Математика не для ЕГЭ

Е. К. Белый

Вредная геометрия

Учебное пособие для учащихся средних школ

Петрозаводск
Издательство ПетрГУ
2017

УДК 514.01
ББК 22.151
Б439

Рецензенты:
С. С. Платонов, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа ПетрГУ;
П. В. Дружинин, доктор экономических наук, ведущий научный сотрудник Отдела моделирования и прогнозирования регионального развития института экономики КарНЦ РАН

Белый, Евгений Константинович.
Б439 Вредная геометрия : учебное пособие для учащихся средних школ / Е. К. Белый. – Петрозаводск : Издательство ПетрГУ, 2017. – 34, [2] с. – (Математика не для ЕГЭ).
ISBN 978-5-8021-3207-4

В книге в форме рассказа разобрано несколько классических геометрических софизмов, исследование которых способствует развитию логического мышления учащихся.
Учебное пособие адресовано ученикам и учителям средней школы, а также всем, кто интересуется математикой.

ISBN 978-5-8021-3207-4

УДК 514.01
ББК 22.151

Содержание

Геометрия – это искусство делать правильные выводы
по неправильным чертежам.
Евклид

Предисловие

$\boxed{\Rightarrow 13}$ *Дорогой читатель! Эта книга посвящена особому классу задач, который называют «софизмами». Суть их в том, что требуется найти ошибку в заведомо ложном доказательстве. Последнее иногда оказывается довольно сложно. Не случайно с греческого «софизм» можно перевести как хитрая выдумка, уловка. Некоторые софизмы возникли еще в античном мире, скорее всего в результате ошибок в серьезных рассуждениях. Но история происхождения большей их части навсегда останется тайной. В конце XIX в. замечательный российский педагог и популяризатор математики Василий Иванович Обреимов, будучи преподавателем математики и физики Екатеринбургской мужской Его Императорского Величества гимназии, начал собирать такого рода задачи. В 1884 г. увидело свет первое издание его сборника «Математические софизмы» [1], а в 1911 г. вышла книга А. А. Лямина, преподавателя Московского коммерческого училища М. А. Паршина, «Математические парадоксы и интерес-*

ные задачи для любителей математики» [2], в которой автор сделал попытку «собрать в одно целое лучшие из тех разнообразнейших интересных задач, которые большей частью разбросаны в многочисленных учебниках, задачниках и журналах, а часто даже просто передаются изустно» [2, с. 3]. В 1953 г. опубликовано первое издание книги Якова Семеновича Дубнова «Ошибки в геометрических доказательствах» [3], в которой разобрана большая часть геометрических софизмов из вышеперечисленных книг и дана классификация ошибок в геометрических доказательствах. В 1962 г. издана на русском языке книга известного немецкого популяризатора математических знаний Карла Юлиуса Вальтера Литцмана «Где ошибка?» [4]. Справедливости ради заметим, что первый вариант книги на русском языке вышел еще до 1917 г. в соавторстве с датским математиком Вигго Триером и переиздавался несколько раз, начиная с 1919 г. Разумеется, софизмы в той или иной мере рассматривались и в других учебных пособиях. Мы отметили здесь только самые значительные работы.

Зачем нужны такие задачи? На этот вопрос ответил в предисловии к своей книге сам Литцман: «Серьезное значение изучения ошибок и софизмов для воспитания математического мышления, как кажется автору, еще недостаточно *осознано. Не только учитель должен иметь дело с ошибками, которые делают его ученики; сами учащиеся зачастую научаются большему на примере разъясненной ошибки, чем даже при правильном выполнении по готовым образцам задач и упражнений» [4, с. 7].*

В этой книге мы рассмотрели всего четыре геометрических софизма, преследуя довольно скромную цель: вернуть внимание педагогического сообщества к классу задач, незаслуженно забытых в большинстве современных школ. Материал изложен в форме рассказа. Объяснения ошибок мы сознательно не приводим, поскольку, сразу прочитав их, мало кто захочет взять на себя труд тщательно проверить построения с циркулем и линейкой. При желании читатель может обратиться к одному из перечисленных учебных пособий, например Я. С. Дубнова [2].

Автор выражает благодарность всем, кто проявил интерес к данной серии книг. Любые замечания и предложения вы можете, как и ранее, направлять по адресу: ***belyi@petrsu.ru****.*

Евгений Белый

Декабрь 2017

С чего все началось

$\boxed{4 \Leftrightarrow 13}$ Вася уже выскочил в коридор, когда его поймал за рукав пиджака Гриша.

– Стой, Кошкин. Ты это... в кружок ходишь? При НИИ.

– И что? – пытаясь вырваться, спросил Вася.

Гриша, не ослабляя захвата, подвел его к окну, дабы уклониться от полного жизненной энергии, сметающего все на своем пути школярского потока в полном соответствии с законами гидродинамики стремительно мчащегося вниз к выходу.

– Эта... Воробьева заболела, Зина. А ей в пятницу доклад делать на математическом вечере. Через неделю. По этой... геометрии. Соображаешь?

Вася бросил грустный взгляд в окно на залитый ослепительным солнечным светом школьный двор, на приветливо машущие ему листвой березы и машинально ответил:

– Не очень.

– Честь спасать надо!

– Чью? – простодушно спросил Вася.

