



ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УЧЕБНЫЙ КОМБИНАТ СВЯЗИ В ЛЕНИНГРАДЕ

М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧ

ПРОФ. ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА СВЯЗИ В ЛЕНИНГРАДЕ
ЧЛЕН КОРРЕСПОНДЕНТ АКАДЕМИИ НАУК СССР

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ДИЭЛЕКТРИКЕ

ВЫПУСК ПЕРВЫЙ

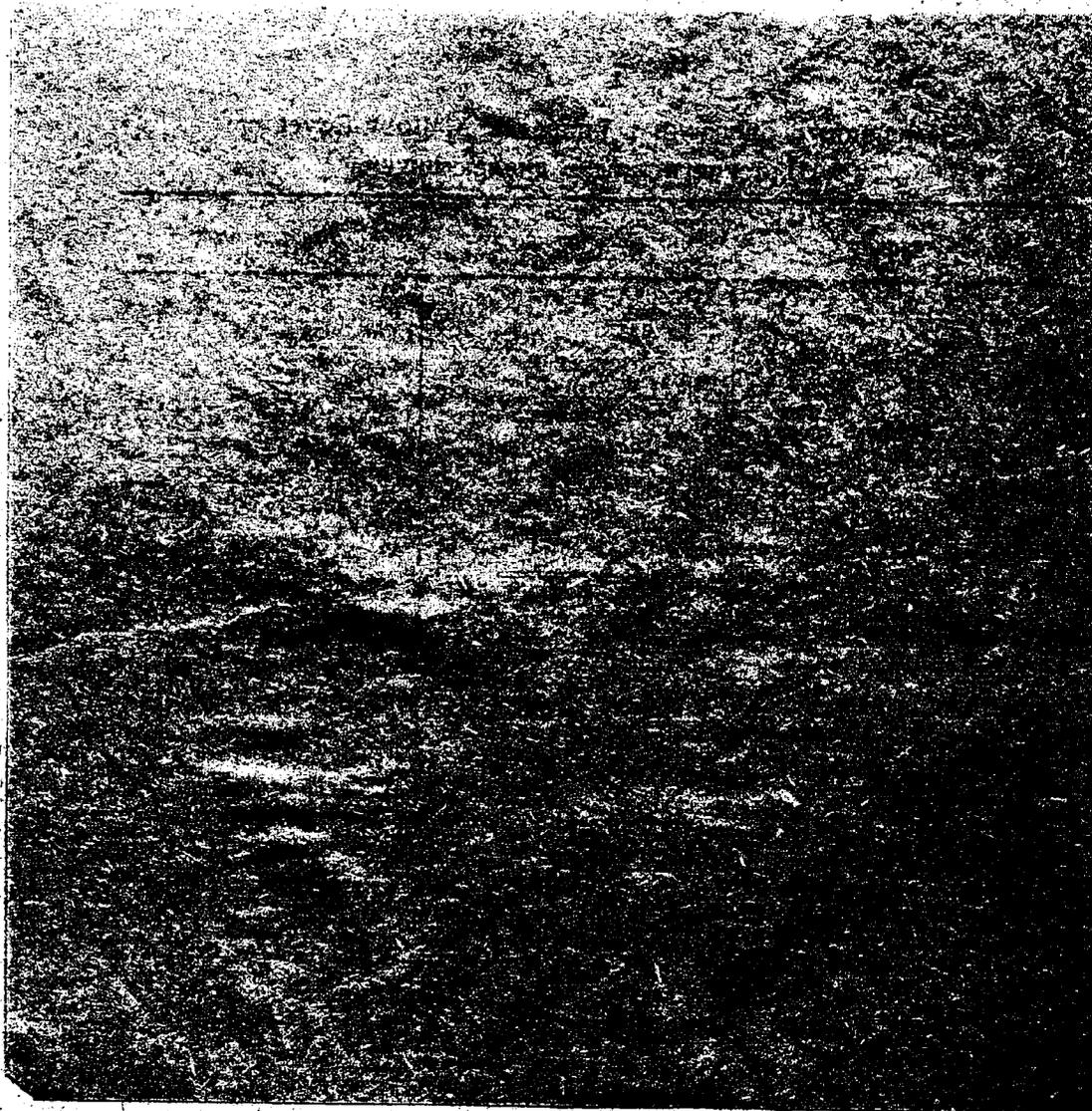
ИЗДАТЕЛЬСКАЯ КОМИССИЯ

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОГО УЧЕБНОГО КОМБИНАТА СВЯЗИ В ЛЕНИНГРАДЕ



**Замеченные опечатки в книге М. А. Бонч-Бруевича
„Плоские волны в диэлектрике“.**

| Страница | Напечатано | Должно быть |
|----------------------|---|---|
| . 4 . (19) | $\frac{C_0}{\sqrt{\mu\Sigma}} t$ | $\frac{C_0}{\sqrt{\mu\Sigma}} t_1$ |
| . 6: 8 строка сверху | 3.10 | 3.10 ¹⁰ |
| . 6; 2 . снизу | амплитуда M_0 | амплитуда $ M $ |
| . 6; 5 . | $V = \frac{C_0}{\sqrt{\mu\Sigma}}$ | $V = \frac{C_0}{\sqrt{\mu\Sigma}}$ |
| . 6 ур. (25) | $M Cvs$ | $ M Cvs$ |
| 12 . (5) | E_x | $rot_x \vec{E}$ |
| . 20 (таблицы) | $E_x + E_{1x} =$ | $E_x + E_{1x} = 0$ |
| | $E_y + E_{1y} =$ | $E_y + E_{1y} = 0$ |
| | $E_z + E_{1z} =$ | $E_z + E_{1z} = 0$ |
| . 31 ур. (4) | $1 + r^2$ | $1 + r$ |
| . 33 . (6) | $r = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$ | $r = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2}$ |



ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УЧЕБНЫЙ КОМБИНАТ СВЯЗИ
В ЛЕНИНГРАДЕ

М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧ

ПРОФ. ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА СВЯЗИ В ЛЕНИНГРАДЕ
ЧЛЕН КОРРЕСПОНДЕНТ АКАДЕМИИ НАУК СССР

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ДИЭЛЕКТРИКЕ

ВЫПУСК ПЕРВЫЙ



ИЗДАТЕЛЬСКАЯ КОМИССИЯ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОГО УЧЕБНОГО КОМБИНАТА СВЯЗИ В ЛЕНИНГРАДЕ

11
—
530

3111 11
64

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данный выпуск представляет собою IV главу моей книги „Излучение и распространение электромагнитных волн“, которая издается Связьтехиздатом.

Эта глава посвящена распространению волн в среде лишенной проводимости.

Следующая глава V книги, трактующая о распространении в среде с потерями, должна быть выпущена вслед в виде второго выпуска.

В книге этим главам предшествуют главы:

- I. Введение, посвященное природе электромагнитной волны.
- II. Математические сведения, необходимые для чтения дальнейших глав.
- III. Вывод уравнений Максвелла.

Ближайшей целью настоящего издания является дать уже к настоящей зачетной сессии пособие для студентов Ленинградского Института Связи.

Так как одновременно Институт издает пособие по векторному анализу проф. Гаврилова и по теории электромагнитного поля проф. Татаринова, то необходимости в ускоренном издании II и III главы нет. Первая глава издается отдельной брошюрой, как имеющая самостоятельный характер

Отдельное издание V главы вызвано чисто техническими причинами. По существу, она составляет одно целое с настоящим выпуском.

М. А. Бонч-Бруевич.

Отв. редактор *Л. Д. Гольдштейн.*

Техн. редактор *Д. А. Срыбник.*

Сдано в типографию 7/VI 1933 г., подписано к печати 22/VI 1933 г., кол. зн. в листе 40000.

2 печ. л. Формат бумаги 73×105.

Ленинблагорант № 5038. Тираж 1000 экз. Заказ № 1637.

Картотипогр. Гидрогр. Управл. Управл. В.-М. Сил РККА, Ленинград, зд. Гл. Адмиралтейства.

ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ В ДИЭЛЕКТРИКЕ БЕЗ ПОТЕРЬ.

