В.А. Башкин, И.В. Егоров

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВЯЗКОГО СОВЕРШЕННОГО ГАЗА

МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2012

УДК 533.6
ББК 22.253.3
Б 33

Башкин В.А., Егоров И.В. **Численное моделирование динамики вязкого совершенного газа.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 372 с. — ISBN 978-5-9221-1265-9.

Изложена математическая постановка задачи по двух- и трехмерному обтеканию тел транс- и сверхзвуковым потоком вязкого газа. Описан метод численного моделирования на основе уравнений Навье–Стокса и Рейнольдса с использованием двухпараметрической дифференциальной модели турбулентности. Проанализирован обширный расчетный материал по обтеканию тел простой конфигурации при наличии замкнутых зон отрывного течения в достаточно широком диапазоне изменения определяющих параметров задачи.

Монография рассчитана на научных сотрудников и инженеров в области аэродинамики, аспирантов и студентов старших курсов университетов и технических вузов, специализирующихся в области теоретической, вычислительной и прикладной аэродинамики.

ISBN 978-5-9221-1265-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие

В предлагаемой монографии обобщены результаты многолетних исследований по численному моделированию на основе уравнений механики сплошной среды для транс-, сверх- и гиперзвуковых течений вязкого совершенного газа применительно к задачам внешней аэродинамики, которые были получены авторами совместно с сотрудниками и опубликованы в различных отечественных журналах.

Монография состоит из двух частей. В первой части рассматриваются стационарные и нестационарные двухмерные задачи, во второй — стационарные трехмерные задачи. При этом изучается обтекание установившимся однородным потоком тел сравнительно простой конфигурации, поверхность которых задается в аналитическом виде.

Каждая часть начинается с описания математической постановки задачи и метода ее численного анализа. Затем следует подробное обсуждение результатов расчетов ряда аэродинамических задач, полученных в некотором диапазоне изменения определяющих параметров подобия. Рассматриваемые задачи по своим целям подразделяются на две группы.

К первой группе относятся те задачи, которые ставят своей целью теоретическое изучение структуры поля течения около обтекаемого тела, его местных и суммарных аэродинамических характеристик и влияния на них определяющих параметров подобия. Для этого необходимо получение расчетного материала в достаточно широком диапазоне изменения определяющих параметров подобия. Такие исследования обычно проводятся на примере обтекания тел простой конфигурации, при этом большое внимание уделяется верификации метода численного моделирования и достоверности получаемой информации. В настоящей монографии рассмотрены классические тела: круговой и эллиптический цилиндры, сфера, острые круговой и эллиптический конусы.

Ко второй группе относятся задачи, связанные с расчетным сопровождением аэродинамического эксперимента в разных сверх- и гиперзвуковых аэродинамических трубах ЦАГИ. В этом случае расчеты проводятся для исследуемого тела применительно к условиям эксперимента, при этом в большинстве случаев они включают в себя расчеты поля течения по всему тракту аэродинамической трубы, т. е. рассчитывается течение рабочей среды в сопловом аппарате и в рабочей части трубы как при отсутствии, так и при наличии модели в ней. Результаты расчетов сопоставляются с экспериментальными данными. В настоящей монографии исследованы в основном осесимметричные затупленные тела типа проектируемых марсианских зондов (американский и европейский варианты).

Монография представляет интерес для специалистов в области вычислительной и прикладной аэродинамики, а также для студентов и аспирантов высших учебных заведений, деятельность которых так или иначе связана с прикладной аэродинамикой.

Введение

При движении тел в несжимаемой и сжимаемой жидкостях или при течении несжимаемой и сжимаемой жидкостей в различных технических устройствах реализуется сложная структура поля течения. При этом в большинстве случаев течение сплошной среды сопровождается отрывом и присоединением потока, которые оказывают огромное влияние на аэродинамические характеристики движущегося тела или технического устройства. Явления отрыва и присоединения потока имеют сложную природу, зависят от множества факторов, и изучение закономерностей их развития представляет собой одну из важнейших фундаментальных проблем современной аэрогидродинамики.

Для изучения этих сложных фундаментальных проблем имеются два пути — экспериментальный и теоретический.

Экспериментальный подход к изучению закономерностей движения жидкостей и газов зародился на заре человечества и прошел большой путь развития вместе с эволюцией человеческого общества. Сначала это был натурный эксперимент, затем стали создаваться специальные аэрогидродинамические установки и соответствующая измерительная техника. С развитием техники и возрастанием скоростей движения жидких и газообразных сред усложняется экспериментальная база, возрастают затраты на получение требуемой информации и, следовательно, происходит значительное удорожание каждой экспериментальной точки.

Теоретическое научно обоснованное направление начало формироваться в XVII в., когда благодаря трудам Г. Галилея, И. Ньютона и других ученых были сформулированы основные законы механики.

В XVIII в. в работах Л. Эйлера (1755) в рамках механики сплошной среды были выведены уравнения динамики идеальной несжимаемой и сжимаемой жидкостей, получившие название уравнений Эйлера, а в XIX в. в работах Навье (1826), Пуассона (1831), Сен-Венана (1843) и Стокса (1847) — уравнения динамики вязкой несжимаемой и сжимаемой жидкостей, которые получили название уравнений Навье–Стокса. В конце XIX в. О. Рейнольдс экспериментально доказал существование турбулентного режима течения жидкости (1883) и предложил подход к изучению этих сложных течений (1895), основанный на разложении гидродинамических переменных на осредненную и пульсационную составляющие; для описания осредненного течения им были получены уравнения, названные его именем — уравнения Рейнольдса.

Однако эти уравнения оказались слишком сложными для анализа прикладных задач, в первую очередь для разрешения фундаментальных проблем аэрогидродинамики — проблемы подъемной силы и проблемы сопротивления.

Принципиальный прорыв в решении этих проблем был сделан в начале XX в., когда Н.Е. Жуковским (1906) была доказана теорема, связывающая создание подъемной силы с циркуляцией скорости, а Л. Прандтлем (1904) было показано, что при больших числах Рейнольдса достаточно учитывать силы вязкости в тонком пристеночном слое, в котором движение вязкой жидкости описывается уравнениями пограничного слоя (уравнениями Прандтля). На основе этих уравнений, более простых по сравнению с уравнениями

Навье–Стокса или Рейнольдса, можно было исследовать закономерности обтекания тел вязким потоком при больших числах Рейнольдса. По мере развития вычислительной техники расширялся класс задач, решаемых на основе уравнений пограничного слоя.

Однако уравнения пограничного слоя имеют силу только в области безотрывного течения, и в окрестности точки отрыва они становятся некорректными. Поэтому для расчета течений с областями отрывного течения необходимо использовать полные уравнения Навье–Стокса или Рейнольдса.

Прогресс в вычислительной аэродинамике и компьютерной технике позволил создать эффективные программные комплексы по численному анализу нестационарных двух- и трехмерных уравнений Навье–Стокса и Рейнольдса с приемлемыми экономическими затратами. Это позволяет проводить как систематические расчеты различных задач внешней и внутренней аэродинамики, так и расчеты моделирующих задач применительно к условиям эксперимента на аэродинамических установках — вычислительное сопровождение, которое является важным разделом вычислительной аэродинамики.

Как экспериментальный, так и теоретический пути исследования являются основой нашего понимания закономерностей течения жидкой и газообразной сред и особенностей теплообмена. Взаимодействие этих путей позволяет успешно решать прикладные задачи.

Во-первых, в аэродинамическом эксперименте можно получить очень важный, но ограниченный объем данных о распределении газодинамических переменных по обтекаемым поверхностям модели (преимущественно распределение коэффициентов давления и теплопередачи) и в некоторых сечениях поля течения (например, профили полного давления в выходном сечении канала или сопла); добывается также некоторая информация по визуализации картины течения (теплеровские снимки, спектры предельных линий тока), которая дает общее представление о структуре поля течения. Этой информации часто бывает недостаточно для выявления «тонкой» структуры поля течения, связанной с полями газодинамических переменных. Вычислительная аэродинамика поставляет подобного рода информацию, содействуя анализу экспериментального материала и пониманию аэродинамики исследуемого течения.

Во-вторых, в аэродинамическом эксперименте проводится частичное моделирование натурных условий, преимущественно по числам Маха и Рейнольдса, другие же параметры набегающего потока не моделируются, например, такой важный параметр, как степень турбулентности, который оказывает сильное влияние на положение точки ламинарно-турбулентного перехода и, следовательно, на структуру поля течения и аэродинамические характеристики исследуемого тела. Это частичное моделирование обусловливает проблему переноса экспериментальных трубных данных на натурные условия. Здесь на помощь приходит вычислительная аэродинамика, которая позволяет проанализировать роль немоделируемых параметров и осуществить рациональную процедуру переноса данных трубного эксперимента на натурные условия.

В-третьих, в аэродинамическом эксперименте в большинстве случаев не фиксируется процесс выхода на стационарный режим течения. В то же время он важен для понимания процесса запуска, хотя и краткотечного, но связанного с перестройкой поля течения и перераспределением газодинамических переменных. Вычислительная аэродинамика позволяет смоделировать этот нестационарный процесс и исследовать все аэродинамические особенности этого нестационарного течения.

В-четвертых, при моделировании исследуемого течения методами вычислительной аэродинамики используется некоторая математическая модель с рядом параметров. Сопоставление расчетных данных с экспериментальными позволяет судить об адекватности используемой модели физической реальности. Если наблюдается заметное расхождение между ними, то анализ причин этого расхождения позволяет, с одной стороны, уточнить параметры математической модели, а с другой стороны, установить качество экспериментального материала.

В-пятых, предварительная оценка готовящегося эксперимента методами вычислительной аэродинамики позволяет рационально выбрать геометрические размеры модели и условия проведения эксперимента. Это понижает вероятность брака в эксперименте и содействует экономии материальных затрат при его проведении.

Таким образом, вычислительное сопровождение должно быть обязательным элементом в процессе подготовки, проведения и анализа результатов аэродинамического эксперимента. Это взаимно обогащающий процесс, который служит обоснованию достоверности получаемого материала, расширению и углублению наших знаний в области внешней и внутренней аэродинамики.

В ЦАГИ разработана эффективная методика численного анализа двух- и трехмерных аэродинамических задач на основе нестационарных уравнений Навье–Стокса [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., 1993; Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пафнутьев В.В., 2002] и Рейнольдса [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 2000а; Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пляшечник В.И., 2003]. Она интенсивно использовалась и используется с целью получения систематических расчетных данных для различных задач внешней и внутренней аэродинамики. Этот подход применялся также для вычислительного сопровождения ряда экспериментальных исследований, так что и в этой области нами накоплен определенный опыт.

Цель настоящей монографии — описать постановку задачи по обтеканию двух- и трехмерных тел сверхзвуковым потоком вязкого газа, изложить метод численного моделирования на основе нестационарных уравнений Навье–Стокса и Рейнольдса, продемонстрировать эффективность метода на примере решения ряда задач внешней аэродинамики, связанных с транс-, сверх- и гиперзвуковыми течениями вязкого совершенного газа при наличии замкнутых отрывных зон, и проанализировать особенности зарождения и развития отрывных течений и закономерности теплообмена на обтекаемых поверхностях.

Монография на основе мерности рассматриваемых аэродинамических задач разделена на две части и построена по следующему плану.

В части I, состоящей из семи глав, изучаются двухмерные задачи. Постановка задачи и процедура численного моделирования описаны в гл. 1, а в остальных главах обсуждаются результаты решения следующих задач: поперечное обтекание кругового цилиндра трансзвуковым (гл. 2) и сверхзвуковым (гл. 3) потоками; поперечное обтекание эллиптического цилиндра сверхзвуковым потоком (гл. 4); сфера в сверхзвуковом потоке (гл. 5); плоская пластина и модели марсианских зондов с узкой канавкой на фронтальной поверхности в сверх- и гиперзвуковом потоках (гл. 6); модели марсианских зондов под нулевым углом атаки в сверх- и гиперзвуковом потоке (гл. 7).

Часть II, состоящая из пяти глав, посвящена изучению трехмерных аэродинамических задач. В гл. 8 излагаются постановка задачи и процедура численного моделирования, а в гл. 9 проводится верификация численного моделирования. В последующих главах обсуждаются результаты решения следующих задач: острые тонкие круговой (гл. 10) и эллиптический (гл. 11) конусы в сверх- и гиперзвуковом потоке; модели марсианских зондов под малыми, умеренными и большими углами атаки в сверх- и гиперзвуковом потоках (гл. 12).

Часть I
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ВНЕШНЕЙ АЭРОДИНАМИКИ

Методы вычислительной аэродинамики в настоящее время интенсивно развиваются и эффективно используются для исследования разнообразных задач внешней и внутренней газоаэродинамики. В рамках этого направления разработано много различных подходов к численному решению уравнений динамики вязкого газа. Среди них — метод, основанный на неявной конечно-разностной схеме Бима иВорминга [Beam R., Warming R.F., 1978], и его дальнейшая модификация [Steger J.L., 1978; Hollanders H., Devezeaux de Lavergne D., 1987].

Наиболее законченным в математическом смысле можно считать применение неявных разностных схем с последующей линеаризацией и решением системы сеточных уравнений по методу Ньютона [Егоров И.В., Зайцев О.Л., 1991]. Этот подход был разработан для численного интегрирования нестационарных двухмерных уравнений Навье–Стокса [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., 1993] и уравнений Рейнольдса [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 2000а] в предположении Буссинеска о рейнольдсовых напряжениях с использованием двухпараметрической дифференциальной модели турбулентности [Huang P.G., Coakley T.J., 1993] и реализован в комплексе программ применительно к персональным компьютерам (ПК). Затем он интенсивно использовался для решения ряда сверхзвуковых задач внешней и внутренней аэродинамики: круговой цилиндр, сфера, плоский и осесимметричный каналы [Башкин В. А., Егоров И. В., Иванов Д. В., 1997в, 1998], простейший плоский гиперзвуковой воздухозаборник [Башкин В. А., Егоров И. В., Иванов Д. В., 1996, 1997аб, 1999аб, 2001].

Ниже в гл. 1 излагается этот подход применительно к двухмерным течениям совершенного газа и обсуждаются некоторые результаты методических расчетов применительно к сверхзвуковому отрывному течению. В последующих главах анализируются результаты численного моделирования ряда двухмерных задач внешней аэродинамики по обтеканию плоских и осесимметричных тел транс-, сверх- и гиперзвуковым потоками совершенного газа.

Глава 1
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

1.1. Постановка задачи

1.1.1. Дифференциальные уравнения Навье–Стокса. Течение вязкого газа описывается системой уравнений, которые выражают собой законы сохранения массы, импульса и энергии и называются *уравнениями Навье–Стокса*. В случае двухмерной задачи (плоскопараллельное и осесимметричное течения), решаемой в произвольной криволинейной системе координат ξ, η, где $x = x(\xi, \eta)$, $y = y(\xi, \eta)$ — декартовы координаты, они записываются в дивергентной форме

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta} = \mathbf{B}. \tag{1.1}$$

Здесь $\mathbf{Q}$ — вектор консервативных зависимых переменных задачи, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{G}$ — векторы потоков в криволинейной системе координат, $\mathbf{B}$ — вектор источника. Векторы $\mathbf{Q}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{G}$ связаны с соответствующими векторами $\mathbf{Q}_\text{c}$, $\mathbf{E}_\text{c}$, $\mathbf{G}_\text{c}$ в декартовой системе координат формулами

$$\mathbf{Q} = J\mathbf{Q}_\text{c}, \quad \mathbf{E} = J\left(\mathbf{E}_\text{c}\,\frac{\partial \xi}{\partial x} + \mathbf{G}_\text{c}\,\frac{\partial \xi}{\partial y}\right), \quad \mathbf{G} = J\left(\mathbf{E}_\text{c}\,\frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathbf{G}_\text{c}\,\frac{\partial \eta}{\partial y}\right),$$

в которых $J = \partial(x, y)/\partial(\xi, \eta)$ — якобиан преобразования.

Декартовы компоненты векторов $\mathbf{Q}_\text{c}$, $\mathbf{E}_\text{c}$, $\mathbf{G}_\text{c}$ для двухмерных уравнений Навье–Стокса имеют вид

$$\mathbf{Q}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{matrix} \right\|, \quad \mathbf{E}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho uH - u\tau_{xx} - v\tau_{xy} - \lambda\dfrac{\partial T}{\partial x} \end{matrix} \right\|,$$

$$\mathbf{G}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ \rho vH - u\tau_{xy} - v\tau_{yy} - \lambda\dfrac{\partial T}{\partial y} \end{matrix} \right\|,$$

где ρ — плотность, u, v — декартовы компоненты вектора скорости, p — давление, $e = \rho(c_\text{v}T + (u^2 + v^2)/2)$ — полная энергия на единицу объема, $H = c_\text{p}T + (u^2 + v^2)/2$ — полная энтальпия, c_p и c_v — удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме, λ — коэффициент теплопроводности,

μ — динамический коэффициент вязкости, $\boldsymbol{\tau}$ — тензор вязких напряжений с компонентами

$$\tau_{xx} = \mu\left(-\frac{2}{3}\,\mathrm{div}\mathbf{V} + 2\frac{\partial u}{\partial x}\right),$$
$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right),$$
$$\tau_{yy} = \mu\left(-\frac{2}{3}\,\mathrm{div}\mathbf{V} + 2\frac{\partial v}{\partial y}\right).$$

Вектор источника $\mathbf{B}$ в уравнениях (1.1) для плоского ($\nu = 0$) и осесимметричного ($\nu = 1$) случаев имеет вид

$$\mathbf{B} = J\left(0, 0, \nu\left(p + \mu\left(\frac{2}{3}\,\mathrm{div}\mathbf{V} - 2\frac{v}{r}\right)\right), 0\right)^T,$$

где r — расстояние от оси симметрии.

Система уравнений (1.1) для совершенного газа замыкается уравнением состояния

$$p = \rho R_{\mathrm{g}} T/M. \tag{1.2}$$

Здесь R_{g} — универсальная газовая постоянная, M — молярный вес газа. Коэффициенты переноса определяются следующим образом: динамический коэффициент вязкости в зависимости от температуры изменяется по степенному закону $\mu/\mu_\infty = (T/T_\infty)^{0,7}$ или закону Сазерленда $\mu/\mu_\infty = (T_\infty + T_\mu)(T/T_\infty)^{1,5}/(T + T_\mu)$, $T_\mu = 110{,}4$, а число Прандтля принимается постоянным: $\mathrm{Pr} = \mu c_{\mathrm{p}}/\lambda = 0{,}7$.

1.1.2. Граничные и начальные условия. На искомое решение задачи, определяемой уравнениями Навье–Стокса (1.1), налагаются граничные условия. На границе расчетной области, совпадающей с твердой поверхностью тела, ставятся граничные условия прилипания и непротекания ($u = v = 0$) и условие теплоизолированности ($[\partial T/\partial n]_{\mathrm{w}} = 0$) или изотермичности ($T_{\mathrm{w}} = \mathrm{const}$) обтекаемой поверхности, либо локальное или интегральное условие теплового баланса. На внешней границе расчетной области задаются условия излучения, записанные в инвариантах Римана и соответствующие расходящейся волне:

$$\alpha_1 = \frac{2a}{\gamma - 1} - u\frac{\partial\xi}{\partial x} - v\frac{\partial\xi}{\partial y} = \mathrm{const}, \quad \alpha_2 = \frac{p}{\rho^\gamma} = \mathrm{const},$$
$$\alpha_3 = v\frac{\partial\xi}{\partial x} - u\frac{\partial\xi}{\partial y} = \mathrm{const}, \quad \alpha_4 = \frac{2a}{\gamma - 1} + u\frac{\partial\xi}{\partial x} + v\frac{\partial\xi}{\partial y} = \mathrm{const},$$

где a — скорость звука. При этом в каждой точке входной границы анализируются знаки собственных чисел

$$\lambda_1 = u\frac{\partial\xi}{\partial x} + v\frac{\partial\xi}{\partial y} - a\sqrt{\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\xi}{\partial y}\right)^2}, \quad \lambda_2 = u\frac{\partial\xi}{\partial x} + v\frac{\partial\xi}{\partial y},$$

$$\lambda_3 = u\frac{\partial\xi}{\partial x} + v\frac{\partial\xi}{\partial y}, \quad \lambda_4 = u\frac{\partial\xi}{\partial x} + v\frac{\partial\xi}{\partial y} + a\sqrt{\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\xi}{\partial y}\right)^2},$$

определяющих направление распространения возмущений относительно $\xi = \mathrm{const}$. При $\lambda_i \geqslant 0$ («входная граница») соответствующий инвариант на внешней границе вычисляется по значениям газодинамических переменных набегающего потока, а в случае $\lambda_i < 0$ («выходная граница») используется мягкая интерполяция вида $\mathbf{U}_k - 2\mathbf{U}_{k-1} + \mathbf{U}_{k-2} = 0$, где $\mathbf{U}$ — вектор инвариантов Римана. На внутренней границе расчетной области, совпадающей с положительной осью абсцисс, ставятся условия периодичности.

В качестве начального приближения использовалось условие однородного набегающего потока с последующим развитием поля течения в процессе решения нестационарной задачи. При этом по мере формирования картины поля течения шаг по времени постепенно увеличивался, что в итоге делало возможным решение стационарной задачи. Очень эффективной оказалась процедура расчета, согласно которой задача на первом этапе решалась описанным выше способом на достаточно грубой сетке ($21 \times 21 \times 21$), а затем это поле использовалось (после применения интерполяции) в качестве начального приближения для более мелкой сетки. При проведении систематических расчетов по числам Маха и Рейнольдса в качестве начального приближения использовались ранее полученные варианты со значениями изменяющихся параметров, наиболее близкими к необходимым.

1.1.3. Дифференциальные уравнения Рейнольдса. При теоретическом анализе потоков с различными режимами течения все бóльшую роль играет численное моделирование на основе интегрирования осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса — уравнений Рейнольдса. Эти уравнения являются незамкнутыми, и для их замыкания используются различные модели турбулентности, как алгебраические, так и дифференциальные.

Осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса в произвольной криволинейной системе координат (ξ, η), где $x = x(\xi, \eta)$, $y = y(\xi, \eta)$ — декартовы координаты, можно записать в дивергентной форме

$$\frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial\xi} + \frac{\partial\mathbf{G}}{\partial\eta} = \mathbf{B}. \tag{1.3}$$

Здесь $\mathbf{Q}$ — вектор консервативных зависимых переменных задачи, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{G}$ — векторы потоков в криволинейной системе координат, $\mathbf{B}$ — вектор источника. Векторы $\mathbf{Q}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{G}$ и $\mathbf{B}$ связаны с соответствующими векторами $\mathbf{Q}_c$, $\mathbf{E}_c$, $\mathbf{G}_c$ и $\mathbf{B}_c$ в декартовой системе координат формулами

$$\mathbf{Q} = J\mathbf{Q}_c, \quad \mathbf{E} = J\left(\mathbf{E}_c\frac{\partial\xi}{\partial x} + \mathbf{G}_c\frac{\partial\xi}{\partial y}\right), \ \mathbf{G} = J\left(\mathbf{E}_c\frac{\partial\eta}{\partial x} + \mathbf{G}_c\frac{\partial\eta}{\partial y}\right), \ \mathbf{B} = J\mathbf{B}_c,$$

в которых $J = \partial(x, y)/\partial(\xi, \eta)$ — якобиан преобразования.

Декартовы компоненты векторов $\mathbf{Q}_\text{c}$, $\mathbf{E}_\text{c}$, $\mathbf{G}_\text{c}$ и $\mathbf{B}_\text{c}$ для двухмерных осредненных по Рейнольдсу (с использованием осреднения по Фавру) уравнений Навье–Стокса имеют вид

$$\mathbf{Q}_\text{c} = \begin{Vmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho(e+q^2) \\ \rho q \\ \rho\omega \end{Vmatrix}, \quad \mathbf{E}_\text{c} = \begin{Vmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \dfrac{2}{3}\rho q^2 + \tau_{xx} \\ \rho uv + \tau_{xy} \\ \rho uH + \dfrac{5}{3}\rho u q^2 + I_x \\ \rho u q + I_x^q \\ \rho u\omega + I_x^\omega \end{Vmatrix},$$

$$\mathbf{G}_\text{c} = \begin{Vmatrix} \rho v \\ \rho uv + \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p + \dfrac{2}{3}\rho q^2 + \tau_{yy} \\ \rho vH + \dfrac{5}{3}\rho v q^2 + I_y \\ \rho v q + I_y^q \\ \rho v\omega + I_y^\omega \end{Vmatrix}, \quad \mathbf{B}_\text{c} = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ h_1\rho\omega q \\ h_2\rho\omega^2 \end{Vmatrix},$$

где ρ — плотность газа, u, v — декартовы компоненты вектора скорости $\mathbf{V}$, p — давление; $e = h - p/\rho + (u^2+v^2)/2$ — полная энергия на единицу массы, $H = h + (u^2+v^2)/2$ — полная энтальпия, $h = c_\text{p} T$ — статическая энтальпия; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, $\boldsymbol{\tau}$ — тензор вязких напряжений с компонентами

$$\tau_{xx} = (\mu+\mu_T)\left(\frac{2}{3}\operatorname{div}\mathbf{V} - 2\frac{\partial u}{\partial x}\right),$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -(\mu+\mu_T)\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right),$$

$$\tau_{yy} = (\mu+\mu_T)\left(\frac{2}{3}\operatorname{div}\mathbf{V} - 2\frac{\partial v}{\partial y}\right),$$

$\mathbf{I}$ — вектор теплового потока

$$\mathbf{I} = -(\lambda+\lambda_T)\operatorname{grad}(T) + \boldsymbol{\tau}\mathbf{V},$$

μ и λ — коэффициенты молекулярной вязкости и теплопроводности, μ_T и λ_T — коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности соответственно;

$$\mathbf{I}^q = -\left(\mu + \frac{\mu_T}{\mathrm{Pr}_1}\right)\operatorname{grad}(q), \quad \mathbf{I}^\omega = -\left(\mu + \frac{\mu_T}{\mathrm{Pr}_2}\right)\operatorname{grad}(\omega).$$

Вектор источника в уравнениях Рейнольдса для плоского ($\nu = 0$) и осесимметричного ($\nu = 1$) случаев имеет вид

$$\mathbf{B} = J\left(0, 0, \nu\left(p + \mu\left(\frac{2}{3}\operatorname{div}\mathbf{V} - 2\frac{v}{r}\right)\right), 0, h_1\rho\omega q, h_2\rho\omega^2\right)^\text{T}.$$

В настоящей работе использована двухпараметрическая дифференциальная $q-\omega$ модель турбулентности [Huang P.G., Coakley T.J., 1993] с выражениями для турбулентной вязкости

$$\mu_T = C_\mu f \frac{\rho q^2}{\omega}, \quad f = 1 - \exp\left(-\alpha \frac{\rho r_w q}{\mu}\right), \quad \alpha = 0{,}02, \quad C_\mu = 0{,}09,$$

$$h_1 = C_{11}\left(C_\mu f \frac{S}{\omega^2} - \frac{2}{3}\frac{\operatorname{div}\mathbf{V}}{\omega}\right) - C_{12}, \quad h_2 = C_{21}\left(C_\mu \frac{S}{\omega^2} - C_{23}\frac{\operatorname{div}\mathbf{V}}{\omega}\right) - C_{22},$$

$$S = \frac{4}{3}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 - \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y} + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2, \quad \operatorname{div}\mathbf{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y},$$

где $C_{11} = C_{12} = 0{,}5$, $C_{21} = 0{,}055 - 0{,}5 f(q, r_w, \rho, \mu)$, $C_{22} = 0{,}833$, $C_{23} = 2{,}4$, $\mathrm{Pr}_1 = 2$, $\mathrm{Pr}_2 = 2$, r_w — расстояние от стенки, q и ω — скорость и частота турбулентности соответственно.

Для замыкания системы уравнений использованы: уравнение состояния совершенного газа (1.2), зависимость молекулярного коэффициента вязкости от температуры по степенному закону $\mu/\mu_\infty = (T/T_\infty)^{0{,}7}$ и условие постоянства чисел Прандтля $\mathrm{Pr} = \mu c_p/\lambda = 0{,}7$, $\mathrm{Pr}_T = \mu_T c_p/\lambda_T = 0{,}9$.

1.1.4. Граничные и начальные условия. Для задачи, определяемой уравнениями Рейнольдса (1.3), на газодинамические переменные налагаются те же граничные условия, что и для уравнений Навье–Стокса, поскольку сохраняется тип уравнений. Кроме того, должны быть заданы значения параметров турбулентности в набегающем потоке: $q = q_\infty$, $\omega = \omega_\infty$.

На границе расчетной области, совпадающей с твердой поверхностью тела, ставятся граничные условия прилипания и непротекания ($u = v = 0$) и условие теплоизолированности ($[\partial T/\partial n]_w = 0$) или изотермичности ($T_w = \mathrm{const}$) обтекаемой поверхности. Кроме того, для уравнений, определяющих поведение параметров турбулентности, используются граничные условия на твердой поверхности: условие затухания турбулентных пульсаций ($q_w = 0$) и условие частотной непроницаемости ($[\partial\omega/\partial n]_w = 0$).

На внешней границе расчетной области задаются условия излучения, записанные в инвариантах Римана и соответствующие расходящейся волне:

$$\alpha_1 = \frac{2a}{\gamma - 1} - u\frac{\partial\xi}{\partial x} - v\frac{\partial\xi}{\partial y} = \mathrm{const}, \quad \alpha_2 = \frac{p}{\rho^\gamma} = \mathrm{const},$$

$$\alpha_3 = v\frac{\partial\xi}{\partial x} - u\frac{\partial\xi}{\partial y} = \mathrm{const},$$

$$\alpha_4 = \frac{2a}{\gamma - 1} + u\frac{\partial\xi}{\partial x} + v\frac{\partial\xi}{\partial y} = \mathrm{const},$$

$$\alpha_5 = q = \mathrm{const}, \quad \alpha_6 = \omega = \mathrm{const},$$

где a — скорость звука. При этом в каждой точке входной границы анализируются знаки собственных чисел

$$\lambda_1 = u\frac{\partial\xi}{\partial x} + v\frac{\partial\xi}{\partial y} - a\sqrt{\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\xi}{\partial y}\right)^2}, \quad \lambda_2 = u\frac{\partial\xi}{\partial x} + v\frac{\partial\xi}{\partial y},$$

$$\lambda_3 = \lambda_2, \quad \lambda_4 = u\frac{\partial\xi}{\partial x} + v\frac{\partial\xi}{\partial y} + a\sqrt{\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\xi}{\partial y}\right)^2}, \quad \lambda_5 = \lambda_6 = \lambda_2,$$

определяющих направление распространения возмущений относительно $\xi = \mathrm{const}$. При $\lambda_i \geqslant 0$ («входная граница») соответствующий инвариант на внешней границе вычисляется по значениям газодинамических переменных набегающего потока, а в случае $\lambda_i < 0$ («выходная граница») используется мягкая интерполяция вида $\mathbf{U}_k - 2\mathbf{U}_{k-1} + \mathbf{U}_{k-2} = 0$, где $\mathbf{U}$ — вектор инвариантов Римана.

На внутренней границе расчетной области, совпадающей с положительной осью абсцисс, ставятся условия периодичности.

В силу однотипности уравнений Навье–Стокса и уравнений Рейнольдса все то, что было сказано выше в п. 1.1.2 относительно выбора начальных условий для первой системы уравнений, в равной степени справедливо и для второй системы уравнений.

1.2. Аппроксимация уравнений

Для численного анализа системы уравнений (1.1) и (1.3) приводятся к безразмерному виду путем деления декартовых координат на характерный линейный размер L (например, при моделировании обтекания цилиндра или сферы обычно принимается $L = R$, где R — радиус тела), компонент вектора скорости — на скорость V_∞, давления — на удвоенный скоростной напор $2q_\infty = \rho_\infty V_\infty^2$, времени — на характерное время пребывания жидкой частицы около тела $t_* = R/V_\infty$; остальные газодинамические переменные относятся к их значениям в набегающем потоке. Сформулированная выше начально-краевая задача решается численно на основе интегро-интерполяционного метода (метода конечного элемента). Его применение к уравнениям Навье–Стокса (1.1) и уравнениям Рейнольдса (1.3) позволяет получить разностные аналоги законов сохранения

$$\frac{\mathbf{Q}_{i,j}^{n+1} - \mathbf{Q}_{i,j}^{n}}{\tau_{i,j}} + \frac{\mathbf{E}_{i+1/2,j}^{n+1} - \mathbf{E}_{i-1/2,j}^{n+1}}{h_\xi} + \frac{\mathbf{G}_{i,j+1/2}^{n+1} - \mathbf{G}_{i,j-1/2}^{n+1}}{h_\eta} = \mathbf{B}_{i,j}^{n+1},$$

где n — номер временно́го слоя, $\tau_{i,j}$ — величина шага по времени, определяемая по формуле

$$\tau_{i,j} = \tau_0\left(a_{\min} + (a_{\max} - a_{\min})\,\frac{J_{i,j} - \min(J_{i,j})}{\max(J_{i,j}) - \min(J_{i,j})}\right),$$

где τ_0 — величина шага по времени, соответствующая максимальной по площади ячейке при заданных значениях параметров $a_{\min}$ и $a_{\max}$, например,

$a_{\min} = 0{,}02$ и $a_{\max} = 1$; i, j и h_ξ, h_η — номера узлов и шаги по координатам ξ, η соответственно. Использование переменного по пространству временно́го шага, пропорционального площади элементарной ячейки, позволяет существенно (примерно на порядок) ускорить получение стационарного решения методом установления по времени.

Для монотонной разностной схемы потоки в полуцелых узлах вычисляются на основе решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва. Математически эта задача сводится к решению нелинейной системы алгебраических уравнений. Приближенным методом решения этой задачи можно считать представление матрицы Якоби $\mathbf{A} = \partial\mathbf{E}/\partial\mathbf{Q}$ (аналогично для $\mathbf{A} = \partial\mathbf{G}/\partial\mathbf{Q}$) в виде

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{R}^{-1},$$

где $\boldsymbol{\Lambda}$ — диагональная матрица, элементами которой являются собственные значения оператора $\mathbf{A}$.

При аппроксимации конвективной составляющей векторов потоков $\mathbf{E}$ и $\mathbf{G}$ в полуцелых узлах используется монотонная схема типа Годунова [Годунов С.К., 1959; Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др., 1976] и приближенный метод Роу [Roe P.L., 1981] решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва. При этом расчетные формулы для векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{G}$ аналогичны, поэтому ниже речь будет идти о векторе $\mathbf{E}$; их отличия от соответствующих формул для вектора $\mathbf{G}$ будут оговариваться особо. Для вектора $\mathbf{E}$ имеем

$$\mathbf{E}_{i+1/2} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{E}(\mathbf{Q}_\mathrm{L}) + \mathbf{E}(\mathbf{Q}_\mathrm{R}) - \mathbf{R}(\mathbf{Q}_\mathrm{LR})\,\Phi(\varphi(\lambda_i))\,\mathbf{R}(\mathbf{Q}_\mathrm{LR})^{-1}(\mathbf{Q}_\mathrm{R} - \mathbf{Q}_\mathrm{L})\right),$$

где $\boldsymbol{\Phi}(\varphi(\lambda_i))$ — диагональная матрица, элементами которой являются $\phi(\lambda_i)$, а λ_i — собственные значения оператора $\mathbf{A} = \partial\mathbf{E}/\partial\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}_\mathrm{LR} = \mathbf{R}(\mathbf{Q}_\mathrm{LR})$ — матрица, столбцами которой являются правые собственные векторы оператора $\mathbf{A}$.

При вычислении собственных значений и собственных векторов оператора $\mathbf{A}$ используется метод приближенного решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва [Roe P.L, 1981]. При этом $\boldsymbol{\Phi}(\phi(\lambda_i))$, $\mathbf{R}_\mathrm{LR}$, $\mathbf{R}_\mathrm{LR}^{-1}$ определяются по значениям зависимых переменных, имеющих вид

$$u_\mathrm{LR} = \frac{u_\mathrm{L}\sqrt{\rho_\mathrm{L}} + u_\mathrm{R}\sqrt{\rho_\mathrm{R}}}{\sqrt{\rho_\mathrm{L}} + \sqrt{\rho_\mathrm{R}}}, \quad v_\mathrm{LR} = \frac{v_\mathrm{L}\sqrt{\rho_\mathrm{L}} + v_\mathrm{R}\sqrt{\rho_\mathrm{R}}}{\sqrt{\rho_\mathrm{L}} + \sqrt{\rho_\mathrm{R}}},$$

$$H_\mathrm{LR} = \frac{H_\mathrm{L}\sqrt{\rho_\mathrm{L}} + H_\mathrm{R}\sqrt{\rho_\mathrm{R}}}{\sqrt{\rho_\mathrm{L}} + \sqrt{\rho_\mathrm{R}}}, \quad a_\mathrm{LR}^2 = (\gamma - 1)\left(H_\mathrm{LR} - \frac{1}{2}\,(u_\mathrm{LR}^2 + v_\mathrm{LR}^2)\right),$$

где a — местная скорость звука.

Ниже в качестве функции $\phi(\lambda_i)$, обеспечивающей выполнение энтропийного условия для физически правильного выбора численного решения, используется функция следующего вида:

$$\phi(\lambda) = \begin{cases} |\lambda|, & |\lambda| > \varepsilon, \\ \dfrac{\lambda^2 + \varepsilon^2}{2\varepsilon}, & |\lambda| \leqslant \varepsilon, \end{cases}$$

где ε — параметр, отвечающий за диссипативные свойства разностной схемы. В основном при расчетах принималось $\varepsilon = 10^{-3}$.

Для повышения порядка аппроксимации (до второго) при интерполяции зависимых переменных на грань элементарной ячейки используется принцип минимальных производных (MUSCL) [Колган В.П., 1972; Harten A., 1983; Иванов М.Я., Крупа В.Г., Нигматуллин Р.З., 1989]

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{L}} = \mathbf{Q}_i + \frac{1}{2}\, m\big(\mathbf{Q}_i - \mathbf{Q}_{i-1}, \mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{Q}_i\big),$$
$$\mathbf{Q}_{\mathrm{R}} = \mathbf{Q}_i - \frac{1}{2}\, m\big(\mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_{i+2} - \mathbf{Q}_{i+1}\big),$$

а функция $m(a,b)$ берется в виде

$$m(a,b) = \begin{cases} a, & ab > 0, |a| \leqslant |b|, \\ b, & ab > 0, |a| > |b|, \\ 0, & ab \leqslant 0. \end{cases}$$

При аппроксимации диффузионной составляющей векторов потоков $\mathbf{E}$ и $\mathbf{G}$ на грани элементарной ячейки применена разностная схема типа центральных разностей второго порядка точности. Вычисление производных осуществлялось по формулам

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \xi_{i+1/2,j}} = \frac{\mathbf{U}_{i+1,j} - \mathbf{U}_{i,j}}{h_\xi},$$
$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \eta_{i+1/2,j}} = \frac{1}{4h_\eta}\,(\mathbf{U}_{i+1,j+1} + $$
$$+\mathbf{U}_{i,j+1} - \mathbf{U}_{i+1,j-1} - \mathbf{U}_{i,j-1}).$$

Здесь $\mathbf{U}$ — вектор неконсервативных зависимых переменных задачи.

Шаблон разностной схемы, на котором аппроксимируются полные уравнения Навье–Стокса или Рейнольдса, состоит из 13 точек (рис. 1.1); полученная неявная нелинейная разностная схема, по-видимому, безусловно устойчива на линейной задаче.

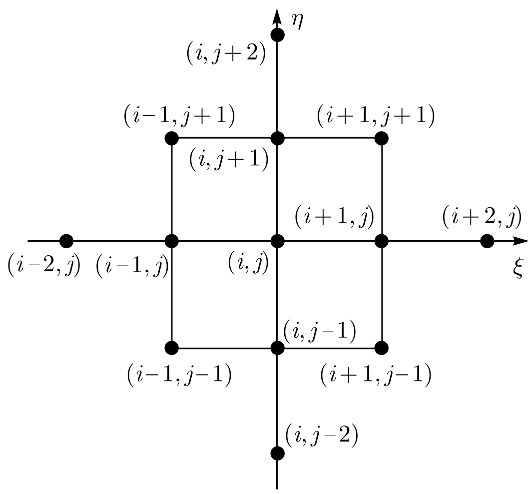


Рис. 1.1. Шаблон разностной схемы для двумерного случая

1.3. Решение нелинейных сеточных уравнений

В результате описанной в разделе 1.2 разностной аппроксимации уравнений Навье–Стокса и Рейнольдса и соответствующих граничных условий на некоторой сетке интегрирование нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = 0,$$

где $\mathbf{X}$ — вектор искомых сеточных переменных (узловых значений газодинамических переменных, включая граничные узлы расчетной сетки). Сформулированная задача эффективно решается с помощью хорошо известного итерационного метода Ньютона, главным преимуществом которого является квадратичная скорость сходимости. Для решения нелинейных сеточных уравнений $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = 0$ используется модифицированный метод Ньютона

$$\mathbf{X}^{[k+1]} = \mathbf{X}^{[k]} - \tau_{k+1}\mathbf{D}_{k_0}^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{X}^{k}),$$

где $\mathbf{D}_{k_0} = (\partial\mathbf{F})/\partial\mathbf{X}_{k_0}$ — матрица Якоби, k, k_0 — номера итераций, $k_0 \leqslant k$. В процессе численного решения значение параметра регуляризации метода Ньютона относительно начального приближения τ_k определяется по формуле [Каримов Т.Х., 1983]

$$\tau_{k+1} = \frac{(\Delta\mathbf{X}^{[k]} - \Delta\mathbf{X}^{[k-1]}, \mathbf{X}^{[k]} - \mathbf{X}^{[k-1]})}{(\Delta\mathbf{X}^{[k]} - \Delta\mathbf{X}^{[k-1]})^2},$$

где $\Delta\mathbf{X}^{[k]}$ — вектор поправок. По мере сходимости итерационного процесса $\tau_k \to 1$, а скорость сходимости теоретически стремится к квадратичной.

Наиболее трудоемкими элементами алгоритма при реализации метода Ньютона являются генерация матрицы $\mathbf{D}_k = \partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X}_k$ и последующее решение системы линейных уравнений с этой матрицей. Поскольку при аппроксимации уравнений в каждой из расчетных ячеек участвуют лишь несколько соседних узлов (в двухмерном случае 13 для схемы TVD), то трудоемкость генерации матрицы Якоби есть величина $O(N)$, где N — число узлов сеточной задачи. Формирование матрицы Якоби на итерации осуществляется при помощи процедуры конечных приращений вектора невязки по вектору искомых сеточных переменных. Такая методика универсальна, поскольку легко обобщается на произвольную систему сеточных уравнений с не конкретизированным заранее видом. Достаточно часто разностные уравнения, получаемые в результате аппроксимации дифференциальных, имеют очень сложный вид, и аналитическое формирование матрицы Якоби становится весьма трудоемким. В частности, к такому случаю приводит применение для решения уравнений Навье–Стокса монотонизированных схем. Более того, при аналитическом формировании матрицы Якоби необходимое число арифметических и логических операций на ЭВМ, вообще говоря, может быть больше, чем при численном формировании этой матрицы с помощью процедуры конечных приращений. Применение к формированию матрицы Якоби именно метода конечных приращений основано на многолетних исследованиях по численному моделированию задач внешней и внутренней аэродинамики. Например, в [Babikov P.E., Yegorov I.V., 1988] аналогичная процедура использовалась при решении начально-краевых задач с применением адаптивной сетки.

1.4. Решение систем линейных алгебраических уравнений

При аппроксимации уравнений Навье–Стокса по описанной в разделе 1.3 разностной схеме второго порядка точности оператор $\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X}_k$ для двухмерного течения имеет разреженную блочную 13-диагональную структуру при лексикографическом порядке нумерации узлов расчетной сетки (рис. 1.2), а элементарный блок ее представляет собой плотную матрицу размера 4×4 (турбулентная модель движущейся среды). Следует отметить, что оператор $\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X}_k$ включает в себя также фрагменты, соответствующие граничным узлам расчетной сетки.

43	44	45	46	47	48	49
36	37	38	39	40	41	42
29	30	31	32	33	34	35
22	23	24	25	26	27	28
15	16	17	18	19	20	21
8	9	10	11	12	13	14
1	2	3	4	5	6	7

Рис. 1.2. Структура матрицы Якоби и нумерация узлов расчетной сетки 7×7 (лексикографический порядок нумерации)

Решение системы линейных алгебраических уравнений, получаемых на итерации по нелинейности, осуществлялось при помощи прямого [Егоров И.В., Зайцев О.Л., 1991] и итерационного [Бабаев И.Ю., Башкин В.А., Егоров И.В., 1994] методов. Эти методики были многократно опробованы в численных экспериментах и доказали свою надежность и высокую эффективность.

1.4.1. Прямой метод решения системы линейных алгебраических уравнений. В указанном подходе система линейных алгебраических уравнений решалась при помощи разложения матрицы $\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X}_k$ в произведение двух треугольных матриц $\mathbf{L}$ и $\mathbf{U}$, таких, что $\mathbf{L}$ — нижняя треугольная матрица, $\mathbf{U}$ — верхняя (прямой метод). Предварительно анализировалась структура разреженности матриц $\mathbf{L}$ и $\mathbf{U}$. Для снижения суммарного числа арифметических операций и уменьшения оперативной памяти ЭВМ неизвестные перенумеровывались по обобщенному методу вложенных сечений [George A., 1973; Lipton R.J., Rose D.J., Tarjan R.E., 1979]. В качестве иллюстрации на рис. 1.3 приведены структура матрицы Якоби и нумерация узлов расчетной сетки 7×7 при аппроксимации уравнений Навье–Стокса для двухмерного случая, полученные с помощью этого метода.

Применение такого упорядочивания позволяет понизить число арифметических операций до $O(N^{3/2})$ (по сравнению с $O(N^2)$ для ленточного метода), а также уменьшить объем требуемой памяти с $O(N^{3/2})$ до $O(N \log_2 N)$. Эта методика была многократно опробована в численных экспериментах и доказала свою надежность и эффективность [Егоров И. В., Зайцев О. Л., 1991].

Однако даже эти оценки показывают, что при существенном увеличении числа узлов в сеточной задаче, необходимого для разрешения тонких

3	2	1	37	36	16	17
6	5	4	39	38	18	19
30	32	34	41	40	28	26
31	33	35	43	42	29	27
15	14	13	45	44	24	25
12	11	10	47	46	22	23
9	8	7	49	48	20	21

Рис. 1.3. Структура матрицы Якоби и нумерация узлов расчетной сетки 7×7. Обобщенный метод вложенных сечений

структур течения в отрывных зонах, пограничных слоях и т. п., применение прямых методов, требующих, кроме огромных затрат машинного времени на вычисление треугольных сомножителей, еще и затрат на организацию обменов данными между оперативной и дисковой памятью (так как сомножители $\mathbf{L}$ и $\mathbf{U}$ не помещаются в оперативной памяти), становится неэффективным. В еще большей степени это касается трехмерных сеточных задач, так как для них ширина ленты $\mathbf{LU}$ есть $O(N^{2/3})$, поэтому для ленточного метода можно получить оценки по вычислительным затратам $O(N^{7/3})$ и по памяти $O(N^{5/3})$.

1.4.2. Итерационный метод решения системы линейных алгебраических уравнений. Альтернативой прямому методу являются итерационные методы решения системы линейных алгебраических уравнений. К сожалению, теория итерационных методов хорошо развита лишь для систем с симметричной положительно определенной матрицей $\mathbf{A}$ (см., например, [Самарский А.А., Николаев Е.С., 1994]). В этом случае все собственные значения λ_i матрицы $\mathbf{A}$ действительны, а скорость сходимости зависит от отношения $\lambda_{\min}/\lambda_{\max}$. Матрица системы уравнений, возникающая при решении методом Ньютона сеточной задачи для уравнений Навье–Стокса, является матрицей общего вида, т. е. она имеет отличную от нуля кососимметричную часть $(\mathbf{A} - \mathbf{A}^{\mathrm{T}})/2$, и часть ее собственных значений комплексные. Вследствие этого большинство известных итерационных методов на этой задаче либо вообще теряют сходимость, либо сходятся крайне медленно.

Среди множества итерационных методов наиболее привлекательными для решения задач с матрицами общего вида представляются методы вариационного типа, так как они для своей работы не требуют априорной информации о спектре собственных значений матрицы и являются в некотором смысле оптимальными, минимизируя на каждом своем шаге некоторую норму либо невязки системы уравнений, либо погрешности решения. Хорошо известными методами такого типа являются методы сопряженных направлений, в частности, метод сопряженных градиентов для симметричных матриц. Все эти методы можно свести к построению некоторого базиса в k-мерном подпространстве Крылова и последующей минимизации на этом подпространстве нормы либо невязки, либо ошибки. Проведенные численные эксперименты [Бабаев И. Ю., Башкин В. А., Егоров И. В., 1994] показали, что наиболее надежным и быстрым является предложенный в [Saad Y., Shultz M. H., 1986] обобщенный метод минимальных невязок GMRES (k).

Рассмотрим алгоритм построения обобщенного метода минимальных невязок для системы уравнений
$$\mathbf{Ax} = \mathbf{f}.$$

Построим в подпространстве Крылова L_2-ортогональный базис. Для этого выберем каким-либо образом начальный вектор $\mathbf{v}_i$ и применим ортогонализацию Грама–Шмидта. Пусть уже построены j ортонормированных векторов $\mathbf{v}_i$. Вектор $\mathbf{v}_{j+1}$ будем искать в виде

$$\mathbf{v}_{j+1} = \mathbf{A}\mathbf{v}_j - \sum_{i=1}^{j} h_{ij}\,\mathbf{v}_i.$$

Коэффициент h_{ij} найдем из условия $(\mathbf{v}_{j+1}, \mathbf{v}_i) = 0$. Раскрывая это скалярное произведение и учитывая ортонормированность уже найденных j векторов, получаем
$$h_{ij} = (\mathbf{A}\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_i). \tag{1.4}$$

Процесс построения вектора $\mathbf{v}_{j+1}$ завершается его нормированием:

$$\mathbf{v}_{j+1} = h_{j+1}\,\mathbf{v}_{j+1}, \quad h_{j+1,j} = \left(\sqrt{(\mathbf{v}_{j+1}, \mathbf{v}_{j+1})}\,\right)^{-1}.$$

Рассмотрим теперь матрицу $\mathbf{V}_k$ размера $N \times k$, составленную из компонентов полученного L_2-ортонормированного базиса $\{\mathbf{v}_i\}$. Для этой матрицы справедливо соотношение $\mathbf{V}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{V}_k = \mathbf{H}_k$, где $\mathbf{H}_k$ — верхняя хессенбергова матрица размерности $k \times k$ с элементами h_{ij}, найденными в процессе ортогонализации по формуле (1.4). Наряду с матрицей $\mathbf{H}_k$ рассмотрим матрицу $\mathbf{H}_{k1}$ размера $(k+1) \times k$, которая отличается от матрицы $\mathbf{H}_k$ дополнительной нижней строкой с единственным ненулевым элементом $h_{k+1,k}$ в правом нижнем углу. Векторы $\mathbf{v}_i$ и матрица $\mathbf{H}_k$ удовлетворяют важному соотношению

$$\mathbf{A}\mathbf{V}_k = \mathbf{V}_{k+1}\,\mathbf{H}_{k1}. \tag{1.5}$$

Выберем теперь начальное приближение $\mathbf{x}_0$ к решению, возьмем в качестве начального вектора $\mathbf{v}_i$ вектор невязки $\mathbf{r}_0 = \mathbf{f} - \mathbf{Ax}$, и сделаем k шагов процесса ортогонализации. Будем искать новое приближение к решению в виде $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_0 - \mathbf{V}_k\mathbf{y}$, исходя из минимизации квадратичного функционала нормы невязки:

$$\min\left|\mathbf{f} - \mathbf{A}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{V}_k\mathbf{y})\right| = \min\left|\mathbf{r}_0 - \mathbf{A}\mathbf{V}_k\mathbf{y}\right|. \tag{1.6}$$

При таком выборе нового приближения $\mathbf{x}_k$ к решению норма невязки является функцией $\mathbf{y}$:
$$J(\mathbf{y}) = \left|\beta\mathbf{v}_i - \mathbf{A}\mathbf{V}_k\mathbf{y}\right|,$$

где $\beta = \sqrt{(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)}$. С учетом (1.5) будем иметь

$$J(\mathbf{y}) = \left|\mathbf{V}_{k+1}(\beta\,\mathbf{e}_1 - \mathbf{H}_{k1}\mathbf{y})\right|,$$

где $\mathbf{e}_1$ — первый столбец единичной матрицы $(k+1) \times (k+1)$. Так как $\mathbf{V}_{k+1}$ L_2-ортонормирован, то
$$J(\mathbf{y}) = \left|\beta\,\mathbf{e}_1 - \mathbf{H}_{k1}\mathbf{y}\right|. \tag{1.7}$$

Таким образом, решение задачи минимизации (1.5) есть $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_0 + \mathbf{V}_k \mathbf{y}_k$, где $\mathbf{y}_k$ минимизирует функцию $J(\mathbf{y})$, определяемую согласно (1.7). В результате получается следующий

Алгоритм 1. Обобщенный метод минимальных невязок (GMRES).