– Вашего класса! 9-го «б». Ответственное мероприятие срывается, – теряя терпение, выпалил Гриша.

– А я тут при чем?

За окном, радостно вертя хвостом, носился любимец детворы дворовый пес Макарий, черный с кончиков ушей до пят, но со светлой душой, всегда счастливый и беззаботный. Вышла на крыльцо Лена Синичкина...

– Ты, говорят, в этом деле мэтр, – не отставал Гриша.

– Километр, – отшутился Вася.

– Так вот, километр, доклад сделаешь ты! И времени на подготовку у тебя уйма. Это... целая неделя, – уже спокойно закончил мысль Гриша.

– Говоришь, по геометрии. А на какую тему? – спросил, еще не потерявший надежду улизнуть Вася.

Доклады он не любил даже слушать, не то что делать самому.

– Все равно!

– Все равно, – задумчиво повторил Вася и впервые с интересом посмотрел на Гришу. – А что, неплохая идея. Похоже, я тебя недооценивал.

И уже совсем миролюбиво закончил:

– Заметано, в следующую пятницу буду.

Гриша ослабил захват, и Васю унес поток.

Президенту показалось подозрительно то, что обычно упрямый Вася как-то уж слишком быстро сдался, но он отнес этот факт на счет своего организаторского таланта. Об этом таланте мы коротко, пока нам никто не мешает, расскажем. Ученик 10-го «а» президент Школьной Академии Гриша Тарасенко был невероятно целеустремленным человеком. Точнее стал таким после того, как появилась достойная цель. В раннем детстве он хотел быть директором шоколадной фабрики и даже коллекционировал фантики, потом мечтал стать олигархом, сантехником, ревизором... Затем мечты стали мелькать совсем быстро, сменяя одна другую, как узоры в детском калейдоскопе. Однажды он даже мечтал о карьере Фреди Крюгера. Это было в пионерском лагере, летом, после того как товарищи по отряду устроили ему «темную». И тогда же он задумался о депутатской неприкосновенности. К осени идея созрела, как положенный в валенок помидор, и Гриша стал часами сидеть у зеркала, тренируя глубокомысленное выражение лица мудрого политика. Но пока это были лишь фантазии. Мечта становится целью только после того, как человек начнет что-то предпринимать для ее осуществления.

И вот однажды на школьный вечер был приглашен старенький академик, закончивший эту школу еще до Всемирного потопа. Никто уже не помнит, о чем он говорил, но его рассказы пробудили в Грише новую, настоящую мечту: стать академиком. Уважение, почет, хорошая зарплата, пол жизни проходит на конференциях и симпозиумах в самых экзотических частях света. К тому же депутатов не всегда выбирают, директоров иногда снимают и даже сажают, а академик – это навсегда! Осталось только решить, каким академиком быть лучше. Пожалуй, таким, который руководит другими, т. е. указывает им, когда и какие открытия надо делать. Идея так увлекла Гришу, что он в кратчайшие сроки заметно подтянулся в учебе. А насчет формулировки проблем теперь Грише просто не было равных. Так, все старшеклассники знают, что «кинетическая энергия равна половине произведения массы на квадрат скорости», но только у Гриши возник вопрос, куда девается другая половина. Очень кстати РОНО спустило в школу депешу Минобраза о необходимости приобщать учащихся к научно-исследовательской работе. Поскольку, как это делать, никто точно не знал, в кабинете директора собрали совещание с участием администрации и старост старших классов.

Гриша тогда как раз был старостой. Вот он и предложил первым делом создать научное общество и самим фактом его существования обозначить наличие науки в школе. Общество Гриша предложил назвать Высшей Школьной Академией, но собрание решительно отклонило это название, заметив, что его аббревиатура напоминает одно очень несимпатичное насекомое. И общество назвали просто Школьной Академией (ША). Говорят, «как корабль назовешь, так он и поплывет». В действительности больше всего копий ломается не вокруг вопросов: «как корабль назвать?» или «как он поплывет?». Гораздо важней: «кто будет капитаном?». И тут Грише снова повезло, его избрали президентом ША за инициативность и еще потому, что другие не хотели. Теперь Гриша отвечал за проведение всех математических и физических вечеров, оформление презентаций по естественно-научной тематике и тьму других мероприятий.

Васины теоремы

Тот, кто хорошо знает Васю, сейчас мне не поверит, однако его и вправду увлекла навязанная тема и он с головой окунулся в работу. Математикой Вася занимался только потому, что она ему нравилась. И тут уж было не до шуток. Он отобрал из своей большой, «накачанной» из Интернета библиотеки несколько подходящих книг и сел за чертежи, ловко орудуя циркулем, деревянными линейками и угольником. Все заметили, что даже на уроках Вася стал какой-то рассеянный. За работой незаметно пролетела неделя, и наконец настала пятница.

В белой рубашке и при галстуке Вася уверенно взобрался на сцену в просторном актовом зале. Центральную часть занимала специально заказанная для таких случаев большая переносная классная доска. Как и положено настоящему оратору, он внимательно осмотрел аудиторию. Первые ряды заполнил весь цвет школьной науки и... Лена Синичкина. Когда Вася громко объявил тему доклада – «Все равно!», по залу прокатился ропот. Похоже, тема вызвала у публики недоумение. Гриша почувствовал, что теряет контроль над ситуацией. Однако делать было нечего. Тем временем ничуть не смутившийся докладчик сформулировал первую теорему.