Обозначения

- \vec{A} - вектор модуль которого - A .
- $J = \sqrt{-1}$
- l - длина.
- S - поверхность.
- ϱ - объем.
- μ - магнитная проницаемость,
- ϵ - диэлектрическая постоянная
- ϵ_0 - комплексная диэлектрическая постоянная.
- q - заряд
- ρ - объемная плотность зарядов.
- E - электрическая сила с составляющими E_x, E_y, E_z
- H - магнитная сила с составляющими H_x, H_y, H_z
- D - электрическая индукция.
- B - магнитная индукция.
- w - работа, энергия.
- P - мощность.
- c_0 - скорость света.
- t - время.
- ω - круговая частота.
- v - скорость.
- a, b, c - направляющие косинусы.
- f, F, G - символы функций.
- n - показатель преломления (не путать с единичным вектором \vec{n})

§1. Уравнение плоской волны.

Если среда, в которой происходит электромагнитное явление не обладает проводимостью, то $\sigma = 0$

Уравнения Максвелла получают вид

$$\frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} = \nabla^2 M \dots \dots \dots /1/$$

где M общее обозначение для составляющих магнитного и электрического поля. По своей форме это уравнение тождественно с волновым уравнением известным из теории упругости.

Оно является опять таки весьма общим и может быть умножено бесчисленным количеством различных функций и приложимо ко всем электромагнитным явлениям, происходящим в среде лишенной проводимости, и не содержащей никаких источников \vec{E} или \vec{H} .

Величина M является функцией времени и трех пространственных координат скрытых в знаке дельта. Как известно

$$\nabla^2 M = \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \dots \dots \dots /2/$$

Рассмотрим частный случай ур. /1/.

Предположим, что производные составляющих \vec{E} по осям x и y равны нулю, т.е.

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots /3/$$

Кроме того положим

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots /4/$$

Из сооставления этого уравнения с предыдущим очевидно, что

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots /5/$$

(так как сумма первых членов в средней части ур. /4/ равна нулю).

При этих условиях уравнение /1/ дает:

$$\frac{\epsilon \mu}{c^2_0} \cdot \frac{\partial^2 N}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} \quad /6/$$

при чем под N теперь понимаются только

$$E_x, E_y, H_z \text{ и } H_y, \text{ т.к. } E_x \text{ и } H_x = 0.$$

Уравнение /6/ показывает, что в один и тот же момент времени во всех точках плоскости параллельной плоскости (Y, Z) и определяемой координатой x численное значение каждой из составляющих электромагнитного поля остается одинаковым.

Уравнение 6 может быть удовлетворено, если

$$\frac{\partial^2 N}{\partial t^2} = 0 \text{ и } \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} = 0 \quad /7/$$

Для этого должно быть

$$N = A + Bt + Cx + Dt, \quad /8/$$

где A, B, C и D постоянные интегрирования.

Если смысл явления не допускает непрерывного одно стороннего изменения модуля E или H с увеличением x или t , то

$$B = C = D = 0 \quad /9/$$

и

$$N = A \quad /10/$$

т.е. вектор поля не зависит ни от t ни от x . Это выражает собой статическое безграничное поле. Так как в нашем случае такого поля быть не может, то

$$A = 0$$

И следовательно одним из решений ур. /6/ будет

$$N = 0 \quad /11/$$

Для того, чтобы получить другие решения, заметим, что N может быть всегда представлено как

$$N = A(x + at) \quad /12/$$

в чем легко убедиться, производя дифференцирование

$$\frac{\partial H}{\partial t} = af'; \quad \frac{\partial H}{\partial x} = f' \quad /13/$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = a^2 f''; \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = f''$$

и ур. 6 получает вид

$$\frac{\mu \varepsilon}{C_0^2} = a^2 f'' = f'' \quad /14/$$

Отсюда

$$\frac{\mu \varepsilon}{C_0^2} a^2 = 1 \quad /15/$$

и

$$a = \pm \sqrt{\frac{C_0}{\mu \varepsilon}} \quad /16/$$

Подставим значение a из ур. /16/ в уравнение 12/

$$H = f_1(x - at) = F_1\left(x - \sqrt{\frac{C_0}{\mu \varepsilon}} t\right) + F_2\left(x + \sqrt{\frac{C_0}{\mu \varepsilon}} t\right) \quad /17/$$

где F_1 и F_2 пока совершенно произвольные функции от аргументов стоящих в скобках.

Аргумент остается одинаковым для компонент E_y, E_z и H_y, H_z хотя вид функций F_1 и F_2 может быть для них совершенно различен и должен быть определен на основании дополнительных условий.

Слишком уже из ур. /17/ можно сделать следующий весьма важный вывод.

Рассмотрим первое слагаемое определяющее H , полагив $F_2 = 0$ т.е. взяв частное решение ур. /13/

$$H = F_1\left(x - \sqrt{\frac{C_0}{\mu \varepsilon}} t\right) \quad /17/$$

Пусть x_1 и t_1 соответствуют некоторому значению

$$H_1 = F_1\left(x_1 - \sqrt{\frac{C_0}{\mu \varepsilon}} t\right) \quad /18/$$

возьмем два другие значения независимых переменных x_2 и t_2 и подберем их таким образом, чтобы аргумент остался тем же, что и в ур./19/, т. е.

$$x_1 - \frac{C_0}{\sqrt{\mu\epsilon}} t_1 = x_2 - \frac{C_0}{\sqrt{\mu\epsilon}} t_2 \quad /20/$$

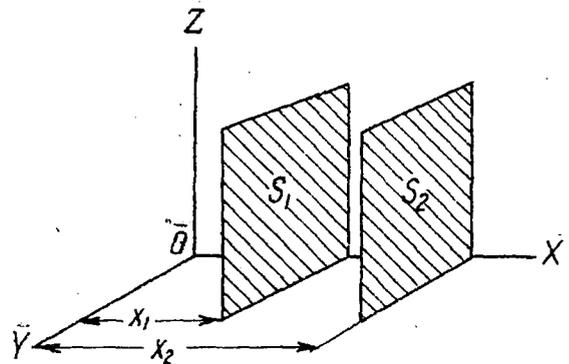
Тогда очевидно, что совершенно независимо от вида функции F_1 значение N остается тем же самым.

При этом, как легко видеть:

$$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{C_0}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad /21/$$

$(x_2 - x_1)$ представляют собой расстояние между двумя плоскостями S_1 и S_2 (фиг.1), а $(t_2 - t_1)$ представля-

ет собой тот промежуток времени, после которого определенное значение E_z, E_y, H_z, H_y имевшее место в момент времени t_1 во всех точках плоскости S_1 перешло во все точки плоскости S_2 . Следовательно состояние поля характеризуемое величиной N_1 перемещается



Фиг. 1.

в направлении координаты X со скоростью

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{C_0}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad /22/$$

Рассмотрев таким же образом второе слагаемое ур. /17/

$$F_2(x + \frac{C_0}{\sqrt{\mu\epsilon}} t) \quad /23/$$

найдем, что ему соответствует то же значение скорости движения данного состояния поля, но эта скорость направлена в противоположном направлении.

Таким образом ур./17/ является уравнением движе-

ния электромагнитной энергии в общем случае в двух противоположных направлениях вдоль оси X, в частном случае — в одном из этих направлений ($F_1 = 0$ или $F_2 = 0$). Это движение совершается со скоростью

$$v = \frac{C_0}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad /24/$$

при чем C_0 представляет собою переходный множитель от электростатических единиц к электромагнитным, который имеет размерность и численное значение света,

т.е. $3 \cdot 10^{10} \frac{\text{сант}}{\text{секунд}}$. В пустоте ($\mu = \epsilon = 1$) $v = C_0$.

В диэлектриках или магнетиках ($\mu > 1, \epsilon > 1$), $v < C_0$.

Это явление называется электромагнитной волной. Форма волны, характер нарастания и спадания поля в каждой точке пространства определяется видом функций F_1 и F_2 . Но во всяком случае все изменения поля наступают одновременно во всех точках образующих плоскость перпендикулярную направлению движения энергии. Поэтому эта волна называется "плоской волной".

Каков бы ни был вид функций F_1 и F_2 , они могут быть представлены или в виде ряда или в виде интеграла Фурье, как сумма (конечного или бесконечного числа) чисто синусоидальных процессов. Поэтому в конечном счете мы можем ограничиться рассмотрением только тех случаев, когда ур./17/ имеет вид

$$F = A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi\right) \quad /25/$$

где ω — угловая частота процесса; $v = \frac{C_0}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ — скорость движения волны, направленная в сторону возрастания параметра $t - \frac{x}{v}$ — постоянный угол сдвига, являющийся так же как и амплитуда A , постоянной интегрирования, зависящей от начальных условий.

