^2 e^{-\frac{A_в}{kT}}, \qquad (1)$$

где α – эмиссионная постоянная, Т – абсолютная температура катода, k=1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана, $A_в$ – работа выхода электрона.

На рис. 4 дано графическое представление закона термоэлектронной эмиссии для вольфрамового катода площадью поверхности 0,145 см^2. Ход

кривой определяется в основном экспоненциальным членом уравнения (1). Эмиссионный ток очень сильно зависит от работы выхода электронов. Чем меньше работа выхода, тем больше плотность тока.

Наибольшее снижение работы выхода достигается при нанесении на основной металл одноатомных пленок щелочных и щелочноземельных металлов. Ещё меньшей работой выхода обладают поверхности некоторых специально обработанных полупроводниковых соединений. Это так называемые торированные и оксидные катоды (табл. 8).

Таблица 8. Работа выхода с поверхности торированных и оксидированных катодов

Комбинация металлов	Работа выхода, эВ
Торий на вольфраме (83% покрытие)	2,94
Торий на вольфраме (100% покрытие)	2,63
Торий на тантале	2,52
Торий на карбиде вольфраме	1,49
Окись бария на вольфраме	0,97
Смесь окиси бария с окисью стронция на никеле	0,81

✍ **Пример 2.** Найти по графику плотность тока эмиссии с вольфрамового катода при температурах T_1=2500 К и T_2=2700 К. Вычислить также отношение плотности тока при этих температурах, используя график и уравнение Ричардсона–Дэшмена. Сравнить результаты.

➥**Решение.** По графику находим силу тока при обеих температурах I_1=50 мА, I_2=200 мА. Значит, при площади поверхности S=0,145 см^2 плотность тока будет равна

$$j_1 = \frac{I_1}{S} = \frac{0{,}050\ \text{А}}{0{,}145\ \text{см}^2} = 0{,}345\ \text{А/см}^2, \quad j_2 = \frac{I_2}{S} = 1{,}38\ \text{А/см}^2 \ \Rightarrow\ \frac{j_2}{j_1} = 4.$$

Из уравнения Ричардсона–Дэшмена:

$$j_1 = \alpha T_1^2 e^{-\frac{A_в}{kT_1}}, \quad j_2 = \alpha T_2^2 e^{-\frac{A_в}{kT_2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{j_2}{j_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \cdot e^{\frac{A_в}{k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)}.$$

Из таблицы берем значение работы выхода электрона из вольфрама $A_в$=4,5 эВ=4,5·1,6·10^{-19} Дж=7,2·10^{-19} Дж. Значит,

$$\frac{j_2}{j_1} = \left(\frac{2700}{2500}\right)^2 \cdot e^{\frac{7{,}2\cdot 10^{-19}}{1{,}38\cdot 10^{-23}}\left(\frac{1}{2500} - \frac{1}{2700}\right)} = 1{,}08^2 \cdot e^{1{,}546} = 1{,}17 \cdot 4{,}7 = 5{,}5.$$

Как видим, теоретический и экспериментальный результаты отличаются на 37 %:

$$\left(\frac{j_2}{j_1}\right)_{\text{теор}} : \left(\frac{j_2}{j_1}\right)_{\text{эксп}} = 5{,}5 : 4 = 1{,}37.$$

Результаты схожи, но с довольно заметной погрешностью.➥

§ 70. Двухэлектродная вакуумная лампа – диод

Простейшим электровакуумным прибором является двухэлектродная лампа – вакуумный диод. Она имеет стеклянный или металлический корпус, внутри которого находится анод и накаленный катод, разделенные вакуумным промежутком. Ламповые диоды могут быть прямого накала, когда ток накала пропускается через катод (рис. 5а), и косвенного накала, когда используется дополнительный электрод накала, а катод нагревается за счёт излучения (рис. 5б). При подключении лампы к анодной батарее между катодом и анодом появляется электрическое поле. Электроны, эмиттируемые катодом, под действием этого поля перемещаются в пространстве катод – анод, причём, если потенциал анода выше потенциала катода, электроны движутся к аноду, создавая таким образом электрический ток через вакуумный промежуток. При этом убыль уходящих на анод электронов непрерывно восполняется электронами, испускаемыми катодом. Если потенциал анода ниже потенциала катода, то эмиттируемые катодом электроны возвращаются электрическим полем обратно на катод и тока через вакуумный промежуток нет.

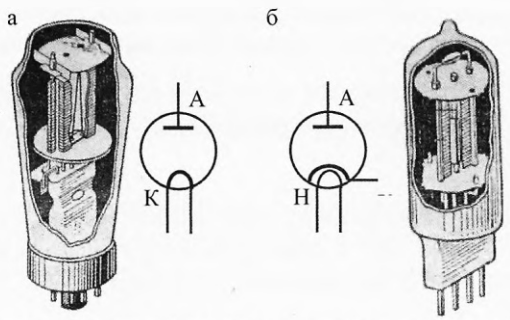


Рис. 5. *Ламповый диод с прямым и косвенным накалом*

Следовательно, диод проводит ток только в одном направлении. Это свойство определяет основное назначение диода – выпрямление переменных токов.

Закон трёх вторых (Чайльда–Ленгмюра). Для практических целей важно знать, как зависит сила тока через диод от разности потенциалов между анодом и катодом.

Следует выделить два крайних режима работы лампы:

1) *режим объёмного заряда* – режим, при котором ток эмиссии с катода существенно меньше анодного тока (при этом около катода образуется электронное облако);

2) *режим прямого перехвата* – режим, при котором анодный ток достигает насыщения, то есть анодный ток равен току эмиссии (все вылетающие с катода электроны тут же захватываются полем анода и летят к нему).

Если лампа работает в режиме прямого перехвата, то сила тока не зависит от анодного напряжения и при неизменной температуре катода остаётся неизменной, т.к. все вышедшие из катода электроны сразу перехватываются

электрическим полем и летят к аноду $I_а=I_э$. Плотность анодного тока при этом определяется уравнением Ричардсона–Дэшмена (1).

При работе лампы в режиме объёмного заряда сила анодного тока подчиняется ***закону Чайльда–Ленгмюра*** или ***закону трёх вторых***.

Сила анодного тока через вакуумный диод пропорциональна анодному напряжению в степени трёх вторых.

$$I = GU_а^{3/2}, \qquad (2)$$

где G – коэффициент, зависящий от формы и размеров электродов лампы.

Закон трёх вторых применим только на восходящем участке OA вольтамперной характеристики (рис. 6).

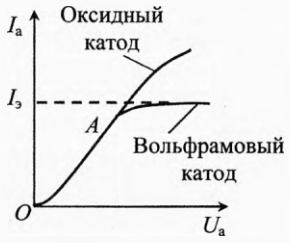


Рис. 6. *ВАХ вакуумного диода*

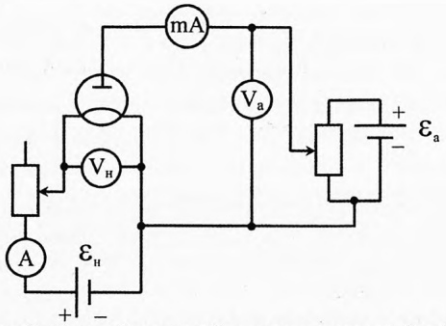


Рис. 7. *Схема для исследования лампового диода*

У оксидных катодов переход от восходящего участка характеристики к участку насыщения происходит постепенно и, как правило, не достигает насыщения, т. к. электрод раньше выходит из строя.

У вольфрамовых и карбидированных катодов наблюдается хорошо выраженное насыщение.

На рис. 7 приведена схема для исследования лампового диода. Например:

1) можно снять вольтамперную характеристику $I_а = f(U_а)$ при неизменном напряжении накала ($U_н$=const);

2) зависимость анодного тока от напряжения накала при неизменном анодном напряжении $I_а = f(U_н)$ при $U_а$=const.

§ 71. Параметры диода

Для практического применения диода важно знать, как круто поднимается вольтамперная характеристика при различных напряжениях на аноде.

С этой целью вводится параметр ***крутизна характеристики****, которая равна отношению малого приращения силы тока к соответствующему приращению анодного напряжения:*

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_a} \quad \text{или в пределе:} \quad S = \frac{dI_a}{dU_a}. \tag{3}$$

На восходящем участке, где имеет место закон трёх вторых, крутизна характеристики возрастает с увеличением напряжения:

$$S = I_a' = (GU_a^{3/2})' = \frac{3}{2} G\sqrt{U_a}.$$

В режиме прямого перехвата крутизна вольтамперной характеристики равна нулю.

*Отношение изменения напряжения к изменению анодного тока характеризуется вторым параметром диода – **внутренним сопротивлением переменному току***

$$R_i = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}, \tag{4}$$

которое показывает на сколько вольт необходимо повысить анодное напряжение, чтобы анодный ток увеличился на 1 А (мА, мкА).

Очевидно, что

$$R_i = \frac{1}{S}.$$

*Когда подсчитывается баланс тепла в электрической цепи, немаловажно так называемое **сопротивление диода постоянному току**, равное отношению анодного напряжения к силе анодного тока:*

$$R = \frac{U_a}{I_a} \tag{5}$$

Электроны разгоняются электрическим полем, двигаясь от катода к аноду. Пренебрегая начальной скоростью электрона, запишем для одного электрона

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = eU_a.$$

При ударе быстро движущегося электрона об анод вся его кинетическая энергия отдаётся аноду, т.е. превращается во внутреннюю энергию молекул материала анода. Получаемая анодом мощность

$$P_a = \frac{\Delta N}{\Delta t} \cdot \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{\Delta N}{\Delta t} \cdot eU_a = \frac{\Delta q}{\Delta t} \cdot U_a = I_a U_a,$$

где $\frac{\Delta N}{\Delta t}$ – число прилетевших электронов за единицу времени.

Учитывая (5), можно записать ещё два выражения для анодной мощности, выделяемой на лампе в данный момент:

$$P_a = I_a^2 R \quad \text{или} \quad P_a = \frac{U_a^2}{R}.$$

В установившемся режиме, соответствующем постоянной температуре анода, вся приходящая на анод мощность отдаётся анодом в окружающее пространство в основном в виде излучения, небольшая часть мощности отводится крепёжными деталями:

$$P_a = P_{изл} + P_{крепёж}.$$

Согласно закону Стефана – Больцмана мощность излучения

$$P_{\text{изл}} = \varepsilon\sigma T^4 S_{\text{изл}},$$

где ε – коэффициент черноты анода $0<\varepsilon<1$, T – абсолютная температура анода, $S_{\text{изл}}$ – площадь анода, $\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}\cdot\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}^4}$ – постоянная Стефана – Больцмана.

Пренебрегая мощностью, отводимой крепёжными деталями ($P_{\text{крепёж}}<<P_{\text{изл}}$) получим, что рабочая температура анода пропорциональна корню четвертой степени из мощности, рассеиваемой на аноде:

$$T \propto \sqrt[4]{P_{\text{а}}}.$$

Для увеличения мощности, рассеиваемой анодом, без увеличения его температуры стремятся: 1) зачернить поверхность анода, что повышает коэффициент излучения; 2) конструировать аноды с увеличенной поверхностью излучения за счёт дополнительных ребер.

§ 72. Применение диодов

В ламповых диодах аналогично полупроводниковому диоду используется односторонняя проводимость электрического тока. Ламповые диоды применяются для детектирования радиосигналов и выпрямления переменного тока. Диоды, используемые для этой цели, называются кенотронами.

Схема двухполупериодного выпрямителя с П-образным фильтром (рис. 8) позволяет преобразовать переменный ток в практически постоянный, благодаря сглаживанию пульсации конденсаторами C_1 и C_2 и катушкой индуктивности.

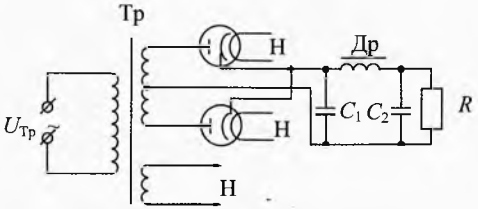


Рис. 8. *Двухполупериодный выпрямитель с П-образным фильтром*

Конденсатор C_1 фильтра включен параллельно цепи, составленной дросселем Др и нагрузкой R. Конденсатор C_1 обладает большой ёмкостью, и его сопротивление переменной составляющей выпрямленного тока мало. Поэтому падение напряжения переменной составляющей на нём, а следовательно, и на параллельном ему участке цепи дроссель – нагрузка, также мало.

Иначе говоря, ёмкость конденсатора C_1 шунтируют цепь нагрузки, отводя переменную составляющую выпрямленного тока. С другой стороны, дроссель обладает большим сопротивлением переменному току и малым – постоянному току. Поэтому переменная составляющая напряжения, приложенного к последовательной цепи дроссель – нагрузка, в основном теряется на дросселе, а постоянная составляющая почти целиком ложится на нагрузку. Небольшая пульсация напряжения на нагрузке сглаживается конденсатором C_2.

§ 73. Трёхэлектродная лампа – триод

Устройство и принцип работы триода. Триодом называется электронная лампа, у которой в пространстве между анодом и катодом помещён третий электрод – сетка. Этот электрод может быть выполнен в виде плетеной сетки либо в виде спирали, окружающей катод, либо представлять собой ряд прутков, параллельных катоду, и т.д. На рис. 9 показаны простейшие конструкции триодов с катодами прямого (а) и косвенного (б) накала и даны их технические обозначения.

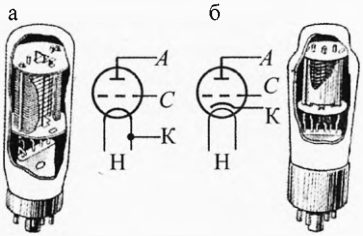


Рис. 9. *Ламповый триод с прямым и косвенным накалом*

Обладая некоторым потенциалом относительно катода, сетка влияет на распределение потенциала в пространстве анод – катод и, следовательно, управляет количеством электронов, уходящих из объёмного заряда. Если потенциал сетки отрицателен по отношению к потенциалу катода, то сетка оказывает тормозящее действие на электроны, выходящие из катода, уменьшая значение анодного тока. При положительном потенциале сетка как бы помогает аноду отсасывать электроны из объёмного заряда, окружающего катод. В этом случае часть электронов попадает непосредственно на сетку, создавая сеточный ток, но большая часть электронов доходит до анода: анодный ток увеличивается. Следовательно, сетка в триоде является управляющим электродом, изменением потенциала которого можно менять значение анодного тока в широких пределах.

§ 74. Параметры триода

Режим работы трёхэлектродной лампы определяется тремя величинами: анодным напряжением, напряжением на сетке и значением анодного тока. Связь между изменениями двух из этих величин при постоянной третьей определяется статическими параметрами триода.

Крутизна характеристики триода. Так как сетка является управляющим электродом триода, важно знать степень её воздействия на значение анодного тока. При постоянном анодном напряжении U_a заданному значению напряжения на сетке U'_c соответствует определенное значение анодного тока I'_a (рис. 10). Отношение увеличения анодного тока $I''_a - I'_a$ к вызвавшему его приращению напряжения на сетке $U''_c - U'_c$ называется крутизной характеристики триода:

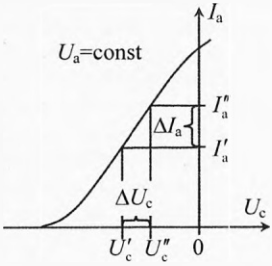


Рис. 10. *Крутизна характеристики триода*

$$S = \frac{I_a'' - I_a'}{U_c'' - U_c'} \quad \text{или} \quad \boxed{S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_c}} \quad \text{при} \quad U_a = \text{const}. \qquad (6)$$

Выражение (6) определяет среднюю крутизну в интервале напряжений на сетке от U_c' до U_c''.

Крутизна характеристики *показывает, насколько изменяется анодный ток триода при изменении сеточного напряжения на* 1 В. *Иными словами, насколько круто поднимается анодно-сеточная характеристика, что и определяет название этого параметра.*

Статический коэффициент усиления триода. Как уже указывалось, анодный ток триода может изменяться при изменении как анодного, так и сеточного напряжения. Изменение напряжения на сетке сильнее влияет на значение анодного тока, чем такое же изменение анодного напряжения, так как сетка расположена ближе к катоду и экранирует анод от катода. Следовательно, одинаковое изменение анодного тока можно получить при различных по значению изменениях анодного и сеточного напряжений. Если увеличить напряжение на сетке на ΔU_c, то, для того чтобы анодный ток не изменился, необходимо уменьшить значение анодного напряжения ΔU_a (рис. 11). Очевидно, что изменение анодного напряжения ΔU_a должно быть больше по модулю, чем ΔU_c.

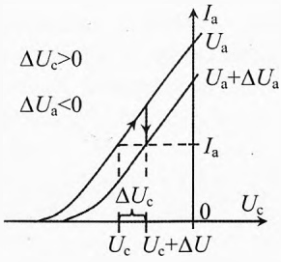


Рис. 11. *Коэффициент усиления триода*

Модуль отношения приращения анодного напряжения к приращению напряжения на сетке при постоянном анодном токе называется ***коэффициентом усиления триода****:*

$$\boxed{\mu = \left|\frac{\Delta U_a}{\Delta U_c}\right|} \quad \text{при} \quad I_a = \text{const}.$$

Коэффициент усиления показывает, во сколько раз изменение сеточного напряжения действует сильнее изменения анодного напряжения на значение анодного тока.

Коэффициент усиления измеряется при постоянном анодном токе, и, следовательно, изменения анодного и сеточного напряжений имеют разные знаки. Увеличению напряжения на сетке соответствует уменьшение анодного напряжения, и наоборот. Ввиду этого отношение приращений анодного и сеточного напряжений при постоянном анодном токе всегда величина отрицательная. Поэтому обычно определяют коэффициент усиления как модуль этого отношения. Например, если на сетке отрицательное напряжение и мы его увеличиваем на 2 В, то сила анодного тока тоже увеличивается. Чтобы она осталась прежней, анодное напряжение нужно уменьшить, например на 18 В. В этом случае коэффициент усиления равен

$$\mu = \left|\frac{-18\,\text{В}}{+2\,\text{В}}\right| = 9\,.$$

Внутреннее сопротивление триода переменному току. Зависимость анодного тока от анодного напряжения при постоянном напряжении на сетке позволяет определить внутреннее сопротивление триода переменному току. Рассмотрим анодную характеристику триода. Значениям анодного тока $I'_а$ и $I''_а$ соответствуют анодные напряжения $U'_а$ и $U''_а$ (рис. 12).

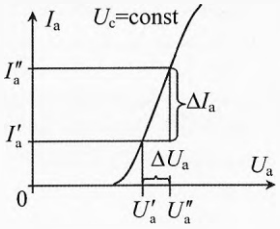


Рис. 12. *Сопротивление триода переменному току*

Внутреннее сопротивление триода *равно отношению изменения анодного напряжения к изменению анодного тока при постоянном напряжении на сетке:*

$$R_i = \frac{U''_а - U'_а}{I''_а - I'_а} \quad \text{или} \quad \boxed{R_i = \frac{\Delta U_а}{\Delta I_а}} \quad \text{при} \quad U_с\text{=const}.$$

Внутреннее сопротивление триода различно при различной крутизне вольтамперной характеристики. Пусть при $U_а$=200 В оно равно R_i=20 кОм. Это означает, что для изменения силы тока на 1 мА необходимо повысить анодное напряжение на 20 В при его среднем значении, равном 200 В:

$$R_i = \frac{20\ \text{В}}{1\ \text{мА}} = 20\ \text{кОм}.$$

Когда подсчитывается баланс тепла в электрической цепи, немаловажно так называемое ***сопротивление триода постоянному току****, равное отношению анодного напряжения к силе анодного тока:*

$$\boxed{R = \frac{U_а}{I_а}}. \qquad (7)$$

Тогда получаемая анодом триода мощность, как и в случае диода:

$$P_а = I_а U_а, \quad P_а = I_а^2 R \quad \text{и} \quad P_а = \frac{U_а^2}{R}.$$

Пользуясь схемой исследования триода (рис. 13), можно измерить все три параметра следующим методом. На электродах лампы устанавливаются номинальные значения анодного и сеточного напряжений, и при этих напряжениях измеряется значение анодного тока. Затем при постоянном напряжении на аноде изменяется напряжение на сетке и вновь измеряется значение анодного тока. В третьем опыте при неизменном напряжении на сетке, равном его значению во втором опыте, изменяется анодное напряжение до тех пор, пока значение анодного тока не станет равным значению при номинальных анодном и сеточном напряжениях, то есть значению анодного тока в первом опыте. Результаты измерений можно свести в таблицу.

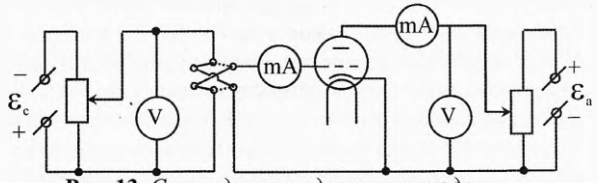


Рис. 13. *Схема для исследования триода*

№ отсчёта	Анодное напряжение U_a	Сеточное напряжение U_c	Анодный ток I_a
1	U'_a	U'_c	I'_a
2	U'_a	U''_c	I''_a
3	U''_a	U''_c	I'_a

По результатам первого и второго опытов, соответствующих изменению анодного тока при изменении напряжения на сетке и постоянном анодном напряжении, можно определить крутизну характеристики триода:

$$S = \frac{I''_a - I'_a}{U''_c - U'_c}. \qquad (8)$$

Из второго и третьего опытов можно определить внутреннее сопротивление триода переменном току, т. к. в этих опытах анодное напряжение изменялось при постоянном сеточном напряжении:

$$R_i = \frac{U''_a - U'_a}{I'_a - I''_a}. \qquad (9)$$

Первый и третий опыты позволяют определить коэффициент усиления триода, то есть модуль отношения изменений анодного и сеточного напряжений при постоянном значении анодного тока, равном номинальному значению:

$$\mu = \left| \frac{U''_a - U'_a}{U''_c - U'_c} \right|. \qquad (10)$$

Решая совместно (8), (9) и (10), получим *внутреннее уравнение триода*:

$$S \cdot R_i = \frac{I''_a - I'_a}{U''_c - U'_c} \cdot \frac{U''_a - U'_a}{I'_a - I''_a} = -\frac{U''_a - U'_a}{U''_c - U'_c} \quad \text{или} \quad S \cdot R_i = \mu.$$

Произведение крутизны характеристики и внутреннего сопротивления триода равно коэффициенту усиления триода.

То есть чем больше крутизна S характеристики триода и его внутреннее сопротивление R_i переменному току, тем больше коэффициент усиления μ триода.

Внутреннее уравнение триода справедливо при любом режиме его работы.

§ 75. Работа триода в схеме усилителя

Простейшая схема усилителя с триодом представлена на рис. 14. Между сеткой и катодом лампы (входом усилителя) через разделительный конденсатор $C_р$ подводится переменное напряжение u_c. Одновременно к сетке подводится постоянное напряжение от источника $\mathcal{E}_c$, называемое напряжением смещения. Разделительный конденсатор $C_р$ защищает источник $\mathcal{E}_c$ от замыкания на устройство, подающее переменное напряжение на сетку, которое обычно представляет собой обмотку трансформатора или катушки и имеет малое активное сопротивление. В анодную цепь лампы включены нагрузка R_a и источник анодного питания $\mathcal{E}_a$.

Анодный ток лампы в любой момент времени определяется суммой напряжения смещения и мгновенного значения переменного напряжения u_c (сигнала). При этом напряжение на сетке колеблется около напряжения смещения U_{c0} (рис. 15).

Точка O динамической анодно-сеточной характеристики, соответствующая напряжению смещения, называется рабочей точкой. Если на сетку подаётся только напряжение смещения, то в анодной цепи протекает постоянный ток I_{a0}. Если кроме напряжения смещения на сетку подают переменное напряжение сигнала u_c, то в анодной цепи возникает переменная составляющая анодного тока i_a. Изменение анодного тока во времени при одновременном наличии на сетке напряжения смещения и переменного напряжения показано заштрихованным участком. Ток в анодной цепи можно представить как сумму постоянной составляющей I_{a0} и переменной составляющей i_a.

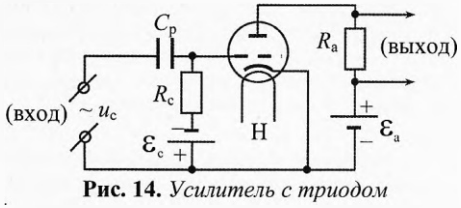


Рис. 14. *Усилитель с триодом*

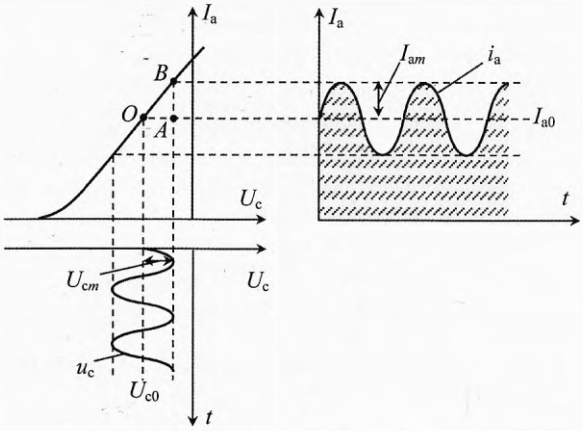


Рис. 15. *Усиление триода*

Считая, что на рабочем участке анодно-сеточная характеристика прямолинейна, определим динамическую крутизну характеристики триода из ΔOAB:

$$S_д = \frac{I_{am}}{U_{cm}}$$

Динамическая крутизна характеристики триода *равна отношению амплитуды переменной составляющей анодного тока к амплитуде напряжения сигнала.*

Амплитуда переменного напряжения на нагрузке равна произведению амплитуды переменной составляющей анодного тока и сопротивления нагрузки:

$$U_{Rm}=I_{am}\cdot R_a.$$

Таким образом, подводя к входу схемы (катод-сетка) напряжение сигнала с амплитудой U_{cm}, можно получить на выходе схемы (на нагрузке) переменное напряжение с амплитудой U_{Rm}. Если $U_{Rm}>U_{cm}$, то схема работает как усилитель напряжения.

Отношение амплитуды переменного напряжения на выходе к амплитуде напряжения сигнала называется ***динамическим коэффициентом усиления каскада****:*

$$\mu_д = \frac{U_{Rm}}{U_{cm}}.$$

Динамический коэффициент усиления показывает, во сколько раз амплитуда напряжения на нагрузке R усилителя больше амплитуды сигнала на входе. Если напряжение сигнала укладывается на прямолинейном участке динамической анодно-сеточной характеристики, то переменное напряжение на выходе подобно напряжению сигнала, то есть усиление получается без искажения. Это очень важно во многих случаях применения триодов, как, например, в схемах усилителей звуковых частот в радиоприемных устройствах, усиления в измерительных приборах и др. Поэтому при работе в таких схемах напряжение смещения на сетке выбирается так, чтобы рабочая точка находилась примерно на середине прямолинейного участка характеристики, причём напряжение смещения на сетку подаётся, как правило, отрицательное относительно катода.

В ряде случаев требуется получить на нагрузке достаточно большую мощность переменного тока. Например, громкоговоритель радиоприемника, антенна радиопередатчика и др. В этих схемах можно, подавая на вход сигнал малой мощности, получить на выходе электрические колебания большой мощности. При этом происходит преобразование энергии источника постоянного напряжения $\mathcal{E}_а$ в энергию колебаний, выделяемую на нагрузке.

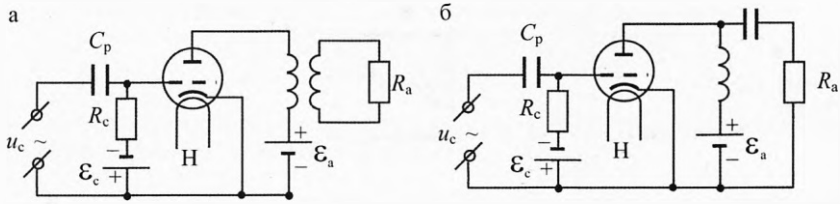


Рис. 16. *Схема с трансформаторным выходом и усилитель с параллельным питанием*

В большинстве усилителей мощности применяется схема, в которой постоянная составляющая анодного тока $I_а$ не проходит через нагрузку. Примерами могут служить схемы с трансформаторным выходом (рис. 16а) и усилители с параллельным питанием (рис. 16б). В этих схемах основные потери мощности будут в анодной цепи, определяемые постоянной составляющей, они равны мощности, рассеиваемой на аноде лампы.

Автоматическое смещение на сетке. Для установления требуемого режима работы лампы на сетку должно быть подано соответствующее напряжение смещения. Это напряжение подаётся либо от специального источника постоянного тока, либо с помощью так называемого автоматического смещения, возникающего на резисторе в цепи катода (рис. 17). Резистор $R_{см}$ в цепи катода шунтируется конденсатором $C_ш$ достаточно большой ёмкости.

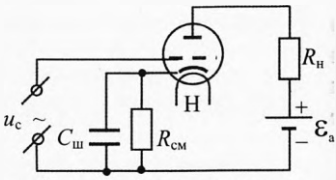


Рис. 17. *Автоматическое смещение на сетке*

По резистору $R_{см}$ протекает только постоянная составляющая катодного тока, а переменная составляющая шунтируется конденсатором. Постоянная составляющая катодного тока, протекающая через резистор в цепи катода, создаёт на нём падение напряжения. Так как это сопротивление оказывается включенным последовательно в цепь сетки, то на сетку подаётся напряжение смещения, равное значению напряжения на резисторе. Сопротивление резистора в катодной цепи обычно выбирается значительно меньше сопротивления нагрузки и, следовательно, мало влияет на динамическую характеристику лампы. Очевидно, что такой способ подачи напряжения может быть применен при достаточно большой постоянной составляющей тока катода. Преимуществом автоматического смещения является некоторая компенсация разброса параметров ламп при замене за счёт смещения рабочей точки вправо при уменьшении тока с катода и влево при его увеличении.

§ 76. Электронно-лучевая трубка

Из всех видов электровакуумных приборов наиболее широко применяются электронно-лучевые трубки: в осциллографах, мониторах компьютеров, приемных телевизионных трубках. Из чего состоит и как работает электроннолучевая трубка?

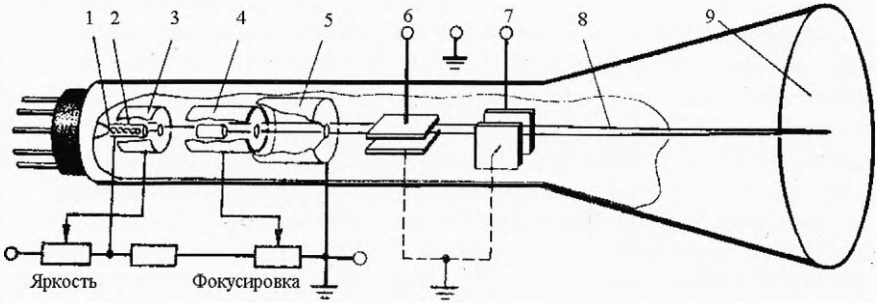


Рис. 18. *Электронно-лучевая трубка*

Если в аноде трёхэлектродной лампы сделать отверстие, то часть электронов, испущенных катодом, пролетит сквозь это отверстие. Если удлинить электровакуумный триод, расширить заднюю стенку, покрыть люминофором (веществом, которое светится при ударе электронами), то получится простейшая модель электронно-лучевой трубки (рис. 18). Потоком электронов, летящим за анодом, можно управлять электрическим полем (с помощью отклоняющих пластин – конденсаторов) или магнитным полем (с помощью магнитных катушек).