Шаг 1. Start: выбираем $\mathbf{x}_0$ и вычисляем $\mathbf{r}_0 = \mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{x}_0$ и $\mathbf{V}_1 = \mathbf{r}_0/|\mathbf{r}_0|$.

Шаг 2. Iterate: for $j = 1, 2, \ldots, k, \ldots$ until satisfied do

$$h_{ij} = (\mathbf{A}\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, \ldots, j, \quad \mathbf{v}_{j+1} = \mathbf{A}\mathbf{v}_j - \sum_{i=1}^{j} h_{ij}\mathbf{v}_i,$$

$$h_{j+1,j} = |\mathbf{v}_{j+1}|, \quad \mathbf{v}_{j+1} = \frac{\mathbf{v}_{j+1}}{h_{j+1,j}}.$$

Шаг 3. Формируем новое приближение к решению $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_0 + \mathbf{V}_k\mathbf{y}_k$, где $\mathbf{y}_k$ минимизирует (1.6).

В принципе полученный алгоритм можно рассматривать как прямой метод, который дает точное решение при некотором $k < N$. Однако при увеличении k память, необходимая для хранения базисных векторов, растет пропорционально k, а количество умножений при их вычислении — как $k^2N/2$. Чтобы обойти эти трудности, будем возобновлять процесс через каждые m шагов. Тогда получается следующий итерационный

Алгоритм 2. GMRES (m).

Шаг 1. Start: выбираем $\mathbf{x}_0$ и вычисляем $\mathbf{r}_0 = \mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{x}_0$ и $\mathbf{V}_1 = \mathbf{r}_0/|\mathbf{r}_0|$.

Шаг 2. Iterate: for $j = 1, 2, \ldots, m$ do

$$h_{ij} = (\mathbf{A}\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, \ldots, j, \quad \mathbf{v}_{j+1} = \mathbf{A}\mathbf{v}_j - \sum_{i=1}^{j} h_{ij}\mathbf{v}_i,$$

$$h_{j+1,j} = |\mathbf{v}_{j+1}|, \quad \mathbf{v}_{j+1} = \frac{\mathbf{v}_{j+1}}{h_{j+1,j}}.$$

Шаг 3. Формируем новое приближение к решению $\mathbf{x}_m = \mathbf{x}_0 + \mathbf{V}_m\mathbf{y}_m$, где $\mathbf{y}_m$ минимизирует (1.7).

Шаг 4. Restart:

Compute $\mathbf{r}_m = \mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{x}_m$ if satisfied then stop else compute $\mathbf{x}_0 := \mathbf{x}_m$, $\mathbf{v}_1 := = \mathbf{r}_m/|\mathbf{r}_m|$ and go to 2.

Единственным невыясненным элементом алгоритма осталось решение задачи наименьших квадратов

$$\min_Y |\beta\,\mathbf{e}_1 - \mathbf{H}_{k1}\mathbf{y}|.$$

Для ее решения приведем верхнюю хессенбергову матрицу $\mathbf{H}_{k1}$ к верхней треугольной матрице с помощью матриц вращения, одновременно модифицируя правую часть $\beta\mathbf{e}_1$. Так как матрицы вращения унитарны, то значение функционала $J(y)$ при этом не изменится. Обозначим через $\mathbf{Q}_k$ матрицу, являющуюся произведением последовательности матриц вращения, приводящих $\mathbf{H}_{k1}$ к верхнему треугольному виду; тогда

$$J(\mathbf{y}) = \left|\beta\mathbf{r}_1 - \mathbf{H}_{k1}\mathbf{y}\right| = \left|\mathbf{Q}_k[\beta\mathbf{r}_1 - \mathbf{H}_{k1}\mathbf{y}]\right| = \left|\mathbf{t}_k - \mathbf{R}_k\mathbf{y}\right|, \tag{1.8}$$

где $\mathbf{t}_k$ и $\mathbf{R}_k$ — результаты применения $\mathbf{Q}_k$ соответственно к правой части и к матрице $\mathbf{H}_{k1}$. Так как последняя строка матрицы $\mathbf{R}_k$ нулевая, то задача минимизации (1.8) сводится к решению системы линейных уравнений с треугольной матрицей $\mathbf{R}_k$.

1.4.3. Ускорение сходимости с помощью переобусловливания. Описанный выше метод оперирует только с исходной матрицей $\mathbf{A}$ системы уравнений, поэтому скорость его сходимости (при фиксированном значении параметра m) зависит только от спектральных свойств матрицы $\mathbf{A}$. Существует эффективный способ ускорения сходимости основного итерационного метода, основанный на переходе от решения исходной системы уравнений $\mathbf{Ax} = \mathbf{f}$ к эквивалентной системе $\mathbf{BAx} = \mathbf{Bf}$, получаемой путем умножения системы на некоторую матрицу $\mathbf{B}$.

Скорость сходимости итерационного метода зависит от спектрального радиуса задачи. Поэтому в качестве $\mathbf{B}$ обычно выбирается такая матрица, которая при умножении на $\mathbf{A}$ дает матрицу, приближающуюся к единичной. В данной работе в качестве такой матрицы-переобусловливателя использовалось неполное разложение $\mathbf{A}$ на треугольные сомножители $\mathbf{L}$ и $\mathbf{U}$: $\mathbf{A} = \mathbf{LU} + \mathbf{E}$, где $\mathbf{E}$ — погрешность неполного разложения. В процессе ILU-разложения получаются лишь сомножители $\mathbf{L}$ и $\mathbf{U}$, матрица же $\mathbf{E}$, вообще говоря, остается неопределенной.

Существуют две основные стратегии ILU: разложение по позициям и разложение по значениям. Оба варианта отличаются от полного LU-разложения тем, что в процессе работы алгоритма каким-либо образом контролируется заполнение треугольных сомножителей вновь возникающими элементами, большая часть из которых отбрасывается.

В разложении по позициям заранее фиксируется некоторая структура разреженности матриц $\mathbf{L}$ и $\mathbf{U}$, например, совпадающая со структурой разреженности исходной матрицы.

В разложении по значениям выбирается некоторое пороговое значение ε величины возникающих элементов и элементы, меньшие этого порогового значения, отбрасываются. Эта стратегия более универсальна, так как путем понижения порогового значения и тем самым увеличения заполнения сомножителей можно сколь угодно близко подойти к точному LU-разложению, т. е. ценой удорожания метода удается добиться сходимости на сколь угодно плохих матрицах. Однако разложение по значениям имеет существенные недостатки. Первый из них состоит в том, что при уменьшении ε цена переобусловливания как по памяти, так и по числу арифметических операций может катастрофически возрасти. Второй заключается в сложности выбора самого значения ε, для которого не существует какой-либо хорошо обоснованной методики. В то же время разложение по позициям крайне просто реализуется программно, оно дешево с точки зрения памяти и числа операций и в большинстве случаев работает вполне удовлетворительно. По этой причине в данной работе использовалось именно неполное разложение по позициям.

1.5. Методические расчеты

1.5.1. Об эффективности численного решения сеточных уравнений. Объем требуемой оперативной памяти и времени ЦПУ, затрачиваемых для решения системы линейных алгебраических уравнений на итерации по нелинейности

$$\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}\right)_{k_0} \boldsymbol{\Delta}\mathbf{X}^{[k]} = -\mathbf{F}(\mathbf{X}^{[k]}),$$

существенно зависит от степени разреженности матрицы $(\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X})$. Предварительные расчеты показали, что сходимость итерационного процесса по нелинейности существенно зависит от точек в шаблоне аппроксимации, используемых для конвективной составляющей, а также для прямых производных диссипативной составляющей уравнений Навье–Стокса. Использование «угловых» точек в шаблоне аппроксимации для смешанных производных диссипативной составляющей уравнений Навье–Стокса оказывает слабое влияние на сходимость итераций по нелинейности. Вследствие этого, а также для сокращения примерно в два раза оперативной памяти и общего числа арифметических операций на итерации по нелинейности в операторе $\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X}$ опущены диагонали, соответствующие смешанным производным. В результате оператор $\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X}$ для двухмерного случая имеет разреженную блочную 9-диагональную структуру.

На примере нестационарного течения совершенного вязкого газа в плоском канале было проведено сравнительное исследование затрат времени ЦПУ и памяти ПК [Егоров И.В., Иванов Д.В., 1998], необходимых для решения системы дифференциальных уравнений прямым и итерационным методами, с использованием полного (5×5) и усеченного (3×3) шаблонов формирования матрицы Якоби. Основной выигрыш во времени ЦПУ достигается для случая, когда матрица Якоби формируется на усеченном шаблоне. Этот выигрыш очень велик и с избытком компенсирует некоторое ухудшение сходимости при реализации итерационного метода. Наличие или отсутствие смешанных производных практически не влияет на сходимость, однако приводит к некоторому уменьшению используемой памяти (на $4\div25\,\%$) и времени ЦПУ (на $6\div40\,\%$) из-за более разреженной структуры матрицы системы. Этот выигрыш выше при использовании усеченного шаблона. Модификация метода Ньютона–Рафсона также дает большой выигрыш во времени ЦПУ (в $2\div5$ раз), но не влияет на используемую память.

1.5.2. О сходимости решения по числу узлов расчетной сетки. Результаты численного моделирования нуждаются в проверке на точность и достоверность. Это делается по двум направлениям: первое — сходимость по сеточным параметрам (точность), второе — сравнение результатов расчетов с экспериментальными и расчетными данными работ других авторов (достоверность). Получение результатов по первому направлению сопряжено с проведением большого объема методических расчетов, и обычно ограничиваются исследованием одного или двух режимов обтекания рассматриваемого тела. Добывание информации по второму направлению является менее трудоемкой операцией, поэтому она, как правило, присутствует в каждой публикации при обсуждении расчетного материала.

Поэтому ниже в этом подразделе анализируются результаты исследования по влиянию числа узлов расчетной сетки $N \times N$ ($51 \leqslant N \leqslant 601$) на точность определения полей газодинамических переменных на примере обтекания кругового цилиндра с изотермической поверхностью ($T_{\rm w0} = 0{,}5$) сверхзвуковым потоком при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ для двух значений числа Рейнольдса: $\mathrm{Re} = 10^4$ (ламинарная модель) и $\mathrm{Re} = 10^6$ (турбулентная модель). При анализе погрешности расчета в качестве «точного» решения использовались результаты расчетов при наибольшем числе узлов расчетной сетки, которые будем обозначать звездочкой.

Характерные затраты оперативной памяти ПК и времени ЦПУ при решении задачи обтекания кругового цилиндра сверхзвуковым потоком при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^4$ (ламинарная модель) представлены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Число узлов расчетной сетки, $N \times N$	Оперативная память для решения задачи, Мб	Среднее время установления на ПК с ЦПУ Pentium-III 1000 МГц, ч
51×51	6	0,25
71×71	11	0,5
101×101	21	1,0
141×141	39	2,0
201×201	78	4,0
281×281	141	8,0
401×401	304	15
601×601	665	30

Результаты расчетов на основе уравнений Навье–Стокса показали, что для области возмущенного течения перед цилиндром изменение параметра N проявляется в поведении газодинамических переменных в окрестности головной ударной волны. Увеличение N приводит к лучшему разрешению головной ударной волны, но практически не оказывает влияния на значения газодинамических переменных в остальной части области течения. В качестве примера на рис. 1.4, *а* показано влияние N на распределение температуры на линии симметрии перед цилиндром.

Иная ситуация наблюдается для области возмущенного течения за круговым цилиндром (ближний след): увеличение параметра N обусловливает более точное разрешение тонкой структуры ближнего следа, и, как следствие этого, происходит уточнение полей газодинамических переменных. Сказанное

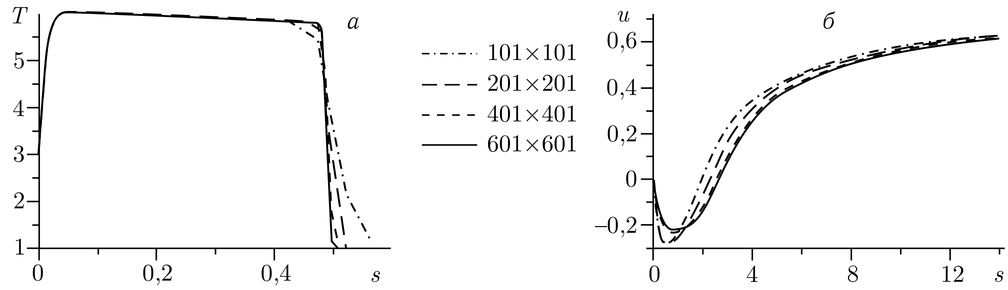


Рис. 1.4. Влияние числа узлов расчетной сетки $N \times N$ на распределения температуры T (*а*) и скорости u (*б*) на линии симметрии перед и за круговым изотермическим ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндром соответственно при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^4$ ($s = s^*/R$ — расстояние, отсчитываемое от передней и задней критических точек вверх и вниз по потоку соответственно)

выше наглядно иллюстрируется распределением скорости на оси ближнего следа (рис. 1.4, *б*).

Из рис. 1.4 также видно, что на режиме ламинарного обтекания цилиндра распределения рассматриваемых газодинамических переменных при $N = 401$ и при $N = 601$ практически совпадают. Это говорит о том, что дальнейшее увеличение параметра N практически не будет влиять на поля газодинамических переменных, т. е. происходит выход на решение задачи, не зависящее от числа узлов расчетной сетки.

При больших числах Рейнольдса, когда в поле возмущенного течения около цилиндра реализуются различные режимы движения газообразной среды, имеем такую же картину: для потока на наветренной стороне увеличение параметра N улучшает разрешимость головной ударной волны и мало влияет на поля газодинамических переменных в остальной области течения. В ближнем следе возрастание параметра N позволяет более аккуратно и надежно установить тонкую структуру поля течения, и вследствие этого наблюдается монотонная деформация полей газодинамических переменных с выходом на «точное» решение по мере увеличения числа узлов расчетной сетки. Это наглядно видно по распределениям на линии симметрии ближнего следа температуры T и параметра турбулентности q (рис. 1.5).

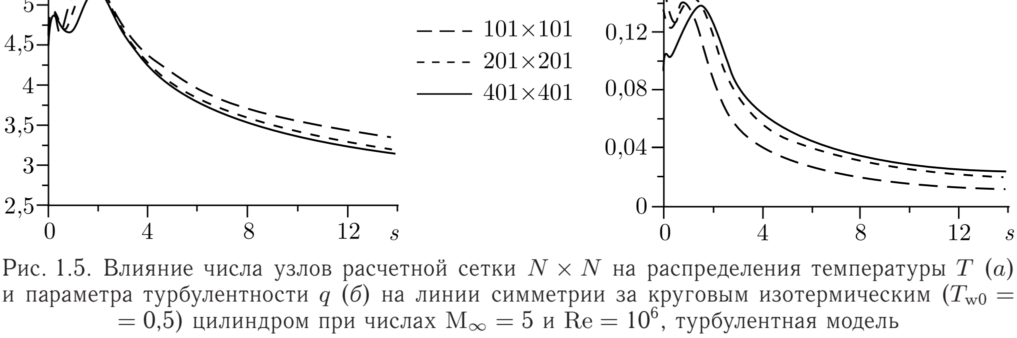


Рис. 1.5. Влияние числа узлов расчетной сетки $N \times N$ на распределения температуры T (*а*) и параметра турбулентности q (*б*) на линии симметрии за круговым изотермическим ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндром при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^6$, турбулентная модель

Рассмотрим теперь влияние параметра N на точность расчета местных аэродинамических характеристик. Начнем с анализа точности расчета давления на поверхности цилиндра (напомним, что давление является одной из искомых газодинамических переменных).

Изменения расчетных значений давления в передней и задней критических точках кругового цилиндра в зависимости от параметра N, показанные на рис. 1.6 (ламинарный поток), подтверждают сделанные выше выводы. В передней критической точке по мере увеличения числа узлов давление изменяется немонотонно и случайно с относительной погрешностью менее 1 % (см. рис. 1.7, *а*); это говорит о том, что расчетные данные получены в пре-

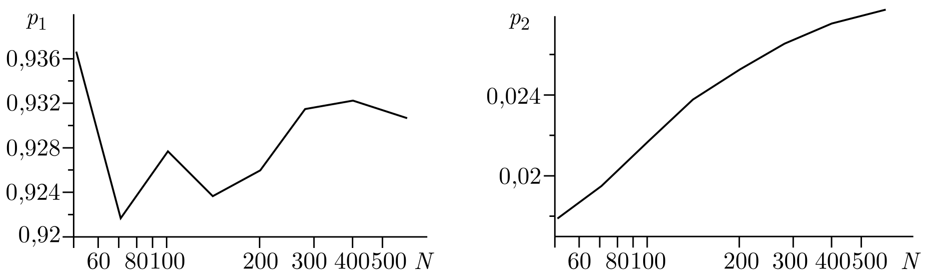


Рис. 1.6. Влияние числа узлов расчетной сетки $N \times N$ на давление в передней p_1 (*а*) и задней p_2 (*б*) критических точках кругового изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндра при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^4$

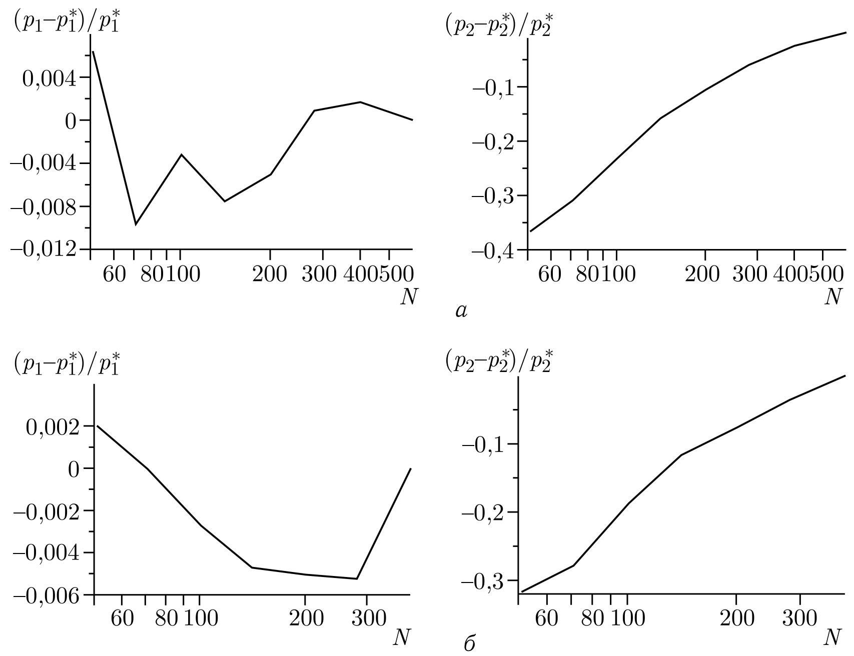


Рис. 1.7. Относительная погрешность определения давления в передней (p_1) и задней (p_2) критических точках кругового изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндра в зависимости от числа узлов расчетной сетки $N \times N$ при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$: *а* — $\mathrm{Re} = 10^4$, ламинарная модель; *б* — $\mathrm{Re} = 10^6$, турбулентная модель

делах точности самого́ вычислительного процесса. Далее отметим, что в этой точке асимптотическое значение относительного давления $p_{1E} = 0{,}9331$, оно вычисляется по формулам газовой динамики. Результаты расчетов на разных сетках согласуются с указанным значением при максимальном отклонении от него 1,2 %; в большинстве случаев расчетные данные располагаются ниже асимптотического значения.

В задней критической точке на сравнительно грубой сетке давление вычисляется с большой относительной погрешностью (порядка 38 %), а монотонность изменения давления по абсолютной величине и монотонное уменьшение относительной погрешности его расчета с ростом параметра N свидетельствуют о повышении точности моделирования тонкой структуры ближнего следа.

При больших числах Рейнольдса картина в качественном отношении остается такой же: в передней критической точке давление и относительная погрешность его расчета (рис. 1.7, *б*) в зависимости от параметра N изменяются немонотонным, случайным образом, а в задней критической точке — монотонным образом.

В качестве аэродинамической характеристики, определение которой связано с расчетом производных от газодинамических переменных, рассмотрим местный градиент температуры $q = \partial T/\partial n$, которому пропорционален местный тепловой поток.

При ламинарном режиме течения поведение местного градиента температуры в передней и задней критических точках цилиндра в зависимости от параметра N показано на рис. 1.8.

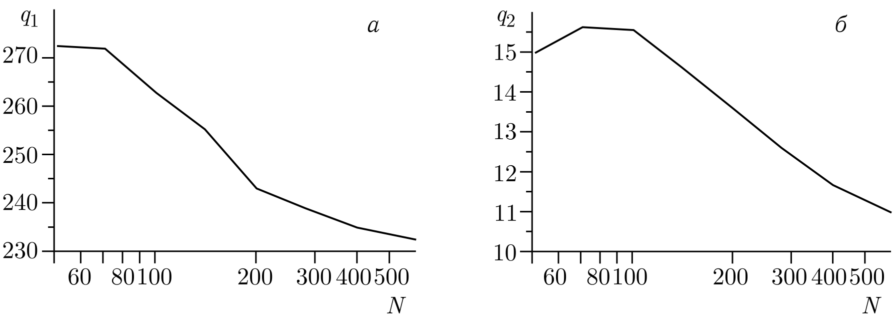


Рис. 1.8. Влияние числа узлов расчетной сетки $N \times N$ на безразмерный градиент температуры ($q = \partial T/\partial n$) в передней q_1 (*а*) и задней q_2 (*б*) критических точках кругового изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндра при числах $M_\infty = 5$ и $Re = 10^4$

В отличие от давления, значения градиента температуры в обеих точках существенным образом зависят от числа узлов расчетной сетки. При этом относительная погрешность расчета градиента температуры (рис. 1.9) на самой грубой сетке достаточно высокая: ≈ 18 % в передней и ≈ 40 % в задней критических точках. При переходе к более мелкой сетке погрешность расчета сначала остается на прежнем уровне, а затем монотонно уменьшается с ростом N.

Качественно аналогичная картина наблюдается и при больших числах Рейнольдса. Отметим одну особенность, связанную с расчетом ближнего

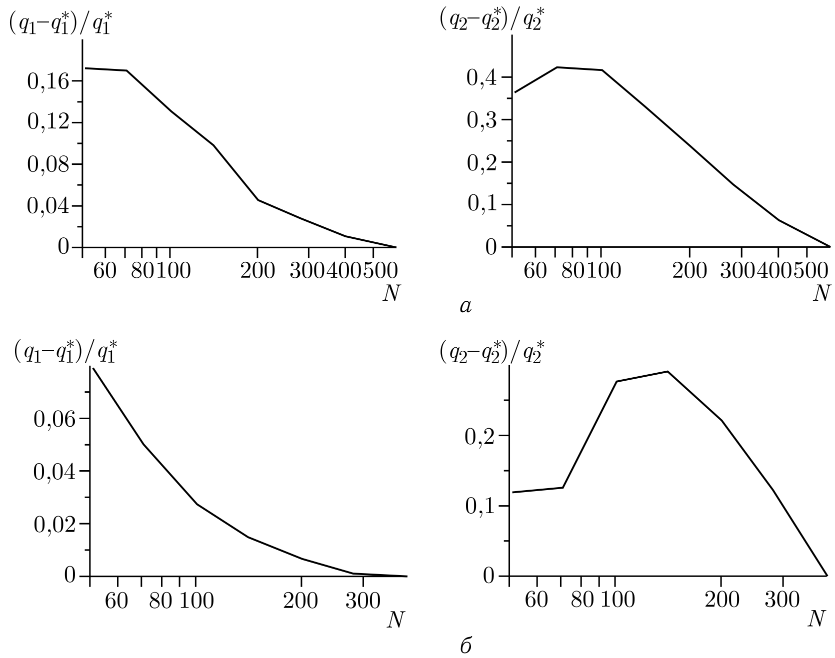


Рис. 1.9. Относительная погрешность определения градиента температуры в передней (q_1) и задней (q_2) критических точках кругового изотермического ($T_{\mathrm{w0}} = 0{,}5$) цилиндра в зависимости от числа узлов расчетной сетки $N \times N$ при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$: *а* — $\mathrm{Re} = 10^4$, ламинарная модель; *б* — $\mathrm{Re} = 10^6$, турбулентная модель

следа. Поскольку при турбулентном течении в ближнем следе область отрывного течения менее развита по сравнению с ламинарным потоком, то для корректной разрешимости структуры поля течения необходима существенно более мелкая расчетная сетка. По этой причине монотонное уменьшение погрешности расчета градиента температуры в задней критической точке имеет место при $N > 100$ для ламинарного течения ($\mathrm{Re} = 10^4$) и при $N > 180$ для турбулентного течения ($\mathrm{Re} = 10^6$).

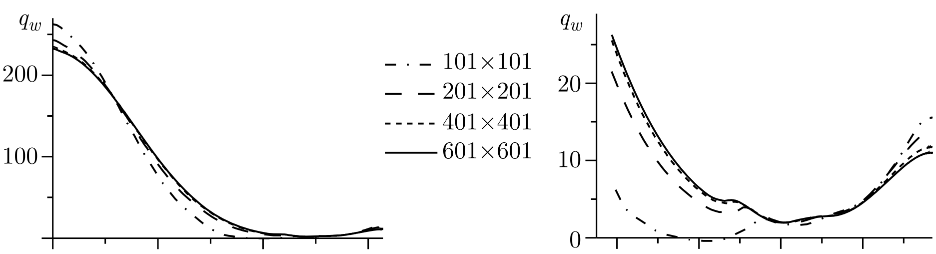


Рис. 1.10. Влияние числа узлов расчетной сетки $N \times N$ на распределение относительного градиента температуры ($q = \partial T / \partial n$) по поверхности кругового изотермического ($T_{\mathrm{w0}} = 0{,}5$) цилиндра при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^4$

Влияние числа узлов расчетной сетки на точность определения местного градиента температуры на поверхности цилиндра показано на рис. 1.10; эти данные подтверждают сделанные выше выводы.

Заключение

Дана постановка задачи для уравнений динамики вязкого совершенного газа, описывающих нестационарные двухмерные течения при ламинарном (уравнения Навье–Стокса) и ламинарно-турбулентном (уравнения Рейнольдса) режимах. При этом стационарное решение задачи получается как предельный случай при $t \to \infty$, т. е. методом установления по времени. Подробно описан подход к численному моделированию на основе уравнений динамики вязкого газа.

Выполнен большой объем методических исследований.

На примере нестационарного течения совершенного вязкого газа в плоском канале проведен анализ затрат времени ЦПУ и памяти ПК, необходимых для решения системы дифференциальных уравнений прямым и итерационным методами, с использованием полного (5×5) и усеченного (3×3) шаблонов формирования матрицы Якоби. Наибольший выигрыш во времени ЦПУ достигается для случая, когда матрица Якоби формируется на усеченном шаблоне.

Изучено влияние числа узлов расчетной сетки $N \times N$ $(51 \leqslant N \leqslant 601)$ на точность определения полей газодинамических переменных на примере сверхзвукового ($M_\infty = 5$) обтекания кругового цилиндра с изотермической поверхностью ($T_{\rm w0} = 0{,}5$, умеренный теплообмен) для чисел Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^4$ (ламинарный режим) и $\mathrm{Re} = 10^6$ (ламинарно-турбулентный режим).

Глава 2

КРУГОВОЙ ЦИЛИНДР В ТРАНСЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОГО СОВЕРШЕННОГО ГАЗА

Круговые цилиндры как простейшие тела с аналитическим контуром интенсивно исследуются экспериментально и теоретически с целью изучения фундаментальных проблем — структуры поля течения и особенностей теплообмена, влияния на них определяющих параметров задачи.

Из-за многопараметричности задачи необходимо иметь достаточно обширный расчетный материал для выявления основных закономерностей по влиянию определяющих параметров на структуру поля течения и аэродинамические характеристики цилиндра. При этом возникает вопрос об адекватности численного моделирования, ответ на который может дать сопоставление между собой результатов численного и экспериментального исследований.

Ниже в этой главе обсуждаются результаты исследований поперечного обтекания кругового цилиндра однородным установившимся потоком несжимаемой и сжимаемой жидкостей. При этом в случае движения несжимаемой жидкости в кратком обзоре, не претендующем на полноту охвата известного материала, обсуждается влияние числа Рейнольдса на структуру поля течения около кругового цилиндра. Для сжимаемой жидкости рассматривается трансзвуковой диапазон изменения скорости набегающего потока. Напомним, что в рамках теории невязкого газа для кругового цилиндра критическое число Маха $\mathrm{M}_{\infty *} = 0{,}4$, т. е. для плохо обтекаемого тела трансзвуковой диапазон чисел Маха существенно шире соответствующего диапазона для хорошо обтекаемого тела. Этим обстоятельством обусловлен интерес к изучению обтекания цилиндра трансзвуковым потоком газа. Анализ результатов исследований в сверхзвуковом диапазоне будет проведен в гл. 3.

2.1. Круговой цилиндр в однородном потоке несжимаемой жидкости

При равномерном движении кругового цилиндра в неограниченной несжимаемой жидкости определяющим параметром подобия является число Рейнольдса, в зависимости от которого наблюдаются различные схемы обтекания цилиндра (см., например, [Zhang J., Dalton C., 1998]).

При малых числах Рейнольдса ($\mathrm{Re}_\mathrm{D} < 10$) реализуется безотрывная схема обтекания кругового цилиндра (рис. 2.1), а поле течения с хорошим приближением описывается уравнениями Озеена. В аэродинамическое сопро-

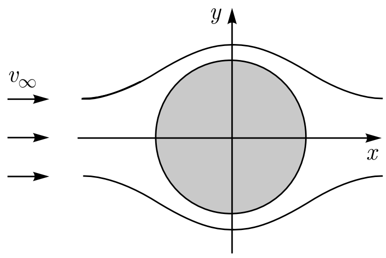


Рис. 2.1. Безотрывное обтекание кругового цилиндра ($\mathrm{Re_D} < 10$)

тивление основной вклад вносят касательные напряжения, т. е. $C_{x\mathrm{p}} < C_{x\mathrm{F}}$, и, следовательно, $C_{x\mathrm{F}}/C_x > 0{,}5$. Здесь $C_{x\mathrm{p}}$ и $C_{x\mathrm{F}}$ — коэффициенты сопротивления давления и трения соответственно, $C_x = C_{x\mathrm{p}} + C_{x\mathrm{F}}$ — коэффициент аэродинамического сопротивления.

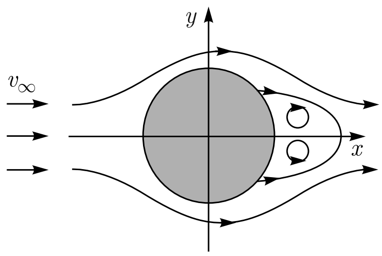


Рис. 2.2. Классическая схема отрывного обтекания кругового цилиндра ($10 < \mathrm{Re_D} < 60$)

При числах $10 < \mathrm{Re_D} < 60$ в ближнем следе наблюдается классическая схема течения с замкнутой областью стационарного отрывного течения (рис. 2.2).

При обтекании тела потоком несжимаемой жидкости на этих режимах для длины отрывной зоны L от числа Re имеют место структурные зависимости: 1) $L/D \sim \mathrm{Re} + O(\mathrm{Re}^{-1})$ для ламинарного отрывного течения; 2) $L/D \sim \mathrm{Re}^{-1} + O(\mathrm{Re}^{-3})$ для переходного течения; 3) $L/D \sim \mathrm{const}$ для турбулентного течения. Здесь D — характерный линейный размер тела (в случае кругового цилиндра — его диаметр). В частности, указанные закономерности установлены [Li X., Djilali N., 1995] на основе масштабного анализа [Bejan A., 1984] и подтверждены путем обработки расчетных и экспериментальных данных для разных тел (обратная ступенька, круговой цилиндр, сфера и др.) и получения соответствующих корреляционных зависимостей. Для кругового цилиндра корреляционная формула при $\mathrm{Re_D} \leqslant 100$ имеет вид

$$\frac{L}{D} = 0{,}5 + 0{,}1339(\mathrm{Re_D} - 10) \tag{2.1}$$

(длина L отсчитывается от центра цилиндра).

В проведенных ранее расчетных исследованиях обтекания кругового цилиндра потоком несжимаемой жидкости стационарное решение задачи удалось получить вплоть до числа $\mathrm{Re_D} = 600$ (см., например, [Yegorov I., Zaitsev O., 1993]); этому содействовало наложенное условие симметрии течения, использование асимптотических внешних граничных условий [Бабенко К.И., 1970]. Расчетные данные в целом подтверждают корреляционную зависимость для L/D вплоть до очень больших чисел Re, пока сохраняется ламинарный режим течения [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 1998].

С ростом числа Рейнольдса аэродинамическое сопротивление уменьшается и возрастает относительная доля сопротивления давления. При этом по мере увеличения числа Рейнольдса в дальнем следе проявляется неустойчивость стационарной картины течения. Вследствие этого при числах $60 < \mathrm{Re}_\mathrm{D} < 5000$ течение в ближнем следе становится нестационарным и с поверхности цилиндра периодически происходит сход вихрей, что приводит к формированию в ближнем следе последовательности вихрей, которая получила название *вихревой цепочки Кармана* (рис. 2.3).

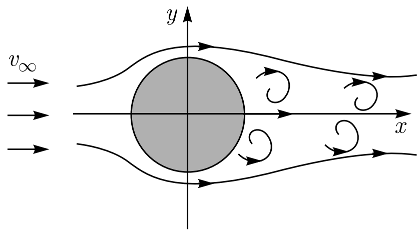


Рис. 2.3. Схема обтекания кругового цилиндра с образованием вихревой цепочки Кармана ($60 < \mathrm{Re}_D < 5000$)

Нестационарность течения в ближнем следе характеризуется частотой f схода вихрей с поверхности кругового цилиндра или параметром подобия — числом Струхала $\mathrm{Sh} = fD/V_\infty$, зависимость которого от числа Рейнольдса согласно экспериментальным данным показана на рис. 2.4. Частота колебаний (частота схода вихрей) находится в слышимом звуковом диапазоне, и этим объясняется гудение телеграфных проводов при наличии ветра.

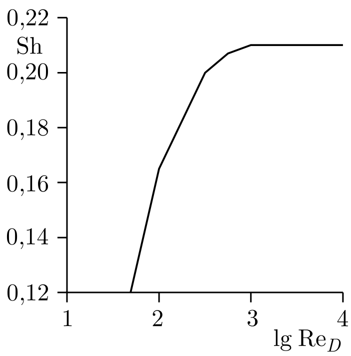


Рис. 2.4. Частота схода вихрей с поверхности кругового цилиндра в зависимости от числа Re_D

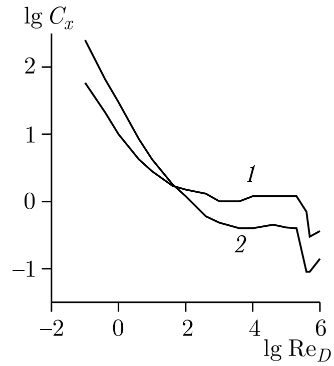


Рис. 2.5. Коэффициенты гидродинамического сопротивления C_x кругового цилиндра (*1*) и сферы (*2*) в зависимости от числа Re_D

Зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления C_x кругового цилиндра от числа Рейнольдса Re_D показана на рис. 2.5; здесь же приведена соответствующая зависимость для сферы. Они отличаются по численным значениям, но в качественном отношении имеют схожий характер поведения.

Для кругового цилиндра в диапазоне чисел $5 \cdot 10^3 < \mathrm{Re}_\mathrm{D} < 10^5$ с ростом числа Рейнольдса усложняется структура поля течения в ближнем следе из-за проявления пространственных эффектов, что приводит к усилению разреженности в кормовой части цилиндра и возрастанию сопротивления давления. Это обусловливает увеличение коэффициента аэродинамического сопротивления с ростом числа Рейнольдса.

В диапазоне чисел $10^5 < \mathrm{Re_D} < 7 \cdot 10^5$ по мере увеличения числа Рейнольдса происходит турбулизация течения в ближнем следе. Если для хорошо обтекаемого тела (плоской пластины) турбулизация течения приводила к возрастанию коэффициента аэродинамического сопротивления с ростом числа Re, то для кругового цилиндра наблюдается противоположный эффект — с ростом числа Рейнольдса коэффициент аэродинамического сопротивления резко уменьшается. Аналогичная картина имеет место и для сферы.

Это необычное явление экспериментально было обнаружено Эйфелем (1912 г.), а объяснение его было дано Л. Прандтлем (1914–1915 гг.). Поэтому его стали называть *парадоксом Эйфеля–Прандтля*, или *кризисом сопротивления*.

Дело заключается в следующем. Согласно результатам экспериментальных исследований при одинаковых условиях на внешней границе пограничного слоя профиль скорости турбулентного течения является более наполненным по сравнению с профилем скорости ламинарного течения. Вследствие этого при турбулентном течении пристеночные слои жидкости обладают бо́льшим запасом кинетической энергии и в состоянии преодолеть больший положительный градиент давления, чем это имеет место при ламинарном течении. В силу сказанного постепенная турбулизация течения в окрестности точки отрыва с ростом числа Re приводит к постепенному смещению ее вниз по потоку в область с бо́льшим положительным градиентом давления и, следовательно, к постепенному уменьшению сопротивления давления и возрастанию сопротивление трения. Поскольку при больших числах Re сопротивление трения составляет незначительную часть от сопротивления давления, то это приводит в целом к уменьшению аэродинамического сопротивления.

Для подтверждения правильности объяснения кризиса сопротивления Прандтль провел экспериментальные исследования сферы в аэродинамической трубе с визуализацией картины обтекания. При одном и том же достаточно большом числе Re была испытана сфера в двух вариантах: сфера с гладкой поверхностью и сфера с тонким проволочным кольцом, установленным на ее лобовой поверхности. В первом случае течение в пограничном слое и ближнем следе было ламинарным и отрыв пограничного слоя наблюдался почти сразу за миделевым сечением сферы. Во втором случае установленное проволочное кольцо служило турбулизатором течения в пограничном слое, вследствие этого перед точкой отрыва имелся турбулентный пограничный слой, который выдерживал большие положительные градиенты давления и обусловливал резкое смещение точки отрыва вниз по потоку.

При числах $7 \cdot 10^5 < \mathrm{Re_D}$ по мере увеличения числа Рейнольдса коэффициент аэродинамического сопротивления возрастает, что связано с увеличением коэффициента сопротивления трения из-за смещения точки перехода вверх по потоку. После того как точка перехода займет крайнее верхнее положение, наступает стабилизация структуры поля течения и гидродинамических характеристик кругового цилиндра и сферы, т. е. их независимость от числа Re.

2.2. Круговой цилиндр в трансзвуковом потоке

При дозвуковых, трансзвуковых и малых сверхзвуковых скоростях невозмущенного потока, когда максимальные температуры в поле течения сравнительно невелики, обычно принимается, что обтекаемая поверхность тела является теплоизолированной (адиабатической) ($[\partial T/\partial n]_{\mathrm{w}} = 0$). Тогда для фиксированной модели среды динамическое подобие полей течения около кругового цилиндра определяется двумя параметрами подобия — числами Re и M_∞.

Согласно многочисленным экспериментальным исследованиям при малых числах Маха набегающего потока влияние числа Re на структуру поля течения около кругового цилиндра в качественном отношении аналогично тому, как это имеет место в несжимаемой жидкости, но с другими значениями критических чисел Re. Только при числах $\mathrm{M}_\infty > 0{,}9$, когда около цилиндра формируется достаточно обширная область сверхзвукового течения, происходят качественные изменения в характере влияния числа Re на структуру поля течения: сокращение размеров отрывной зоны, отсутствие режимов обтекания с периодическим сходом вихрей с обтекаемой поверхности и др.

Таким образом, для кругового цилиндра в качественном отношении по числу M_∞ имеем два характерных интервала: $\mathrm{M}_\infty \leqslant 0{,}9$ и $\mathrm{M}_\infty > 0{,}9$.

При числах $\mathrm{M}_\infty > 0{,}9$ численное моделирование обтекания кругового цилиндра обычно проводится в предположении, что движение в ближнем следе стационарно и симметрично относительно продольной оси координат. Поэтому расчеты выполняются для одной половины поля течения, их результаты в целом хорошо согласуются с экспериментальными данными (см., например, [Башкин В.А., Ваганов А.В., Егоров И.В., Иванов Д.В., Игнатова Г.А., 2002]). При числах $\mathrm{M}_\infty \leqslant 0{,}9$ численное моделирование осуществляется без предположения о симметрии поля течения.

Экспериментальному и теоретическому исследованию поперечного обтекания кругового цилиндра до- и трансзвуковым потоками совершенного газа посвящено достаточно много работ. В частности интересующую нас информацию о характеристиках цилиндра при больших числах Рейнольдса в трансзвуковом диапазоне скоростей можно найти, например, в следующих публикациях.

В [Мэрти В.С., Роуз В.К., 1978], [Murthy V.S., Rose W.C., 1977] приведены результаты экспериментального исследования поперечного обтекания кругового цилиндра до- и трансзвуковым потоками воздуха. В частности, для чисел $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8 \div 1{,}2$ приведены результаты измерений распределения по поверхности цилиндра коэффициента давления и коэффициента сопротивления трения для двух чисел Рейнольдса $\mathrm{Re} = 0{,}83 \cdot 10^5,\ 2{,}5 \cdot 10^5$ ($\mathrm{Re_D} = 1{,}66 \times 10^5,\ 5 \cdot 10^5$). При этом для первого числа Рейнольдса реализуется ламинарное, а для второго — ламинарно-турбулентное обтекание цилиндра. Экспериментальные данные по обтеканию кругового цилиндра при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}2 \div 1{,}4$ и числах Рейнольдса $\mathrm{Re_D} = 0{,}5 \cdot 10^6 \div 8{,}7 \cdot 10^6$ приведены в [Macha J.M., 1977], а при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}40,\ 0{,}55,\ 0{,}75,\ 0{,}85$ и Рейнольдса $\mathrm{Re_D} \approx 10^5$ — в [Rodriguez O., 1984].

Работа [Ishii K., Kuwahara K., 1984] посвящена численному исследованию течения сжимаемой жидкости около кругового цилиндра при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}3;\ 0{,}8;\ 0{,}95;\ 0{,}98$ и Рейнольдса $\mathrm{Re_D} = 10^3$ и $5 \cdot 10^6$ на основе полных нестационарных двухмерных уравнений Навье–Стокса, которые интегрировались модифицированным методом Бима–Уорминга–Стегера на неравномерных сетках 121×60 при $\mathrm{M}_\infty = 0{,}3;\ 0{,}8$ и 181×69 при $\mathrm{M}_\infty = 0{,}95;\ 0{,}98$. При расчете турбулентного течения использовалась алгебраическая модель турбулентности Болдуина–Ломакса.

Приведенные в упомянутых выше публикациях результаты позволяют провести верификацию выполненного нами численного моделирования в трансзвуковом диапазоне скоростей.

2.3. Круговой цилиндр при числах $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ и $\mathrm{Re} = 10^5$

Численное моделирование на основе уравнений Навье–Стокса обтекания кругового цилиндра радиусом R с теплоизолированной поверхностью околозвуковым потоком ($\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$) совершенного газа при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = \rho_\infty V_\infty R/\mu_\infty = 10^5$ без предположения о симметрии поля течения проведено на ортогональной неравномерной сетке с числом узлов 201×401. Расчетная область простиралась в горизонтальном направлении вверх и вниз по потоку на 50 калибров и в вертикальном направлении вверх и вниз от цилиндра на 100 калибров.

Расчеты нестационарных уравнений Навье–Стокса выполнены во временно́м промежутке $0 \leqslant t = t^* V_\infty / R \leqslant 200$. Согласно численным экспериментам при получении стационарного решения для установления общей структуры поля течения требуется время $t \leqslant 100$, а для установления «тонкой» структуры — время $t \leqslant 150$. Таким образом, выбранный временной интервал вполне достаточен для выхода решения задачи на квазипериодический режим течения. Основные результаты этого исследования приведены в [Башкин В.А., Егоров И.В., Ежов И.В., Иванов Д.В., 2007].

2.3.1. Структура поля течения. Об общей структуре поля стационарного течения около тела, обтекаемого однородным стационарным потоком совершенного газа, обычно судят по картинам полей газодинамических переменных. В случае нестационарного течения около тела приходится рассматривать эволюцию картин мгновенных полей газодинамических переменных.

Применительно к круговому цилиндру, обтекаемому околозвуковым потоком газа, наиболее интенсивные нестационарные процессы происходят в донной области и связаны с формированием и сходом вихрей с обтекаемой поверхности и диффузией их в следе за телом. Но влияние этой нестационарности распространяется достаточно далеко вверх по потоку, обусловливая осцилляции газодинамических переменных в области течения перед лобовой поверхностью цилиндра. Для подтверждения сказанного на рис. 2.6 показаны эволюции коэффициента давления $c_\mathrm{p} = (p - p_\infty)/(0{,}5\rho_\infty V_\infty^2)$ в четырех ха-

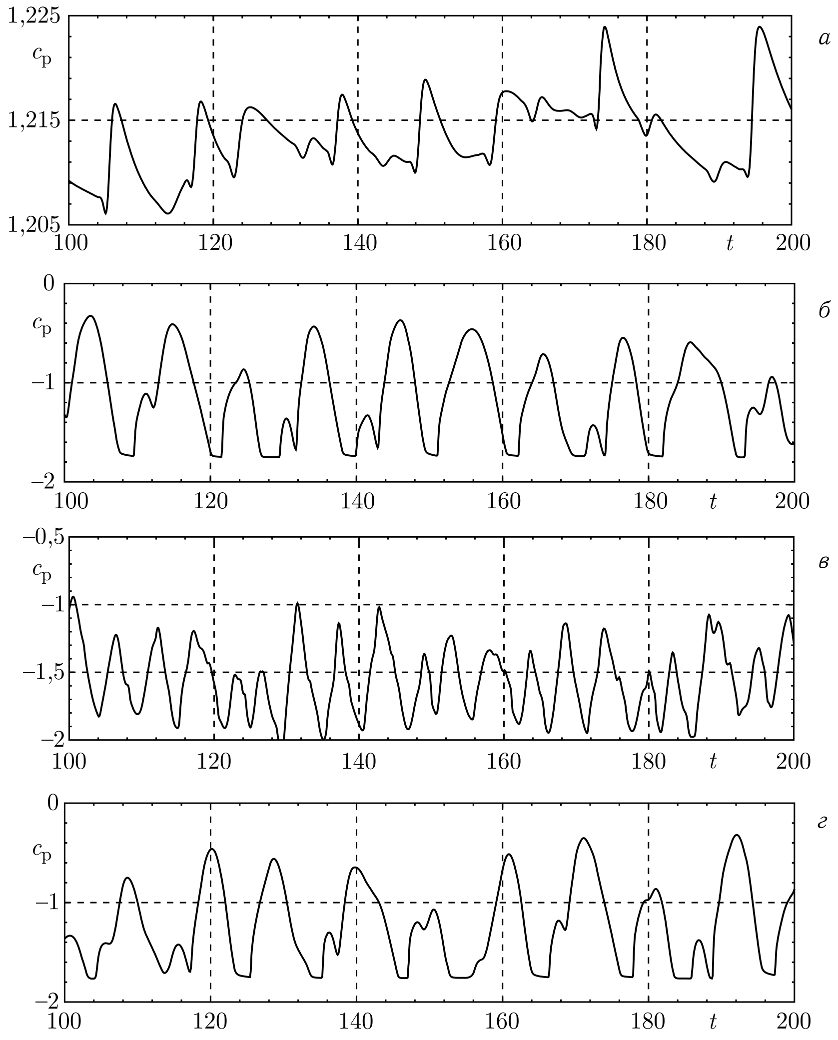


Рис. 2.6. Эволюция коэффициента давления c_p в характерных точках на поверхности цилиндра: *а* — точка $A(-1,0)$; *б* — точка $B(0,1)$; *в* — точка $C(1,0)$; *г* — точка $D(0,-1)$

рактерных точках: $A(-1,0)$, $B(0,1)$, $C(1,0)$, $D(0,-1)$, расположенных на поверхности цилиндра в горизонтальной и вертикальной плоскостях симметрии.

В точке A коэффициент давления слабо осциллирует с максимальным отклонением от среднего значения $c_{\mathrm{pm}} = 1{,}21483$ менее 1 %, что позволяет говорить о квазистационарности течения в окрестности точки A и рассматривать ее как неподвижную переднюю критическую точку (точку растекания) в течение всего времени движения. Далее вниз по потоку от нее нестационарность течения усиливается, и в миделевом сечении (точки B и D) коэффициент давления осциллирует с большой амплитудой — наибольшее отклонение от среднего значения ($c_{\mathrm{pm}} = -1{,}24761$ в точке B и $c_{\mathrm{pm}} = -1{,}14559$ в точке D) порядка 70 %. При этом в указанных точках осциллирующие составляющие коэффициентов давления находятся в противофазе. В точке C наблюдаются сильное разрежение и пульсации с большой амплитудой (максимальное отклонение от среднего значения $c_{\mathrm{pm}} = -1{,}55895$ порядка 50 %).

Из приведенных данных следует, что мгновенные поля газодинамических переменных, в частности, коэффициента давления асимметричны относительно оси абсцисс. Это обусловливает появление у цилиндра нестационарной подъемной силы, осциллирующей с большой амплитудой. Сопоставление зависимостей, приведенных на рис. 2.6, *б* и 2.6, *г*, показывает, что, кроме сдвига фазы осцилляции, они отличаются по форме и амплитуде. Это, в свою очередь, обусловливает асимметричность осредненных полей газодинамических переменных относительно оси абсцисс.

Как отмечалось выше, при обтекании кругового цилиндра однородным установившимся потоком газа на его поверхности в точке A располагается передняя критическая точка (точка растекания), в которой местное напряжение трения равно нулю. Далее вниз по потоку от нее как на верхней, так и на нижней поверхностях цилиндра местное напряжение трения изменяется немонотонным образом и в ряде точек принимает нулевое значение. Это особые точки типа «седло», в которых происходит ветвление нулевой линии тока. Кроме упомянутой выше особой точки A, будем различать особые точки K, S и R — это задняя критическая точка, точка отрыва и точка присоединения потока соответственно. Для последних двух точек используются нижние индексы 1, 2 и 3 для обозначения точек первичного, вторичного и третичного отрыва и присоединения потока соответственно.

Положение особых точек на поверхности цилиндра, за исключением особой точки A, сильно изменяется со временем. В качестве примера на рис. 2.7 показана эволюция положения первого нуля местного напряжения трения (вниз по потоку от точки A) на верхней и нижней поверхностях цилиндра. Здесь θ — центральный угол, отсчитываемый от передней критической точки по часовой стрелке. Согласно приведенным данным положение первых нулей на поверхности цилиндра изменяется во времени в широком промежутке $60^\circ < |\theta_1| \leqslant 180^\circ$ и указывает на осциллирующий характер течения около цилиндра. Наличие разрывов в приведенных зависимостях говорит о том, что в процессе эволюции бывают моменты времени, когда на обтекаемой поверхности образуются области нулевого или почти нулевого напряжения трения. Кроме того, можно видеть, что решение задачи при больших временах не является гармоническим с одной характерной частотой, а представляет собой суперпозицию ряда гармоник. Каждый цикл имеет разную продолжительность по времени и различную амплитуду, в результате этого эволюция поля течения на протяжении разных циклов будет различной в некоторых деталях, но однотипной в главных закономерностях, связанных с формированием и сходом вихрей с обтекаемой поверхности. Поэтому анализ эволюции структуры поля течения около цилиндра проводится для цикла, соответствующего последним десяти единицам безразмерного времени ($189{,}9 \leqslant t \leqslant 198{,}4$).