§ 2. Структура плоской электромагнитной волны в среде, лицевной проводимости.

Из предыдущего уже должно быть ясно, что вектор \vec{E} в случае плоской волны лежит в плоскости перпендикулярной направлению движения волны, так как составляющая его по оси X направленной вдоль движения волны, равна нулю.

Составляющие \vec{E}_y и \vec{E}_z определяются уравнением

$$E = |N| \cos\left\{\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right\} \quad / 1 /$$

и могут иметь различные амплитуды $|N|$ и сдвиги фаз φ .

Поэтому вектор $\vec{E} = \vec{j}E_y + \vec{k}E_z$ в общем случае изменяется во времени не только в отношении модуля, но и в отношении направления.

Положения его в различные моменты показаны, например, на фиг. 2.

Если начало вектора удерживается в точке A , то конец его скользит по эллипсу, как это всегда имеет место при сложении двух гармонических колебаний, сложенных под углом 90° .

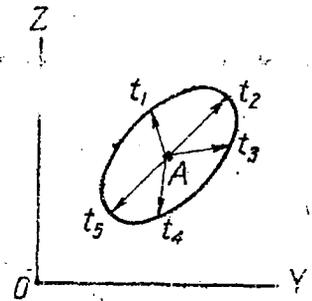
Волна, в которой вектор поля ведет себя таким образом, называется поляризованной эллиптически.

В частном случае, когда модуль E_x и E_y равны, а фазы сдвинуты на 90° , эллипс превращается в окружность и волна называется поляризованной по кругу.

При отсутствии фазового сдвига вектор \vec{E} изменяется только по амплитуде и по знаку, но всегда располагается на одной и той же линии, если конец его закреплен в точке A (фиг. 3).

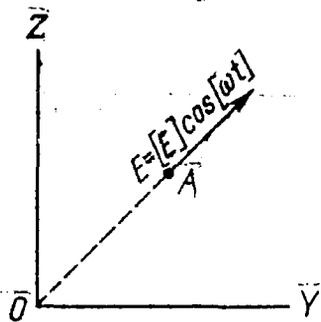
Такая волна называется "плоско-поляризованной" (что не следует путать с термином "плоская волна").

Очевидно, что волна с эллиптической или круговой поляризацией представляется на две составляющих плоско-по-



Фиг. 2.

ляризованных волн, каждую из последних по признаку суперпозиции можно рассматривать отдельно. Это позволяет



Фиг. 3.

Из 1-го уравнения Максвелла

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\mu \partial H}{\partial t} \quad /3/$$

имея в виду, что

$$\text{rot}_y \vec{E} = \frac{\partial}{\partial z} \vec{E}_x - \frac{\partial}{\partial x} \vec{E}_z \quad /4/$$

при чем $\vec{E}_x = 0$, по принятому нами условию (§1). Поэтому

$$\frac{\mu \partial H_y}{c_0 \partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad /5/$$

Легко убедиться, что по другим осям значения $\frac{\partial H_y}{\partial t}$ равны нулю в силу того, что составляющие \vec{E} в направлении оси x и y равны нулю. Таким образом вектор \vec{H} направлен перпендикулярно вектору \vec{E} .

Так как скорость движения волны

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{c_0}{\sqrt{\mu \epsilon}} \quad /6/$$

то правую часть ур./5/ можно преобразовать так:

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} \cdot \frac{1}{v} = \frac{\partial E_z}{\partial t} \cdot \frac{\sqrt{\mu \epsilon}}{c_0} \quad /7/$$

Следовательно

$$\frac{\mu}{c_0} \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad \frac{\sqrt{\mu \epsilon}}{c_0} \quad /8/$$

Интегрируя это уравнение и опуская постоянные интегрирования как не имеющие в данном случае смысла, поскольку мы рассматриваем волновой процесс), получим:

$$\bar{H} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{\mu} \bar{E}$$

а так как \bar{E} и \bar{H} взаимно перпендикулярны, то

$$\bar{H} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{\mu} [\bar{E} \bar{i}] \quad /9/$$

где \bar{i} единичный вектор в направлении распространения волны.

Если $\mu = \epsilon = 1$ (пустота), то $H = E$ (в Гауссовой системе), а также:

$$\bar{H} = [\bar{i} \bar{E}] \quad /10/$$

Это можно резюмировать следующим образом:

1/ Плоско поляризованная плоская электромагнитная волна в диэлектрике без потерь представляет собой летящее со скоростью света магнитное и электрическое поле, линии сил которых взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению движения.

2/ В каждый момент электрическая и магнитная сила изменяется вдоль линии распространения волны по синусоидальному закону, одинаковому для обеих компонент.

3/ В каждой точке пространства изменение во времени магнитной и электрической силы происходит по синусоидальному закону причем обе компоненты изменяются с одной и той же фазой.

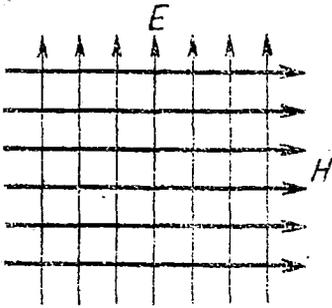
4/ В случае $\mu = \epsilon = 1$ скорость распространения равна скорости света c_0 . В других случаях она определяется из выражения

$$v = \frac{c_0}{\sqrt{\mu \epsilon}} \quad /11/$$

5/ В случае $\mu = \epsilon = 1$ модули электрической и магнитной компоненты одинаковы. В других случаях их взаимоотношение определяется равенством

$$H = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E \quad / 12/$$

Фиг. 4 дает схематическое изображение разреза поля в плоскости перпендикулярной линии распространения. Ли



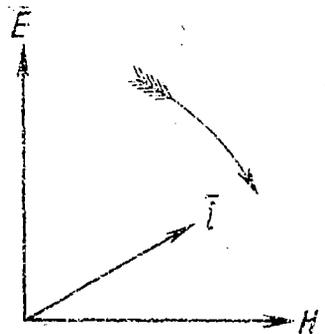
нии магнитного поля начерчены жирно, а электрические — тонко. Взаимосоотношение направлений \vec{E} , \vec{H} и направления движения волны \vec{i} определяется так же, как направление вектора Пойнтинга, а именно

$$\vec{i} = \left[\frac{\vec{E} \vec{H}}{EH} \right]$$

Фиг. 4.

Следовательно начертая под прямым углом вектора \vec{E} и \vec{H} (Фиг. 5) мы получим направление \vec{i} , как направление поступательного движения Сурьвичка, ручку которого поворачивает в сторону кратчайшего расстояния между концами \vec{E} и \vec{H} , как это показано на Фиг. 5 стрелкой.

§3. Изображение плоской волны в случае несовпадения осей координат с направлением движения.



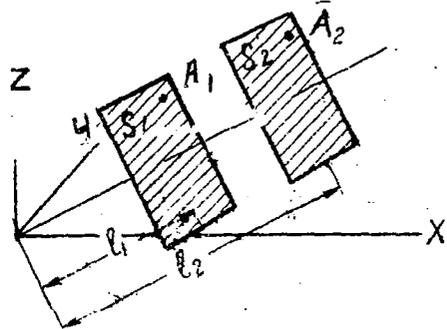
Плоскую электромагнитную волну очень удобно выражать в Декартовых координатах так, как было сделано в предыдущих §§, направляя одну из координатных осей параллельно направлению движения волны. При этом естественно математические выражения получаются наиболее простыми.

При одновременном существовании нескольких волн,

распространяющихся в различных направлениях, такой способ, очевидно, не может быть применен ко всем волнам. Поэтому мы остановимся еще на способе изображения волны, движущейся в произвольном направлении относительно координатной системы.

Так как волна плоская, то параметром, определяющим величину \vec{E} и \vec{H} в различных точках пространства, может служить расстояние l от начала координат до плоскости S проведенной через данную точку A и другие смежные точки с равными значениями \vec{E} и \vec{H} .

Так, например, на фиг. 6 расстояние l_1 до плоскости S_1 является координатой, определяющей совокупность точек, к которой принадлежит точка A_1 .



Фиг. 6.

Фаза волны одинакова во всех точках этой плоскости, которая является таким образом плоскостью параллельной фронту волны.