Прибор, в котором используется пучок разогнанных до большой скорости электронов, летящих за анодом и управляемых электрическим или магнитным полем, называется ***электронно-лучевой трубкой.***

Источником электронов в электронно-лучевой трубке служит катод 2, покрытый тонким слоем оксида щелочноземельного металла для лучшей эмиссионной способности. Катод косвенно нагревается (благодаря излучению) вольфрамовой нитью накала 1. Электроны вылетают через отверстие в модуляторе 3. Изменяя напряжение между модулятором и катодом, можно изменять интенсивность электронного пучка (яркость пятна на экране). Модулятор в электронно-лучевой трубке играет роль управляющей сетки в ламповом триоде.

Пролетев модулятор, электроны разгоняются электрическим полем между катодом и двумя анодами 4 и 5. Меняя напряжение на аноде 4, можно фокусировать электронный поток 8, то есть изменять площадь поперечного сечения электронного пучка на экране.

Часть электронно-лучевой трубки, включающая в себя нить накала, катод, модулятор и аноды, называется ***электронной пушкой*** *или электронным прожектором.*

В трубке электронно-лучевого осциллографа между анодом и экраном находятся две пары металлических пластин 6 и 7. Эти пластины называются *управляющими электродами*. Одна пара пластин расположена горизонтально, а другая вертикально. Если подать напряжение на вертикально расположенные пластины, то электронный пучок будет отклоняться в горизонтальном направлении, подача напряжения на горизонтальные пластины вызывает вертикальное смещение пучка. Смещение пятна на экране 9 трубки пропорционально приложенному напряжению, поэтому электронный осциллограф может использоваться в качестве электроизмерительного прибора.

Для исследования быстропеременных электрических процессов в осциллографе осуществляется *развёртка* – равномерное перемещение электронного пучка по горизонтали с быстрым отбросом назад. Для того чтобы пучок перемещался вдоль горизонтальной оси с постоянной скоростью, напряжение на вертикально расположенных отклоняющих пластинах должно изменяться линейно по времени, а для быстрого возвращения пучка в исходное положение напряжение должно очень быстро падать до нуля. Такое напряжение называется *пилообразным* (рис. 19).

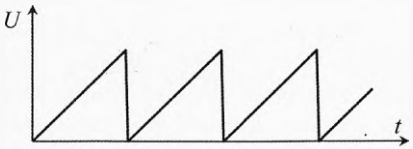


Рис. 19. *Пилообразное напряжение*

С помощью специальных преобразователей (датчиков) изменения различных физических величин: температуры, давления, скорости и др. – можно преобразовывать в изменение напряжения и затем исследовать с помощью осциллографа (рис. 20).

Например, присоединив выводы микрофона к входу «*Y*» электронного осциллографа и задав подходящую временную развёртку по оси «*X*», можно исследовать «палитру» звуковых колебаний.

Электронные осциллографы позволяют наблюдать на экране и фотографировать непрерывные, периодические и импульсные процессы с частотой до 10^9 Гц и выше, а также непериодические процессы продолжительностью от 0,1–1 нс до нескольких минут и даже мгновенные одиночные скачки напряжения.

Двухлучевые электронные осциллографы позволяют одновременно измерять два параметра, например силу тока и напряжение на резисторе или температуру в двух точках и т.п.

Рис. 20. *Осциллограф*

§ 77. Фотоэлементы с внешним фотоэффектом

Фотоэлементы с внешним фотоэффектом – это электровакуумные приборы, у которых ток между катодом и анодом возникает благодаря вылету электронов из катода под действием падающего на него излучения.

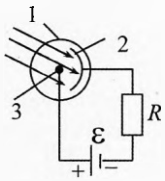


Рис. 21. *Фотоэлемент*

Принцип устройства фотоэлемента с внешним фотоэффектом показан на рис. 21. На внутреннюю поверхность стенки откачанного баллона 1 нанесен фоточувствительный слой 2, служащий фотокатодом. Внутри баллона помещен металлический электрод 3, находящийся под положительным потенциалом и являющийся коллектором фотоэлектронов – анодом. Фотоэлемент питается от источника постоянной ЭДС $\mathcal{E}$ через нагрузочный резистор R.

При облучении фотокатода эмиттируемые им электроны движутся к аноду, замыкая цепь через вакуумный промежуток. Прибор работает в режиме насыщения. При этом, согласно закону Столетова, фототок прямо пропорционален потоку излучения, падающему на фотокатод. Таким образом, фотоэлемент преобразует световой сигнал (падающее излучение) в электрический.

Параметры фотоэлементов определяются в основном свойствами фотокатодов, конструкцией и оптическими свойствами стекла баллонов.

Фотокатоды должны быть достаточно чувствительны в заданном спектре излучения. Если поток излучения, действующий на катод, должен проходить через всю толщину слоя, то этот слой должен быть достаточно прозрачен для рабочего излучения. Сила тока термоэлектронной эмиссии должна быть малой, по крайней мере, на 2-3 порядка меньше минимального рабочего тока фотоэмиссии. Параметры фотокатодов должны быть стабильными в течение длительной работы и хранения фотоэлементов.

Сила фототока в вакуумных фотоэлементах мала. Для усиления тока иногда используют ударную ионизацию газа. С этой целью баллон заполняют инертным

газом (чаще всего аргоном) под давлением 1–10 Па. За счёт ударной ионизации сила тока возрастает в десятки раз.

Такие фотоэлементы называются фотоумножителями. Они, по сути, не совсем вакуумные, т.к. умножение тока происходит за счёт газового разряда, хотя и при низком давлении.

Вакуумные фотоэлементы применяются в схемах световой сигнализации, а также в кино для воспроизведения звука, записанного на кинопленке.

Упражнения

1 При какой наименьшей скорости электрон может вылететь из серебра?

2 Скорость электрона при выходе с поверхности катода, покрытого оксидом бария, уменьшилась в два раза. Найти скорость электрона до и после выхода из катода.

3 В диоде электрон подходит к аноду со скоростью 8 Мм/с. Найти анодное напряжение. Начальной скоростью электрона пренебречь.

4 Максимальный анодный ток в ламповом диоде I=50 мА. Сколько электронов вылетает из катода каждую секунду?

5 Найти минимальную энергию (и скорость) электронов в катодных лучах, необходимую для ионизации в трубке атомов гелия с потенциалом ионизации U_i=24,5 В. Потенциал ионизации равен разности потенциалов электрического поля, которую должен пройти электрон для приобретения энергии, нужной для ионизации атомов.

6 В диоде электроны ускоряются до энергии W=100 эВ. Какова их скорость у анода лампы?

7 Расстояние между катодом и анодом вакуумного диода l=1 см. Сколько времени движется электрон от катода к аноду при анодном напряжении U=440 В? Движение электрона считать равноускоренным. Начальной скоростью электрона пренебречь.

8 В телевизионном кинескопе ускоряющее анодное напряжение равно U=16 кВ, а расстояние от анода до экрана составляет l=30 см. За какое время электроны проходят это расстояние? Отношение заряда к массе $\frac{e}{m}=1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг.

9 В электронно-лучевой трубке поток электронов движется между отклоняющими пластинами плоского конденсатора длиной x=4 см. Кинетическая энергия каждого электрона равна W=8 кэВ. Расстояние между пластинами d=2 см. Какое напряжение надо подать на пластины конденсатора, чтобы смещение электронного пучка на выходе из конденсатора было y=0,8 см?

10 Вычислить чувствительность электронно-лучевой трубки к напряжению, то есть значение отклонения пятна на экране, вызванного разностью потенциалов на управляющих пластинах в U=1 В. Длина управляющих пластин l=5 см, расстояние между ними d=2 см, расстояние от конца пластин до экрана L=30 см и ускоряющая разность потенциалов U_0=8 кВ.

11 Вольфрамовая нить накала диода нагревается до температуры T_0 током силой $I_н$=10 А и напряжением $U_н$=8,0 В. При этом анодное напряжение равно нулю. При включении анодного напряжения температура нити накаливания уменьшается, что можно заметить по изменению её свечения. Какое нужно приложить напряжение накала, чтобы в установившемся режиме при анодном напряжении U_a=5000 В температура нити снова стала равной T_0? Известно, что мощность, рассеиваемая при этом на аноде, составляет P=1,2 кВт. Работа выхода электрона для вольфрама $A_в$=4,5 эВ.

12 Сила тока, проходящего через вакуумный диод и подводящие провода сечением S=0,8 мм^2, равна I=200 мА. Напряжение на лампе U=180 В. Сравнить среднюю скорость направленного движения электронов между электродами лампы и в подводящих проводах. Концентрацию электронов в проводнике принять равной n=10^{28} м$^{-3}$. Начальную скорость электронов при эмиссии считать равной нулю. Объяснить, почему при таком различии в скоростях движения электронов внутри лампы и проводах сила тока в них одинакова.

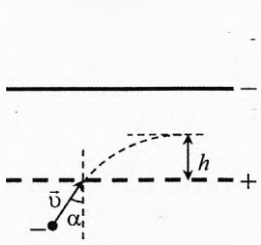


Рис. 22. *Залёт электрона*

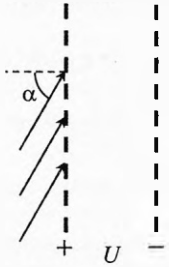


Рис. 23. *Минимальная энергия пролетающих частиц*

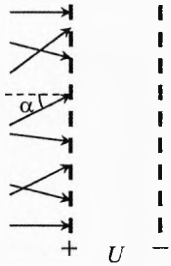


Рис. 24. *Минимальный угол падения отражённых электронов*

13 Электрон со скоростью υ=10^9 см/с влетает в пространство между пластинами плоского конденсатора, между которыми поддерживается разность потенциалов U=425 В (рис. 22). Определить максимальное удаление h электрона от нижней пластины конденсатора. Отношение заряда электрона к его массе γ=1,76·10^{11} Кл/кг. Угол падения электронов α=30°. Расстояние между пластинами d=1 см.

14 На две плоскопараллельные сетки, между которыми приложена разность потенциалов U, падает параллельный пучок отрицательно заряженных частиц (рис. 23). Угол падения частиц α=60°. При каких энергиях частицы смогут пройти через сетки, если заряд частицы равен q?

15 На две плоскопараллельные сетки, между которыми приложена разность потенциалов U, падают отрицательно заряженные частицы с энергией W=4eU/3 под разными углами (рис. 24). При каких углах падения α частицы будут «отражаться», т.е. не смогут пройти через сетки? Заряд частицы равен e.

16 Электрон влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора со скоростью υ_0=10^7 м/с, направленной параллельно пластинам. На какой угол отклонится электрон за время движения вдоль конденсатора, если расстояние между пластинами d=16 мм, разность потенциалов U=30 В, а длина пластин l=6 см? Нужно ли учитывать действие силы тяжести?

Решения, указания и ответы для самоконтроля

1 По таблице находим работу выхода для серебра $A_в$=4,28 эВ=6,85·10^{-19} Дж.

$A_в = \frac{m\upsilon^2}{2}$; $\Rightarrow$ $\upsilon = \sqrt{\frac{2A_в}{m}} \approx 1{,}2$ Мм/с.

2 $\frac{m\upsilon_0^2}{2} = A_в + \frac{m(\upsilon_0/2)^2}{2}$; $\Rightarrow$ $\upsilon_0 = \sqrt{\frac{8A_в}{3m}} \approx 680$ км/с, $\upsilon=\upsilon_0/2=340$ км/с.

3 $e{\cdot}U = \frac{m\upsilon^2}{2}$; $\Rightarrow$ $U = \frac{m\upsilon^2}{2e} \approx 180$ В.

4 $I=q/t$, $q=e{\cdot}N$; $\Rightarrow$ $N=I{\cdot}t/e=3{,}1\cdot10^{17}$.

5 $W=A_в=eU_i=3{,}9\cdot10^{-18}$ Дж; $\upsilon = \sqrt{\frac{2W}{m}} \approx 3\cdot10^3$ км/с.

6 $W = \frac{m\upsilon^2}{2}$; $\Rightarrow$ $\upsilon = \sqrt{\frac{2W}{m}} \approx 5{,}9\cdot10^6$ м/с.

7 $ma=F_э$, $F_э=e{\cdot}E$, $U=E{\cdot}l$, $l = \frac{at^2}{2}$; $\Rightarrow$ $t = l\cdot\sqrt{\frac{2m}{eU}} \approx 1{,}6$ нс.

8 $eU=\frac{m\upsilon^2}{2}$; $l=\upsilon t$; $\Rightarrow$ $t=l\cdot\sqrt{\frac{m}{2eU}}=4$ нс.

9 $W = \frac{m\upsilon^2}{2}$, $x=\upsilon{\cdot}t$, $y=at^2/2$, $ma=F_э$, $F_э=e{\cdot}E$, $U=E{\cdot}d$; $\Rightarrow$ $U = \frac{4Wyd}{ex^2} \approx 3{,}2$ кВ.

10 Электрон разгоняется электронной пушкой до скорости υ_x: $eU_0 = \frac{m\upsilon_x^2}{2}$. Между пластинами он движется равномерно поступательно по оси X: $l = \upsilon_x t_1$, и равноускоренно по оси Y: $\upsilon_y = a_y t_1$, $y_1 = \frac{a_y t_1^2}{2}$ с ускорением $a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{eU}{md}$.

Пройдя пластины, электрон движется равномерно: $L = \upsilon_x t_2$, $y_2 = \upsilon_y t_2$.

Суммарное смещение по оси Y: $y=y_1+y_2$ $\Rightarrow$ $\frac{y}{U} = \frac{(L+l/2)\cdot l}{2U_0 d} = 0{,}05$ мм/В.

11 В установившемся режиме на нити будет расходоваться дополнительная энергия, необходимая для совершения работы выхода эмиттированных электронов.

Выразим через эмиссионный (анодный) ток количество электронов, выходящих с катода в секунду (рис. 25):

$$I_а = \frac{q}{t} = \frac{N\cdot e}{t} \quad \Rightarrow \quad \frac{N}{t} = \frac{I_а}{e}.$$

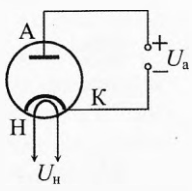


Рис. 25. *Охлаждение анода за счет эмиссии*

Тогда дополнительная энергия, которая расходуется в единицу времени против работы выхода этих электронов:

$$\frac{N\cdot A_в}{t} = \frac{I_а}{e}\cdot A_в.$$

По закону сохранения энергии: $\frac{(U'_н)^2}{R} = \frac{U_н^2}{R} + \frac{I_а}{e}\cdot A_в$.

Силу тока найдём из мощности, рассеиваемой на аноде: $P=U_а{\cdot}I_а$.

Сопротивление нити накала найдём из первого опыта: $R=U_н/I_н$.

С учетом закона сохранения энергии, получим: $U'_н = \sqrt{U_н^2 + \frac{P \cdot U_н \cdot A_в}{e U_а I_н}} \approx 8{,}05$ В.

12 $e \cdot U = \frac{m\upsilon_{max}^2}{2} \Rightarrow \upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_{max}}{2} = \sqrt{\frac{e \cdot U}{2m}} = 4 \cdot 10^6$ м/с; $I = \frac{q}{t} = \frac{eN}{t}$, $n = \frac{N}{V} = \frac{N}{S \cdot \upsilon_{пр} t}$:

$\Rightarrow \upsilon_{пр} = \frac{I}{n \cdot S \cdot e} = 0{,}16$ мм/с. Скорость разная, из-за большого различия концентрации свободных электронов в проводнике и вакууме.

13 Будет уменьшаться только перпендикулярная к сетке составляющая скорости. $\frac{m(\upsilon \cos\alpha)^2}{2} = F \cdot h$, $F = eE = \frac{eU}{d}$, $\gamma = \frac{e}{m}$; $\Rightarrow h = \frac{(\upsilon \cos\alpha)^2 \cdot d}{2\gamma U} = 5$ мм.

14 $W = \frac{m\upsilon^2}{2}$, $\frac{m(\upsilon \cos\alpha)^2}{2} > q \cdot U$; $\Rightarrow W > \frac{q \cdot U}{\cos^2\alpha}$.

15 $W = \frac{m\upsilon^2}{2}$, $\frac{m(\upsilon \cos\alpha)^2}{2} \le e \cdot U$; $\Rightarrow \cos\alpha \le \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\alpha \ge 30^0$.

16 $l = \upsilon_0 \cdot t$; $\upsilon_y = at$; $ma = F_э$; $F_э = e \cdot E$; $U = E \cdot d$; $\Rightarrow \alpha \approx \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \frac{eUl}{\upsilon_0^2 md} \approx 0{,}2$ рад $= 11°$.

Силу тяжести учитывать не нужно, т.к. $F_т = mg = 9 \cdot 10^{-30}$ Н, $F_э = e \cdot E = 3 \cdot 10^{-16}$ Н, то есть $F_э >> F_т$.

Глава 8. Электрический ток в полупроводниках

Человек может быть гением или обладать всеми необходимыми навыками, но если он не верит в себя, он не будет выкладываться по полной.

Марк Цукерберг
(основатель компании Facebook)

§ 78. Полупроводники в природе

К полупроводникам относится широкий класс веществ, в которых концентрация свободных носителей заряда во много раз меньше концентрации атомов. Она может изменяться при освещении, изменении температуры или включении небольшого количества примесей. С ростом температуры сопротивление полупроводников уменьшается. Эти свойства качественно отличают полупроводники от металлов.

Различия между полупроводниками и диэлектриками носят условный характер. К диэлектрикам обычно относятся вещества, удельное сопротивление которых при комнатной температуре ($T \approx 300$ К) составляет более 10^9 Ом·м. Напомним, что у металлов удельное сопротивление $10^{-8} \div 10^{-6}$ Ом·м. Стало быть, удельное сопротивление полупроводников находится в очень широком интервале: $10^{-6} \div 10^{9}$ Ом·м, составляющем 15 порядков:

$$\frac{\rho_{max}}{\rho_{min}} = \frac{10^{9}}{10^{-6}} = 10^{15}.$$

По структуре полупроводники делятся: 1) на кристаллические, 2) аморфные, в том числе стеклообразные, 3) жидкие.

По химическому составу полупроводники делятся на элементарные и соединения. К элементарным относятся 12 простых элементов таблицы Менделеева: бор, углерод, кремний и др.

Таблица 9. Элементарные по химическому составу полупроводники

	III	IV	V	VI	VII
II	^{5}B	^{6}C			
III		^{14}Si	^{15}P	^{16}S	
IV		^{32}Ge	^{33}As	^{34}Se	
V		^{50}Sn	^{51}Sb	^{52}Te	^{53}J

К полупроводникам относится огромное число соединений: различные сульфиды, оксиды, теллуриды и др. Они составляют 80% массы земной коры.

Из большого разнообразия полупроводников в электро- и радиотехнике используется лишь незначительное число.

Для создания современных полупроводниковых приборов требуются исключительно чистые вещества, содержащие чрезвычайно малое количество посторонних примесей, не превышающее 1 атома примеси на $10^9 \div 10^{14}$ атомов основного вещества полупроводника.

Типичные представители наиболее применяемых полупроводников в науке и технике – это германий и кремний. Германий в природе встречается редко. Кремний же составляет 28% земной коры. Кроме них используется селен, теллур, бор, окислы и сульфиды металлов (закись меди, окись цинка, закись никеля, двуокись свинца, закись-окись железа, сульфид цинка, сульфид талия, окись урана, двуокись титана и т.д.).

Широко применяются интерметаллические соединения, образованные элементами III и V групп периодической системы элементов Менделеева: арсенид галлия, карбид бора, карбид кремния, иодид меди, селенид цинка, теллурид серебра и т.д.

Кроме природных полупроводников существуют синтезированные полимеры, обладающие полупроводниковыми свойствами.

Из полученных тем или иным способом сверхчистых полупроводниковых материалов выращиваются монокристаллы. Это сложная задача, поскольку при выращивании монокристалла из расплава должна поддерживаться абсолютная чистота. К тому же образование кристалла должно происходить при заданной температуре, выдерживаемой с точностью до сотых долей градуса.

§ 79. Вольтамперная характеристика металлов и терморезисторов

Вольтамперная характеристика металлов. Как известно, сопротивление любого металлического проводника возрастает с увеличением температуры. Зависимость силы тока от напряжения (вольтамперная характеристика) любого металлического проводника имеет нелинейный характер.

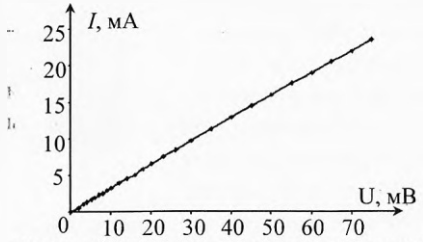


Рис. 1. *Вольтамперная характеристика лампы накаливания при малых напряжениях*

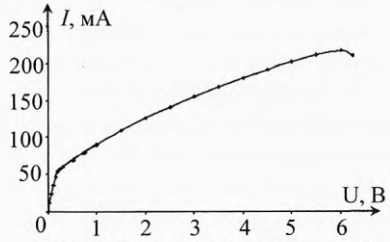


Рис. 2. *Вольтамперная характеристика на всём диапазоне напряжений*

В качестве примера на рис. 1 и 2 представлена вольтамперная характеристика лампочки накаливания от карманного фонаря с номинальным напряжением 2,5 В. Спираль лампочки изготовлена из вольфрама.

При малых значениях напряжения сила тока практически прямо пропорциональна напряжению (поскольку температура проводника заметно не изменилась). При увеличении напряжения спираль нагревается и рост силы тока замедляется, т. к. сопротивление металлов возрастает с ростом температуры (концентрация носителей тока в металлическом проводнике не изменяется при нагревании).

Вольтамперная характеристика полупроводников. Совсем другая картина наблюдается в полупроводниковом терморезисторе (см. вольтамперную характеристику на рис. 3 и 4). При малых токах, когда температура терморезистора заметно не изменилась, сила тока прямо пропорциональна напряжению, как и в металлическом проводнике. Но по мере разогрева концентрация свободных носителей в полупроводнике резко возрастает, поэтому сила тока начинает увеличиваться всё более круто с увеличением напряжения из-за резкого уменьшения сопротивления терморезистора.

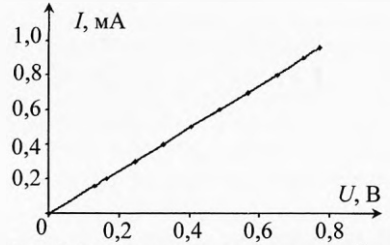


Рис. 3. *Вольтамперная характеристика терморезистора при малых напряжениях*

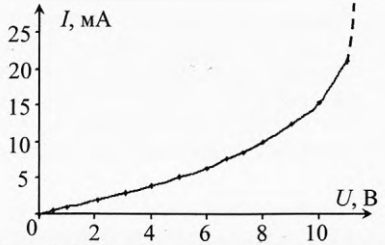


Рис. 4. *Вольтамперная характеристика на всём диапазоне напряжений*

На рис. 5 приведено устройство терморезистора (термистора). Основной его частью является полупроводниковый стержень 1, боковая поверхность которого покрыта изолирующим лаком. Полупроводниковый стержень помещается в металлический корпус 2. Для обеспечения теплообмена на полупроводниковый стержень наматывается слой фольги 3, который заполняет пространство между стержнем и корпусом. В конструкции предусмотрены выводы 4 от концов полупроводникового стержня. Один вывод соединяется с корпусом через оловянную пробку 5, а второй – через изолятор 6.

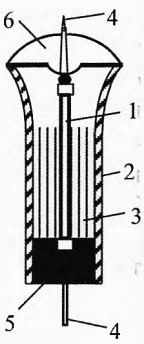


Рис. 5. *Терморезистор*

За начальное сопротивление термистора обычно принимают его сопротивление при 20°C. Именно это значение сопротивления указывается в маркировочных данных. Промышленность выпускает термисторы с различным начальным сопротивлением (от 12 Ом до 100 кОм). Типовой диапазон температур термисторов достаточно узок: –60 … +150°C. Для некоторых образцов он расширен: –60 … +300°C.

Зависимость сопротивления от температуры в проводниковых резисторах и в полупроводниковых терморезисторах позволяет использовать их в качестве датчиков температуры. Их сопротивление (а следовательно, и температура) измеряется с помощью мостовой схемы (мостик Уитстона). При этом важно, чтобы нагревом термистора, происходящим вследствие протекания по нему тока, можно было пренебречь. То есть резистор или термистор должен находиться в тепловом равновесии с окружающей средой.

Находят также применение терморезисторы, сопротивление которых с ростом температуры значительно увеличивается. Это так называемые *позисторы*. Материалом для их изготовления служит специальная керамика из титаната бария с примесью редкоземельных элементов. Рост сопротивления с увеличением температуры наблюдается у позисторов лишь в определенном интервале температур.

✍ **Пример 1.** На рис. 6 приведена зависимость сопротивления от температуры проволочного резистора и термистора. Во сколько раз изменилось сопротивление резистора при изменении температуры от 0°С до 100°С и от –20°С до 120°С? Определить, из какого металла изготовлен резистор, вычислив температурный коэффициент сопротивления. Вычислить температурный коэффициент сопротивления термистора в интервалах –20 … 12°С, 0 … 20°С и 40 … 80°С. Температурный коэффициент сопротивления металлического резистора положителен, а полупроводникового термистора – отрицателен.

➥**Решение.** При изменении температуры от 0 до 100°С сопротивление резистора изменилось от 81 до 139 Ом, то есть в 1,7 раза. При изменении температуры от –20 до 120°С сопротивление резистора изменилось от 70 до 150 Ом, то есть в 2,1 раза.

Температурный коэффициент сопротивления для резистора

$$R_{100} = R_0(1+\alpha_p(100°\text{C} - 0°\text{C}))$$

$$\alpha_p = \frac{R_{100}/R_0 - 1}{100°\text{C} - 0°\text{C}} = \frac{139/81 - 1}{100°\text{C}} \approx 7\cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1}.$$

Наиболее близкое табличное значение температурного коэффициента сопротивления у железа ($\alpha_ж$=6,2·10^{-3} К$^{-1}$ при t=20°С).

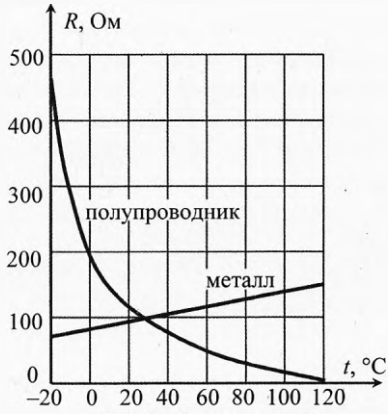


Рис. 6. *Сопротивление резистора и термистора*

Температурный коэффициент сопротивления для термистора в интервале температур –20 … 12°С:

$$\alpha_{т1} = \frac{R_{12}/R_{-20} - 1}{12°C - (-20°C)} = \frac{135/460 - 1}{32°C} \approx -22 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}.$$

В интервале температур 0 … 20°C:

$$\alpha_{т2} = \frac{R_{20}/R_{0} - 1}{20°C - 0°C} = \frac{117/190 - 1}{20°C} \approx -19 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}.$$

В интервале температур 40 … 80°C:

$$\alpha_{т3} = \frac{R_{80}/R_{40} - 1}{80°C - 40°C} = \frac{30/75 - 1}{40°C} \approx -15 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}.$$

§ 80. Собственная проводимость полупроводников

Чтобы понять механизм электропроводности полупроводников, рассмотрим строение двух наиболее часто используемых полупроводников германия и кремния. В их атомах по четыре валентных электрона. Они образуют кристаллическую решетку с ковалентной (парно электронной) связью. Число ближайших соседей у каждого из этих атомов равно четырём. На рис. 7 изображена условная плоская схема структуры связей в кристалле кремния. Между каждой парой соседних атомов возникает связь, в которой участвуют два электрона (по одному от каждого атома). Связи изображены на схеме в виде парных линий, соединяющих атомы.

При низких температурах все валентные электроны заняты в этих связях и электронов проводимости нет. Поэтому при низких температурах полупроводники ведут себя как диэлектрики.

Для того чтобы полупроводник стал проводить ток, нужно разорвать эти связи за счёт нагревания или освещения. В этих случаях валентные электроны атомов могут получить энергию, достаточную для разрыва связей, в результате чего образуются носители тока двух типов: *свободные электроны и дырки*.

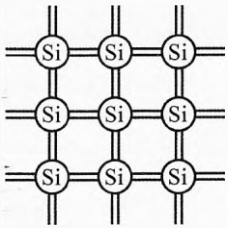


Рис. 7. *Кристалл кремния*

> ***Дыркой*** *называется вакантное (то есть не занятое электроном) состояние в связях между атомами полупроводника, характеризующееся избыточным положительным зарядом.*

Если в каком-то месте возникла дырка, то через некоторое время она может быть занята каким-нибудь электроном с соседнего атома. Тогда дырка появится в новом месте, откуда ушёл этот электрон. Результатом непрерывных переходов связанных электронов на свободные места (дырки) является беспорядочное блуждание дырки по всему кристаллу. Так как в месте её появления возникает нескомпенсированный положительный заряд, то её

перемещение становится эквивалентным движению свободной положительно заряженной частицы. Хотя на самом деле в противоположном направлении перескакивают связанные электроны на незавершенные (разорванные) ковалентные связи – дырки.

При наличии электрического поля в проводнике наряду с беспорядочным тепловым движением возникает дрейф свободных электронов в одну сторону, а дырок в другую.

В результате увеличения температуры полупроводника или воздействия на него светом концентрация носителей тока в нём увеличивается и проводимость полупроводника возрастает.

Проводимость полупроводника, не содержащего примесей, называется собственной. Собственная проводимость полупроводников при комнатных температурах невелика.

Концентрация электронов и концентрация дырок, обусловленные собственной проводимостью, одинаковы, ибо, сколько электронов разорвало ковалентные связи, столько же образовалось дырок.

Свободные электроны могут встречаться с дырками и рекомбинировать. При неизменной температуре концентрация электронов и дырок в чистом полупроводнике постоянна, так как при неизменной температуре скорость рекомбинации и скорость образования дырок и электронов одинаковы.

С увеличением температуры концентрация электронов и дырок в чистом полупроводнике очень резко возрастает (по экспоненциальному закону):

$$n_- = n_+ = n_0 \cdot e^{-\frac{\Delta W}{kT}},$$

где ΔW – энергия, которую должен получить электрон, чтобы из так называемой *валентной зоны* (состояния ковалентной связи) перейти в свободное состояние внутри полупроводника, то есть перейти в зону проводимости; n_0 – концентрация атомов в полупроводнике; T – температура полупроводника; k=1,38·10^{23} Дж/К – постоянная Больцмана.

Пример 2. Концентрация атомов германия при температуре 300 К равна n_0=4,4·10^{22} см$^{-3}$. Чему равна концентрация электронов и дырок? Какую часть они составляют от общего числа атомов? Если ΔW для германия составляет 0,54 эВ.

Решение. $kT = 1{,}38\cdot10^{-23}\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}}\cdot 300\ \text{К} = 4{,}14\cdot10^{-21}\ \text{Дж} = \frac{4{,}14\cdot10^{-21}}{1{,}6\cdot10^{-19}}\ \text{эВ} \approx 0{,}026\ \text{эВ}.$

$n = n_0 e^{-\frac{\Delta W}{kT}} = 4{,}4\cdot10^{22}\ \text{см}^{-3}\cdot e^{-\frac{0{,}54\ \text{эВ}}{0{,}026\ \text{эВ}}} \approx 4\cdot10^{13}\ \text{см}^{-3};\quad \frac{n}{n_0} = \frac{4\cdot10^{13}}{4{,}4\cdot10^{22}} \approx 10^{-9}.$

✓ **Ответ.** Концентрация электронов (или дырок) в чистом германии при комнатной температуре составляет 40 триллионов на 1 см^3. При этом на миллиард атомов германия приходится по одному свободному электрону и дырке.