Поле нестационарного течения около кругового цилиндра можно подразделить на две области. Первая из них расположена непосредственно в окрестно-

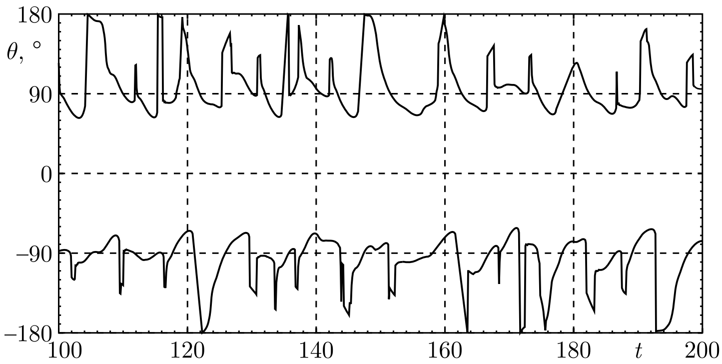


Рис. 2.7. Эволюция положения первого нуля местного напряжения трения на верхней и нижней поверхностях цилиндра

сти цилиндра, и в ней происходят формирование и сход вихрей с обтекаемой поверхности. Вторая область располагается вниз по потоку от первой, и в ней происходят распространение и диффузия оторвавшихся вихрей.

Поскольку во второй области происходят количественные изменения, то можно ограничиться рассмотрением полей газодинамических переменных для одного момента времени. В качестве примера на рис. 2.8 приведены картины изолиний $\psi = \mathrm{const}$ и $\omega = \mathrm{const}$ для момента времени $t = 189{,}9$. Здесь $\psi = \psi^*/(\rho_\infty V_\infty R)$ — функция тока, значение которой сохраняется постоянным вдоль линии тока, а $\omega = \omega^* R/V_\infty = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y$ — компонента вектора завихренности, ортогональная плоскости течения. При этом белым кривым соответствуют положительные, а черным — отрицательные значения функции тока и завихренности.

В начале второй области оторвавшиеся вихри образуют цепочку Кармана (рис. 2.8, *а*). По мере продвижения вихрей вниз по потоку их интенсивность уменьшается, и в дальнем следе имеем течение с почти однородной завихренностью в поперечном направлении.

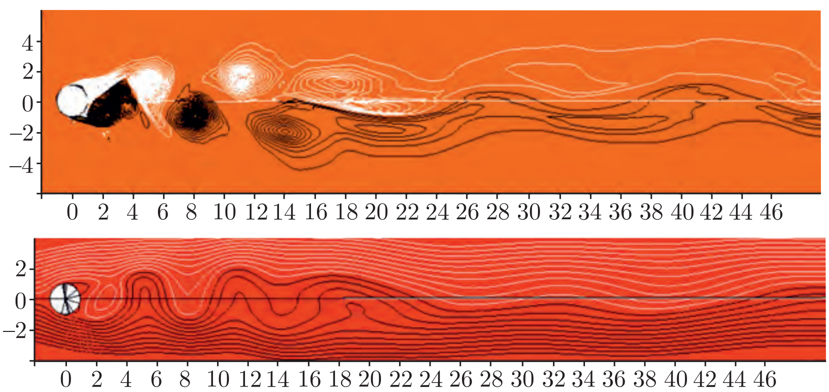


Рис. 2.8. Картины изолиний $\omega = \mathrm{const}$ (*а*) и линий тока $\psi = \mathrm{const}$ (*б*) около кругового цилиндра в момент времени $t = 189{,}9$; $\Delta\omega = 0{,}1$, $\Delta\psi = 0{,}265$

Мгновенная картина поля течения второй области характеризуется наличием взаимопроникающих потоков с верхней и нижней полуплоскостей, глубина проникновения которых уменьшается вниз по потоку (рис. 2.8, *б*). Нулевая линия тока, разделяющая потоки с верхней и нижней полуплоскостей, представляет собой затухающую осциллирующую кривую, каждая петля которой охватывает соответствующий вихрь.

Ниже основное внимание уделено анализу эволюции картины линий тока и поля завихренности в первой области течения около цилиндра.

2.3.2. Эволюция картины линий тока. Поскольку картина линий тока в окрестности передней критической точки практически стационарна, то ниже в основном обсуждается изменение картины линий тока в первой области ближнего следа (рис. 2.9 и 2.10). При этом на приведенных картинах лучи, выходящие из центра цилиндра, показывают положение особых точек на обтекаемой поверхности.

Анализ эволюции картин линий тока показал, что в произвольный момент времени около цилиндра реализуется достаточно сложная структура поля течения, которая устанавливается по поведению нулевой линии тока и характеризуется следующим.

Нулевая линия тока из минус бесконечности вдоль оси абсцисс приходит в переднюю критическую точку A цилиндра, в которой происходит ее ветвление на две, одна из них идет вдоль верхней, а вторая — вдоль нижней поверхности цилиндра. Встречаются эти линии тока в задней критической точке K, которая располагается либо на нижней, либо на верхней поверхности цилиндра. Объединенная нулевая линия тока в точке K покидает обтекаемую поверхность и немонотонным образом уходит вниз по потоку в бесконечно удаленную точку, разделяя потоки, соответствующие верхней и нижней полуплоскостям набегающего потока. При этом малая дуга AK поверхности цилиндра обтекается безотрывно, а большая дуга AK — с отрывом потока при образовании нескольких последовательно расположенных замкнутых локальных зон отрывного течения; при этом некоторые из них могут содержать в себе локальные вторичные и даже третичные зоны отрывного течения. На протяжении цикла точка K несколько раз скачкообразно переходит с одной стороны цилиндра на другую. Каждый такой переход характеризуется сменой структуры поля течения и направленности эволюционных процессов в ближнем следе.

На рассматриваемом отрезке времени ($189{,}9 \leqslant t \leqslant 198{,}4$) задняя критическая точка K испытывает четыре таких скачкообразных перехода, что позволяет выделить пять характерных эволюционных этапов: (I) $189{,}9 \leqslant t \leqslant 192{,}3$; (II) $192{,}4 \leqslant t \leqslant 194{,}3$; (III) $194{,}4 \leqslant t \leqslant 195{,}5$; (IV) $195{,}6 \leqslant t \leqslant 196$; (V) $196{,}1 \leqslant t \leqslant 198{,}4$. При этом она принадлежит нижней поверхности на этапах I, III, V, верхней поверхности цилиндра на этапах II и V.

Рассмотрим эволюционные процессы, происходящие на каждом из этих этапов.

Этап I. В начале этапа задняя критическая точка K располагается на нижней лобовой поверхности цилиндра в окрестности миделевого сечения (рис. 2.9, *а*). При обтекании большой дуги AK образуются три последова-

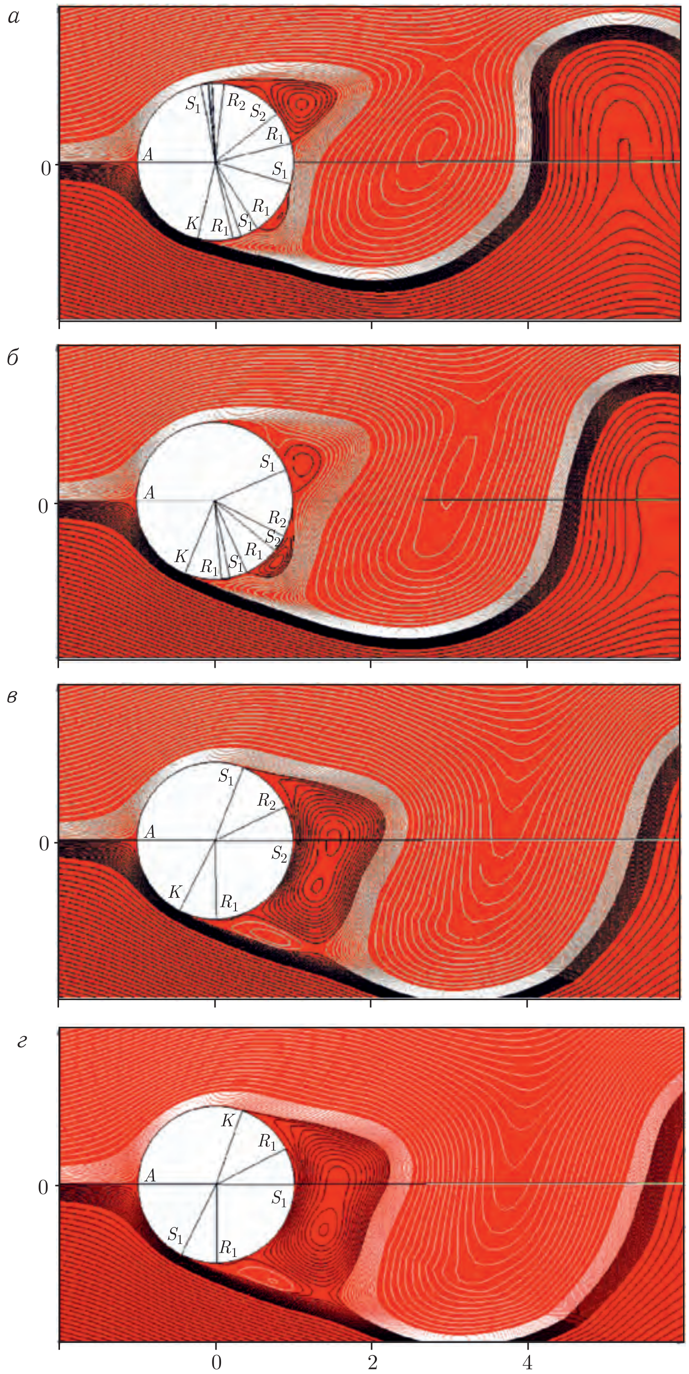


Рис. 2.9. Эволюция картины линий тока в ближнем следе цилиндра на этапах I и II: $t = 189{,}9$ (*а*); $t = 190{,}8$ (*б*); $t = 192{,}3$ (*в*); $t = 192{,}4$ (*г*); $\Delta\psi = 0{,}053$; $0{,}0106$

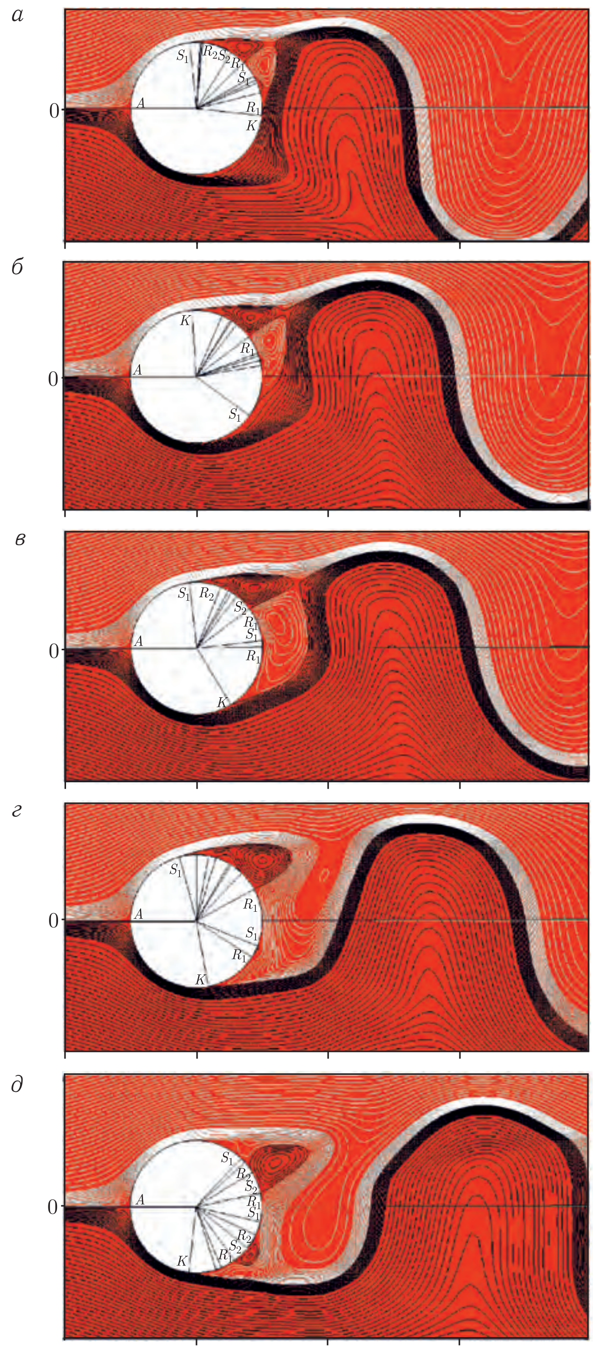


Рис. 2.10. Эволюция картины линий тока в ближнем следе цилиндра на этапах III, IV и V: $t = 194{,}4$ (*а*); $t = 195{,}6$ (*б*); $t = 196{,}1$ (*в*); $t = 197{,}1$ (*г*); $t = 198{,}4$ (*д*); $\Delta\psi = 0{,}053$; $0{,}0106$

тельно расположенные локальные зоны отрывного течения; при этом первая отрывная зона, которая начинается на верхней лобовой поверхности цилиндра и является наибольшей по размерам, содержит в себе локальные вторичные отрывные зоны.

В последующие моменты времени в поле течения происходят хотя и заметные, но главным образом количественные изменения ($t = 190{,}8$, рис. 2.9, *б*). Задняя критическая точка K несколько смещается вверх по потоку, а на верхней поверхности цилиндра точка первичного отрыва существенно смещается вниз по потоку и располагается в донной области. Такое сильное смещение точки первичного отрыва происходит из-за образования участка с почти нулевым напряжением трения (рис. 2.13, *б*). Кроме того, на верхней части поверхности сократилось число локальных отрывных зон — первая и вторая локальные отрывные зоны объединились в одну, которая приняла форму асимметричной гантели. Можно сказать, что начался процесс оттеснения «белой» жидкости «черной» жидкостью от донной поверхности цилиндра.

Далее с течением времени этот процесс оттеснения усиливается и сопровождается постепенным упрощением структуры ближнего следа — к моменту времени $t = 192{,}3$ образуется одна локальная зона первичного отрывного течения, содержащая в себе небольшую локальную вторичную отрывную зону (рис. 2.9, *в*). При этом точка первичного отрыва на верхней половине цилиндра сместилась вверх по потоку, оставаясь в донной области, а задняя критическая точка K на нижней половине также сместилась вверх по потоку и заняла предельно верхнее положение на лобовой поверхности.

Этап II. При $t = 192{,}4$ происходят скачкообразно качественные изменения в структуре поля течения (рис. 2.9, *г*). Задняя критическая точка K переместилась с нижней поверхности на верхнюю, а большая дуга AK обтекается с отрывом потока, сопровождаемым образованием двух последовательно расположенных локальных зон отрывного течения: первая зона располагается на нижней поверхности, вторая зона — на верхней поверхности цилиндра. С последующим возрастанием времени вторая отрывная зона увеличивается по своим размерам, а первая отрывная зона уменьшается и исчезает к моменту времени $t = 192{,}8$. В результате этого остается одна отрывная зона с точкой первичного отрыва, расположенной в донной области вблизи оси абсцисс, при этом в ней образуется вторичная отрывная зона. Главным итогом этого этапа является формирование «черной» петли.

Этап III. При $t = 194{,}4$ скачкообразно изменяется структура поля течения (рис. 2.10, *а*). Задняя критическая точка K перемещается с верхней поверхности на нижнюю, располагаясь в донной области вблизи оси абсцисс, а большая дуга AK обтекается с отрывом потока, сопровождаемым образованием двух последовательно расположенных локальных зон отрывного течения. При последующем возрастании времени происходят количественные изменения — точка K медленно смещается вверх по потоку, оставаясь в донной области цилиндра, а первая точка первичного отрыва располагается на верхней лобовой поверхности в окрестности миделя и практически не изменяет своего положения. На этом этапе происходит начальная стадия оттеснения «черной» петли «белой» жидкостью от донной области цилиндра.

Этап IV. Почти мгновенное изменение структуры поля течения происходит при $t = 195{,}6$ (рис. 2.10, *б*). Задняя критическая точка K перемещается с нижней поверхности на верхнюю, располагаясь на лобовой поверхности в окрестности миделя. При обтекании большой дуги AK в донной области цилиндра образуются две последовательно расположенные локальные зоны отрывного течения, которые содержат внутри себя локальные вторичные отрывные зоны. Первая, наибольшая по размерам зона начинается на нижней и заканчивается на верхней стороне цилиндра, а вторая зона целиком располагается на верхней стороне цилиндра. Далее по мере возрастания времени наблюдаются количественные изменения, связанные с процессом оттеснения «черной» петли «белой» жидкостью от донной области цилиндра. При этом точка первичного отрыва первой зоны медленно смещается вверх по потоку, а положение задней критической точки остается практически неизменным. Процесс оттеснения обусловлен ростом размеров первой отрывной зоны.

Этап V. Структура поля течения скачкообразно изменяется при $t = 196{,}1$ (рис. 2.10, *в*). Задняя критическая точка K перемещается с верхней поверхности на нижнюю, располагаясь в донной области, а большая дуга AK обтекается с отрывом потока при образовании двух последовательно расположенных локальных зон отрывного течения. При этом начало первой, наибольшей отрывной зоны располагается на лобовой верхней поверхности цилиндра в окрестности его миделя. Таким образом, заканчивается процесс оттеснения «черной» петли «белой» жидкостью от донной области цилиндра, и начинается процесс формирования «белой» петли, который проходит две стадии.

На первой, начальной стадии ($196{,}1 \leqslant t \leqslant 197{,}1$) «белая» петля формируется в основном за счет перемещения вниз по потоку «черной» петли; при этом задняя критическая точка и первая точка первичного отрыва несколько смещаются вверх по потоку, что практически не сказывается на размерах отрывных зон (рис. 2.10, *г*). На второй, заключительной стадии ($197{,}2 \leqslant t \leqslant 198{,}4$) этот процесс сопровождается также заметной деформацией отрывных зон — первая зона уменьшается по своим размерам и перемещается в донную область, а вторая зона усиливает свою интенсивность (рис. 2.10, *д*). В результате приходим к ситуации, сходной с картиной линий тока в начале рассматриваемого цикла при $t = 189{,}9$.

2.3.3. Эволюция поля завихренности. Рассмотрим теперь эволюцию поля завихренности ω, которая зарождается в окрестности кругового цилиндра и сносится далее вниз по потоку. При этом на каждой половине цилиндра порождается завихренность обоих знаков. Однако на верхней половине цилиндра преимущественно порождается положительная («белая»), а на нижней половине — отрицательная («черная») завихренность, что приводит к сходу с поверхности тела вихря соответствующего знака («цвета») (рис. 2.11). Отметим, что поле завихренности при переходе от одного этапа к другому изменяется непрерывным образом.

Этап I. В начальный момент времени ($t = 189{,}9$) поле завихренности характеризуется тем, что в верхней полуплоскости с обтекаемой поверхности цилиндра только что произошел сход «белого» вихря, а в нижней полуплос-

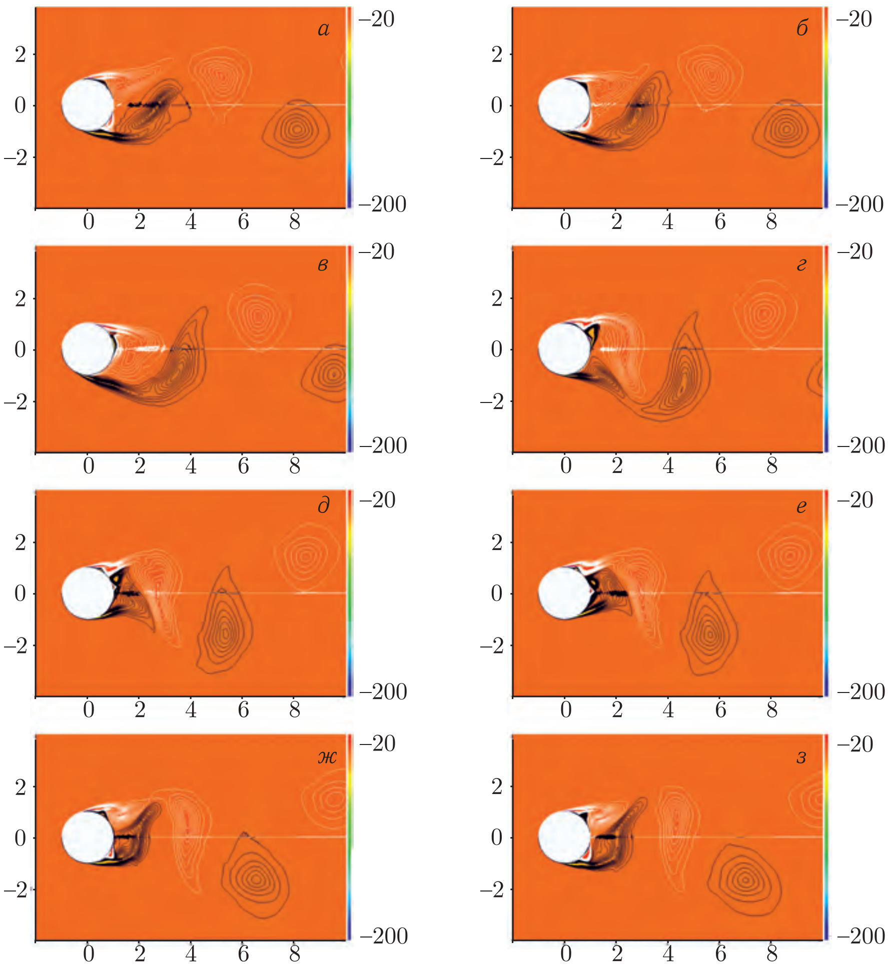


Рис. 2.11. Картины изолиний $\omega = \mathrm{const}$ с интервалом $\Delta\omega = 0{,}5$ для разных моментов времени: $t = 189{,}9$ (*а*); $t = 190{,}8$ (*б*); $t = 192{,}4$ (*в*); $t = 194{,}4$ (*г*); $t = 195{,}6$ (*д*); $t = 196{,}1$ (*е*); $t = 197{,}6$ (*ж*); $t = 198{,}4$ (*з*)

кости начинается процесс схода «черного» вихря (рис. 2.11, *а*). В окрестности цилиндра сформировался ряд вихревых образований. При этом на верхней стороне цилиндра главная «белая» вихревая область имеет форму криволинейного треугольника, основание которого начинается на лобовой поверхности и заканчивается в нижней части донной области цилиндра. На нижней стороне почти полностью сформировался «черный» отрывающийся вихрь. По своей форме эта вихревая область напоминает головастика, большую голову которого образует отрывающийся вихрь; при этом часть «головы» размещается в верхней половине поля течения.

В последующие моменты времени в поле завихренности происходят в основном количественные изменения ($t = 190{,}8$, рис. 2.11, *б*), связанные с процессом оттеснения «черного» вихря «белой» вихревой областью. В окрестности цилиндра «голова» «черной» вихревой области смещается вниз по потоку и увеличивает свое проникновение в верхнюю полуплоскость. При этом несколько удлиняется ее «хвост», положение которого на поверхности цилиндра перемещается с кормовой его части на лобовую. «Белая» вихревая область также увеличивает свое проникновение в нижнюю полуплоскость, занимая бóльшую часть донной области. Она сохраняет форму криволинейного треугольника, который с небольшими деформациями поворачивается по часовой стрелке.

В последующие моменты времени продолжается процесс оттеснения «черного» вихря «белой» вихревой областью. При этом она сильно деформируется, принимая форму криволинейного четырехугольника, и настолько глубоко проникает в нижнюю полуплоскость, что занимает почти всю донную часть ближнего следа (рис. 2.11, *в*).

Этап II. На этом этапе продолжается процесс схода «черного» вихря с обтекаемой поверхности. Картина поля завихренности в начальный момент времени ($t = 192{,}4$) показана на рис. 2.11, *в*, и при последующем возрастании времени она непрерывно эволюционирует к картине, показанной на рис. 2.11, *г*. В конце этапа «черная» вихревая область почти окончательно разделяется на две части: «голова» превращается в отрывающийся вихрь, а «хвост» принимает форму криволинейного треугольника и начинает вытеснять из донной области «белую» вихревую область, которая принимает улиткообразную форму с головкой, направленной в зону раздела. Можно сказать, что на этом этапе одновременно начинает формироваться «белый» отрывной вихрь.

Этап III. На этом этапе происходит сход «черного» вихря с обтекаемой поверхности ($t = 194{,}8$), окончательно формируется «белый» отрывающийся вихрь, который сохраняет улиткообразную форму, и происходит процесс его оттеснения от донной области «черным» вихревым образованием (рис. 2.11, *д*).

Этап IV. На этом коротком этапе продолжается процесс оттеснения «белого» отрывного вихря, сохраняющего улиткообразную форму, от донной области «черным» вихревым образованием, принимающим в конце этапа форму, близкую к четырехугольнику, и занимающим бóльшую часть донной области ближнего следа (рис. 2.11, *е*).

Этап V. В течение этого этапа происходит сход «белого» вихря с обтекаемой поверхности ($t = 197{,}6$, рис. 2.11, *ж*), «белая» вихревая область на верхней стороне цилиндра сокращает свои размеры и принимает форму криволинейного треугольника, а «черная» вихревая область увеличивает свои размеры и принимает улиткообразную форму (рис. 2.11, *з*). Иными словами, происходит формирование «черного» отрывающегося вихря, и начинается процесс его оттеснения от донной области «белым» вихревым образованием. В результате этих процессов в конце этапа структура поля завихренности близка к той структуре, которая имела место в начале цикла при $t = 189{,}9$.

2.3.4. Эволюция распределения коэффициента давления по поверхности цилиндра. На рис. 2.12 показана зависимость c_p от угла θ для фикси-

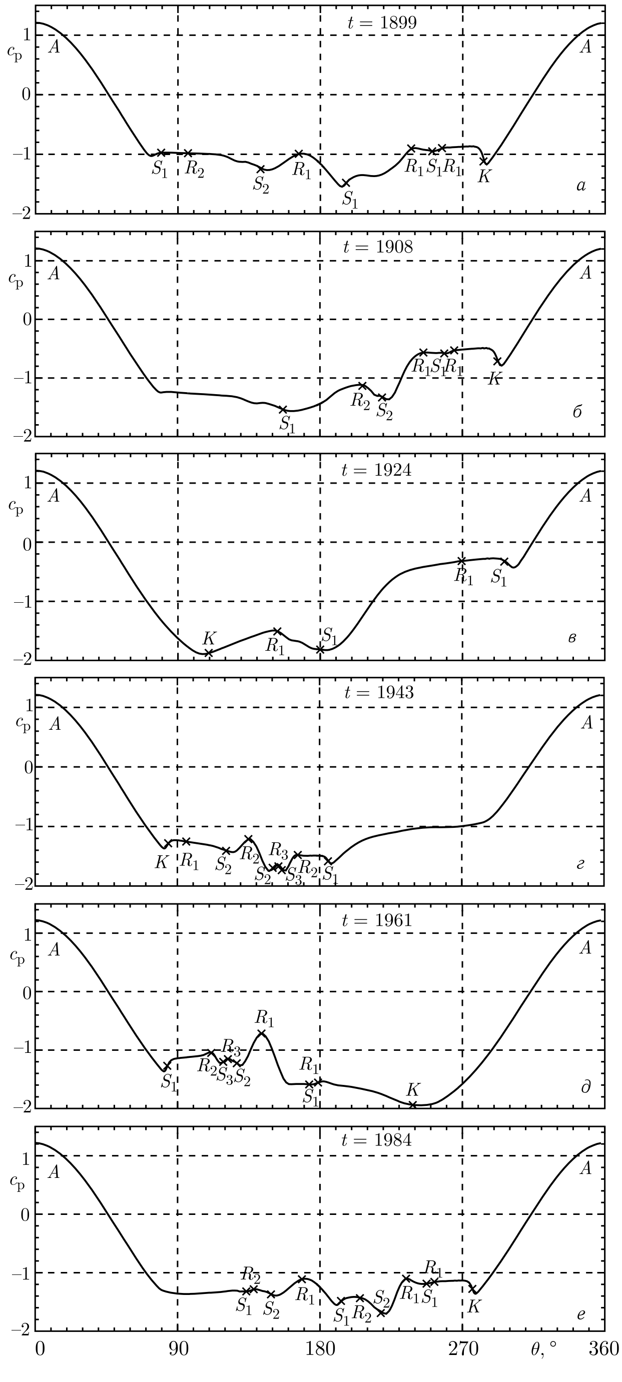


Рис. 2.12. Эволюция распределения местного коэффициента давления c_p вдоль омываемой поверхности цилиндра: $t = 189{,}9$ (*а*); $t = 190{,}8$ (*б*); $t = 192{,}4$ (*в*); $t = 194{,}3$ (*г*); $t = 196{,}1$ (*д*); $t = 198{,}4$ (*е*)

рованных моментов времени. При этом интервал $0 \leqslant \theta \leqslant 180^\circ$ соответствует верхней половине цилиндра, а интервал $180^\circ \leqslant \theta \leqslant 360^\circ$ — нижней его половине. На приведенных зависимостях указано также положение особых точек на обтекаемой поверхности. Можно видеть, что особые точки располагаются вблизи соответствующих локальных экстремумов в распределении коэффициента давления, но в общем случае не совпадают с ними.

Этап I. В начале этапа на обеих частях лобовой поверхности цилиндра коэффициент давления монотонно уменьшается по мере отхода от передней критической точки и достигает минимальных значений $c_{\min}^{(1)}$ и $c_{\min}^{(2)}$ при углах $\theta = \theta_{\min}^{(1)} \approx 72^\circ$ и $\theta_{\min}^{(2)} \approx -77^\circ$ соответственно (рис. 2.12, *а*). При этом на верхней половине цилиндра коэффициент давления почти сразу за точкой минимума выходит на постоянное значение («полка»), т. е. $c_{\mathrm{p\,const}}^{(1)} \approx c_{\mathrm{p\,min}}^{(1)}$, в то время как на нижней половине он сначала подрастает и лишь затем выходит на «полочное» значение, т. е. $c_{\mathrm{p\,const}}^{(2)} > c_{\mathrm{p\,min}}^{(2)}$. На обеих половинах цилиндра «полки» заканчиваются на соответствующей его кормовой части. При этом $c_{\mathrm{p\,const}}^{(2)} > c_{\mathrm{p\,const}}^{(1)}$ и в кормовой части цилиндра коэффициент давления изменяется немонотонным образом между «полочными» значениями.

С последующим возрастанием времени происходят в основном количественные изменения (рис. 2.12, *б*). Положение минимума коэффициента давления монотонно смещается вниз по потоку на верхней половине цилиндра и вверх по потоку на нижней его половине.

«Полочное» значение коэффициента давления уменьшается на верхней половине и возрастает на нижней половине цилиндра; при этом в конце этого этапа наблюдается стабилизация «полочных» значений коэффициента давления, а точка минимума коэффициента давления достигает миделевого сечения цилиндра. На верхней половине цилиндра длина области «полки» сокращается и в конце этапа стягивается в точку, в то время как на нижней половине цилиндра она увеличивается.

Этап II. На рассматриваемом этапе в распределении коэффициента давления на верхней половине цилиндра начинают происходить качественные изменения: в начале этапа точка локального минимума коэффициента давления занимает предельное нижнее положение (рис. 2.12, *в*). С последующим увеличением времени она начинает медленно смещаться вверх по потоку, переходит с кормовой части на лобовую, а «полочное» значение коэффициента давления медленно возрастает. В результате постепенно формируется распределение с условием $c_{\mathrm{p\,const}}^{(1)} > c_{\mathrm{p\,min}}^{(1)}$.

На нижней половине цилиндра точка локального минимума давления достигает своего предельного верхнего положения на лобовой поверхности, а затем смещается вниз по потоку; при этом «полочное» значение коэффициента давления медленно уменьшается и формируется распределение с условием $c_{\mathrm{p\,const}}^{(2)} \approx c_{\mathrm{p\,min}}^{(2)}$. Однако при этом остается в силе соотношение $c_{\mathrm{p\,const}}^{(2)} > c_{\mathrm{p\,const}}^{(1)}$.

Этапы III и IV. На рассматриваемых двух этапах в распределении коэффициента давления происходят в основном количественные изменения (рис. 2.12, *г* и 2.12, *д*). Точки минимума достигают предельно верхнего положения на верхней половине цилиндра и предельно нижнего положения на нижней половине цилиндра и слегка осциллируют около соответствующего положения. При этом значения $c_{\min}^{(1)}$ и соответственно $c_{p\,\mathrm{const}}^{(1)}$ медленно возрастают и формируется четкая «полка» конечной длины, а значения $c_{\min}^{(2)}$ и соответственно $c_{\mathrm{p\,const}}^{(2)}$ медленно уменьшаются с одновременным сокращением длины «полки», которая стягивается в точку в конце временно́го интервала. В результате уже в начале этого временно́го интервала устанавливается распределение коэффициента давления с выполнением условия $c_{\mathrm{p\,const}}^{(1)} > c_{\mathrm{p\,const}}^{(2)}$.

Этап V. На протяжении этого этапа в распределении коэффициента давления наряду с количественными изменениями происходят и качественные (рис. 2.12, *д* и 2.12, *е*). В начале этапа точки локального минимума смещаются вверх по потоку как на верхней, так и на нижней половинах цилиндра; при этом на обеих половинах цилиндра «полочные» значения коэффициента давления превышают соответствующие минимальные значения. В последующие моменты времени на верхней половине цилиндра точка минимума на лобовой поверхности достигает предельно верхнего положения, а затем начинает смещаться вниз по потоку. При этом различие между минимальным и «полочным» значениями коэффициента давления уменьшается, и в конце этапа $c_{\mathrm{p\,const}}^{(1)} \approx c_{\mathrm{p\,min}}^{(1)}$. На нижней половине цилиндра точка минимума смещается вверх по потоку и переходит с кормовой части на лобовую; при этом «полочные» значения коэффициента давления слегка возрастают, так что в конце этапа $c_{\mathrm{p\,const}}^{(2)} > c_{\mathrm{p\,const}}^{(1)}$.

2.3.5. Эволюция распределения местного коэффициента сопротивления трения по поверхности цилиндра. Для рассматриваемых условий обтекания соответствующая эволюция показана на рис. 2.13.

Этап I. На верхней половине цилиндра в передней критической точке местный коэффициент сопротивления трения принимает нулевое значение и монотонно возрастает по мере удаления от нее, достигая максимального значения при $\theta \approx 67^\circ$ (рис. 2.13, *а*). За точкой максимума напряжение трения резко уменьшается и достигает нулевого значения при $\theta \approx 80^\circ$ (точка S_1 первичного отрыва); затем оно сохраняет нулевое или близкое к нулю постоянное значение на участке $80^\circ \leqslant \theta \leqslant 110^\circ$ («полка» — участок поверхности между точками S_1 и R_2), где имеет место течение с профилем скорости отрывного типа. Далее на участке поверхности $110^\circ \leqslant \theta \leqslant 142^\circ$ (длина вторичной зоны отрывного течения) вновь имеем положительное напряжение трения, и при $\theta \approx 142^\circ$ (точка S_2) наблюдается вторичный отрыв потока. На нижней половине цилиндра местный коэффициент сопротивления трения монотонно возрастает от нулевого значения в передней критической точке до максимального значения в точке $\theta \approx -70^\circ$. За точкой максимума напряжение трения резко уменьшается и достигает нулевого значения $\theta \approx -75^\circ$, где имеет

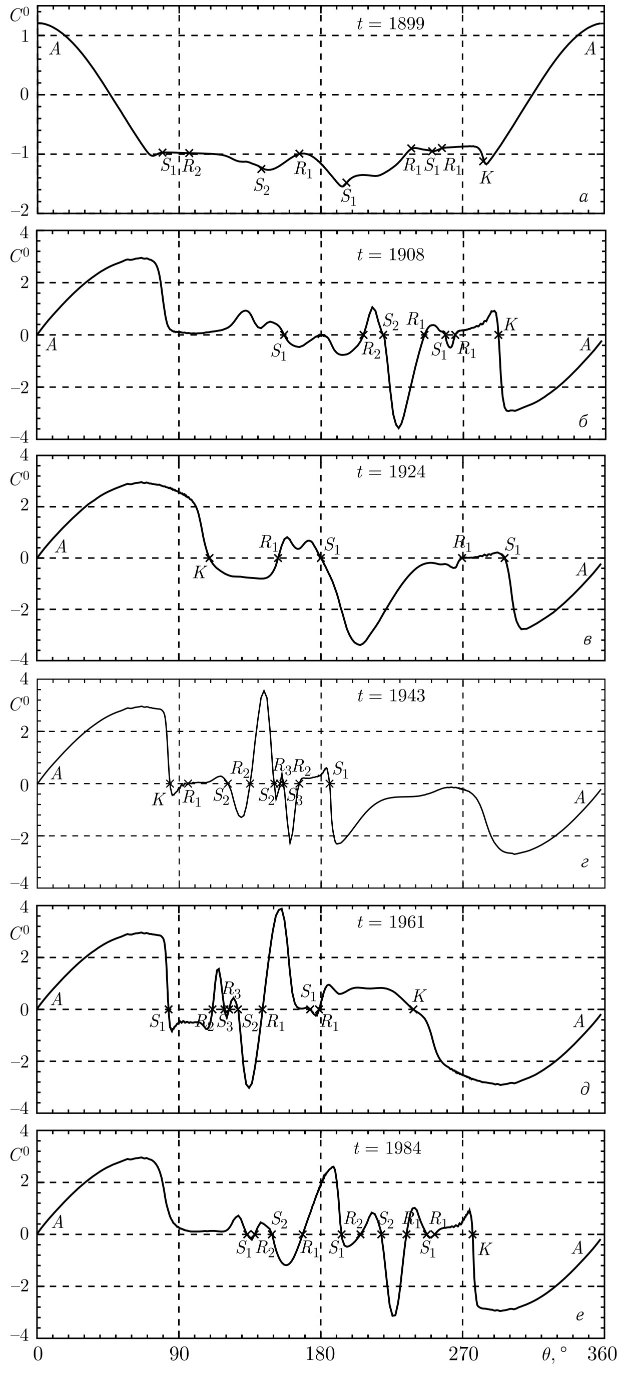


Рис. 2.13. Эволюция распределения местного коэффициента сопротивления трения $C^0 = c_{\mathrm{f}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ вдоль поверхности цилиндра: $t = 189{,}9$ (*а*); $t = 190{,}8$ (*б*); $t = 192{,}4$ (*в*); $t = 194{,}3$ (*г*); $t = 196{,}1$ (*д*); $t = 198{,}4$ (*е*)

место задняя критическая точка K (точка стекания). В области течения между точками S_2 и K напряжение трения изменяется немонотонным образом с рядом локальных экстремумов, что указывает на сложную структуру ближнего следа.

В начале этапа с возрастанием времени характер распределения напряжения трения в целом сохраняется и происходят небольшие количественные изменения: на верхней половине цилиндра особые точки смещаются вниз, а на нижней половине — вверх по потоку (рис. 2.13, *б*). При последующем увеличением времени на верхней половине цилиндра точка первичного отрыва S_1 достигает предельного нижнего положения и затем начинает смещаться вверх по потоку; при этом длина «полки» сокращается, постепенно стягиваясь в точку и вызывая формирование «бесполочного» распределения напряжения трения. На нижней половине цилиндра задняя критическая точка K смещается вверх по потоку и в конце этапа занимает свое предельное верхнее положение.

Этап II. На этом этапе в связи со скачкообразной перестройкой структуры поля течения задняя критическая точка K располагается на верхней поверхности цилиндра, а первая точка первичного отрыва S_1 — на нижней (рис. 2.13, *в*). С течением времени точка K смещается вверх по потоку, переходя с кормовой части на лобовую, а точка отрыва S_1 — вниз по потоку, достигая предельного нижнего положения. При этом к концу этапа имеет место «полочное» распределение напряжения трения как на верхней, так и на нижней половинах цилиндра.

Этап III. На протяжении этого этапа задняя критическая точка K располагается на нижней поверхности цилиндра, а первая точка первичного отрыва S_1 — на верхней (рис. 2.13, *г*). С течением времени в распределении напряжения трения происходят небольшие количественные изменения. Точка отрыва S_1 находится на лобовой поверхности в окрестности миделевого сечения цилиндра и незначительно смещается вниз по потоку; точка K, занимая в начале этапа предельно нижнее положение, начинает медленно смещаться вверх по потоку.

Этап IV. На этом этапе, как и на предыдущем, с течением времени в распределении напряжения трения происходят небольшие количественные изменения (рис. 2.13, *д*). Задняя критическая точка K, располагаясь на верхней поверхности цилиндра, почти не меняет своего положения, а точка отрыва S_1 на нижней поверхности смещается вверх по потоку, оставаясь в донной области цилиндра.

Этап V. На этом этапе первая точка первичного отрыва S_1 располагается на верхней поверхности цилиндра, а задняя критическая точка K — на нижней (рис. 2.13, *д* и 2.13, *е*).

В начале этапа точка отрыва S_1 находится на лобовой поверхности цилиндра. С увеличением времени она смещается вверх по потоку и достигает своего предельного верхнего положения ($\theta_S \approx 75°$) на обтекаемой поверхности. При $t = 197{,}6$ ее положение скачкообразно переходит с лобовой поверхности на кормовую ($\theta_S \approx 125°$). При последующем возрастании времени точка отрыва медленно смещается вниз по потоку, достигая в конце этапа своего предельного нижнего положения ($\theta_S \approx 133^\circ$).

Точка K в начале этапа располагается в кормовой части цилиндра ($\theta_K \approx -117^\circ$), а затем непрерывно смещается вверх по потоку, переходя с кормовой поверхности на лобовую.

Отметим, что на протяжении цикла локальные максимумы местного напряжения трения в донной области цилиндра могут превышать его максимум на лобовой поверхности.

2.3.6. Верификация численного моделирования. Как отмечалось выше, в [Мэрти В.С., Роуз В.К., 1978], [Murthy V.S., Rose W.C., 1977] приведены результаты экспериментального исследования поперечного обтекания кругового цилиндра трансзвуковым потоком воздуха. В частности, для числа $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ приведены результаты измерений распределения по поверхности цилиндра давления и напряжения трения для чисел $\mathrm{Re} = 0{,}83 \cdot 10^5$, $2{,}5 \cdot 10^5$ ($\mathrm{Re}_D = 1{,}66 \cdot 10^5$, $5 \cdot 10^5$). При этом для первого значения числа Рейнольдса реализуется ламинарное, а для второго — ламинарно-турбулентное обтекание цилиндра.

Отметим, что приведенные экспериментальные данные по давлению и напряжению трения представляют собой некоторые средние значения, усредненные на различных временны́х интервалах. Экспериментально полученные распределения коэффициента давления для указанных чисел Рейнольдса представлены на рис. 2.14 и практически совпадают, они представляют собой монотонно убывающие зависимости с плавным выходом примерно при $\theta \approx 73^\circ$ на «полку» — почти постоянное отрицательное значение.

Как было показано выше, такой тип распределения коэффициента давления реализуется на протяжении рассмотренного цикла в некоторые интервалы времени. Для целей сравнения был выбран момент времени, когда точка первого нуля напряжения трения занимает на лобовой поверхности предельное верхнее положение. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными (рис. 2.14).

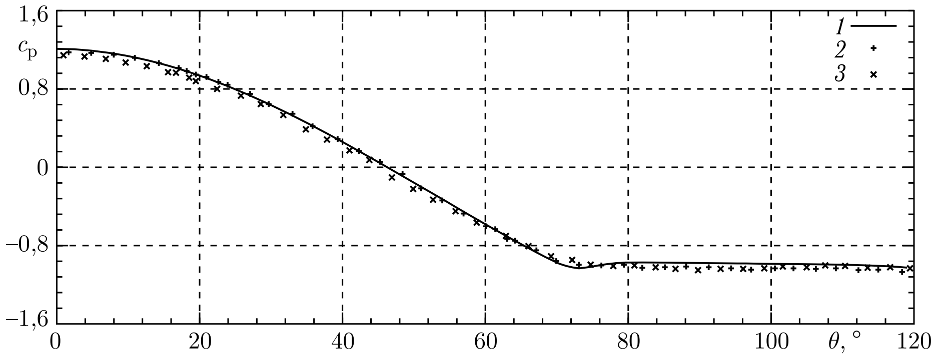


Рис. 2.14. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по местному коэффициенту давления c_p на поверхности цилиндра. Расчет: $\mathrm{Re} = 10^5$, $t = 189{,}9$, верхняя сторона (*1*); эксперимент: $\mathrm{Re} = 0{,}83 \cdot 10^5$ (*2*), $\mathrm{Re} = 2{,}5 \cdot 10^5$ (*3*)

Экспериментальные распределения напряжения трения по лобовой поверхности цилиндра показаны на рис. 2.15 в виде зависимости величины $C^0 = c_\mathrm{f}\sqrt{\mathrm{Re}}$ от угла θ. Это позволяет привести рассматриваемые величины к порядку единицы, уменьшить влияние числа Рейнольдса на рассматриваемые зависимости и установить области турбулентного течения в пограничном слое. В частности, можно видеть, что при числе $\mathrm{Re} = 2{,}5 \cdot 10^5$ в диапазоне $40^\circ \leqslant \theta \leqslant 75^\circ$ наблюдается аномальное поведение зависимости, что указывает на турбулизацию и реламинаризацию течения в пограничном слое. На рис. 2.15 проведено также сопоставление расчетных и экспериментальных данных, причем расчетные данные соответствуют тому же моменту времени, что и при сравнении результатов по коэффициенту давления. Можно видеть вполне удовлетворительное согласование расчета с экспериментом.

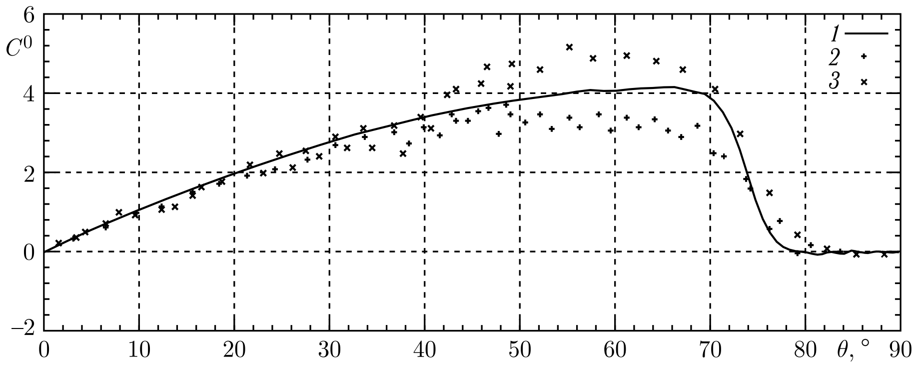


Рис. 2.15. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по местному коэффициенту сопротивления трения $C^0 = c_\mathrm{f}\sqrt{\mathrm{Re}}$ на поверхности цилиндра. Расчет: $\mathrm{Re} = 10^5$; $t = 189{,}9$, верхняя сторона (*1*); эксперимент: $\mathrm{Re} = 0{,}83 \cdot 10^5$ (*2*), $\mathrm{Re} = 2{,}5 \cdot 10^5$ (*3*)

На основе расчетных данных были вычислены средние распределения коэффициента давления и напряжения трения по верхней и нижней поверхностям цилиндра путем усреднения соответствующих данных на временны́х интервалах $\Delta t = 200 - t_* = 10$, 25,6, 50, где t_* — время, с которого начинается процесс усреднения. Сопоставление этих распределений с соответствующими экспериментальными данными показано на рис. 2.16 и 2.17.

Первый интервал включает в себя только один полный цикл, поэтому результаты усреднения на этом интервале учитывают специфику рассматриваемого цикла и отличаются от данных усреднения на двух последующих интервалах. В то же время интервалы $\Delta t = 25{,}6$ и 50 содержат достаточно большое число циклов, и результаты усреднения на них практически совпадают между собой, т. е. при $\Delta t \geqslant 25{,}6$ наблюдается независимость результатов усреднения от величины временно́го интервала, на котором оно проводится.

Все расчетные распределения усредненного коэффициента давления имеют в качественном отношении одинаковый характер поведения, который соответствует экспериментальным данным (рис. 2.16). При этом наблюдается полное согласование между расчетными и экспериментальными данными на лобовой поверхности цилиндра при $|\theta| \leqslant 60^\circ$ и рассогласование их на

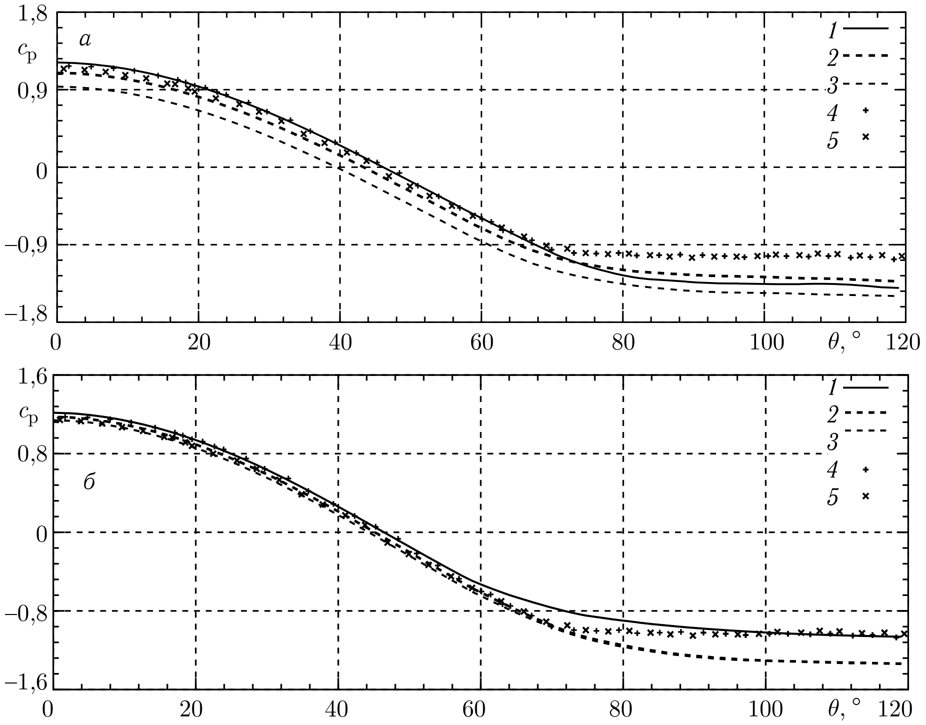


Рис. 2.16. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по местному коэффициенту давления c_p на верхней (*а*) и нижней (*б*) поверхностях цилиндра. Расчет при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $\Delta t = 10$ (*1*), $\Delta t = 25{,}6$ (*2*), $\Delta t = 50$ (*3*); эксперимент: $\mathrm{Re} = 0{,}83 \cdot 10^5$ (*4*), $\mathrm{Re} = 2{,}5 \cdot 10^5$ (*5*)

остальной части поверхности. Распределение c_p, соответствующее интервалу $\Delta t = 10$, в силу специфики рассматриваемого цикла наиболее сильно отклоняется от эксперимента на верхней поверхности цилиндра и имеет наилучшее согласование с ним на нижней поверхности. Зависимости, соответствующие интервалам $\Delta t = 25{,}6$ и 50, на обеих сторонах цилиндра указывают на более сильное разрежение по сравнению с экспериментом; при этом результаты расчетов на верхней стороне цилиндра располагаются ближе к экспериментальной зависимости.