Расстояние l_2 определяет совокупность точек, к которой принадлежит точка A_2 . Из аналитической геометрии известно, что все точки плоскости в декартовых координатах удовлетворяют линейному уравнению.

$$l = ax + by + cz \quad /1/$$

где x , y и z координаты любой точки плоскости; l - расстояние до этой плоскости от начала координат, а a , b и c косинусы углов, составляемых направлением l с осями x , y и z соответственно. Положительным направлением l можно считать либо направление от начала координат до плоскости S (фиг. 6 либо обратное).

Уравнение /1/ одинаково будет выражать оба случая, так как вместе с изменением l изменяется и знаки ко-

синусов. Мы будем считать положительным направление совпадающее с направлением движения луча.

Если фронт волны проходит через начало координат, то $l = 0$. Легко сообразить, что параметр l при этом будет иметь положительное значение, если наблюдаемый фронт уже прошел начало координат и отрицательное значение в обратном случае.

Таким образом параметр l при этих условиях однозначно определяет любую плоскость в пространстве.

Уравнения плоской волны напишутся совершенно аналогично тому, как это было сделано ранее для частного случая, когда l совпадал с осью x .

Составляющие \vec{E} и \vec{H} по координатным осям будут иметь следующие значения.

Электрическая компонента модули

$$\left. \begin{aligned} E_x &= f\left(t - \frac{l}{v}\right) \\ E_y &= F\left(t - \frac{l}{v}\right) \\ E_z &= G\left(t - \frac{l}{v}\right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots /2/$$

$$v = \frac{c_0}{\sqrt{\mu\epsilon}} \dots \dots \dots /3/$$

Магнитная компонента

$$\left. \begin{aligned} H_x &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (bE_z - cE_y) \\ H_y &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (cE_z - aE_x) \\ H_z &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (aE_y - bE_x) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots /4/$$

Поясним, откуда получается последнее уравнение.

В уравнении Максвелла:

$$-\frac{\mu}{c_0} \frac{\partial H_x}{\partial t} = E_x = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \dots \dots \dots /5/$$

Заменяем производные $\frac{\partial E_z}{\partial y}$ и $\frac{\partial E_y}{\partial z}$ их выражениями

полученными путем дифференцирования ур./2/ по y и по z .

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\frac{b}{v} G'; \quad \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{c}{v} F' \quad /6/$$

После этой замены, интегрирования обеих частей и деления на $-\frac{c_0}{\mu}$ получим из ур./5/

$$A_x = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (bE_z - cE_y) \quad /7/$$

т.е. то, что написано в верхней стороне ур./4/.

Таким же путем получаются и остальные две строки.

§4. Предварительные замечания об отражении плоской волны от безграничной идеально проводящей плоскости и термины.

Если электромагнитная волна встречает на своем пути идеально проводящую поверхность, то она отражается от нее так же, как световая волна отражается от идеального зеркала.

Аналогия между законами распространения радиоволн и световых волн вытекает из того, что и те и другие являются электромагнитными волнами и в этом отношении представляют собой одно и то же явление природы. Поэтому многие выводы и правила могут быть непосредственно взяты из оптики и применены к радиоволнам.

В частности это могло бы быть сделано и в отношении рассматриваемого здесь случая. Однако есть и различие между светом и радиоволнами. Оно обусловлено тем, что световые волны представляют собой микроскопическое явление, длина их соизмерима с размерами атома и на их поведение в различных средах оказывают влияние внутри атомные процессы и почти все оказывают влияние

размеры самой среды, в которой они распространяются. В отношении радио-волн, наоборот, внутри атомные процессы не играют роли, но зато играют роль размеры материальных объектов, так как очень часто эти размеры соизмеримы с длиной волны.

Поэтому, хотя все явления, наблюдаемые при распространении электромагнитных волн радио диапазона известны и из изучения распространения световых волн, тем не менее числовые коэффициенты характеризующие среду оказываются различными в обоих случаях.

Законы распространения электромагнитных волн выводятся путем применения уравнений Максвелла. С математической стороны решение в обоих случаях оказывается очень трудным и поэтому обычно прибегают к той или другой идеализации обстоятельств, предполагая, например (как это мы здесь делаем), что волна плоская, а отражающая плоскость — безгранична. В действительности в природе не может быть плоской волны, потому что это требует чтобы фронт, vznikаемый волной был бы бесконечен во всех направлениях.

Не может быть и безграничной плоскости, которую мы предполагаем в качестве зеркала. Равным образом проводимость вещества из которого сделано зеркало не может быть, как здесь допускается, идеальной. Всякое вещество обладает тем или иным удельным сопротивлением.

Однако этим путем могут быть установлены основные закономерности, управляющие рассматриваемыми явлениями.

Чем ближе практическая обстановка к предположенной идеальной обстановке, тем с большей точностью теоретические выводы совпадают с действительностью.

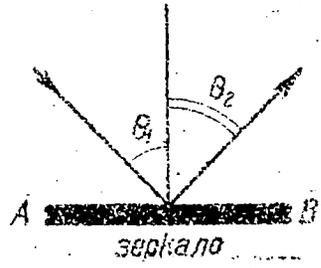
Во многих случаях это совпадение лежит в пределах тех ошибок, которые неизбежны при непосредственном измерении. Идеализированные формулы оказываются непосредственно применимыми для расчетов.

В других случаях можно ввести дополнительные поправки, принимая теоретический результат за первое приближение.

В дальнейшем мы будем пользоваться некоторыми терминами, которые здесь предварительно объясним.

Линия совпадающая с направлением движения волны и проходящая через данную точку называется осью луча, или лучом, исходящим через данную точку. Лучом называется также некоторый объем пространства, ограниченный поверхностью, образуемая которой совпадает с линией движения волны.

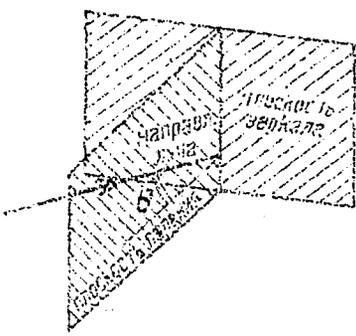
Угол θ_1 (фиг. 7) составляемый лучом с нормалью направленной к зеркалу называется углом падения. Такой-же угол θ_2 , составляемый отраженным лучом с нормалью, направленной от зеркала (фиг. 7), называется углом отражения.



фиг. 7.

Плоскость, проведенная через луч перпендикулярно зеркалу, называется "плоскостью падения луча" (фиг. 8).

Если линия начерченная на бумаге изображает луч, а плоскость бумаги изображает плоскость падения, то зеркало в разрезе изобразится в виде черточки линии АВ (фиг. 9).



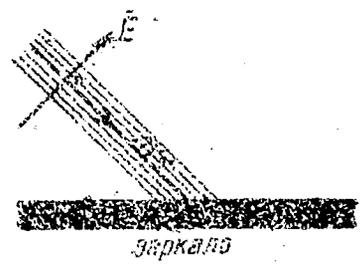
фиг. 8.

Различают следующие случаи:
а/ Когда электрическая сила поля волны параллельна плоскости падения луча, как это по-

казано на фиг. 9. При этом магнитная сила поля разумеется перпендикулярна плоскости падения.

б/ Когда электрическая сила перпендикулярна, а магнитная параллельна плоскости падения луча, как это показано на фиг. 10.

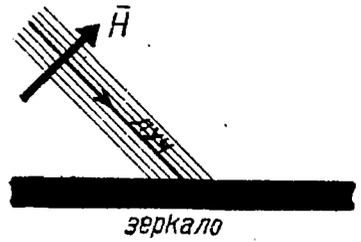
Если электрическая сила наклонена к плоскости падения, то поле может быть представлено как сумма двух волн т.е. а/ а б/.



фиг. 9.

В случае "з" электрическая сила может быть разложена на две составляющих: параллельную E_1 (тангенциальную к зеркалу) и перпендикулярную E_2 (нормальную) к зеркалу (фиг. 11).

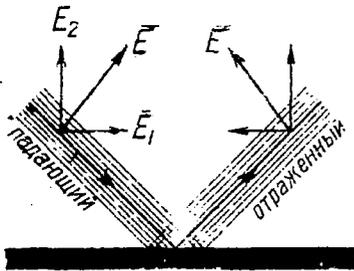
Смысл этого разложения заключается в частности в том, что слагающая, параллельная проводящей поверхности должна быть у самой поверхности зеркала равна нулю, в чем как мы увидим и состоит то пограничное условие, которое имеет место на поверхности идеального зеркала.