Т1. Все углы прямые

$\boxed{12 \Leftrightarrow 18}$ Поскольку любой острый угол является дополнением до 180^o некоторого тупого угла, то достаточно доказать, что любой тупой угол равен прямому. Для доказательства построим отрезок AB. От левого конца отрезка проведем луч под прямым углом, а от правого под тупым (рис. 1). На лучах отложим равные отрезки AC и

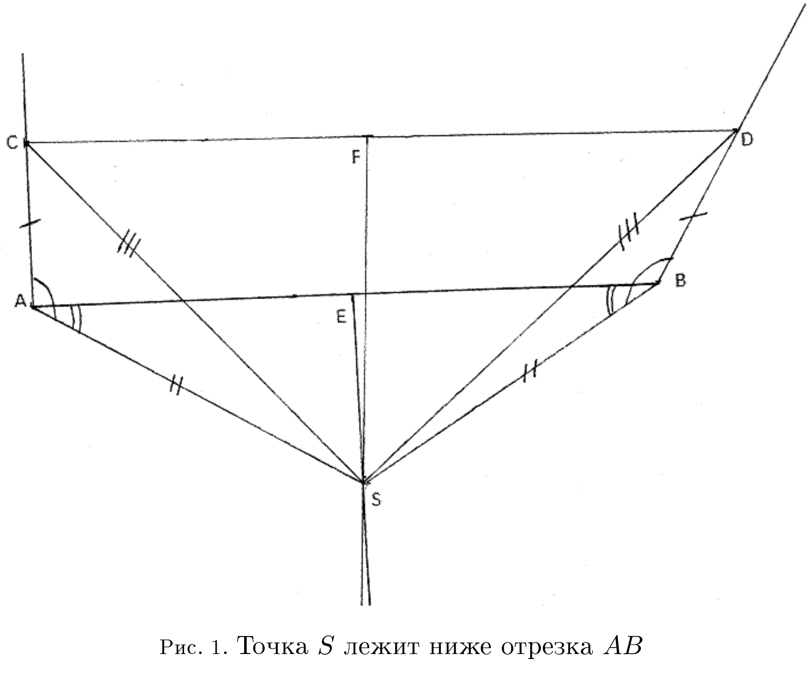

Рис. 1. Точка S лежит ниже отрезка AB

BD соответственно. Докажем, что $\angle CAB = \angle DBA$. Соединим точки C и D отрезком прямой. Проведем перпендикуляры через середины отрезков AB и CD. Точку их пересечения обозначим S.

1) Пусть точка S лежит ниже прямой AB. Тогда $|AC| = |BD|$ по построению. $|CS| = |DS|$, поскольку точка S лежит на перпендикуляре, проходящем через середину отрезка CD. $|AS| = |BS|$, поскольку точка S лежит на перпендикуляре, проходящем через середину отрезка AB. Таким образом, треугольники ACS и BDS равны по трем сторонам. В равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы: $\angle CAS = \angle DBS$. Кроме того, имеет место равенство $\angle BAS = \angle ABS$ для двух углов при основании равнобедренного треугольника ABS. Вычитая из равных углов равные: $\angle CAB = \angle CAS - \angle BAS$ и $\angle DBA = \angle DBS - \angle ABS$, получим равные. Следовательно, $\angle CAB = \angle DBA$, что и требовалось доказать. В силу произвольности тупого угла $\angle DBA$ делаем вывод, что любой тупой угол равен прямому. Поскольку любой острый угол является дополнением тупого до 180^o, т. е. до двух прямых углов, все острые углы также равны прямому. **Теорема доказана.**

– Постой, а если перпендикуляры пересекаются выше отрезка CD? – вмешался отличник из 10-го «а» Лева Мухин.

– Этого не может быть, но, если желаете, рассмотрим и такой случай.

Вася набросал на доске новый чертеж (рис. 2):
– Итак,

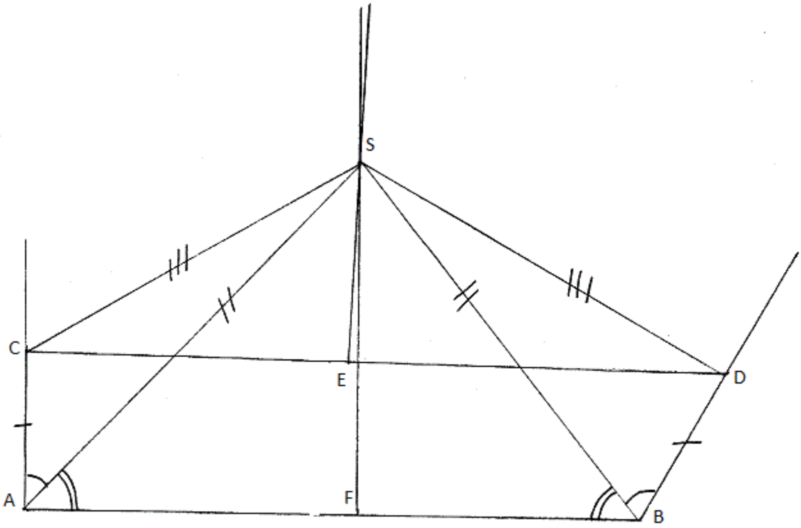

Рис. 2. Точка S лежит выше отрезка CD

2) точка S лежит выше прямой CD. Треугольники ACS и BDS снова равны по трем сторонам. $\angle CAS = \angle DBS$ как углы равных треугольников, лежащие против равных сторон. $\angle BAS = \angle ABS$ как углы при основании равнобедренного треугольника ABS. Тогда

$$\begin{cases} \angle CAS = \angle DBS \\ \angle BAS = \angle ABS \end{cases} \Rightarrow \angle CAB = \angle DBA,$$

поскольку суммы равных равны.