Схожая ситуация имеет место и для местного коэффициента сопротивления трения. В качественном отношении расчетные зависимости для разных интервалов усреднения согласуются с экспериментальными данными (рис. 2.17), но имеют место количественные различия. При этом для $|\theta| < 60^\circ$, т. е. в области течения, где слабо проявляются нестационарные эффекты, расчетные зависимости для разных интервалов усреднения совпадают между собой и в целом хорошо согласуются с экспериментальными данными. Однако в области течения $|\theta| \geqslant 60^\circ$, где существенны нестационарные эффекты, наблюдаются заметные различия между расчетом и экспериментом. Причина этого расхождения данных связана, по-видимому, с качеством экспериментальных данных для этой области течения. Так, например, согласно экспе-

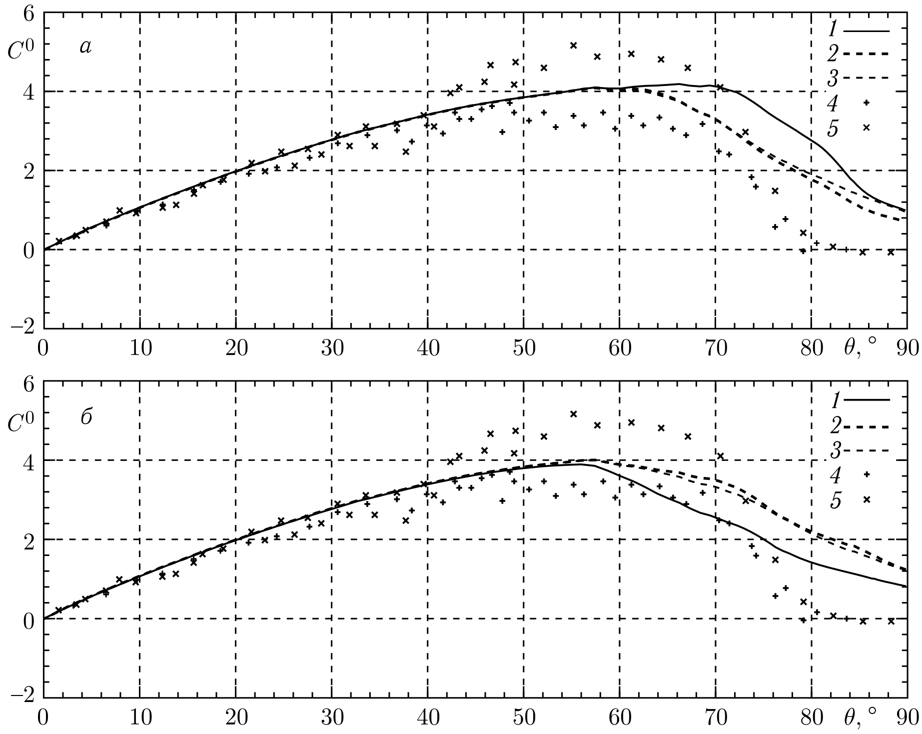


Рис. 2.17. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по местному коэффициенту сопротивления трения $C^0 = c_\mathrm{f}\sqrt{\mathrm{Re}}$ на верхней (*а*) и нижней (*б*) поверхности цилиндра. Расчет при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $\Delta t = 10$ (*1*), $\Delta t = 25{,}6$ (*2*), $\Delta t = 50$ (*3*); эксперимент: $\mathrm{Re} = 0{,}83 \cdot 10^5$ (*4*), $\mathrm{Re} = 2{,}5 \cdot 10^5$ (*5*)

рименту местный коэффициент сопротивления трения на участке лобовой поверхности $80^\circ \leqslant \theta \leqslant 90^\circ$ равен нулю; это означает, что в течение всего времени движения точка отрыва должна располагаться на лобовой поверхности цилиндра. Однако из-за нестационарности обтекания цилиндра точка первичного отрыва все время находится в движении, перемещаясь с лобовой поверхности на кормовую и с кормовой поверхности на лобовую, так что усредненное значение коэффициента сопротивления трения для указанного участка поверхности должно быть отлично от нуля.

В [Мэрти В.С., Роуз В.К., 1978], [Murthy V.S., Rose W.C., 1977] эволюционные зависимости измеренных величин были подвергнуты фурье-анализу, результаты которого представлены в виде зависимости безразмерной амплитуды колебаний Am от безразмерной частоты $F = fR/V_\infty = \mathrm{Sh}/2$. Здесь f — частота колебаний, $\mathrm{Sh} = fD/V_\infty$ — число Струхала. Частота колебаний, соответствующая наибольшей амплитуде, принималась за частоту схода вихрей. Согласно эксперименту при обтекании цилиндра в рассмотренном диапазоне чисел Маха имеют место низкочастотные осцилляции, соответствующие числу Струхала $\mathrm{Sh} \approx 0{,}18$ (практически не зависящему от числа Маха). Вместе с тем в [Murthy V.S., Rose W.C., 1977] отмечается, что при числе

$\mathrm{Re} = 2{,}5 \cdot 10^5$ для некоторых чисел Маха наблюдается дуализм режима обтекания: в некоторых пусках реализуется спектр с ясно выраженной доминирующей частотой, в других — широкополосный частотный спектр.

Эволюционные зависимости коэффициента давления c_p в характерных точках на поверхности цилиндра (рис. 2.6) были подвергнуты Фурье-анализу, для проведения которого использовался временной интервал $\Delta t = 25{,}6$. Результаты этого анализа приведены на рис. 2.18. Можно видеть, что во всех характерных точках цилиндра имеет место узкополосный непрерывный частотный спектр с достаточно четко выраженной доминирующей частотой. Частота схода вихрей с обтекаемой поверхности цилиндра определяется как доминирующая частота осцилляций коэффициента давления в миделевом сечении (точки B и D) и согласно рис. 2.18, *б*, *г* равна $F \approx 0{,}08$, чему соответствует число Струхала $\mathrm{Sh} \approx 0{,}16$, которое неплохо согласуется с экспериментом.

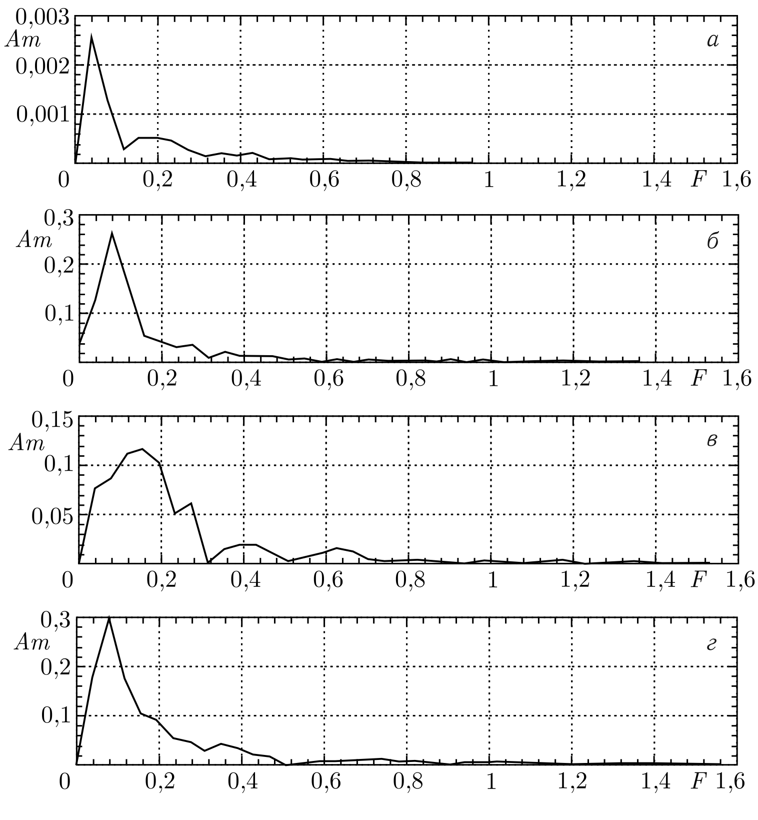


Рис. 2.18. Частотные характеристики коэффициента давления c_p в характерных точках на поверхности цилиндра: *а* — точка $A(-1, 0)$; *б* — точка $B(0, 1)$; *в* — точка $C(1, 0)$; *г* — точка $D(0, -1)$

2.4. Круговой цилиндр при трансзвуковых числах Маха и числе $\mathrm{Re} = 10^5$

В разделе 2.3 проанализированы результаты расчетов для цилиндра с теплоизолированной ($[\partial T/\partial n]_{\mathrm{w}} = 0$) поверхностью при числах $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ и $\mathrm{Re} = 10^5$, когда обтекание тела носит нестационарный характер. Исследованный случай является исходной, базовой точкой в наших расчетных исследованиях по обтеканию цилиндра трансзвуковым потоком газа. Ниже в этом разделе изучается влияние числа Маха M_∞ на структуру поля течения и на характер обтекания кругового цилиндра. Основные результаты этого изучения отражены в [Башкин В.А., Ежов И.В., 2011].

2.4.1. Структура поля течения. О влиянии числа M_∞ на общую структуру поля течения около кругового цилиндра с теплоизолированной поверхностью и на характер его обтекания можно судить по мгновенным полям газодинамических переменных. В качестве примера на рис. 2.19 приведены мгновенные картины полей числа Маха, а на рис. 2.20 — картины линий тока для момента времени $t = 200$ и различных чисел M_∞. На рис. 2.20 лучи, выходящие из центра цилиндра, определяют положение на его поверхности особых точек — точек ветвления нулевой линии тока: A и K — передняя и задняя критические точки, S и R — точки отрыва и присоединения потока соответственно. При этом точки первичного, вторичного и третичного отрыва и присоединения потока обозначаются индексами 1, 2 и 3 соответственно.

Согласно приведенным данным имеют место два различных режима обтекания кругового цилиндра, смена которых происходит почти скачкообразно при числе $\mathrm{M}_{\infty*}$, значение которого зависит от определяющих параметров задачи.

Первый режим, который реализуется при числах $\mathrm{M}_\infty \leqslant 0{,}9 \approx \mathrm{M}_{\infty*}$, соответствует нестационарному характеру обтекания цилиндра (рис. 2.19, *а*, *б*), когда с его поверхности периодически сходят вихри, которые под действием сил внутреннего трения диссипируют (разрушаются) в дальнем следе. При этом в поле течения за миделевым сечением образуются малые локальные сверхзвуковые зоны, которые не препятствуют распространению нестационарности течения на лобовую часть цилиндра. На этом режиме в каждый момент времени около цилиндра реализуется сложная асимметричная структура поля течения с односторонним образованием локальных зон отрывного течения (рис. 2.20, *а*, *б*). Эволюция во времени картины линий тока около цилиндра рассмотрена выше в п. 2.3.2.

Второй режим наблюдается при числах $\mathrm{M}_\infty \geqslant 0{,}95 > \mathrm{M}_{\infty*}$, когда около цилиндра реализуется однотипная, близкая к симметричной общая структура поля течения с развитыми сверхзвуковыми зонами за миделевым сечени ем (рис. 2.19, *в*, *г*). Вместе с тем в ближнем следе в окрестности плоскости симметрии имеется узкая область течения конечной протяженности (примерно $3 < x < 15$), в которой движение газа нестационарно; при этом течение в дальнем следе (при $x > 15$) является стационарным. Структура поля течения около цилиндра характеризуется наличием глобальной отрывной

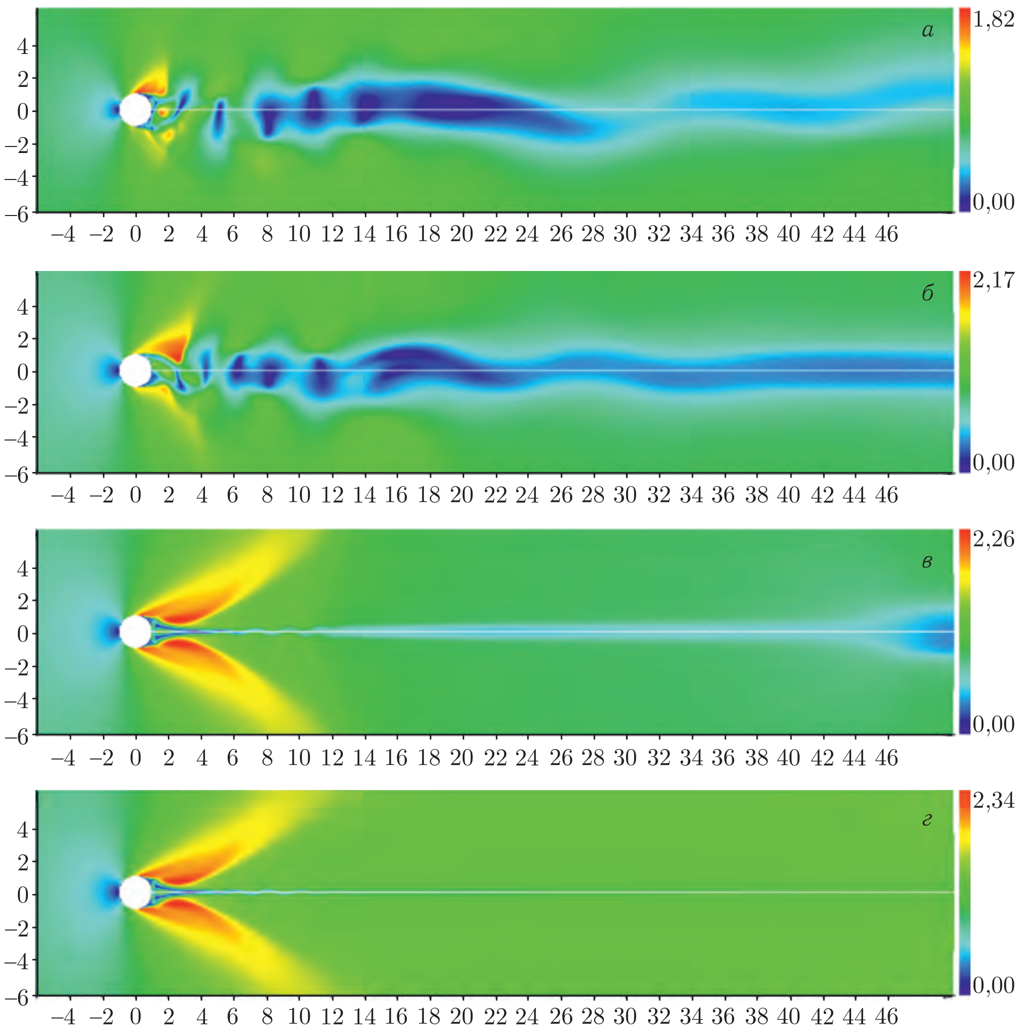


Рис. 2.19. Картины полей числа Маха около теплоизолированного цилиндра в момент времени $t = 200$ при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ (*а*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}95$ (*в*); $\mathrm{M}_\infty = 1{,}3$ (*г*)

зоны с проявлением нестационарности течения в области смыкания потоков, оторвавшихся с обтекаемой поверхности (рис. 2.20, *в*, *г*).

На картинах полей газодинамических переменных хорошо просматриваются главные особенности течения в ближнем и дальнем следах, но по ним трудно судить о характере течения газа перед цилиндром. Об этом дают представление распределения газодинамических переменных перед телом вдоль оси абсцисс.

Согласно расчетным данным на первом режиме обтекания цилиндра решение задачи по продольной компоненте скорости, давлению и температуре быстро выходит на стационарное распределение. Но в то же время нет полной симметрии поля течения, поскольку нормальная компонента скорости

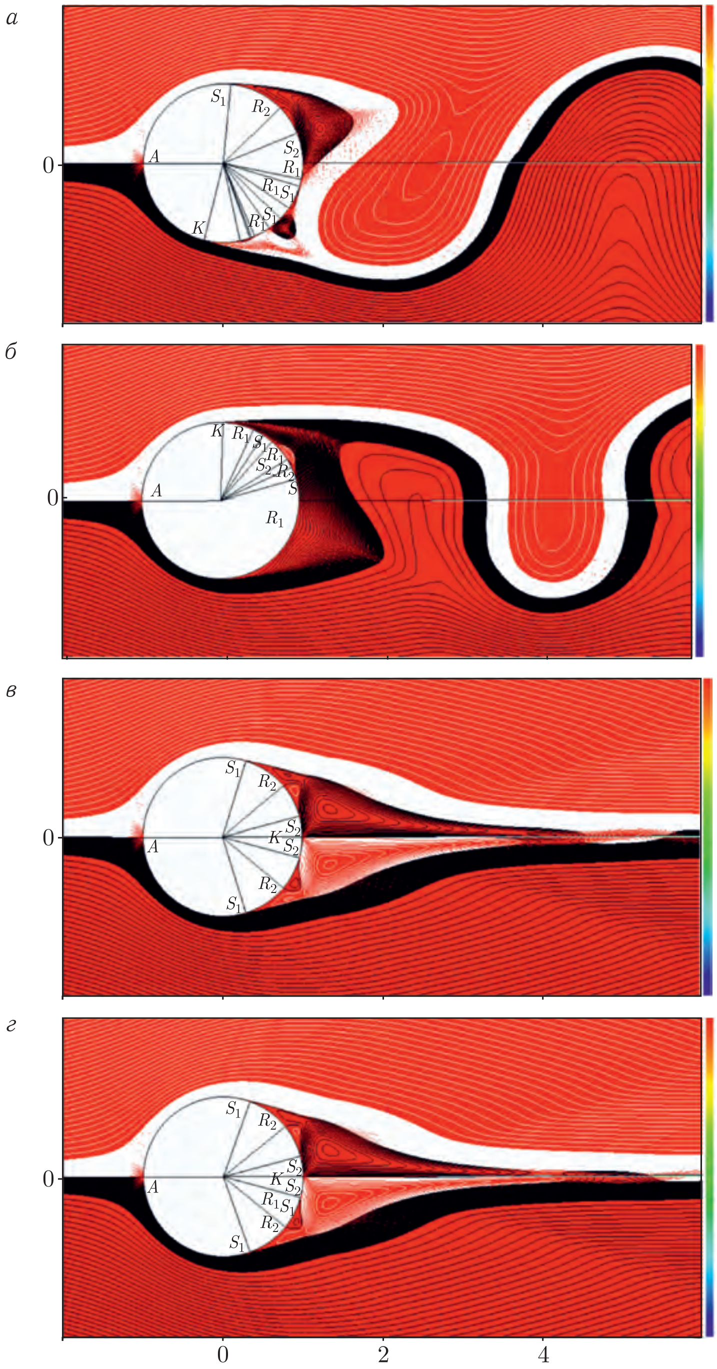


Рис. 2.20. Картины линий тока около теплоизолированного цилиндра в момент времени $t = 200$ при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ (*а*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}95$ (*в*); $\mathrm{M}_\infty = 1{,}3$ (*г*)

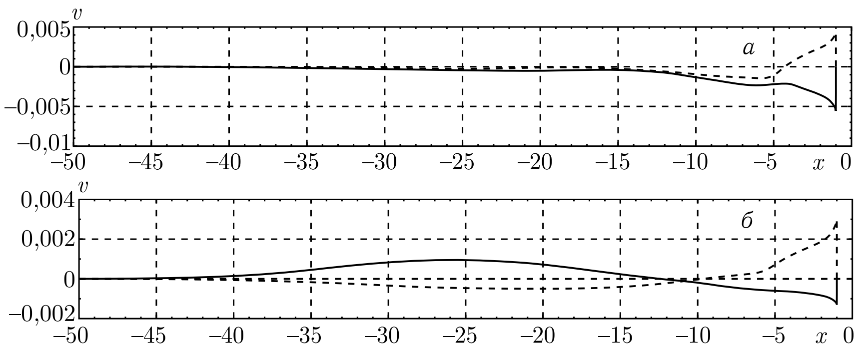


Рис. 2.21. Распределение нормальной компоненты скорости v вдоль оси абсцисс перед теплоизолированным цилиндром при числе $\mathrm{Re} = 10^5$ для значений $t = 100$ (сплошная линия) и $t = 200$ (штриховая линия): $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ (*а*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ (*б*)

на оси абсцисс не равна тождественно нулю, а ее распределение вдоль оси носит колебательный затухающий характер (рис. 2.21). При этом осцилляции с максимальной амплитудой менее 1 % при числе $M_\infty = 0{,}8$ и менее 0,03 % при числе $M_\infty = 0{,}9$ от скорости набегающего потока наблюдаются в окрестности передней критической точки цилиндра. Осцилляции газодинамических переменных распространяются вверх по потоку на расстояние порядка 25 калибров. (Осциллируют все газодинамические переменные, но амплитуда колебаний их очень мала по сравнению с модулем рассматриваемой величины.) Следовательно, в некоторой окрестности передней критической точки цилиндра течение носит слабо выраженный нестационарный характер. Далее отметим, что в пределах расчетного поля газодинамические переменные за исключением нормальной компоненты скорости не выходят на свои асимптотические значения.

На втором режиме обтекания цилиндра поле течения перед ним симметрично и стационарно. При числах $\mathrm{M}_\infty \leqslant 1{,}0$ в пределах расчетного поля газодинамические переменные за исключением нормальной компоненты скорости не выходят на свои асимптотические значения. При сверхзвуковых скоростях набегающего потока ($\mathrm{M}_\infty > 1$) перед телом на конечном расстоянии от него сначала формируется волна сжатия, а затем — слабая ударная волна.

О влиянии числа Маха набегающего потока на распределение газодинамических переменных вдоль оси абсцисс перед цилиндром и характер их выхода на асимптотическое значение можно судить по рис. 2.22, на котором показано поведение местного числа Маха в пределах расчетной области для всех рассмотренных случаев. Приведенные результаты подтверждают сказанное выше. При сверхзвуковых скоростях ($\mathrm{M}_\infty > 1$) число Маха в пределах расчетного поля выходит через волну сжатия или слабую ударную волну на свое асимптотическое значение. При дозвуковых скоростях ($\mathrm{M}_\infty \leqslant 1$) число Маха в пределах расчетного поля не выходит на соответствующее асимптотическое значение, но характер поведения зависимостей указывает на достижение этих значений в пределе $x \to -\infty$. Все это говорит о корректности численного моделирования.

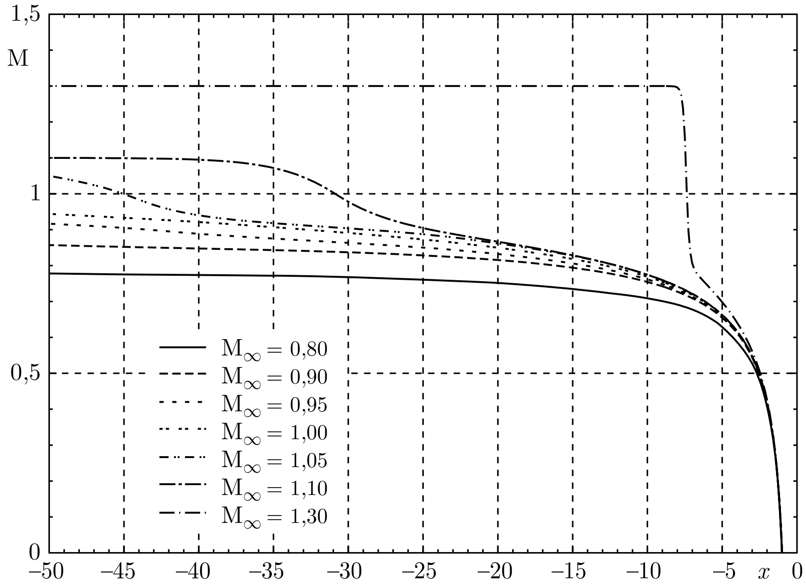


Рис. 2.22. Распределение числа Маха вдоль оси абсцисс перед цилиндром с теплоизолированной поверхностью для рассмотренных чисел M_∞ при числе Рейнольдса $\mathrm{Re_R} = 10^5$

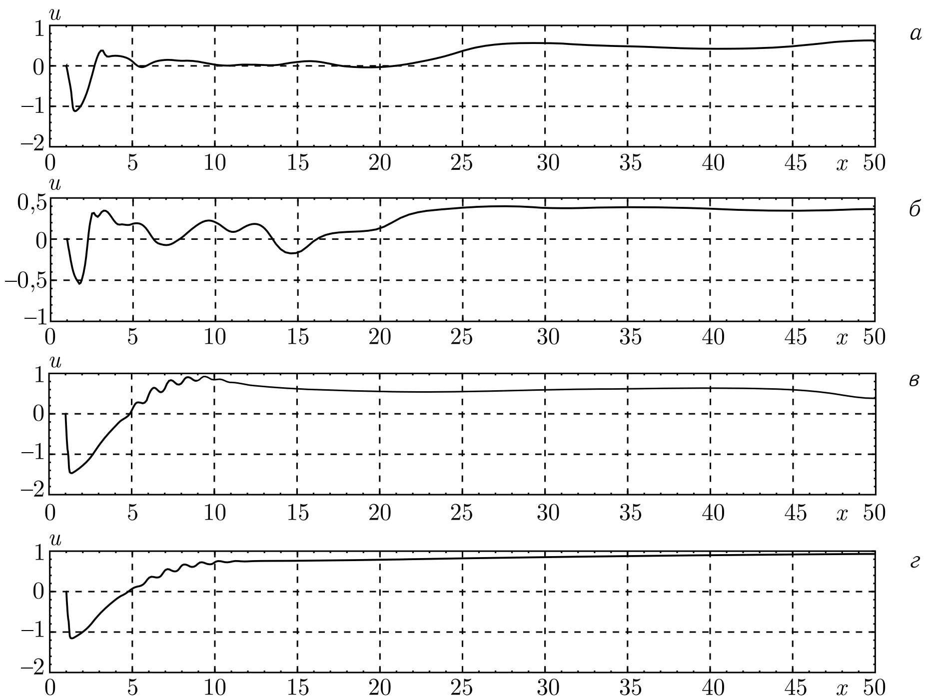


Рис. 2.23. Распределение продольной компоненты скорости u вдоль оси абсцисс за теплоизолированным цилиндром в момент времени $t = 200$ при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $M_\infty = 0,8$ (*а*); $M_\infty = 0,9$ (*б*); $M_\infty = 0,95$ (*в*); $M_\infty = 1,3$ (*г*)

Распределения газодинамических переменных вдоль оси абсцисс за цилиндром подтверждают информацию, вытекающую из мгновенных картин полей числа Маха. В качестве примера на рис. 2.23 и 2.24 показаны распределения продольной и нормальной компонент вектора скорости; распределения коэффициента давления за телом имеют такой же характер поведения, как соответствующие распределения для продольной компоненты скорости.

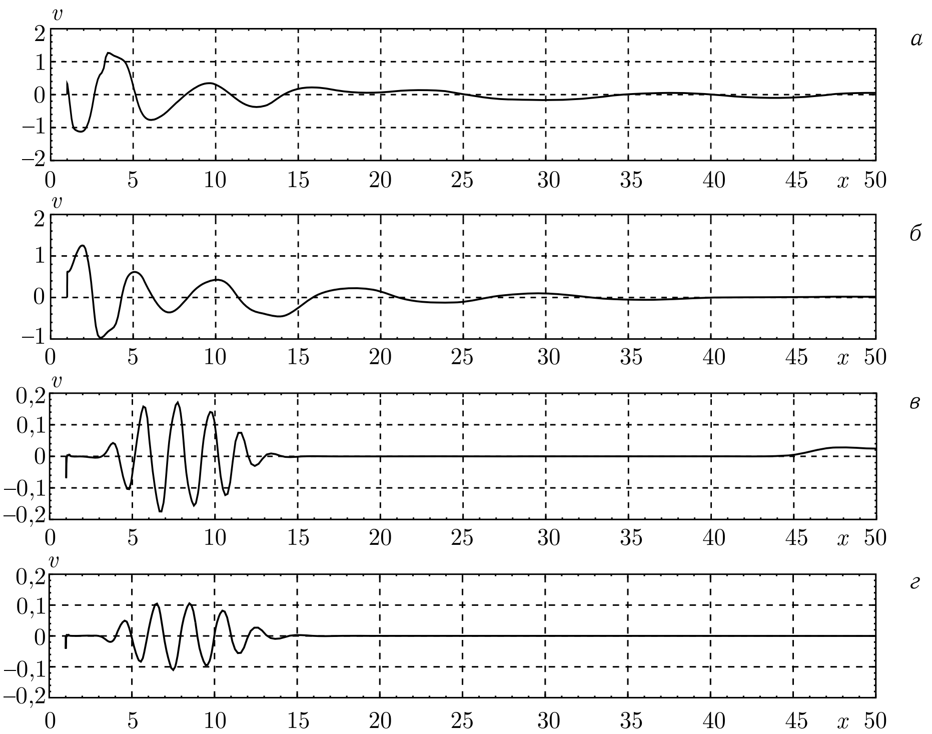


Рис. 2.24. Распределение нормальной компоненты скорости v вдоль оси абсцисс за теплоизолированным цилиндром в момент времени $t = 200$ при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ (*а*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}95$ (*в*); $\mathrm{M}_\infty = 1{,}3$ (*г*)

На первом режиме обтекания цилиндра течение в ближнем и дальнем следах в пределах расчетной области нестационарно и носит осциллирующий характер. На втором режиме обтекания цилиндра течение в дальнем следе (при $x > 15$) становится стационарным, а нестационарность течения проявляется примерно на участке $3 < x < 15$. При этом наибольшие амплитуды осцилляций имеют место для нормальной компоненты скорости, а наименьшие — для коэффициента давления. Кроме того, максимальная амплитуда осцилляций с ростом числа M_∞ изменяется немонотонно: сначала она возрастает, достигает максимального значения при числах $\mathrm{M}_\infty \approx 1 \div 1{,}05$, а затем уменьшается. Из этого можно предположить, что при $\mathrm{M}_\infty > 1{,}3$ по мере увеличения числа Маха решение задачи полностью выходит на симметричный стационарный режим обтекания цилиндра. Для проверки этого утверждения необходимы дополнительные расчетные исследования.

2.4.2. Эволюция газодинамических переменных в контрольных точках поля течения. Дополнительную количественную информацию о характере течения в ближнем следе дает анализ временно́й эволюции газодинамических переменных в некоторых контрольных его точках. В качестве последних были выбраны следующие точки: $E(1{,}456,\ 0)$, $G(8{,}355,\ 0)$ и $N(1,\ 1)$. Первые две точки расположены на оси абсцисс в ближнем следе, а третья — в верхней части поля течения, в той ее области, где формируются сходящие вихри на первом режиме обтекания цилиндра и образуется сверхзвуковая зона на втором режиме обтекания. Характерной общей особенностью поведения газодинамических переменных в указанных точках является то, что на первом режиме обтекания наблюдаются осцилляции с низкой частотой и большой амплитудой, а на втором режиме — осцилляции с большей частотой и меньшей амплитудой.

Эволюционные зависимости газодинамических переменных в указанных выше точках ближнего следа были подвергнуты частотному анализу. Поскольку эволюционные зависимости включают в себя процесс установления по времени, то для его проведения использовались только последние 256 точек временно́го интервала. Результаты анализа представляются в виде частотной характеристики — зависимости безразмерной амплитуды колебаний Am от безразмерной частоты $F = fR/V_\infty = \mathrm{Sh}/2$. Здесь f — частота колебаний, $D = 2R$ — диаметр цилиндра, $\mathrm{Sh} = fD/V_\infty$ — число Струхала. Получаемые частотные характеристики в качественном отношении однотипны для всех газодинамических переменных и определяются режимом обтекания цилиндра. Поэтому ниже рассматривается в основном поведение компонент вектора скорости.

Точка $E(1{,}456,\ 0)$ расположена на оси абсцисс в окрестности обтекаемой поверхности цилиндра.

На первом режиме обтекания средние значения продольной компоненты скорости в рассматриваемой точке малы ($u_m \approx 0$), а пульсации происходят с большой амплитудой ($\max|\Delta u| \leqslant 1{,}2$). Согласно Фурье-анализу они образуют узкополосный сплошной спектр в области низких частот, при этом максимальная амплитуда $Am \leqslant 0{,}18$ имеет место при числах Струхала $\mathrm{Sh} < 0{,}55$. Средние значения нормальной компоненты скорости близки к нулю, а она сама совершает низкочастотные пульсации с большой амплитудой ($\max|\Delta v| \leqslant 1{,}2$). Они образуют узкополосный сплошной спектр в области низких частот, соответствующих числам Струхала $\mathrm{Sh} < 1$ и относительным амплитудам колебаний $Am \leqslant 0{,}6$. В рассматриваемой точке поля течения наблюдается высокий уровень разрежения — коэффициент давления принимает большие (по модулю) отрицательные значения и осциллирует с достаточно большой амплитудой ($\max|\Delta c_\mathrm{p}| \leqslant 0{,}3$).

На втором режиме обтекания цилиндра продольная компонента скорости и коэффициент давления в точке E в зависимости от числа M_∞ либо строго выходят на стационарные значения, либо осциллируют с амплитудой, значение которой мало и находится за пределами точности расчета. При этом нормальная компонента скорости пульсирует с такой малой амплитудой, что ее значение находится на грани точности расчета. Поэтому практически можно говорить о квазистационарном состоянии потока в этой точке.

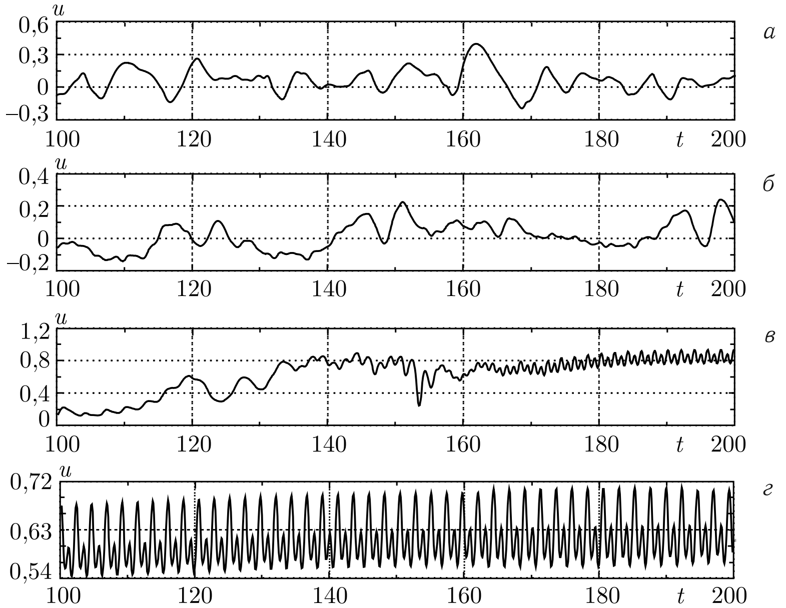


Рис. 2.25. Эволюция продольной компоненты скорости u в контрольной точке G ближнего следа за теплоизолированным цилиндром при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ (*а*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}95$ (*в*); $\mathrm{M}_\infty = 1{,}3$ (*г*)

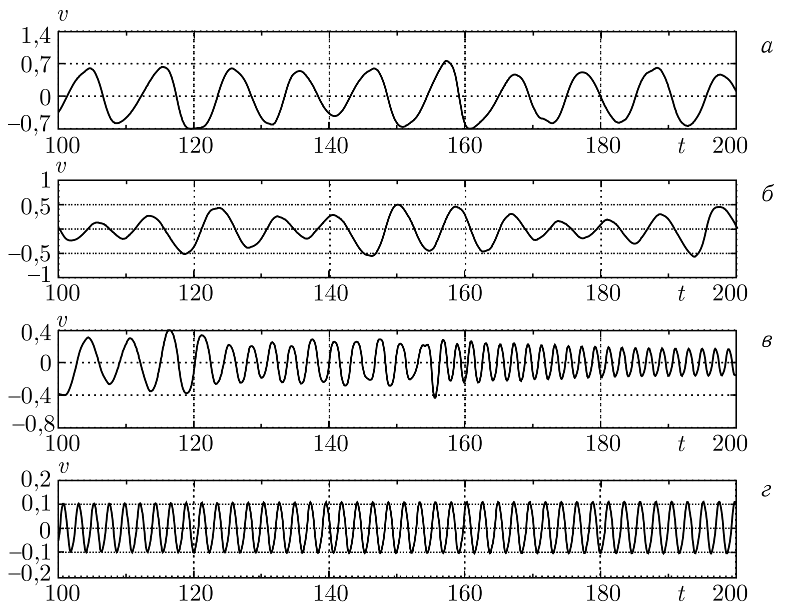


Рис. 2.26. Эволюция нормальной компоненты скорости v в контрольной точке G ближнего следа за теплоизолированным цилиндром при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ (*а*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}95$ (*в*); $\mathrm{M}_\infty = 1{,}3$ (*г*)

Точка $G(8{,}355,\ 0)$ расположена на оси абсцисс в области ближнего следа, где на втором режиме обтекания цилиндра наблюдаются осцилляции газодинамических переменных с наибольшей амплитудой. Временны́е эволюции компонент вектора скорости показаны на рис. 2.25 и 2.26, а соответствующие частотные характеристики — на рис. 2.27 и 2.28.

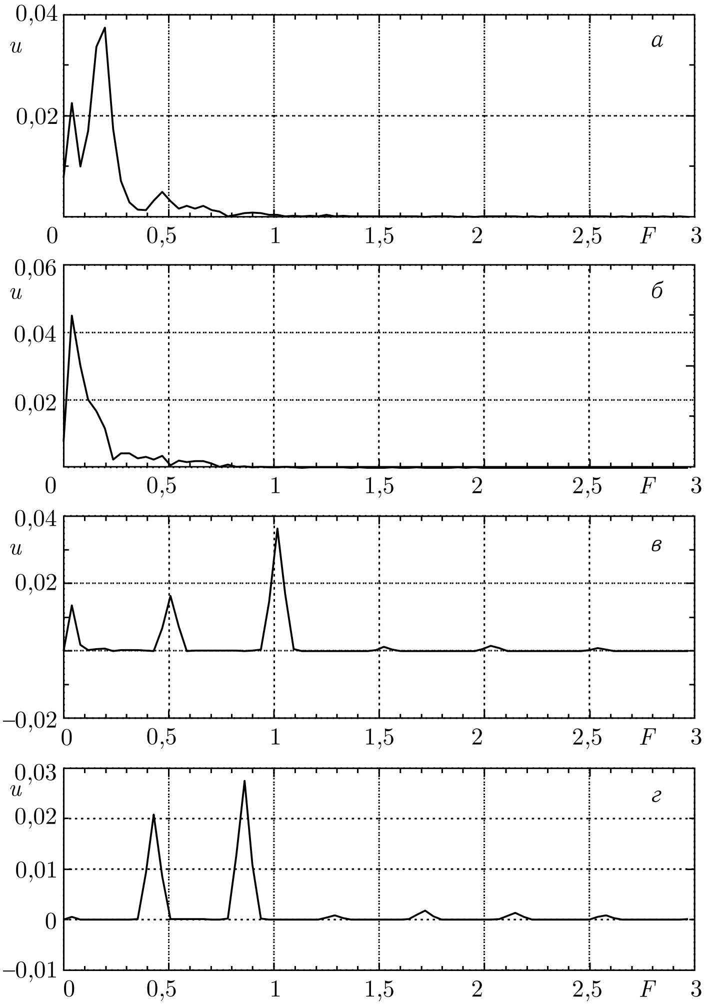


Рис. 2.27. Частотные характеристики продольной компоненты скорости u в контрольной точке G ближнего следа за теплоизолированным цилиндром при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ (*а*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}95$ (*в*); $\mathrm{M}_\infty = 1{,}3$ (*г*)

На первом режиме обтекания ($\mathrm{M}_\infty \leqslant 0{,}9$) продольная компонента скорости в рассматриваемой точке пульсирует с большой амплитудой ($\max|\Delta u| \leqslant 0{,}4$) около малого среднего значения (рис. 2.25, *а*, *б*). Этим пульсациям соответствует узкополосный непрерывный спектр в области низких частот (рис. 2.27, *а*, *б*). Для нормальной компоненты скорости также

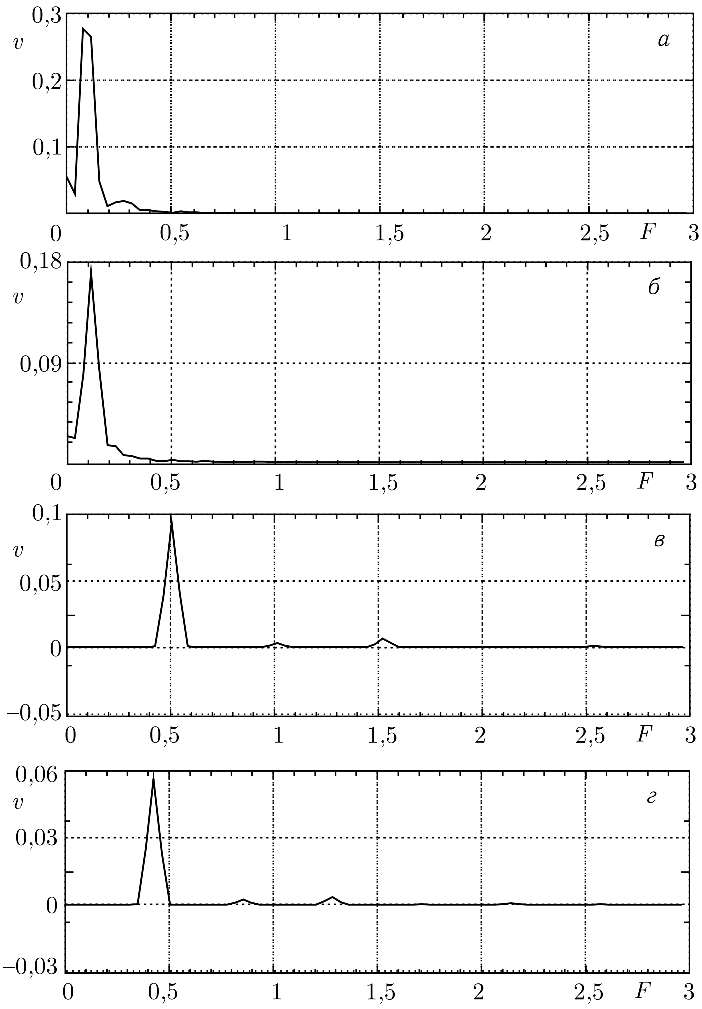


Рис. 2.28. Частотные характеристики нормальной компоненты скорости v в контрольной точке G ближнего следа за теплоизолированным цилиндром при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ (*а*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}95$ (*в*); $\mathrm{M}_\infty = 1{,}3$ (*г*)

характерны осцилляции с большой амплитудой ($\max|\Delta v| \leqslant 0{,}8$) около малого (по модулю) среднего отрицательного значения (рис. 2.26, *а*, *б*) и наличие узкополосного непрерывного спектра, в котором наибольшей амплитуде $Am < 0{,}3$ соответствует число Струхала $\mathrm{Sh} = 0{,}078$.

На втором режиме ($\mathrm{M}_\infty \geqslant 0{,}95$) продольная компонента скорости пульсирует с малой амплитудой ($\max\,|\Delta u| \leqslant 0{,}1$) около большого среднего значения (рис. 2.25, *в*, *г*). Этим пульсациям соответствует дискретный спектр, в котором преобладают две гармоники с числами Струхала $\mathrm{Sh} \approx 2$ и 1 и амплитудами $Am < 0{,}04$ (рис. 2.27, *в*, *г*). Нормальная компонента скорости осциллирует с умеренной амплитудой ($\max\,|\Delta v| \leqslant 0{,}15$) около малого среднего отрицательного значения (рис. 2.26, *в*, *г*) и обладает дискретным спектром, в котором доминирующей частоте соответствует число Струхала $\mathrm{Sh} \approx 1$ с относительными амплитудами $Am < 0{,}09$ (рис. 2.28, *в*, *г*). Значение амплитуды уменьшается с ростом числа Маха.

В рассматриваемой точке поля течения коэффициент давления на всех режимах обтекания цилиндра проявляет пульсационный характер поведения во времени. При этом наблюдаются низкочастотные пульсации с большой амплитудой ($\max |\Delta c_\mathrm{p}| \leqslant 0{,}9$) на первом режиме и высокочастотные пульсации с малой амплитудой ($\max |\Delta c_\mathrm{p}| \leqslant 0{,}03$) на втором режиме обтекания цилиндра.

Точка $N(1,\ 1)$ расположена в верхней части поля течения, в той области, где формируются сходящие вихри на первом режиме обтекания и образуется сверхзвуковая зона на втором режиме обтекания. Как и в рассмотренных выше точках, для нее характерно различное поведение эволюционных кривых в зависимости от режима обтекания цилиндра.

На первом режиме газодинамические переменные в рассматриваемой точке поля течения пульсируют около среднего значения с достаточно большой амплитудой, которая для рассматриваемых газодинамических переменных характеризуется следующими неравенствами: $\Delta u \leqslant 1{,}40$, $\Delta v \leqslant 0{,}73$ и $\Delta c_\mathrm{p} \leqslant 0{,}63$. Для этих пульсаций характерно наличие узкополосного непрерывного спектра в области низких частот (малых значений числа Струхала). На втором режиме обтекания цилиндра газодинамические переменные в результате эволюции выходят на соответствующие стационарные значения.

2.4.3. Эволюция коэффициента давления в характерных точках цилиндра. Полезную информацию о характере течения в окрестности обтекаемой поверхности цилиндра дает рассмотрение эволюции коэффициента давления в характерных точках $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$, $C(1, 0)$, $D(0, -1)$, расположенных на поверхности цилиндра в горизонтальной и вертикальной плоскостях симметрии. Эти эволюционные зависимости были подвергнуты частотному анализу, основные результаты которого приведены в табл. 2.1. Согласно этим данным во всех характерных точках цилиндра имеют место низкочастотные осцилляции коэффициента давления.

Точка $A(-1, 0)$ (передняя критическая точка). В этой точке осредненные значения коэффициента давления монотонно возрастают с увеличением числа M_∞ и согласуются с расчетами в рамках теории идеального газа.

На первом режиме обтекания цилиндра при числе $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ значение коэффициента давления слабо осциллирует с максимальным отклонением от среднего значения менее 1 %. Амплитуды этих осцилляций хотя и малы, но находятся в пределах точности расчетов и, следовательно, течение в окрестности точки A нестационарно. С увеличением числа M_∞ амплитуда осцилляций уменьшается и выходит за пределы точности расчетов, поэтому течение газа при числе $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ можно считать практически стационарным.

На втором режиме течение среды в окрестности передней критической точки стационарно и эволюция коэффициента давления определяет характер выхода на стационарное решение задачи.

Таблица 2.1

Параметры осциллирующего коэффициента давления в контрольных точках кругового цилиндра с теплоизолированной поверхностью при числе $\mathrm{Re} = 10^5$

M_∞	Точка $A(-1,0)$	Точка $B(0,1)$	Точка $D(0,-1)$	Точка $C(1,0)$	$c_{\mathrm{p\ min}}$
Средние значения коэффициента давления					
0,80	1,21483	−1,25001	−1,14263	−1,56116	−2,232142
0,90	1,25123	−1,0954	−1,16674	−1,40393	−1,763684
0,95	1,27813	−1,20718	−1,20715	−0,851414	−1,512904
1,00	1,29611	−1,07194	−1,07194	−0,750031	−1,428571
1,05	1,31758	−0,954578	−0,954578	−0,6525	−1,296756
1,10	1,34601	−0,850507	−0,850507	−0,557058	−1,180637
1,30	1,45965	−0,554402	−0,554402	−0,329535	−0,845308
Основная безразмерная частота F (первая строка) и амплитуда Am (вторая строка) осцилляций коэффициента давления					
0,80	0,0390625 0,0025224	0,078125 0,295189	0,078125 0,261496	0,15625 0,11796	
0,90	0,0390625 $8{,}2613\cdot10^{-5}$	0,117188 0,207243	0,117188 0,123469	0,234375 0,060495	
0,95	0,0390625 $8{,}8036\cdot10^{-5}$	0,0390625 $1{,}8271\cdot10^{-5}$	0,0390625 $1{,}8617\cdot10^{-5}$	0,0390625 0,0018939	
1,00	0,0390625 $8{,}3099\cdot10^{-5}$	0,0390625 $3{,}3889\cdot10^{-6}$	0,0390625 $3{,}2387\cdot10^{-5}$	0,507812 $5{,}6451\cdot10^{-5}$	

Точки $B(0,1)$ и $D(0,-1)$ (миделевое сечение цилиндра). На первом режиме обтекания осредненные значения коэффициента давления в указанных точках отличаются, хотя и незначительно, друг от друга (различие в третьей-четвертой значащей цифре) и указывают на некоторую асимметричность осредненного течения. Коэффициенты давления являются осциллирующими в противофазе функциями с большой амплитудой — наибольшее отклонение от среднего значения порядка 70%.

На втором режиме осредненные значения коэффициента давления совпадают друг с другом и говорят о симметричности обтекания лобовой поверхности цилиндра, а эволюции коэффициентов давления в этих точках определяют характер выхода на стационарное решение.

Точка $C(1,0)$. В этой точке при числе $M_\infty = 0{,}8$ наблюдается сильное разрежение, уровень которого понижается с ростом числа Маха. При всех рассмотренных условиях обтекания коэффициент давления является осциллирующей функцией, что указывает на нестационарность течения в окрестности точки A. При этом на первом режиме обтекания в ней наблюдаются сильное разрежение и пульсации с большой амплитудой (максимальное отклонение от среднего значения порядка 50%), а на втором режиме обтекания уровень давления повышается и имеют место малоамплитудные пульсации (максимальное отклонение от среднего значения менее 2%).

Согласно данным табл. 2.1 при числе $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ распределение осредненного коэффициента давления по обтекаемой поверхности является монотонно убывающей функцией с максимумом в точке A (передняя критическая точка) и минимумом в точке C. Пульсации коэффициента давления наблюдаются во всех точках обтекаемого контура. При этом наименьшая частота пульсаций имеет место в точке A, в миделевом сечении она увеличивается вдвое и соответствует частоте схода вихрей с обтекаемой поверхности. В точке C по сравнению с миделевым сечением частота пульсаций коэффициента давления возрастает в два раза. Физически это объясняется тем, что пульсации давления в этой точке определяются верхним и нижним рядами вихрей, расположенных в шахматном порядке. Амплитуда пульсаций принимает наибольшие значения в миделевом сечении и наименьшее значение в передней критической точке.

С увеличением числа Маха уровень осредненного давления повышается с сохранением монотонности в распределении c_p вдоль поверхности. Пульсационные характеристики изменяются следующим образом: при числе $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ практически исчезают пульсации в передней критической точке из-за увеличения размеров локальной области сверхзвукового течения, а в остальных характерных точках цилиндра они сохраняются, при этом их частота возрастает, а амплитуда уменьшается по сравнению с предыдущим числом Маха; при числах $\mathrm{M}_\infty \geqslant 0{,}95$ сход вихрей прекращается и коэффициент давления на поверхности выходит на стационарное решение.

2.4.4. Верификация численного моделирования и обсуждение. Упомянутые выше публикации, посвященные экспериментальному и теоретическому исследованию обтекания кругового цилиндра трансзвуковым потоком, позволяют провести верификацию выполненного нами численного моделирования.

Рассмотрим поведение коэффициента давления в передней критической точке в зависимости от числа Маха. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных проведено на рис. 2.29. За основу принята зависимость, полученная расчетом по газодинамическим соотношениям (см., например, [Башкин В.А., 1964]) и соответствующая течению невязкого газа с показателем адиабаты $\gamma = 1{,}4$ (асимптотическая зависимость при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} \to \infty$): $c_\mathrm{pE} = (p_0 - p_\infty)/q_\infty$ при $\mathrm{M}_\infty \leqslant 1$ и $p_\mathrm{pE} = (p_0' - p_\infty)/q_\infty$ при $\mathrm{M}_\infty \geqslant 1$. Здесь p_0 — давление торможения набегающего потока, p_0' — давление торможения потока за прямым скачком уплотнения. Можно видеть, что в исследованном интервале чисел Маха как расчетные, так и экспериментальные значения коэффициента давления располагаются как выше, так и ниже асимптотической зависимости. Отклонение от нее обозначим через $\delta = (c_\mathrm{p} - c_\mathrm{pE})/c_\mathrm{pE}$. Согласно приведенным данным имеем: $4\% \geqslant \delta_{\text{расч}} > -3\%$ и $2\% > \delta_{\text{эксп}} > -4{,}5\%$. При этом большинство экспериментальных точек располагается ниже асимптотической зависимости. Результаты расчетов получены на фиксированной сетке для заданного числа Рейнольдса и образуют зависимость, монотонно изменяющуюся по числу Маха — максималь-

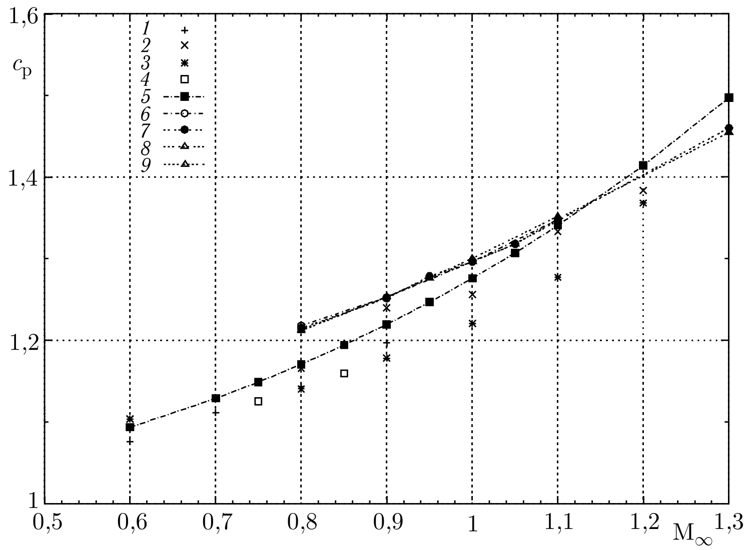


Рис. 2.29. Изменение коэффициента давления c_p в передней критической точке цилиндра в зависимости от числа Маха M_∞ (эксперимент: *1* — [Macha J.M., 1977]; *2* — [Murthy V.S., Rose W.C., 1977], $Re_D = 0{,}166 \cdot 10^6$; *3* — [Murthy V.S., Rose W.C., 1977], $Re_D = 0{,}5 \cdot 10^6$; *4* — [Rodriguez O., 1984]; *5* — асимптотическое решение; *6*, *7* — численный расчет с изотермической и теплоизолированной поверхностями цилиндра соответственно, $Re_R = 10^5$; *8*, *9* — численный расчет с изотермической и теплоизолированной поверхностями цилиндра соответственно, $Re_R = 10^6$)

ное отклонение наблюдается при числе Маха $M_\infty = 0{,}8$, с последующим увеличением числа Маха оно монотонно уменьшается. Здесь приведены также результаты наших расчетов для числа Рейнольдса $Re = 10^6$, которые практически совпадают с расчетными данными при числе $Re = 10^5$.