Фиг. 10.

§ 5. Отражение в случае, когда электрическое поле перпендикулярно к плоскости падения.

Пусть плоская волна падает на бесграничное идеальное зеркало так, что электрическое поле перпендикулярно плоскости падения, а, следовательно, параллельно зеркалу.



Фиг. 11.

Возьмем координатную систему таким образом, чтобы зеркало проходило через начало координат и совпадало с плоскостью yz а плоскость падения S совпадала бы с плоскостью xz , которая является плоскостью чертежа фиг. 12.

Плоскость фронта волны S составит с координатами x и z некоторый угол, но будет параллельна координате y .

На фиг. 12 фронт волны и зеркало проектируются в виде прямых линий, на плоскость чертежа.

На фиг. 12 фронт волны и зеркало проектируются в виде прямых линий, на плоскость чертежа.

Согласно § 2 слагающие электрической силы в данной точке пространства могут быть выражены через координаты x, y и z этой точки при помощи уравнений

$$\left. \begin{aligned} E_x &= f\left(t - \frac{l}{v}\right) \\ E_y &= P\left(t - \frac{t}{v}\right) \\ E_z &= G\left(t - \frac{l}{v}\right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots / 1/$$

где $l = ox + by + cz;$ $v = \frac{C_0}{\sqrt{\mu\epsilon}} \dots \dots \dots / 2/$

Но в данном частном случае

$$E_x = E_z = 0 \quad / 3/$$

так как электрическая ось перпендикулярна плоскости хz.

Кроме того ни можем ограничиться рассмотрением только луча, лежащего в плоскости хz, так как поведение всех остальных лучей ничем не будет отличаться.

Поэтому можно также положить $y = 0$, Ур. /1/ получит тогда вид:

$$E_y = f\left(t - \frac{l}{v}\right) \quad / 4/$$

где $l = ax + oz \quad / 5/$

из общей формулы

$$\left. \begin{aligned} H_x &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (bE_z - cE_y) \\ H_y &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (cE_x - aE_z) \\ H_z &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (aE_y - bE_x) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots / 6/$$

имея в виду что

$$E_x = E_z = 0 \quad / 3/$$

получим:



$$E_x = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot c E_y$$

$$E_z = +\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot a E_y$$

/17/

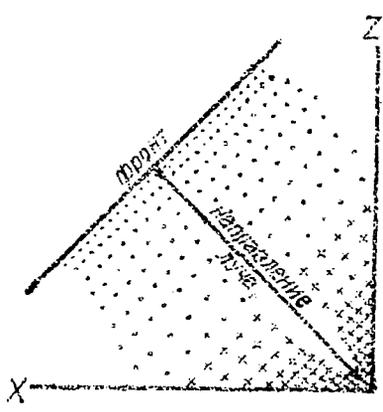
Уравнение Максвелла должно быть удовлетворено во всех точках пространства.

На поверхности зеркала должно быть:

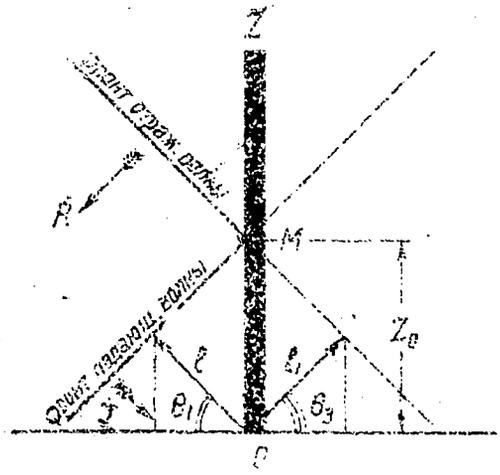
$$E_y = 0$$

/18/

так как электрическое поле не может существовать в



Фиг. 12.



Фиг. 13.

проводника. С другой стороны впереди зеркала $E_y \neq 0$ так как иначе электромагнитной волны не было бы.

Следовательно можно утверждать, что выписанных уравнений не достаточно для описания всего явления. Свидетельство должна существовать еще одна система волн, направленная так, что у поверхности зеркала сумма электрических полей равна нулю.

Отметим компоненты этой второй системы волн и напомним саму "1" ввиду главной задачи и имея в виду, что уравнения §3 должны быть действительными и для волн, принимаем:

$$E_{1y} = f_1(t - \frac{z_1}{c})$$

/19/

где

$$z_1 = a_1 x + c_1 y$$

/20/

$$\left. \begin{aligned} E_{1y} &= -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot c_1 E_{1x} \\ E_{1x} &= +\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot c_1 E_{1y} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots / 11/$$

У поверхности зеркала $x = 0$. Поэтому

$$\left. \begin{aligned} l &= cz_0 \\ l_1 &= c_1 z_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots / 12/$$

С другой стороны

$$E_{1y} + E_y = 0 \quad / 13/$$

вследовательно

$$f_1(t - \frac{l_1}{v}) = -f(t - \frac{l}{v})$$

или

$$f_1(t - \frac{cz_0}{v}) = -f(t - \frac{c_1 z_0}{v}) \quad / 14/$$

Последнее уравнение может быть удовлетворено при условии

$$c = c_1 \quad / 15/$$

Что обозначает (см. § 3), что

$$\cos(z, l) = \cos(z, l_1) \quad / 16/$$

Этот вывод иллюстрируется чертежом фиг. 13. Стрелка с буквой J показывает направление движения падающего луча. Стрелка с буквой B показывает направление отраженного луча.

Фронт волны, проходящий в данный момент через точку M с координатой $x = 0; z = z_0$ показан жирной линией. Расстояние до этой линии от начала координат представляет собой параметр l .

Так как $c = c_1$ то $\cos(z, l) = \cos(z, l_1)$.

Следовательно угол падения θ_1 равен углу отражения θ_2 . Единственное направление вне зеркала, удовлетворяющее этому условию — это направление B показанное на чертеже, также как и соответствующее ему l_1 .

Теперь посмотрим, каково значение магнитного поля у поверхности зеркала. Из фиг. 13 мы видели, что $c = c_1$. С другой стороны из этого же чертежа очевидно, что проекция l_1 на ось x обратна по знаку проекции l .

Поэтому

$$a = -a_1$$

$$H_{1x} = -\sqrt{\frac{2}{\mu}} \cdot c_1 E_{1y}$$

/ 11/

$$H_{1z} = +\sqrt{\frac{2}{\mu}} \cdot a_1 E_{1y}$$

и

$$E_y = -E_{1y}$$

/ 18/

Из уравнений /17/, /11/ и /18/

$$H_{1x} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot c E_y = -H_y$$

/ 19/

$$H_{1z} = +\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot a E_y = H_z$$

Суммируя все сказанное, можем написать следующую таблицу.

| Падающая волна. | Отраженная волна. | Сумма полей на поверхности зеркала (при $x = 0$) |
|--|--|--|
| $E_x = 0$ | $E_{1x} = 0$ | $E_x + E_{1x} = 0$ |
| $E_y \neq 0$ | $E_{1y} \neq 0$ | $E_y + E_{1y} = 0$ |
| $E_z = 0$ | $E_{1z} = 0$ | $E_z + E_{1z} = 0$ |
| $H_x = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} c E_y$ | $H_{1x} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} c E_y$ | $H_x + H_{1x} = 0$ |
| $H_y = 0$ | $H_{1y} = 0$ | $E_y + H_{1y} = 0$ |
| $H_z = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} a E_y$ | $H_{1z} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} a E_y$ | $H_z + H_{1z} = 2H_z$ |

Таким образом: плоская волна, в которой электрическое поле перпендикулярно плоскости падения отражается под углом равным углу падения. Отраженная волна также плоская. У поверхности зеркала электрического поля нет. Магнитное поле имеет двойную величину в направлении проекции луча на плоскость зеркала и отсутствует в других направлениях. Оба луча, как прямой, так и отраженный, а также перпендикуляр к зеркалу в точке падения лежат в одной плоскости.

§5. Общий случай отражения плоской волны от идеального зеркала.