✍ **Пример 3.** Во сколько раз увеличится проводимость германия при увеличении температуры с T_1=300 К до T_2=600 К и до T_3=700 К?

➥**Решение.** $\frac{n_2}{n_1}=\frac{e^{-\frac{\Delta W}{kT_2}}}{e^{-\frac{\Delta W}{kT_1}}}=e^{\frac{\Delta W}{k}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)}$.

Найдём ΔW в джоулях: $\Delta W = 0{,}54$ эВ $= 0{,}54\cdot1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж $= 0{,}864\cdot10^{-19}$ Дж.

$$\frac{n_2}{n_1}=e^{\frac{0.864\cdot10^{-19}}{1.38\cdot10^{-23}}\left(\frac{1}{300}-\frac{1}{600}\right)}=3{,}4\cdot10^{4};\quad \frac{n_3}{n_1}=e^{\frac{0.864\cdot10^{-19}}{1.38\cdot10^{-23}}\left(\frac{1}{300}-\frac{1}{700}\right)}=1{,}5\cdot10^{5}.$$ ➥

✓ **Ответ.** При увеличении температуры германия в 2 раза с 300 до 600 К концентрация свободных носителей тока, а значит, и проводимость германия возрастёт в 34 тысячи раз. А при повышении температуры с 300 до 700 К – в 150 тысяч раз.

§ 81. Проводимость полупроводников с примесями

На электропроводность полупроводников оказывают огромное влияние примеси других элементов, уменьшающие сопротивление полупроводников. Если в кристалл четырехвалентного германия или кремния ввести атомы элементов V группы (фосфора, мышьяка, селена, сурьмы), то по 4 электрона атомов примеси будут участвовать в ковалентных связях с атомами германия (кремния). А пятый электрон атома примеси взаимодействует только с ядром примеси. Энергия этого взаимодействия в 10÷20 раз меньше энергии ковалентных связей. Благодаря тепловому движению пятый электрон атома примеси коллективизируется.

> *Четырехвалентный полупроводник с пятивалентными атомами примеси становится полупроводником преимущественно с электронной проводимостью или* ***полупроводником n-типа****. Атомы пятивалентной примеси называются* ***донорными*** *примесями (от лат.* dono *– дарю).*

Если же к основному четырехвалентному полупроводнику прибавить атомы трёхвалентной примеси, например индия, то в месте расположения атома примеси будет не хватать одного электрона для завершения ковалентной связи. Недостающий электрон может быть заимствован атомом индия у ближайшего атома германия. Тогда на месте электрона, ушедшего из атома германия, появится дырка – носитель положительного заряда.

> *Четырехвалентный полупроводник с трёхвалентным атомом примеси становится полупроводником преимущественно с дырочной проводимостью или* ***полупроводником p-типа****. Такая примесь называется* ***акцепторной*** *(от лат.* acceptor *– принимающий).*

Если образец полупроводника с проводимостью p-типа подключить к источнику постоянного напряжения, то под действием электрического поля возникает ток, обусловленный движением дырок от «+» источника к «–» внутри полупроводника. Хотя на самом деле в этом случае связанные электроны перескакивают на незавершенные связи от «–» источника к «+».

Если же электрическое поле приложено к полупроводнику с примесной проводимостью n-типа, то в этом случае, как и в металлах, свободные электроны (освободившиеся из атомов примеси) под действием электрического поля будут дрейфовать в полупроводнике от «–» источника к «+».

Следует отметить, что электроны и дырки в полупроводниках как с проводимостью n-типа, так и p-типа движутся в основном хаотически. Но на их хаотическое движение при наличии электрического поля накладывается дрейф (направленное движение под действием поля). Причём скорость дрейфа электронов и дырок во много раз меньше скорости их теплового движения.

Введением в полупроводниковый кристалл примесей можно увеличить его электропроводность при комнатной температуре в случае германия до миллиона раз! А в случае кремния – до миллиарда раз! Это свойство полупроводников широко используется в технике.

§ 82. Электронно-дырочный p-n-переход

Соединим два кристалла с разной проводимостью. Пусть слева находится кристалл с преимущественно электронной проводимостью (n-типа), а справа – с дырочной (p-типа).

Благодаря тепловому движению электроны будут диффундировать из n-области в p-область. В n-области останутся положительные ионы 5-валентного донора. Перейдя в область с дырочной проводимостью (p-типа), электроны очень быстро рекомбинируют с дырками, поскольку концентрация дырок в p-области достаточно большая. При этом в области p-типа образуются нескомпенсированные отрицательные ионы акцепторной примеси.

Аналогично из p-области дырки диффундируют в n-область, оставляя нескомпенсированными ионы акцептора. Перейдя в электронную область, дырки рекомбинируют с электронами, и в n-области образуются положительные ионы донора (рис. 8а).

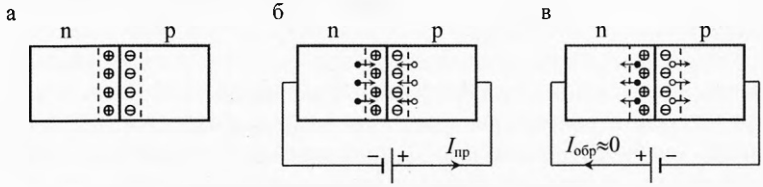


Рис. 8. *Электронно-дырочный* p-n-*переход*

В результате диффузии электронов из электронной области кристалла в дырочную и дырок из дырочной области в электронную на граничном участке этих областей образуется двойной слой разноименно заряженных ионов. В этом промежутке возникает электрическое поле с разностью потенциалов 0,4–0,8 В. Толщина этого слоя составляет около 0,1 мкм. Поэтому напряжённость поля в пограничном слое велика:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{0{,}4\ \text{В}}{10^{-7}\ \text{м}} = 4 \cdot 10^{6}\ \text{В/м}.$$

Электрическое поле двойного слоя препятствует дальнейшей диффузии основных носителей тока (электронов из электронной области кристалла в дырочную и дырок из дырочной области в электронную). Этот двойной электрический слой повышенного сопротивления называется запирающим слоем.

Наряду с основными носителями тока в каждой из областей полупроводника имеются и неосновные: дырки в n-области и электроны в p-области.

Когда дырки из n-области в результате хаотического движения подходят к n-p-переходу, они оказываются захваченными электрическим полем, которое заставляет дрейфовать их в p-область. Аналогично, когда электроны проводимости p-области, совершая хаотическое движение, подходят к p-n-переходу, электрическое поле перемещает их в n-область. Ток, создаваемый диффузией основных носителей через электронно-дырочный переход, равен по модулю и противоположен по направлению току, создаваемому движением неосновных носителей. Поэтому при отсутствии внешнего поля результирующий ток через электронно-дырочный переход равен нулю.

Подведем к p-n-переходу внешнее напряжение. Вначале подключим «–» батареи к полупроводнику n-типа, а «+» – к проводнику p-типа (рис. 8б). В этом случае полярность приложенного напряжения обратна полярности запирающего слоя и контактная разность потенциала p-n-перехода уменьшается. Кроме того, под действием внешнего напряжения основные носители заряда в полупроводниках p- и n-типов приближаются к p-n-переходу, заполняют запирающий слой и уменьшают его толщину. Сопротивление запирающего слоя уменьшается. Такое включение внешнего напряжения называется прямым или пропускным. По мере увеличения напряжения сопротивление запирающего слоя уменьшается и ток в цепи резко возрастает.

Изменим полярность включения батареи. Подключим «–» батареи к проводнику p-типа, а «+» батареи к проводнику n-типа (рис. 8в). В этом случае полярность приложенного напряжения совпадает с полярностью запирающего слоя и контактная разность потенциалов увеличивается. Под действием внешнего напряжения основные носители заряда в обоих полупроводниках удаляются от границы. Запирающий слой становится толще, и его сопротивление возрастает. Такое включение батареи называется обратным или запирающим. При этом ток, образуемый основными носителями

заряда, резко уменьшается. Ток во внешней цепи определяется движением неосновных носителей заряда. Этот ток называется *обратным*. Обратный ток $I_{обр}$ во много сотен и тысяч раз меньше прямого тока $I_{пр}$, протекающего в цепи при прямом включении батареи.

Следовательно, контакт двух полупроводников с различными типами проводимости (p-n-переход) обладает односторонней проводимостью электрического тока из-за большой разницы сопротивления в различных направлениях.

На свойства электронно-дырочного перехода оказывает влияние его электроёмкость. Электронно-дырочный переход, являющийся двойным слоем разноименных зарядов, ведет себя как плоский конденсатор, диэлектриком которого является запирающий слой, а обкладками – соприкасающиеся поверхности двух кристаллов.

§ 83. Полупроводниковый диод

Основным элементом полупроводниковых диодов является p-n-переход с односторонней проводимостью. Диоды подразделяются на плоскостные и точечные.

Устройство плоскостного полупроводникового диода представлено на рис. 9. Он состоит из монокристаллической пластинки германия 6, обладающего электронной проводимостью за счёт небольшой добавки донорной примеси. В верхнюю часть пластинки германия вплавлена капля индия 5, а нижняя часть пластинки припаяна оловом 7 к герметичному сварному металлическому корпусу 4. Этот корпус изолирует p-n-переход от воздействия воздуха и света, обеспечивая устойчивую работу электронно-дырочного перехода. Диод имеет два вывода 3. Один из них, верхний, проходит в металлической трубке 1, изолированной от корпуса стеклом 2; а нижний вывод припаян к корпусу 4.

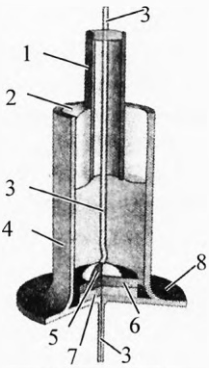


Рис. 9. *Диод*

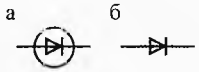


Рис. 10. *Диод*

Металлический корпус выгнут наподобие полей шляпы (радиатор 8) для лучшего охлаждения, так как с повышением температуры снижаются выпрямляющие свойства полупроводниковых диодов (с возрастанием температуры возрастает концентрация неосновных носителей тока, следовательно, возникает и обратный ток).

Условное обозначение полупроводникового диода в корпусе представлено на рис. 10 а, а без корпуса (в составе микросхемы) – на рис. 10 б.

Вольтамперная характеристика полупроводникового диода. Важной характеристикой диода является его вольтамперная характеристика (ВАХ).

Для снятия вольтамперной характеристики диода при прямом токе собирают цепь по схеме рис. 11. В этом случае силой тока в вольтметре можно пренебречь, так как его сопротивление во много раз больше сопротивления диода.

При обратном токе используют схему, представленную на рис. 12. В этом случае сопротивление диода соразмерно и даже может быть больше сопротивления вольтметра, поэтому при обратном включении миллиамперметр включается последовательно с диодом.

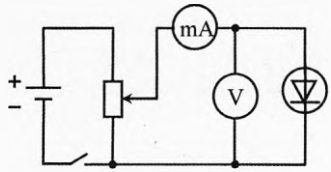


Рис. 11. *Снятие ВАХ диода при прямом токе*

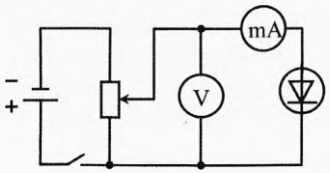


Рис. 12. *Снятие ВАХ диода при обратном токе*

На рис. 13 изображена вольтамперная характеристика одного из диодов.

Из рисунка видно, что сила тока в проходном направлении с увеличением напряжения растёт очень быстро. В запирающем же направлении сила тока очень мала и мало изменяется с ростом напряжения. Обратите внимание, что масштаб по напряжению при обратном включении в 1000 раз меньше, чем при прямом. А по силе тока – в 10 раз больше. Это необходимо для того, чтобы на одном рисунке можно было показать вольтамперную характеристику для прямого и обратного включения диода.

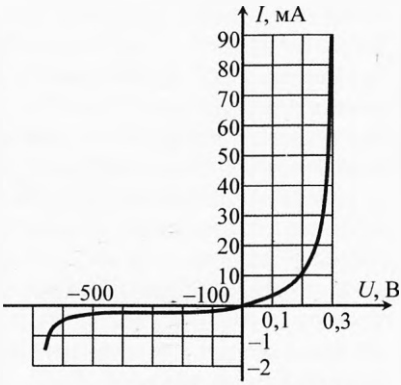


Рис. 13. *ВАХ диода*

Параметры диодов. Параметры диодов обычно указывают для их работы при температуре +15 … +25°С.

Крутизна характеристики *при подаче прямого напряжения показывает, на сколько миллиампер изменится ток диода при изменении приложенного напряжения на 1 В, и определяется выражением:*

$$S = \frac{\Delta I}{\Delta U}, \quad [S] = \frac{\text{мА}}{\text{В}}.$$

Как видно из вольтамперной характеристики, при малом внешнем напряжении крутизна S мала. При увеличении напряжения крутизна существенно возрастает.

Внутреннее (дифференциальное) сопротивление переменному току *определяется, как и для лампового диода, выражением:*

$$R_i = \frac{\Delta U}{\Delta I}, \quad [R_i] = \text{Ом}.$$

При малых прямых напряжениях R_i велико, но при увеличении прямого напряжения дифференциальное сопротивление R_i снижается во много раз. Оно зависит и от рабочей температуры диодов.

Сравнивая две последние формулы, получим:

$$R_i = \frac{1}{S}.$$

Сопротивление постоянному току *определяется как отношение напряжения к току в данной точке вольтамперной характеристики:*

$$R_0 = \frac{U}{I}, \quad [R_0] = \text{Ом}.$$

В прямом направлении сопротивление R_0 имеет значение от десятков до сотен Ом, а в обратном – от сотен кОм до 1 МОм.

Максимальное обратное напряжение $U_{\max}$ – это наибольшее напряжение, при котором диод всё ещё сохраняет свои свойства. При его превышении наступает пробой и диод выходит из строя (из-за большой выделяющейся мощности диод просто сгорает).

Максимальный ток в прямом направлении $I_{\max}$ – предельно допустимое значение силы тока, проходящего через диод в прямом направлении, при котором обеспечивается заданная надёжность при длительной работе.

Изготовление и применение полупроводниковых диодов. В технике широко применяют германиевый и кремниевый диоды. Они делятся на плоскостные (слоистые) и точечные. Плоскостные диоды используют для выпрямления прямого тока, точечные – для детектирования.

В плоскостном диоде на кристалл германия с внесенной заранее примесью n-типа наносят маленький кусочек индия. При температуре около 500°С индий расплавляется на поверхности германия и часть молекул индия диффундирует в кристалл германия. Небольшая часть молекул германия растворяется в капле индия. После охлаждения между индием и кристаллом германия образуется слой, обладающий проводимостью p-типа. Застывшая капля индия служит электрическим контактом с дырочным слоем. А контакт с германием выполняют из свинца или олова.

В точечном диоде образован контакт кристалла германия n-типа с вольфрамовой проволочкой. В процессе формовки диода около контакта с проволочкой образуется небольшая область, обладающая проводимостью p-типа. Из-за малой площади p-n-перехода точечных диодов их междуэлектродная электроёмкость мала. Поэтому их можно использовать на более высоких частотах. Но уменьшение площади контакта уменьшает и значение допустимой мощности рассеивания. Кроме того, эти диоды обладают малым значением обратного напряжения.

У полупроводниковых диодов есть следующие достоинства: сравнительно большое значение выпрямленного тока и обратного напряжения, малое сопротив-

ление прямому току, малое значение обратного тока, высокий КПД, малые габариты и масса, большая механическая прочность и большой срок службы. Недостатком диодов является зависимость параметров от температуры и влажности.

Стабилитроны. Эти диоды используются не для выпрямления тока, а для стабилизации напряжения. Они изготавливаются из кремния. В них тоже имеется p-n-переход, однако по сравнению с другими диодами его ширина невелика. Поэтому, когда на диод подаётся напряжение в обратном направлении, в переходе наступает пробой, который не выводит диод из строя. Именно в режиме этого пробоя при малейшем увеличении напряжения ток через диод резко возрастает. Тем самым напряжение поддерживается на определенном уровне, называемом *напряжением стабилизации*.

✍ **Пример 4.** Используя вольтамперную характеристику, приведенную на рис. 13:
1) вычислить среднюю крутизну вольтамперной характеристики и дифференциальное сопротивление в интервале напряжений от 0 до 0,1 В, от 0,1 до 0,2 В и от 0,26 до 0,30 В;
2) вычислить сопротивление постоянному току при напряжениях 0,1 В, 0,2 В и 0,3 В, а также при обратном напряжении 500 В и 600 В;
3) оценить обратное пробивное напряжение этого диода.

➥**Решение.** 1) Крутизна ВАХ для указанных диапазонов: $S = \dfrac{\Delta I}{\Delta U}$;

$S_1 = \dfrac{3-0}{0{,}1-0} = 30$ мА/В, $S_2 = \dfrac{11-3}{0{,}2-0{,}1} = 80$ мА/В, $S_3 = \dfrac{90-22}{0{,}3-0{,}26} = 1700$ мА/В.

Дифференциальное сопротивление в этих интервалах:

$$R_i = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{1}{S}; \quad R_{i1} = 33 \text{ В/А}, \quad R_{i2} = 12{,}5 \text{ В/А}, \quad R_{i3} = 0{,}59 \text{ В/А}.$$

2) Сопротивление постоянному току при напряжениях 0,1 В, 0,2 В и 0,3 В:

$$R_0 = \frac{U}{I}; \quad R_{01} = \frac{0{,}1 \text{ В}}{3 \text{ мА}} = 33 \text{ Ом}, \quad R_{02} = \frac{0{,}2 \text{ В}}{11 \text{ мА}} = 18 \text{ Ом}, \quad R_{03} = \frac{0{,}3 \text{ В}}{90 \text{ мА}} = 3{,}3 \text{ Ом}.$$

Сопротивление постоянному току при обратном напряжении 500 В и 600 В:

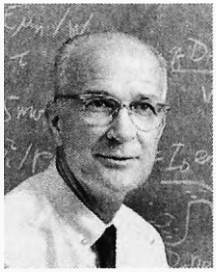
$$R_{04} = \frac{500 \text{ В}}{0{,}25 \text{ мА}} = 2 \cdot 10^6 \text{ Ом}, \quad R_{05} = \frac{600 \text{ В}}{0{,}5 \text{ мА}} = 1{,}2 \cdot 10^6 \text{ Ом}.$$

3) обратное пробивное напряжение диода примерно равно $U_{max} = 650$ В.➥

§ 84. Транзистор

Успешное развитие физики твёрдого тела во второй четверти XX века привело к созданию огромного числа полупроводниковых приборов, центральное место среди которых занимает транзистор, позволивший от ламповой радиоаппаратуры перейти к полупроводниковой. Транзисторные радиоприемники в быту стали называть просто транзисторами.

Транзистор изобрели в 1948 г. американские физики Джон Бардин и Уолтер Браттейн под руководством Уильяма Шокли. За это изобретение они получили Нобелевскую премию в 1956 г.



Уильям Брэдфорд Шокли (1910–1989)

Уолтер Хаузер Браттейн (1902–1987)

Устройство транзистора. Как и полупроводниковые диоды, существуют плоскостные транзисторы и точечные. Кроме них есть ещё полевые транзисторы. Точечные транзисторы уже давно не выпускаются. Мы рассмотрим наиболее используемые плоскостные транзисторы, основной частью которых является кристалл с двумя очень близко расположенными электронно-дырочными переходами, которые оказывают взаимное влияние друг на друга. Основой транзистора является пластинка монокристалла германия или кремния площадью 2–4 мм^2 и толщиной около 0,1 мм, слегка обогащенная донорной или акцепторной примесью. На эту пластинку с двух сторон наносится тонкий слой индия.

В кристалле транзистора три области: эмиттер, база и коллектор. Электронно-дырочный переход эмиттер-база называется эмиттерным переходом, а переход база-коллектор – коллекторным переходом.

Проводимость базы может быть как электронной, так и дырочной. В зависимости от этого транзисторы бывают двух типов: p-n-p (рис. 14) и n-p-n (рис. 15). Принцип работы обоих типов транзисторов одинаков.

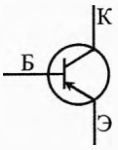


Рис. 14. p-n-p *транзистор*

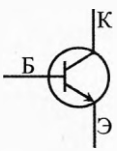


Рис. 15. n-p-n *транзистор*

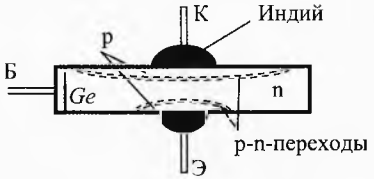


Рис. 16. *Схема полупроводникового кристалла* p-n-p *транзистора*

Толщина базы (4–10 мкм) делается значительно меньше длины свободного пробега неосновных носителей тока*, попадающих в неё с эмиттера.

* Здесь под длиной свободного пробега неосновного носителя понимается расстояние, которое проходит электрон (или дырка) в базе до рекомбинации с дыркой (или электроном). Например, в n-p-n-транзисторе это – среднее расстояние, которое должен пройти электрон в базе (р-типа), чтобы встретиться с дыркой.

А концентрация основных носителей в базе в сотни раз меньше, чем в эмиттере. Это сделано для того, чтобы в базе была сведена к минимуму рекомбинация неосновных носителей с основными.

Площадь коллекторного перехода в несколько раз больше эмиттерного. А концентрация основных носителей в коллекторе несколько меньше концентрации основных носителей в эмиттере. Большая по сравнению с эмиттерным переходом площадь коллекторного перехода делается для того, чтобы перехватить почти весь поток носителей, идущих от эмиттера. На рис. 16 показана схема устройства полупроводникового кристалла транзистора.

Устройство p-n-p **транзистора сплавного типа** представлено на рис. 17, где 1 – баллон транзистора, 2 – кристалл n-германия (центральную часть которого занимает база), 3 – эмиттер, 4 – коллектор, 5 – индиевый электрод, 6 – кристаллодержатель, 7 – стеклянный изолятор, 8 – вывод эмиттера, 9 – вывод базы, 10 – вывод коллектора.

Один из способов изготовления таких кристаллов заключается в том, что на полупроводник с электронной проводимостью наносят две капли расплавленного индия разной массы. Диффундируя, индий образует области с дырочной проводимостью (с обеих сторон кристалла). На границе этих областей с электронным полупроводником образуется два электронно-дырочных перехода.

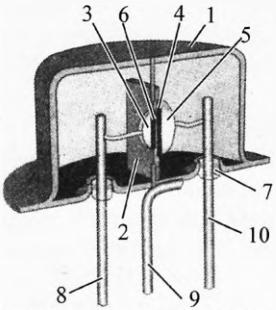


Рис. 17. p-n-p *транзистор сплавного типа*

По аналогии с электронной лампой эмиттер Э выполняет функцию катода, база Б – сетки, и коллектор К – анода.

Для обозначения величин, относящихся к эмиттеру, базе и коллектору пользуются индексами в виде букв э, б и к соответственно. Например, сила тока: $I_э$, $I_б$, $I_к$; напряжения: $U_{эб}$, $U_{кб}$, $U_{кэ}$.

Транзисторы могут работать в трёх основных схемах включения: с общим эмиттером, с общей базой и общим коллектором.

Принцип действия транзистора. Принцип работы p-n-p и n-p-n-типов аналогичен. Рассмотрим подробно работу транзистора n-p-n-типа с общим эмиттером, поскольку именно этот вариант наиболее близок к принципу работы электровакуумного триода (рис. 18).

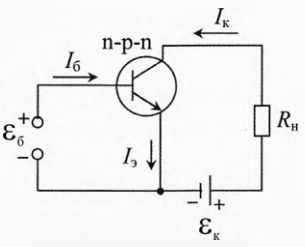


Рис. 18. *Схема работы* n-p-n *транзистора*

Подключим сначала между эмиттером и коллектором батарею $\mathcal{E}_к$ и нагрузку $R_н$. Если между эмиттером и базой не подключен второй источник, то ток через транзистор протекать практически не будет вне зависимости от полярности подключения источника $\mathcal{E}_к$, т. к. в данном случае транзистор представляет собой два последовательно подключенных навстречу друг другу полупроводниковых диода, один из которых всегда включен в запирающем направлении.

Пусть источник $\mathcal{E}_к$ подключен отрицательным полюсом к эмиттеру, а положительным – к коллектору. Теперь подключим переход эмиттер-база ко второму источнику с $\mathcal{E}_б$ в пропускном направлении («+» к базе, «–» к эмиттеру). При этом электроны, имеющиеся в большом количестве в n-области эмиттера, начнут дрейфовать через n-p-переход в p-область базы. В области базы электроны являются неосновными носителями тока. Они хаотически движутся, диффундируют по всем направлениям, но преимущественно в сторону второго p-n-перехода, где их концентрация меньше. Площадь коллектора больше площади эмиттера и во много раз больше поперечной площади поверхности базы (в месте подключения к источнику $\mathcal{E}_б$, куда тоже движутся электроны, причём не только благодаря диффузии, но и благодаря полю источника $\mathcal{E}_б$). Эти обстоятельства приводят к тому, что абсолютное большинство электронов подходит ко второму p-n-переходу. Этот p-n-переход является ускоряющим для электронов. Он захватывает электроны и таким образом создаёт коллекторный ток $I_к$.

Слово «*коллектор*» (от лат. *collector*) буквально означает собирающий. Коллектор собирает электроны, диффундирующие в области базы. Понятно, что название «*эмиттер*» (от лат. *emitter* – источник) дано тому элементу транзистора, который является источником электронов (или дырок в p-n-p-транзисторе).

Важной особенностью транзистора является то, что базовый ток намного меньше эмиттерного и коллекторного токов (последние два практически одинаковы).

> *Таким образом, основное свойство транзистора можно сформулировать так: малый базовый ток управляет намного большим коллекторным током.*

Эта особенность показана на рис. 19, где видна аналогия между транзистором и водно-механическим устройством. Действительно, тонкая струя в трубе Б управляет толстой струей воды в трубах К и Э. При этом струя Э равна сумме струй Б и К.

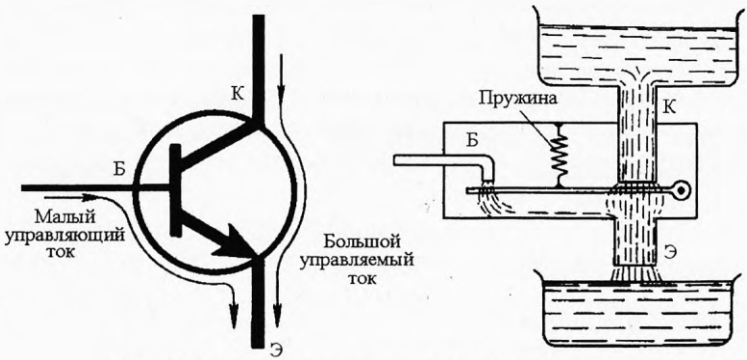


Рис. 19. Аналогия n-p-n *транзистора и водяной установки*

Дополнительные разъяснения для любознательных. Диффузия электронов нарушает электрическое равновесие базы и эмиттера. Вследствие чего возникают силы, стремящиеся восстановить это равновесие. Это приводит к тому, что взамен ушедших в базу электронов из внешней цепи в эмиттерную область вводится соответствующее число электронов. Для нейтрализации объёмного заряда, создаваемого избыточными электронами в базовой области, в неё из батареи $\mathcal{E}_6$, включенной в цепь база-эмиттер, вводится необходимое число дырок. Это приводит к тому, что в базовой области одновременно имеются в большом, примерно одинаковом, количестве электроны и дырки. Это неизбежно влечет за собой возникновение рекомбинации электронов и дырок, уменьшающей число подвижных носителей заряда. Для уменьшения процесса рекомбинации толщина базовой области делается как можно меньше. В большинстве транзисторов толщина базы не превышает 10 мкм, вследствие чего в ней рекомбинирует не более 1–5% электронов, а остальные собираются коллектором.

При достаточно большом напряжении на коллекторе (единицы вольт) значение тока в его цепи определяется концентрацией электронов в области базы, которая, в свою очередь, зависит от концентрации электронов проводимости в эмиттерной области и степени нейтрализации электрического поля перехода эмиттер–база, осуществляемой за счёт батареи $\mathcal{E}_6$. Если напряжение этой батареи равно нулю, то тормозящее поле эмиттерного перехода максимально и в область базы входит очень мало электронов, вследствие чего ток коллектора чрезвычайно мал. Если напряжение батареи $\mathcal{E}_6$ достаточно велико (от десятых долей до единиц вольт), то запирающее поле эмиттерного перехода полностью скомпенсировано и концентрация электронов в эмиттерной и базовой областях практически одинакова, ток коллектора при этом достигает максимального значения. Базовый ток также максимален, так как чем больше концентрация электронов в базовой области, тем большее число их рекомбинирует с дырками и тем больший ток должен отбираться от батареи $\mathcal{E}_6$ для восполнения убыли дырок.

Таким образом, и напряжение, и ток базы полностью определяют значение коллекторного тока. Это позволяет изменять его в широких пределах изменением значения базового напряжения и, соответственно, базового тока. Поскольку базовый p-n-переход находится под прямым напряжением, то его сопротивление мало

(десятки–сотни Ом) и удобнее говорить не об изменении напряжения на базе, а об изменении базового тока (вызванного изменением напряжения), так как при этом легко учесть мощность, потребляемую базовой цепью.

Параметры транзистора. Число, показывающее, во сколько раз коллекторный ток больше эмиттерного, обозначается буквой α и называется *коэффициентом усиления по току в схеме с общей базой*[*]:

$$\alpha \approx \frac{I_к}{I_э}.$$

Число, показывающее, во сколько раз коллекторный ток больше базового, обозначается буквой β и называется *коэффициентом усиления по току в схеме с общим эмиттером*:

$$\beta \approx \frac{I_к}{I_б}.$$

Так как $I_к = I_э - I_б$, то эти коэффициенты связаны соотношением:

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}.$$

Например, если $\alpha = 0{,}99$, то $\beta = 99$.

Максимально допустимые значения напряжения на коллекторном $U_{к.доп}$ и эмиттерном $U_{э.доп}$ p-n-переходах устанавливаются исходя из опасности пробоя соответствующего p-n-перехода.

Максимально допустимые значения токов коллектора $I_{к.доп}$ и эмиттера $I_{э.доп}$ устанавливаются исходя из опасности теплового пробоя соответствующего p-n-перехода при больших токах.

Максимально допустимая мощность рассеяния на коллекторном переходе $P_{к.макс}$.

Предельная частота передачи тока эмиттера ν_α – это частота, при которой коэффициент усиления уменьшается в $\sqrt{2}$ раз.

Граничная частота $\nu_г$ – это такая частота, при которой коэффициент передачи тока базы равен единице.

Максимальная частота $\nu_{макс}$ – это частота, при которой коэффициент усиления по мощности плоскостного триода равен единице.

Коэффициент шума $F_ш$ показывает, во сколько раз полная мощность шумов, выделяемая на нагрузке реального транзистора, больше мощности шумов на выходе идеального транзистора.

---

* На самом деле в схеме с общей базой $I_к = I_{к0} + \alpha \cdot I_э$ при постоянном напряжении $U_{кб}$, а в схеме с общим эмиттером $I_к = I_{к0} + \beta \cdot I_б$ при постоянном напряжении $U_{кэ}$. Поэтому коэффициенты α и β определяются по формулам $\alpha = \left.\frac{\Delta I_к}{\Delta I_э}\right|_{U_{кб}=\text{const}}$ и $\beta = \left.\frac{\Delta I_к}{\Delta I_б}\right|_{U_{кэ}=\text{const}}$ и называются *статическими коэффициентами усиления по току*. Но ввиду малости значения нулевого коллекторного тока $I_{к0}$ и мы будем использовать упрощенные формулы.