Сопоставление расчетных и экспериментальных [Мэрти В.С., Роуз В.К., 1978; Murthy V.S., Rose W.C., 1977] данных по распределению местных аэродинамических характеристик кругового цилиндра при числе $M_\infty = 0{,}8$ (первый режим обтекания цилиндра), проведенное выше, показало в целом хорошее согласование их между собой. При числе $M_\infty = 0{,}9$, при котором также реализуется первый режим обтекания цилиндра, ограничимся сравнением данных по коэффициенту давления, поскольку экспериментальные данные по коэффициенту сопротивления трения в указанных работах получены только для небольшой окрестности передней критической точки.

Отметим, что приведенные экспериментальные данные по давлению представляют собой некоторые средние значения, усредненные на различных временны́х интервалах. На основе расчетных данных были вычислены средние распределения коэффициента давления по верхней и нижней поверхностям цилиндра путем усреднения соответствующих данных на временны́х интервалах $\Delta t = 200 - t_* = 10$, 25,6, 50, где t_* — время, с которого начинается процесс усреднения. Сопоставление этих распределений с соответствующими экспериментальными данными [Murthy V.S., Rose W.C., 1977] показано на рис. 2.30.

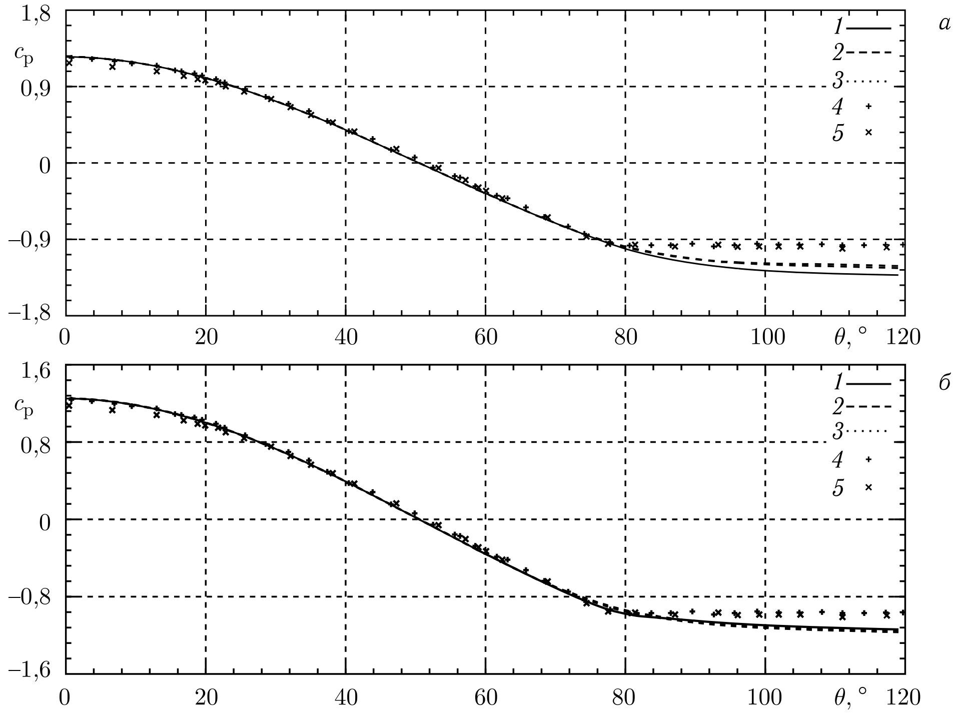


Рис. 2.30. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по местному коэффициенту давления c_p на верхней (*а*) и нижней (*б*) поверхностях цилиндра. Расчет при числах $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ и $\mathrm{Re} = 10^5$: $\Delta t = 10$ (*1*), $\Delta t = 25{,}6$ (*2*), $\Delta t = 50$ (*3*); эксперимент: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$, $\mathrm{Re} = 0{,}83 \cdot 10^5$ (*4*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$, $\mathrm{Re} = 2{,}5 \cdot 10^5$ (*5*)

Первый интервал включает в себя только один полный цикл, поэтому результаты усреднения на этом интервале учитывают специфику рассматриваемого цикла и отличаются от данных усреднения на двух последующих интервалах. В то же время интервалы $\Delta t = 25{,}6$ и 50 содержат достаточно большое число циклов, и результаты усреднения на них практически совпадают между собой, т. е. при $\Delta t \geqslant 25{,}6$ наблюдается независимость результатов усреднения от величины временно́го интервала, на котором оно проводится.

Все расчетные распределения усредненного коэффициента давления имеют в качественном отношении одинаковый характер поведения, который соответствует экспериментальным данным (рис. 2.30). При этом наблюдается полное согласование между расчетными и экспериментальными данными на лобовой поверхности цилиндра при $|\theta| \leqslant 80^\circ$ и рассогласование их на остальной части поверхности. Распределение c_p, соответствующее интервалу $\Delta t = 10$, в силу специфики рассматриваемого цикла наиболее сильно отклоняется от эксперимента на верхней поверхности цилиндра. Зависимости, соответствующие интервалам $\Delta t = 25{,}6$ и 50, на обеих сторонах цилиндра указывают на более сильное разрежение по сравнению с экспериментом; при этом результаты расчетов на нижней стороне цилиндра располагаются ближе к экспериментальной зависимости.

На втором режиме течение в окрестности обтекаемой поверхности стационарно. На этом режиме сопоставление расчетных и экспериментальных [Murthy V.S., Rose W.C., 1977] данных по распределениям коэффициентов давления (рис. 2.31) и сопротивления трения (рис. 2.32) по обтекаемой поверхности проведено при числах Маха $M_\infty = 1$ и 1,1.

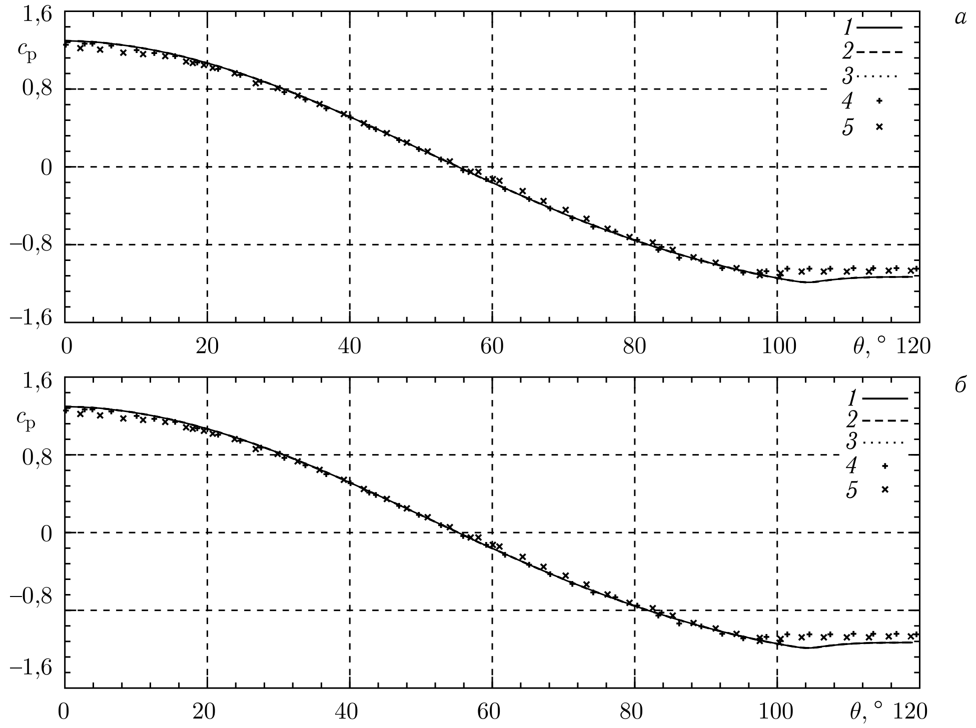


Рис. 2.31. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по местному коэффициенту давления c_p на поверхности цилиндра при числах $M_\infty = 1$ (*а*) и 1,1 (*б*). Расчет при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $\Delta t = 10$ (*1*), $\Delta t = 25{,}6$ (*2*), $\Delta t = 50$ (*3*); эксперимент: $\mathrm{Re} = 0{,}83 \cdot 10^5$ (*4*), $\mathrm{Re} = 2{,}5 \cdot 10^5$ (*5*)

Кроме того, были проведены дополнительные сравнения расчетного распределения коэффициента давления по поверхности цилиндра с экспериментальными данными [Macha J.M., 1977; Rodriguez O., 1984], которые только подтвердили общую картину поведения коэффициента давления на обтекаемой поверхности, вытекающую из сравнения с экспериментальными данными [Мэрти В.С., Роуз В.К., 1978; Murthy V.S., Rose W.C., 1977], поэтому здесь результаты этого сравнения не приводятся.

Как отмечалось выше, при обтекании кругового цилиндра на его лобовой поверхности (на наветренной стороне) реализуется наибольшее сжатие газа, а в его кормовой части (на подветренной стороне) — наибольшее разрежение. С учетом того, что газовая среда не держит растягивающих напряжений, наибольшее разрежение имеет место при условии $p = 0$. Отсюда следует $c_{p\,\min} = -2/(\gamma M_\infty^2)$. Тогда искомое поле коэффициента давления должно

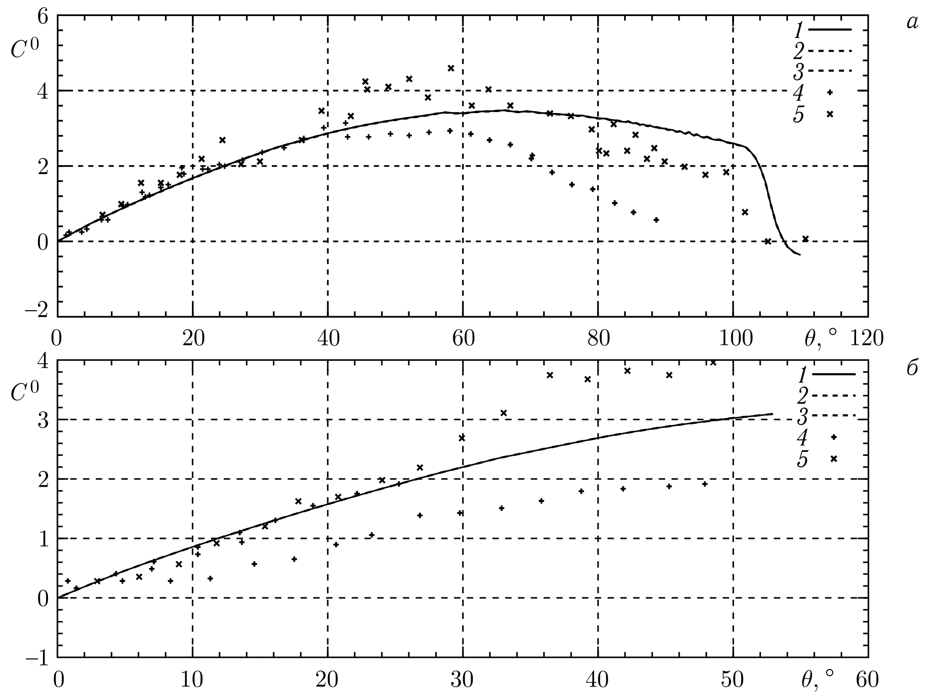


Рис. 2.32. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по местному коэффициенту сопротивления трения $C^0 = c_{\mathrm{f}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ на поверхности цилиндра при числах $\mathrm{M}_\infty = 1$ (*а*) и 1,1 (*б*). Расчет при числе $\mathrm{Re} = 10^5$: $\Delta t = 10$ (*1*), $\Delta t = 25{,}6$ (*2*), $\Delta t = 50$ (*3*); эксперимент: $\mathrm{Re} = 0{,}83 \cdot 10^5$ (*4*), $\mathrm{Re} = 2{,}5 \cdot 10^5$ (*5*)

удовлетворять условию $c_{\mathrm{p}} \geqslant c_{\mathrm{p\,min}} = -2/(\gamma \mathrm{M}_\infty^2)$, которое иногда называют *условием корректности*. Значения $c_{\mathrm{p\,min}}$ для изученного диапазона трансзвуковых чисел Маха приведены в табл. 2.1. Сравнение расчетных данных по коэффициенту давления указывает на выполнимость условия корректности и, следовательно, на корректность численного моделирования. Кроме того, оно показывает, что на первом режиме обтекания цилиндра для коэффициентов давления в передней и задней критических точках имеет место неравенство $c_{\mathrm{p}}(\mathrm{A}) < |c_{\mathrm{p}}(\mathrm{C})|$ и, следовательно, основной вклад в создание аэродинамического сопротивления вносит подветренная сторона. Для второго режима обтекания выполняется неравенство $c_{\mathrm{p}}(\mathrm{A}) > |c_{\mathrm{p}}(\mathrm{C})|$ и, следовательно, на этом режиме аэродинамическое сопротивление цилиндра создается преимущественно сжатым слоем на его наветренной стороне; увеличение числа Маха приводит к снижению роли подветренной стороны в создании аэродинамического сопротивления.

Теперь рассмотрим поведение коэффициента аэродинамического сопротивления цилиндра в зависимости от числа Маха и проведем сопоставление расчетных и экспериментальных данных между собой, результаты которого приведены на рис. 2.33. Можно видеть, что экспериментальные данные разных авторов сильно расходятся по значениям, а наша расчетная зависимость по отношению к ним представляет как бы огибающую сверху.

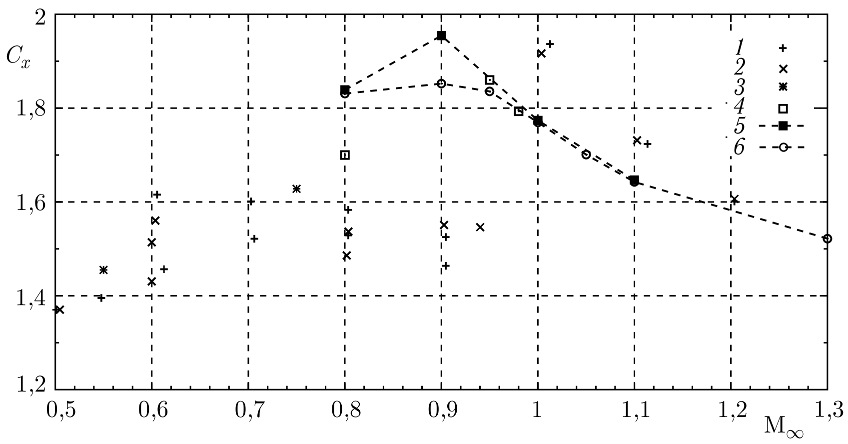


Рис. 2.33. Поведение коэффициента аэродинамического сопротивления c_x в зависимости от числа Маха M_∞. Эксперимент: *1* — [Macha J.M., 1977]; *2* — [Murthy V.S., Rose W.C., 1977]; *3* — [Rodriguez O., 1984]; расчет: *4* — [Ishii K., Kuwahara K., 1984]; *5* — изотермическая поверхность; *6* — теплоизолированная поверхность

Кроме того, экспериментальные данные указывают на скачкообразное увеличение коэффициента сопротивления при числе Маха $M_\infty \lesssim 1$, в то время как при численном моделировании реализуется плавный переход через скорость звука с максимумом коэффициента сопротивления при числе Маха $M_\infty < 1$. На эту особенность поведения коэффициента сопротивления цилиндра было указано в [Башкин В.А., Ваганов А.В. и др., 2002].

Отметим, что результаты расчетов [Ishii K., Kuwahara K., 1984] при числе Рейнольдса $\mathrm{Re_D} = 5 \cdot 10^6$ неплохо согласуются с нашими расчетными данными и также указывают на плавное поведение коэффициента сопротивления при подходе к числу Маха $M_\infty = 1$.

Как отмечалось выше, частота схода вихрей с обтекаемой поверхности цилиндра характеризуется параметром подобия — числом Струхала, значение которого в экспериментальных исследованиях определяется различными способами. Согласно сводному графику, приведенному в [Мэрти В.С., Роуз В.К., 1978; Murthy V.S., Rose W.C., 1977], число Струхала Sh слабо зависит от числа Маха и в околозвуковом диапазоне примерно равно постоянной величине $\mathrm{Sh} \approx 0{,}18$, при этом по мере подхода к граничному числу Маха M_* число Струхала возрастает и достигает значения $\mathrm{Sh} \approx 0{,}23$. Наши расчеты при числе Маха $M_\infty = 0{,}8$ дают значение $\mathrm{Sh} \approx 0{,}16$ и при числе Маха $M_\infty = 0{,}9$ — значение $\mathrm{Sh} \approx 0{,}234$, которые хорошо согласуются с экспериментом.

В [Ishii K., Kuwahara K., 1984] обтекание цилиндра при числе Маха $M_\infty = 0{,}8$ смоделировано для чисел Рейнольдса $\mathrm{Re_D} = 10^3$ и $5 \cdot 10^6$, для которых указаны числа Струхала $\mathrm{Sh} = 0{,}1$ и $0{,}202$ соответственно. Результаты наших расчетов при числе Рейнольдса $\mathrm{Re_D} = 2 \cdot 10^5$ ($\mathrm{Re} = 10^5$) в качественном отношении согласуются с этими данными.

2.5. Круговой цилиндр при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ и различных числах Рейнольдса

Для изучения влияния числа Рейнольдса на структуру поля течения и на аэродинамические характеристики кругового цилиндра с теплоизолированной поверхностью при фиксированном числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ выполнено численное моделирование на основе уравнений Навье–Стокса при числах Рейнольдса $10^3 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^6$ (ламинарное течение) и на основе уравнений Рейнольдса при числах Рейнольдса $10^6 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^7$ (ламинарно-турбулентное течение).

2.5.1. Структура поля течения. Согласно результатам расчетов для всех значений числа Рейнольдса около цилиндра реализуется нестационарное поле течения, связанное с формированием вихрей и сходом их с обтекаемой поверхности. При этом для ламинарного обтекания цилиндра около него реализуется однотипная структура поля течения, характеризуемая наличием в ближнем следе вихревой дорожки Кармана, которая далее вниз по потоку диссипирует под действием сил внутреннего трения. При ламинарно-турбулентном обтекании согласно полям параметров турбулентности при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^6$ и 10^7 ламинарно-турбулентный переход на обтекаемой поверхности наблюдается в окрестности точки отрыва, а в ближнем следе имеет место развитое турбулентное течение. Турбулизация течения в ближнем следе, естественно, обусловливает некоторые изменения в структуре поля течения, которые будут рассмотрены ниже.

Полезная дополнительная информация как качественного, так и количественного характера следует из распределений газодинамических переменных по оси абсцисс перед и за обтекаемым телом.

Согласно расчетам, распределения газодинамических переменных вдоль оси абсцисс перед цилиндром практически не зависят от числа Рейнольдса в рассмотренном диапазоне его изменения. В качестве примера на рис. 2.34 показаны распределения числа Маха, продольной компоненты вектора скорости и коэффициента давления. Можно видеть, что по мере удаления вверх по потоку от передней критической точки указанные газодинамические переменные асимптотически выходят на заявленные значения в стационарном набегающем потоке. Это говорит о корректности постановки задачи и достоверности получаемых результатов. Далее отметим, что на всех рассмотренных режимах обтекания цилиндра течение в ближнем следе нестационарно, и эта нестационарность распространяется достаточно далеко вверх по потоку.

Распределения газодинамических переменных по оси абсцисс за цилиндром указывают на сильную нестационарность течения в ближнем следе, которая по мере продвижения вниз по потоку ослабевает, и на особенности выхода решения на дальний след. В качестве примера на рис. 2.35 приведены распределения некоторых газодинамических переменных по оси абсцисс за цилиндром. Можно видеть, что для всех значений числа Re имеем однотипный характер поведения газодинамических переменных — наличие сильных пульсаций в ближнем следе ($x < 20$) и постепенный выход на постоянное значение, соответствующее решению стационарного дальнего следа. Кроме того, пульсации компонент скорости в ближнем следе настолько велики, что при

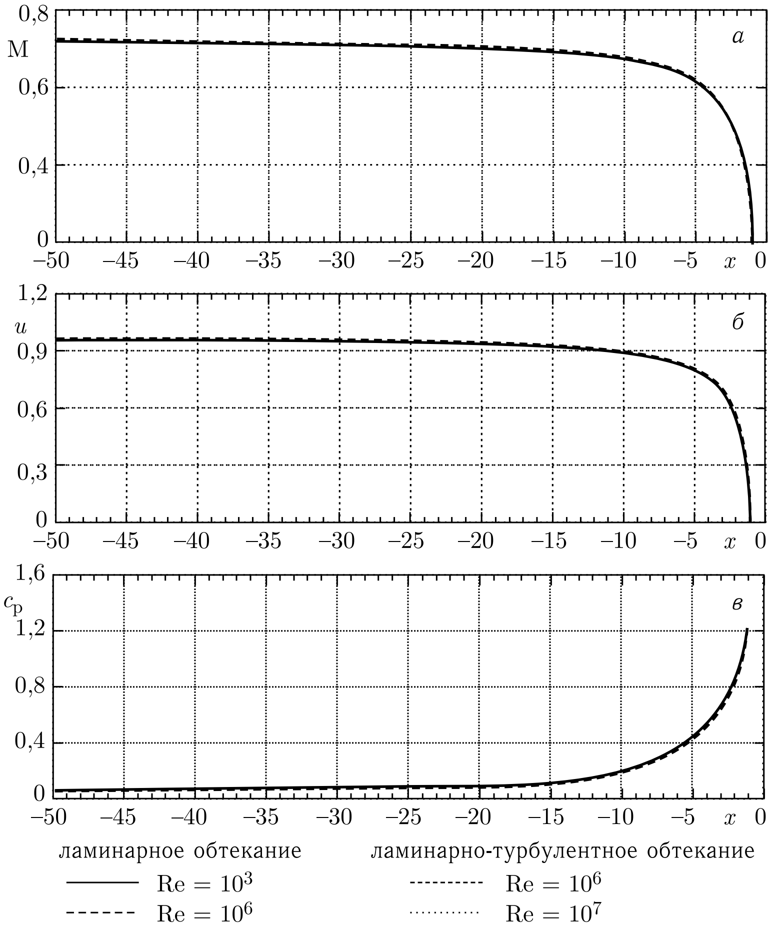


Рис. 2.34. Влияние числа Рейнольдса на распределения числа Маха M (a), продольной компоненты u вектора скорости ($б$) и коэффициента давления c_p ($в$) вдоль оси абсцисс перед цилиндром с теплоизолированной поверхностью в момент времени $t = 200$ при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$

некоторых числах Рейнольдса местные числа Маха достигают сверхзвуковых значений.

Обтекание кругового цилиндра при больших числах Рейнольдса носит отрывной характер. При этом из-за нестационарности течения положения точек глобального и локального отрыва на обтекаемой поверхности являются функциями времени и определяются как особые точки (точки ветвления) нулевой линии тока. Для нас наибольший интерес представляют положения точек первого нуля напряжения трения на верхней и нижней поверхностях цилиндра, которые интерпретируются либо как точка глобального отрыва, либо как точка схода линий тока. Влияние числа Рейнольдса на эволюцию положения этих точек на верхней ($\theta > 0$) и нижней ($\theta < 0$) поверхностях цилиндра показано на рис. 2.36. Из этих данных следует, что при ламинарном течении положение рассматриваемых точек изменяется в очень широком

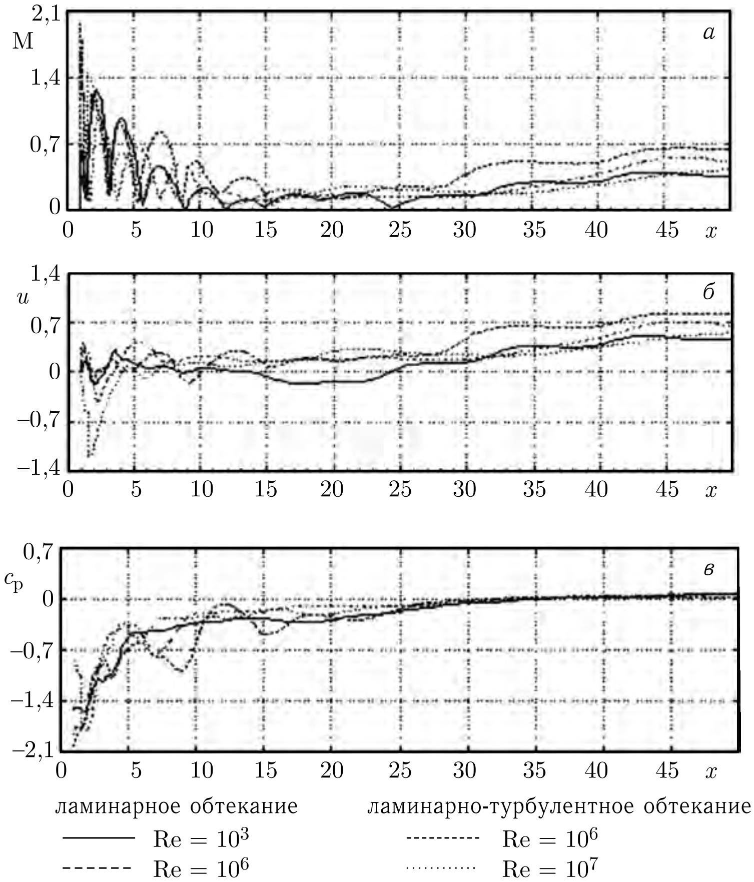


Рис. 2.35. Влияние числа Рейнольдса на распределения числа Маха M (a), продольной компоненты u вектора скорости ($б$) и коэффициента давления c_p ($в$) вдоль оси абсцисс за цилиндром с теплоизолированной поверхностью в момент времени $t = 200$ при числе Маха $M_\infty = 0{,}8$

интервале — в крайне верхнем положении они располагаются на лобовой поверхности цилиндра, а в крайне нижнем положении — в окрестности точки C. При этом частота осцилляций практически совпадает с частотой схода вихрей и не зависит от числа Рейнольдса, но этот параметр подобия влияет на форму эволюционной кривой — увеличение числа Рейнольдса приводит к усложнению формы эволюционной зависимости. Турбулизация течения в ближнем следе сильно влияет как на частоту осцилляций, так и на форму эволюционной кривой.

Важной характеристикой нестационарного течения является частота схода вихрей с обтекаемой поверхности цилиндра, которая определяется различными способами — как экспериментально, так и теоретически. В данной работе для этой цели использованы эволюционные зависимости местного коэффициента давления в двух характерных точках B и D, расположенных на обтекаемой поверхности в миделевом сечении цилиндра сверху и снизу соответственно.

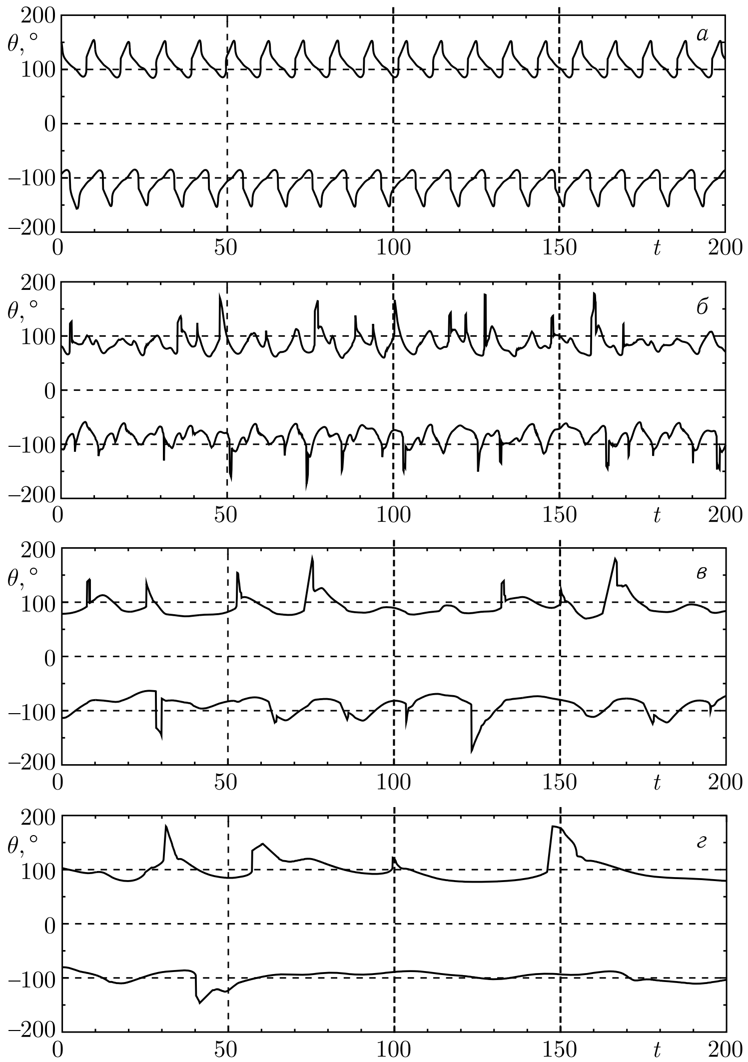


Рис. 2.36. Влияние числа Рейнольдса на эволюцию положения точек первого нуля напряжения трения на обтекаемой теплоизолированной поверхности кругового цилиндра при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$: $\mathrm{Re} = 10^3$ (*а*), $\mathrm{Re} = 10^6$ (*б*) — ламинарное обтекание; $\mathrm{Re} = 10^6$ (*в*), $\mathrm{Re} = 10^7$ (*г*) — ламинарно-турбулентное обтекание

Выше было показано, что коэффициенты давления в характерных точках B и D осциллируют в противофазе, а сами эволюционные зависимости имеют несколько различные форму и максимальную амплитуду. Поэтому на рис. 2.37 показана эволюция коэффициента давления только в характерной точке B. При этом для наименьшего числа Рейнольдса эволюционные зависимости идентичны друг другу и имеют гладкую периодическую форму. Увеличение числа Рейнольдса при ламинарном обтекании цилиндра приводит к усложнению формы эволюционной зависимости, но при этом сохраняется частота

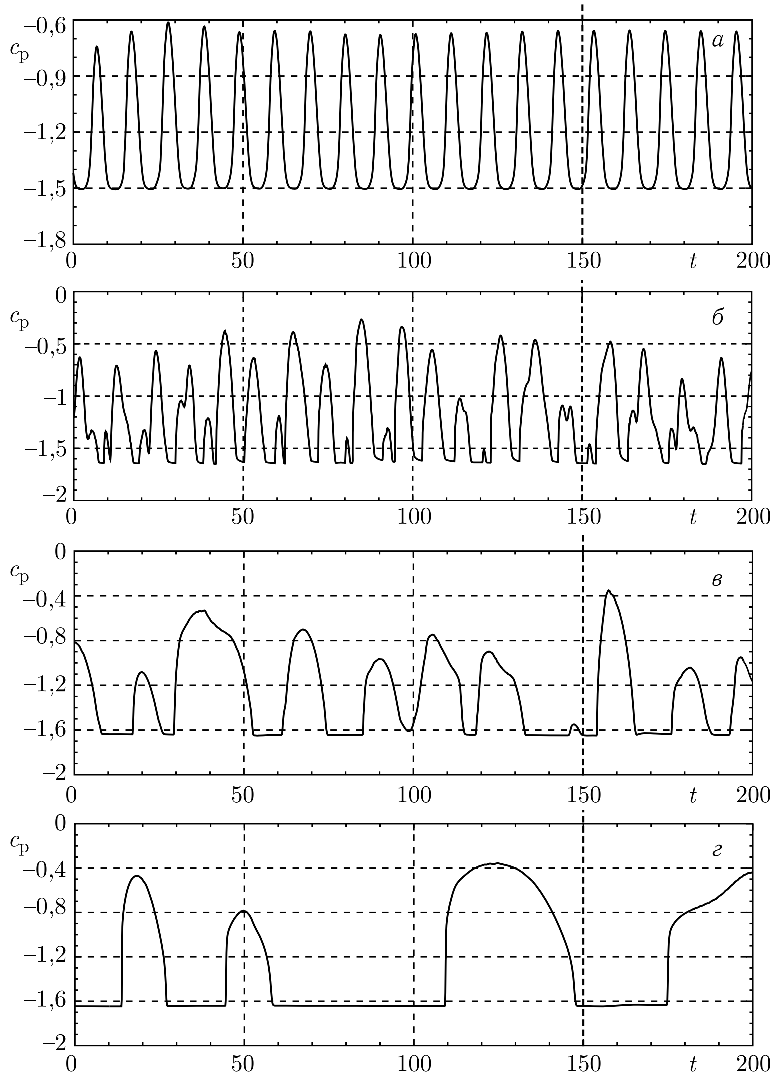


Рис. 2.37. Влияние числа Рейнольдса на эволюцию коэффициента давления в характерной точке B кругового цилиндра с теплоизолированной поверхностью при числе Маха $M_\infty = 0{,}8$ и различных числах Рейнольдса: $\mathrm{Re} = 10^3$ (*а*), $\mathrm{Re} = 10^6$ (*б*) — ламинарное обтекание; $\mathrm{Re} = 10^6$ (*в*), $\mathrm{Re} = 10^7$ (*г*) — ламинарно-турбулентное обтекание

колебаний основного тона. Турбулизация течения вызывает существенное видоизменение эволюционной зависимости и уменьшение частоты пульсаций.

Указанные эволюционные зависимости были подвергнуты Фурье-анализу, результаты которого представлены в виде частотной характеристики $Am - F$, где Am — безразмерная амплитуда, $F = fR/V_\infty$ — безразмерная частота. Для всех рассмотренных случаев частотные характеристики однотипны и образуют узкополосный сплошной спектр. Поэтому в качестве примера на рис. 2.38

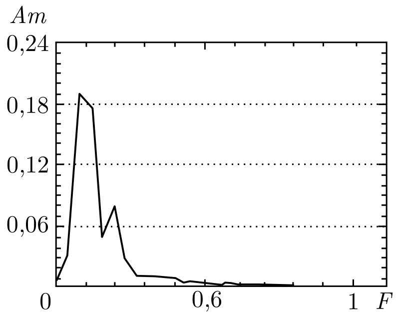


Рис. 2.38. Частотная характеристика коэффициента давления в характерной точке B кругового цилиндра с теплоизолированной поверхностью при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ и числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^3$

приведена частотная характеристика для наименьшего числа Рейнольдса. Основные итоговые результаты представлены в табл. 2.2.

Сравнение осредненных значений коэффициента давления в симметричных точках B и D указывает на асимметрию осредненного течения. Она связана с неустойчивостью симметричного течения и реализацией нестационарного асимметричного течения около цилиндра. Если знак асимметрии определить как знак выражения $\Delta = c_{\mathrm{pm}}(B) - c_{\mathrm{pm}}(D)$, то согласно данным табл. 2.2 знак асимметрии может быть как положительным, так и отрицательным. Иными словами, выражение Δ является знакопеременной функцией, знак которой определяется случайными причинами — выбором начальных условий или возмущениями, возникающими в процессе счета.

Таблица 2.2

Частотные характеристики в миделевом сечении на поверхности цилиндра для числа $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$

Re	Точка B			Точка D		
	c_{pm}	$\mathrm{Sh} = 2F$	Am	c_{pm}	$\mathrm{Sh} = 2F$	Am
Ламинарное обтекание						
10^3	$-1{,}204$	0,1563	0,19	$-1{,}24$	0,1563	0,194
10^4	$-1{,}174$	0,1563	0,2535	$-1{,}262$	0,1563	0,249
10^5	$-1{,}125$	0,1563	0,246	$-1{,}221$	0,1563	0,284
10^6	$-1{,}294$	0,1563	0,181	$-1{,}149$	0,1563	0,266
Ламинарно-турбулентное обтекание						
10^6	$-1{,}312$	0,0781	0,165	$-1{,}342$	0,0781	0,188

Отметим, что при ламинарном обтекании частота пульсаций коэффициента давления не зависит от числа Рейнольдса, а амплитуда пульсаций изменяется по числу Рейнольдса немонотонным образом. Согласно приведенным данным турбулизация течения в ближнем следе приводит к уменьшению вдвое частоты пульсаций коэффициента давления при числе $\mathrm{Re} = 10^6$ и, следовательно, частоты схода вихрей. К сожалению, результаты расчетов не позволяют установить влияние числа Рейнольдса на частоту схода вихрей при ламинарно-турбулентном обтекании цилиндра, так как при числе $\mathrm{Re} = 10^7$ число Струхала слишком мало́ и его значение нельзя надежно определить. Для выяснения этого вопроса необходимы дополнительные исследования.

2.5.2. Аэродинамические характеристики цилиндра. Выше была подробно изучена эволюция местных аэродинамических характеристик кругового цилиндра и проведена верификация использованного метода численного моделирования путем сравнения результатов расчетов с известными экспериментальными данными. Поэтому ниже основное внимание уделено рассмотрению поведения его интегральных аэродинамических характеристик — коэффициентов аэродинамического сопротивления C_x и подъемной силы C_y.

Анализ аэродинамических характеристик цилиндра начнем с изучения поведения коэффициента давления в передней критической точке, где он принимает максимальное значение. В табл. 2.3 приведены значения c_p в зависимости от числа Рейнольдса, а также указаны его асимптотическое значение c_pE и отклонения вязкого решения от асимптотического $\delta = (c_\mathrm{p} - c_\mathrm{pE})/c_\mathrm{pE}$. Расчеты выполнены при больших числах Рейнольдса, когда справедливы предположения теории пограничного слоя, согласно которой коэффициент давления в передней критической точке не зависит от числа Рейнольдса и равен его асимптотическому значению. Из табл. 2.3 следует, что условие постоянства коэффициента давления по числу Рейнольдса выполняется в пределах первых трех значащих цифр, но вместе с тем он примерно на 4 % превышает асимптотическое значение.

Таблица 2.3

Коэффициент давления в передней критической точке кругового цилиндра при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ для различных чисел Рейнольдса

Режим Re	Ламинарный				Ламинарно-турбулентный	
	10^3	10^4	10^5	10^6	10^6	10^7
c_p	1,216	1,2146	1,2148	1,2116	1,2184	1,2148
c_pE	1,1704	1,1704	1,1704	1,1704	1,1704	1,1704
δ, %	3,896	3,776	3,776	3,520	4,101	3,776

Теперь перейдем к рассмотрению поведения интегральных характеристик цилиндра. Коэффициент аэродинамического сопротивления определяется в основном проекциями нормальных напряжений на ось абсцисс, поэтому частота его осцилляций зависит от состояния потока в донной области и, следовательно, должна быть примерно вдвое больше частоты схода вихрей с обтекаемой поверхности. Коэффициент подъемной силы цилиндра определяется в основном проекциями нормальных напряжений на ось ординат, поэтому частота его осцилляций зависит от состояния потока в миделевом сечении тела и, следовательно, должна примерно совпадать с частотой схода вихрей с обтекаемой поверхности.

Этот качественный вывод подтверждается результатами расчетов и, в частности, эволюцией коэффициентов аэродинамического сопротивления и подъемной силы (рис. 2.39 и 2.40). Отсюда также видно, что коэффициент аэродинамического сопротивления осциллирует с малой амплитудой около большого осредненного значения, а коэффициент подъемной силы — с боль-

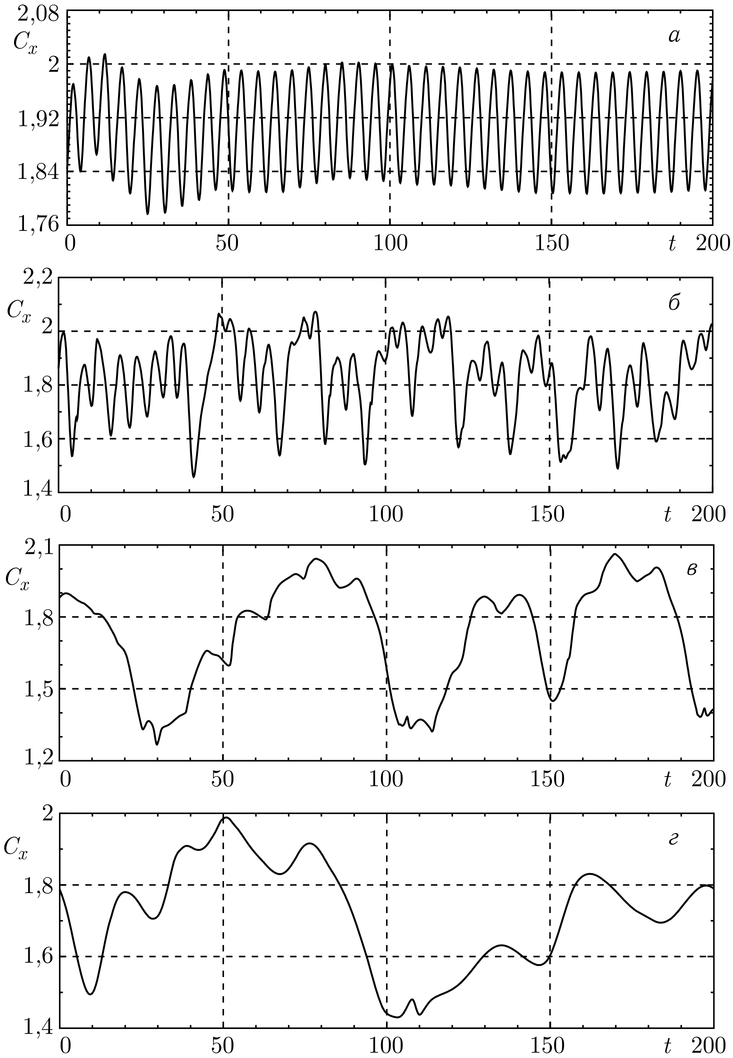


Рис. 2.39. Влияние числа Рейнольдса на эволюцию коэффициента аэродинамического сопротивления C_x кругового цилиндра с теплоизолированной поверхностью при числе Маха $M_\infty = 0{,}8$: $\mathrm{Re} = 10^3$ (*а*), $\mathrm{Re} = 10^6$ (*б*) — ламинарное обтекание; $\mathrm{Re} = 10^6$ (*в*), $\mathrm{Re} = 10^7$ (*г*) — ламинарно-турбулентное обтекание

шой амплитудой около малого осредненного значения. В случае ламинарного течения увеличение числа Рейнольдса практически не влияет на частоту пульсаций и вызывает усложнение формы эволюционной зависимости. При фиксированном значении числа Рейнольдса турбулизация течения приводит к сильному уменьшению частоты и амплитуды колебаний; при последующем возрастании числа Re происходит снижение рассматриваемых величин.

Фурье-анализ эволюционных зависимостей показал, что в большинстве случаев частотные характеристики представляют собой дискретный спектр (рис. 2.41), в котором частота, соответствующая наибольшей амплитуде,

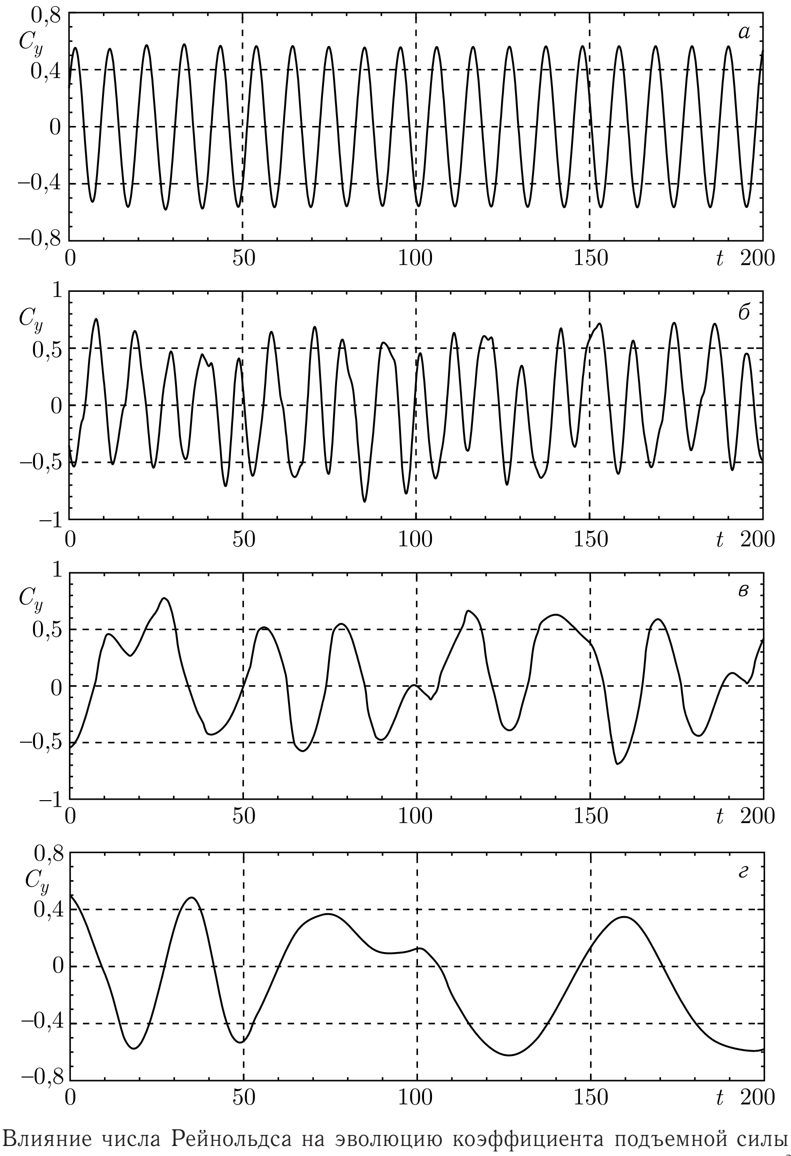


Рис. 2.40. Влияние числа Рейнольдса на эволюцию коэффициента подъемной силы кругового цилиндра с теплоизолированной поверхностью при числе Маха $M_\infty = 0{,}8$: $\mathrm{Re} = 10^3$ (*а*), $\mathrm{Re} = 10^6$ (*б*) — ламинарное обтекание; $\mathrm{Re} = 10^6$ (*в*), $\mathrm{Re} = 10^7$ (*г*) — ламинарно-турбулентное обтекание

принимается в качестве основного тона колебаний рассматриваемой величины. Результаты анализа приведены в табл. 2.4.

Прокомментируем приведенные результаты расчетов. Прежде всего отметим, что при ламинарном обтекании аэродинамические коэффициенты осциллируют с достаточно большой частотой, которая позволяет получать корректные результаты Фурье-анализа. В случае ламинарно-турбулентного обтекания цилиндра они осциллируют, как это можно видеть из эволюционных зави-

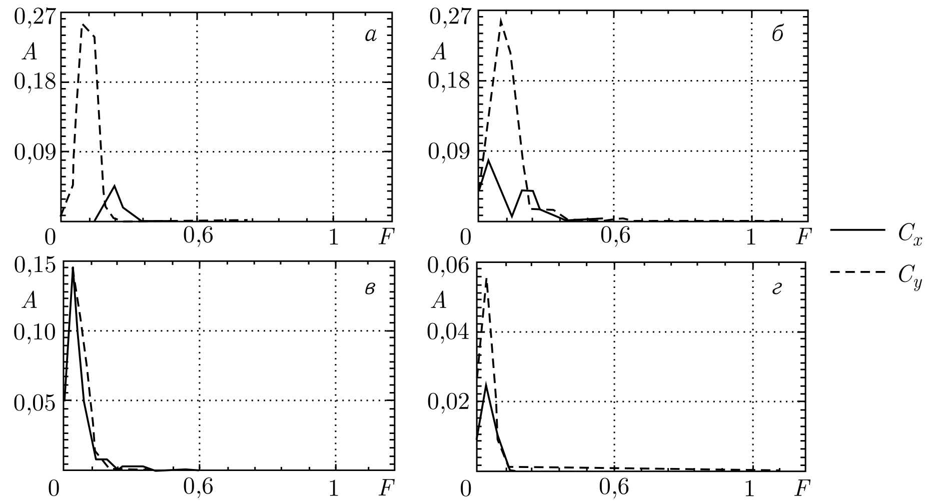


Рис. 2.41. Частотные характеристики коэффициентов аэродинамического сопротивления и подъемной силы кругового цилиндра с теплоизолированной поверхностью при числе Маха $M_\infty = 0{,}8$ и различных числах Рейнольдса: $\mathrm{Re} = 10^3$ (*а*), $\mathrm{Re} = 10^6$ (*б*) — ламинарное обтекание; $\mathrm{Re} = 10^6$ (*в*), $\mathrm{Re} = 10^7$ (*г*) — ламинарно-турбулентное обтекание

Таблица 2.4

Частотные характеристики коэффициентов аэродинамического сопротивления и подъемной силы при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}8$ для различных чисел Рейнольдса

Режим Re	Ламинарный				Ламинарно-турбулентный	
	10^3	10^4	10^5	10^6	10^6	10^7
C_x	1,9012	1,8745	1,839	1,8266	1,75675	1,8716
Sh	0,3906	0,3906	0,1563	0,078	0,078	0,078
Am	0,0465	0,0603	0,0845	0,0767	0,1464	0,0636
C_y	−0,0077	−0,0536	−0,0714	0,0803	−0,0625	0,2383
Sh	0,1562	0,1562	0,1563	0,1563	0,078	0,078
Am	0,256	0,2849	0,2981	0,2572	0,1484	0,2409

симостей, с очень малой частотой, что препятствует получению надежных частотных характеристик. Несмотря на это, мы приводим в табл. 2.4 результаты Фурье-анализа и для ламинарно-турбулентного обтекания цилиндра ради полноты картины по влиянию числа Рейнольдса.

Согласно данным табл. 2.4 при ламинарном обтекании цилиндра его осредненный коэффициент аэродинамического сопротивления монотонно уменьшается по мере увеличения числа Рейнольдса. Турбулизация течения при фиксированном числе Рейнольдса приводит к уменьшению коэффициента аэродинамического сопротивления, т. е. на рассматриваемом режиме обтекания цилиндра имеет место парадокс Прандтля–Эйфеля. Коэффициент подъемной силы является знакопеременной функцией по числу Рейнольдса, что объясняется следующим: появление подъемной силы у симметричной конфигурации обусловлено неустойчивостью симметричного течения и асимметрией осредненного течения; знак асимметрии определяется случайными причинами — выбором начальных условий или возмущениями, возникающими в процессе счета.

При ламинарном обтекании цилиндра частота осцилляций коэффициента аэродинамического сопротивления при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^3$ и 10^4 вдвое превышает частоту схода вихрей, однако при последующем возрастании числа Рейнольдса она уменьшается. Это связано с тем, что при числах $\mathrm{Re} = 10^3$ и 10^4 частотная характеристика представляет собой дискретный спектр, а при последующих числах Рейнольдса — сплошной узкополосный спектр с двумя четко выраженными максимумами. В табл. 2.4 помещены данные, соответствующие первому максимуму; второму максимуму соответствует число Струхала, примерно вдвое превосходящее его значение для схода вихрей. Частота осцилляций коэффициента подъемной силы, как и ожидалось, совпадает с частотой схода вихрей. При ламинарно-турбулентном обтекании частота осцилляций аэродинамических коэффициентов цилиндра одинаковая и соответствует минимальному отличному от нуля значению числа Струхала, которое выдает программа для заданных условий и которое не согласуется с эволюционными зависимостями соответствующих коэффициентов.