В предыдущем параграфе было показано на самом простом примере каким образом исследуется движение электромагнитной волны при помощи уравнений Максвелла. Здесь мы рассмотрим общий случай отражения от идеально проводящей плоскости, т.е. такой, при которой плоская волна может быть как угодно поляризована, а направление ее движения может составлять произвольный угол с координатными осями. Мы могли бы ограничиться только этим общим случаем, и вывести уравнения §5 из него. Однако, мы предпочли сначала рассмотреть более простой случай что-бы показать с самого начала в наиболее понятной и требующей наименьшего напряжения внимания форме технику применения Максвелловых уравнений. Чтение последующих параграфов, в которых рассматриваются более сложные случаи, не должно встретить никаких особых трудностей, если предыдущий и этот параграфы будут очень хорошо усвоены. Наоборот, дальнейшее будет крайне трудным, если читатель теперь не потратит некоторых усилий для того, чтобы хорошо усвоить как метод, так и технику письма.

Так как по существу в этом параграфе не дается ничего нового, а только усложняется форма, то мы изложим его кратко.

Расположим плоское безграничное зеркало в плоскости xz координатной системы.

Значения y и z на поверхности зеркала ($x = 0$) отметим индексом нуль (y_0, z_0).

Из ур. /Б/ получим при $x = 0$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= F(t - \frac{by_0 + cz_0}{v}) + F_1(t - \frac{b_1y_0 + c_1z_0}{v}) \\ 0 &= G(t - \frac{by_0 + cz_0}{v}) + G_1(t - \frac{b_1y_0 + c_1z_0}{v}) \end{aligned} \right\} \dots /7/$$

Откуда

$$\left. \begin{aligned} F &= -F_1 \\ G &= -G_1 \\ 0 &= C_1 \\ b &= b_1 \end{aligned} \right\} \dots /8/$$

Принимая во внимание, что

$$\left. \begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 &= i^2 \\ a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 &= i_1^2 = i^2 \end{aligned} \right\} \dots /9/$$

найдем

$$a^2 = \pm a_1^2 \quad /10/$$

Выберем знак минус, так как направление движения отраженной волны проектируется на ось x с обратным знаком по сравнению с проекцией падающей волны

$$a_1 = -a \quad /11/$$

Подставив найденные значения из ур. 7, 8 и 10. в ур. /1/ и /4/ и примем во внимание ур. /5/ найдем для $x=0$

| Падающая волна. | Отраженная волна. | Сумма полей у поверхности зеркала. |
|----------------------------|-------------------|------------------------------------|
| $E_x = f(t - \frac{z}{v})$ | $E_{1x} = E_x$ | $E_x + E_{1x} = 2E_x$ |
| $E_y = F(t - \frac{z}{v})$ | $E_{1y} = -E_y$ | $E_y + E_{1y} = 0$ |
| $E_z = C(t - \frac{z}{v})$ | $E_{1z} = -E_z$ | $E_z + E_{1z} = 0$ |

| Падающая волна. | Отраженная волна. | Сумма полей у поверхности зеркала. |
|---|-------------------|------------------------------------|
| $E_x = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (bE_z - cE_y)$ | $H_{1x} = -H_x$ | $H_x + H_{1x} = 0$ |
| $H_y = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (cE_x - aE_z)$ | $H_{1y} = H_y$ | $H_y + H_{1y} = 2H_y$ |
| $H_z = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (aE_y - bE_x)$ | $H_{1z} = H_z$ | $H_z + H_{1z} = 2H_z$ |

при этом: 1/ f , F и G - совершенно произвольные функции; 2/ $l = ax + by + cz$; $l_1 = -ax + by + cz$ угол падения равен углу отражения.

Частный случай, когда \vec{E} перпендикулярно плоскости падения ($\vec{E} \perp \vec{l}$) получится отсюда, если положить $E_x = 0$; $E_y = 0$; $H_y = 0$. Частный случай, когда \vec{E} параллельно плоскости падения получится, если положить $E_y = 0$; $E_z = 0$; $H_x = 0$. Тогда

| Падающая волна. | Отраженная волна. | Сумма полей у поверхности зеркала. |
|--|---|------------------------------------|
| $E_x = f(t - \frac{l}{v})$ | $E_{1x} = f(t - \frac{l}{v})$ | $E_x + E_{1x} = 2E_x$ |
| $H_y = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (cE_x)$ | $H_{1y} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (cE_x)$ | $H_y + H_{1y} = 2H_y$ |

остальные значения (при $x = 0$) - нули.

§7. Фаза отраженной волны.

В предыдущем мы не интересовались, каков вид функций f , F и G определяющих закон изменения полей волны во времени и пространстве.

Рассмотрим теперь несколько подробнее случай, когда

да эти функции представляют собой синус или косинус от аргумента $(t - l/v)$ при чем волна плоскополяризована.

а/ Электрическая сила параллельна плоскости падения.

Пусть зеркало совпадает с плоскостью yz , плоскость падения параллельна xz . Тогда проекция электрической силы на ось y равна нулю и остаются слагающие:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= |E| a \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega l}{v}\right) \\ E_z &= |E| c \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega l}{v}\right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots /1/$$

В отраженной волне, как было показано в предыдущем параграфе

$$E_x = E_{1x}; \quad E_z = -E_{1z} \dots \dots \dots /2/$$

Следовательно отраженная волна выражается уравнением

$$\left. \begin{aligned} E_{1x} &= |E| \cdot a \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega l_1}{v}\right) \\ E_{1z} &= -|E| \cdot c \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega l_1}{v}\right) = +|E| \cdot c \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega l_1}{v} - \pi\right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots /3/$$

Сравнивая ур. /1/ с /3/ мы видим что фаза y составляющей электрического поля, направленной параллельно зеркалу, изменилась на 180° , в то время, как фаза нормальной составляющей осталась без изменения.

б/ Электрическая сила перпендикулярна плоскости падения,

Пусть все ос здесь, как в предыдущем случае, во плоскость поляризации повернулась на 90° , т.ч. E стала параллельна плоскости зеркала.

Тогда $E_x = 0$; $E_z = 0$. С другой стороны у поверхности зеркала $E_y = -E_{1y}$, так как должно быть

$$E_y + E_{1y} = 0 \quad /4/$$

Поэтому, если падающая волна выражалась законом

$$E_y = |E| \cos\left(\omega t - \frac{\omega l}{v}\right) \dots \dots \dots /5/$$

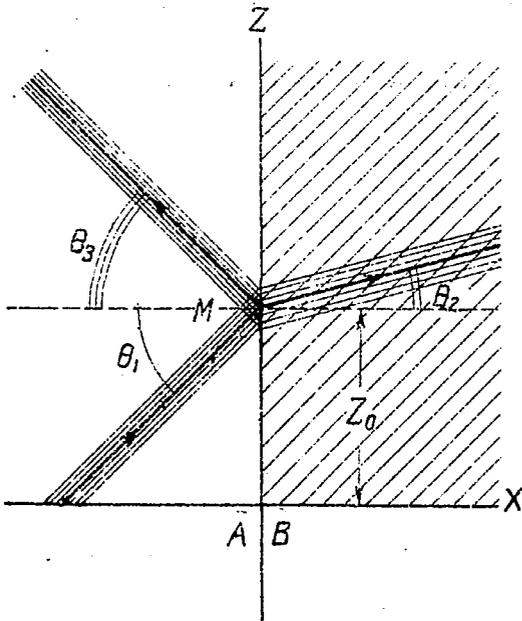
то отраженная выражается

$$E_{1y} = -|E| \cos\left(\omega t - \frac{\omega l_1}{v}\right) \dots \dots \dots /6/$$

и следовательно волна отражается с потерей фазы равной 180° .

§8. Отражение и преломление плоской волны на плоскости раздела двух диэлектриков.

Пусть (фиг. 14) луч плоской волны входит из среды А в среду В с иной диэлектрической постоянной. Будем далее для упрощения письма полагать $\mu = 1$ для всех



Фиг. 14.

сред, с которыми нам придется иметь дело. Это упрощение ни в каком отношении не существенно для выводов. Кроме того оно соответствует реальной обстановке, в которой рассматриваются радио-волны, так как для воздуха и для земной поверхности практически $\mu = 1$.

Когда волна достигнет границы разделяющей обе среды то часть энергии отразится, а другая часть войдет из среды А в сре-

ду В.

На границе сред, т.е. при $X = 0$ на фиг. 14 под действием поля волны не образуется свободных зарядов и поэтому $\text{div } \vec{D} = 0$ т.е. электрическая индукция не претерпевает никакого скачка на поверхности раздела сред А и В.