§ 85. Транзисторные ключи

Применение транзисторов разнообразно. Их используют не только как главный элемент усилителя электрического сигнала, но и в других целях. Например, в генераторах незатухающих электромагнитных колебаний в качестве быстродействующего электронного ключа.

Рассмотрим работу транзисторного электронного ключа (рис. 20). Схема такого ключа-инвертора почти не отличается от схемы усилителя с общим эмиттером. В схеме ключа только добавляется резистор в цепи базы $R_б$. Но главное отличие состоит в режиме работы триода.

В режиме усилителя транзистор работает в аналоговом режиме, при котором напряжение на нагрузке в точности повторяет напряжение сигнала на входе усилителя, не изменяя его формы, а лишь увеличивая все его мгновенные значения в одинаковое число раз.

При работе транзистора в режиме ключа значение силы тока в цепи нагрузки и, следовательно, напряжение на нагрузке принимают только два крайних значения: минимальное и максимальное.

Одно из этих крайних состояний реализуется при нулевой силе тока на входе ($I_{б1}=0$). В этом случае коллекторный переход транзистора закрыт и сила тока в коллекторной цепи очень мала ($I_{к1}\approx 0$). Поэтому напряжение $U_{к1}$ на выходе практически равно ЭДС источника питания, включенного в коллекторную цепь ($U_{к1}\approx\mathcal{E}$).

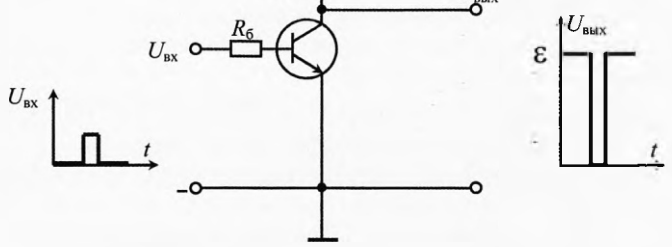


Рис. 20. *Транзистор в качестве электронного ключа*

Второе крайнее состояние транзисторного ключа реализуется при подаче на вход некоторого положительного напряжения $U_{вх}$. При этом эмиттерный переход триода открывается, его сопротивление становится очень малым и сила тока во входной цепи определяется лишь сопротивлением резистора $R_б$:

$$I_б \approx \frac{U_{вх}}{R_б}.$$

Благодаря протеканию этого тока коллекторный переход транзистора отпирается, его сопротивление становится малым по сравнению с сопротивлением нагрузки $R_к$, и сила тока в коллекторной цепи достигает предельного значения, которое определяется в основном лишь значением сопротивления нагрузки $R_к$:

$$I_{к2} \approx \frac{\mathcal{E}}{R_к}.$$

При этом напряжение на выходе практически равно нулю ($U_{к2} \approx 0$). Таким образом, сила тока в нагрузочной цепи транзисторного ключа принимает значение:

$$I_{к1} \approx 0 \quad \text{и} \quad I_{к2} \approx \frac{\mathcal{E}}{R_к},$$

а напряжение на выходе:

$$U_{к1} \approx \mathcal{E} \quad \text{и} \quad U_{к2} \approx 0.$$

При поступлении на вход транзисторного ключа, например положительного прямоугольного импульса, напряжение на выходе имеет вид прямоугольной «ямы». Поэтому такой ключ называется *инвертором* (от лат. *invertere* – обращать или переворачивать). Заметим, что при различных амплитудах входного импульса в достаточно широких пределах глубина соответствующей «ямы» на графике выходного напряжения остается практически одной и той же.

Если же два таких ключа соединить последовательно: выход одного ключа соединить со входом второго ключа (рис. 21), то в результате двойной *инверсии* (двойного переворота) на выходе второго ключа будут положительные импульсы*. Таким образом, будет получен ключ-повторитель. При поступлении на вход положительного импульса на выходе также образуется положительный импульс, но вполне определенного размера (значение всех импульсов на выходе равно $\mathcal{E}$).

С помощью электронных ключей решаются различные задачи импульсной техники, широко используемой в автоматике.

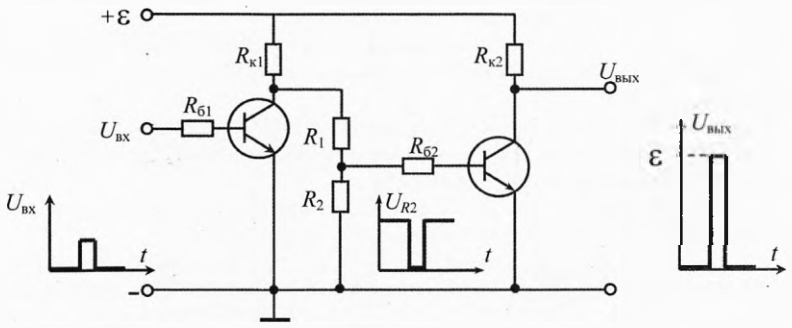


Рис. 21. *Два транзистора в качестве ключа-повторителя*

§ 86. Полевой транзистор

В рассмотренных выше транзисторах протекание рабочего тока осуществляется носителями двух видов – электронами и дырками. Поэтому они получили название «биполярные». Кроме биполярных транзисторов существуют ещё униполярные или полевые транзисторы.

* Напряжение на вход второго ключа подаётся с потенциометра, образуемого резисторами R_1 и R_2, включенными на выход первого ключа.

Полевой транзистор (канальный транзистор) – полупроводниковый прибор, в котором сила тока изменяется в результате действия перпендикулярного поля, созданного входным сигналом. Протекание рабочего тока обусловлено зарядами одного знака – электронами или дырками, поэтому такие транзисторы называются униполярными.

Различают полевые транзисторы с управляющим p-n-переходом и с изолированным затвором, так называемые МДП-транзисторы («металл-диэлектрик-полупроводник»), которые также называют МОП-транзисторами («металл-оксид-полупроводник»), причём последние подразделяют на транзисторы со встроенным каналом и приборы с индуцированным каналом.

Принципиальная схема включения показана на рис. 22, где 1 – области объёмного заряда n-p-переходов, 2 – канал, С – сток, И – исток, З – затвор, $U_{сигн}$ – напряжение сигнала, $R_н$ – нагрузочный резистор, $U_з$ и $U_с$ – постоянные напряжения в цепях затвора и стока.

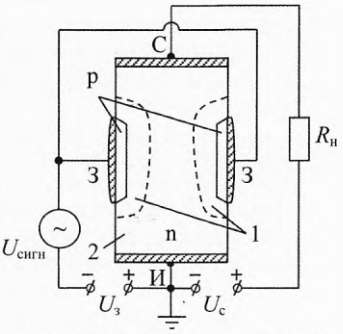


Рис. 22. *Полярный транзистор*

Управление током и напряжением на нагрузке, включённой последовательно к каналу полевого транзистора и источнику питания, осуществляется изменением входного напряжения, вследствие чего изменяется обратное напряжение на p-n-переходе, что ведёт к изменению толщины запирающего (обеднённого) слоя. При некотором запирающем напряжении площадь поперечного сечения канала станет равной нулю и ток в канале транзистора станет весьма малым. В связи с незначительностью обратных токов p-n-перехода, мощность источника сигнала ничтожно мала.

Полевые транзисторы могут иметь высокое входное сопротивление до 10^{15} Ом и выходное до 1 МОм по постоянному току, очень большое быстродействие с частотным пределом более 40 ГГц.

Полевые транзисторы применяются в усилителях электрических колебаний, в измерительных, счетных и переключающих устройствах.

Полевые двухзатворные МОП-транзисторы с плавающим затвором применяются во флэш-памяти в качестве ячеек хранения информации. Встроенный в диэлектрик затвор используется для хранения заряда, определяющего состояние прибора, а внешний (обычный) затвор, управляемый разнополярными импульсами для ввода или удаления заряда на внутреннем затворе. Так появились ячейки, а затем и микросхемы флэш-памяти, получившие в наши дни большую популярность и составившие заметную конкуренцию жестким дискам в компьютерах.

§ 87. Флэш-память

Флэш-память – разновидность твердотельной полупроводниковой энергонезависимой перезаписываемой памяти. Бытует мнение, что название флэш (flash) применительно к типу памяти переводится как «вспышка». На самом деле это не совсем так. Одна из версий его появления говорит о том, что впервые в 1989–1990 гг.

компания Toshiba употребила слово flash в контексте «быстрый, мгновенный» при описании своих новых микросхем.

Флэш-память может быть прочитана сколько угодно раз, но писать в такую память можно лишь ограниченное число раз (обычно около 3–10 тыс. раз, более дорогостоящие виды памяти до 100 тыс. раз). Причина в том, что для записи информации необходимо сначала стереть участок памяти, который может выдержать лишь ограниченное число стираний.

Рис. 23. *Флэш-карты*

Преимуществом флэш-памяти над дискетами, жесткими дисками, CD, DVD является отсутствие движущихся частей. Поэтому флэш-память более компактна (рис. 23), дешева (с учетом стоимости устройств чтения-записи) и обеспечивает более быстрый доступ к данным.

В последнее время твердотельные флэш-накопители (SSD) устанавливают в ноутбуки и стационарные компьютеры вместо жестких дисков или совместно с ними. Однако по сравнению с жесткими дисками флэш-накопители обладают относительно небольшим объёмом, и высокой ценой устройства в пересчете на 1 Гбт информации (примерно в 6–7 раз). К тому же стоимость SSD прямо пропорциональна их ёмкости, в то время как стоимость традиционных жёстких дисков медленнее растёт при увеличении объёма накопителя.

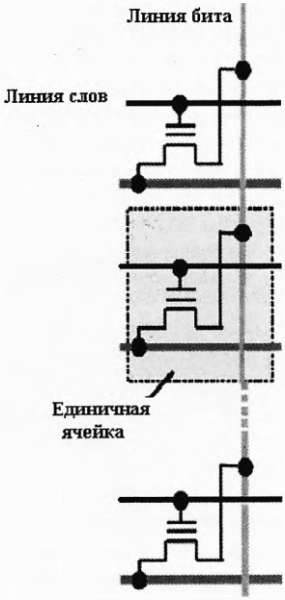


Рис. 24. *Структура NOR*

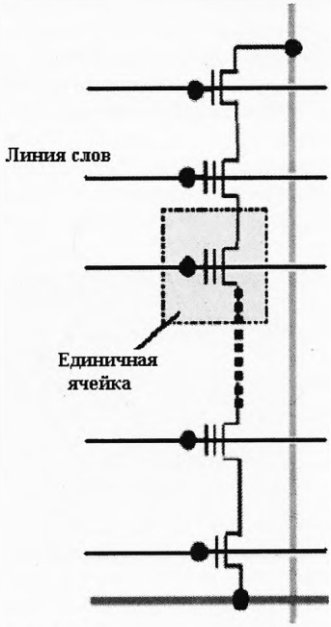


Рис. 25. *Структура NAND*

Благодаря своей компактности, дешевизне и отсутствию потребности в энергии флэш-память широко используется в портативных устройствах, работающих на батарейках и аккумуляторах, – цифровых фотокамерах и видеокамерах, цифро-

вых диктофонах, mp3-плеерах, смартфонах и планшетах. Кроме того, она используется для сохранения (бэкапа) важной информации из компьютера, а также для хранения встроенного программного обеспечения в различных периферийных устройствах (маршрутизаторах, коммуникаторах, принтерах, сканерах и т. д.).

За полвека компьютерная память претерпела фантастические изменения. Всего за несколько лет человечество сменило большие гибкие диски на дискеты, дискеты на диски (CD), CD, в свою очередь, уступили по популярности место DVD, однако самым удобным средством для переноса данных стали «флэшки», подключаемые к USB-порту компьютера. Объём памяти внешних накопителей вырос за это время примерно в 50 тыс. раз. Такой скачок не случаен, он диктуется веком дигитализации (перехода на «цифру») и не прекращающимся ни на секунду техническим совершенствованием мультимедийных устройств. Очевидно, что устройство, вмещающее максимальное количество информации, будет иметь конкурентное преимущество на рынке.

Ячейки флэш-памяти очень просты – они состоят всего из одного транзистора, что позволяет добиться высокой плотности хранения данных и упаковать в миниатюрную карту запоминающее устройство большого объёма. Так, в 2014 году промышленно выпускались карты CompactFlash (размерами около 43 х 36 х 5 мм) на 512 Гбт (около $4{,}4 \cdot 10^{12}$ битовых ячеек), а в планах производителей – дальнейшее увеличение их вместимости.

В настоящее время выпускается два основных типа флэш-памяти: NOR (логика ячеек NOT OR) и NAND (логика ячеек NOT AND). В обоих типах памяти в качестве элементарных ячеек хранения информации используются полевые двухзатворные МОП-транзисторы (транзисторы с плавающим затвором).

Структура NOR (рис. 24) состоит из параллельно включенных элементарных ячеек хранения информации. Такая организация ячеек обеспечивает возможность произвольного доступа к данным и побайтной записи информации. В основе структуры NAND (рис. 25) лежит принцип последовательного соединения элементарных ячеек, образующих группы (в одной группе 16 ячеек), которые объединяются в страницы, а страницы – в блоки. При таком построении массива памяти обращение к отдельным ячейкам невозможно. Чтение и запись выполняются одновременно только в пределах одной страницы, а при стирании обращение производится к блокам или к группам блоков.

В результате различия в организации структуры между памятью NOR и NAND находят свое отражение в их характеристиках. При работе со сравнительно большими массивами данных процессы записи/стирания в памяти NAND выполняются значительно быстрее, чем в памяти NOR. Поскольку 16 прилегающих друг к другу ячеек памяти NAND соединены последовательно, без каких-либо контактных промежутков, достигается высокая плотность размещения ячеек на кристалле, что позволяет получить большую ёмкость при одинаковых технологических нормах. В основе записи флэш-памяти NAND лежит процесс туннелирования электронов. А поскольку он используется как для записи, так и для стирания, достигается низкое энергопотребление микросхемы памяти. Последовательная структура организации ячеек позволяет получить высокую степень масштабируемости, что делает NAND-флэш лидером в гонке наращивания объёмов памяти. Ввиду того, что туннелирование электронов осуществляется через всю площадь канала ячейки, интенсивность захвата заряда на единицу площади у NAND-флэш ниже, чем в других технологиях флэш-памяти, в результате чего она имеет более высокое количество циклов записи/стирания.

§ 88. Микропроцессоры

Центральный процессор, или центральное процессорное устройство (ЦПУ) (англ. central processing unit – CPU), – часть аппаратного обеспечения компьютера, реализующая выполнение основной доли работ по обработке информации. Современные ЦПУ, изготавливаемые в виде единственной микросхемы, называют микропроцессорами.

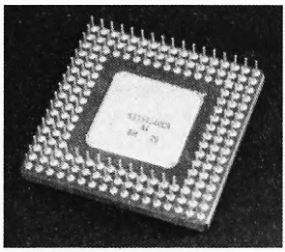
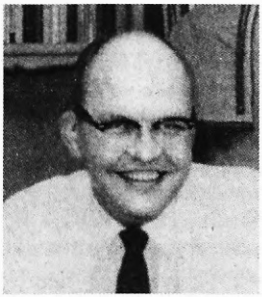


Рис. 26. *ЦПУ*

Ранние ЦПУ создавались в виде уникальных составных частей для узкоспециализированных, и даже единственных в своем роде, компьютерных систем. Позднее от дорогостоящего способа разработки процессоров, предназначенных для выполнения одной-единственной или нескольких узкоспециализированных программ, производители компьютеров перешли к серийному изготовлению типовых многоцелевых процессорных устройств. Тенденция к стандартизации компьютерных комплектующих зародилась в эпоху бурного развития полупроводниковых элементов, мейнфреймов и миникомпьютеров, а с появлением интегральных схем она стала ещё более популярной. Создание микросхем позволило ещё больше увеличить сложность ЦПУ с одновременным уменьшением их физических размеров. Стандартизация и миниатюризация процессоров привели к глубокому проникновению основанных на них цифровых устройств в повседневную жизнь человека. Современные процессоры можно найти не только в таких высокотехнологичных устройствах, как компьютеры или автомобили, но и в калькуляторах, мобильных телефонах и даже в детских игрушках.

В современных компьютерах процессоры выполнены в виде компактного модуля (размерами около 5x5x0,3 см) (рис. 26). В первых моделях компьютеров процессоры были громоздкими агрегатами, занимавшими подчас целые шкафы и даже комнаты.



Джек Сент-Клэр Килби (1923–2005). Автор фото: James R. Biard

Роберт Нортон Нойс (1927–1990) (Источник фото: Intel Free Press)

В 1958 году двое ученых, живущих в совершенно разных местах, изобрели практически идентичные модели интегральной схемы. Один из них, Джэк Килби, работал на Texas Instruments, другой, Роберт Нойс, был владельцем собственной

компании по производству полупроводников Fairchild Semiconductor Corporation. Обоих объединил вопрос: «Как в минимум места вместить максимум компонентов?». Транзисторы, резисторы, конденсаторы и другие детали в то время размещались на платах отдельно, и ученые решили попробовать их объединить в один монолитный кристалл из полупроводникового материала. Только Килби воспользовался германием, а Нойс предпочел кремний. В 1959 году они отдельно друг от друга получили патенты на свои изобретения – началось противостояние двух компаний, которое закончилось мирным договором и созданием совместной лицензии на производство чипов. После того как в 1961 году Fairchild Semiconductor Corpotalion пустила чипы в свободную продажу, их сразу стали использовать в производстве калькуляторов и компьютеров вместо отдельных транзисторов, что позволило значительно уменьшить размер и увеличить производительность.

С середины 80-х годов XX века они практически вытеснили прочие виды ЦПУ, вследствие чего сам термин стал всё чаще и чаще восприниматься как синоним слова «микропроцессор». Тем не менее, это не так, центральные процессорные устройства некоторых суперкомпьютеров даже сегодня представляют собой сложные комплексы больших и сверхбольших интегральных схем.

Создание микропроцессора стало возможным только благодаря фантастической миниатюризации в современной электронной технике второй половины XX века. Это крошечное вычислительное устройств (или микрочип) состоит из сотен тысяч и миллионов микроскопических электронных схем, нанесенных на поверхность миниатюрного кремниевого кристалла. Его возможности определяются размером этого кристалла и количеством реализованных в нём транзисторов.

Базовыми элементами микропроцессора являются транзисторные переключатели, на основе которых строятся регистры – совокупность устройств, имеющих два устойчивых состояния и предназначенных для хранения информации и быстрого доступа к ней. Выполняемые микропроцессором команды обеспечивают арифметические действия, логические операции, передачу данных (между регистрами, оперативной памятью и портами ввода и вывода).

Большинство современных процессоров основано на той или иной версии циклического процесса последовательной обработки информации, разработанного математиком, физиком, инженером-изобретателем Джоном фон Нейманом (1903–1957).

Скорость перехода от одного этапа цикла к другому определяется тактовым генератором. Тактовый генератор вырабатывает импульсы, служащие ритмом для центрального процессора. Частота тактовых импульсов называется тактовой частотой. Тактовая частота, измеряемая в мегагерцах (МГц) или гигагерцах (ГГц), в основном определяет производительность (или быстродействие) компьютера.

Работой микропроцессора управляют электрические импульсы: наличие импульса соответствует единице, отсутствие импульса – нулю. Микропроцессоры различаются между собой разрядностью и тактовой частотой. Разрядность процессора – это количество битов, воспринимаемых микропроцессором как единое целое 4, 8, 16, 32, 64 (целые степени числа 2). От разрядности зависят производительность персонального компьютера и максимальный объём его внутренней памяти.

Увеличивать быстродействие процессора, сокращая размеры транзисторов, размещаемых на нескольких квадратных сантиметрах кремния, становится всё сложнее. Транзистор на процессоре имеет размер порядка двух микрон (это примерно в сто раз меньше толщины человеческого волоса) и может содержать элементы размером в несколько десятых микрона. Проблема достижения предела в дальнейшей миниатюризации встает настолько остро, что лаборатории крупней-

ших научных центров и компаний-производителей серьезно работают над средствами усовершенствования современной технологии производства интегральных схем, а в научных кругах всё активнее обсуждается вопрос о возможных альтернативах транзистору вообще как основе вычислительной техники.

Дальнейшее уменьшение размеров транзистора способно породить ряд физических условий, которые будут препятствовать процессу миниатюризации. В частности, может оказаться чрезвычайно сложным, если вообще возможным, соединение друг с другом мельчайших элементов. Приближение областей проводимости друг к другу на расстояние порядка 100 ангстрем может породить квантовые эффекты, которые поставят под угрозу нормальную работу транзисторов.

Миниатюризация полевого транзистора неизбежно сопровождается усилением электрических полей, что может по-разному влиять на перемещения электронов. В частности, электроны, проходящие через такое сильное электрическое поле, могут приобрести очень большую энергию, и в конечном итоге возникнет лавинообразный электрический ток, способный разрушить схему. Современные процессоры в погоне за всё более высокой скоростью обработки уже приближаются к черте, за которой вполне возможно подобное усиление электрических полей.

Миниатюризация касается не только длины и ширины элемента схемы, но и толщины самого процессора. Транзисторы и их соединения реализуются с помощью серии уровней. В современных процессорах их может быть пять или шесть. Уменьшение размеров транзистора и увеличение плотности их размещения на процессоре влечет за собой увеличение числа уровней. Однако чем больше слоев в схеме, тем тщательнее должен быть контроль за ними в процессе производства, поскольку на каждый из уровней будут оказывать влияние соседние уровни.

Кроме всего прочего, усложнение интегральной схемы потребует совершенствования условий производства, к которым и так предъявляются беспрецедентно высокие требования. Понадобится более точный механический контроль за позиционированием исходной кремниевой пластины. «Абсолютно стерильное» помещение, где создаются микропроцессоры, должно стать ещё стерильнее, дабы исключить попадание мельчайших частичек пыли, способных разрушить сложнейшую схему.

§ 89. Производство микросхем

Процесс производства микросхемы можно разбить на несколько этапов.

1. Разработка микропроцессора. На квадратной кремниевой пластинке размером с ноготь ребенка необходимо построить схему из миллионов транзисторов, при этом их расположение и соединения между ними должны быть разработаны заранее и с предельной тщательностью. Каждый транзистор в схеме выполняет определенную функцию, группа транзисторов комбинируется таким образом, чтобы реализовать определенный элемент схемы. Поскольку современные микропроцессоры имеют очень сложную структуру, их разработка ведется с помощью компьютера.

2. Создание кремниевой пластины. Базовым материалом для построения интегральной схемы выбран кристалл кремния, одного из самых распространенных на земле элементов с естественными свойствами полупроводника. Для производства микропроцессора выделенный из кварца кремний подвергается химической обработке. Из полученного в результате 100-процентного кремния путём переплавки формируют цилиндрический слиток, который затем разрезается на пластины толщиной менее миллиметра. Пластина полируется до тех пор, пока не будет

получена абсолютно гладкая, зеркальная поверхность. Диаметр кремниевых пластин, как правило, составляет 200 мм. На одной пластине размещаются сотни будущих микропроцессоров.

3. Создание начальных уровней. После того как подготовлена кремниевая пластина, начинается непосредственно процесс создания интегральной схемы. Транзисторы и соединения между ними наносятся за несколько базовых этапов, последовательность которых повторяется множество раз. Наиболее сложные микропроцессоры могут включать более 20 уровней, и для их создания требуется предпринять несколько сотен производственных шагов.

Прежде всего пластина помещается в специальную печь, в которой на кремниевую основу чипа наращивается тонкий слой изолятора – двуокиси кремния. Затем пластина подготавливается к первому наложению шаблона схемы. С помощью специальной машины поверхность пластины равномерно покрывается светочувствительным полимерным веществом, которое под действием ультрафиолетовых лучей приобретает способность растворяться.

4. Фотолитография (маскирование). Для того чтобы нанести рисунок схемы на пластину, с помощью управляемой компьютером машины (степпера) выполняется фотолитография – процесс пропускания ультрафиолетовых лучей через маску. Сложная система линз уменьшает заданный на маске шаблон до микроскопических размеров схемы. Кремниевая пластина закрепляется на позиционном столе под системой линз и перемещается с его помощью таким образом, чтобы последовательно были обработаны все размещенные на пластине микропроцессоры. Ультрафиолетовые лучи от дуговой лампы или лазера проходят через свободные пространства на маске. Под их действием светочувствительный слой в соответствующих местах пластины приобретает способность к растворению и затем удаляется органическими растворителями.

5. Травление. На этом этапе оставшийся светочувствительный слой защищает нижележащий уровень изолятора от удаления при обработке кислотой (или реактивным газом), с помощью которой рисунок схемы протравливается на поверхности пластины. Затем этот защитный светочувствительный уровень удаляется.

6. Создание дополнительных уровней. Дальнейшие процессы маскирования и травления определяют размещение дополнительных материалов на поверхности пластины, таких, как проводящий поликристаллический кремний, а также различные оксиды и металлы. В результате на кремниевой пластине создаётся необходимая комбинация проводящих и непроводящих областей, которая на следующем этапе позволит реализовать транзисторы в интегральной схеме.

7. Осаждение примесей. На этом этапе к кремнию на пластине в определенных местах добавляются примеси, такие, как бор или мышьяк, которые позволяют изменить способ передачи электрического тока полупроводником. Базовый материал микропроцессора – это кремний с р-проводимостью. Во время травления в нужных местах удаляются нанесенные ранее на базовый кремний слои проводника (поликристаллического кремния) и изолятора (двуокиси кремния) так, чтобы оставлять открытыми две полосы р-области, разделенные полосой с неудаленными изолятором и проводником (затвор будущего транзистора). Добавление примесей преобразует верхний уровень р-областей в n-области, формируя исток и сток транзистора. Выполненные многократно, эти операции позволяют создать огромное количество транзисторов, необходимых для реализации микропроцессора. Следующая задача – соединить их между собой, для того чтобы интегральная схема могла выполнять свои функции.

8. Соединения. Очередные операции маскирования и травления открывают области электрических контактов между различными уровнями чипа. Затем на пластину осаждается слой алюминия и на его основе с помощью фотолитографии формируется схема соединений между всеми транзисторами на микропроцессоре.

На этом обработка исходной кремниевой пластины завершается. Затем каждый процессор на пластине подвергается тщательной проверке на правильность функционирования его электрических соединений, после чего специальная машина разрезает пластину на отдельные интегральные схемы. Качественные процессоры отделяются от бракованных и могут использоваться по назначению.

Упражнения

1 Для получения примесной проводимости чаще применяют фосфор, галлий, мышьяк, индий, сурьму. Какие из этих элементов можно ввести в германий для получения электронной проводимости?

2 Почему с повышением температуры электролитов и полупроводников их сопротивление уменьшается?

3 В четырехвалентный германий вводится примесь: а) пятивалентный мышьяк; б) трёхвалентный индий. Каким будет основной ток в германии в каждом случае: электронным или дырочным?

4 Какого типа будет проводимость германия, если к нему добавить в качестве примеси фосфор? алюминий? калий?

5 Получится ли p-n-переход, если вплавить олово в германий или кремний?

6 Почему, несмотря на равенство концентраций электронов и дырок в полупроводнике с собственной проводимостью, электронный ток всё же больше дырочного?

7 Почему сопротивление металлов при освещении практически не меняется, а у полупроводников уменьшается?

8 Концентрация электронов проводимости в германии при комнатной температуре равна $n=3\cdot10^{19}$ м$^{-3}$. Какую часть составляет число электронов проводимости от общего числа атомов? Плотность германия $\rho=5400$ кг/м^3, а молярная масса этого вещества $M=73$ г/моль.

9 Сколько процентов (по массе) индия необходимо ввести в германий, чтобы концентрация дырок была $n_{In}=10^{22}$ м$^{-3}$? Концентрацию собственных носителей заряда в германии считать пренебрежимо малой. Молярная масса индия $M_{In}=0{,}115$ кг/моль. Плотность германия $\rho_{Ge}=5400$ кг/м^3.

10 К концам цепи, состоящей из последовательно включенных термистора и резистора сопротивлением $R=1$ кОм, подано напряжение $U=20$ В. При комнатной температуре сила тока в цепи была равна $I_1=5$ мА. Когда термистор опустили в горячую воду, сила тока в цепи стала $I_2=10$ мА. Во сколько раз в результате нагрева изменилось сопротивление термистора?

11 Фоторезистор, сопротивление которого в темноте равно $R_1=25$ кОм, включили последовательно с резистором сопротивлением $R=5$ кОм. Когда фоторе-

зистор осветили, сила тока в цепи (при том же напряжении) увеличилась в 4 раза. Во сколько раз уменьшилось сопротивление фоторезистора?

12 Найти сопротивление полупроводникового диода в прямом и обратном направлениях тока, если при напряжении на диоде U_1=0,5 В сила тока I_1=5 мА, а при напряжении U_2= –10 В сила тока I_2=0,1 мА соответственно.

13 Плотность потока энергии Солнечного излучения, падающего на Землю (солнечная постоянная) j=1,36 кВт/м^2. Какова должна быть площадь поверхности солнечной батареи мощностью $P_э$=100 Вт, если КПД установки η=20%?

14 Определить сопротивление цепи (рис. 27) для двух направлений тока: от A к B и от B к A. Сопротивления резисторов R_1=30 Ом, R_2=60 Ом. В цепь включен идеальный диод, то есть диод, для которого в прямом направлении сопротивлением можно считать равным нулю, а в обратном – бесконечно большим.

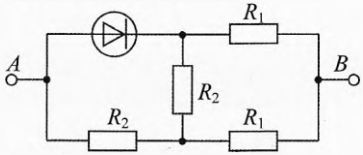


Рис. 27. *Определить сопротивление в обоих направлениях*

15 **(МФТИ-2000).** В схеме, изображенной на рис. 30а, конденсатор ёмкостью C=100 мкФ, заряженный до напряжения U_0=5 В, подключается через диод D к резистору сопротивлением R=100 Ом. Вольтамперная характеристика диода изображена на рис. 30б. В начальный момент ключ К разомкнут. Затем его замыкают. Чему равен ток в цепи сразу после замыкания ключа? Чему равно напряжение на конденсаторе, когда ток в цепи равен I=10 мА? Какое количество теплоты выделится на диоде после замыкания ключа?

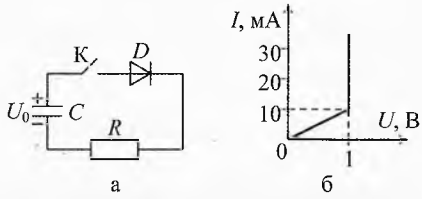


Рис. 28. *Схема подключения и ВАХ диода*

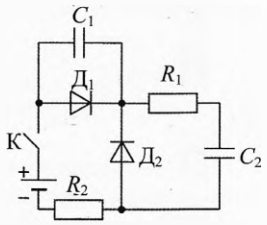


Рис. 29. *Выделившееся тепло*

16 **(МФТИ-2001).** В электрической цепи, представленной на рис. 31, диоды $Д_1$ и $Д_2$ идеальные. Известные параметры цепи указаны на рисунке. Определить ЭДС батареи, если ток через неё сразу после замыкания ключа К равен I_0. Определить количество теплоты, выделившееся в схеме после замыкания ключа К. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

Решения, указания и ответы для самоконтроля

1 Фосфор, мышьяк, сурьму (5-валентные).

2 По мере разогрева концентрация свободных носителей в полупроводнике резко возрастает, поэтому сопротивление полупроводника уменьшается. При повышении температуры электролитов повышается подвижность ионов, что приводит к увеличению силы тока при том же напряжении.

3 а) Электронным, т. к. валентность примеси больше, чем валентность германия; б) дырочным, т. к. валентность примеси меньше валентности германия.

4 При введении фосфора – проводимость n-типа (фосфор пятивалентен); в остальных случаях – проводимость p-типа.

5 Нет, т. к. олово четырехвалентно.

6 Подвижность электронов больше подвижности дырок.