Заключение

После краткого рассмотрения влияния числа Рейнольдса на обтекание кругового цилиндра однородным установившимся потоком несжимаемой жидкости обсуждаются результаты численного моделирования поперечного обтекания цилиндра трансзвуковым потоком совершенного газа.

Основные исследования проведены для ламинарного обтекания кругового цилиндра с теплоизолированной поверхностью в некотором диапазоне изменения чисел Маха и Рейнольдса. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных показало хорошее согласование их между собой и, следовательно, численное моделирование дает надежную информацию о структуре поля течения и поведении локальных и интегральных аэродинамических характеристик цилиндра.

Согласно расчетам существуют два принципиально разных режима обтекания кругового цилиндра трансзвуковым потоком: 1) нестационарное асимметричное течение ($M_\infty \leqslant 0{,}9$), связанное с образованием и сходом вихрей с обтекаемой поверхности, и 2) установившееся симметричное течение с формированием в ближнем следе замкнутой глобальной отрывной зоны ($M_\infty \geqslant 0{,}95$); в последнем случае в некоторой окрестности точки смыкания оторвавшихся потоков течение носит локально нестационарный характер.

Ламинарно-турбулентное обтекание цилиндра смоделировано при числе Маха $M_\infty = 0{,}8$ для двух чисел Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^6$ и 10^7, когда в ближнем следе за цилиндром наблюдается развитое турбулентное течение. Результаты численного моделирования показали, что при указанных условиях обтекание цилиндра носит нестационарный характер, однако числа Струхала настолько малы, что их невозможно надежно определить на основе имеющегося расчетного материала.

Глава 3

КРУГОВОЙ ЦИЛИНДР В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОГО СОВЕРШЕННОГО ГАЗА

В гл. 2 были проанализированы результаты теоретических и экспериментальных исследований по поперечному обтеканию кругового цилиндра трансзвуковым потоком вязкого совершенного газа. Ниже в этой главе обсуждаются результаты, относящиеся к сверхзвуковому потоку.

3.1. Верификация численного метода

Для верификации метода численного моделирования, изложенного в гл. 1, были проведены специальные расчетные и экспериментальные исследования, основные результаты которых приведены в [Башкин В. А., Ваганов А. В., Егоров И. В., Иванов Д. В., Игнатова Г. А., 2002]. В дальнейшем для этой ссылки будем использовать сокращенное обозначение [БВЕИИ, 2002].

3.1.1. Условия расчета и эксперимента. Численное моделирование поперечного обтекания кругового цилиндра с теплоизолированной поверхностью выполнено в [БВЕИИ, 2002] на основе уравнений Рейнольдса на неравномерной сетке 201×201 в предположении о симметрии течения относительно продольной оси при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = 2 \cdot 10^5$ в диапазоне чисел Маха $0{,}7 \leqslant \mathrm{M}_\infty < 2{,}5$. Выбор указанной сетки обусловлен экономическими соображениями.

В набегающем потоке задавались значения безразмерных параметров турбулентности: $q = q^*/V_\infty = q_\infty = 0{,}03$ и $\omega = \omega^* L/V_\infty = \omega_\infty = 40$. Предварительные исследования [Ivanov D., Obabko A., Yegorov I., 1997] показали, что значения $q_\infty = 0{,}03$ и $\omega_\infty = 40$ таковы, что при значениях $q_\infty < 0{,}03$ и $\omega_\infty > 40$ структура пограничного слоя при обтекании плоской пластины сверхзвуковым потоком газа практически не меняется. Для разрешения пограничных слоев вблизи твердой поверхности выбирались три зоны толщиной $1/\mathrm{Re}$, $2/\mathrm{Re}^{1/2}$, $1{,}5/\mathrm{Re}^{1/5}$, в каждой из которых после сгущения содержалось 6, 20 и 25 % от общего числа узлов в поперечном направлении соответственно.

Следует отметить, что в силу предположения о симметрии течения стационарное решение задачи существует во всем рассмотренном диапазоне изменения числа Маха. Если отказаться от этого предположения, то при числах Маха $\mathrm{M}_\infty < 0{,}9$ обтекание цилиндра носит нестационарный характер (см. гл. 2).

Кроме того, для целей сравнения привлечены также результаты расчетов [Chang C.-C., Lei S.-Y., 1996], где изучалось обтекание кругового цилиндра и сферы однородным потоком совершенного газа при числах Маха $0{,}9 \leqslant \mathrm{M}_\infty \leqslant 2{,}5$ и числе Рейнольдса $\mathrm{Re_D} = 10^6$ на основе численного интегрирования уравнений Рейнольдса с использованием k–ε модели вихревой вязкости Лаундера–Сполдинга. Обтекаемая поверхность принималась теплоизолированной. Расчеты выполнены на неравномерной сетке 120×120 в предположении о симметрии течения относительно продольной оси. В этой работе основное внимание уделено поведению аэродинамического сопротивления цилиндра и сферы в зависимости от числа Маха, причем данные по поведению локальных аэродинамических характеристик не приводятся, а только в виде схемы описана структура поля течения около рассматриваемых тел.

В [БВЕИИ, 2002] подробные экспериментальные исследования распределения давления по поверхности кругового цилиндра были проведены в аэродинамической трубе Т-108 ЦАГИ с размерами рабочей части 1×1 м^2 при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} = 1{,}62 \cdot 10^5 \div 2 \cdot 10^5$ в диапазоне чисел Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}7 \div 1{,}7$. При числах Маха $\mathrm{M}_\infty \leqslant 1{,}3$ верхняя и нижняя стенки были перфорированными с коэффициентом перфорации 18 %.

Для проведения испытаний было спроектировано и изготовлено специальное приспособление, позволяющее устанавливать дренированный цилиндр в рабочей части трубы от стенки до стенки; кронштейны приспособления крепились на центральных узлах механизма угла атаки α. Модель представляла собой цилиндр диаметром $D = 0{,}024$ м и удлинением $\lambda = L/D = 41{,}7$. Он был дренирован, начиная от оси трубы до стенки, вдоль одной образующей в 21 точке. Для этих условий коэффициент загромождения рабочей части $f = 0{,}024$.

Для получения распределения давления в поперечном сечении цилиндра в диапазоне углов $\theta = 0^\circ \div 180^\circ$ цилиндр поворачивался относительно продольной оси и устанавливался на кронштейне приспособления при различных установочных углах. Начальная установка контролировалась угломером, смонтированном на специальной площадке; погрешность установки не превышала $6'$. Кроме того, на каждом установочном угле цилиндр поворачивался с помощью механизма α на углы $\Delta\theta = 5^\circ$, 10° и 15°. Таким образом было получено распределение давления по поверхности цилиндра в диапазоне $\theta = 0^\circ \div 180^\circ$ с шагом $\Delta\theta = 5^\circ$.

Давление измерялось групповым регистрирующим манометром ГРМ-2. Случайные погрешности прибора, определенные в условиях статических тарировок, не превышают $\pm 0{,}5$ % от предельного значения величины, измеряемой соответствующим чувствительным элементом. Испытания проводились при выполнении принципа одновременного отсчета при измерениях всех параметров на установившемся режиме работы трубы.

Как отмечалось выше, при расположении цилиндра поперек потока от стенки до стенки трубы коэффициент загромождения рабочей части $f = 0{,}024$. При таком относительно небольшом загромождении рабочей части влияние стенок трубы на распределение давления в поперечном сечении цилиндра, расположенном в центре ядра потока, должно быть минимальным. Наличие дренажных отверстий вдоль образующей тела позволяет установить зону влияния стенок трубы. Наименьшая зона влияния стенок трубы наблюдается на лобовой поверхности цилиндра в окрестности передней критической линии. В последующих сечениях вниз по потоку зона влияния стенок трубы увеличивается, особенно велика она в кормовой части цилиндра. Из этих результатов следует, что участок цилиндра длиною $\approx 4D$ по обе стороны от центра рабочей части трубы обтекается как цилиндр бесконечного размаха.

Далее эти результаты показали, что в центральной части цилиндра проявляются относительно слабые пространственные эффекты, приводящие к формированию периодических по размаху структур. Появление такого рода периодических структур при обтекании кругового цилиндра сверхзвуковым потоком газа ранее было установлено экспериментально в [Башкин В.А., Лапина Н.Г., 1983].

Экспериментальные исследования показали (см., например, [Jorgenson L.H., 1973]), что при сверхзвуковых скоростях наибольшие трудности для моделирования имеют место в трансзвуковом диапазоне чисел Маха $1 < \mathrm{M}_\infty \leqslant 1{,}4$. При числах $\mathrm{M}_\infty > 1{,}4$ формируется структура поля течения, типичная для умеренных и больших сверхзвуковых скоростей, и результаты исследований различных авторов достаточно хорошо согласуются между собой.

Для верификации расчетных данных наряду с [БВЕИИ, 2002] использованы результаты экспериментальных исследований многих авторов. В силу сказанного выше остановимся кратко на условиях эксперимента в аэродинамических установках в трансзвуковом диапазоне скоростей.

В [Мэрти В.С., Роуз В.К., 1978], [Murthy V.S., Rose W.C., 1977], [Macha J.M., 1977] исследования проводились в трансзвуковой аэродинамической трубе научно-исследовательского центра им. Эймса с размерами рабочей части 61×61 см^2.

В [Мэрти В.С., Роуз В.К., 1978], [Murthy V.S., Rose W.C., 1977] испытывался полый круговой цилиндр диаметром 2,54 см и длиной, равной поперечному размеру рабочей части. Следовательно, удлинение цилиндра $\lambda = L/D = 24$, а коэффициент загромождения рабочей части трубы $f = 0{,}042$. Испытания проведены при числах Рейнольдса $\mathrm{Re_D} = 8{,}3 \cdot 10^4,\ 1{,}66 \cdot 10^5$ и $5 \cdot 10^5$ в диапазоне чисел Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}25 \div 1{,}2$. Во время эксперимента измерялись распределение давления, частота схода вихрей и распределение напряжения трения на поверхности цилиндра. Отметим, что согласно экспериментальным данным при числах Маха $\mathrm{M}_\infty > 0{,}9$ исчезает регистрируемый до этого момента периодический сход вихрей с обтекаемой поверхности.

В [Macha J.M., 1977] исследовались четыре круговых цилиндра из нержавеющей стали с разными диаметрами, которым соответствовали удлинения $\lambda = 32{,}3$; 23,8; 16,1 и 11,9 и коэффициенты загромождения $f = 0{,}031$; 0,042; 0,062 и 0,084. Испытания проведены при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}6 \div 1{,}2$ в диапазоне чисел Рейнольдса $\mathrm{Re_D} = 10^5 \div 10^6$; во время эксперимента измерялось распределение давления на поверхности цилиндра.

Сопоставляя приведенные условия экспериментов, можно заключить, что в экспериментальных исследованиях [БВЕИИ, 2002] имелось наибольшее удлинение модели и обеспечивалось наименьшее значение коэффициента загромождения. Следовательно, в этих экспериментах имели место наименьшее влияние стенок трубы на структуру поля течения и наилучшее моделирование течения в центральной части цилиндра. С этой точки зрения экспериментальные данные [БВЕИИ, 2002] можно считать наиболее достоверными по сравнению с экспериментальными данными других авторов.

Для сравнения при сверхзвуковых скоростях использованы экспериментальные данные по круговому цилиндру, приведенные в [Gowen F.E., Perkins E.W., 1953] и [Ferri A., 1942].

В [Gowen F.E., Perkins E.W., 1953] проводились испытания в сверхзвуковой аэродинамической трубе с рабочей частью $30{,}5 \times 91{,}5$ см^2 научно-исследовательского центра им. Эймса при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 1{,}49$; 1,98 и 2,9 в диапазоне чисел Рейнольдса от 10^5 до 10^6. Эксперименты показали, что при сверхзвуковых скоростях изменение числа Рейнольдса оказывает пренебрежимо малое влияние на распределение давления по поверхности цилиндра и значение коэффициента сопротивления. Также установлено, что при удлинении $\lambda > 6$ его изменение не влияет на коэффициент сопротивления цилиндра.

В [Ferri A., 1942] приведены экспериментальные данные для кругового цилиндра при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 1{,}85$ и 2,13 в диапазоне чисел Рейнольдса от $5 \cdot 10^4$ до $2{,}1 \cdot 10^5$. Здесь же содержатся экспериментальный материал по распределению давления на поверхности цилиндра, по коэффициенту сопротивления, а также теплеровские снимки поля течения около цилиндра. По этим данным нами было определено положение точки отрыва на поверхности цилиндра и использовано ниже для верификации расчетных данных.

3.1.2. Структура поля течения. О влиянии числа Маха на структуру ближнего поля течения около кругового цилиндра можно судить по картинам линий тока (рис. 3.1), изобар и векторного поля скорости (рис. 3.2), изолиний $\mathrm{M} = \mathrm{const}$ (рис. 3.3). Эти картины приведены для трех чисел Маха: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}7$, которое относится к первому характерному интервалу, $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$, которое соответствует граничному (рубежному) значению, и $\mathrm{M}_\infty = 1{,}05$, которое относится ко второму характерному интервалу.

При всех указанных числах Маха в ближнем следе реализуется классическая схема течения с замкнутой отрывной зоной. Отрыв потока при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}7$ происходит на лобовой поверхности цилиндра, т. е. перед миделевым сечением, при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ — в окрестности миделевого сечения, а при сверхзвуковых числах Маха M_∞ — в кормовой части цилиндра, т. е. за миделевым сечением. Согласно распределению напряжения трения [БВЕИИ, 2003] при всех числах Маха набегающего потока течение газа в пограничном слое вплоть до точки отрыва является ламинарным; турбулизация течения происходит в слое смешения за точкой отрыва.

При числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}7$ обтекание цилиндра трансзвуковое, но область сверхзвукового течения очень мала и располагается на лобовой поверхности цилиндра над точкой отрыва потока. Поэтому можно сказать, что поле

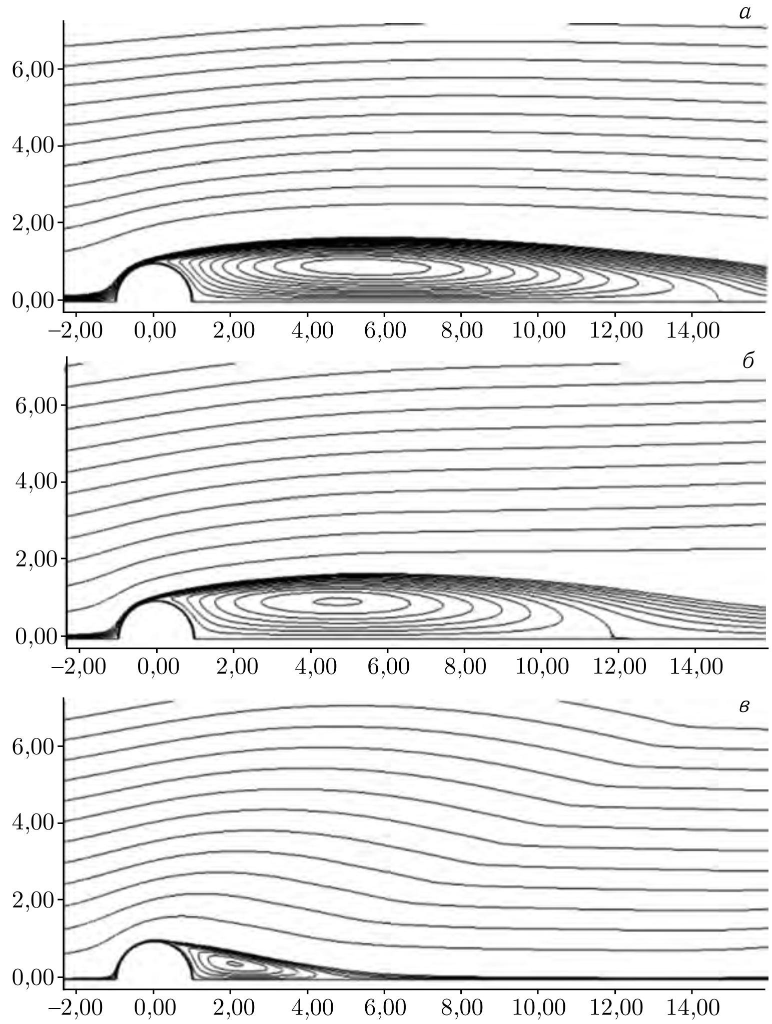


Рис. 3.1. Картины линий тока около кругового цилиндра при числе $\mathrm{Re_R} = 2 \cdot 10^5$: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}7$ (*а*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 1{,}05$ (*в*)

скорости является в целом дозвуковым, а общая структура поля течения представляет собой типичную картину около цилиндра в несжимаемом вязком потоке: отрыв потока на лобовой поверхности; обширная замкнутая зона отрывного течения с поперечным размером, превышающим характерный линейный размер задачи, и длиною $x_\mathrm{R} \gg 1$.

Увеличение числа Маха до рубежного значения $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ приводит к изменению структуры поля течения, обусловленному расширением местной сверхзвуковой зоны и формированием ударной волны над отрывной зоной. При этом характеристики отрывной зоны остались примерно такими же, как и для «дозвукового» интервала чисел Маха: ее поперечный размер превышает характерный линейный размер задачи, а продольный $x_\mathrm{R} \gg 1$. Правда, следует

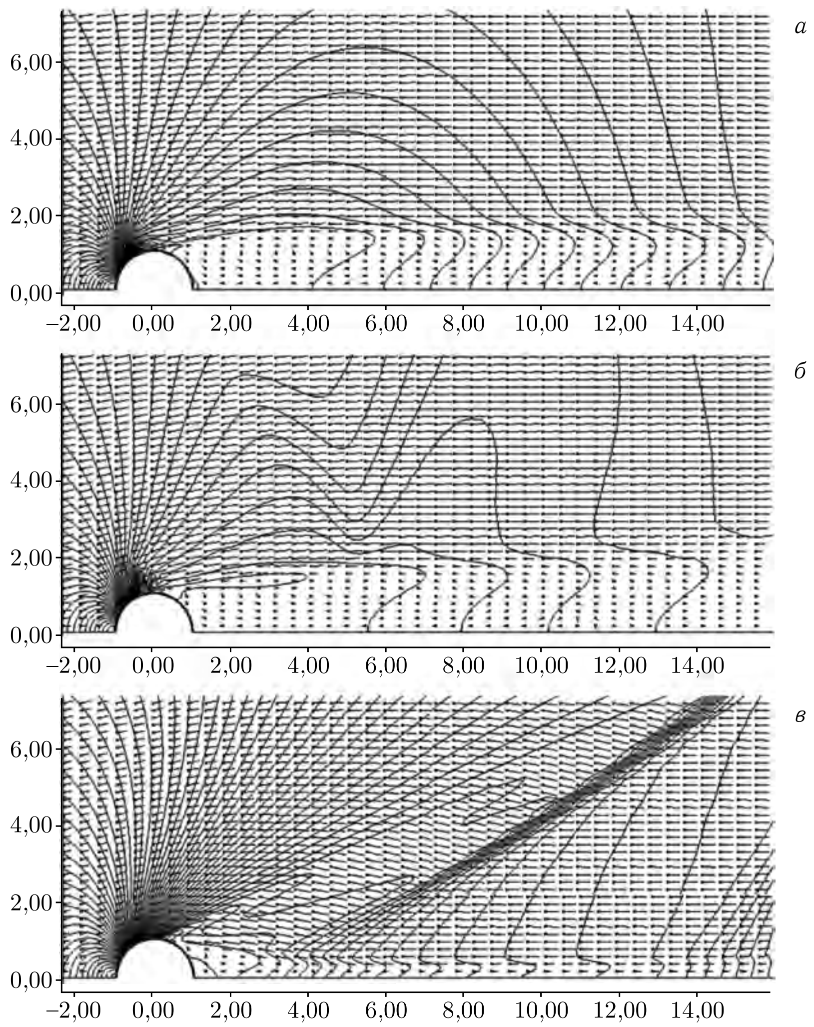


Рис. 3.2. Картины изобар и векторного поля скорости около кругового цилиндра при числе $\mathrm{Re_R} = 2 \cdot 10^5$: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}7$ (*а*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 1{,}05$ (*в*)

отметить, что длина отрывной зоны $x_\mathrm{R} \approx 14$ при $\mathrm{M}_\infty = 0{,}7$ и $x_\mathrm{R} \approx 12$ при $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$, т. е. произошло сокращение отрывной зоны примерно на 17 %.

При сверхзвуковых числах Маха за миделевым сечением цилиндра имеется развитая область сверхзвукового течения с формированием «хвостового» скачка уплотнения, а перед лобовой поверхностью образуется замкнутая область дозвукового течения, размеры которой уменьшаются с ростом числа Маха.

С увеличением числа Маха размеры отрывной зоны сокращаются: точка отрыва смещается вниз, а точка присоединения x_R — вверх по потоку. Важными характеристиками отрывной зоны являются также максимальное число Маха $\mathrm{M_{max}}$, которое характеризует интенсивность течения в ней, и мини-

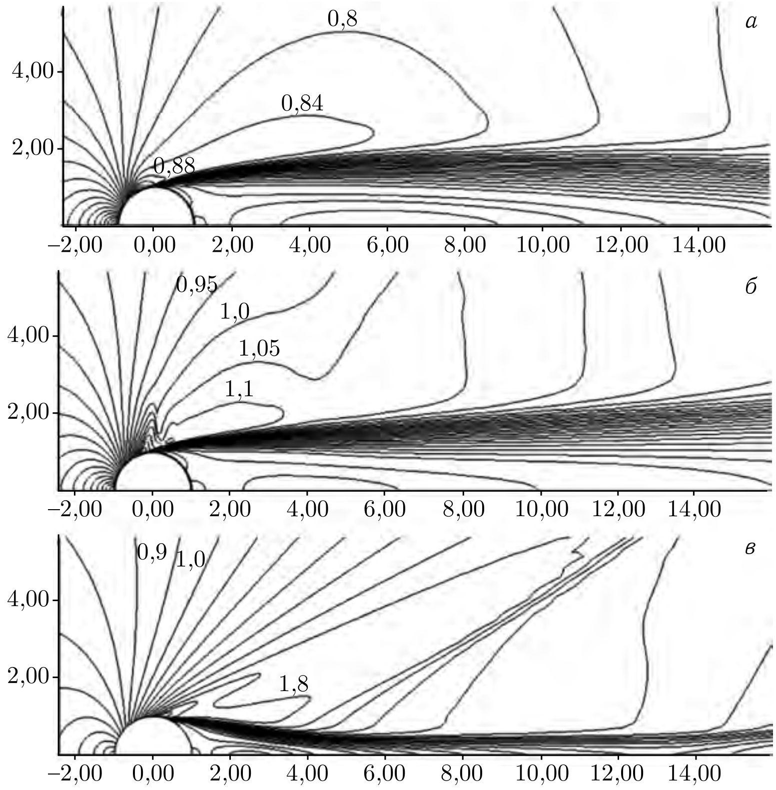


Рис. 3.3. Картины изолиний $\mathrm{M} = \mathrm{const}$ около кругового цилиндра при числе $\mathrm{Re_R} = 2 \cdot 10^5$: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}7$ (*а*); $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 1{,}05$ (*в*)

мальное значение функции тока $\psi_{\min}$, которое характеризует количество газа, циркулирующего в отрывной зоне. С увеличением числа M_∞ максимальное число Маха в отрывной зоне возрастает, а масса циркулирующего в ней газа уменьшается. В рассмотренном диапазоне чисел Маха $1{,}0 < \mathrm{M}_\infty \leqslant 1{,}7$ изменения величин x_R, $\mathrm{M_{max}}$ и $\psi_{\min}$ близки к линейным зависимостям и аппроксимируются следующими выражениями:

$$x_\mathrm{R} = 6{,}295 - 2{,}241\,\mathrm{M}_\infty,\ \ \mathrm{M_{max}} = 0{,}1805 + 0{,}14\,\mathrm{M}_\infty,\ \ \psi_{\min} = -0{,}0456 + 0{,}0185\,\mathrm{M}_\infty,$$

с погрешностями менее 1 %, 1 % и 3 % соответственно.

Далее следует отметить, что согласно расчетам [Chang C.-C., Lei S.-Y., 1996] в кормовой части цилиндра реализуется схема течения, отличная от схемы течения согласно настоящим расчетам. Это различие состоит в следующем.

В настоящих расчетах в отрывной зоне наблюдается классическая схема течения (два вихря противоположного вращения), в то время как согласно [Chang C.-C., Lei S.-Y., 1996] в отрывной зоне имеют место вторичный отрыв и присоединение потока, т. е. в ней располагаются две пары вихрей противоположного вращения. Такая сложная структура потока в отрывной зоне при больших числах Рейнольдса более свойственна ламинарному течению в ближнем следе. Это различие обусловлено, по-видимому, влиянием модели турбулентности.

3.1.3. Локальные характеристики. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по распределению коэффициента давления на поверхности цилиндра проведено на рис. 3.4.

Расчетная зависимость почти до точки отрыва прекрасно совпадает с экспериментальными данными [Murthy V.S., Rose W.C., 1977], указывая

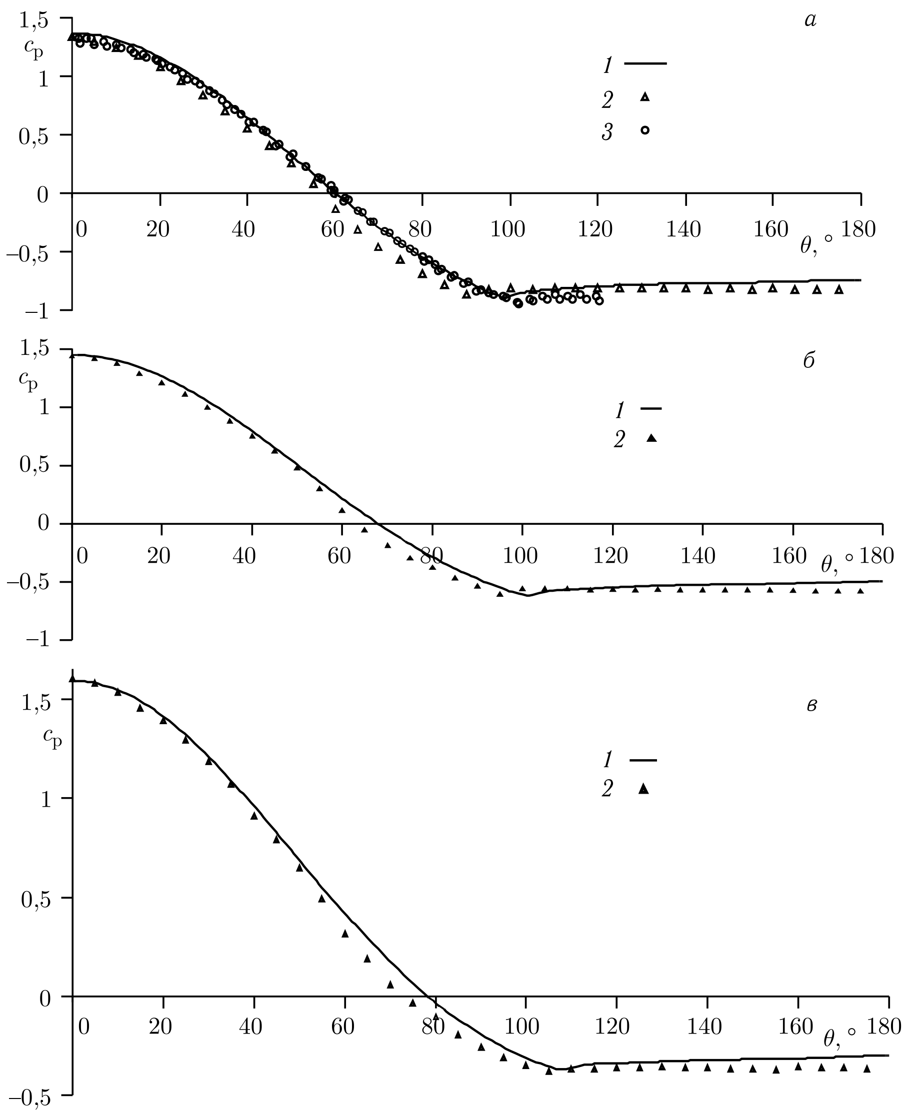


Рис. 3.4. Распределения коэффициента давления c_p по поверхности цилиндра при числах Маха $M_\infty = 1{,}1$ (*а*); 1,3 (*б*); 1,7 (*в*): кривые *1* — расчет [БВЕИИ, 2002]; эксперимент: *2* — [БВЕИИ, 2002], *3* — [Murthy V.S., Rose W.C., 1977]

несколько более ранний отрыв и меньшее разрежение в донной области по сравнению с экспериментом. В то же время экспериментальные данные при $\theta > 50°$ вплоть до точки отрыва располагаются ниже расчетной зависимости и экспериментальных данных [Murthy V.S., Rose W.C., 1977].

Это расхождение результатов объясняется, по-видимому, влиянием пространственных эффектов — экспериментальные распределения давления по размаху цилиндра указывают на наличие слабых периодических структур в условиях эксперимента [БВЕИИ, 2002]. В донной области расчет хорошо согласуется с экспериментом [БВЕИИ, 2002].

При числах Маха $M_\infty = 1{,}3$ и $1{,}7$ в целом наблюдается хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных между собой, а сравнительно небольшое расхождение при $\theta > 50°$, по-видимому, объясняется влиянием пространственных эффектов, которые не учитывались в расчете и присутствовали в эксперименте.

Одной из важных локальных характеристик является положение точки отрыва θ_S на обтекаемой поверхности тела. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных проведено на рис. 3.5. При сверхзвуковых числах Маха наблюдается в целом хорошее согласование как экспериментальных данных между собой, так и расчета с экспериментом. Результаты настоящих расчетов находятся между экспериментальными зависимостями [Murthy V.S., Rose W.C., 1977] и [БВЕИИ, 2002], располагаясь ближе ко второй указанной зависимости, а при больших числах Маха хорошо согласуются с экспериментом [Ferri A., 1942].

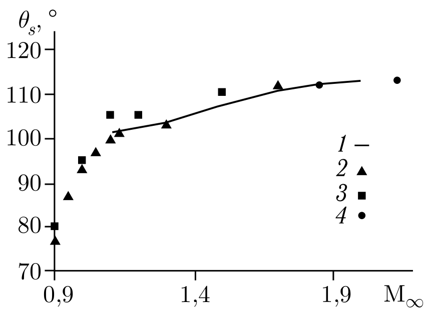


Рис. 3.5. Положение точки отрыва θ_S в зависимости от числа Маха M_∞: *1* — расчет [БВЕИИ, 2002]; эксперимент: *2* — [БВЕИИ, 2002], *3* — [Murthy V.S., Rose W.C., 1977], *4* — [Ferri A., 1942]

Проведенное на рис. 3.5 сравнение расчетных и экспериментальных данных по положению точки отрыва на поверхности кругового цилиндра охватывает трансзвуковые и небольшие сверхзвуковые скорости. В связи с этим отметим, что в статье [Park G., Gai S.L., Neely A.J., 2010], посвященной экспериментальному и аналитическому изучению обтекания кругового цилиндра гиперзвуковым потоком, такое сопоставление выполнено при гиперзвуковых скоростях и получено вполне удовлетворительное согласование между ними; при этом в качестве расчетных данных использованы также результаты нашего численного моделирования [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 2000]. Это обстоятельство позволяет говорить о достоверности результатов численного моделирования в широком диапазоне скоростей — от трансзвуковых до гиперзвуковых.

3.1.4. Интегральные характеристики. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по коэффициенту сопротивления давления цилиндра в зависимости от числа Маха проведено на рис. 3.6.

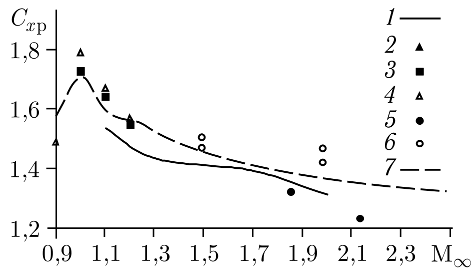


Рис. 3.6. Коэффициент сопротивления давления C_{xp} в зависимости от числа Маха M_∞: *1* — расчет [БВЕИИ, 2002]; эксперимент: *2* — [БВЕИИ, 2002], *3* — [Murthy V.S., Rose W.C., 1977], *4* — [Macha J.M., 1977], *5* — [Ferri A., 1942], *6* — [Gowen F.E., Perkins E.W., 1953]; *7* — расчет [Chang C.-C., Lei S.-Y., 1996]

При малых сверхзвуковых скоростях набегающего потока результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными [БВЕИИ, 2002], а при больших скоростях — с экспериментом [Ferri A., 1942]. Остальные экспериментальные данные располагаются выше нашей расчетной зависимости и согласуются с расчетными данными [Chang C.-C., Lei S.-Y., 1996].

Интересно отметить, что экспериментальные данные [Murthy V.S., Rose W.C., 1977] и [Macha J.M., 1977], а также результаты расчетов [Chang C.-C., Lei S.-Y., 1996] указывают на «пик» коэффициента сопротивления давления при числе Маха $M_\infty = 1$, в то время как экспериментальные данные и результаты расчетов [БВЕИИ, 2002] говорят о плавном переходе через скорость звука.

Этот различный характер поведения коэффициента сопротивления давления при малых сверхзвуковых скоростях обусловлен разным качеством моделирования плоско-параллельного потока в аэродинамических установках и использованием разных моделей турбулентности при численном анализе.

На основании проведенного верификационного исследования можно заключить, что численное моделирование на основе уравнений Рейнольдса правильно отражает обтекание цилиндра, если расчетная схема течения согласуется со схемой течения, наблюдаемой в условиях натурного или трубного аэродинамического эксперимента.

3.2. Мгновенный старт со сверхзвуковой скоростью

При мгновенном старте развитие течения около кругового цилиндра начинается с однородного сверхзвукового потока, т. е. на поверхности цилиндра в момент времени $t = 0$ возникает поверхность разрыва, которая в последующие моменты времени диффундирует в окружающее пространство.

Указанная задача интересна по двум причинам. Во-первых, как самостоятельная задача она описывает предельно быстрый процесс выхода из состояния покоя на расчетный стационарный режим движения. Во-вторых, она позволяет понять особенности процесса установления течения по времени при нахождении стационарного решения задачи путем численного анализа нестационарных уравнений динамики вязкого газа.

Рассмотрим задачу о мгновенном старте на частном примере кругового цилиндра с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$, умеренный теплообмен) при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и Рейнольдса $\mathrm{Re_R} = 10^4$. В предположении о симметрии течения расчеты выполнены на неравномерной сетке 201×201 с постоянным временны́м шагом $\Delta t = 0{,}01$; поля газодинамических переменных запоминались через временной интервал $\delta = 0{,}1$. Расчетная область несимметрична, ее внешняя граница расположена вверх по потоку на расстоянии $5R$, вниз по потоку на $15R$ и в нормальном направлении на $11R$. Отметим, что основные результаты этого исследования приведены в [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 2004].

3.2.1. Эволюция структуры поля течения. О формировании структуры поля течения около цилиндра во времени можно судить по картинам изолиний различного рода для фиксированных моментов безразмерного времени t. В качестве примера на рис. 3.7 показаны картины линий тока, а на рис. 3.8 — картины изолиний $c_\mathrm{p} = \mathrm{const}$.

Как отмечалось выше, в начальный момент времени ($t = 0$) около цилиндра имеется однородный сверхзвуковой поток. В последующие моменты времени на лобовой части поток натекает на тело, взаимодействует с ним и обусловливает тем самым распространение возмущений вверх по потоку на конечное расстояние; это, в свою очередь, приводит к формированию головной ударной волны и области сжатия перед телом. В кормовой части тела поток удаляется от поверхности, образуя за собой «разгонную» волну разрежения; с течением времени эта волна покидает расчетное поле, перемещаясь в бесконечно удаленную точку вниз по потоку, а за ней формируется структура ближнего и дальнего следов.

Это общая характеристика эволюции структуры поля течения около рассматриваемых тел. Прокомментируем ее более подробно.

Согласно расчету на начальном этапе развития область возмущенного течения сосредоточена в окрестности обтекаемого тела. Так, например, к моменту времени $t = 1$ на наветренной стороне тела сформировался тонкий ударный слой (см. рис. 3.8, *а*), внешняя граница которого близка к дуге окружности и распространяется на подветренную сторону тела, а за телом — область разрежения, протяженность которой вниз по потоку имеет порядок характерного линейного размера. При этом изобара, которая разделяет области сжатия и разрежения, начинается примерно в миделевом сечении тела.

При последующем возрастании времени происходит увеличение размеров области возмущенного течения. При этом в начальный период развития реализуется безотрывное обтекание тела (рис. 3.7), а в момент времени $t \approx 3$ в донной области, в окрестности задней критической точки зарождается глобальная зона отрывного течения.

Ударная волна начинает формироваться в окрестности плоскости симметрии цилиндра с распространением возмущений на конечное расстояние (рис. 3.8 *б*). С последующим увеличением времени происходит распространение ударной волны вверх от плоскости симметрии (рис. 3.8, *в*, *г*), и в конечном итоге она формируется во всем расчетном поле течения (рис. 3.8, *д*). В это же время за телом наблюдаются развитие отрывной зоны и постепенное форми-

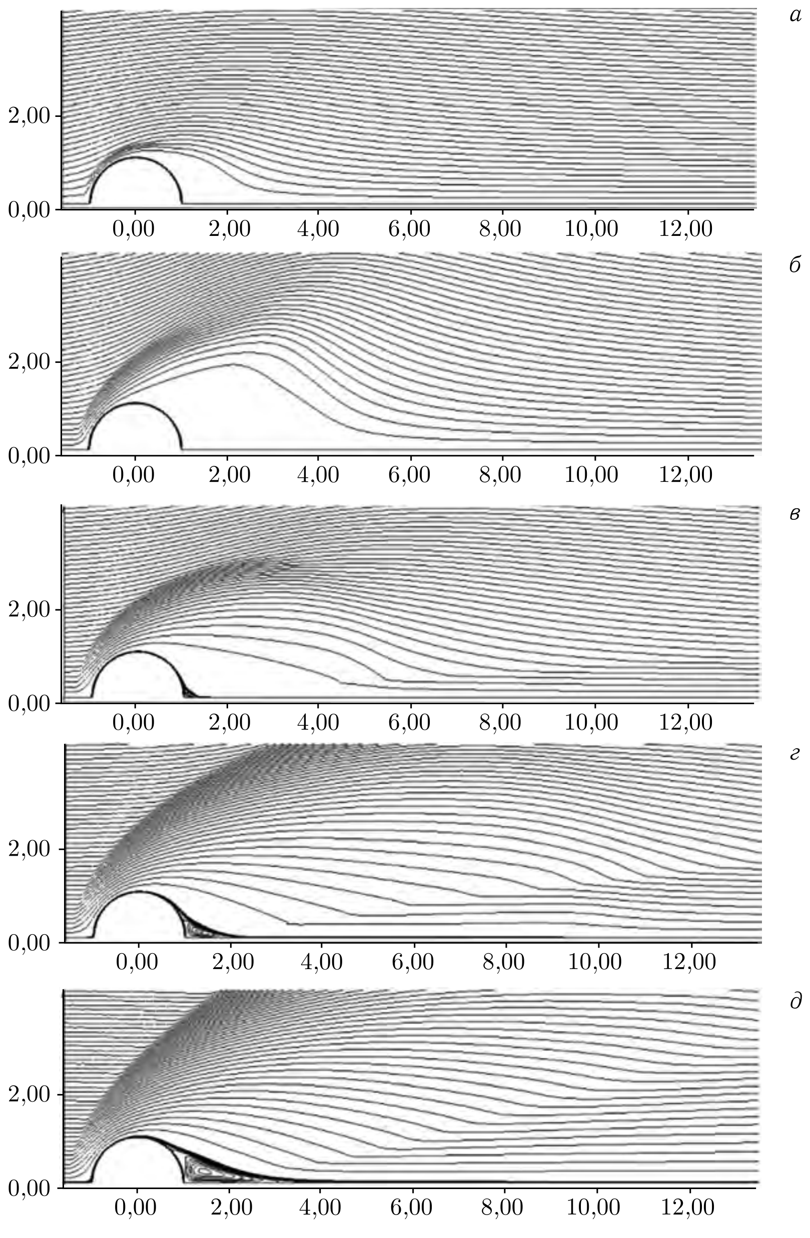


Рис. 3.7. Изменение во времени картины линий тока около кругового цилиндра с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $M_\infty = 5$ и $Re_R = 10^4$: $t = 1$ (*а*), 3 (*б*), 5 (*в*), 10 (*г*), 50 (*д*)

рование структуры течения, характерной для затупленного тела в сверхзвуковом потоке.

Картины изолиний других газодинамических переменных не только подтверждают описанную эволюцию структуры поля течения, но и позволяют

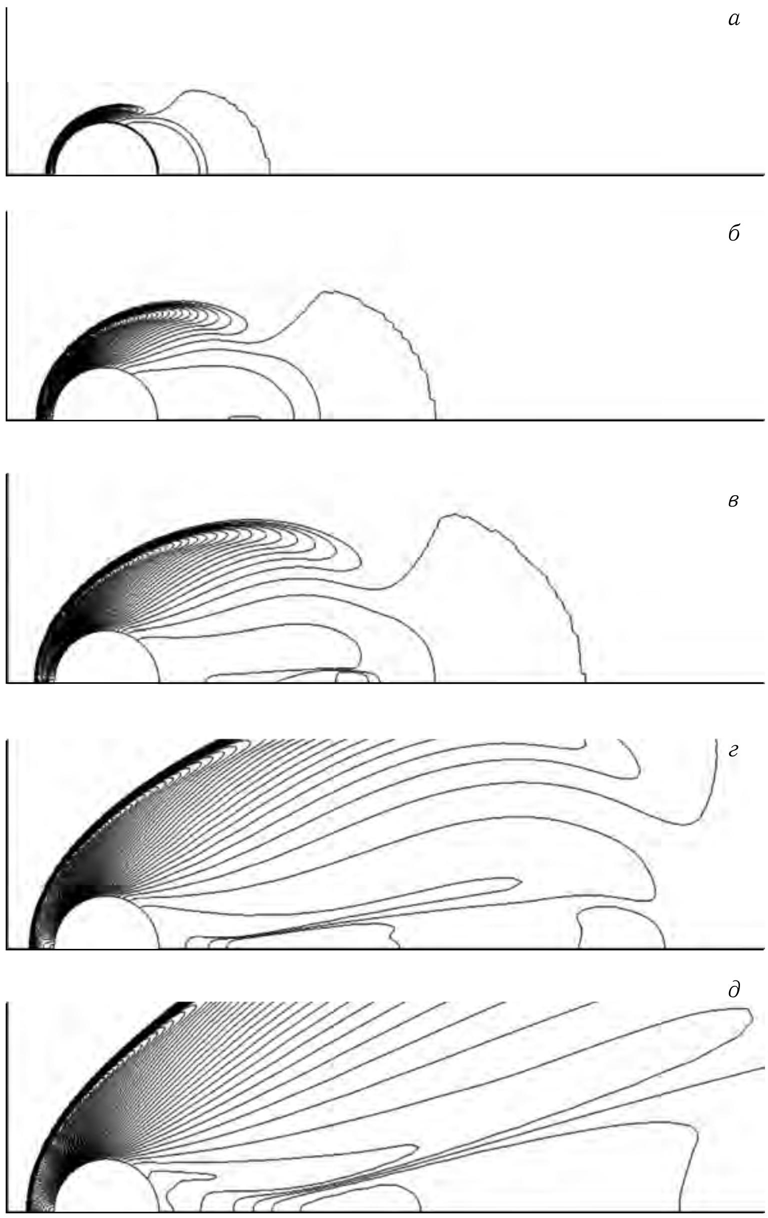


Рис. 3.8. Изменение во времени картины изолиний $c_\mathrm{p} = \mathrm{const}$ около кругового изотермического цилиндра ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^4$): $t = 1$ (*а*), 3 (*б*), 5 (*в*), 10 (*г*), 50 (*д*)

получить дополнительную информацию. В частности, из полей завихренности видно, что она порождается двумя источниками. Первым источником служит криволинейная головная ударная волна, где реализуется невязкий механизм порождения завихренности согласно теореме Крокко. Вторым, более мощным источником завихренности является твердая стенка вследствие выполнения на ней условия прилипания (вязкий механизм).

3.2.2. Течение в плоскости симметрии перед и за цилиндром. Дополнительная информация об особенностях развития течения перед и за рассматриваемым телом следует из распределений газодинамических переменных в плоскости симметрии.

Эволюции распределений некоторых газодинамических переменных на плоскости симметрии перед цилиндром приведены на рис. 3.9–3.11, на которых координата $s = s^*/R$ отсчитывается от передней критической точки вверх по потоку.

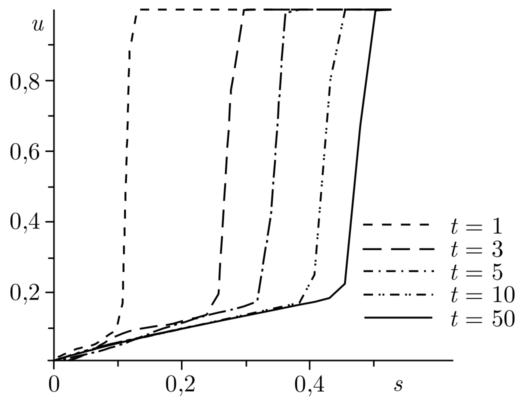


Рис. 3.9. Распределение скорости $u = u^*/V_\infty$ в плоскости симметрии перед изотермическим цилиндром в различные моменты времени ($M_\infty = 5$, $Re = 10^4$)

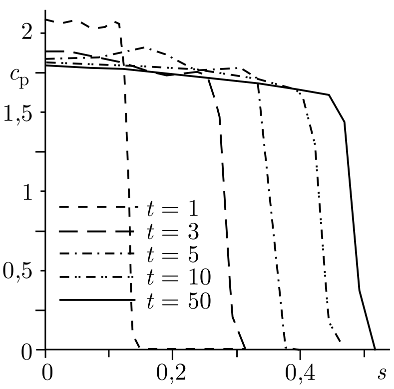


Рис. 3.10. Распределение коэффициента давления c_p в плоскости симметрии перед изотермическим цилиндром в различные моменты времени ($M_\infty = 5$, $Re = 10^4$)

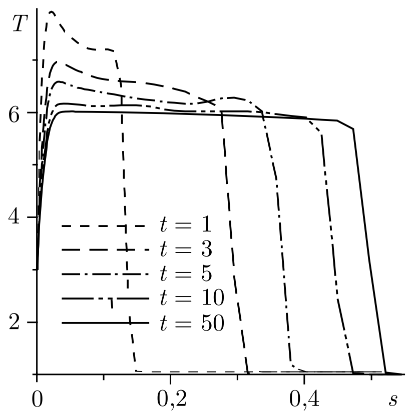


Рис. 3.11. Распределение температуры $T = T^*/T_\infty$ на плоскости симметрии перед изотермическим цилиндром в различные моменты времени ($M_\infty = 5$, $Re = 10^4$)

Распределение скорости перед телом (рис. 3.9) показывает, что в начальный момент времени перед телом формируется прямой скачок уплотнения, в котором сверхзвуковая скорость переводится в дозвуковую; при этом скачок расположен ближе к телу, а изменение скорости в нем больше по сравнению с прямым скачком уплотнения в невязком газе ($u_1/V_\infty = 0{,}2$ для показателя адиабаты $\gamma = 1{,}4$ и числа $\mathrm{M}_\infty = 5$, здесь u_1 — скорость потока за прямым скачком уплотнения). С последующим возрастанием времени скачок уплотнения перемещается вверх по потоку, а изменение скорости в нем уменьшается и приближается к значению для невязкого газа. При этом изменение скорости потока между скачком уплотнения и телом происходит по линейному закону.

Аналогичную картину поведения показывают также распределения коэффициента давления перед телом на плоскости симметрии (рис. 3.10). В начальный момент времени торможение потока в скачке уплотнения в вязком газе происходит с меньшими потерями полного давления по сравнению с невязким газом. Так, например, в критической точке цилиндра в вязком потоке при $t \leqslant 1$ коэффициент давления $c_\mathrm{p} \geqslant 2$, а в невязком стационарном потоке $c_\mathrm{p} = 1{,}75$. С последующим увеличением времени потери полного давления в скачке возрастают и «вязкое» решение сверху приближается к «невязкому».

Интересную особенность показывают распределения температуры на плоскости симметрии перед обтекаемым телом (рис. 3.11). В начальный период развития течения температура газа в области между скачком и телом значительно превосходит температуру торможения невозмущенного потока ($T_0 = T_0^*/T_\infty = 6$). Так, например, в момент времени $t = 1$ максимальное значение относительной температуры в области между скачком и цилиндром примерно равно 8. С последующим возрастанием времени максимальная температура в этой области понижается и приближается сверху к значению температуры торможения в невозмущенном потоке.

В распределениях температуры положение локального максимума соответствует внешней границе теплового пограничного слоя, и приведенные на рис. 3.11 данные наглядно показывают, что невязкое и вязкое течения развиваются одновременно и взаимодействуют между собой.

Проанализируем теперь распределения газодинамических переменных в плоскости симметрии за круговым цилиндром (рис. 3.12–3.15, на которых координата $s = s^*/R$ отсчитывается от задней критической точки вниз по потоку). Согласно приведенным данным за обтекаемым телом можно выделить три расположенные друг за другом области течения: вязкую, переходную (квазиневязкую) и невозмущенного однородного потока.

На начальном этапе развития течение газа в донной области является безотрывным и между телом и уходящим фронтом невозмущенного потока образуется вязкая область возмущенного течения с линейным профилем скорости (рис. 3.12, $t = 1$). В последующие моменты времени продольный размер области возмущенного течения увеличивается, а в окрестности задней критической точки зарождается и развивается глобальная зона отрывного течения (рис. 3.12, $t = 3$); при этом в окрестности уходящего фронта формируется переходная зона. При последующем увеличении времени происходит развитие глобальной зоны отрывного течения, а переходная зона возрастает по размерам и усложняется по своей структуре (появляются волны сжатия и разрежения). При $t \geqslant 10$ фронт невозмущенного потока практически покидает расчетную область, а переходная зона, имеющая сложную структуру, располагается в окрестности выходной границы расчетной области. Можно

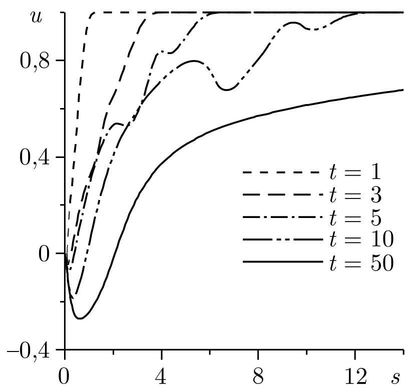


Рис. 3.12. Распределение скорости $u = u^*/V_\infty$ на плоскости симметрии за изотермическим цилиндром в различные моменты времени ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^4$)

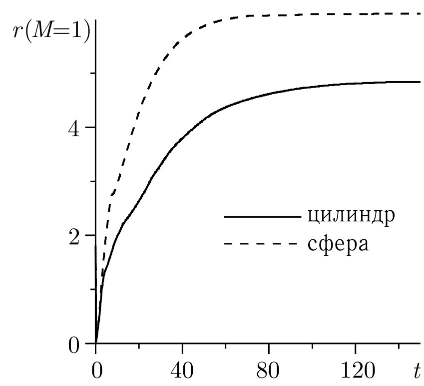


Рис. 3.13. Положение звуковой точки на плоскости (оси) симметрии течения, отсчитываемое от задней критической точки ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^4$)

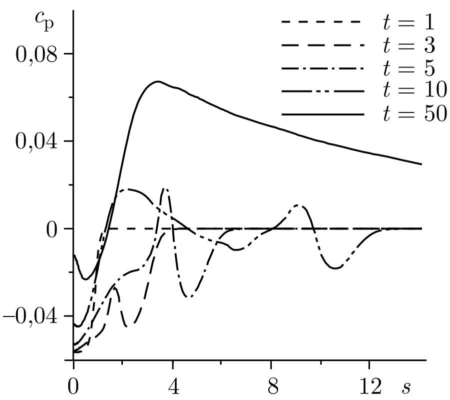


Рис. 3.14. Распределение коэффициента давления c_p на плоскости симметрии за изотермическим цилиндром в различные моменты времени ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^4$)

сказать, что к этому моменту времени в основном уже сформировалась структура ближнего следа. В последующие моменты времени переходная зона покидает расчетную область и происходит развитие структуры ближнего следа с выходом на дальний след ($t = 50$). Отметим, что с момента появления глобальной отрывной зоны значение производной $\partial u/\partial s$ в задней критической точке в последующие моменты времени практически остается неизменным.