Этим мы и воспользуемся для анализа. Будем обозначать все величины, относящиеся падающей, преломленной

и отраженной волнам значками 1, 2 и 3 соответственно. Таким образом:

$$\left. \begin{aligned}
 l_1 &= a_1x + b_1y + c_1z \quad (\text{падающий луч}) \\
 l_2 &= a_2x + b_2y + c_2z \quad (\text{преломленный луч}) \\
 l_3 &= a_3x + b_3y + c_3z \quad (\text{отраженный луч})
 \end{aligned} \right\} \dots /1/$$

Электрическая сила нормальная к поверхности зеркала:

$$\left. \begin{aligned}
 E_{1x} &= f_1\left(t - \frac{l_1}{v}\right) \\
 E_{2x} &= f_2\left(t - \frac{l_2}{v}\right) \\
 E_{3x} &= f_3\left(t - \frac{l_3}{v}\right)
 \end{aligned} \right\} \dots /2/$$

Электрическая индукция $D_x = \epsilon E_x$. Так как при $x=0$ она должна быть одинакова на обеих сторонах поверхности раздела, то

$$D_{1x} + D_{3x} = D_{2x} \dots /3/$$

Или, (из ур-ний /2/ и /3/)

$$\begin{aligned}
 \epsilon_1 f_1\left(t - \frac{c_1z_0 + b_1y_0}{v_1}\right) + \epsilon_1 f_3\left(t - \frac{c_3z_0 + b_3y_0}{v_1}\right) &= \\
 = \epsilon_2 f_2\left(t - \frac{c_2z_0 + b_2y_0}{v}\right) &\dots /4/
 \end{aligned}$$

где y_0 и z_0 значения y и z при $x = 0$.

Легко видеть, что эти уравнения могут быть удовлетворены только при условии

$$\frac{c_1}{v_1} = \frac{c_3}{v_1} = \frac{c_2}{v_2}; \quad \frac{b_1}{v_1} = \frac{b_3}{v_1} = \frac{b_2}{v_2} \dots /5/$$

Что же касается направляющего косинуса a , то он может быть выражен через углы θ_1 , θ_2 и θ_3 из следующих соображений. Фиг. 14 дает направление падающего, отраженного и преломленного луча.

В параллель к ней фиг. 15 дает углы между осью x и

направлением параметра l .

Так как $a = \cos(l, x)$ то, как видно из этого чертежа

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \cos \theta_1 \\ a_2 &= \cos \theta_2 \\ a_3 &= \cos(180 - \theta_3) = -\cos \theta_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots /6/$$

Из этого же чертежа следует:

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta_1 &= \cos(l_1, z) \\ \sin \theta_2 &= \cos(l_2, z) \\ \sin \theta_3 &= \cos(l_3, z) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots /7/$$

Откуда и по п.5

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta_1 &= \sin \theta_3 \\ \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} &= \frac{v_1}{v_2} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_1}} : \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_2}} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots /8/$$

Если среда А была пустой, а среда В векторным диэлектриком, то

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c_0}{v_2} = \sqrt{\epsilon_2} = n \dots \dots \dots /9/$$

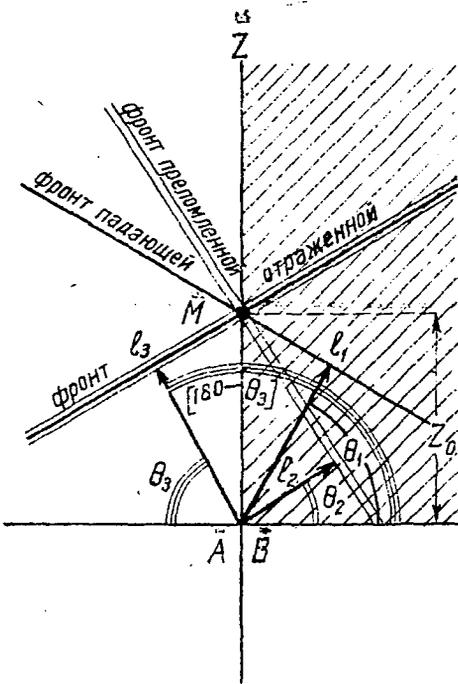
Фиг. 15.

Эта величина называется **показателем преломления** данной среды.

Все три луча - отраженный, преломленный и падающий лежат в одной плоскости, в которой также лежит нормаль к плоскости раздела в точке падения луча.

Весьма важным является также число, показывающее какая доля энергии отразилась от диэлектрика. Если квадратный из этого числа мы будем называть коэффициентом отражения и обозначать буквой r .

Для определения коэффициента отражения надо под-



считать энергию, проходящую через элемент на плоскости раздела между А и В.

Выделим некоторый элементарный луч, который проходя через плоскость раздела, дает в сечении площадку dS (фиг. 16).

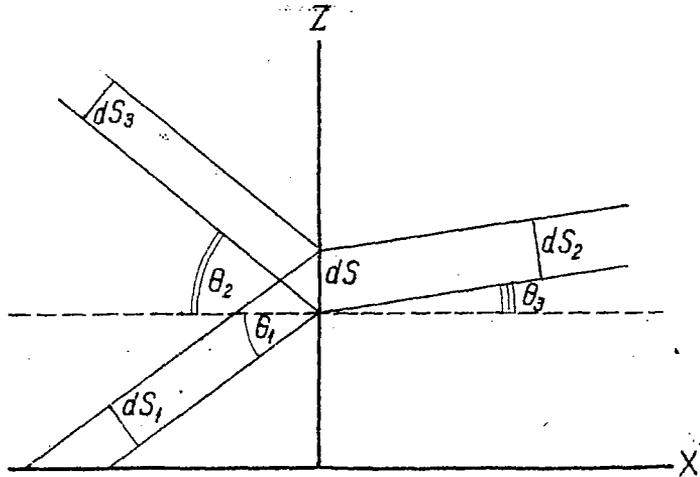
Разеечем этот луч, а также отраженный и преломленный лучи плоскостями перпендикулярными их направлению.

В сечении получатся площадки dS_1 , dS_2 и dS_3 . Так как грани лучей параллельны (вследствие того, что волна плоская), то

$$\left. \begin{aligned} dS_1 &= dS \cdot \cos\theta_1 = dS \cdot a_1 \\ dS_2 &= dS \cdot \cos\theta_2 = dS \cdot a_2 \\ dS_3 &= dS \cdot \cos\theta_3 = -dS \cdot a_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots / 10/$$

Количество энергии, проходящее через каждую из этих трех площадок, определится модулем вектора Пойнтинга.

Так, например, для падающего луча количество переносимой энергии через площадку dS будет



Фиг. 16.

$$\frac{c}{4\pi} \cdot dS \cdot E_1 \Big|_{x=0} - H_2 \Big|_{x=0} \dots \dots \dots / 11/$$

где $E_1 \Big|_{x=0}$ и $H_1 \Big|_{x=0}$ электрическая и магнитная сила в падающем луче у поверхности раздела (при $x = 0$).

Так как $H_1 \Big|_{x=0} = \sqrt{\epsilon_1} \cdot E_1 \Big|_{x=0}$ а $dS_1 = dS \cdot a_1$ то как для падающего луча, так и для отраженного и преломленного действительно следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{Падающий луч} \quad P_1 &= \frac{C_0}{4\pi} \sqrt{\epsilon_1} \cdot a_1 \cdot \frac{E_1^2}{x=0} \cdot dS \\
 \text{Преломленный луч} \quad P_2 &= \frac{C_0}{4\pi} \sqrt{\epsilon_2} \cdot a_2 \cdot \frac{E_2^2}{x=0} \cdot dS \\
 \text{Отраженный луч} \quad P_3 &= \frac{C_0}{4\pi} \sqrt{\epsilon_3} \cdot a_3 \cdot \frac{E_3^2}{x=0} \cdot dS
 \end{aligned} \right\} \dots /12/$$

Отсюда коэффициент отражения r

$$r = \sqrt{\frac{P_3}{P_1}} = \frac{\frac{E_3^2}{x=0}}{E_1} \dots /13/$$

Кроме того очевидно, что количество энергии в падающем луче равно сумме энергий в преломленном и отраженном

$$P_1 = P_2 + P_3 \dots /14/$$

Отсюда получаем:

$$1 - r^2 = \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{\frac{E_2^2}{x=0}}{\frac{E_1^2}{x=0}} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \dots /15/$$

Уравнение 15 позволит определить r , если известно отношение между $\frac{E_1}{x=0}$ и $\frac{E_2}{x=0}$, что и будет сделано в следующих параграфах для двух случаев, а именно:
 а/ когда электрическое поле волн перпендикулярно плоскости падения и б/ когда оно параллельно плоскости падения.