– Еще один случай не учли, – заметил Мухин. – Если точка S лежит внутри четырехугольника $ABDC$.

– Пожалуйста, – согласился как никогда покладистый Вася и набросал еще один чертеж (рис. 3).

– Теперь:

3) точка S лежит внутри четырехугольника $ABDC$. Ход

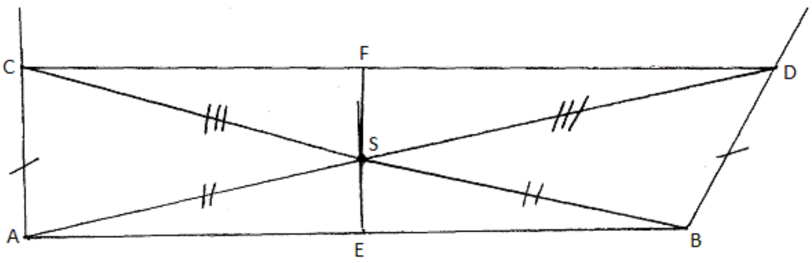

Рис. 3. Точка S лежит внутри треугольника $ABDC$

доказательства полностью повторяет предыдущий.

– Остался еще один случай. Точка S лежит на одном из отрезков: AB или CD, – заметила Катя Кузина.

– Если точка пересечения перпендикуляров лежит на одном из этих отрезков... – Вася на минуту задумался.

– Прямые,

4) имеющие две общие точки, совпадают. Если точка S лежит на AB или CD и отлична от основания соответствующего перпендикуляра, то перпендикуляр совпадет

с отрезком, через середину которого он проведен. Это никуда не годится. Остается случай, когда точка S совпадает с основанием одного из перпендикуляров и прямые ES и FS совпадают (рис. 4). Тогда равенство углов $\angle CAB$

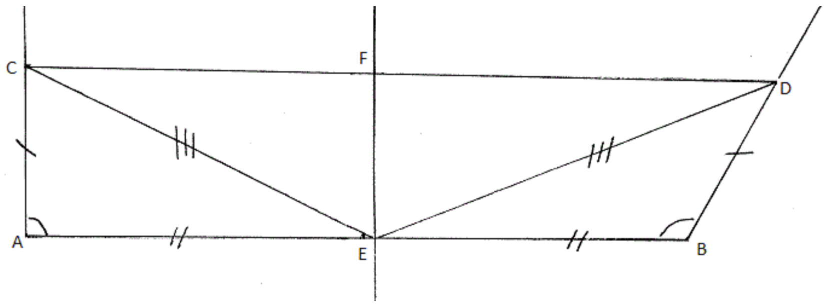

Рис. 4. Перпендикуляры совпадают

и $\angle DBA$ следует из равенства треугольников ACE и BDE. Пожалуй, мы рассмотрели все возможные случаи.

По залу опять прошел ропот.

– Это все неверно, – хмуро заметил Гриша.

– Тогда где ошибка?

– Не знаю, но все, что ты тут доказал, противоречит тому, что мы видим.

– Или укажи ошибку, или помолчи, – решительно отрезал Вася и перешел к следующей теореме.

Т2. Все треугольники правильные

$\boxed{13 \Leftrightarrow 23}$ Достаточно доказать, что в любом треугольнике любые две стороны равны. Возьмем произвольный треугольник ABC (рис. 5) и докажем, что любые две его стороны, например AC и BC, равны.

Доказательство: Проведем биссектрису $\angle ACB$. Если бис-

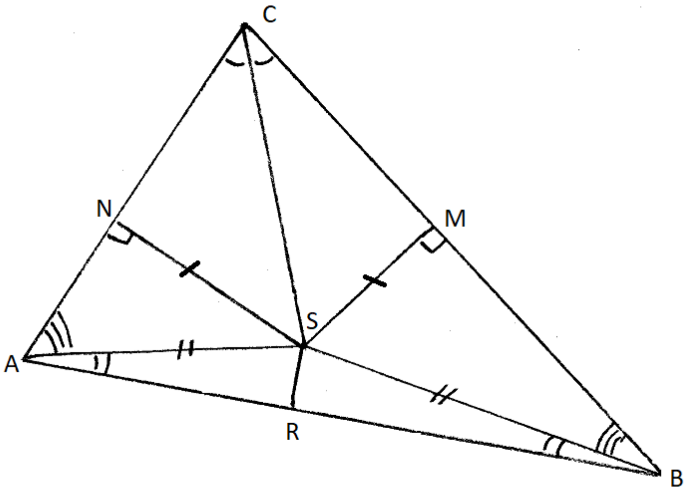

Рис. 5. Точка S лежит внутри треугольника ABC

сектриса перпендикулярна стороне AB, она одновременно является высотой. В этом случае треугольник ABC равнобедренный и $|AC|= |BC|$. Если биссектриса не перпендикулярна AB, она будет пересекать перпендикуляр, проведенный к отрезку AB через его середину в некоторой точке S.