Далее отметим, что для прикладных целей определенный интерес представляет информация о начале формирования сверхзвукового дальнего следа. В силу симметрии течения его начало соответствует положению звуковой точки на плоскости симметрии (рис. 3.13). На этом рисунке приведены также соответствующие результаты для сферы, о которой речь пойдет в гл. 5.

Распределения коэффициента давления (рис. 3.14) и температуры (рис. 3.15) подтверждают описанную выше картину развития течения за обтекаемым телом.

В области течения за телом коэффициент давления (в отличие от области течения перед телом) изменяется в целом незначительно (рис. 3.14). В начальный момент времени в окрестности задней критической точки возникает заметное разрежение, уровень которого в последующие моменты времени понижается, но сохраняется конечным вплоть до выхода на стационарный режим. Коэффициент давления в продольном направлении изменяется монотонным

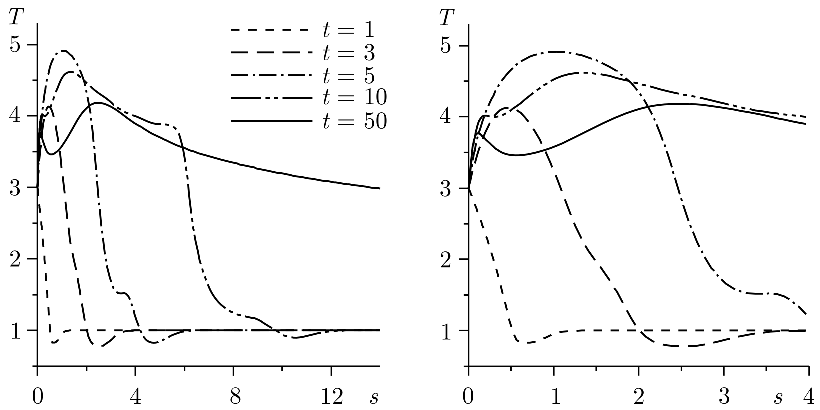


Рис. 3.15. Распределение температуры $T = T^*/T_\infty$ на плоскости симметрии за изотермическим цилиндром в различные моменты времени ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^4$)

образом вплоть до момента зарождения глобального отрыва и сильно немонотонным образом в последующие моменты времени. Характер распределения коэффициента давления в ближнем следе на стационарном режиме зависит от обтекаемого тела. В случае цилиндра (плоское течение) немонотонное распределение коэффициента давления имеет две экстремальные точки — минимум в точке отрывной зоны, где скорость возвратного течения принимает максимальное значение, и максимум в конце отрывной зоны. Далее вниз по потоку в области безотрывного течения коэффициент давления монотонно уменьшается и стремится к нулю сверху в дальнем следе.

Распределения температуры (рис. 3.15) показывают, что в области течения за телом однородный низкотемпературный сверхзвуковой поток постепенно во времени вытесняется высокотемпературным завихренным потоком газа. При этом в процессе эволюции в рассматриваемой области возмущенного течения температура газа меньше температуры торможения невозмущенного сверхзвукового потока ($T < 6$).

3.2.3. Зарождение и развитие глобальной зоны отрывного течения. Для прикладных целей большой интерес представляют зарождение и развитие глобальной зоны отрывного течения. Об этом можно судить по поведению положения точки отрыва α_S на обтекаемой поверхности и положению точки присоединения потока x_R, расположенной на плоскости (оси) симметрии. Здесь угол α_S отсчитывается от задней критической точки и определяется по распределению местного напряжения трения как точка на поверхности тела, в которой оно обращается в нуль. Координата x_R вычисляется по распределению скорости на плоскости (оси) симметрии и соответствует точке, в которой вектор скорости обращается в нуль. Эволюция указанных характеристик показана на рис. 3.16 и 3.17. Отметим, что на этих рисунках приведены также соответствующие зависимости для сферы с целью установления влияния пространственности течения, о чем пойдет речь в гл. 5. Согласно приведенным данным для цилиндра появление отрыва потока на обтекаемой поверхности наблюдается впервые при $t \approx 3{,}5$, а точка присоединения потока на плоскости симметрии — при $t \approx 2$. Это указывает на то, что зарождение

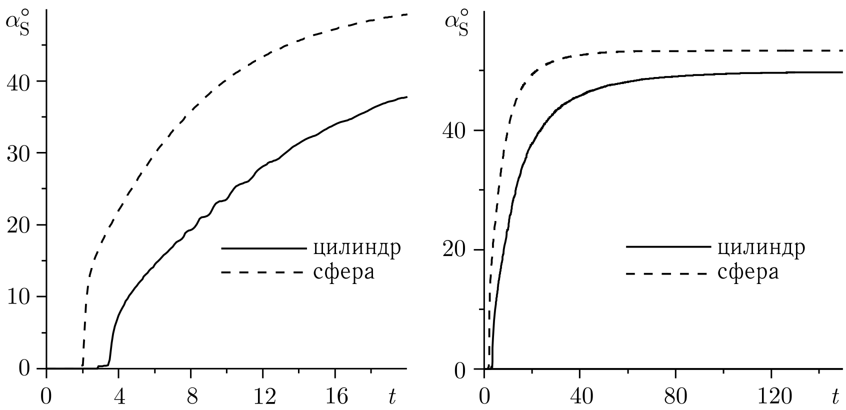


Рис. 3.16. Положение точки отрыва α_S на поверхности обтекаемого изотермического тела ($M_\infty = 5$, $Re = 10^4$)

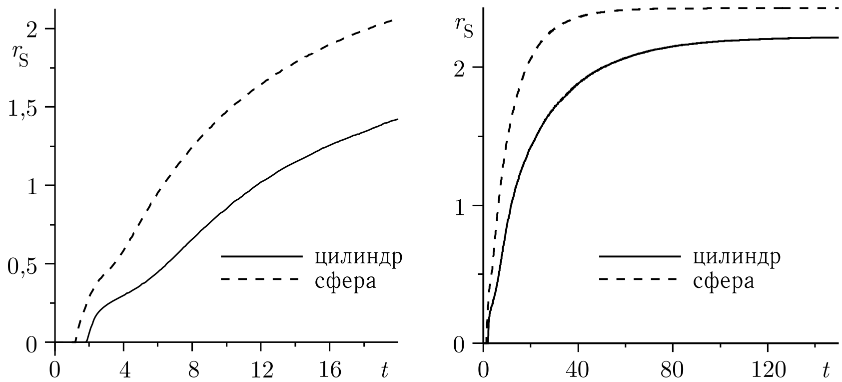


Рис. 3.17. Положение точки присоединения потока $r_S = x_R - 1$ за изотермическим телом ($M_\infty = 5$, $Re = 10^4$)

отрыва (сингулярности) происходит в поле течения вне твердой поверхности, что свойственно нестационарным течениям. Поэтому представляет определенный интерес на основе расчетного материала проанализировать процесс зарождения и развития глобальной зоны отрывного течения.

Наш анализ начнем с рассмотрения поведения скорости на плоскости симметрии ближнего следа за цилиндром (рис. 3.18). Можно видеть, что с течением времени распределение скорости эволюционирует от монотонно возрастающего к немонотонно изменяющемуся. Более «тонкой» характеристикой рассматриваемой функции является градиент скорости в задней критической точке (рис. 3.19). Значение градиента скорости в указанной точке с возрастанием времени изменяется немонотонным образом — сначала уменьшается, достигает минимума, а затем увеличивается. При этом время, при котором градиент скорости обращается в нуль, интерпретируется как время зарождения t_g отрывной зоны в поле течения, а время, при котором достигается минимум градиента скорости, — как время образования t_G глобальной отрывной зоны. Упомянутые характерные времена для цилиндра имеют следующие значения: $t_g = 1{,}9$; $t_G = 3{,}5$; $\Delta = t_G - t_g = 1{,}6$.

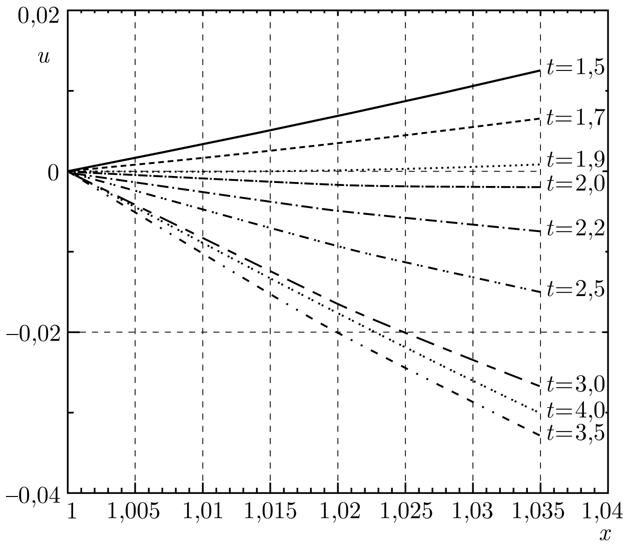


Рис. 3.18. Эволюция распределения скорости u в плоскости симметрии ближнего следа за круговым цилиндром при числах Маха $M_\infty = 5$ и Рейнольдса $Re = 10^4$

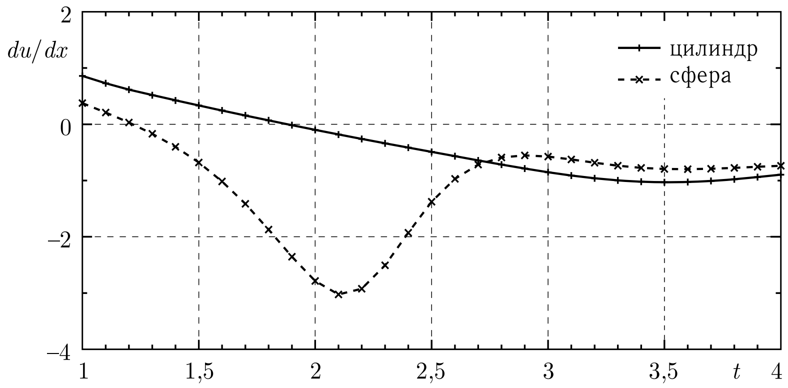


Рис. 3.19. Изменение во времени значения градиента скорости du/dx в задней критической точке кругового цилиндра и сферы при числах $M_\infty = 5$ и $Re = 10^4$

Эволюция распределения коэффициента давления на обтекаемой поверхности в окрестности задней критической точки цилиндра (рис. 3.20) показывает, что в донной области наблюдается разрежение. При этом на стадии зарождения отрыва в задней критической точке имеет место минимум коэффициента давления, а на стадии формирования глобальной отрывной зоны — локальный его максимум.

Особенности развития местного коэффициента сопротивления трения в окрестности задней критической точки рассматриваемых тел можно установить по данным, приведенным на рис. 3.21 и 3.22. В момент зарождения отрыва ($t = t_g$) напряжение трения является положительной убывающей функцией, обращающейся в нуль в задней критической точке. В интервале $t_g \leqslant t < t_G$

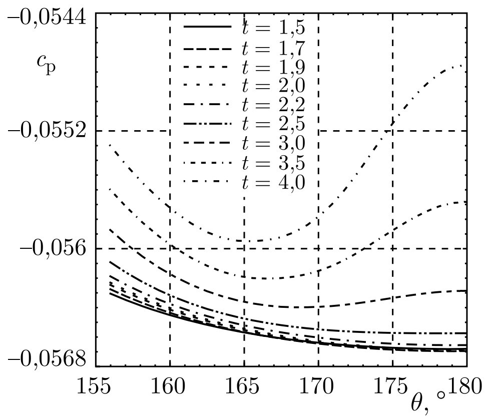


Рис. 3.20. Эволюция распределения коэффициента давления c_p в окрестности задней критической точки кругового цилиндра при числах Маха $M_\infty = 5$ и Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^4$

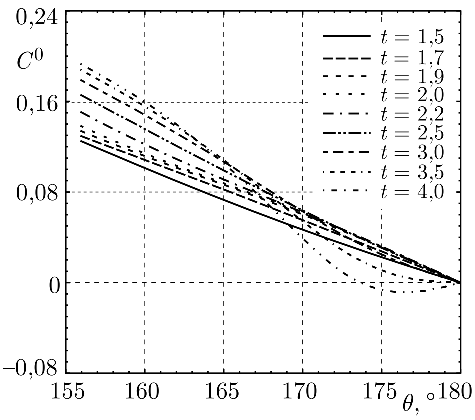


Рис. 3.21. Эволюция распределения величины $C^0 = c_f\sqrt{\mathrm{Re}}$ в окрестности задней критической точки кругового цилиндра при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^4$

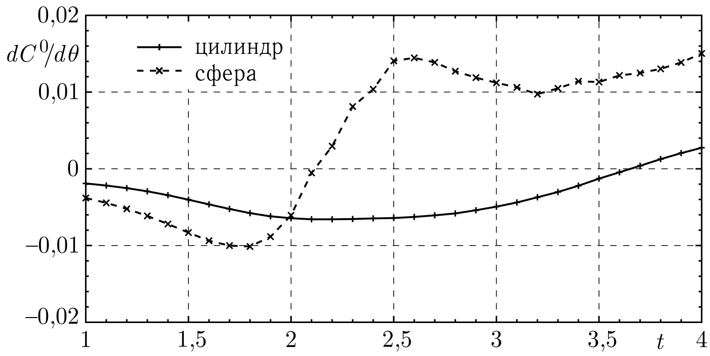


Рис. 3.22. Эволюция производной $dC^0/d\theta$ в задней критической точке кругового цилиндра и сферы при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^4$

характер распределения напряжения трения сохраняется, при этом с возрастанием времени его значение увеличивается, поскольку возрастает значение производной $dC^0/d\theta$ в задней критической точке тела. При $t = t_G$ почти скачкообразно формируется распределение с «полкой» нулевого напряжения трения в некоторой окрестности задней критической точки. При последующих моментах времени происходит отрыв потока с обтекаемой поверхности и в ближнем следе наблюдается развитая глобальная зона отрывного течения.

3.2.4. Эволюция местных и суммарных аэродинамических характеристик. Эволюцию местных аэродинамических характеристик продемонстрируем на примере поведения в передней и задней критических точках коэффициента давления c_p (рис. 3.23) и относительного теплового потока q_w (рис. 3.24).

Согласно этим данным в передней критической точке рассматриваемые величины достигают своих стационарных значений примерно при $t \approx 50$,

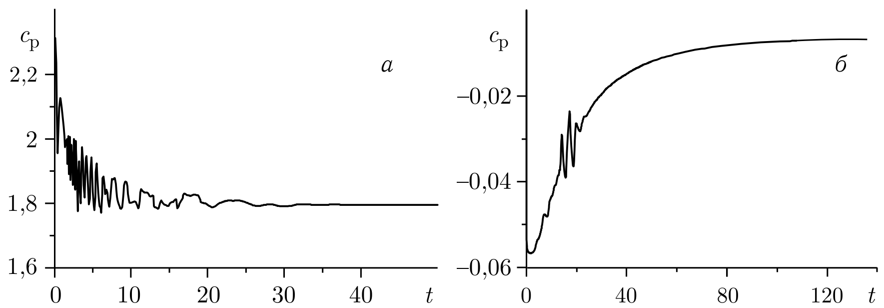


Рис. 3.23. Эволюция значения коэффициента давления c_p в передней (*а*) и задней (*б*) критических точках кругового цилиндра с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $M_\infty = 5$ и $Re_R = 10^4$

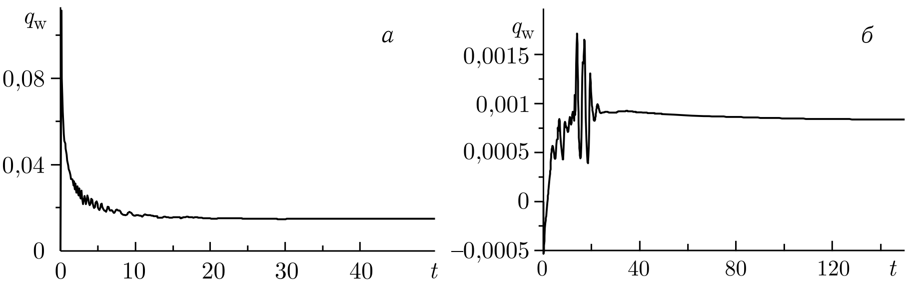


Рис. 3.24. Эволюция значения относительного теплового потока q_w в передней (*а*) и задней (*б*) критических точках кругового цилиндра с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $M_\infty = 5$ и $Re_R = 10^4$

а в задней критической точке — при $t \approx 150$. Из этого можно заключить, что в окрестности лобовой поверхности структура поля течения устанавливается примерно в три раза быстрее, чем в области ближнего следа. Далее можно видеть, что в своей эволюции рассматриваемые величины проходят три стадии: первая начальная стадия развития характеризуется плавным изменением рассматриваемых величин; вторая стадия развития характеризуется наличием сильных пульсаций, причем амплитуда пульсаций принимает наибольшие значения в передней критической точке и уменьшается по мере продвижения к задней критической точке, в которой наблюдается почти монотонное изменение рассматриваемых величин; третья, заключительная, стадия характеризуется монотонным выходом на стационарный режим обтекания.

Эволюция коэффициента аэродинамического сопротивления и его составляющих — коэффициентов сопротивления трения и давления — показана на рис. 3.25. Как и местные аэродинамические характеристики, суммарные характеристики проходят те же самые три стадии развития. Кроме того, можно отметить, что они выходят на стационарное значение быстрее, чем местные аэродинамические характеристики.

Согласно приведенным данным изменение рассматриваемых величин во времени можно разбить на два этапа. Первый из них соответствует безразмерным временам $t < 30{\div}40$ и характеризуется наличием относительно сильных пульсаций; второй этап соответствует временам $t > 30{\div}40$ и характеризуется

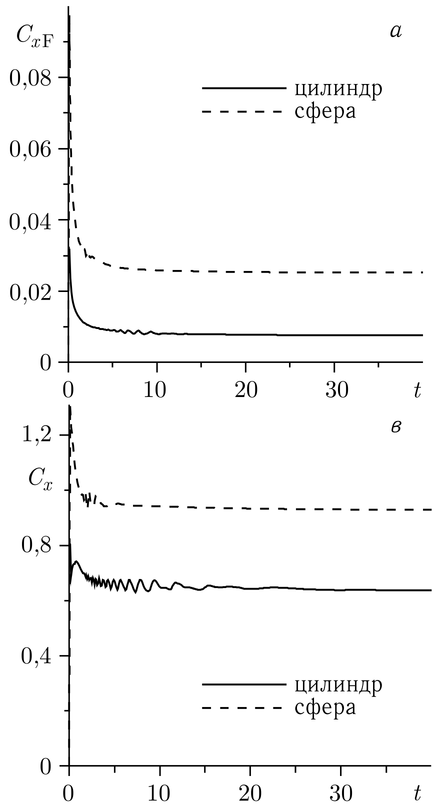


Рис. 3.25. Эволюция коэффициентов сопротивления трения C_{xF} (*а*), сопротивления давления C_{xp} (*б*) и аэродинамического сопротивления C_x (*в*) рассматриваемых изотермических тел ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^4$)

плавным выходом рассматриваемой величины на ее стационарное значение. Таким образом, на первом этапе развития происходит установление общей, а на втором — «тонкой» структуры поля течения.

3.3. Обтекание лобовой поверхности кругового цилиндра

В сверхзвуковом потоке вязкого газа обтекание лобовой поверхности кругового цилиндра происходит безотрывно, и общая структура поля течения соответствует классической схеме. Естественно, что наибольшие отличия от асимптотического решения задачи, полученного на основе уравнений Эйлера и Прандтля, наблюдаются при малых числах Рейнольдса, и эти различия прежде всего касаются размеров области возмущенного течения.

3.3.1. Передняя критическая точка. Область возмущенного течения обычно характеризуется величиной отхода $\Delta = \Delta^*/R$ головной ударной волны в плоскости симметрии течения. В качестве примера на рис. 3.26 показано изменение Δ в зависимости от числа Рейнольдса при фиксированных значениях температурного фактора; здесь же штрихпунктирной линией нанесено

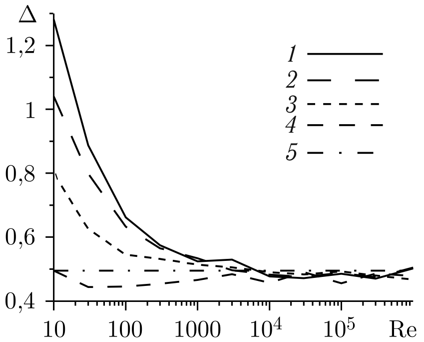


Рис. 3.26. Отход головной ударной волны $\Delta = \Delta^*/R$ в передней критической точке кругового цилиндра при числе Маха $M_\infty = 5$: *1* — теплоизолированная поверхность; *2* — $T_{w0} = 0{,}75$; *3* — $T_{w0} = 0{,}50$; *4* — $T_{w0} = 0{,}25$; *5* — идеальный газ

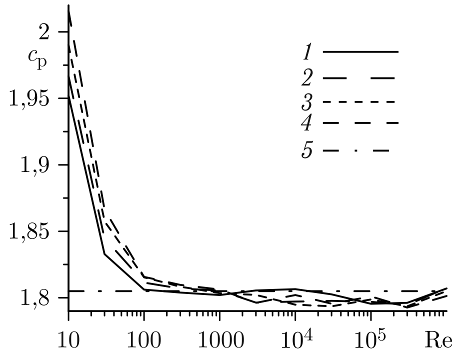


Рис. 3.27. Коэффициент давления c_p в передней критической точке кругового цилиндра при числе Маха $M_\infty = 5$: *1* — теплоизолированная поверхность; *2* — $T_{w0} = 0{,}75$; *3* — $T_{w0} = 0{,}50$; *4* — $T_{w0} = 0{,}25$; *5* — идеальный газ

асимптотическое решение, полученное в рамках модели идеального газа [Любимов А.Н., Русанов В.В., 1970], которое зависит только от числа Маха: отход ударной волны монотонно уменьшается с возрастанием числа Маха. Наибольшее отличие от решения для идеального газа имеет место для цилиндра с теплоизолированной поверхностью; с уменьшением температурного фактора это различие уменьшается. С увеличением числа Re отход ударной волны монотонно, но сравнительно медленно стремится к асимптотическому решению.

В передней критической точке наблюдается максимум коэффициента давления на обтекаемой поверхности, значение которого близко к его значению в потоке идеального газа $c_{pE}(5) = 1{,}809$ [Любимов А.Н., Русанов В.В, 1970]. Согласно расчетам учет сил внутреннего трения во всем поле течения слабо влияет на значение коэффициента давления — отклонение от асимптотического решения при наименьшем числе Re не превышает нескольких процентов (рис. 3.27).

Во всех случаях с ростом числа Re выход на асимптотическое решение происходит немонотонным образом; уменьшение температурного фактора вызывает смещение точки пересечения зависимостей в сторону больших чисел Re.

На теплоизолированной поверхности цилиндра в критической точке наблюдается максимум температуры восстановления T_R.

В асимптотическом решении этот максимум температуры совпадает с температурой торможения набегающего потока; в безразмерном виде $T_{R\,\max 0} = T_{R\,\max}/T_0 = 1$, т. е. его относительное значение не зависит от определяющих параметров подобия. В вязком потоке имеем иную картину: из-за продольной диффузии тепловой энергии полная энтальпия вдоль нулевой линии тока является переменной величиной, и ее распределение зависит от чисел Прандтля и Рейнольдса. На рис. 3.28 показано поведение

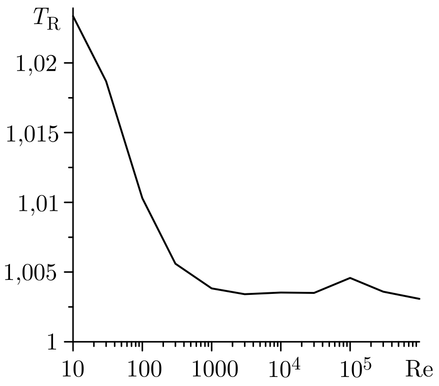


Рис. 3.28. Температура восстановления T_R в передней критической точке кругового цилиндра при числе Маха $M_\infty = 5$

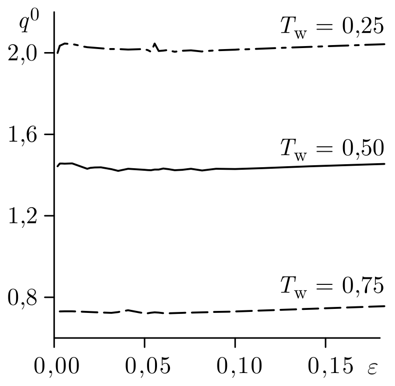


Рис. 3.29. Зависимость величины $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ от $\varepsilon = (\mathrm{Re})^{-1/2}$ в передней критической точке цилиндра с изотермической поверхностью при числе Маха $M_\infty = 5$

$T_{R\,\max\,0}$ в критической точке при числе $\mathrm{Pr} = 0{,}7$: при малых числах Re она превышает единицу, а при последующем увеличении числа Re монотонно стремится к единице. Этот эффект ранее неоднократно отмечался в литературе (см., например, [Павлов Б.М., 1971]); наиболее сильное отличие T_R от T_0 наблюдается в свободномолекулярном потоке [Коган М.Н., 1967; Хейз У.Д., Пробстин П.Ф., 1962].

Для изотермической поверхности в критической точке наблюдается максимум теплового потока. Для более наглядного представления влияния числа Re на теплообмен удобно результаты расчетов построить в виде зависимости величины $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ от параметра $\varepsilon = (\mathrm{Re})^{-1/2}$. В качестве примера на рис. 3.29 такие зависимости показаны для числа Маха $M_\infty = 5$: при всех значениях температурного фактора наблюдается одна и та же картина — изменение числа Re оказывает малое влияние на значение величины q^0.

3.3.2. Лобовая поверхность цилиндра. Влияние определяющих параметров задачи на область возмущенного течения в окрестности лобовой поверхности кругового цилиндра и на распределение местных аэродинамических характеристик по этой поверхности подробно исследовано в [Бабаев И.Ю., Башкин В.А., 1992; Башкин В.А., Бабаев И.Ю., Егоров И.В., 1993]. В указанных работах расчеты выполнены с выделением головной ударной волны. При этом влияние числа Маха ($3 \leqslant M_\infty \leqslant 20$) и температурного фактора ($1 \geqslant T_{w0} \geqslant 0{,}05$) на поле течения и аэродинамические характеристики цилиндрического затупления изучено при числе $\mathrm{Re} = 100$, а влияние числа Рейнольдса ($100 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 1000$) — при числе $M_\infty = 6$ для теплоизолированной ($\partial T/\partial n = 0$) и сильно охлажденной ($T_{w0} = 0{,}05$) поверхности. Результаты расчетов на основе уравнений Навье–Стокса сопоставлялись с асимптотическим решением задачи, определяемым уравнениями Эйлера и Прандтля. В частности, на основе анализа расчетного материала сделан вывод, что по мере увеличения числа Re решение уравнений Навье–Стокса стремится к асимптотическому решению, но сам этот переход зависит от определяющих параметров задачи.

Поскольку результаты наших последующих расчетов в общем и целом согласуются с данными ранних работ [Бабаев И.Ю., Башкин В.А., 1992; Башкин В.А., Бабаев И.Ю., Егоров И.В., 1993], то здесь мы не будем подробно анализировать расчетный материал по лобовой поверхности, а ограничимся демонстрацией сходимости «вязкого» решения по числу Рейнольдса к асимптотическому решению (рис. 3.30–3.33).

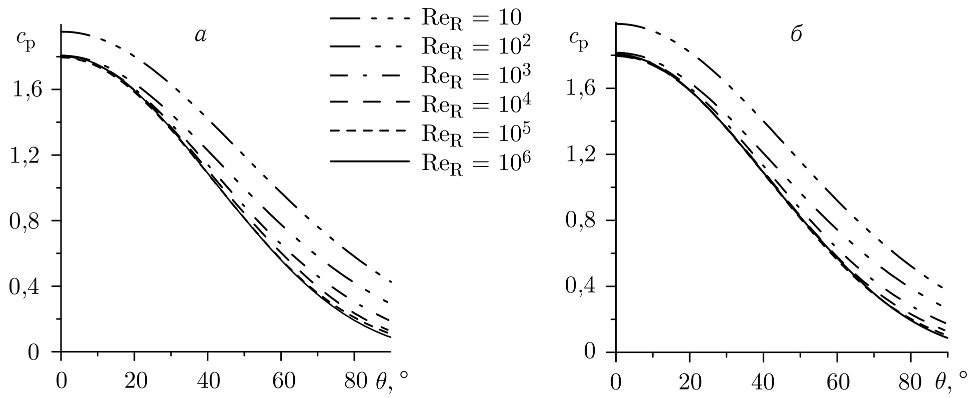


Рис. 3.30. Влияние числа Рейнольдса на распределение коэффициента давления по лобовой поверхности теплоизолированного (*а*) и изотермического кругового цилиндра, $T_{w0} = 0{,}5$ (*б*) при числе Маха $M_\infty = 5$

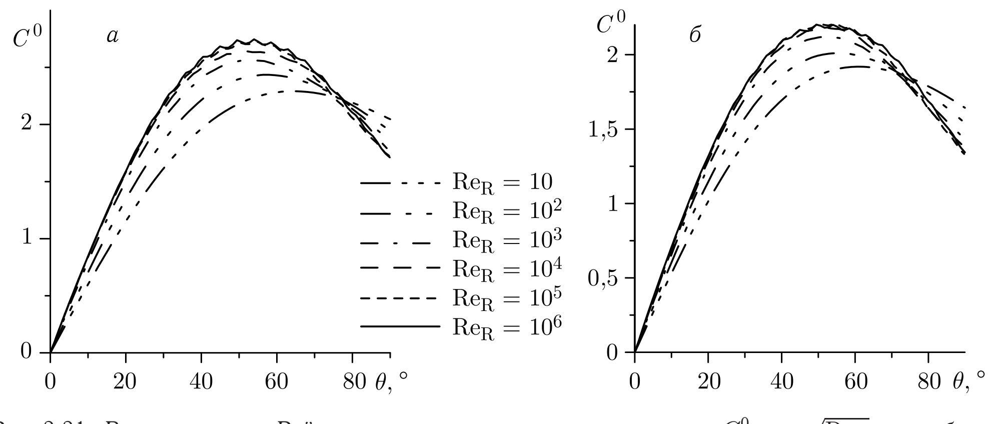


Рис. 3.31. Влияние числа Рейнольдса на распределение величины $C^0 = c_f\sqrt{\mathrm{Re_R}}$ на лобовой поверхности теплоизолированного (*а*) и изотермического кругового цилиндра, $T_{w0} = 0{,}5$ (*б*) при числе Маха $M_\infty = 5$

Распределение коэффициента давления с ростом числа Re монотонно стремится к асимптотическому решению как на теплоизолированной, так и на изотермической (умеренный теплообмен) поверхности (рис. 3.30), что полностью согласуется с анализом в [Бабаев И.Ю., Башкин В.А., 1992; Башкин В.А., Бабаев И.Ю., Егоров И.В., 1993]. Несколько иная ситуация имеет место

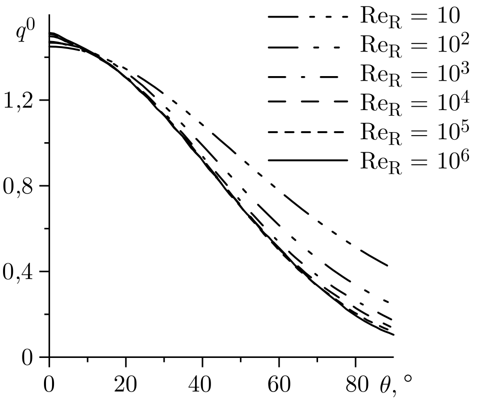


Рис. 3.32. Влияние числа Рейнольдса на распределение величины $q^0 = q_\mathrm{w}\sqrt{\mathrm{Re_R}}$ на лобовой поверхности изотермического цилиндра ($T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$) при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$

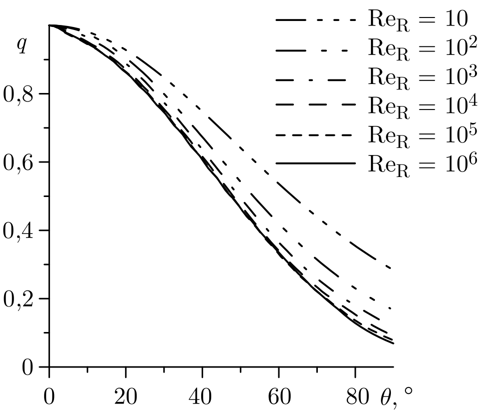


Рис. 3.33. Влияние числа Рейнольдса на распределение величины $q = q_\mathrm{w}(\theta)/q_\mathrm{w}(0)$ на лобовой поверхности изотермического кругового цилиндра ($T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$) при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$

для распределений местного коэффициента сопротивления трения. Согласно нашим данным (рис. 3.31) для обеих поверхностей цилиндра с ростом числа Re наблюдается монотонное стремление «вязкого» решения к некоторому предельному состоянию, которое соответствует асимптотическому решению (отметим, что в данном исследовании расчеты пограничного ламинарного слоя не проводились), в то время как в цитированных работах сходимость к асимптотическому решению имеет место для теплоизолированной поверхности и отсутствует для сильно охлажденной поверхности (сильный теплообмен). Это обусловлено слишком низким уровнем температуры в пристеночных слоях.

По тепловому потоку на изотермической поверхности имеет место сходная ситуация: сходимость «вязкого» решения к асимптотическому реализуется в случае умеренного теплообмена согласно настоящим расчетам (рис. 3.32) и отсутствует в случае сильного теплообмена.

Для инженерных расчетов распределение теплового потока по цилиндрическому затуплению часто нормируется по значению теплового потока в критической точке. В такой обработке результаты расчетов приведены на рис. 3.33. Можно видеть, что число Рейнольдса оказывает слабое влияние на эту зависимость и при больших значениях числа Re ее можно рассматривать в качестве универсальной. Отметим, что в цитированных работах показано слабое влияние числа Маха и температурного фактора на эту зависимость.

3.4. Течение в кормовой части цилиндра

Детальное исследование структуры поля течения в ближнем следе кругового цилиндра выполнено в [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., 1993, 1994; Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 1998, 2000]. Базируясь на этих результатах, рассмотрим особенности развития структуры поля течения и поведение местных аэродинамических характеристик в зависимости от числа Рейнольдса.

3.4.1. Неединственность решения задачи. Численный анализ уравнений Навье–Стокса при числе Маха $M_\infty = 5$ для случая $T_{w0} = 0{,}5$ позволил обнаружить две ветви решения, главные различия которых связаны с разной структурой ближнего следа.

Понять особенности решений, соответствующих разным ветвям, позволяют наличие и поведение точки первичного отрыва θ_S на поверхности цилиндра (рис. 3.34, $\alpha_S = 180° - \theta_S$) и распределение скорости в плоскости симметрии за ним (рис. 3.35).

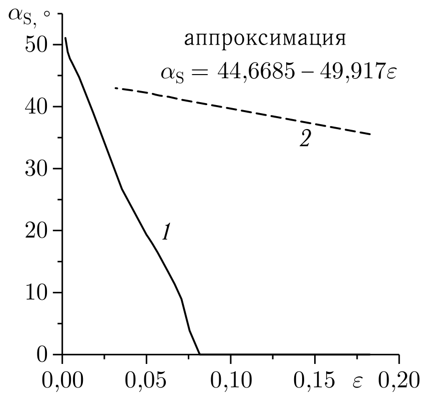


Рис. 3.34. Положение точки отрыва α_S на поверхности изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) кругового цилиндра в зависимости от параметра $\varepsilon = 1/\sqrt{\mathrm{Re}}$ при числе Маха $M_\infty = 5$: *1* — первая ветвь; *2* — вторая ветвь

Первая ветвь представляет собой типичные решения, когда по мере увеличения числа Re в ближнем следе последовательно реализуются безотрывное течение, локально отрывное течение, глобально отрывное течение. Решения этой ветви получены во всем рассмотренном диапазоне чисел Re.

Вторая ветвь соответствует режиму обтекания с формированием обширной локальной отрывной зоны (стелющийся отрыв) при всех числах Re. При этом с ростом числа Re точка отрыва монотонно смещается вверх по потоку, а градиент скорости $u'(1)$ изменяется немонотонным образом, оставаясь

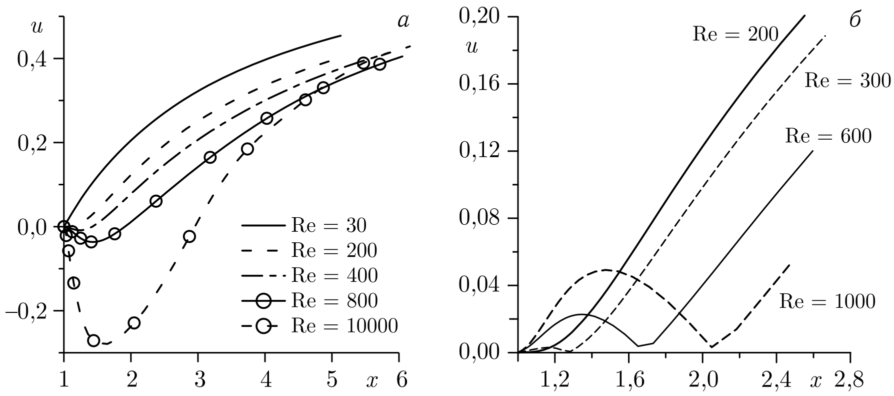


Рис. 3.35. Распределение скорости u в плоскости симметрии за круговым цилиндром с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числе Маха $M_\infty = 5$: *а* — первая ветвь; *б* — вторая ветвь

всюду положительной величиной. Численная процедура нахождения решений этой ветви устойчива вплоть до числа $\mathrm{Re} = 1000$; при большем числе Re в процессе счета происходит «сваливание» на первую ветвь решения.

Точка отрыва на поверхности цилиндра для обеих ветвей непрерывно смещается вверх по потоку при возрастании числа Re (рис. 3.34).

Для первой ветви отрыв потока впервые наблюдается при $\mathrm{Re}_{**} \approx 150$ и зависимость $\alpha_\mathrm{S} = f(\varepsilon)$ является кусочно-линейной функцией; каждому интервалу с линейной зависимостью по ε соответствует своя структура поля течения в отрывной зоне.

Для второй ветви точка отрыва α_S как «грубая» характеристика не реагирует на изменения «тонкой» структуры поля течения ближнего следа и во всем интервале аппроксимируется единой линейной зависимостью:

$$\alpha_\mathrm{S} = 44{,}6685 - 49{,}917\varepsilon. \tag{3.1}$$

Коэффициенты аппроксимации определялись методом наименьших квадратов и приведены в том виде, как их выдает программа; максимальная погрешность аппроксимации составляет 0,3 %. Если предположить, что аппроксимация (3.1) имеет силу и при меньших числах Re, то из нее следует, что отрыв потока появляется при $\varepsilon = 0{,}8948$ ($\mathrm{Re}_{**} = 1{,}25$). Таким образом, на второй ветви, как и на первой, для режима малых чисел Рейнольдса ($\mathrm{Re} \to 0$) обтекание цилиндра является безотрывным.

По поведению распределения скорости (рис. 3.35) рассмотренный диапазон чисел Re можно разбить на два больших интервала: $\mathrm{Re} \leqslant \mathrm{Re}_* \approx 200$ ($\varepsilon \geqslant 0{,}0707$) и $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_*$ ($\varepsilon < 0{,}0707$). Здесь $\mathrm{Re}_* \approx 200$ есть критическое число Re, при котором $u'(1) = 0$.

В первом интервале распределений скорости на оси симметрии для обеих ветвей совпадают между собой. Полностью совпадают также распределения коэффициента давления в кормовой части цилиндра (рис. 3.36, *а*); однако при этом профили скорости в пристеночном слое отличаются, что обусловливает различия в распределении местного коэффициента сопротивления трения

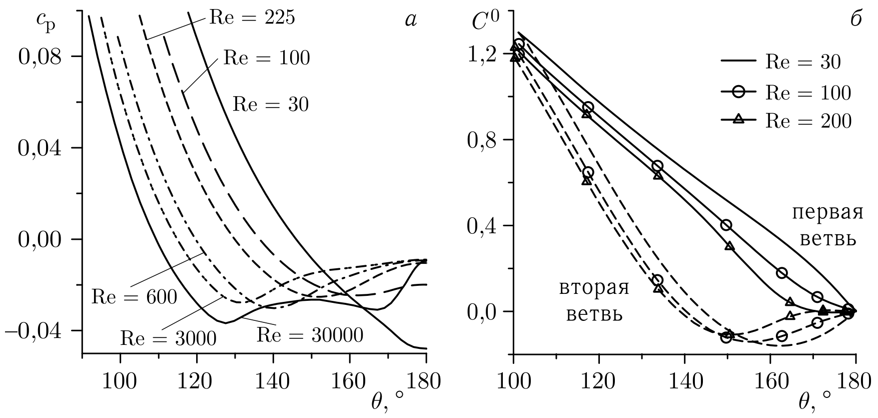


Рис. 3.36. Распределения местных коэффициентов давления c_p (*а*) и сопротивления трения $C^0 = c_f\sqrt{\mathrm{Re_R}}$ (*б*) в кормовой части цилиндра с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и числах $\mathrm{Re_R} \leqslant 200$

(рис. 3.36, *б*). Интересно отметить, что хотя распределения местного коэффициента сопротивления трения различны для разных ветвей, тем не менее распределения относительного теплового потока q_w полностью совпадают между собой.

Во втором интервале градиенты скорости $u'(1)$ в задней критической точке, соответствующие разным ветвям, имеют разные знаки и возрастают по модулю при увеличении числа Re; при этом в окрестности Re_* наблюдается симметрия в поведении $u'(1)$: $[u'(1)]_{\mathrm{II}} = -[u'(1)]_{\mathrm{I}}$. Точка $\mathrm{Re} = \mathrm{Re}_*$ является точкой бифуркации решения: на первой ветви реализуется схема течения с глобальным отрывом и формированием замкнутой отрывной зоны, на второй — с локальным отрывом.

Во втором интервале ($\mathrm{Re} \geqslant \mathrm{Re}_*$) при $\mathrm{Re} = \mathrm{const}$ разным решениям соответствуют различные поля давления и скорости. Эти различия возрастают по мере увеличения числа Re, причем различия наблюдаются не только в ближнем следе, но частично и на наветренной стороне цилиндра.

Для первой ветви в этом интервале чисел Re происходит формирование и развитие глобального отрыва. Вследствие этого распределение скорости в плоскости симметрии является немонотонным с минимумом скорости в области возвратного течения. После минимума по мере продвижения вниз по потоку скорость увеличивается и выходит на режим дальнего следа (рис. 3.35, *а*). Для второй ветви нет глобального отрыва потока и распределение скорости в плоскости симметрии является знакопостоянной функцией. Тем не менее изменение скорости вниз по потоку от цилиндра также немонотонно: после прохождения локальных максимума и минимума осуществляется выход на режим дальнего следа (рис. 3.35, *б*).

Распределения коэффициента давления в кормовой части цилиндра, соответствующие разным ветвям решений, близки как в качественном, так и в количественном отношениях (рис. 3.37). Распределения коэффициента сопротивления трения в кормовой части цилиндра, соответствующие разным ветвям, показаны на рис. 3.38; в рассматриваемом интервале чисел Re для

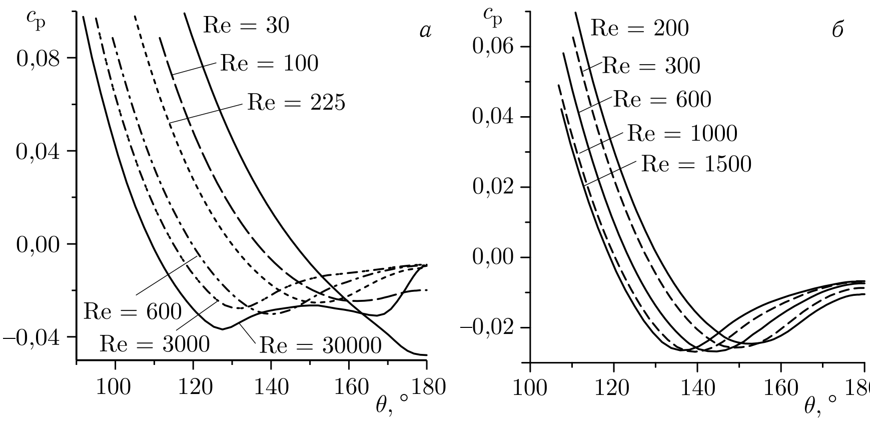


Рис. 3.37. Распределения местного коэффициента давления c_p в кормовой части цилиндра с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числе Маха $M_\infty = 5$ и числах $Re_R \geqslant 200$: *а* — первая ветвь; *б* — вторая ветвь

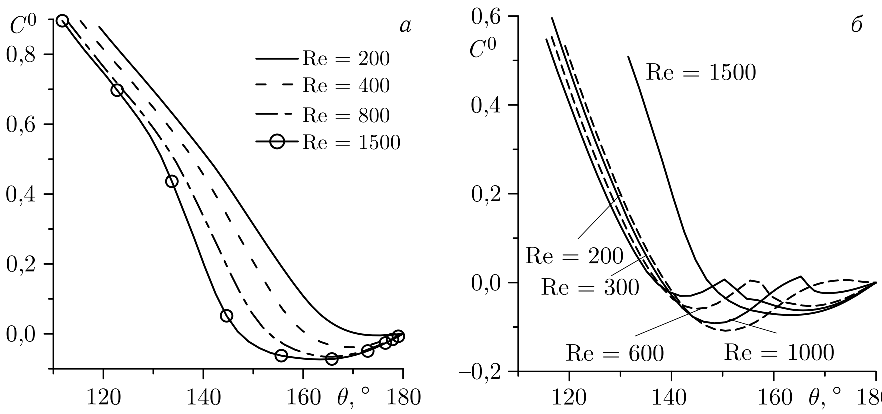


Рис. 3.38. Распределения местного коэффициента сопротивления трения $C^0 = c_f\sqrt{Re_R}$ в кормовой части цилиндра с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числе Маха $M_\infty = 5$ и числах $Re_R \geqslant 200$: *а* — первая ветвь; *б* — вторая ветвь

решений второй ветви характерно наличие вторичного отрыва и присоединения потока в отрывной зоне, в то время как для решений первой ветви отрыв отсутствует.

3.4.2. Структура поля течения. Выше была проанализирована картина течения в кормовой части цилиндра при малых и умеренных числах Рейнольдса, когда решение задачи не является единственным. Рассмотрим теперь влияние числа Рейнольдса и других определяющих параметров задачи на структуру поля течения в ближнем следе для первой, основной ветви решения.

Отметим, что на структуру поля течения основное влияние оказывает число Рейнольдса; остальные определяющие параметры (число Маха и температурный фактор) влияют на количественные характеристики структуры, такие, как зарождение и появление отрыва, длина отрывной зоны и т. п. Вследствие этого ниже при обсуждении общей структуры поля течения иллюстративный материал приводится для изотермического цилиндра ($T_{w0} = 0{,}5$) при числе Маха $M_\infty = 5$.

Общее представление о влиянии числа Рейнольдса на структуру поля течения около кругового цилиндра можно судить по картинам линий тока, приведенным на рис. 3.39.

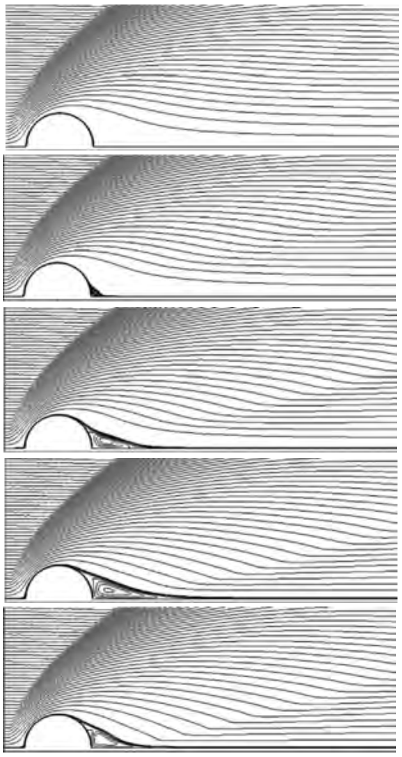


Рис. 3.39. Картины линий тока при ламинарном обтекании изотермического цилиндра ($T_{w0} = 0{,}5$) для числа Маха $M_\infty = 5$: $\mathrm{Re} = 100$ (*а*); $\mathrm{Re} = 300$ (*б*); $\mathrm{Re} = 10^3$ (*в*); $\mathrm{Re} = 10^4$ (*г*); $\mathrm{Re} = 10^5$ (*д*)

При малых числах Re реализуется безотрывное обтекание кругового цилиндра (рис. 3.39, *а*), когда ближний след имеет толщину порядка характерного линейного размера и монотонно переходит в дальний. С увеличением числа Re толщина ближнего следа уменьшается; при числах $\mathrm{Re} \approx 300$ зарождается глобальный отрыв и за цилиндром образуется замкнутая отрывная зона (рис. 3.39, *б*). Интенсивность отрывного течения в ней очень мала, о чем говорит значение $\psi_{\min} = -6 \cdot 10^{-5}$ ($\psi_{\min}$ — минимальное значение функции тока, характеризующее количество газа, циркулирующего в отрывной зоне).

При этих числах Re начинает также формироваться «хвостовой» скачок уплотнения. При последующем возрастании числа Re развивается глобальный отрыв без перестройки внутренней структуры и усиливается интенсивность возвратного течения: $\psi_{\min} = -1{,}9 \cdot 10^{-3}$ и $-7{,}38 \cdot 10^{-3}$ при числах $\mathrm{Re} = 10^3$ и 10^4 соответственно. При числе $\mathrm{Re} = 10^5$ произошли качественные изменения: усложнилась структура отрывной зоны — в ней наблюдаются вторичный отрыв и присоединение потока; сократилась длина отрывной зоны; уменьшилась интенсивность возвратного течения ($\psi_{\min} = -5{,}84 \cdot 10^{-3}$).

Уменьшение длины отрывной зоны с увеличением числа Re косвенно указывает на переходный режим течения в ближнем следе. Поэтому обтекание кругового цилиндра в диапазоне чисел $\mathrm{Re} = 10^5 \div 10^6$ было рассчитано на основе как уравнений Навье–Стокса (ламинарная модель), так и уравнений Рейнольдса (турбулентная модель). Сопоставление картин линий тока для чисел Рейнольдса, соответствующих границам указанного интервала, показано на рис. 3.40.

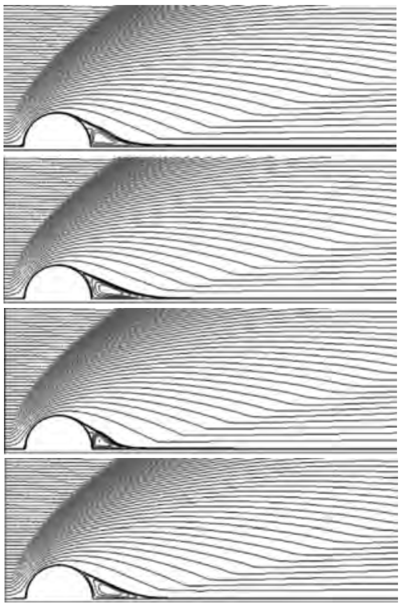


Рис. 3.40. Картины линий тока около изотермического цилиндра ($T_{w0} = 0{,}5$) для числа Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$: $\mathrm{Re} = 10^5$ (*а*, *б*); $\mathrm{Re} = 10^6$ (*в*, *г*); *а*, *в* — уравнения Навье–Стокса; *б*, *г* — уравнения Рейнольдса

Можно видеть, что переход от ламинарной модели к турбулентной вызывает перестройку ближнего следа и в первую очередь отрывной зоны. Для турбулентной модели упрощается структура течения в отрывной зоне — исчезают вторичный отрыв и присоединение потока, что характерно для ламинарной модели. Кроме того, уменьшается интенсивность возвратного течения в отрывной зоне; на это указывают минимальные значения функции тока в ней: оно возрастает с $\psi_{\min} = -5{,}84 \cdot 10^{-3}$ до $\psi_{\min} = -4{,}30 \cdot 10^{-3}$ при числе $\mathrm{Re} = 10^5$ и с $\psi_{\min} = -4{,}02 \cdot 10^{-3}$ до $\psi_{\min} = -3{,}40 \cdot 10^{-3}$ при числе $\mathrm{Re} = 10^6$.