§9. Коэффициент отражения в случае волн, электрическое поле которой перпендикулярно плоскости падения.

В этом случае электрическое поле направлено вдоль оси y и

$$E = E_y \dots /1/$$

У поверхности разграничивающей среды ($x = 0$) электрический заряд будет в каждый момент иметь одно и то же значение, как в среде А, так и в среде В

$$\frac{E_1}{x=0} + \frac{E_3}{x=0} = \frac{E_2}{x=0} \quad /2/$$

Отсюда

$$1 + \frac{E_3}{x=0} = \frac{E_2}{x=0} \quad /3/$$
$$\frac{E_1}{x=0} = E_3$$

или

$$\frac{x=0}{x=0} = 1 + r^2 \quad /4/$$
$$\frac{E_1}{x=0}$$

Имея в виду, что

$$\alpha_1 = \cos \theta_1$$

§8, ур./6/

$$\alpha_2 = \cos \theta_2$$

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

§8, ур./8/

$$n_1 = \sqrt{\epsilon_1}; \quad n_2 = \sqrt{\epsilon_2} \dots \quad \text{§8, ур./9/}$$

подставим эти значения в ур. /15/ § 8:

$$1 - r^2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \frac{E_2}{x=0}}{E_1}{x=0}} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

и после несложных преобразований получим:

$$r = \frac{\left(\cos \theta_1 - \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \theta_1} \right)}{\left(\cos \theta_1 + \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \theta_1} \right)} \quad /5/$$

Это уравнение связывает коэффициент отражения с углом падения θ_1 и коэффициентами преломления n_1 и n_2 в среде А и в среде В.

При $\theta = 0$ $\cos\theta = 1$, а $\sin\theta = 0$; тогда:

$$r = \frac{1 - \frac{n_2}{n_1}}{1 + \frac{n_2}{n_1}} \dots \dots \dots /6/$$

Если n_2 очень велико по сравнению с n_1 , то

$$r = 1$$

Если n_2 очень мало по сравнению с n_1 , то также

$$r = 1$$

В обоих случаях практически вся энергия отражается.

Если $n_1 = n_2$, то

$$r = 0 \dots \dots \dots /7/$$

т.е. вся энергия из среды А переходит в среду В.

§ 10. Коэффициент отражения в случае волн, электрическое поле которой параллельно плоскости падения.

В этом случае слагающая \vec{E} по оси y равна нулю. Магнитное поле направлено вдоль оси y , а

$$H = H_y \dots \dots \dots /1/$$

Удобнее воспользоваться в данном случае магнитным полем и заменить в уравнении /15/ §8 E через H , имея

в виду, что $E = \frac{H}{\epsilon}$, так что

$$r = \frac{E_3}{E_1} = \frac{H_3}{H_1} \dots \dots \dots /2/$$

Уравнение /15/ §8 примет вид

$$1 - r^2 = \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}}{\dots} \dots \dots /3/$$

Так как магнитное поле не испытывает скачков на по

верхности раздела, то поле с одной и с другой стороны отой поверхности при $x = 0$ в каждый момент одинаково.

Следовательно

$$\bar{n}_1 \Big|_{x=0} + \bar{n}_3 \Big|_{x=0} = \bar{n}_2 \Big|_{x=0} \quad /4/$$

Далее вывод тот же, что в предыдущем случае. Окончательно:

$$r = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cos^2 \theta_1 - \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \sin^2 \theta_1}}{\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cos^2 \theta_1 + \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \sin^2 \theta_1} \quad /5/$$

При $\theta = 0$

$$r = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2}{\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 + \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2} \quad /6/$$

Если $n_2 \gg n_1$, то

$$r = 1 \quad /7/$$

Если $n_2 \ll n_1$, то, так как второй степенью числителя дроби можно пренебречь по сравнению с первой степенью

$$r = 1$$

При $n_1 = n_2$

$$r = 0.$$

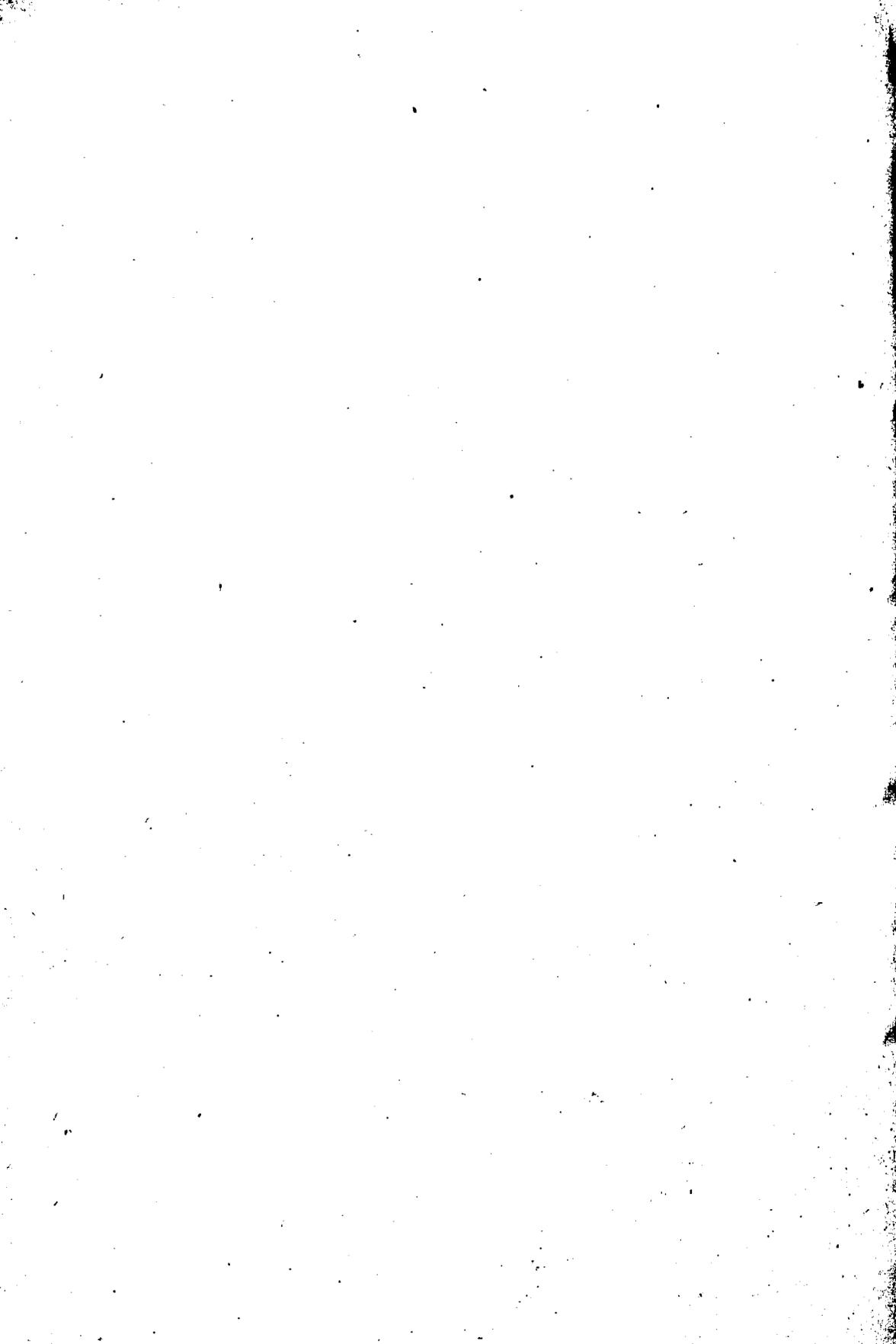




Цена 1 руб. ~~25~~ коп.

35к

СКЛАД ИЗДАНИЙ
Ленинград, Мойка, 61.
ИЗДАТЕЛЬСКАЯ КОМИССИЯ
ЛЭУКС





H

5359
N1