1) Пусть точка S лежит внутри треугольника ABC (см. рис. 5). Соединим точку S с концами отрезка AB и опустим из нее перпендикуляры SN и SM соответственно на стороны AC и BC. Рассмотрим треугольники CNS и CMS. Поскольку точка, лежащая на биссектрисе, одинаково удалена от его сторон, отрезки SN и SM равны. Кроме того, треугольники имеют общую гипотенузу CS. Следовательно, прямоугольные треугольники CNS и CMS равны по катету и гипотенузе. Отсюда $|CN|= |CM|$. Так как точка S лежит на перпендикуляре, проведенном через середину отрезка AB, она одинаково удалена от его концов: $|AS|= |BS|$. Прямоугольные треугольники SAN и SBM равны по катету и гипотенузе. Значит, $|AN|= |BM|$.

$$\begin{cases} |CN|= |CM| \\ |AN|= |BM| \end{cases} \Rightarrow |AC|= |BC|.$$

2) Теперь пусть точка S лежит ниже стороны AB (рис. 6), но опущенные из нее перпендикуляры N и M снова лежат на сторонах AC и BC соответственно. Остается только повторить проделанные выше доказательства: доказать равенство треугольников CNS и CMS, затем SAN и SBM. Поскольку $|AC|= |AN|+|CN|$ и $|BC|= |BM|+|CM|$, мы

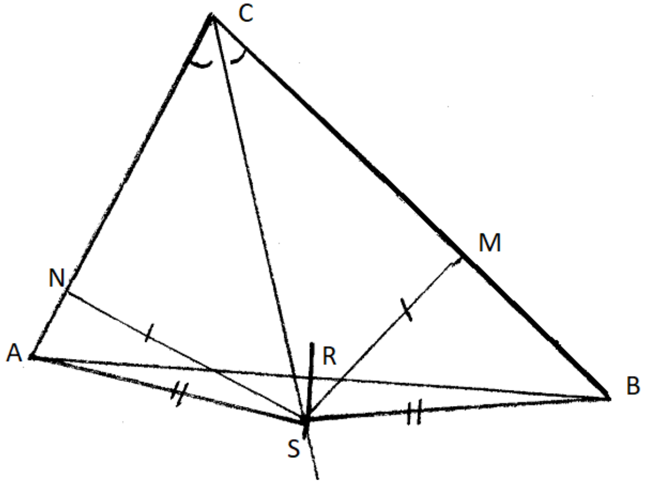

Рис. 6. Точка S лежит вне треугольника ABC

снова придем к равенству $|AC|=|BC|$.

3) Рассмотрим последний случай, когда основания перпендикуляров N и M лежат на продолжениях сторон AC и BC (рис. 7). Также доказываем равенство треугольников CNS и CMS, затем SAN и SBM. В общем все то же, только теперь $|AC|=|CN|-|AN|$ и $|BC|=|CM|-|BM|$. Откуда неизбежно следует $|AC|=|BC|$. В силу произвольности рассмотренного треугольника и его сторон, мы делаем вывод, что у любого треугольника любые две его стороны равны. Таким образом, все треугольники правильные. **Теорема доказана.**

– Ты что, хочешь нам всю геометрию испортить! – воз-

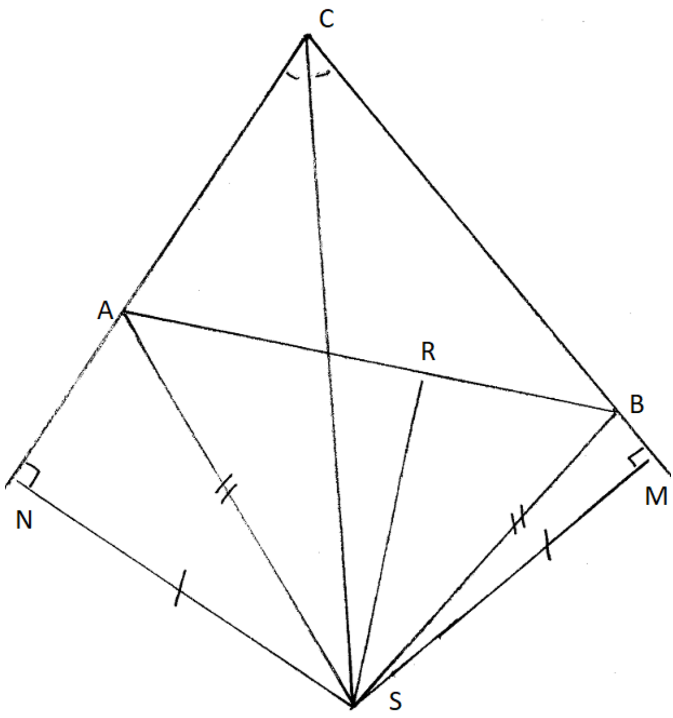

Рис. 7. Основания перпендикуляров лежат на продолжении сторон

мутился Гриша. – Мне достаточно взять в руки линейку, чтобы убедиться, что все сказанное тобой – чушь!

– В геометрии истина доказывается, и ты пока не опроверг ни одного моего доказательства.