7 В металлах велика концентрация электронов проводимости, и небольшое количество дополнительных электронов, полученных за счёт фотоэффекта, не влияет на электропроводность металлов.

8 $n_{ат}=\frac{\rho}{m_0}=\frac{\rho N_A}{M}=4{,}4\cdot10^{28}$ м$^{-3}$; $\frac{n}{n_{ат}}=6{,}7\cdot10^{-10}=\frac{2}{3\cdot10^9}$. На 3 миллиарда атомов германия приходится 2 электрона проводимости.

9 $n=\frac{N_{In}}{V}$, $m_{In}=\frac{M_{In}}{N_A}\cdot N_{In}$, $\rho_{Ge}=\frac{m_{Ge}}{V}$; $\Rightarrow \frac{m_{In}}{m_{Ge}}=\frac{M_{In}\cdot n}{\rho_{Ge}\cdot N_A}=3{,}5\cdot10^{-7}=3{,}5\cdot10^{-5}$ %.

10 $I_1(R_1+R)=U$, $I_2(R_2+R)=U$; $\Rightarrow$ $R_1/R_2=(U/I_1-R)/(U/I_2-R)=3$.

11 $I(R_1+R)=U$, $4I\cdot(R_2+R)=U$; $\Rightarrow$ $R_2=R_1/4-3\cdot R/4=2{,}5$ кОм, $R_1/R_2=10$.

12 $R_1=U_1/I_1=100$ Ом, $R_2=|U_2|/I_2=100$ кОм

13 $\eta=P_э/P$, где $P=j\cdot S$ – мощность излучения, падающего на батарею, расположенную перпендикулярно солнечным лучам. $S=P_э/(j\cdot\eta)=0{,}368$ м^2. Т. к. часть энергии рассеивается атмосферой, округлим ответ в большую сторону: $S=0{,}5$ м^2.

14 $R_{AB}=\frac{(R_1+R_2/2)R_1}{(R_1+R_2/2)+R_1}=20$ Ом, $R_{BA}=R_2+\frac{(R_1+R_2)R_1}{(R_1+R_2)+R_1}=82{,}5$ Ом.

15 $I_0=\frac{U_R}{R}=\frac{U_0-U_D}{R}=40$ мА. $U_{C1}=U_D+I\cdot R=2$ (В). $Q_D=Q_1+Q_2=4\cdot10^{-4}$ Дж, где $Q_1=U_D\cdot q_1=U_D\cdot C(U_0-U_{C1})=3\cdot10^{-4}$ Дж – тепло, выделившееся на диоде при $I\geq10$ мА, $Q_2=\frac{1}{2}\cdot\frac{CU_{C1}^2}{2}=10^{-4}$ Дж – тепло, выделившееся на диоде при $I<10$ мА (при этом диод ведет себя как резистор сопротивлением $R=100$ Ом.

16 Ток через диод Д$_2$ не пойдёт. Диод Д$_1$ шунтирует конденсатор C_1, поэтому ток через конденсатор C_1 не пойдет. Сразу после замыкания ключа: $\mathcal{E}=I_0(R_1+R_2)$. По закону сохранения энергии: $Q=A_{ист}-W_{C1}-W_{C2}$, где $A_{ист}=\mathcal{E}\cdot q_{ист}=C_2\mathcal{E}^2$ – работа источника, $W_{C1}=0$, $W_{C2}=\frac{C_2\mathcal{E}^2}{2}$ – конечная энергия конденсаторов; $\Rightarrow Q=\frac{C_2\mathcal{E}^2}{2}$.

Глава 9. Экспериментальные задания

Отрицательный результат – тоже результат.

Нильс Бор

§ 90. Электрическая цепь. Закон Ома

Условия экспериментальных задач

1 Предложить и собрать электрическую цепь для поочередного включения электрических ламп (каждая лампа должна включаться только после включения предыдущей лампы).

Оборудование: пять ламп на подставке, пять ключей, источник тока, соединительные провода.

2 Предложить и собрать электрическую цепь, позволяющую включить и выключить лампу с помощью любого из двух переключателей.

Оборудование: лампа на подставке, двухпозиционные («проходные») переключатели (2 шт.), источник тока, соединительные провода.

3 Определить сопротивление лабораторного вольтметра.

Оборудование: лабораторный вольтметр, миллиамперметр на 5 мА, источник тока, ключ, соединительные провода.

4 Определить сопротивление лабораторного амперметра.

Оборудование: амперметр, вольтметр, источник тока, реостат, ключ, соединительные провода.

5 Измерить сопротивление резистора с наибольшей точностью.

Оборудование: амперметр, вольтметр, источник тока, резистор с неизвестным сопротивлением, соединительные провода.

6 Определить сопротивление реостата.

Оборудование: источник тока, реостат, два одинаковых вольтметра, резистор с известным сопротивлением, ключ, соединительные провода.

7 Определить удельное сопротивление проволоки на реохорде. По таблице удельных сопротивлений установить, из чего сделана данная проволока.

Оборудование: амперметр, вольтметр, микрометр, реохорд, штангенциркуль, источник тока, соединительные провода, таблица удельных сопротивлений.

8 Определить сопротивление резистора, если из измерительных приборов дан только амперметр.

Оборудование: резистор с известным сопротивлением, резистор неизвестного сопротивления, источник тока, два одинаковых амперметра, ключ, соединительные провода.

9 Исследовать зависимость сопротивления нити лампы накаливания от силы тока.

Оборудование: источник тока, лампа накаливания, вольтметр, ключ, амперметр, соединительные провода.

10 **(III, 1997, 9).** Определить сопротивление $R_л$ нити накала лампочки, включенной в цепь, схема которой изображена на рис. 1.

Оборудование: источник тока, выходное напряжение которого постоянно (U=6 В), лампочка от карманного фонаря, два резистора R_1 и R_2 с известными сопротивлениями, магазин сопротивлений R_3, двухпозиционный переключатель, соединительные провода.

Примечание. Сопротивления R_1 и R_2 следует подобрать так, чтобы накал лампочки был очень слабым. Например, R_1=24 Ом, R_2=12 Ом, в этом случае $R_л$≈50 Ом.

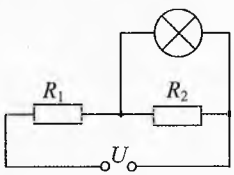


Рис. 1. *Сопротивление лампочки*

11 Определить электрическую ёмкость конденсатора методом его зарядки или разрядки.

Оборудование: конденсатор большой ёмкости, микроамперметр, резистор с большим известным сопротивлением, источник постоянного тока, секундомер, ключ, соединительные провода.

12 Из предложенного миллиамперметра сделать вольтметр для измерения напряжения U=20 В.

Оборудование: миллиамперметр, набор резисторов, источник тока для практикума.

13 Определить температуру раскалённой спирали электроплитки.

Оборудование: лабораторная электроплитка с открытой спиралью, электрическая лампа с нитью накала из вольфрама, амперметр, вольтметр, омметр, реостат, источник тока, два штатива, соединительные провода.

14 Определить сопротивление амперметра.

Оборудование: источник электропитания для практикума, два одинаковых амперметра, медный провод диаметром 0,3–0,4 мм, резистор, ключ, соединительные провода, штангенциркуль, линейка измерительная.

15 Определить неизвестное сопротивление резистора «мостовым» методом.

Оборудование: источник тока, реохорд, эталонный резистор, резистор неизвестного сопротивления, микроамперметр, ключ, соединительные провода.

16 Определить ЭДС источника тока, его внутреннее сопротивление и ток короткого замыкания.

Оборудование: источник тока с неизвестной ЭДС, два резистора с известными сопротивлениями, амперметр, соединительные провода.

Возможные решения предложенных задач

1 Возможная схема представлена на рис. 2.

2 Соберём электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 3. При данном положении переключателей лампа выключена. При переключении любого переключателя лампа загорается. После чего её можно снова выключить любым переключателем.

Такую схему очень удобно использовать в квартирах с длинным коридором. Для этого надо установить по одному переключателю в каждом конце коридора. Можно так же собрать схему с использованием трёх и более переключателей. В современных домах и гостиницах всё чаще используют переключатели вместо выключателей.

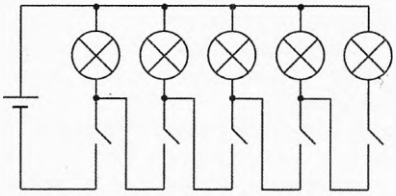


Рис. 2. *Поочередное включение ламп*

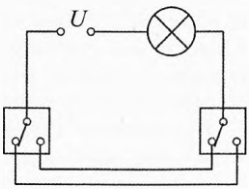


Рис. 3. *Включение лампы проходными переключателями*

3 Соберём электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 4. Вольтметр показывает напряжение U на себе. Амперметр измеряет силу тока I в цепи, а значит и в вольтметре. По закону Ома сопротивление вольтметра: $R_в = \frac{U}{I}$.

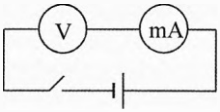


Рис. 4. *Сопротивление вольтметра*

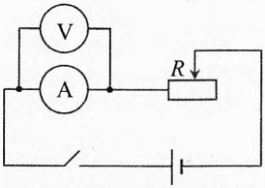


Рис. 5. *Сопротивление резистора*

4 Сопротивление амперметра можно определить, составив электрическую цепь по рис. 5. Резистор R нужен для ограничения тока через амперметр.

Измерив силу тока I и напряжение U, получим: $R_а = \frac{U}{I}$.

5 Для повышения точности измерения сопротивления резистора определяем сопротивление амперметра $R_а$. Для этого собираем электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 6а:

$$R_а = \frac{U_1}{I_1},$$

где U_1 и I_1 – показания вольтметра и амперметра.

Составив цепь по схеме, показанной на рис. 6б, определяем сопротивление резистора R_x из уравнения

$$I_2(R_x + R_а) = U_2,$$

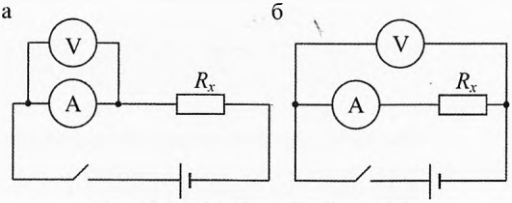


Рис. 6. *Измерить сопротивление резистора с наибольшей точностью*

где I_2 и U_2 – показания амперметра и вольтметра. Итак, $R_x = \frac{U_2}{I_2} - R_а = \frac{U_2}{I_2} - \frac{U_1}{I_1}$.

6 Соберём электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 7. Измерим напряжение U_1 на резисторе R_1 и U_2 на реостате R_x. По результатам измерений определяем сопротивление реостата:

$$R=\frac{U_1}{I},\quad R_x=\frac{U_2}{I};\quad \Rightarrow\quad R_x=\frac{U_2}{U_1}\cdot R.$$

Примечание. Сопротивление вольтметра должно быть значительно больше R_x и R, чтобы можно было пренебречь током через вольтметры.

7 Собрав электрическую схему, приведенную на рис. 8, рассчитаем сопротивление реохорда AB (проволока на реохорде обладает большим удельным сопротивлением):

$$R=\frac{U}{I},$$

где U и I – показания вольтметра и амперметра.

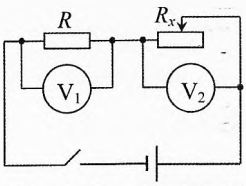


Рис. 7. *Сопротивление реостата*

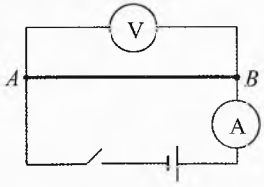


Рис. 8. *Удельное сопротивление проволоки*

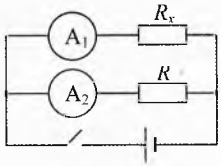


Рис. 9. *Определить сопротивление амперметром*

Из формулы сопротивления проводника определим удельное сопротивление данной проволоки:

$$R=\rho\cdot\frac{l}{S}\quad\Rightarrow\quad\rho=R\cdot\frac{S}{l},$$

где $l=N\cdot\pi D$ – длина проволоки, N – количество витков на реохорде, D – диаметр одного витка (измерить штангенциркулем), $S=\frac{\pi d^2}{4}$ – площадь поперечного сечения проволоки, d – диаметр проволоки (измерить микрометром). Итак,

$$\rho=\frac{R\cdot d^2}{4ND}.$$

8 Составим цепь по схеме (рис. 9). Измерив силы токов I_1 и I_2, проходящих соответственно через резисторы R_x и R, определяем сопротивление резистора R_x.

Так как $U=I_1R_x$ и $U=I_2R$, то $R_x=R\cdot\frac{I_2}{I_1}$.

Примечание. Сопротивление амперметра должно быть значительно меньше R_x и R, чтобы можно было пренебречь напряжением на амперметре

10 Соберём электрическую цепь, схема которой представлена на рис. 10. Установим максимальное сопротивление R_3 на магазине сопротивлений. Затем начнем уменьшать его, периодически меняя положение переключателя. Подберём такое значение R_3, при котором накал лампочки не зависит от положения переключателя. Это возможно, когда напряжение на лампочке остается одним и тем же в обоих положениях переключателя. При этом ток через лампочку, её сопротивление и температура нити накала лампочки также будут одинаковы.

В схеме с магазином сопротивлений ток на лампочке и магазине сопротивлений: $I_л = \dfrac{U}{R_3 + R_л}$, а напряжение на лампочке:

$$U_л = I_л R_л = U \cdot \frac{R_л}{R_3 + R_л}. \qquad (1)$$

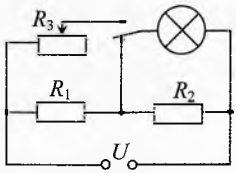


Рис. 10. *Сопротивление лампочки*

В исходной схеме (без магазина сопротивлений) общее сопротивление двух резисторов и лампочки равно

$$R_{общ} = R_1 + \frac{R_2 R_л}{R_2 + R_л}.$$

Ток и напряжение на резисторе R_1:

$$I_1 = \frac{U}{R_{общ}}; \qquad U_1 = I_1 R_1 = \frac{U \cdot (R_2 + R_л) R_1}{(R_2 + R_л) R_1 + R_2 R_л}.$$

Тогда напряжение на лампочке:

$$U_л = U - U_1 = U \cdot \frac{R_2 R_л}{(R_2 + R_л) R_1 + R_2 R_л}. \qquad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), получим ответ: $R_л = \dfrac{(R_3 - R_1) R_2}{R_1}$.

11 Ёмкость конденсатора можно определить из выражения

$$C = \frac{q}{\varepsilon},$$

где q – заряд конденсатора, подключенного к источнику с ЭДС ε.

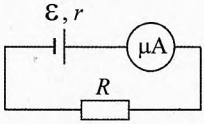


Рис. 11. *Определение ЭДС источника тока*

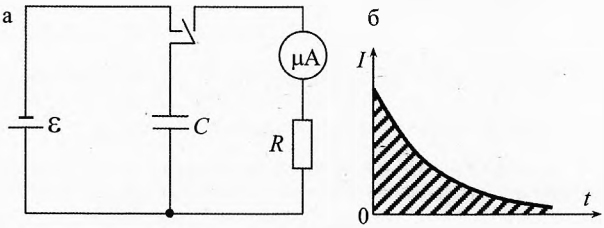


Рис. 12. *Процесс зарядки/разрядки конденсатора*

Для определения ЭДС источника тока составим цепь по схеме, приведенной на рис. 11. Применив к этой цепи закон Ома, получим:

$$\varepsilon = I(R + R_а + R_{пр} + r),$$

где R – сопротивление резистора, $R_а$, $R_{пр}$, r – сопротивление микроамперметра, проводов и источника тока. Так как R много больше остальных сопротивлений, то

$$\varepsilon \approx I \cdot R.$$

Заряженный от источника тока конденсатор подключаем для разрядки к резистору R (рис. 12а) и отмечаем показания микроамперметра через равные промежутки времени, либо фиксируем промежутки времени, за которые происходит уменьшение силы тока каждый раз на 10–20 мкА.

Затем строим график зависимости силы тока разрядки конденсатора от времени (рис. 12б). Площадь под полученным графиком равна заряду конденсатора:

$$q = \sum_{t=0}^{t=\infty} I \cdot \Delta t .$$

Для определения заряда конденсатора можно поступить следующим образом: определить, какому заряду в кулонах соответствует на графике площадь 1 см^2: $q=I\Delta t$, где Δt – время, соответствующее 1 см на оси абсцисс, I – сила тока, соответствующая 1 см на оси ординат. Подсчитав площадь в см^2, ограниченную графиком и осями координат, определяем заряд конденсатора. Подсчёт можно ограничить временем, в течение которого сила тока уменьшается на порядок, то есть в 10 раз.

12 Если предельный ток, который может быть измерен прибором, равен $I_п$, то допустимое падение напряжения на приборе $U_п=I_п \cdot R_п$.

Для того чтобы прибор мог быть использован как вольтметр на напряжение U, последовательно с ним должно быть включено добавочное сопротивление $R_д$ (рис. 13), падение напряжения на котором

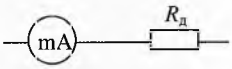


Рис. 13. *Вольтметр из миллиамперметра*

$$U_д = U - U_п = U - I_п R_п .$$

Это добавочное сопротивление можно определить пользуясь законом Ома для участка цепи: $R_д = \dfrac{U_д}{I_п} = \dfrac{U - I_п R_п}{I_п}$.

Поскольку собственное сопротивление миллиамперметра мало ($R_п \ll R_д$), то

$$R_д \approx \frac{U}{I_п}.$$

Рассчитав добавочное сопротивление $R_д$ для вольтметра и подобрав его из набора резисторов, получим вольтметр для измерения данного напряжения.

13 В лапке штатива укрепляем на уровне глаз электроплитку. На расстоянии 30–50 см от неё ставим штатив с лампочкой таким образом, чтобы нить накала располагалась вдоль небольшого участка спирали электроплитки и по лучу зрения.

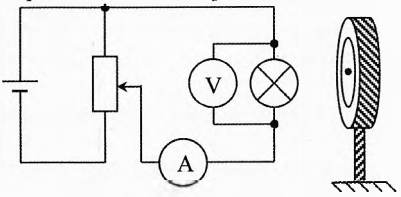


Рис. 14. *Измерение температуры раскаленной спирали электроплитки*

Включаем электроплитку в сеть, а лампочку подсоединяем по схеме, показанной на рис. 14.

Нагретую нить лампочки рассматриваем на фоне раскаленной спирали плитки. Изменяя потенциометром напряжение на лампочке, добиваемся того, чтобы нить слилась с фоном раскаленной спирали плитки, в этом случае их температуры будут одинаковы.

Вычислим сопротивление нити лампочки в горячем состоянии: $R_2 = \dfrac{U}{I}$, для этого снимаем показание вольтметра и амперметра. Омметром измеряем сопротивление нити в холодном состоянии R_1.

Определяем температуру нити горящей лампы t_2:

$$R_2 = R_1\big(1 + \alpha(t_2 - t_1)\big),$$

где α – температурный коэффициент сопротивления вольфрама, t_1 – температура помещения, t_2 – температура нити горящей лампочки, равная температуре раскаленной спирали электроплитки:

$$t_2 = t_1 + \frac{R_2 - R_1}{\alpha R_1}.$$

14 Собираем электрическую цепь по схеме, изображенной на рис. 15. В приведенной схеме $R_ш$ – сопротивление медного провода, которым шунтируется амперметр A_2. Резистор R служит для ограничения тока.

Поворачивая рукоятку регулятора напряжения, устанавливаем в цепи определенный ток. Затем, изменяя длину проводящей части проводника (шунта), добиваемся такого соотношения между силами токов, чтобы показания амперметра A_1 были в 2 раза больше показаний амперметра A_2. В этом случае сопротивление $R_ш$ шунта равно сопротивлению амперметра A_2. Значение сопротивления шунта определяем по формуле $R_ш = \rho\frac{l}{S}$, где ρ – удельное сопротивление проводника, l – его длина, $S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площадь поперечного сечения проволоки, d – диаметр проволоки (изменить штангенциркулем).

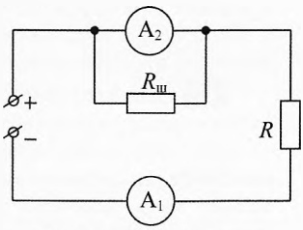


Рис. 15. *Определение сопротивления амперметра*

15 Собираем электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 16.

Перемещаем ползунок реохорда AB до тех пор, пока сила тока через микроамперметр не станет равной нулю. В этом случае потенциалы точек a и b будут одинаковы. Значит,

$$U_{Aa} = U_{Ab} \quad \text{и} \quad U_{aB} = U_{bB}.$$

$$I_1 R_x = I_2 \frac{\rho l_1}{S} \quad \text{и} \quad I_1 R_э = I_2 \frac{\rho l_2}{S}.$$

Откуда $\frac{R_x}{R_э} = \frac{l_1}{l_2}$, следовательно: $R_x = R_э \frac{l_1}{l_2}$.

Из полученного выражения ясно, что R_x должно быть того же порядка, что и $R_э$, иначе погрешность измерений будет велика.

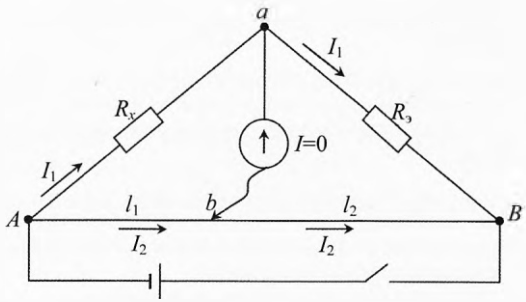


Рис. 16. *Определение сопротивления резистора «мостовым» методом*

16 При замыкании элемента на сопротивление R_1 в цепи идёт ток I_1 (рис. 17а), а при замыкании на сопротивление R_2 идёт ток I_2 (рис. 17б).

Запишем закон Ома для замкнутой цепи в первом и втором случаях:

$I_1 = \dfrac{\varepsilon}{R_1 + r}$, $I_2 = \dfrac{\varepsilon}{R_2 + r}$, где r – внутреннее сопротивление элемента.

Решая эти уравнения, получим: $r = \dfrac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}$, $\varepsilon = \dfrac{I_1 I_2 (R_1 - R_2)}{I_2 - I_1}$.

Ток короткого замыкания: $I_{max} = \dfrac{\varepsilon}{r} = \dfrac{I_1 I_2 (R_1 - R_2)}{I_1 R_1 - I_2 R_2}$.

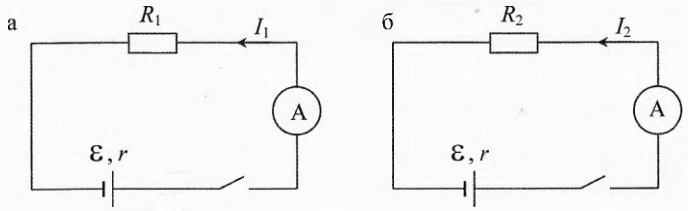


Рис. 17. *Определение параметров источника тока*

§ 91. Работа и мощность электрического тока

Условия экспериментальных задач

1 Исследовать зависимость общей мощности тока на лампочках от способа их включения (последовательного или параллельного), если напряжение источника тока остаётся неизменным.

Оборудование: две электрические лампочки на подставке, источник тока, амперметр, вольтметр, ключ, соединительные провода.

2 Определить, в каком из двух одинаковых стаканов вода нагреется быстрее и во сколько раз, если спирали, нагревающие воду, соединяют в первый раз последовательно, а во второй параллельно.

Оборудование: две нихромовые спирали на 2 и 4 Ом, источник тока, два одинаковых химических стакана, термометр, мензурка, соединительные провода, секундомер.

3 Определить мощность электрической лампы.

Оборудование: реостат, электрическая лампа на подставке, источник тока, амперметр, ключ, соединительные провода.

4 Придумать способ включения лампочки мощностью P=3,6 Вт, рассчитанной на U_0=6 В, если напряжение источника тока U=12 В.

Оборудование: источник тока на 12 В, лампочка мощностью 3,6 Вт, рассчитанная на 6 В, реостат, соединительные провода.

5 Определить сопротивление неизвестной спирали.

Оборудование: источник тока, спираль с сопротивлением 4 Ом, спираль с неизвестным сопротивлением, два калориметра, термометр, соединительные провода.

6 Рассчитать и изготовить электрическую спираль для электроплитки мощностью 100 Вт при питании её от напряжения 42 В.

Оборудование: источник тока на 42 В, нихромовый проводник, омметр, электрическая плитка без спирали, кусачки, соединительные провода, вилка.

7 Проверить на опыте, как изменяется накал спирали, если четвертую часть её замкнуть медной проволокой. В каком случае спираль выделит больше тепла?

Оборудование: нихромовая спираль на 8 Ом, отрезок медной проволоки, источник тока, пробирка, мензурка с водой, секундомер, соединительные провода.

8 Определить тепловую отдачу (КПД) электрического чайника.

Оборудование: электрический чайник, секундомер, термометр.

Возможные решения предложенных задач

1 Общая мощность тока при последовательном соединении (рис. 18а) равна

$$P_1 = U \cdot I_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{U^2}{2R},$$

где R – сопротивление одной лампочки, $R_1=2R$ – общее сопротивление двух последовательно соединенных лампочек.

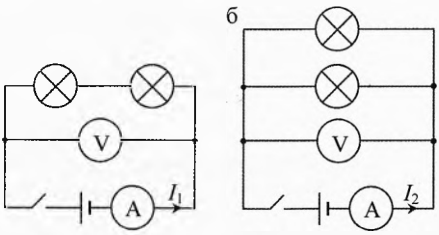


Рис. 18. *Мощность ламп в разных схемах*

При параллельном соединении (рис. 18б):

$$P_2 = U \cdot I_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{U^2}{0{,}5R},$$

где $R_2=R/2$ – общее сопротивление двух параллельно соединенных лампочек.

Следовательно, $\frac{P_2}{P_1} = 4$.

То есть общая мощность тока при последовательном соединении в 4 раза меньше, чем при параллельном соединении.

2 При параллельном соединении вода нагреется примерно в 4,5 раза быстрее, чем при последовательном соединении спиралей.

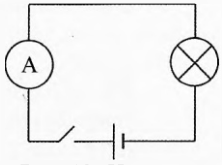


Рис. 19. *Измерение силы тока в лампе*

3 Собираем электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 19 и определяем силу тока I в цепи.

Заменим лампочку реостатом и, изменяя положение ползунка на реостате, установим в цепи ту же силу тока. Сопротивление активной части реостата будет равно сопротивлению лампочки. Сопротивление активной части реостата можно определить по общему сопротивлению реостата и числу витков, включённых в цепь.

Определив сопротивление лампочки и потребляемый ею ток, вычисляем мощность по формуле $P = I^2 \cdot R$.

4 Схема включения лампочки приведена на рис. 20.

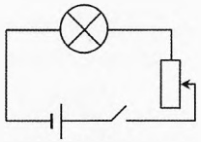


Рис. 20. *Подключение лампы с реостатом*

В электрической цепи необходим реостат, который должен погасить избыточное напряжение 6 В. Номинальная сила тока в лампочке

$$I = \frac{P}{U_0} = \frac{3{,}6\ \text{Вт}}{6\ \text{В}} = 0{,}6\ \text{А}.$$

Значит, минимальное сопротивление реостата равно

$$R = \frac{U - U_0}{I} = \frac{6\ \text{В}}{0{,}6\ \text{А}} = 10\ \text{Ом}.$$

Следовательно, реостат должен допускать ток не менее 0,6 А и иметь сопротивление не менее 10 Ом.

5 Спирали соединяем последовательно и подключаем их к источнику. Налив в калориметры одинаковое количество воды, погружаем в них эти спирали. Измерив начальную температуру воды в калориметрах, включаем источник тока на 25–30 мин. Определяем конечную температуру воды в калориметрах. Внутренняя энергия изменилась в первом калориметре на $Q_1 = cm\Delta t_1$, во втором – $Q_2 = cm\Delta t_2$. Значит,

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}.$$

Отношение $\frac{Q_2}{Q_1}$ определим также из закона Джоуля–Ленца:

$$Q_1 = I^2 \cdot R_1 \tau, \quad Q_2 = I^2 \cdot R_2 \tau,$$

где τ – время нагревания, I – сила тока в спиралях, R_1 и R_2 – сопротивления спиралей. Разделив одно уравнение на другое, получим:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{R_2}{R_1}. \quad \text{Значит,} \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}.$$

Тогда сопротивление R_2 неизвестной спирали равно $R_2 = R_1 \cdot \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}$.

6 Зная мощность спирали и напряжение, на которое она должна быть рассчитана, определяем сопротивление спирали:

$$P = \frac{U^2}{R}, \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = 17{,}6\ (\text{Ом}).$$

Измеряем омметром сопротивление кусков проволоки различной длины, отрезаем кусок нужной длины.

7 Спираль в первом и втором случаях помещаем в пробирку и доводим воду до кипения при пропускании тока. Измерив время, в течение которого закипит одинаковое количество воды в пробирке, можно проверить как изменяется накал спирали, если её четвертую часть замкнуть медной проволокой.

8 Тепловая отдача нагревателя определяется по формуле: $\eta = \frac{Q}{A} \cdot 100\%$, где $Q = cm\Delta t$ – количество тепла, необходимое для нагревания воды, m – масса воды в чайнике (определяется по вместимости чайника), Δt – изменение температуры воды, c – удельная теплоёмкость воды; $A = P\tau$ – работа тока, где P – мощность чайника, τ – время нагревания.

§ 92. Электрический ток в различных средах

Условия экспериментальных задач

1 Исследовать зависимость обратного тока полупроводникового диода от температуры в диапазоне от 70°С до комнатной.

Оборудование: полупроводниковый диод, батарейка, термометр, переключатель, конденсатор, горячая вода, стакан, деревянная панелька, микроамперметр на 100 мкА, нить с грузом (маятник), миллиметровая бумага.

2 Измерить элементарный электрический заряд.

Оборудование: источник тока, сосуд с раствором хлорида натрия (поваренная соль NaCl), два электрода, трубка стеклянная с пробкой, миллиамперметр, секундомер, штангенциркуль.

3 Определить число Фарадея.

Оборудование: амперметр, источник тока, реостат, секундомер, весы, набор гирь, электролитическая ванна, раствор сульфата меди ($CuSO_4$).

4 Определить значение обратного тока через диод.

Оборудование: диод (германиевый), источник питания с известным напряжением, соединительные провода, конденсатор известной ёмкости, неградуированный микроамперметр, часы, ключ.

5 Определить, какие элементы электрической цепи находятся в «чёрном ящике» и как они соединены.

Оборудование: «чёрный ящик» с двумя выводами, реостат, вольтметр, миллиамперметр, батарейка, соединительные провода.

Примечание. В «чёрном ящике» находятся последовательно соединенная лампочка и диод. Требуется снять вольтамперную характеристику, обнаружить и объяснить её нелинейность.

6 Определить, какие электрические детали находятся в коробочке с тремя выводами и по какой схеме они соединены.

Оборудование: «чёрный ящик», источник тока, амперметр, резистор, соединительные провода.

Примечание. В коробочке находилась одна из схем, приведенных на рисунке 21 а–г.

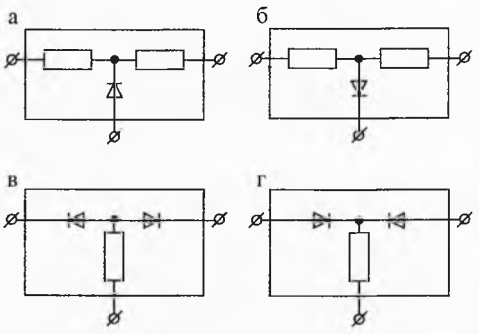


Рис. 21. «*Чёрные ящики*»

7 Измерить сопротивления эмиттерного и коллекторного переходов транзистора и силу обратного тока в коллекторе.