– А практика больше не критерий истины? – не унимался Гриша, чувствуя, что его научный авторитет тает, как снег под лучами солнца.

– Практика, это хорошо, но как ты с линейкой полезешь в бескрайние просторы Вселенной. Да и пространство там кривое. Тут другой инструмент нужен. Тот, что в голове.

– Ошибку надо искать, – резонно заметил Мухин.

– А если ошибки нет? – робко спросила Катя.

– Хуже не придумаешь, – Мухина даже передернуло. – Тогда теория противоречива и мы напрасно потратили лучшие годы на изучение геометрии.

– А может, проще признать, что Вася – жулик, и на этом успокоиться, – предложила Катя.

– Зачем успокаиваться, – угрюмо пробурчал Веня Бучиков. – Я читал, раньше шулеров канделябрами били.

– Вечер... Канделябры... Как это было романтично, – мечтательно протянула Синичкина.

– Мысль убить нельзя, – предостерег товарищей от опрометчивого поступка Вася, – и презумпцию невиновности никто пока не отменял.

В зале стало шумно. Гриша посмотрел на сидевшую в первом ряду Ларису Николаевну. Она еле сдерживала смех, но молчала. По давно установившейся традиции на тематических вечерах учителя брали слово только на заключительном этапе дискуссии. Когда шум стих, Гриша попробовал взять реванш:

– Тогда и все отрезки равны.

– Вот именно! – охотно поддержал его Вася и сформулировал следующую теорему.

Т3. Все отрезки равны

$\boxed{18 \Leftrightarrow 26}$ Для доказательства берем два произвольных отрезка AB и CD. От произвольной точки S проводим два луча, как показано на рис. 8. На лучах от точки S отло-

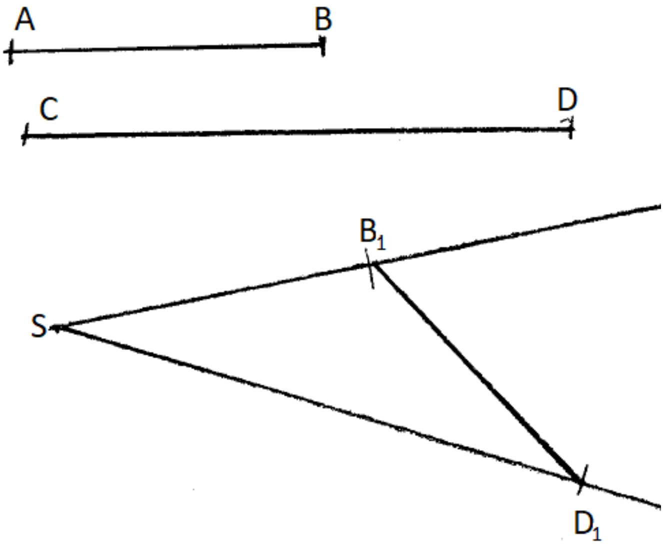

Рис. 8. $|AB|= |SB_1|$ и $|CD|= |SD_1|$

жим отрезки SB_1 и SD_1, равные AB и CD соответственно. Все выполняется при помощи циркуля и линейки. Соединив точки SB_1 и SD_1 отрезком прямой, получим треугольник ABC. Согласно только что доказанной нами теореме 2, все треугольники правильные. Значит, $|SB_1|=|SD_1|$, откуда следует: $|AB|=|CD|$. **Теорема доказана.**

– Ошибку надо искать, – повторил Мухин.

– Если докладчик не возражает, могу высказать свои соображения, – хитро улыбаясь, вмешался в дискуссию лучший математик школы ученик 11-го «а» Витя Бурыгин.

Гриша с надеждой посмотрел на потенциального спасителя. Одиннадцатиклассник быстро подошел к доске и, заговорщически подмигнув Васе, сходу начал:

– Как в первой, так и во второй теореме мы исходили из того, что перпендикуляр к кривой и наклонная имеют точку пересечения. Всегда ли это так?

Витя нарисовал две сходящиеся прямые (L_1 и L_2 на рис. 9), взял на каждой по точке (A_1 и B_1) и соединил их отрезком прямой.

– Сейчас выясним, могут ли прямые L_1 и L_2 иметь общую точку S. Рассмотрим углы α_1 и β_1, образованные прямыми L_1 и L_2 с отрезком A_1B_1 и лежащие по одну сторону от него. Если $\alpha_1 + \beta_1 = 180^o$, прямые L_1 и L_2 параллельны и не имеют точки пересечения. Если $\alpha_1 + \beta_1 > 180^o$, то прямые не могут пересечься по эту сторону от A_1B_1, так как в таком случае сумма углов треугольника A_1B_1S

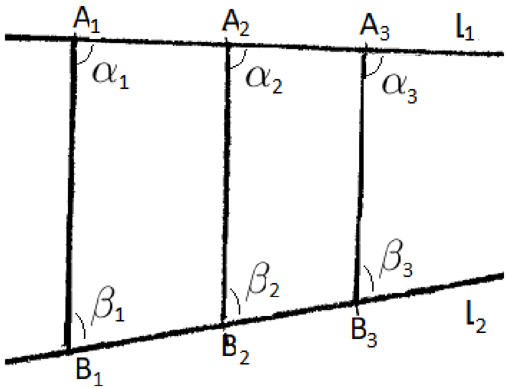

Рис. 9. Прямые A_1A_3 и B_1B_3 не пересекаются

будет больше 180^o. Теперь пусть $\alpha_1 + \beta_1 < 180^o$. На графике эти углы расположены по правую сторону от A_1B_1. Отложим от точек A_1 и B_1 отрезки A_1A_2 и B_1B_2, равные половине длины отрезка A_1B_1. Отрезки A_1A_2 и B_1B_2 не могут пересекаться ни в какой точке S, так как тогда сумма сторон A_1S и B_1S треугольника A_1B_1S будет меньше стороны A_1B_1. Соединим точки A_2 и B_2 отрезком прямой. Поскольку сумма углов четырехугольника $A_1A_2B_2B_1$ равна 360^o, а сумма $\alpha_1 + \beta_1 < 180^o$, легко убедиться, что $\alpha_2 + \beta_2 < 180^o$. Отложим на прямых L_1 и L_2 от точек A_2 и B_2 отрезки A_2A_3 и B_2B_3, равные половине A_2B_2. Точно так же отрезки A_2A_3 и B_2B_3 не могут пересекаться ни в какой точке S. Процесс можно продолжать бесконечно,

и мы никогда не придем к точке пересечения.
С этими слова Витя покинул сцену. Гриша проводил его взглядом, как предателя, а Вася, пока никто не опомнился, сформулировал следующую теорему.

Т4. Все окружности равны

$\boxed{23 \Leftrightarrow 28}$ Вася быстро набросал новый чертеж.
– Доказательство, которое я хочу привести, приписывают Аристотелю. Представьте, что мы по прямой AB прокатили без трения круг так, что он совершил ровно один оборот вокруг своего центра (рис. 10).
– Без трения скольжения, – поправил его Иван Петрович,

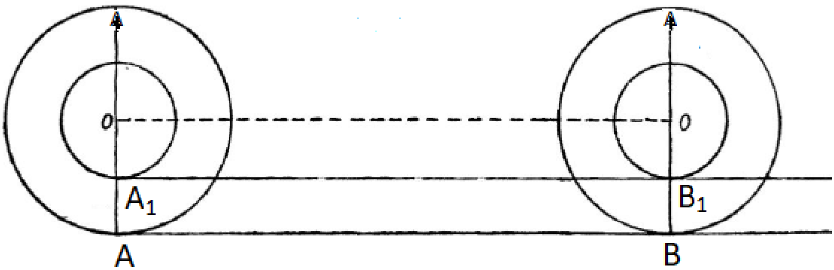

Рис. 10. Окружность совершает полный оборот

учитель физики. – Трение качения все равно остается.
Вася согласился и продолжил:
– Отсутствие трения скольжения означает, что при ка-

чении скорость точки касания всегда равна нулю. В таком случае длина пройденного отрезка AB равна длине окружности этого круга. Теперь жестко закрепим на той же оси вращения другой круг меньшего радиуса. «Жестко» здесь означает, что оба круга вращаются одновременно и когда точка A первого круга перейдет в положение B, точка A_1 второго круга перейдет в положение B_1. При этом оба круга совершат ровно один оборот. Но когда первый круг пройдет расстояние $|AB|$, второй преодолеет расстояние $|A_1B_1|$.

– Хоть механику пощадите, – простонал Иван Петрович.

Но Вася, не обращая внимания на реплику, закончил:

– Значит, $|AB|= |A_1B_1|$. Отсюда длины окружностей равны. В силу произвольности окружностей, мы можем заключить, что длины любых окружностей равны. **Теорема доказана.**

И чем все закончилось

26 ⇔ 33 Вася отошел в сторону, как мавр, который сделал свое дело. Его место занял Гриша, но к своему ужасу вдруг почувствовал, что у него пропал дар речи, а ноги стали, как ватные. В зале наступила тишина, которую нарушал только лай Макария за окном. А тут еще он увидел взбирающуюся на сцену Ларису Николаевну.

– И кто это все придумал? – пытаясь придать лицу суровый вид, спросила она.

Гриша готов был провалиться сквозь землю, но нашел в себе мужество признаться:

– Идея моя, все остальное – Васино.

– Какие же вы оба молодцы! А как Гриша сыграл свою роль! Натурально, – уже, не скрывая улыбки, продолжила Лариса Николаевна и повернулась лицом к залу:

– А что касается «Васиных теорем», на них выросло не одно поколение отечественных математиков и физиков. Найти ошибку тут непросто. Да и линейки с циркулем под рукой нет. Тех, кто сообразил, в чем дело, прошу пока не раскрывать секрета. Пусть остальные в выходные подумают, а потом мы эти «теоремы» обсудим на уроках. Пока же прошу всех дружно поблагодарить организаторов этого замечательного вечера.

Такого поворота Гриша меньше всего ожидал. Во всем произошедшем он не видел ничего достойного похвалы. Но все же вместе с Васей молча под овации, достойные эстрадных звезд, покинул сцену.

На улице Васю догнала Синичкина.
– Ты знаешь, это у тебя **вредная геометрия**. Но мне **все равно** очень понравилось. Какой успех! – сказала она и совсем тихо дабавила: – А у меня сегодня очень тяжелый портфель. Поможешь донести до дома?
И Вася понял что вечер действительно удался.