Оборудование: транзистор типа П14 на панели с тремя зажимами, ампервольтомметр АВО-63.

8 Измерить статический коэффициент усиления по току (β) транзистора. Исследовать зависимость силы тока коллектора от напряжения между коллектором и эмиттером при постоянной силе тока базы.

Оборудование: транзистор типа П14 на панели с тремя зажимами, соединительные провода, вольтметр на 10 В, микроамперметр на 100 мкА, миллиамперметр, две батареи аккумуляторов, два проволочных потенциометра сопротивлением 50–100 Ом, два ключа.

Возможные решения предложенных задач

1 Трудность работы в том, что при небольших температурах обратный ток диода составляет всего 2–3 мкА и измерить его непосредственно микроамперметром (точность которого 4% – прибор стандартный, школьный) невозможно.

Возможный вариант – заряжать конденсатор обратным током в течение заданного отрезка времени (тут и пригодится маятник, период колебаний которого $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, длину l нити можно измерить миллиметровой бумагой), а затем наблюдать отброс стрелки микроамперметра при подключении к нему заряженного конденсатора.

При других температурах можно менять время зарядки для получения такого же отброса стрелки от заряда конденсатора. Для упрощения расчётов существенно указание о постоянстве обратного тока при заданной температуре. При температуре 50–70°С ток легко измерить непосредственно. Полученные двумя разными способами части графики можно «сшить» с учетом того, что они плавно переходят одна в другую.

2 При электролизе водного раствора хлорида натрия ионы натрия (Na^+) соединяются с гидроксид-ионами (OH^-), появляющимися в результате диссоциации молекул воды. На аноде нейтрализуются ионы хлора, на катоде – ионы водорода, освобождающиеся при электролизе воды. При этом ион водорода (H^+) отбирает электрон из цепи, а ион хлора (Cl^-) – отдаёт электрон в цепи (другому электроду).

$$2NaCl + 2H_2O = 2NaOH + Cl_2 + H_2.$$

Нейтральные атомы водорода соединяются в молекулы. Газообразный водород выделяется у катода и может быть собран в цилиндрической трубке. По объёму V газообразного водорода при атмосферном давлении можно определить число молекул водорода

$$N = \frac{N_A V}{22{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3},$$

где N_A=6,022·10^{23} – число Авогадро.

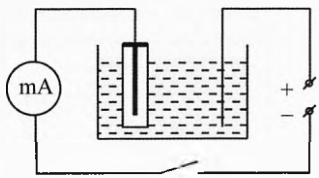


Рис. 22. *Электролиз поваренной соли*

Число ионов водорода в 2 раза больше числа N его молекул, поэтому заряд одного иона водорода $e = \frac{q}{2N}$, где q – заряд, перенесенный ионами водорода, равен произведению силы тока I на время t: $q = I \cdot t$.

Собираем установку по схеме, приведенной на рис. 22. Отрицательный полюс источника тока должен быть соединен с электродом, находящимся в трубке.

Пропуская по цепи ток I=100–150 мА, определяем объём водорода V в стеклянной трубке, который выделяется за время t:

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h,$$

где d – внутренний диаметр стеклянной трубки, h – высота выделившегося водорода. По полученным данным вычисляем объём выделившегося водорода, затем число молекул водорода, а затем заряд одного иона водорода, равный элементарному электрическому заряду.

3 При пропускании через раствор медного купороса ($CuSO_4$) электрического тока на катоде выделяется медь. Масса выделившейся меди определяется по формуле:

$$m = \frac{M}{F \cdot z} \cdot q,$$

где M=0,0635 кг/моль – молярная масса меди, z=2 – валентность меди, F – число Фарадея, $q=I \cdot t$ – заряд, прошедший в цепи, I – сила тока, t – время пропускания тока. Значит,

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{z} \cdot I \cdot t \quad \Rightarrow \quad F = \frac{M \cdot I \cdot t}{m \cdot z}.$$

Силу тока фиксируем амперметром, время пропускания тока – секундомером, массу выделившейся меди определяем по разности масс катода до и после опыта. Перед вторым взвешиванием катода его надо просушить.

4 Собираем схему, в которой конденсатор заряжается от источника до известного напряжения, а затем разряжается через «запертый» диод.

Среднее значение силы обратного тока через диод будет равно частному от деления заряда на конденсаторе на время разрядки:

$$I = \frac{q}{t} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{C \cdot U}{t}.$$

5 Проверка «чёрного ящика» начинается с обнаружения в нём ЭДС с помощью вольтметра при обеих полярностях подключения. Убедившись, что ЭДС не обнаруживается, составляем цепь по схеме, приведенной на рис. 23а, и исследуем зависимость силы тока, протекающего через элементы ящика, от напряжения при различной полярности подключения источника тока. По результатам измерений строим вольтамперную характеристику ящика (рис. 23б).

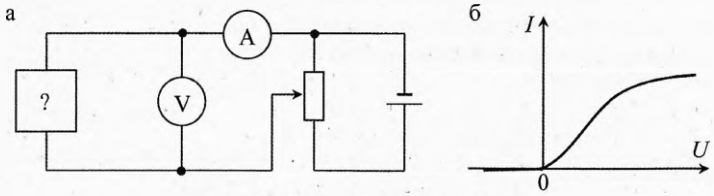


Рис. 23. *Снятие ВАХ «чёрного ящика»*

Анализируя вид вольтамперной характеристики, можно сделать вывод, что в ящике находится диод и резистор с общим сопротивлением R=20 Ом.

Нелинейный участок в конце характеристики свидетельствует о росте сопротивления при больших токах. Это возможно, если резистор обладает сильно вы-

раженной температурной зависимостью или если температура резистора резко повышается при увеличении силы тока, т.е. если резистор – это лампа накаливания.

Точность измерения силы тока и напряжения можно повысить, если учитывать внутреннее сопротивление приборов, которые могут быть определены в дополнительных опытах.

6 Убедившись, что в ящике нет источников ЭДС, измеряем сопротивления между всеми тремя парами контактов при прямом и обратном подключении источника тока. Эти измерения позволяют установить, что в ящике есть диод, включенный, как показано на рисунках а или б. Возможно также, что в ящике имеются два диода, включенные «навстречу» друг другу (рис. в, г).

В схемах, приведенных на рисунках а, б, может и не быть резистора, если диоды имеют достаточно большое сопротивление в прямом направлении.

7 Включим авометр в качестве омметра на предел измерения 2 000 Ом и установим стрелку прибора на нуль шкалы. Подключим щупы омметра к эмиттеру и базе транзистора и, меняя полярность включения, убедимся в односторонней проводимости эмиттерного перехода. Заметим полярность напряжения, при которой переход включается в прямом и обратном направлениях (щуп омметра, соединенный с гнездом «общ.», является плюсом источника омметра). Измерим сопротивление эмиттерного перехода в прямом направлении. Аналогично исследуем коллекторный переход транзистора.

Затем установим омметр на предел измерения 2 МОм и измерим обратные сопротивления обоих переходов транзистора.

Измерим силу обратного тока коллектора. Для этого снова включим коллекторный переход в обратном направлении (щуп омметра, идущий от гнезда «общ.», соединим с базой, а щуп, идущий от «×1000», – с коллектором). При этом отсчёт показаний прибора по шкале производим по шкале постоянного тока, считая силу тока полного отклонения стрелки 150 мкА.

8 Статический коэффициент усиления по току транзистора в схеме с общим эмиттером равен отношению изменения силы тока коллектора $\Delta I_к$ к изменению силы тока базы $\Delta I_б$ при постоянном напряжении коллектором и эмиттером:

$$\beta = \frac{\Delta I_к}{\Delta I_б} \quad \text{при} \quad U_{кэ} = \text{const}.$$

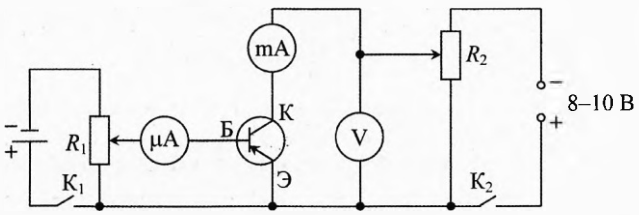


Рис. 24. *Исследование работы транзистора в схеме с общим эмиттером*

Прямое напряжение на эмиттер подаем от аккумулятора батареи при помощи потенциометра R_1 (рис. 24), а обратное напряжение на коллекторный переход – от источника электропитания для практикума или от другой батареи через потенциометр R_2 и контролируем вольтметром со шкалой 10 В. Силу тока $I_б$ измеряем микро-

амперметром со шкалой 100 мкА, а силу тока $I_к$ коллектора – миллиамперметром со шкалой 7,5 мА.

В электрическую цепь включать сначала эмиттерный (ключ $К_1$), а затем коллекторный (ключ $К_2$) переход. При включенной цепи нельзя замыкать выводы базы и коллектора. Сила тока через переходы не должна превышать 10 мА. Все переключения в цепи производить при отключенных источниках тока!

При помощи потенциометра R_1 установим силу тока базы, например, $I_{б1}$=50 мкА и измерим силу тока $I_{к1}$ коллектора при напряжении на коллекторе, например, $U_{кэ}$=4 В. Затем установим силу тока базы $I_{б2}$=100 мкА и снова измерим силу тока $I_{к2}$ коллектора при том же напряжении коллектора. По полученным данным вычислим статический коэффициент усиления по току:

$$\beta = \frac{I_{к2} - I_{к1}}{I_{б2} - I_{б1}}.$$

Исследуем зависимость силы тока коллектора от напряжения между коллектором и эмиттером при постоянной силе тока базы. Для этого установим силу тока базы, например, $I_б$=100 мкА и будем постепенно увеличивать напряжение $U_{кэ}$ на коллекторе вначале на 0,5 В, а когда изменение силы тока коллектора почти прекратится – на 1 В, и каждый раз будем записывать в таблицу показания вольтметра ($U_{кэ}$) и миллиамперметра ($I_к$). По полученным данным построим на графике зависимость $I_к(U_{кэ})$.

Глава 10. Задачи российских физических олимпиад

В науке нет широкой столбовой дороги, и только тот может достигнуть её сияющих вершин, кто, не страшась усталости, карабкается по её каменистым тропам.

Карл Маркс

§ 93. Электростатика. Конденсаторы

1 **(1992, III, 9).** Цилиндрический сосуд диаметром d_1 соединен с трубкой диаметром d_2 (рис. 1). Вначале проводящую жидкость наливают только в трубку до уровня соединения трубки и сосуда. Затем доливают некоторое количество той же жидкости, при этом сопротивление между свободными поверхностями жидкости увеличивается в 2 раза. Во сколько раз увеличился объём жидкости, если $d_1=3d_2$? Цилиндрический сосуд и трубка ток не проводят.

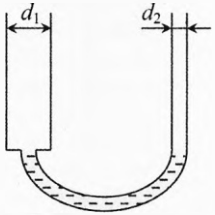


Рис. 1. *Сопротивление проводящей жидкости*

➥**Решение.** Обозначим через r_1 и r_2 начальное и конечное сопротивления, тогда:

$$r_2 = 2r_1, \qquad r_1 = \frac{\rho l}{S_2}, \qquad r_2 = \frac{\rho l}{S_2} + \frac{\rho x}{S_1} + \frac{\rho x}{S_2},$$

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}, \qquad S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4},$$

где ρ – удельное сопротивление проводящей жидкости, l – начальная длина трубки с жидкостью, x – высота поднятия уровня жидкости в сосуде и трубке.

Решая первые три уравнения, получим:

$$2 \cdot \frac{\rho l}{S_2} = \frac{\rho l}{S_2} + \frac{\rho x}{S_1} + \frac{\rho x}{S_2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{l \cdot S_1}{S_1 + S_2}.$$

Объём жидкости можно вычислить по формулам:

$$V_1 = l \cdot S_2, \qquad V_2 = l \cdot S_2 + x \cdot S_1 + x \cdot S_2.$$

Значит, объём проводящей жидкости увеличился в 10 раз:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{l \cdot S_2 + x(S_1 + S_2)}{l \cdot S_2} = \frac{l \cdot S_2 + l \cdot S_1}{l \cdot S_2} = \frac{S_2 + S_1}{S_2} = \frac{d_2^2 + d_1^2}{d_2^2} = 10. \blacktriangleleft$$

2 **(1993, III, 11).** Для зарядки конденсатора собрали цепь по схеме, представленной на рис. 2, и замкнули ключ. Энергия, запасенная конденсатором после окончания зарядки, оказалась равной 5 Дж. Сколько энергии выделилось в цепи в виде тепла?

➥**Решение.** Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = 5 \text{ Дж}.$$

Полная работа источника в процессе протекания заряда $q = C\mathcal{E}$, равна

$$A = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2 = 10 \text{ Дж}.$$

По закону сохранения энергии выделившееся количество теплоты равно

$$Q = A - W = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = 5 \text{ Дж}.\leftarrow$$

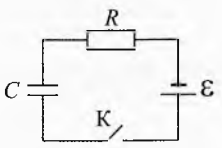


Рис. 2. *Потери на тепло при зарядке конденсатора*

3 **(1994, III, 11).** Имеется пластиковый сосуд с тонкими стенками в форме прямоугольного параллелепипеда *ACBDHKLM*, длина ребра *AD* которого *d* (рис. 3). Вертикальные стенки сосуда *AHKB* и *DMLC* металлизированы. Сосуд заполнен жидким диэлектриком, плотность которого ρ, а диэлектрическая проницаемость ε. Диэлектрик и стенки сосуда химически не взаимодействуют. Сосуд подключён к батарее с ЭДС $\mathcal{E}$. В нижней грани сосуда открывается отверстие *O*, через которое начинают откачивать жидкость. Масса откачиваемого в единицу времени диэлектрика равна μ. Определить зависимость показаний амперметра от времени. Батарея и амперметр идеальные.

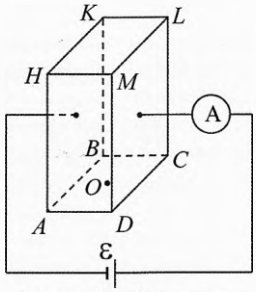


Рис. 3. *Конденсатор разряжается при откачивании диэлектрика*

➥**Решение.** Пусть $a=AH$, $b=AB$, $d=AD$. Сосуд с налитым диэлектриком можно рассматривать как два параллельно соединенных конденсатора, ёмкости которых равны

$$C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S_1}{d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 (a - \upsilon t) b}{d}, \qquad C_2 = \frac{\varepsilon_0 S_2}{d} = \frac{\varepsilon_0 \upsilon t b}{d},$$

где $\upsilon = \frac{|\Delta h|}{\Delta t} = \frac{|\Delta V|}{S\Delta t} = \frac{1}{\rho S}\frac{|\Delta m|}{\Delta t} = \frac{\mu}{\rho\, bd}$ – скорость, с которой опускается поверхность жидкости. Значит, суммарный заряд конденсаторов:

$$q = (C_1 + C_2)\mathcal{E} = \frac{\varepsilon_0 b \mathcal{E}}{d} \cdot [\varepsilon a - (\varepsilon - 1)\upsilon t]$$

Мы получили, что заряд конденсатора линейно уменьшается со временем с постоянной скоростью (постоянной силой тока), которая равна коэффициенту перед *t* в формуле *q*(*t*):

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = -\frac{\varepsilon_0 b \mathcal{E} \cdot \upsilon}{d} \cdot (\varepsilon - 1),$$

Подставляя выражение для υ, получим, что сила тока отрицательна, то есть конденсатор разряжается (ёмкость конденсатора уменьшается):

$$I = \frac{\mu\varepsilon_0 \cdot \mathcal{E}}{\rho d^2} \cdot (1 - \varepsilon) < 0.\leftarrow$$

4 **(1999, III, 10).** К двум одинаковым близкорасположенным металлическим пластинам α и β, заряды которых равны $-Q$ и $+q$ (Q, $q>0$), приближают на расстояние d ещё одну такую же металлическую пластину γ площадью S, массой m и зарядом $+Q$ (рис. 4). Затем поднесенную пластину отпускают, продолжая удерживать пластины α и β неподвижно. После соударения пластин β и γ последняя полетела вправо. Найти максимально возможную скорость этой пластины в тот момент, когда она вновь окажется на расстоянии d от пластины β. Считать, что $d<<\sqrt{S}$, $q<Q$. Влиянием силы тяжести пренебречь.

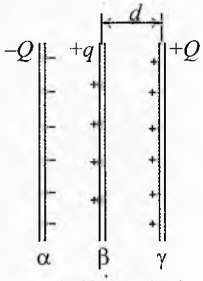


Рис. 4. *Упругий удар заряженных пластин*

➥**Решение.** В момент соединения пластин заряды на них перераспределятся (и будут равны q_β и q_γ) таким образом, что напряжённость внутри пластин будет равна нулю (рис. 5):

$$\vec{E}_{-Q}+\vec{E}_{q_\beta}+\vec{E}_{q_\gamma}=0.$$

В скалярном виде $|E_{-Q}|+E_{q_\gamma}=E_{q_\beta}$.

Используя формулу для напряжённости, создаваемой равномерно заряженной пластиной, получим:

$$\frac{|-Q|}{2\varepsilon_0 S}+\frac{q_\gamma}{2\varepsilon_0 S}=\frac{q_\beta}{2\varepsilon_0 S} \qquad \text{или} \qquad Q+q_\gamma=q_\beta.$$

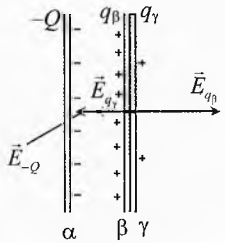


Рис. 5. *Столкновение пластин*

Согласно закону сохранения заряда: $Q+q=q_\gamma+q_\beta$.

Из двух последних уравнений получим:

$$q_\gamma=\frac{q}{2}, \qquad q_\beta=Q+\frac{q}{2}.$$

Кинетическая энергия пластины γ перед самым ударом равна работе силы $\vec{F}_{э0}$ электрического притяжения пластины γ к пластинам α и β:

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2}=F_{э0}\cdot d, \quad \text{где} \quad F_{э0}=(E_\alpha-E_\beta)\cdot Q=\left(\frac{Q-q}{2\varepsilon_0 S}\right)\cdot Q,$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{m\upsilon_0^2}{2}=\left(\frac{Q-q}{2\varepsilon_0 S}\right)\cdot Q\cdot d \qquad \text{или} \qquad \upsilon_0=\sqrt{\frac{Q\cdot d(Q-q)}{m\varepsilon_0 S}}.$$

Скорость пластины γ после абсолютно упругого удара равна скорости до удара. После удара пластина γ будет отталкиваться силой:

$$F_э=\left(\frac{q_\beta-Q}{2\varepsilon_0 S}\right)\cdot q_\gamma=\frac{q^2}{8\varepsilon_0 S}.$$

При перемещении на расстояние d эта сила совершит положительную работу и кинетическая энергия пластины γ увеличится: $\dfrac{m\upsilon_0^2}{2}+F_э\cdot d=\dfrac{m\upsilon^2}{2}$.

Из трёх последних уравнений получим ответ: $\upsilon=\sqrt{\dfrac{d}{m\varepsilon_0 S}\left(Q(Q-q)+\dfrac{q^2}{4}\right)}$. ➥

5 **(2000, III, 11).** Из электронной пушки вылетают электроны со скоростью υ_0. Далее электронный пучок летит вдоль оси симметрии плоского конденсатора (рис. 6). На пластины конденсатора подают переменное напряжение импульсами прямоугольной формы (рис. 7). Амплитуда этого напряжения U_0, а длительность импульса – τ. Длина пластин конденсатора l, а расстояние между ними d. Предполагая, что $\tau << \frac{l}{\upsilon_0}$, найти минимальное значение U_0, начиная с которого некоторые электроны уже не смогут вылетать из конденсатора. Модуль заряда электрона e, масса m. Силой тяжести и краевыми эффектами пренебречь.

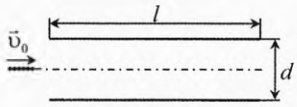


Рис. 6. *Электроны влетают в конденсатор*

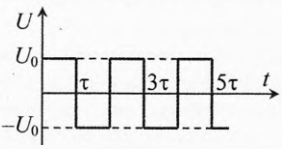


Рис. 7. *Напряжение на пластинах конденсатора*

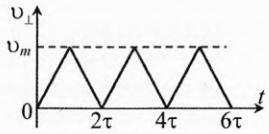


Рис. 8. *Поперечная скорость электронов*

➥**Решение.** Построим график зависимости поперечной скорости $\upsilon_\perp$ от времени для тех электронов, которые попали в конденсатор в момент смены полярности. В течение времени τ эта скорость достигнет значения $\upsilon_m = a\cdot\tau = \frac{F_\perp}{m}\cdot\tau = \frac{eE}{m}\cdot\tau = \frac{eU_0}{md}\cdot\tau$. За следующий промежуток времени τ она уменьшится до 0 и т.д. (рис. 8). Из графика видно, что электрон будет дрейфовать к одной из пластин. Скорость дрейфа (она же средняя поперечная скорость) равна $\upsilon_{др} = \frac{\upsilon_m}{2} = \frac{eU_0\tau}{2md}$. При определенных условиях такой электрон столкнется с пластиной через время, равное $t \approx \frac{d/2}{\upsilon_{др}} = \frac{md^2}{eU_0\tau}$. За это время электрон не должен вылететь из конденсатора, то есть $\upsilon_0 \cdot t \le l$. Значит, для столкновения некоторых электронов с пластиной напряжение конденсатора должно быть $U_0 \ge \frac{m\upsilon_0 d^2}{e\tau l}$. ➥

6 **(2004, III, 11).** Вдали от большого заряженного котла находится незаряженная кастрюля. Небольшой незаряженной кружкой с изолированной ручкой прикасаются сначала к котлу, а затем к кастрюле. На кастрюле появился заряд q_1. Процедуру повторяют. Заряд кастрюли возрастает до q_2. Найти заряд q кружки после касания котла. Вся посуда изготовлена из алюминия. Кружкой касаются одних и тех же мест котла и кастрюли.

➥**Решение.** Поскольку котел большой, то изменением его заряда в эксперимента можно пренебречь. Поэтому заряд, возникающий на кружке после касания котла, будет одинаковым в первом и втором случае. После первого касания кастрюли её заряд q_1, а заряд, оставшийся на кружке, равен $q - q_1$, после второго – на кастрюле по условию q_2, а на кружке останется заряд $(q + q_1) - q_2$.

Заряды соприкасающихся проводников пропорциональны их электроёмкостям, зависящим от формы проводников и их взаимного расположения:

$$q_{\text{кастр}}=C_{\text{кастр}}\cdot\varphi_{\text{кастр}};\quad q_{\text{кружки}}=C_{\text{кружки}}\cdot\varphi_{\text{кружки}}.$$

Так как кружка и кастрюля соприкасаются, то их потенциалы одинаковы:

$$\varphi_{\text{кастр}}=\varphi_{\text{кружки}};\ \Rightarrow\ \frac{q_{\text{кастр}}}{q_{\text{кружки}}}=\frac{C_{\text{кастр}}}{C_{\text{кружки}}}=\text{const}.$$

То есть отношение заряда кастрюли к заряду кружки в обоих случаях одинаково:

$$\frac{q_1}{q-q_1}=\frac{q_2}{(q_1+q)-q_2},\quad \text{откуда}\quad q=\frac{q_1^2}{q_2-q_1}.$$

7 **(2005, III, 11).** Экспериментатор Глюк собрал электрическую цепь, представленную на рис. 9. Вначале ключи были разомкнуты, а конденсаторы не заряжены. Затем Глюк замкнул ключ K_1 и дождался, пока конденсаторы зарядятся. После этого он приступил к измерениям, на достаточно долгое время замкнув ключ K_2. Оказалось, что при этом в цепи выделилось количество теплоты $Q=\frac{C\mathcal{E}^2}{68}$. Вычислить ёмкость конденсатора C_x. Какое добавочное количество теплоты выделится в цепи, если Глюк разомкнет ключ K_2?

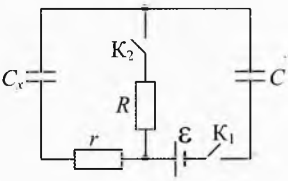


Рис. 9. *Эксперимент с конденсаторами*

Решение. После замыкания ключа K_1 конденсаторы зарядятся до заряда $q_1=C'\mathcal{E}$ каждый (рис. 10), где общая ёмкость последовательно соединенных конденсаторов равна:

$$C'=\frac{CC_x}{C+C_x}.$$

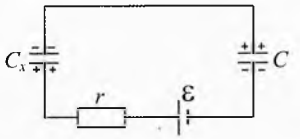


Рис. 10. *Начальная зарядка конденсаторов*

Суммарная электростатическая энергия, запасенная в конденсаторах, при этом равна:

$$W_1=\frac{1}{2}C'\mathcal{E}^2.$$

После замыкания ключа K_2 конденсатор C_x разрядится, а напряжение на конденсаторе C составит $\mathcal{E}$. Значит, заряд конденсатора C теперь будет равен $q_2=C\mathcal{E}$.

Суммарная энергия конденсаторов теперь равна энергии конденсатора C:

$$W_2=\frac{1}{2}C\mathcal{E}^2.$$

Заряд, протекший через источник в ходе перезарядки, равен изменению заряда на конденсаторе C:

$$q=q_2-q_1=(C-C')\cdot\mathcal{E}.$$

Значит, работа источника за время перезарядки равна

$$A=q\cdot\mathcal{E}=(C-C')\cdot\mathcal{E}^2.$$

Закон сохранения энергии для процесса перезарядки:

$$W_1+A=W_2+Q.$$

Подставим в последнее уравнение выражения для W_1, W_2, A и Q:

$$\frac{1}{2}C'\mathcal{E}^2+(C-C')\mathcal{E}^2=\frac{1}{2}C\mathcal{E}^2+\frac{C\mathcal{E}^2}{68} \quad \Rightarrow \quad C'=\frac{33}{34}C.$$

С учетом выражения для C' найдём ёмкость конденсатора C_x: $C_x=33C$.

Перед размыканием ключа K_2 ток через него не шёл, значит, ток в схеме не пойдет и после размыкания ключа, следовательно, добавочная теплота выделяться не будет.

8 **(2006, III, 11).** Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора, ключа и двух заряженных конденсаторов различной ёмкости (рис. 11). Вначале ключ разомкнут. Его замыкают. В итоге через резистор прошёл заряд q_0=10 мкКл. Какой заряд q прошёл через резистор к моменту, когда отношение силы тока в цепи к её максимальному значению равнялось α=0,1?

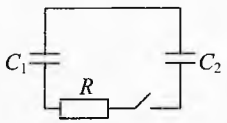


Рис. 11. *Перезарядка конденсаторов*

Решение. Когда ток прекратится, конденсаторы будут заряжены до одинакового напряжения U_0, а их заряды окажутся равными $q_{10}=C_1U_0$ и $q_{20}=C_2U_0$.

Рассмотрим теперь произвольный момент времени, когда ток ещё есть. Заряды q_1 и q_2 на конденсаторах в этот момент ещё не равны «равновесным» q_{10} и q_{20}, а отличаются от них на Δq и $-\Delta q$ (в силу закона сохранения заряда):

$$q_1=q_{10}+\Delta q, \quad q_2=q_{20}-\Delta q.$$

В этот момент напряжения на конденсаторах равны $U_1=q_1/C_1$, $U_2=q_2/C_2$, а сила тока через резистор:

$$I=\frac{U_1-U_2}{R}=\frac{1}{R}\left(\frac{q_1}{C_1}-\frac{q_2}{C_2}\right)=\frac{1}{R}\left(\frac{q_{10}+\Delta q}{C_1}-\frac{q_{20}-\Delta q}{C_2}\right)=$$

$$=\frac{1}{R}\left(U_0+\frac{\Delta q}{C_1}-U_0+\frac{\Delta q}{C_2}\right)=\frac{\Delta q}{R}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\propto\Delta q. \qquad (1)$$

Таким образом, сила тока в произвольный момент времени прямо пропорциональна заряду, которому ещё предстоит пройти через резистор от этого момента до установления равновесия цепи.

В момент замыкания ключа (при t=0) сила тока максимальна, а заряд, который должен ещё протечь, равен q_0: $I(0)=I_0$, $\Delta q(0)=q_0$. Когда сила тока уменьшилась до $I(t)=\alpha I_0$, осталось протечь заряду $\Delta q(t)=q_0-q$. Из (1) следует, что

$$\frac{I(t)}{I(0)}=\frac{\Delta q(t)}{\Delta q(0)}, \quad \text{то есть} \quad \frac{\alpha I_0}{I_0}=\frac{q_0-q}{q_0}, \quad \text{откуда } q=q_0(1-\alpha)=9 \text{ мкКл.}$$

9 **(2002, IV, 10).** В схеме, изображенной на рис. 12, заряд конденсатора известной ёмкости C равен Q_0. Ключ замкнули. Зависимость от времени заряда Q_1 на конденсаторе C_1 неизвестной ёмкости изображена на графиках (рис. 13). Найти ёмкость конденсатора C_1 и сопротивления резисторов R_1 и R_2.

Решение. Как видно из графиков, через время порядка 5τ после замыкания ключа заряды конденсаторов будут одинаковы и равны $Q_0/2$, и это состояние сохранятся в течение времени порядка 100τ. Следовательно, ёмкости конденсаторов одинаковы ($C_1=C$), а сопротивление второго резистора во много раз больше первого ($R_2>>R_1$).

Значит, при $t\sim\tau$ можно пренебречь током через резистор R_2. Из первого графика видно, что при $t<\tau$ заряд на конденсаторе C_1 линейно возрастает со временем со скоростью

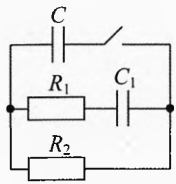


Рис. 12. *Переразрядка конденсаторов*

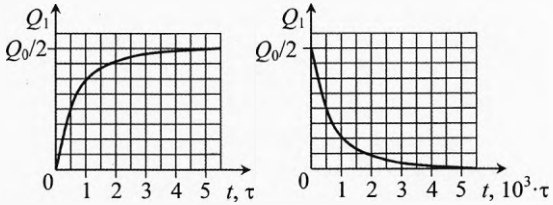


Рис. 13. *Зависимость заряда конденсатора C_1 от времени*

$$I_1=\frac{\Delta Q_1}{\Delta t}=\frac{0{,}25Q_0}{0{,}5\tau}=\frac{Q_0}{2\tau}.$$

В самом начале напряжение на резисторе R_1 равно напряжению U_0 на конденсаторе C. Тогда по закону Ома сила тока в резисторе R_1 в самом начале равна

$$I_1=\frac{U_0}{R_1}=\frac{Q_0}{C\cdot R_1}.$$

Из двух последних уравнений, получим:

$$R_1=\frac{2\tau}{C}.$$

В дальнейшем оба конденсатора будет разряжаться через резистор R_2. Сопротивлением резистора R_1 теперь можно пренебречь. Из второго графика видно, что при $t\sim100\tau$ заряд на конденсаторе C_1 линейно уменьшается со временем:

$$I_2=\left|\frac{\Delta Q_1}{\Delta t}\right|=\frac{0{,}25Q_0}{500\tau}=\frac{Q_0}{2000\tau}.$$

С другой стороны ток в резисторе R_2 вдвое больше, чем ток в каждом конденсаторе, так как разряжаются оба конденсатора. При $t\sim100\tau$ напряжение на резисторе R_2 и конденсаторах равно $U_0/2$. Значит,

$$R_2=\frac{U_0/2}{2I_2}=\frac{Q_0}{4CI_2}=\frac{500\tau}{C}.$$

10 **(2003, IV, 10).** В трёх вершинах правильного тетраэдра с длиной ребра a удерживают три маленьких шарика, каждый из которых имеет массу M и заряд Q. В четвертой вершине удерживают ещё один маленький шарик массой m и зарядов q. Известно, что $m<<M$, а $Q=2q$. Все шарики одновременно освобождают. Найти абсолютные величины скоростей шариков после разлета на бесконечно большое расстояние. Под какими углами к грани тетраэдра, содержавшей три тяжелых шарика, они будут двигаться после разлёта?

➥**Решение.** Поскольку $m<<M$ и $q\sim Q$, то легкий шарик улетит на достаточно большое расстояние до того, как тяжелые шарики заметно сдвинуться из начального положения. Поэтому можно считать, что легкий шарик улетает на бесконечное расстояние, двигаясь в постоянном поле тяжелых шариков. Пусть υ – скорость легкого шарика на бесконечно большом удалении, тогда по закону сохранения энергии

$$3\cdot\frac{kqQ}{a}=\frac{m\upsilon^2}{2},\quad\text{откуда}\quad \upsilon=\sqrt{\frac{6kqQ}{ma}}=\sqrt{\frac{3kQ^2}{ma}}.$$

Затем будут медленно разлетаться тяжелые шарики. В силу симметрии модули их скоростей будут одинаковы. Пусть u – их скорость на бесконечном удалении, тогда по закону сохранения энергии

$$3\cdot\frac{kQ^2}{a}=3\cdot\frac{Mu^2}{2},\quad\text{откуда}\quad u=\sqrt{\frac{2kQ^2}{Ma}}.$$

Угол между скоростями тяжелых шариков и гранью тетраэдра, содержавшей их в начальный момент, $\alpha\approx u_x/u$, где u_x – проекция скорости тяжелого шарика на перпендикуляр к указанной грани. По закону сохранения импульса:

$$3M\cdot u_x=m\cdot\upsilon,\quad\text{откуда}\quad \alpha=\frac{u_x}{u}=\frac{m\upsilon}{3Mu}=\sqrt{\frac{m}{6M}}.$$ ➥

11 **(2003, IV, 11).** Из конденсатора переменной ёмкости C и конденсаторов постоянных ёмкостей C_1 и C_2 собрана цепь, представленная на рис. 14. Проводятся следующие действия: 1) замыкают ключ K_1 и изменяют ёмкость конденсатора C; 2) размыкают ключ K_1, замыкают ключ K_2 и изменяют ёмкость конденсатора C; 3) размыкают ключ K_2 и изменяют ёмкость конденсатора C.

На рис. 15 изображена зависимость заряда q на конденсаторе C от разности потенциалов U на нём. Начальные заряд и разность потенциалов на этом конденсаторе q_0 и U_0, промежуточные q_1 и U_1 и q_2 и U_2 известны. Найти ёмкости конденсаторов C_1 и C_2, начальные и конечные разности потенциалов на них, а также полное изменение их внутренней энергии в описанном процессе.

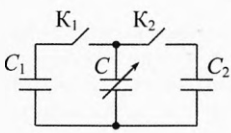


Рис. 14. *Цепь с конденсатором переменной ёмкости*

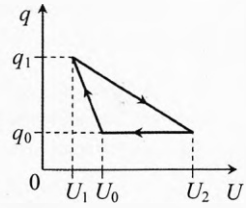


Рис. 15. *Заряд на переменном конденсаторе и напряжение на нём*

➥**Решение.** Поскольку график состоит из трёх (а не из большего числа) прямолинейных участков, значит напряжение на конденсаторе C не изменяется при замыкании и размыкании ключей. Следовательно, для конденсатора C_1 напряжение U_0 – начальное, U_1 – конечное; для конденсатора C_2 напряжение U_1 – начальное, U_2 – конечное.

Найдём теперь ёмкости конденсаторов. Пусть конденсатор C замкнут только на конденсатор постоянной ёмкости C', где C' – один из конденсаторов C_1 или C_2. При медленном изменении ёмкости конденсатора C полный заряд конденсаторов, равный сумме заряда q на конденсаторе C и заряда $C'U$ на конденсаторе C', сохраняется: $Q=q+C'U=\text{const}$. Поэтому график зависимости $q(U)$ является прямой с угловым коэффициентом $\Delta q/\Delta U=-C'$. Отсюда

$$C_1=\frac{q_1-q_0}{U_0-U_1},\qquad C_2=\frac{q_1-q_0}{U_2-U_1}.$$

Изменение энергии конденсаторов C_1 и C_2 равно

$$\Delta W = C_1\left(\frac{U_1^2}{2}-\frac{U_0^2}{2}\right)+C_2\left(\frac{U_2^2}{2}-\frac{U_1^2}{2}\right)=\frac{1}{2}(q_1-q_0)(U_2-U_0).$$

и совпадает с площадью треугольника на графике.

12 **(2005, IV, 10).** Маленький шарик с зарядом Q находится в центре закреплённого незаряженного проводящего полого шара (рис. 16) с радиусами концентрических поверхностей R_1 и R_2 ($R_1<R_2$). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы удалить шарик через узкий канал в проводнике на большое расстояние?

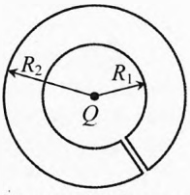


Рис. 16. *Работа по вытаскиванию шарика*

Решение. Минимальная работа равна изменению энергии электрического поля. Сравним мысленно картины полей в начале и в конце опыта. Внутри проводящего шара напряжённость электрического поля равна нулю, поэтому электрическое поле в начале опыта (рис. 17) отличается от поля в конце опыта (рис. 18) только тем, что вначале не поле отсутствовало в проводящем слое большого шара.

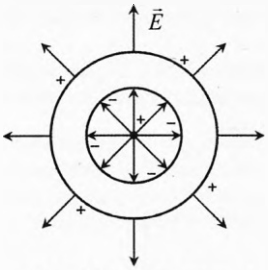


Рис. 17. *Поле в начале опыта*

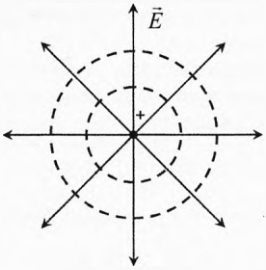


Рис. 18. *Поле в конце опыта*

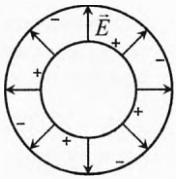


Рис. 19. *Поле сферического конденсатора*

Энергию появившегося слоя можно посчитать как энергию сферического конденсатора с радиусами обкладок R_1 и R_2, заряды которых равны Q и $-Q$ (рис. 19). Разность потенциалов между обкладками такого конденсатора равна

$$U=\varphi_1-\varphi_2=\left(\frac{kQ}{R_1}+\frac{-kQ}{R_2}\right)-0=\frac{kQ(R_2-R_1)}{R_1R_2}.$$

Ёмкость такого конденсатора $C=Q/U$.

Значит, его энергия равна:

$$W=\frac{CU^2}{2}=\frac{QU}{2}=\frac{kQ^2(R_2-R_1)}{2R_1R_2}.$$

Итак, искомая работа: $A_{\min}=W=\dfrac{kQ^2(R_2-R_1)}{2R_1R_2}$.

13 **(2005, IV, 11).** Маленький шарик с зарядом Q находится в центре закрепленного незаряженного проводящего полого шара с радиусами концентрических поверхностей R_1 и R_2 ($R_1<R_2$). Полый шар окружен снаружи концентрическим слоем диэлектрика с диэлектрической

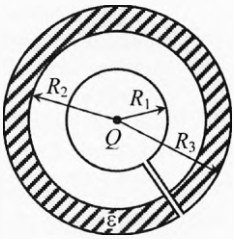


Рис. 20. *Работа по вытаскиванию шарика*

проницаемостью ε и радиусом наружной поверхности R_3 (рис. 20). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы удалить шарик через узкий канал в проводнике на достаточно большое расстояние?

✓**Ответ.** $A_{\min} = \dfrac{kQ^2}{2R_3}\left(\dfrac{R_3 - R_1}{R_1} - \dfrac{R_3 - R_2}{\varepsilon R_2}\right)$.

14 **(2005, IV, 10).** Тонкая гибкая замкнутая лента, состоящая из проводящих пластин шириной a, разделённых изолирующими промежутками шириной b ($b>>a$), с помощью шкивов приведена в соприкосновение с обкладками плоского конденсатора (рис. 21). Расстояние между обкладками равно d ($d>>b$), ширина ленты l. Конденсатор подключили к батарее, создающей напряжение U между обкладками. С помощью внешнего воздействия шкивы провернули на несколько оборотов, после чего воздействие устранили, а лента продолжила движение с установившейся скоростью υ. Считать, что трение есть только между лентой и нижней обкладкой. Какой ток I протекает через батарею? Какую мощность P затрачивает батарея при движении ленты? Какая сила трения $F_{тр}$ действует на ленту?

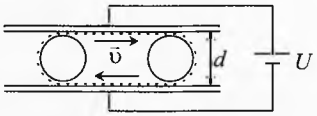


Рис. 21. *Проводящая лента*

➥**Решение.** Напряжённость поля в конденсаторе $E=U/d$. Во время касания ленты и пластин конденсатора на ленту переходит заряд с такой же поверхностной плотностью, какая была на пластинах конденсатора:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \varepsilon_0 E = \frac{\varepsilon_0 U}{d}.$$

Погонный заряд ленты (заряд на единицу длины ленты):

$$\rho = \frac{a}{a+b}\cdot\sigma l = \varepsilon_0 U\cdot\frac{a\cdot l}{(a+b)d} \approx \varepsilon_0 U\cdot\frac{a\cdot l}{bd}.$$

Переносимый заряд создаёт ток: $I = 2\upsilon\rho = 2\upsilon\varepsilon_0 U\cdot\dfrac{a\cdot l}{bd}$.

Мощность батареи: $P = U\cdot I = 2\upsilon\varepsilon_0 U^2\cdot\dfrac{a\cdot l}{bd}$.

Поскольку скорость ленты не изменяется, то мощность суммарной силы трения $P_{тр}=F_{тр}\cdot\upsilon$ по абсолютной величине равна мощности батареи, откуда

$$F_{тр} = 2\varepsilon_0 U^2\cdot\frac{a\cdot l}{bd}.$$ ➥

15 **(2006, IV, 10).** Четыре пластины 1, 2, 3 и 4 площадью S расположены параллельно друг другу на расстояниях $(1–x)l$, xl и $(1–x)l$, малых по сравнению с размерами пластин (рис. 22). К пластинам 1 и 3 подключены батарейка с ЭДС $\mathcal{E}$, резистор R_1 и ключ K_1, к пластинам 2 и 4 – ключ K_2 и резистор R_2. В начальный момент времени ключи разомкнуты, пластины не заряжены.

1. Ключ K_1 замыкают. Какими будут заряды на пластинах после установления равновесия? Какое количество теплоты Q_0 выделится на резисторе R_1?

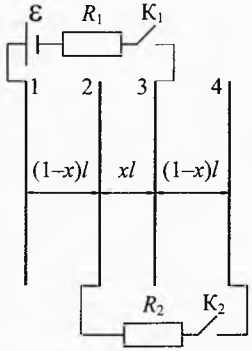


Рис. 22. *Система пластин*

2. После установления равновесия замыкают ключ K_2. Найти установившиеся заряды на пластинах, суммарное количество теплоты Q, которое выделится на резисторах R_1 и R_2 после замыкания ключа K_2.

✓**Ответ.** 1. $q_{10} = -q_{30} = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}}{l}$, $Q_0 = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}^2}{2l}$.

2. $q_1 = -q_3 = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}}{l(1-x^2)}$, $q_4 = -q_2 = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}x}{l(1-x^2)}$, $Q = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}^2 x^2}{2l(1-x^2)}$.

§ 94. Закон Ома. Электрические цепи

16 **(1992, III, 10).** Определить сопротивление между точками A и B бесконечной цепочки резисторов (рис. 23). Сопротивление каждого резистора равно r.

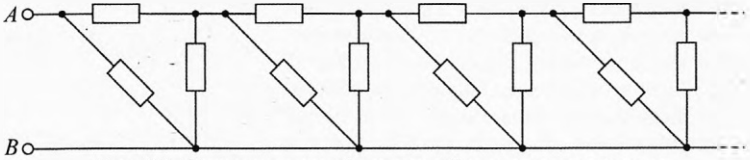


Рис. 23. *Сопротивление бесконечной цепочки резисторов*

➥**Решение.** Пусть полное сопротивление цепи равно R. Если к цепи к точкам A и B добавить ещё одно звено, то сопротивление получившейся цепи тоже будет равно R (рис. 24).

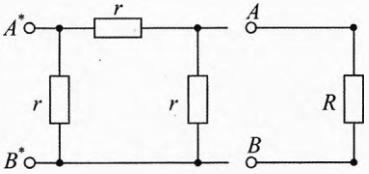


Рис. 24. *Эквивалентная схема*

Посчитаем сопротивление между точками A^* и B^*:

$$R = \frac{r \cdot R''}{r + R''}, \text{ где } R'' = R' + r, \quad R' = \frac{R \cdot r}{R + r}.$$

Решая совместно, получим ответ: $R = \dfrac{r^2 + 2Rr}{3R + 2r} \Rightarrow R = \dfrac{r}{\sqrt{3}}$. ➥

17 **(1993, III, 9).** Проволока для изготовления нагревателя сопротивлением 1 кОм выдерживает максимальный ток силой 1 А. Как сделать из этой проволоки нагреватель, чтобы получить максимальную тепловую мощность при включении его в розетку с напряжением 220 В?

➥**Решение.** Нужно отрезать от проволоки четыре куска сопротивлением по 220 Ом и включить их параллельно в розетку с напряжением 220 В. Оставшийся кусок на 120 Ом использовать не надо, ибо его подключение приведет либо к перегоранию в случае параллельного соединения, либо к уменьшению выделяемой тепловой мощности в случае последовательного соединения. ➥

18 **(1993, III, 10).** Шесть одинаковых вольтметров соединены между собой так, как показано на рис. 25, и подключены к источнику постоянного тока. Один из вольтметров показывает при этом U=10 В. Каковы показания остальных вольтметров?

➥**Решение.** Заметим, что вольтметры 1, 2, 4 и 6 показывают всегда половину показания 5-го вольтметра, а вольтметр 3 всегда показывает 0. Действительно, если убрать 3-й вольтметр, то видно, что потенциалы точек a и b, относительно «–» источника, одинаковы и равны $U/2$. Поэтому, если подключить 3-й вольтметр к точкам a и b, то он ничего не покажет. Следовательно, если вольтметр 5 показывает 10 В, то вольтметры 1, 2, 4 и 6 показывают 5 В. Если 10 В показывает один из вольтметров 1, 2, 4 и 6, то оставшиеся три вольтметра этой четверки тоже показывают 10 В, а вольтметр 5 показывает 20 В.➥

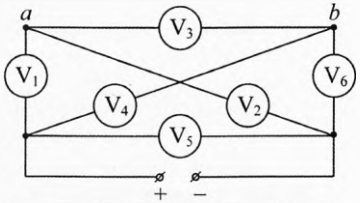


Рис. 25. *Показания вольтметров*

19 **(1995, III, 11).** Куб, ребра и диагонали которого изготовлены из одной и той же проволоки, подключён в вершинах A и B к источнику тока с ЭДС $\mathcal{E}$=3,3 В и внутренним сопротивлением r=0,03 Ом (рис. 26). В вершинах куба и точке O проволоки спаяны. Найти показания амперметра, внутренним сопротивлением которого можно пренебречь, если сопротивление ребра куба равно R=6 Ом.

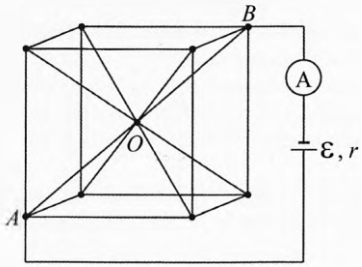


Рис. 26. *Определить силу тока*

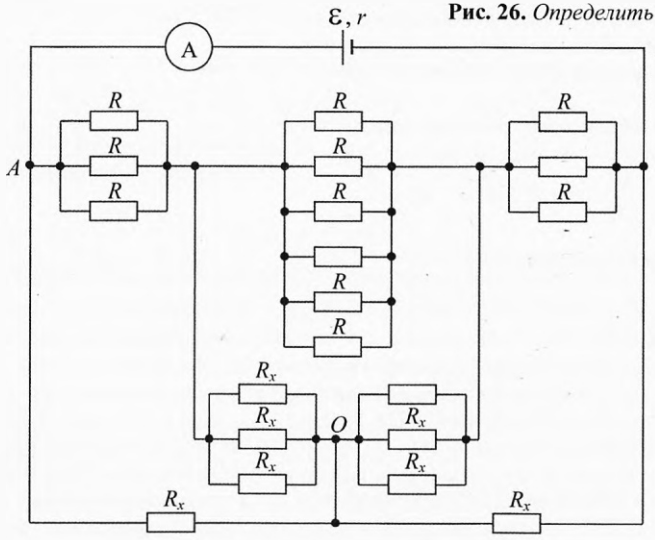


Рис. 27. *Эквивалентная схема*

➥**Решение.** Эквивалентная схема электрической цепи представлена на рис. 27, где $R_x = \frac{\sqrt{3}}{2} R$ – сопротивление половины диагонали куба.

Тогда $I=\dfrac{\mathcal{E}}{R_{\text{общ}}+r}\approx 1$ А, где $R_{\text{общ}}=R\dfrac{\sqrt{3}}{4}\dfrac{5\sqrt{3}+2}{2\sqrt{3}+5}\approx 3{,}27$ Ом.

20 **(1996, III, 9).** Имеется два кипятильника и стакан с водой. Если нагревать воду первым кипятильником, то вода закипит за 18 мин., а если вторым, то за 9 мин. Три экспериментатора проводили опыты по нагреванию воды в стакане сразу двумя кипятильниками и получили результаты: экспериментатор A – 4 мин, экспериментатор B – 6 мин, экспериментатор C – 7 мин. Какой из экспериментаторов получил наиболее достоверный результат и почему? Мощность каждого кипятильника постоянна.

Решение. Если бы не было теплоотдачи, то правильным был бы результат, полученный экспериментатором B, так как подводимая мощность суммируется. Но если учитывать потери тепла, которые тем меньше, чем меньше время нагревания, то получим, что более достоверный результат получил экспериментатор A.

21 **(1998, III, 10).** Найти показания амперметра в схеме, изображенной на рис. 28. Внутреннее сопротивление амперметра существенно меньше любого из сопротивлений схемы. Напряжение на входе схемы постоянно и равно U=10,5 В. На схеме сопротивление в тысячу Ом (килоом) обозначено 1 к. Аналогично 5 к = 5 000 Ом.

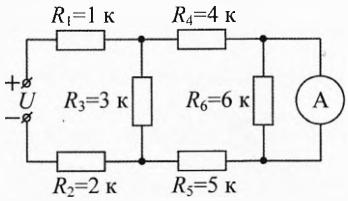


Рис. 28. *Найти ток в амперметре*

Решение. Сопротивление амперметра практически равно нулю, следовательно, весь ток после резистора R_4 пойдет через амперметр и далее через R_5, то есть резистор R_6 можно не учитывать.

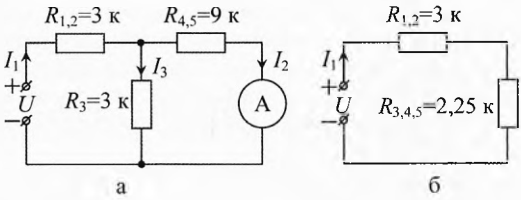


Рис. 29. *Эквивалентные схемы*

Поскольку при перестановке последовательно соединенных элементов схема остается эквивалентной исходной, то можно перерисовать схему в более удобном виде (рис. 29а), где

$$R_{1,2}=R_1+R_2=3\text{ кОм},\quad R_{4,5}=R_4+R_5=9\text{ кОм}.$$

Сопротивление параллельно соединенных резисторов R_3 и $R_{4,5}$:

$$R_{3,4,5}=\frac{R_3\cdot R_{4,5}}{R_3+R_{4,5}}=\frac{9}{4}\text{ кОм}.$$

Сила тока в первом резисторе (рис. 29б):

$$I_1=\frac{U}{R_{1,2}+R_{3,4,5}}=\frac{10{,}5\text{ В}}{3\text{ кОм}+2{,}25\text{ кОм}}=2\text{ мА}.$$

Так как резисторы R_3 и $R_{4,5}$ соединены параллельно, то напряжения на них одинаковы:

$$I_3\cdot R_3=I_2\cdot R_{4,5}.$$

По первому правилу Кирхгофа:

$$I_1=I_2+I_3.$$

Решая совместно эти уравнения, получим силу тока на амперметре:

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_{4,5}} = \frac{I_1}{4} = 0{,}5 \text{ мА}.$$

22 **(1998, III, 9).** Два одинаковых вольтметра показывают в схемах, представленных на рис. 30, одинаковое напряжение U=10 В. Определить напряжение источника питания U_0.

Решение. Обозначим сопротивление вольтметра через R_V. Сила тока через резистор в обоих случаях и согласно закону Ома для полной цепи равна

$$I_1 = \frac{U_0}{R + 2R_V}, \quad I_2 = \frac{U_0}{R + R_V/2}.$$

По закону Ома для вольтметра

$$I_1 = \frac{U}{R_V}, \quad \frac{I_2}{2} = \frac{U}{R_V}.$$

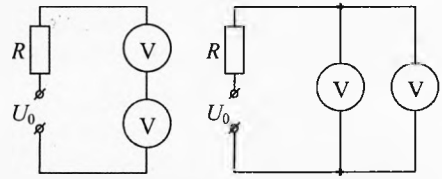


Рис. 30. *Показания вольтметров одинаковы*

Решая совместно, получим: R_V=R; U_0=3U=30 В.

23 **(1999, III, 11).** В схеме, изображенной на рис. 31, конденсатор C не заряжен, а ключ К разомкнут. Затем ключ К замыкают. Какой заряд протечет через резистор R? Найти максимальную силу тока через резистор. Считать известными $\mathcal{E}$, r, R, C.

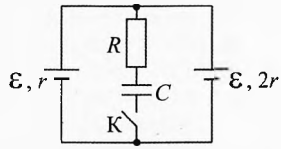


Рис. 31. *Найти заряд и максимальный ток в резисторе*

Решение. Поскольку значения ЭДС обоих источников одинаковы, то после зарядки конденсатора ток в цепи идти не будет и разность потенциалов на конденсаторе будет равна ЭДС каждого источника. Значит, заряд на конденсаторе, прошедший через резистор, равен q_0=$C\cdot\mathcal{E}$.

Ток будет максимален в самом начале, когда заряд и напряжение конденсатора равны нулю (рис. 32). Согласно второму правилу Кирхгофа для обоих контуров получим:

$$\begin{cases} I_m R + I_1 r = \mathcal{E}; \\ I_m R + I_2 2r = \mathcal{E}. \end{cases}$$

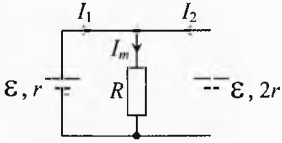


Рис. 32. *Ток максимален при незаряженном конденсаторе*

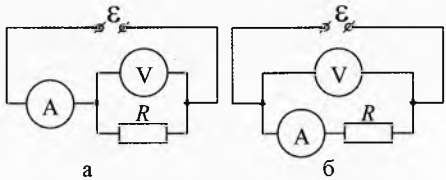
Согласно первому правилу Кирхгофа: I_m= I_1 + I_2.

Решая, найдём максимальный ток через резистор:

$$\begin{cases} 2I_m R + 2(I_m - I_2)r = 2\mathcal{E}; \\ I_m R + 2I_2 r = \mathcal{E}; \end{cases} \Rightarrow \quad 3I_m R + 2I_m r = 3\mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad I_m = \frac{3\cdot\mathcal{E}}{2r + 3R}.$$

24 **(2002, III, 9).** Для того чтобы измерить сопротивление резистора R, экспериментатор Глюк собрал электрическую цепь (рис. 33а). Показания вольтметра и амперметра были соответственно равны U_1 и I_1. На следующий день он решил повторить эксперимент и собрал цепь, представленную на рис. 33б, используя то же оборудование. На этот раз показания приборов были равны U_2 и I_2. Чему равно

значение сопротивления R? Оба раза на выходе источника тока поддерживалось одно и то же постоянное напряжение.



а б

Рис. 33. *Найти сопротивление резистора*

➥**Решение.** $U_1+I_1\cdot R_A=\mathcal{E}$, $I_2R_A+I_2\cdot R=\mathcal{E}$, $U_2=\mathcal{E}$; $\Rightarrow$

$$R=\frac{U_2}{I_2}-\frac{U_2-U_1}{I_1}.$$ ➥

25 **(2002, III, 11).** Исследовать зависимость коэффициента полезного действия электрической цепи постоянного тока от напряжения U сети (рис. 34). Напряжение стабилизации U_0, сопротивление ограничивающего резистора R и сопротивление $R_н$ известны. Полезной считать мощность, выделяющуюся на резисторе $R_н$. Зависимость силы тока I, протекающего через стабилитрон S, от напряжения приведена на рис. 35.

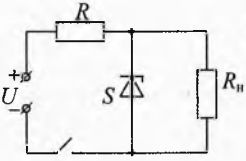


Рис. 34. *КПД схемы*

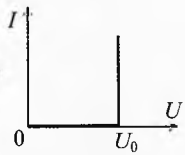


Рис. 35. *ВАХ диода*

➥**Решение.** Пусть $U>>U_0$, тогда, согласно закону Ома для участка цепи, $I_R=\dfrac{U-U_0}{R}$. Полная потребляемая мощность равна $P=U\cdot I_R=\dfrac{U(U-U_0)}{R}$. Полезная мощность, выделяющаяся на резисторе $R_н$, равна $P_н=\dfrac{U_0^2}{R_н}$.

Тогда КПД цепи равен $\eta=\dfrac{P_н}{P}=\dfrac{U_0^2\cdot R}{U(U-U_0)\cdot R_н}$.

Получилось, что $\eta\to\infty$ при $U\to U_0$, но это физически бессмысленно. Нетрудно понять, что напряжение на нагрузке не будет стабилизироваться после того, как ток стабилитрона станет равным нулю. В этом случае $I_н=\dfrac{U}{R+R_н}$, полная потребляемая мощность $P=I_н^2(R+R_н)$, полезная мощность $P_н=I_н^2\cdot R_н$. Отсюда получим, что КПД $\eta=\dfrac{P_н}{P}=\dfrac{R_н}{R+R_н}$ не зависит от напряжения сети.

Найдём критическое значение напряжения сети, при котором стабилитрон перестанет работать. Это произойдет, когда

$$I_н=I_R,\ \Rightarrow\ \frac{U_0}{R_н}=\frac{U_{кр}-U_0}{R},\ \Rightarrow\ U_{кр}=U_0\left(1+\frac{R}{R_н}\right).$$

Итак, при возрастании напряжения сети от 0 до $U_{кр}$ КПД цепи постоянен:

$$\eta=\frac{R_н}{R+R_н}.$$

При возрастании напряжения выше $U_{кр}$:

$$\eta=\frac{R}{R_н}\frac{U_0^2}{U(U-U_0)}.$$ ➥

26 **(2003, III, 11).** Вольтметр V_{me} магнитоэлектрической системы подключён к четырем источникам тока с ЭДС $\mathcal{E}_1$=1 В, $\mathcal{E}_2$=2 В, $\mathcal{E}_3$=3 В, $\mathcal{E}_4$=4 В (рис. 36). Для ограничения токов в схему включены резисторы, сопротивления которых равны R_1=1 кОм, R_2=2 кОм, R_3=3 кОм, R_4=4 кОм. Если вольтметр V_{me} заменить электростатическим вольтметром V_{es}, то показания последнего окажутся в 2 раза больше, чем у V_{me}. Найти силу тока, протекающего через вольтметр V_{me} в первом эксперименте.

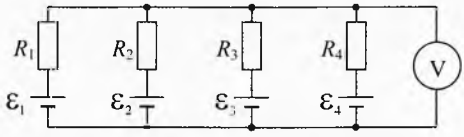


Рис. 36. *Магнитоэлектрический и электростатический вольтметры*

Указание. Электростатический вольтметр является идеальным вольтметром (R_{es}=∞) в отличие от магнитоэлектрического, у которого есть конечное внутреннее сопротивление.

➥**Решение.** Предположим, что показания вольтметра окажутся менее 1 В. Тогда ток внутри каждого источника будет идти от «–» к «+», то есть каждый источник будет совершать положительную работу. Значит, ток через вольтметр будет равен арифметической сумме токов, протекающих через источники:

$$I = I_1 + I_1 + I_3 + I_4. \qquad (1)$$

По второму правилу Кирхгофа для контура, содержащего $\mathcal{E}_i$, R_i и вольтметр,

$$I_i R_i + U = \mathcal{E}_i \quad \Rightarrow \quad I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R_i} - U \cdot \frac{1}{R_i}. \qquad (2)$$

Сила тока через вольтметр сопротивлением R равна:

$$I = \frac{U}{R}. \qquad (3)$$

Решая совместно (1), (2) и (3), получим:

$$U = \frac{\sum \frac{\mathcal{E}_i}{R_i}}{\frac{1}{R} + \sum \frac{1}{R_i}}. \qquad (4)$$

Сопротивление магнитоэлектрического вольтметра R_{me} конечно, а сопротивление электростатического вольтметра равно бесконечности (R_{es}=∞), значит:

$$U_{me} = \frac{\sum \frac{\mathcal{E}_i}{R_i}}{\frac{1}{R_{me}} + \sum \frac{1}{R_i}}, \qquad U_{es} = \frac{\sum \frac{\mathcal{E}_i}{R_i}}{\sum \frac{1}{R_i}}.$$

Используя соотношение U_{es}=2U_{me}, получим выражение для сопротивления магнитоэлектрического вольтметра:

$$\frac{1}{R_{me}} = \sum \frac{1}{R_i}.$$

С учетом (3) и (4) получим силу тока через магнитоэлектрический вольтметр:

$$I_{me} = \frac{U_{me}}{R_{me}} = \frac{\frac{1}{R_{me}} \cdot \sum \frac{\mathcal{E}_i}{R_i}}{\frac{1}{R_{me}} + \frac{1}{R_{me}}} = \frac{1}{2} \cdot \sum \frac{\mathcal{E}_i}{R_i} = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathcal{E}_1}{R_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{R_2} + \frac{\mathcal{E}_3}{R_3} + \frac{\mathcal{E}_4}{R_4}\right) = 2 \text{ мА}.$$

Можно вычислить, что R_{me}=480 Ом, U_{me}=0,96 В, и убедиться, что предположение о направлении токов верно (но даже если оно оказалось бы не верным, то окончательный ответ был бы всё равно таким же). Можно так же вычислить силу токов через каждый источник:

$$I_1=(\mathcal{E}_1-U_{me})/R_1=0{,}04\ (\text{мА}),\ I_2=0{,}52\ \text{мА},\ I_3=0{,}68\ \text{мА},\ I_4=0{,}76\ \text{мА}.$$

В случае использования электростатического вольтметра:

U_{es}=1,92 В; $I_1=(\mathcal{E}_1-U_{es})/R_1=-0{,}92$ (мА), I_2=0,04 мА, I_3=0,36 мА, I_4=0,52 мА.

Видно, что в этом случае сила тока через источник $\mathcal{E}_1$ оказалась отрицательной. Это значит, что на самом деле ток внутри него шёл от «+» к «–», а сам источник совершал отрицательную работу, подзаряжаясь за счёт других источников.

27 **(2004, III, 9).** Семь резисторов сопротивлениями R_1=1 кОм, R_2=2 кОм, R_3=0,5 кОм, R_4=2,5 кОм, R_5=2 кОм, R_6=1 кОм, R_7=1 кОм соединены с источником постоянного напряжения U=30 В (рис. 37). К резисторам подключили два вольтметра и два амперметра. Определить их показания V_1, V_2, I_1, I_2. Приборы считать идеальными.