Биографические справки

$\boxed{28 \Leftrightarrow 33}$ **Обреимов Василий Иванович** (1843–1910) – деятель просвещения, автор популярных учебных пособий «Математические софизмы» (1884), «Тройная головоломка» (1884), «Элементы арифметики» (1906). Образование получил в Ярославской гимназии, затем на математическом факультете Казанского университета. С 1869 по 1872 год – преподаватель физики и математики в Екатеринбургской гимназии. Резко выступал против реформы образования 1871 г., в результате которой в учебной программе гимназии на математику, физику, математическую географию и естествознание отводилось менее 18 % учебного времени. За несогласие с официальной политикой министерства в 1872 г. был выслан под полицейский надзор в Вятскую губернию. В 1883 г. перевел на русский язык «Математические развлечения» Э. Люка. Во второй половине 1890-х годов интенсивный экономический рост России потребовал изменений в образовании. В 1905 г. Обреимов нашел работу в пригороде Петербурга в Лесном коммерческом училище, где снова проявил себя талантливым преподавателем.

Дубнов Яков Семенович (1887–1958) – видный советский математик и выдающийся педагог, автор популярного учебного пособия «Ошибки в геометрических доказательствах» (1953). В 1906 г. поступил на физико-математический факультет Императорского Новороссийского университета (г. Одесса). В 1910 г. отчислен за участие в студенческом движении, отбыл полтора месяца в тюрьме и выслан под надзор полиции в провинцию. В 1913 г. сдал экстерном государственный экзамен при Новороссийском университете и снова выслан из Одессы. С 1914 по 1923 год преподавал математику в провинциальных средних учебных заведениях и на общеобразовательных курсах в Москве, а с 1919 г. на рабфаке МГУ. С 1918 г. состоял консультантом при Отделе реформ школы Наркомпроса. С 1921 по 1923 год читал лекции по высшей математике в Московском электротехническом институте связи, который потом слился с энергетическим факультетом МВТУ. С 1923 г. – доцент, затем профессор физико-технического отделения педфака II Университета, будущего Московского педагогического института им. А. С. Бубнова. В 1936 г. ВАК по распоряжению Наркомпроса присудил Я. С. Дубнову степень доктора физико-математических наук без защиты диссертации на основе многочисленных научных исследований. С 1940 по

1941 год заведовал кафедрой математики Загорского учительского института. С 1943 г. работал старшим научным сотрудником Академии педагогических наук и участвовал в составлении новых программ по геометрии.

Литцман Карл Юлиус Вальтер (1880–1959) – немецкий математик, ученик Гильберта, популяризатор науки, автор популярных учебных пособий «Великаны и карлики в мире чисел» (1959), «Старое и новое о круге» (1960), «Теорема Пифагора» (1960), «Где ошибка?» (1962), «Веселое и занимательное о числах и фигурах» (1963). С 1919 по 1956 год – директор Геттингенского оберреальшуле (высшего реального училища). В 1918 г. избран членом Леопольдины (академии естествоиспытателей). Такое избрание в Германии считается самой высокой академической почестью. С 1934 г. – профессор Геттингенского университета; в 1937 г. избран президентом немецкой ассоциации математиков, участвовал в программе Феликса Клейна по реформированию программы средней школы. В течение десятилетий писал и редактировал уроки математики. Его методология математического обучения оказала продолжительное влияние на дидактическое образование учителей математики. Сейчас имя Литцмана носит Геттингенская гимназия.

30 ⇐

Список литературы

[1] Обреимовъ, В. И. Математические софизмы / В. И. Обреимовъ. – С. Петербургъ : Типография Ю. Н. Эрлихъ, 1889. – 80 с.

[2] Ляминъ, А. А. Математические парадоксы и интересные задачи для любителей математики / А. А. Ляминъ. – Москва : Типография Г. Лисснера и Д. Совко, 1911. – 135 с.

[3] Дубнов, Я. С. Ошибки в геометрических доказательствах / Я. С. Дубнов. – Москва : Физматгиз, 1961. – 68 с.

[4] Литцман, В. Где ошибка? / В. Литцман. – Москва : Физматгиз, 1962. – 192 с.

Ранее вышли в печать книги серии «Математика не для ЕГЭ»:

1. Белый Е. К. Египетский счет. – Петрозаводск : Издательство ПетрГУ, 2017. - 36 с.

В форме рассказа о пиратах рассмотрен ряд задач на последовательное удвоение чисел.

2. Белый Е. К. Прогрессии. – Петрозаводск : Издательство ПетрГУ, 2016. - 132 с.

Изложена теория арифметических и геометрических прогрессий, а также примеры ее применения в финансовых вычислениях.

3. Белый Е. К., Дорофеева Ю. А. Алгебраические уравнения. – Петрозаводск : Издательство ПетрГУ, 2015. - 240 с.

Разобраны наиболее эффективные методы решения алгебраических уравнений различных степеней.

Учебное издание

Белый Евгений Константинович

Математика не для ЕГЭ

Вредная геометрия

Учебное пособие для учащихся средних школ

Редактор *Е. Е. Порывакина*

Оформление обложки *Е. Ю. Тихоновой*

Компьютерная верстка *Е. К. Белого*

Подписано в печать 20.12.17. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 1,6. Тираж 50 экз. Изд. № 199

Отпечатано в типографии Издательства ПетрГУ
185910, г. Петрозаводск, пр. Ленина, 33