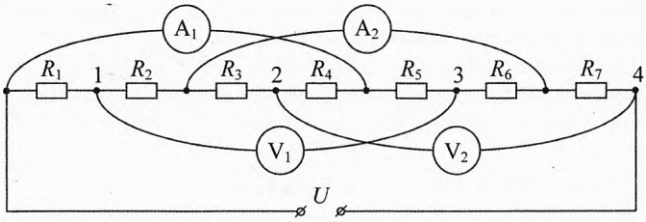


Рис. 37. *Определить показания приборов*

Решение. Перерисуем схему, убрав вольтметры (рис. 38). Сопротивление каждой из трёх параллельных ветвей цепи равно:

$$r=R_1+R_2=R_3+R_4=R_5+R_6=3\ \text{кОм}.$$

Поэтому полное сопротивление цепи: $R=\frac{r}{3}+R_7=2$ кОм.

Сила тока, текущего через резистор R_7, равна общему току через источник: $I=U/R$. Через каждую из параллельных ветвей цепи течёт одинаковый ток, поэтому сила тока в каждой из них $i=I/3$, откуда

$$I_1=I_2=2i=\frac{2U}{3R}=10\ (\text{мА}).$$

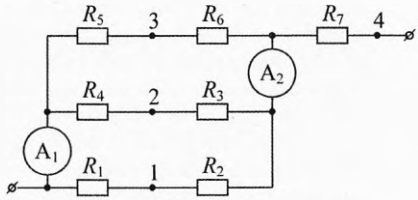


Рис. 38. *Эквивалентная схема*

Показания V_1 и V_2 вольтметров найдём как напряжения между соответствующими точками:

$$V_1=|U_{13}|=i\cdot R_5-i\cdot R_1=\frac{U}{3R}(R_5-R_1)=5\ \text{В},$$

$$V_2=|U_{24}|=i\cdot R_3+I\cdot R_7=\frac{U}{3R}(R_3+3R_7)=17{,}5\ \text{В}.$$

28 **(2005, III, 9).** Электрическая цепь состоит из одинаковых проводников сопротивлением по R=7 Ом, образующих сетку (рис. 39). К узлам A и B подключён омметр. Вычислить его показания.

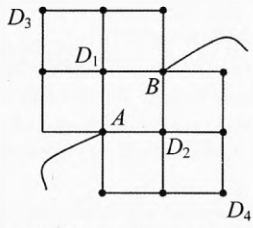


Рис. 39. *Сопротивление сеточки*

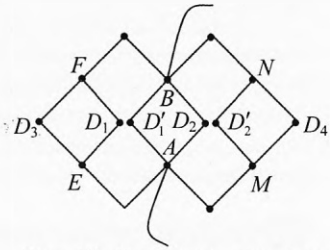


Рис. 40. *Эквивалентная схема*

➥**Решение.** Разъединим проводники, подключённые к узлам D_1 и D_2 так, как показано на рис. 40. Подключим к узлам A и B источник тока. В силу симметрии схемы разность потенциалов между точками D_1 и D'_1, а также между точками D_2 и D'_2 равна нулю, то есть схема эквивалентна исходной.

Сопротивление каждого из квадратов ED_3FD_1, AD'_1BD_2 и MD'_2ND_4 равно R. Учитывая это, найдём общее сопротивление между точками A и B как сопротивление трёх параллельно соединенных участков:

$$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{(2R+R+2R)}+\frac{1}{R}+\frac{1}{(2R+R+2R)} \quad \Rightarrow \quad R_{AB}=\frac{5}{7}R=5 \text{ Ом.}\leftarrow$$

29 **(2006, III, 10).** Болометр – это высокочувствительный прибор для измерения энергии излучения (света). Болометр представляет собой тонкую зачерненную медную проволочку, заключенную в стеклянный вакуумированный сосуд. При её освещении одиночным лазерным импульсом проволочка нагревается столь быстро, что потери энергии на тепловое излучение и теплопроводность можно не учитывать. Нагрев проволочки, в свою очередь, вызывает увеличение её сопротивления. По величине изменения сопротивления можно вычислить энергию лазерного импульса. Правильная настройка болометра подразумевает, что всё излучение лазера попадает на проволочку (а не проходит мимо). В ходе исследований лазера новой конструкции выяснилось, что возникающее после каждого импульса изменение сопротивления болометра слишком мало. Во сколько раз нужно изменить диаметр проволочки, чтобы при заданной энергии лазерного импульса изменение сопротивления возросло в k=10 раз? Изменение сопротивления R проволоки, вызванное её нагревом на Δt, можно определить по формуле: $\Delta R=R\cdot\alpha\Delta t$, где α – температурный коэффициент сопротивления – постоянная величина.

➥**Решение.** Пусть D – плотность меди, l – длина проволоки, d – её диаметр, тогда площадь S поперечного сечения, объём V и масса m проволоки равны:

$$S=\frac{\pi d^2}{4}, \qquad V=S\cdot l=\frac{\pi d^2}{4}\cdot l, \qquad m=D\cdot V=D\cdot\frac{\pi d^2}{4}\cdot l.$$

Пусть c – удельная теплоёмкость меди, W – энергия лазерного импульса, тогда изменение температуры проволоки равно:

$$W=cm\cdot\Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t=\frac{W}{cm}=\frac{4W}{cD\pi d^2 l}.$$

Пусть ρ – удельное сопротивление меди, тогда сопротивление проволоки:

$$R=\frac{\rho l}{S}=\frac{4\rho l}{\pi d^2}.$$

Значит, изменение этого сопротивления из-за нагрева равно:

$$\Delta R=R\cdot\alpha\Delta t=\frac{16\alpha\rho W}{\pi^2 cDd^4}\propto d^{-4}.$$

Таким образом, для увеличения ΔR в k раз, нужно уменьшить d в n раз:

$$n=\sqrt[4]{k}\approx 1{,}8.\leftarrow$$

30 **(2002, IV, 9).** Найти сопротивление R_{AB} цепи между точками A и B (рис. 41). Сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R=5 Ом.

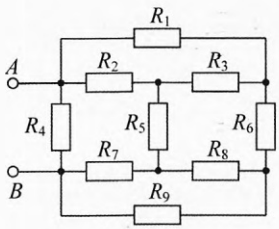


Рис. 41. *Найти общее сопротивление*

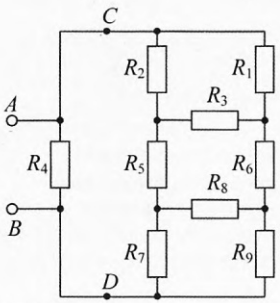


Рис. 42. *Эквивалентная схема*

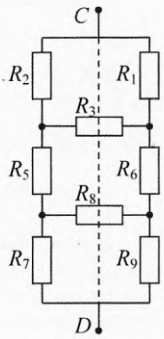


Рис. 43. *Участок CD*

➥**Решение.** Перерисуем исходную схему в более удобоваримый вид (рис. 42). Теперь R_{AB} можно представить как два параллельно соединенных резистора R_4 и R_{CD}. В силу симметрии схемы относительно CD (рис. 43), ток через резисторы R_3 и R_8 течь не будет. Следовательно, эти резисторы можно исключить из схемы. Тогда,

$$R_{CD}=3R/2=7{,}5\text{ Ом},\quad R_{AB}=\frac{R_4\cdot R_{CD}}{R_4+R_{CD}}=3\text{ Ом}.\leftarrow$$

31 **(2003, IV, 9).** В электрических цепях, изображенных на рис. 44, сопротивление R_{AB} между точками A и B и сопротивление R_{CD} между точками C и D равны, а сопротивление резисторов R_1, R_2 и R_3 заданы. Найти все возможные значения сопротивлений R_x. Доказать, что других решений нет.

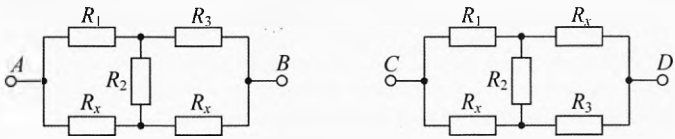


Рис. 44. *Определить сопротивление R_x*

Примечание. Вы можете воспользоваться тем фактом, что для всякой схемы из резисторов, соединенных «треугольником», существует одна и только одна схема из трёх резисторов, соединенных «звездой».

➥**Решение.** Заменим в обеих схемах соединение «треугольником» резисторов R_1, R_x и R_2 на эквивалентное соединение «звездой» (рис. 45).

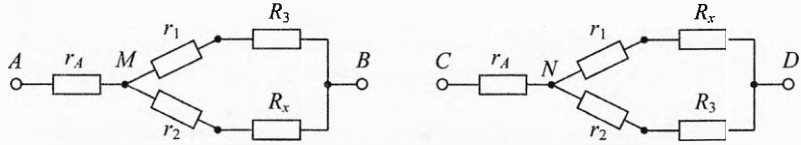


Рис. 45. *Эквивалентные схемы с соединением «звездой»*

Воздержимся от пересчёта «треугольника» в «звезду» и будем считать, что r_A, r_1 и r_2 нами уже найдены. Поскольку $R_{AB}=R_{CD}$, то и $R_{MB}=R_{ND}$, так как r_A соединено последовательно с каждым из них. Значит,

$$R_{MB}=\frac{(r_1+R_3)(r_2+R_x)}{r_1+r_2+R_3+R_x}=R_{ND}=\frac{(r_1+R_x)(r_2+R_3)}{r_1+r_2+R_3+R_x}.$$

Так как в последнем уравнении знаменатели равны, то должны быть равны и числители: $(r_1+R_3)(r_2+R_x)=(r_1+R_x)(r_2+R_3)$. После раскрытия скобок и приведения членов это уравнение примет вид:

$$r_1(R_x-R_3)=r_2(R_x-R_3).$$

Это равенство верно в двух случаях:

1) $R_x=R_3$ – это один корень уравнения;

2) $r_1=r_2$. Данное равенство указывает на симметрию соединения «звездой». Но симметрия «звезды» возможна только тогда, когда и исходная схема соединения «треугольником» обладает такой же симметрией, то есть когда $R_x=R_1$ – это второй корень уравнения.

Других решений у составленного уравнения решений нет. Следовательно, возможны только два значения R_x: $R_x=R_1$ и $R_x=R_3$.

При внимательном анализе исходных схем оба решения легко «угадываются», но их единственность не очевидна.➥

32 **(2004, IV, 9).** Исследуя неизвестный элемент X, экспериментатор Глюк определил его ВАХ (вольт-амперную характеристику) (рис. 46). Он решил сконструировать из элемента X и двух резисторов новый элемент Y с ВАХ, у которой сила тока прямо пропорциональна напряжению при $0\le U\le U_0$. В точке $(3U_0; 2I_0)$ происходит излом ВАХ и зависимость I от U становится более сложной линейной функцией. Изобразить все принципиально различные схемы элемента Y, определить сопротивления резисторов в этих схемах и изобразить соответствующие ВАХ элемента Y.

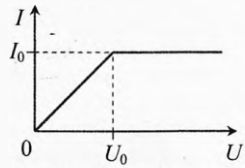


Рис. 46. *ВАХ элемента X*

➥**Решение.** Возможны только две схемы элемента Y (рис. 47). Если напряжение U_x на элементе X мало ($U_x\le U_0$), то можно использовать законы последовательного и параллельного соединения резисторов. Тогда сила тока через элемент Y оказывается пропорциональна напряжению U на нём.

Однако при $U_x>U_0$ сила тока I перестает быть прямо пропорциональна напряжению U. В случае первой схемы, силы токов через резисторы R_1 и R_2 равны соответственно U/R_1 и I_0, откуда $I=U/R_1+I_0$. При $U=3U_0$ и $I=2I_0$ напряжение на резисторе R_1 тоже равно $U_1=3U_0$; напряжение на элементе X равно U_0 (происходит

излом ВАХ); напряжение резисторе R_2 равно $U_2=3U_0-U_0=2U_0$; ток через элемент X и резистор R_2 равен $I_2=I_0$; ток через резистор R_1 равен $I_1=2I_0-I_0=I_0$. Следовательно,

$$R_1=\frac{U_1}{I_1}=\frac{3U_0}{I_0}=3R_0, \qquad R_2=\frac{U_2}{I_2}=\frac{2U_0}{I_0}=2R_0,$$

где $R_0=U_0/I_0$. ВАХ этого элемента приведена на рис. 48.

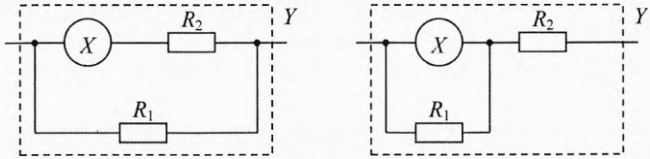


Рис. 47. *Возможные схемы элемента Y*

Аналогично, для второй цепи при $U_x>U_0$ силы токов через резисторы R_2 и R_1 равны соответственно I и $I-I_0$, а напряжения на них $I\cdot R_2$ и $(I-I_0)\cdot R_1$, откуда общее напряжение $U=I\cdot R_2+(I-I_0)\cdot R_1$. При $U=3U_0$ и $I=2I_0$ напряжение на элементе X и резисторе R_1 равно $U_1=U_0$; напряжение на резисторе R_2 равно $U_2=3U_0-U_0=2U_0$; ток через резистор R_2 равен $I_2=2I_0$; ток через элемент X равен I_0; ток через резистор R_1 равен $I_1=2I_0-I_0=I_0$. Следовательно,

$$R_1=\frac{U_1}{I_1}=\frac{U_0}{I_0}=R_0, \qquad R_2=\frac{U_2}{I_2}=\frac{2U_0}{2I_0}=R_0.$$

ВАХ этого элемента приведена на рис. 49.

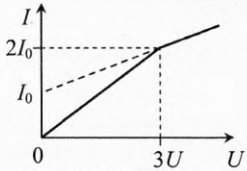


Рис. 48. *ВАХ элемента Y_1*

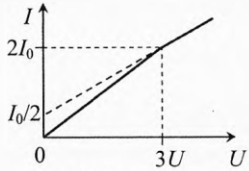


Рис. 49. *ВАХ элемента Y_2*

Другие схемы соединения элемента X и двух резисторов не удовлетворяют условию задачи, т.к. у получившегося элемента Y излом ВАХ будет либо при силе тока I_0, либо при напряжении U_0. ➥

33 **(2005, IV, 11).** Экспериментатор Глюк собрал электрическую цепь (рис. 50), подключив по ошибке одну из батареек параллельно, а не последовательно двум другим. Найти токи через резисторы в получившейся цепи. Каждый резистор имеет сопротивление R. Все батарейки одинаковы и имеют ЭДС $\mathcal{E}$. Внутренние сопротивления батареек малы по сравнению с R.

➥**Решение.** Исследуем подробно систему одинаковых батареек в центре схемы (рис. 51). Напряжение между точками 1 и 2 можно рассчитать по двум формулам

$$U_{12}=2\mathcal{E}-2I\cdot r \quad \text{и} \quad U_{12}=\mathcal{E}+(I-\Delta I)\cdot r,$$

откуда $U_{12}=\frac{4}{3}\mathcal{E}-\frac{2}{3}\Delta I\cdot r$. Это означает, что система ведет себя как одна батарейка с ЭДС $\frac{4}{3}\mathcal{E}$, и внутренним сопротивлением $\frac{2}{3}r$, которым в дальнейшем можно пренебречь. Заменим схему на эквивалентную (рис. 52).

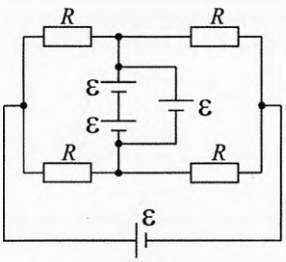


Рис. 50. *Схема Глюка*

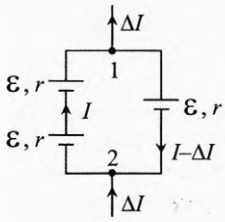


Рис. 51. *Система батарей*

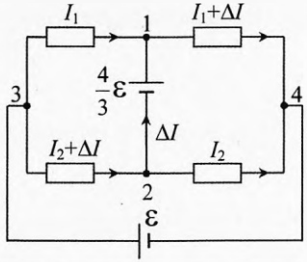


Рис. 52. *Эквивалентная схема*

По второму правилу Кирхгофа для правого, левого и внешнего контуров:

$$\frac{4}{3}\mathcal{E} = (I_2 + \Delta I)R - I_1 R; \quad \frac{4}{3}\mathcal{E} = (I_1 + \Delta I)R - I_2 R; \quad \mathcal{E} = I_1 R + (I_1 + \Delta I)R.$$

Вычитая из первого уравнения второе, получим, что $I_1 = I_2$.

С учётом этого, найдём из первого уравнения ΔI:

$$\frac{4}{3}\mathcal{E} = \Delta I \cdot R \quad \Rightarrow \quad \Delta I = \frac{4\mathcal{E}}{3R}.$$

Тогда из третьего уравнения найдём силу тока I_1 в двух резисторах:

$$\mathcal{E} = I_1 R + (I_1 + \frac{4\mathcal{E}}{3R})R \quad \Rightarrow \quad I_2 = I_1 = -\frac{\mathcal{E}}{6R}.$$

Тогда на двух других резисторах сила тока равна:

$$I_1 + \Delta I = I_2 + \Delta I = \frac{7}{6}\frac{\mathcal{E}}{R}.$$ ➥

34 **(2006, IV, 9).** Дачный домик отапливается с помощью электрических батарей. При температуре батарей $T_{Б1}$=50°C и температуре наружного воздуха T_1= –10°C в домике устанавливается температура T=20°C. Во сколько раз нужно увеличить силу тока в батареях, чтобы в комнате поддерживалась прежняя температура в холодные дни при наружной температуре T_2= –25°C? Какова при этом будет температура батарей $T_{Б2}$? Электрическое сопротивление элементов батарей можно считать не зависящим от температуры.

➥**Решение.** При установившейся температуре в комнате:

$$k(T_{Б1} - T) = K(T - T_1),$$

где k – коэффициент теплопроводности между батареями и комнатным воздухом, K – коэффициент теплопроводности между комнатой и наружным воздухом. Поскольку $T_{Б1} - T = T - T_1$, то $k = K$. При установившейся температуре в комнате в холодные дни

$$k(T_{Б2} - T) = K(T - T_2), \quad T_{Б2} - T = T - T_2, \quad \Rightarrow \quad T_{Б2} = 2T - T_2 = 65\ °C.$$

Отношение мощностей батарей в холодный и обычный день:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \frac{T_{Б2} - T}{T_{Б1} - T},$$

где I_1 – сила тока в батареях в обычный день, I_2 – в холодный день. Отсюда

$$\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{T_{Б2} - T}{T_{Б1} - T}} \approx 1{,}22.$$ ➥

35 **(2004, V, 9).** В некоторой точке двухпроводной телефонной линии неизвестной длины L произошло повреждение, в результате которого между проводами появилось сопротивление утечки R_x (рис. 53). К обоим концам линий прибыли операторы, имеющие в своем распоряжении приборы для измерения сопротивлений (омметры). Они замерили сопротивления линии при разомкнутых (R_1 и R_2) и закороченных (r_1 и r_2) противоположных концах линии и получили следующие значения: R_1=4,0 Ом, R_2=8,0 Ом, r_1=3,5 Ом, r_2 = ? Из-за нарушения мобильной связи оператор на правом конце не успел передать значение сопротивления r_2 оператору на левом конце линии, который должен был выполнить необходимые расчёты. Помочь оператору на левом конце линии определить сопротивление утечки R_x, расстояние l до места повреждения, общую длину линии L, а также восстановить утраченное из-за плохой связи между операторами значение сопротивления r_2. Погонное сопротивление, то есть сопротивление единицы длины каждого проводника линии, $\rho=5{,}0\cdot10^{-4}$ Ом/м.

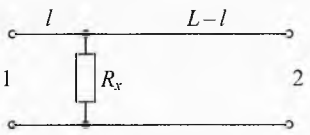


Рис. 53. *Обрыв на линии*

➥**Решение.** При разомкнутом противоположном конце линии её сопротивления, измеренные операторами равны:

$$R_1=2\rho l+R_x,\quad R_2=2\rho(L-l)+R_x. \tag{1}$$

При закороченных противоположных концах:

$$r_1=2\rho l+\frac{2\rho(L-l)\cdot R_x}{2\rho(L-l)+R_x},\quad r_2=2\rho(L-l)+\frac{2\rho l\cdot R_x}{2\rho l+R_x}. \tag{2}$$

Подставляя из (1) значения $2\rho l$ и $2\rho(L-l)$ в формулы (2), получим:

$$R_x^2=R_2(R_1-r_1),\ R_x=2{,}0\text{ Ом};\qquad r_2=\frac{R_1R_2-R_x^2}{R_1}=7{,}0\text{ Ом}.$$

Теперь из (1) найдём l и L:

$$l=\frac{R_1-R_x}{2\rho}=2{,}0\text{ км};\quad L-l=\frac{R_2-R_x}{2\rho}=6{,}0\text{ км},\quad L=8{,}0\text{ км}.\leftarrow$$

Приложение. Основные формулы

1. Электростатика

Закон Кулона: $F = k \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$. Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются.

Напряжённость электрического поля: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$; $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$.

Напряжённость поля точечного заряда: $E = \frac{kq}{r^2}$. В диэлектрической среде: $E = \frac{kq}{\varepsilon \cdot r^2}$.

Принцип суперпозиции полей: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_N$; $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_N$.

Поток силовых линий через поверхность площади S: $N = E \cdot S \cdot \cos\alpha$.

Теорема Гаусса (основная теорема электростатики): $N = \frac{4\pi k}{\varepsilon} \cdot \sum q_i$; $N = \frac{\sum q_i}{\varepsilon\varepsilon_0}$.

Поверхностная плотность заряда: $\sigma = \frac{q}{S}$.

Объемная плотность заряда: $\rho = \frac{q}{V}$.

Линейная плотность заряда: $\tau = \frac{q}{l}$.

Напряжённость поля:

проводящей заряженной сферы, шара: $E_{сф} = \begin{cases} 0 & \text{при } r < R, \\ \frac{kq}{\varepsilon r^2} & \text{при } r \geq R. \end{cases}$

равномерно заряженного по объему непроводящего шара: $E_{шар} = \begin{cases} \frac{kq}{\varepsilon R^3} \cdot r & \text{при } r < R, \\ \frac{kq}{\varepsilon r^2} & \text{при } r \geq R. \end{cases}$

равномерно заряженной прямой нити: $E_{нити} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$; $E_{нити} = \frac{2k\tau}{\varepsilon r}$.

равномерно заряженной плоскости: $E_{пл} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$.

двух параллельных равномерно заряженных пластин: $E = E_+ + E_-$; $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$.

Диэлектрическая проницаемость: $\varepsilon = \frac{E_0}{E}$ или $E = \frac{E_0}{\varepsilon}$.

Электрический потенциал: $\varphi = \frac{W_э}{q}$, где $W_э$ – энергии взаимодействия заряда с полем относительно выбранного нулевого уровня; $\varphi = \frac{A_{\infty 0}}{q}$, где $A_{\infty 0}$ – работа электрического поля по переносу единичного положительного заряда из данной точки на нулевой уровень.

Энергия взаимодействия заряда с электрическим полем: $W_э = \varphi \cdot q$.

Потенциал электрического поля точечного заряда: $\varphi = \frac{kq}{\varepsilon r}$.

Потенциал поля проводящего шара (сферы): $\varphi = \begin{cases} \dfrac{kq}{\varepsilon R} & \text{при } r < R, \\ \dfrac{kq}{\varepsilon r} & \text{при } r \geq R. \end{cases}$

Энергия взаимодействия двух точечных зарядов: $W_{э12} = \dfrac{kq_1q_2}{\varepsilon r}$.

Разность потенциалов, работа электрического поля: $\varphi_н - \varphi_к = \dfrac{A_э}{q}$, $A_э = q(\varphi_н - \varphi_к)$.

Напряжённость электрического поля: $E = \dfrac{\varphi_н - \varphi_к}{d}$, $U = \varphi_н - \varphi_к$, $E = \dfrac{U}{d}$.

Электроёмкость проводника: $C = \dfrac{q}{\varphi}$.

Электроёмкость проводящего шара (сферы): $C_ш = \dfrac{\varepsilon R}{k}$, $C_ш = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$.

Электроёмкость конденсатора: $C_к = \dfrac{q}{U}$, для плоского конденсатора: $C_{пл} = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$.

Энергия заряженного конденсатора: $W_э = \dfrac{qU}{2}$, $W_э = \dfrac{C \cdot U^2}{2}$, $W_э = \dfrac{q^2}{2C}$.

Объемная плотность электрической энергии: $w_э = \dfrac{W_э}{V}$, $w_э = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}$.

Последовательное соединение конденсаторов: $\dfrac{1}{C_{посл}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_2} + \ldots$

Параллельное соединение конденсаторов: $C_{пар} = C_1 + C_2 + C_3 \ldots$

2. Постоянный электрический ток

Количество электричества: $q = q_0 \cdot N$, где q_0 – заряд одной частицы, N – число частиц.

Сила тока: $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$; при постоянной силе тока: $I = \dfrac{q}{t}$.

Плотность тока: $j = \dfrac{I}{S_\perp}$, где $S_\perp$ – площадь поперечного сечения проводника.

Плотность тока: $j = q_0 n \upsilon$, где n – концентрация частиц, υ – скорость дрейфа частиц.

ЭДС источника, работа сторонних сил источника: $\mathcal{E} = \dfrac{A_{ст}}{q}$ или $A_{ст} = q\mathcal{E}$.

Разность потенциалов, работа электрического поля: $\varphi_н - \varphi_к = \dfrac{A_э}{q}$ или $A_э = q \cdot (\varphi_н - \varphi_к)$.

Электрическое напряжение, работа всех электрических сил: $U = \dfrac{A_{рез}}{q}$, $A_{рез} = q \cdot U$.

ЭДС, разность потенциалов и напряжение: $A_{рез} = A_{ст} + A_э$ или $U = \mathcal{E} + \varphi_н - \varphi_к$.

Электрическое сопротивление проводника: $R = \rho \cdot \dfrac{l}{S_\perp}$, где l – длина проводника, $S_\perp$ – площадь поперечного сечения проводника, ρ – удельное сопротивления материала.

Закон Ома для участка цепи, электрическое сопротивление: $I = \dfrac{U_т}{R}$ или $R = \dfrac{U_т}{I}$.

Закон Ома для неоднородного участка цепи: $I \cdot R = \mathcal{E} + \varphi_н - \varphi_к$.

Закон Ома для полной цепи: $I = \dfrac{\mathcal{E}}{r + R}$.

Мощность источника электрической энергии: $P_{ст} = \mathcal{E} \cdot I$.

Мощность электрического поля: $P_э = (\varphi_н - \varphi_к) \cdot I$.

Мощность электрического тока: $P_{\text{тока}} = U \cdot I$.

Закон Джоуля–Ленца: $Q = I^2 \cdot R \cdot t$ или $Q = \frac{U_\text{т}^2}{R} \cdot t$ или $Q = U_\text{т} \cdot I\, t$.

3. Электрические цепи

Последовательное соединение резисторов:
$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$, $U = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots$, $I = I_1 = I_2 = I_3 = \ldots$.

Параллельное соединение резисторов:
$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots$, $U = U_1 = U_2 = U_3 = \ldots$, $I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots$.

Первое правило Кирхгофа (алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю):
$I_1 + I_2 + I_3 + \ldots = 0$ или $\sum I_i = 0$.

Второе правило Кирхгофа (для замкнутого контура): $\sum I_i \cdot R_i + \sum I_i \cdot r_i = \sum \mathcal{E}_i$.

Сопротивление шунта для изготовления амперметра: $R_\text{ш} = \frac{R_\text{г}}{I / I_\text{г} - 1}$.

Дополнительное сопротивление для изготовления вольтметра: $R_\text{д} = R_\text{г}\left(\frac{U}{U_\text{г}} - 1\right)$.

4. Электрический ток в металлах

Закон Ома в дифференциальной форме: $j = \lambda \cdot E$ или $j = \frac{E}{\rho}$, где E – напряжённость электрического поля, λ – удельная электропроводность, ρ – удельное сопротивление.

Зависимость удельного сопротивления от температуры: $\rho = \rho_0(1 + \alpha(t - t_0))$.

Зависимость сопротивления проводников от температуры: $R = R_0(1 + \alpha(t - t_0))$.

5. Электрический ток в жидкостях

Степенью диссоциации молекул: $\alpha = \frac{N_i}{N}$, где N_i – число диссоциированных молекул (распавшихся на ионы), N – общее число молекул растворенного вещества.

Скорость дрейфа электролитического иона: $\vec{\upsilon} = b\vec{E}$, где b – подвижность иона.

Электрохимический эквивалент вещества: $k = \frac{m_i}{q_i}$, где m_i – масса иона, $q_i = e \cdot z$ – заряд иона, z – валентность иона.

Постоянная Фарадея: $F = N_\text{A} \cdot e = 96485{,}3$ Кл/моль, $k = \frac{M_i}{F \cdot z}$.

Первый закон электролиза (масса вещества, выделившегося на электроде): $m = k \cdot q = k \cdot I \cdot t$; $m = \frac{M_i}{F \cdot z} \cdot q$.

Химический эквивалент вещества: $x = \frac{M_i}{z}$.

Второй закон электролиза: $k = \frac{x}{F}$.

6. Электрический ток в газах

Скорости дрейфа, подвижность ионов и напряжённость поля: $\upsilon_+ = b_+ \cdot E$; $\upsilon_- = b_- \cdot E$.

Плотность тока в газе: $j = nq_i(b_+ + b_-)E$.

Сила тока насыщения при несамостоятельном газовом разряде: $I_\text{н} = q_i \cdot a \cdot S \cdot l$.

Активность ионизатора при несамостоятельном газовом разряде: $a = \frac{\Delta N}{V \cdot \Delta t}$.

Условие самостоятельного газового разряда: $F_\text{э} \cdot \lambda > W_i$ или $eE \cdot \lambda > W_i$.

7. Электрический ток в вакууме

Уравнение Ричардсона–Дэшмена для плотности тока термоэлектронной эмиссии: $j = \alpha T^2 e^{-\frac{A_в}{kT}}$, где α – эмиссионная постоянная, T – абсолютная температура катода, k=1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана, $A_в$ – работа выхода электрона.

Закон трех вторых для силы анодного тока (Чайльда–Ленгмюра): $I = G \cdot U_a^{3/2}$.

8. Электрический ток в полупроводниках

Концентрация электронов и дырок в чистом полупроводнике в зависимости от температуры и энергии выхода из валентной зоны: $n_- = n_+ = n_0 e^{-\frac{\Delta W}{kT}}$.

Крутизна характеристики диода: $S = \dfrac{\Delta I}{\Delta U}$.

Внутреннее (дифференциальное) сопротивление диода переменному току: $R_i = \dfrac{\Delta U}{\Delta I}$.

Сопротивление диода постоянному току: $R_0 = \dfrac{U}{I}$.

Входное сопротивление при работе транзистора: $R_{вх} = \dfrac{U_{вх}}{I_{вх}}$.

Коэффициент усиления транзистора по току в схеме с общей базой: $\alpha \approx \dfrac{I_к}{I_э} \approx 1$, $\alpha = \left.\dfrac{\Delta I_к}{\Delta I_э}\right|_{U_{кб}=\text{const}}$.

Коэффициент усиления транзистора по току в схеме с общим эмиттером: $\beta \approx \dfrac{I_к}{I_б}$, $\beta = \left.\dfrac{\Delta I_к}{\Delta I_б}\right|_{U_{кэ}=\text{const}}$.