Переход от ламинарной модели к турбулентной приводит также к изменению размеров отрывной зоны и максимального числа Маха в ней. Об этом

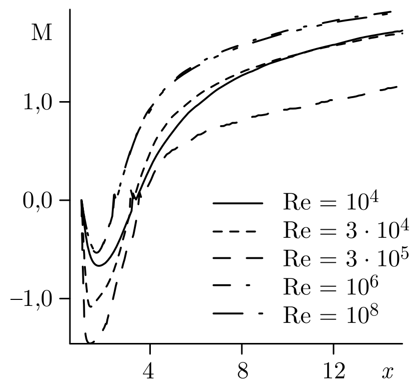


Рис. 3.41. Распределение числа Маха в плоскости симметрии следа за изотермическим цилиндром ($T_{w0} = 0{,}5$) при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$

трудно судить по картинам линий тока, но это четко устанавливается по распределениям числа Маха в плоскости симметрии следа (рис. 3.41). Если для ламинарной модели в рассматриваемом диапазоне чисел Re характерны протяженные отрывные зоны с максимальным числом Маха, принимающим транс- и сверхзвуковые значения, то переход к турбулентной модели приводит к образованию отрывных зон меньшего размера с дозвуковым течением в ней. При этом характеристики отрывной зоны практически не зависят от числа Re.

3.4.3. Характеристики отрывной зоны. Геометрические и кинематические характеристики отрывной зоны в ближнем следе кругового цилиндра зависят от определяющих параметров задачи — чисел Рейнольдса и Маха и температурного фактора.

Сначала рассмотрим поведение отрывной зоны при обтекании кругового цилиндра с теплоизолированной поверхностью сверхзвуковым потоком при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и числах $\mathrm{Re} = 30 \div 3 \cdot 10^5$ [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 1998].

Для рассматриваемых условий обтекания кругового цилиндра весь диапазон изменения числа Re разбивается на ряд интервалов, каждому из которых соответствуют своя структура ближнего следа и специфические особенности поведения характеристик отрывной зоны. Эти характерные интервалы удобно определять по поведению длины отрывной зоны. При этом следует отметить, что исследуемое течение является в целом адиабатическим (в поле течения отсутствуют источники и стоки тепловой энергии). В связи с этим можно ожидать, что изменение длины отрывной зоны по числу Re имеет такую же функциональную зависимость, как и для несжимаемой жидкости.

В изученном диапазоне чисел Re течение в следе ламинарное, поэтому точка θ_S первичного отрыва потока с ростом числа Re монотонно смещается вверх по потоку и при $\mathrm{Re}_\infty \to \infty$ выходит на свое предельное значение $\theta_\mathrm{S}^* > 90^\circ$. Непосредственно путем численного интегрирования уравнений Навье–Стокса это предельное значение установить затруднительно, поскольку при очень больших числах Re начинает проявляться неустойчивость ламинарного течения.

При числах $\mathrm{Re}_\infty \leqslant 250$ течение в кормовой части цилиндра является безотрывным. При этом с ростом числа Re изменяется характер распределения коэффициента давления c_p в донной области: из монотонно убывающего оно постепенно переходит в немонотонное, образуя участок с положительным градиентом давления.

Безотрывный характер течения подтверждается также распределениями местного коэффициента сопротивления трения: оно всюду положительно и с ростом числа Re его значения уменьшаются, а в окрестности задней критической точки формируется область нулевого трения. Таким образом, с ростом числа Re создаются предпосылки для отрыва потока.

В диапазоне чисел $\mathrm{Re}_\infty = 275 \div 400$ распределение коэффициента давления c_p в кормовой части цилиндра изменяется незначительно: с ростом числа Re несколько расширяется область разрежения и возрастает по модулю минимум c_p. Но эти малые изменения приводят к качественным изменениям в структуре поля течения ближнего следа.

При $\mathrm{Re}_\infty = 275 \div 325$ происходит зарождение и формирование замкнутой зоны локального отрыва потока — стелющийся отрыв; локальность отрыва подтверждается также распределениями скорости и числа Маха на оси симметрии.

Последующее увеличение числа Re обусловливает формирование глобального отрыва потока — распределения скорости и числа Маха на оси симметрии становятся немонотонными, и вблизи обтекаемой поверхности образуется область возвратного течения. При $\mathrm{Re}_\infty \approx 400$ зона глобального отрывного течения полностью сформировалась.

В пользу этого свидетельствует также зависимость длины x_R отрывной зоны от числа Re: в рассматриваемом диапазоне чисел Re она изменяется по линейному закону и аппроксимируется зависимостью (рис. 3.42)

$$x_\mathrm{R} = 1 + d(\mathrm{Re}_\infty \cdot 10^{-2} - f), \quad d = 0{,}3224, \quad f = 3{,}295. \tag{3.2}$$

Аппроксимация (3.2) указывает на отсутствие глобального отрыва при $\mathrm{Re}_\infty \cong 330$.

Отметим, что приведенные выше данные соответствуют результатам расчетов при увеличении числа Re (прямой ход). Однако в диапазоне чисел Re, в котором происходят зарождение и начальная стадия развития отрывного течения, возможно явление гистерезиса. Для выяснения этого вопроса выполнены расчеты с обратным ходом по числу Re, начиная со значения 400. Согласно расчетам при обратном ходе отрывная зона более развита по сравнению с прямым ходом, в частности, возрастает длина отрывной зоны, которая также аппроксимируется линейной зависимостью (3.2), но с другими значениями параметров (рис. 3.42): $d = 0{,}1328$, $f = 2{,}648$. При $\mathrm{Re}_\infty = 325$ в случае обратного хода решение скачкообразно переходит на ветвь решения прямого хода. Таким образом, в диапазоне чисел $\mathrm{Re}_\infty = 325 \div 400$ имеет место явление гистерезиса.

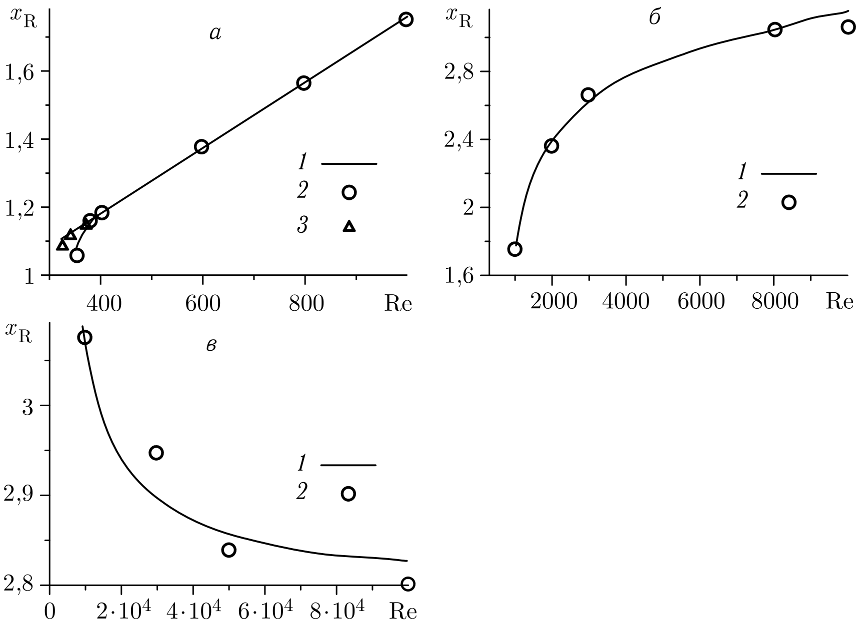


Рис. 3.42. Длина x_R отрывной зоны за цилиндром с теплоизолированной поверхностью при числе Маха $M_\infty = 5$: *1* — расчет по корреляционным формулам, *2*, *3* — численное решение

В диапазоне $400 \leqslant Re_\infty < 1000$ имеем дело с развитым глобальным отрывом, когда течение в отрывной зоне является слабо дозвуковым — местные числа $M < 0{,}2$. Вследствие этого закономерности изменения ее геометрических характеристик в качественном отношении аналогичны закономерностям для несжимаемого потока. В частности, длина отрывной зоны в зависимости от числа Re изменяется по линейному закону (3.2) с $d = 0{,}0989$, $f = 2{,}171$ в соответствии с анализом [Li X., Djilali N., 1995] (рис. 3.42, *а*). Погрешность аппроксимации менее 0,5 %. Сопоставление указанной аппроксимации с корреляционной формулой (2.1) показывает, что сжимаемость среды приводит к затягиванию отрыва и существенно более медленному возрастанию длины отрывной зоны по числу Re.

Распределение коэффициента давления в кормовой части цилиндра остается однотипным и с ростом числа Re претерпевает количественные изменения: расширение области разрежения, увеличение по модулю $c_{p\,\min}$.

При значениях $Re_\infty = 10^3 \div 10^4$ по мере их увеличения расширяется область разрежения и усиливается неравномерность в распределении c_p, что в конечном итоге создает предпосылки для вторичного отрыва потока. В отрывной зоне возрастают максимальные значения скорости и числа Маха, так что начинает проявляться и усиливаться с ростом числа Re влияние сжимаемости движущейся среды. Однако течение в отрывной зоне остается дозвуковым ($M_{\max} \leqslant 0{,}6$). Под влиянием сжимаемости изменение длины отрывной зоны по числу Re отклоняется от линейной зависимости и аппроксимируется выражением с учетом следующего члена разложения (рис. 3.42, *б*):

$$x_{\mathrm{R}} = 2{,}9326 + 0{,}03482\,(\mathrm{Re}_\infty \cdot 10^{-3}) - 1{,}2330\,(\mathrm{Re}_\infty \cdot 10^{-3})^{-1}. \qquad (3.3)$$

Погрешность аппроксимации (3.3) менее 2 %.

При $\mathrm{Re}_\infty \geqslant 10^4$ с ростом числа Re происходит перестройка структуры поля течения. По мере его увеличения неравномерность в распределении c_{p} усиливается настолько, что это приводит к вторичному отрыву и присоединению потока. Кроме того, с ростом числа Re максимальная скорость в отрывной зоне повышается и достигает сверхзвуковых значений. Это приводит к образованию внутренней ударной волны в отрывной зоне. В связи с этим отметим, что в эксперименте при обтекании кругового цилиндра формирование внутренней ударной волны в отрывной зоне не наблюдалось (для этого необходимы специальные экспериментальные исследования).

Также следует отметить, что при больших числах Re начинает проявляться неустойчивость ламинарного течения; это приводит, в частности, к слабо колебательному характеру изменения скорости и числа Маха на оси симметрии. В силу указанных причин длина отрывной зоны в этом интервале чисел Re уменьшается с их ростом и аппроксимируется выражением

$$x_{\mathrm{R}} = 2{,}7973 + 0{,}2855\,(\mathrm{Re}_\infty \cdot 10^{-4})^{-1}. \qquad (3.4)$$

Полученная аппроксимация согласуется с результатами масштабного анализа [Li X., Djilali N., 1995] и дает максимальную погрешность менее 2 % (рис. 3.42, *в*).

На изотермической поверхности кругового цилиндра развитие пограничного слоя происходит иначе, чем в случае теплоизолированной поверхности, вследствие этого будет иным поведение аэродинамических характеристик. Влияние температурного фактора на структуру поля течения в ближнем следе и поведение аэродинамических характеристик кругового цилиндра с изотермической поверхностью исследованы в [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 2000)].

При обтекании кругового цилиндра с изотермической поверхностью сверхзвуковым потоком совершенного газа в зависимости от числа Re, как и в случае теплоизолированной поверхности, наблюдаются различные режимы течения в ближнем следе. При числах $\mathrm{Re} \leqslant \mathrm{Re}_*$ (Re_* — критическое число Re, при котором впервые наблюдается локальный отрыв потока) течение в ближнем следе безотрывное, при $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_*$ на поверхности цилиндра происходит отрыв потока. Возможны два типа отрыва: локальный (стелющийся) с присоединением оторвавшегося потока на обтекаемой поверхности, обычно в задней критической точке, и глобальный с присоединением потока в поле течения на оси симметрии. Для установления типа отрыва рассмотрим положение точки первичного отрыва $\alpha_{\mathrm{S}} = 180^\circ - \theta_{\mathrm{S}}$ (рис. 3.43, где α — центральный угол, отсчитываемый от задней критической точки) и значение нормального градиента скорости $u'(1)$ в задней критической точке (рис. 3.44, где $u(x)$ — скорость на оси симметрии следа). Их удобно представить в виде соответствующих зависимостей от параметра $\varepsilon = 1/\sqrt{\mathrm{Re}}$.

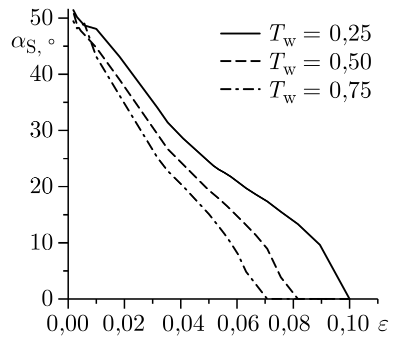


Рис. 3.43. Положение точки отрыва α_S на изотермической поверхности кругового цилиндра при числе $M_\infty = 5$ ($\varepsilon = 1/\sqrt{\mathrm{Re}}$)

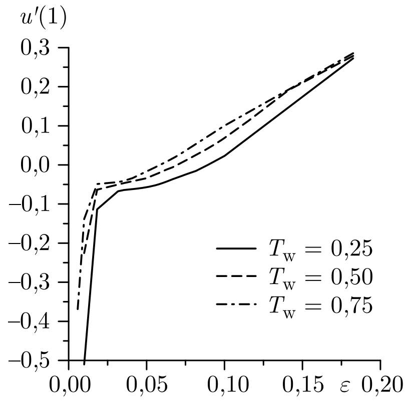


Рис. 3.44. Нормальный градиент скорости $u'(1)$ в задней критической точке кругового цилиндра при числе $M_\infty = 5$ ($\varepsilon = 1/\sqrt{\mathrm{Re}}$)

Результаты, приведенные на рис. 3.43, позволяют оценить появление отрыва потока на обтекаемой поверхности тела, а данные рис. 3.44 — тип отрыва: при $u'(1) > 0$ имеем локальный отрыв, при $u'(1) < 0$ — глобальный отрыв. Установленные по этим данным критические значения Re_* и Re_{**} (Re_{**} — число Re, при котором $u'(1) = 0$, зарождение глобального отрыва) приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

T_{w0}	0,25	0,50	0,75	Теплоизолир. поверхность
Re_*	100	150	200	260
Re_{**}	126	205	291	321
$\Delta\,\mathrm{Re}$	26	55	91	61

При наименьшем температурном факторе обтекаемой поверхности имеем наименьшие значения критических чисел Re. С увеличением T_{w0} их значения возрастают; при этом значение числа Re_* при $T_{w0} \to 1$ неплохо согласуется со значением для теплоизолированной поверхности, в то время как для числа Re_{**} такого согласования нет. Кроме того, с увеличением T_{w0} возрастает интервал $\Delta\,\mathrm{Re} = \mathrm{Re}_{**} - \mathrm{Re}_*$ существования локального отрыва потока, который также не согласуется с соответствующим значением для теплоизолированной поверхности. Это связано с тем, что в случае теплоизолированной поверхности течение в целом является адиабатическим, а при $T_{w0} = 1$ оно происходит с подводом тепла (при числе Прандтля $\mathrm{Pr} < 1$ тепловой поток направлен от стенки к потоку).

Таким образом, весь диапазон чисел Re разбивается на три характерных интервала: 1) $\mathrm{Re} \leqslant \mathrm{Re}_*$ — в ближнем следе реализуется безотрывное течение; 2) $\mathrm{Re}_* < \mathrm{Re} \leqslant \mathrm{Re}_{**}$ — в кормовой части цилиндра формируется и развивается локальный (стелющийся) отрыв; 3) $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{**}$ — в ближнем следе формируется и развивается глобальный отрыв.

В свою очередь, третий интервал чисел Re может быть подразделен на ряд характерных интервалов, отражающих особенности течения в замкнутой отрывной зоне. На эти структурные изменения в той или иной мере реагируют все аэродинамические характеристики течения. В частности, поведение $u'(1)$ (рис. 3.44) показывает достаточно четко, что при числе $\mathrm{Re} \approx 3000$ ($\varepsilon \approx 0{,}018$) в структуре отрывной зоны происходят качественные изменения. Однако эти характерные интервалы удобно определять, анализируя поведение длины отрывной зоны $\Delta = x_\mathrm{R}$ в зависимости от числа Re.

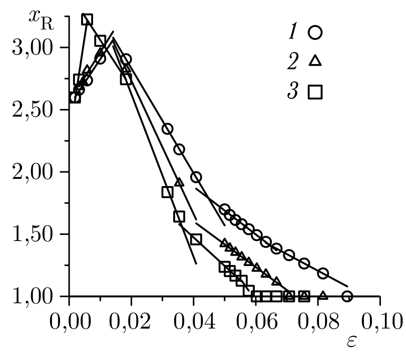


Рис. 3.45. Длина отрывной зоны x_R за круговым цилиндром в зависимости от параметра $\varepsilon = 1/\sqrt{\mathrm{Re}}$ при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$: *1* — $\mathrm{T_{w0}} = 0{,}25$; *2* — $T_\mathrm{w0} = 0{,}5$; *3* — $T_\mathrm{w0} = 0{,}75$; прямолинейные отрезки — расчет по корреляционным формулам

Как уже отмечалось выше, для цилиндра с теплоизолированной поверхностью исследованный диапазон чисел Re разбивается на ряд характерных интервалов, каждому из которых соответствует своя структура ближнего следа. Поскольку в этом случае течение является адиабатическим, то в поведении отрывных зон имеется определенное сходство с их поведением в несжимаемом потоке. Поэтому характерные интервалы были установлены с помощью зависимости $\Delta = f(\mathrm{Re})$.

При обтекании изотермического цилиндра реализуется течение с отводом тепловой энергии из потока, что влияет на развитие течения в ближнем следе. Вследствие этого упомянутое представление результатов не позволяет четко выделить эти характерные интервалы, для этой цели оказалось удобным использовать зависимости $\Delta = f(\varepsilon)$ при $T_\mathrm{w0} = \mathrm{const}$ (рис. 3.45). В этом случае достаточно четко выделяются характерные интервалы, в которых имеет место линейная аппроксимация

$$\Delta_i = x_{\mathrm{R}i} = a_i + b_i\,\varepsilon.$$

Коэффициенты аппроксимации определялись методом наименьших квадратов и приведены в табл. 3.2 в том виде, как их выдает программа.

На рис. 3.45 расчетные точки обозначены маркерами, а аппроксимационные зависимости нанесены сплошными линиями. Начало первого интервала определяется критическим значением числа Re_{**}.

Остальные границы характерных интервалов оценивались с помощью аппроксимационных зависимостей, поскольку расчетные точки получены для дискретных значений числа Re. Результаты этих оценок также представлены в табл. 3.2.

Зависимости $\Delta = f(\varepsilon)$ при $T_\mathrm{w0} = \mathrm{const}$ имеют схожую полигональную форму; начало зависимости с уменьшением температурного фактора сдвигается в сторону бóльших значений параметра ε (меньших значений числа Re).

Таблица 3.2

№ интервала	T_{w0}	0,25	0,5	0,75
1	a_1	3,10953	2,99303	3,10622
	b_1	$-23{,}5852$	$-28{,}1857$	$-35{,}7108$
	$\varepsilon_*^{(1)}$	0,08165	0,06667	0,05595
	$\mathrm{Re}_*^{(1)}$	150	225	319
2	a_2	2,2747	2,33596	2,3883
	b_2	$-13{,}3646$	$-18{,}3621$	$-22{,}8785$
	$\varepsilon_*^{(2)}$	0,06416	0,0417	0,03631
	$\mathrm{Re}_*^{(2)}$	243	575	759
3	a_3	2,64719	3,8038	3,93373
	b_3	$-19{,}1816$	$-53{,}5646$	$-65{,}4415$
	$\varepsilon_*^{(3)}$	0,04481	0,01328	0,01812
	$\mathrm{Re}_*^{(3)}$	498	5674	3046
4	a_4	3,67298	2,55995	3,44282
	b_4	$-42{,}0559$	40,1331	$-38{,}3493$
	$\varepsilon_*^{(4)}$	0,01436		0,00583
	$\mathrm{Re}_*^{(4)}$	4852		29439
5	a_5	2,53158		2,27197
	b_5	37,4503		162,542

В первом, наиболее коротком интервале ($\mathrm{Re}_{**} \leqslant \mathrm{Re} \leqslant \mathrm{Re}_*^{(1)}$) происходит формирование глобального отрыва в ближнем следе. Во втором интервале ($\mathrm{Re}_*^{(1)} \leqslant \mathrm{Re} \leqslant \mathrm{Re}_*^{(2)}$) размеры отрывной зоны сравнительно невелики, движущийся в ней газ имеет температуру, близкую к температуре стенки цилиндра, и, следовательно, развитие глобального отрыва происходит так же, как для несжимаемой жидкости. В последнем, замыкающем интервале ($\mathrm{Re} \geqslant \mathrm{Re}_*^{(4)}$ для $T_{w0} = 0{,}75$ и $0{,}25$ и $\mathrm{Re} \geqslant \mathrm{Re}_*^{(3)}$ для $T_{w0} = 0{,}50$) в замкнутой отрывной зоне наблюдаются локальная область сверхзвукового течения, а также вторичный отрыв и присоединение потока. Поскольку в этом интервале с ростом числа Re длина отрывной зоны уменьшается, то это косвенно указывает на переходный характер течения в ближнем следе.

В интервалах, которые расположены между вторым и последним и число которых зависит от температурного фактора, постепенно усиливается влияние сжимаемости на течение в отрывной области. Это влияние определяется температурным фактором обтекаемой поверхности и процессами смешения и диффузии, которые происходят в ближнем следе.

Для цилиндра с теплоизолированной поверхностью между вторым и последним интервалами находится третий интервал ($\mathrm{Re}_*^{(2)} \leqslant \mathrm{Re} \leqslant \mathrm{Re}_*^{(3)}$), который характеризуется наличием развитого дозвукового течения в отрывной зоне.

Для изотермического цилиндра ($T_{w0} = 0{,}75$) характерно изменение знака теплового потока при движении вдоль направляющей тела: тепловой поток направлен от газа к телу в области передней и задней критических точек и от тела к газу в окрестности его миделевого сечения. Вследствие этого развитие течения в ближнем следе за потоком во многих отношениях сходно с его развитием для цилиндра с теплоизолированной поверхностью. Влияние изотермичности проявилось в увеличении на единицу числа характерных интервалов по числу Re: наряду с третьим интервалом имеет место четвертый интервал ($\mathrm{Re}_*^{(3)} \leqslant \mathrm{Re} \leqslant \mathrm{Re}_*^{(4)}$). В этом интервале скорости в области возвратного течения могут достигать трансзвуковых значений, что в конечном итоге приводит к появлению вторичного отрыва и присоединения потока.

Развитие течения в ближнем следе при меньших значениях температурного фактора происходит иначе, чем при $T_{w0} = 0{,}75$ (рис. 3.45). Связано это с тем, что при $T_{w0} = 0{,}5$ и $0{,}25$ обтекаемая поверхность является охлажденной и на ней всюду тепловой поток направлен от газа к телу, т. е. имеем дело с течением при наличии отвода тепловой энергии из потока. В этом смысле оба эти случая являются однотипными и имеют сходный характер поведения длины отрывной зоны по числу Re. Однако количество тепла, отведенного из потока, различно, а количественные изменения переходят в качественные. Это проявляется в том, что цилиндры с $T_{w0} = 0{,}5$ и $0{,}25$ имеют разное число характерных интервалов.

Как отмечалось выше, при числах $\mathrm{Re} > 10^4$ ламинарное течение в следе начинает проявлять признаки неустойчивости и перехода к турбулентному режиму течения. Для выявления влияния ламинарно-турбулентного перехода на структуру поля течения и аэродинамические характеристики кругового цилиндра были выполнены расчеты на основе уравнений Рейнольдса в диапазоне числа $\mathrm{Re} = 10^4 \div 10^8$. Поскольку значение числа Re перехода зависит от числа Маха, то численное исследование проведено для двух чисел Маха $\mathrm{M}_\infty = 2$ и 5 [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 2000].

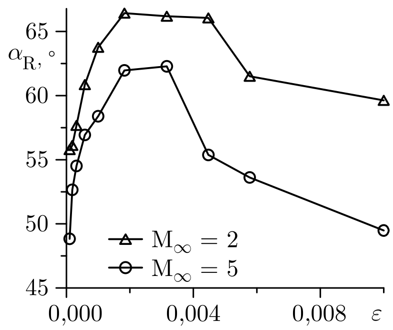


Рис. 3.46. Положение точки отрыва на поверхности изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндра для чисел Маха $\mathrm{M}_\infty = 2$ и 5 при наличии ламинарно-турбулентного перехода

Положение точки первичного отрыва на поверхности изотермического кругового цилиндра показано на рис. 3.46 в виде зависимости угла α_{S} от параметра ε при фиксированном значении числа Маха. Характер изменения положения точки первичного отрыва в зависимости от числа Re является однотипным для обоих чисел Маха; при фиксированном числе Re увеличение числа Маха приводит к смещению точки отрыва вниз по потоку.

По поведению точки отрыва при числе $\mathrm{M}_\infty = 2$ диапазон чисел Re распадается на три интервала: 1) $\mathrm{Re} \leqslant 3 \cdot 10^4$; 2) $5 \cdot 10^4 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 3 \cdot 10^5$; 3) $\mathrm{Re} > 3 \cdot 10^5$.

В первом интервале реализуется ламинарное течение во всем расчетном поле и точка отрыва с ростом числа Re смещается вверх по потоку; в донной области имеем распределения местных характеристик, типичные для ламинарного течения при больших числах Re. Немонотонное распределение коэффициента давления с рядом локальных экстремумов указывает на наличие интенсивного возвратного течения в отрывной зоне, в которой наблюдается вторичный отрыв и присоединение потока; это подтверждается распределением местного коэффициента сопротивления трения. Более того, расчетные данные при числе $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^4$ указывают на наличие слабого третичного отрыва и присоединения потока, т. е. при больших числах Re, близких к критическому, наблюдается многослойная структура течения в ламинарной отрывной зоне.

Второй и третий интервалы характеризуются наличием турбулентного ближнего следа и различаются условиями отрыва пограничного слоя.

При переходе ко второму интервалу точка отрыва резко смещается вверх по потоку, и при последующем увеличении числа Re она медленно перемещается в том же направлении. На правом конце интервала при числе $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^5$ точка отрыва пограничного слоя и, следовательно, внутренняя ударная волна занимают крайнее положение вверх по потоку. Все это указывает на то, что на поверхности цилиндра происходит отрыв ламинарного пограничного слоя и далее вниз по потоку в слое смешения наблюдается ламинарно-турбулентный переход.

Переход от второго интервала к третьему происходит непрерывным образом. В нем при последующем увеличении числа Re точка отрыва непрерывно смещается вниз по потоку, обусловливая увеличение интенсивности внутренней ударной волны и перепада давления в ней. Это говорит о том, что имеет место отрыв турбулентного пограничного слоя. Точка ламинарно-турбулентного перехода при числах $\mathrm{Re} \leqslant 10^7$ ($\mathrm{M}_\infty = 2$) практически совпадает с точкой отрыва потока, а при $\mathrm{Re} > 10^7$ располагается на поверхности цилиндра перед точкой отрыва.

При числах $\mathrm{Re} \geqslant 5 \cdot 10^4$ изменяется поведение местных характеристик в кормовой части тела. В отрывной зоне наблюдаются заметное разрежение и немонотонность распределения давления, которая усиливается по мере возрастания числа Re. В рассмотренном диапазоне чисел Re это не вызывает вторичного отрыва потока, что имеет место для ламинарного течения. Иными словами, турбулизация течения приводит к упрощению структуры отрывной зоны.

При числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ имеем схожую картину влияния числа Re на обтекание цилиндра с поправкой на то, что по сравнению с предыдущим случаем возросло число $\mathrm{Re}_{\mathrm{tr}}$. Вследствие этого при числах $\mathrm{Re} \leqslant 3 \cdot 10^5$ течение в ближнем следе ламинарное, а при числах $\mathrm{Re} \geqslant 10^6$ — турбулентное. Увеличение числа Маха привело к повышению уровня давления в кормовой части цилиндра, где наблюдается слабое разрежение; при турбулентном течении степень разрежения возрастает.

При ламинарном течении с ростом числа Re точка отрыва смещается вверх по потоку; в отрывной зоне наблюдается интенсивное возвратное течение, в котором максимальные скорости принимают сверхзвуковые значения и имеет место вторичный отрыв и присоединение потока. Кроме того, при числе $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^5$ имеет место третичный отрыв и присоединение потока.

При турбулентном течении по мере увеличения числа Re точка отрыва смещается вниз по потоку, длина отрывной зоны практически остается постоянной, течение в отрывной зоне дозвуковое и нет вторичного отрыва потока, т. е. происходит упрощение структуры отрывной зоны.

Переход ламинарного течения в турбулентное наблюдается в окрестности точки отрыва, что отчетливо видно из распределения теплового потока — резкое увеличение теплового потока с отклонением от ламинарной зависимости. Только при числе $\mathrm{Re} = 10^8$ он происходит на некотором расстоянии перед точкой отрыва.

Длина x_R замкнутой отрывной зоны, образующейся за цилиндром при больших числах Re (рис. 3.47), сильно реагирует на изменение структуры поля течения. Ее поведение в зависимости от числа Re для обоих чисел Маха имеет разный характер, поскольку число Рейнольдса перехода заметно зависит от числа Маха.

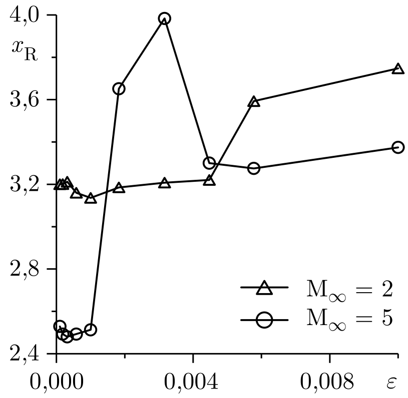


Рис. 3.47. Длина отрывной зоны x_R за изотермическим ($T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$) цилиндром для чисел Маха $\mathrm{M}_\infty = 2$ и 5 при наличии ламинарно-турбулентного перехода

При числе $\mathrm{M}_\infty = 2$ на режиме ламинарного течения длина отрывной зоны слабо уменьшается с ростом числа Re. Затем при числе $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^4$ она, по-видимому, скачкообразно уменьшается в связи с турбулизацией течения в ближнем следе; при последующем увеличении числа Re она незначительно изменяется немонотонным образом. При числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ для ламинарного течения имеются два характерных интервала по числу Re, при переходе из одного интервала в другой длина отрывной зоны изменяется скачкообразно из-за структурных изменений, связанных с развитием области вторичного отрыва и присоединения потока. При числе $\mathrm{Re} \approx 10^6$ она скачкообразно сокращается вследствие изменения структуры отрывной зоны из-за турбулизации ближнего следа.

Выше характеристики отрывной зоны, образующейся за круговым цилиндром, были рассмотрены по отдельности для различных интервалов изменения числа Re с целью выявления закономерностей их поведения. Для того чтобы получить общее представление о поведении точки отрыва и длины отрывной зоны во всем диапазоне чисел Re, на рис. 3.48 показана эволюция этих величин для числа Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и температурного фактора $T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$. Хотя результаты расчетов получены на разных сетках (уравнения Навье–Стокса интегрировались на сетке 101×101 [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 1998], уравнения Рейнольдса — на сетке 201×201 [Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В.,

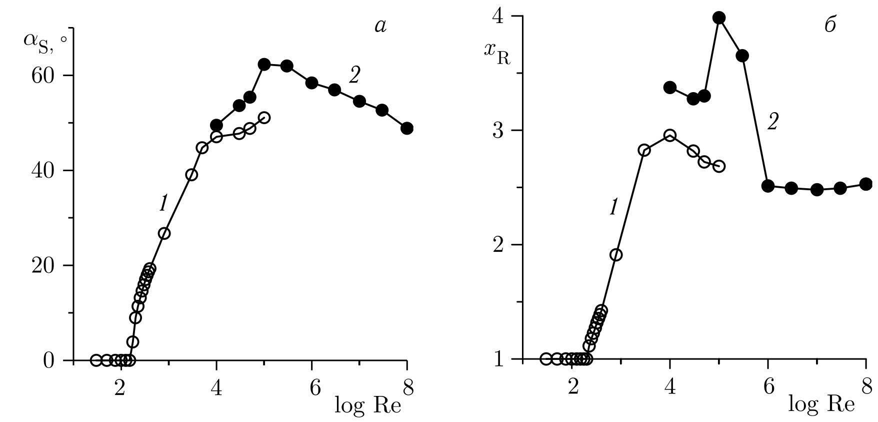


Рис. 3.48. Положение точки отрыва α_S (*а*) и длина отрывной зоны x_R (*б*) в зависимости от числа Рейнольдса для изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндра при числе Маха $M_\infty = 5$: *1* — уравнения Навье–Стокса; *2* — уравнения Рейнольдса

2000.a]), в целом геометрические характеристики отрывной зоны достаточно хорошо согласуются между собой.

3.5. Местные аэродинамические характеристики

Распределение местных характеристик по обтекаемой поверхности цилиндра при малых и умеренных числах Re было показано выше, когда обсуждался вопрос о неединственности решения задачи. Поэтому ограничимся рассмотрением их поведения при больших числах Re. При этих условиях для большей части обтекаемой поверхности справедлива классическая постановка задачи — невязкое течение плюс пограничный слой, что обусловливает определенное поведение местных аэродинамических характеристик.

Распределение коэффициента давления на лобовой поверхности цилиндра практически не зависит от числа Re, а его влияние заметно лишь в кормовой части (рис. 3.49). Для обоих чисел Маха имеем сходную картину поведения c_p: в области безотрывного течения графики для различных чисел Re образуют единую зависимость с двумя экстремумами — максимум в передней крити-

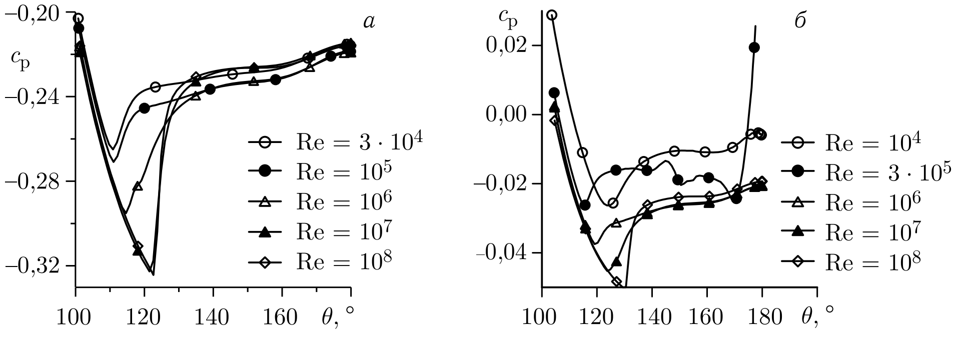


Рис. 3.49. Распределение коэффициента давления c_p в кормовой части изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндра при числах Маха $M_\infty = 2$ (*а*) и 5 (*б*)

ческой точке и минимум в кормовой части цилиндра. При этом максимальное значение коэффициента давления хорошо согласуется с асимптотическим решением $c_{\mathrm{pE}}(\gamma, \mathrm{M}_\infty)$; для рассматриваемых условий имеем: $c_{\mathrm{pE}}(1{,}4; 2) = 1{,}8$ и $c_{\mathrm{pE}}(1{,}4; 5) = 1{,}809$, а близость значений говорит о выходе на режим гиперзвуковой стабилизации. Минимальное значение удовлетворяет условию корректности $c_{\mathrm{p}} \geqslant c_{\mathrm{p\ min}} = -2/(\gamma \mathrm{M}_\infty^2)$, для заданных условий обтекания будем иметь: $c_{\mathrm{p\ min}}(1{,}4; 2) = -0{,}3571$ и $c_{\mathrm{p\ min}}(1{,}4; 5) = -0{,}0571$; выполнение этого условия указывает также на корректность численного моделирования. Далее вниз по потоку давление возрастает и образуется область с положительным градиентом давления, который приводит к отрыву пограничного слоя и формированию отрывной зоны за телом. В области отрывного течения наблюдается разрежение давления, степень которого уменьшается с ростом числа Маха.

При больших числах Re для ламинарного течения в области безотрывного течения имеют место закономерности, характерные для ламинарного пограничного слоя. Поэтому величины $C^0 = c_{\mathrm{f}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ и $q^0 = q_{\mathrm{w}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ практически не зависят от числа Re. В областях переходного и турбулентного режимов течения соответствующие зависимости будут отклоняться от ламинарной кривой и четко указывать начало области ламинарно-турбулентного перехода.

Поскольку напряжение трения определяет положение точек отрыва и присоединения потока, то распределение величины $C^0 = c_{\mathrm{f}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ показано только для кормовой части цилиндра (рис. 3.50). Распределение величины $q^0 = q_{\mathrm{w}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ приведено для всей обтекаемой поверхности с целью показа положения ламинарно-турбулентного перехода (рис. 3.51).

Распределения величин $C^0 = c_{\mathrm{f}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ и $q^0 = q_{\mathrm{w}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ показывают, что при числах $\mathrm{Re} \leqslant 10^7$ ($\mathrm{M}_\infty = 2$) и $\mathrm{Re} < 10^8$ ($\mathrm{M}_\infty = 5$) в области безотрывного течения реализуется ламинарный режим, а ламинарно-турбулентный переход имеет место в ближнем следе. При числах $\mathrm{Re} > 10^7$ ($\mathrm{M}_\infty = 2$) и $\mathrm{Re} \geqslant 10^8$ ($\mathrm{M}_\infty = 5$) ламинарно-турбулентный переход наблюдается на лобовой поверхности цилиндра.

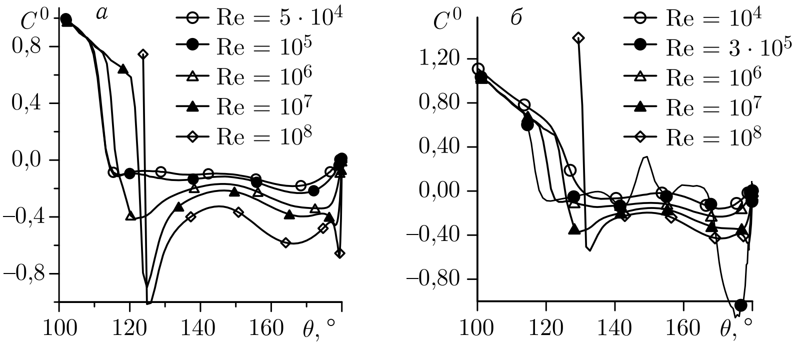


Рис. 3.50. Распределение величины $C^0 = c_{\mathrm{f}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в кормовой части изотермического ($T_{\mathrm{w0}} = 0{,}5$) цилиндра при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 2$ (*а*) и 5 (*б*)

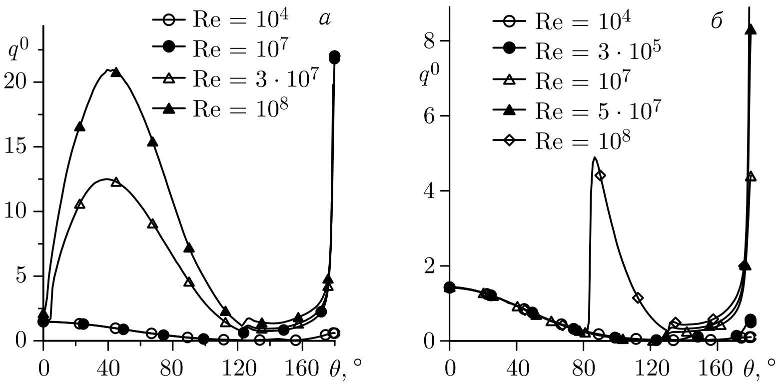


Рис. 3.51. Распределение величины $q^0 = q_\mathrm{w}\sqrt{\mathrm{Re}}$ по поверхности изотермического ($T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$) цилиндра при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 2$ (*а*) и 5 (*б*)

Согласно результатам расчетов (рис. 3.51) распределения местного теплового потока в задней критической точке имеют локальный максимум. В рассмотренном диапазоне чисел Re этот локальный максимум возрастает по мере увеличения числа Re. При этом в случае ламинарного течения его значение становится соизмеримым со значением теплового потока в передней критической точке, но меньше него; следовательно, при ламинарном течении в ближнем следе абсолютный максимум теплового потока имеет место в передней критической точке.

Турбулизация течения в ближнем следе приводит к стабилизации структуры ближнего следа и, следовательно, теплового потока в задней критической точке. Из-за этого, начиная с некоторого числа Re, близкого к числу Re_tr, его значение заметно превышает значение теплового потока в передней критической точке, и абсолютный максимум теплового потока на обтекаемой поверхности перемещается из передней в заднюю критическую точку.

Для чисел Re, при которых ламинарно-турбулентный переход происходит на лобовой поверхности цилиндра, в конце области перехода наблюдается локальный максимум теплового потока, который превосходит значение теплового потока в передней критической точке, но меньше теплового потока в задней критической точке. Так, например, при числах $\mathrm{Re} = 10^8$ и $\mathrm{M}_\infty = 5$ этот локальный максимум примерно в три раза превышает значение теплового потока в передней критической точке и в 3,5 раза меньше теплового потока в задней критической точке. Поэтому можно утверждать, что при турбулентном течении газа в ближнем следе абсолютный максимум теплового потока на обтекаемой поверхности реализуется в задней критической точке.

Сопоставление относительных тепловых потоков в передней и задней критических точках цилиндра для всего исследованного диапазона чисел Re проведено на рис. 3.52. С ростом числа Re тепловой поток в передней критической точке в силу ламинарности течения монотонно уменьшается (обратно пропорционально $\sqrt{\mathrm{Re}}$ в полном соответствии с асимтотической теорией), а в задней критической точке он изменяется немонотонным образом: монотонное уменьшение теплого потока при малых и умеренных числах

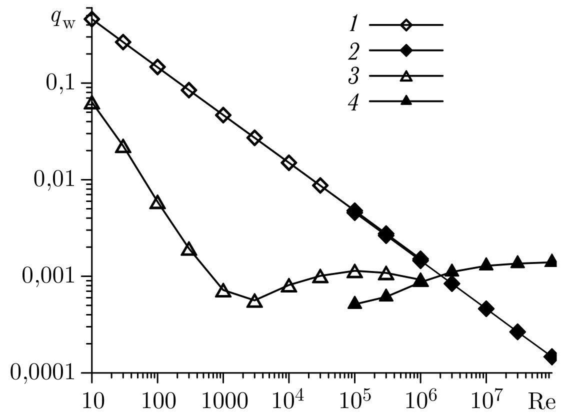


Рис. 3.52. Относительный тепловой поток q_w в передней (*1, 2*) и задней (*3, 4*) критических точках изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндра в зависимости от числа Рейнольдса Re при числе Маха $M_\infty = 5$: *1*, *3* — уравнения Навье–Стокса; *2*, *4* — уравнения Рейнольдса

Рейнольдса ($\mathrm{Re} \leqslant 10^3$), и близок к постоянной величине при больших числах Рейнольдса. Такое поведение теплового потока в задней критической точке обусловлено тем, что при больших числах Re наблюдается стабилизация картины течения в ее окрестности (турбулентный отрыв) и изменение теплового потока отражает эволюцию максимума температуры в пограничном слое.

3.6. Суммарные аэродинамические характеристики

По местным аэродинамическим характеристикам были рассчитаны коэффициент аэродинамического сопротивления C_x и его составляющие — коэффициенты сопротивления давления $C_{x\mathrm{p}}$ и сопротивления трения $C_{x\mathrm{F}}$.

Как было установлено выше, изменение температурного фактора (изменение температурного режима обтекаемой поверхности) практически не влияет на распределение давления по поверхности цилиндра и, следовательно, на значение коэффициента сопротивления давления.

Коэффициент сопротивления трения $C_{x\mathrm{F}}$ зависит существенным образом от всех определяющих параметров задачи. Для того чтобы выделить влияние числа Re на сопротивление трения, на рис. 3.53 приведены зависимости величины $C_\mathrm{F} = C_{x\mathrm{F}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ от числа Re при числе Маха $M_\infty = 5$ для различных температурных режимов обтекаемой поверхности.

Как и в асимптотическом решении, увеличение температурного фактора приводит к возрастанию коэффициента сопротивления трения. С ростом числа Re величина C_F сначала монотонно уменьшается, а затем выходит на примерно постоянное значение, что указывает на реализацию асимптотического решения. Далее отметим, что результаты расчетов на основе уравнений Навье–Стокса и Рейнольдса прекрасно согласуются между собой; это связано с тем, что при данном числе Маха ламинарно-турбулентный переход имеет место в основном в ближнем следе и в сопротивление трения определяющий

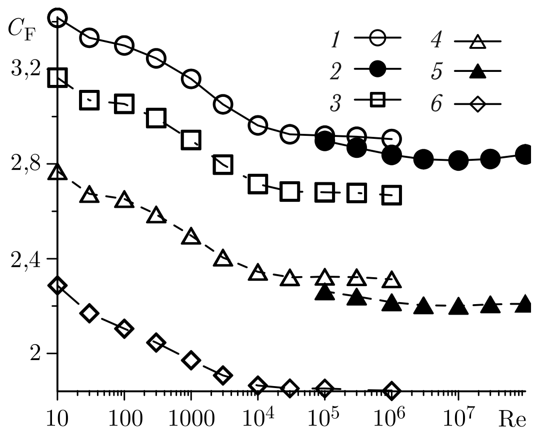


Рис. 3.53. Зависимость величины $C_F = C_{xF}\sqrt{\mathrm{Re}}$ от числа Re для кругового цилиндра при числе Маха $M_\infty = 5$: *1*, *2* — теплоизолированная поверхность; *3* — $T_{w0} = 0{,}25$; *4*, *5* — $T_{w0} = 0{,}5$; *6* — $T_{w0} = 0{,}75$; *1*, *3*, *4*, *6* — уравнения Навье–Стокса; *2*, *5* — уравнения Рейнольдса

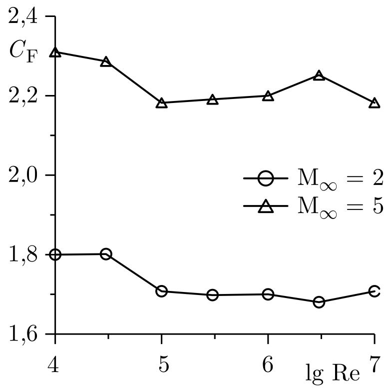


Рис. 3.54. Зависимость величины $C_F = C_{xF}\sqrt{\mathrm{Re}}$ от числа Re для изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндра при числах Маха $M_\infty = 2$ и 5

вклад вносит ламинарный пограничный слой безотрывного течения.

Влияние числа Маха на коэффициент сопротивления трения при фиксированном температурном факторе показано на рис. 3.54 только для больших чисел Рейнольдса, когда расчет проводился на основе уравнений Рейнольдса.

На рис. 3.55 приведены зависимости коэффициентов C_{xp} и C_x от числа Re при $M_\infty = 5$ для изотермического цилиндра; разность между этими зависимостями определяет значение коэффициента сопротивления трения. При малых числах Re сопротивление трения вносит существенный вклад в аэродинамическое сопротивление, но по мере увеличения числа Re его роль уменьшается. Вследствие этого при больших числах Re зависимости C_x и C_{xp} практически сливаются друг с другом и в данном масштабе нельзя увидеть особенности их поведения. С этой целью на рис. 3.56 приведены зависимости аэродинамических коэффициентов при больших числах Re согласно расчетам на основе уравнений Рейнольдса.

При числе $M_\infty = 2$ и ламинарном течении коэффициент C_x возрастает по мере увеличения числа Re из-за смещения точки отрыва вверх по потоку и понижения давления в донной области. Турбулизация течения в ближнем следе при $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^4$ приводит к снижению коэффициента аэродинамического сопротивления примерно на 2 %, т. е. можно говорить о «кризисе сопротивления», который существенно слабее по сравнению с движением при дозвуковых скоростях. В несжимаемом и дозвуковом потоках «кризис

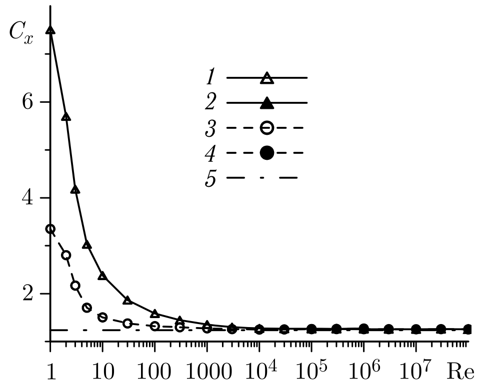


Рис. 3.55. Поведение коэффициентов аэродинамического сопротивления и сопротивления давления изотермического (T_{w0} = 0,5) цилиндра при числе Маха $M_\infty = 5$: *1* — C_x и *3* — C_{xp} согласно уравнениям Навье–Стокса; *2* — C_x и *4* — C_{xp} согласно уравнениям Рейнольдса; *5* — идеальный газ [Любимов А.Н., Русанов В.В., 1970]

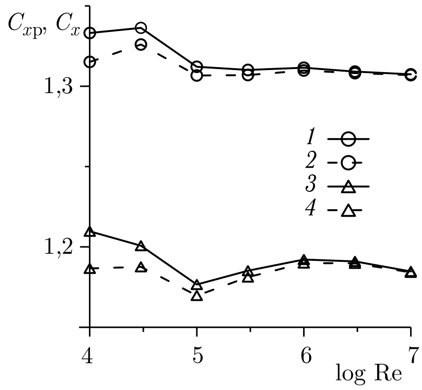


Рис. 3.56. Поведение коэффициентов аэродинамического сопротивления и сопротивления давления изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндра при разных числах Маха: *1* — C_x и *2* — C_{xp} при $M_\infty = 2$; *3* — C_x и *4* — C_{xp} при $M_\infty = 5$

сопротивления» объясняется заметным смещением точки отрыва вниз по течению и резким уменьшением коэффициента сопротивления давления.

При числе $M_\infty = 2$ турбулизация течения приводит к движению точки отрыва вверх по потоку, но при этом повышается давление в донной области из-за изменения структуры отрывной зоны, что обусловливает уменьшение коэффициента сопротивления давления. При последующем увеличении числа Re величина C_x остается почти постоянной — отклонение от среднего значения не превышает 0,1 %.

Иная картина имеет место при числе $M_\infty = 5$ (рис. 3.56). По поведению зависимости $C_x = C_x(\mathrm{Re})$ выделяются характерные интервалы. В интервале $\mathrm{Re} = 10^4 \div 5 \cdot 10^4$, в котором реализуется ламинарное течение, коэффициент аэродинамического сопротивления слабо уменьшается с ростом числа Re (по линейному закону в зависимости от параметра $\varepsilon = 1/\sqrt{\mathrm{Re}}$). При $\mathrm{Re} = 10^5$ он скачкообразно принимает наименьшее значение — уменьшение C_x примерно на 1,5 %.

Этот слабый «кризис» сопротивления происходит при ламинарном течении в расчетном поле и характеризуется крайним левым положением точки отрыва на поверхности цилиндра и трансзвуковым значением максимальной скорости в отрывной зоне.

Следующий характерный интервал — это $\mathrm{Re} = 10^5 \div 10^6$, где коэффициент аэродинамического сопротивления возрастает по мере увеличения числа Re (линейная зависимость от параметра ε); при этом в ближнем следе ламинарное течение сменяется турбулентным. При последующем увеличении числа Re ($\mathrm{Re} > 10^6$) его значение изменяется немонотонным образом в очень небольших пределах и отслеживает эволюцию положения точки ламинарно-турбулентного перехода.

Для прикладных целей, например, для термоанемометрии, определенный интерес представляет величина суммарного потока тепла к обтекаемой поверхности цилиндра. Результаты расчетов (рис. 3.57) показывают, что с увеличением числа Re она в целом монотонно уменьшается. В рассмотренном диапазоне больших чисел Re величина Q_w при числе $M_\infty = 5$ монотонно уменьшается, поскольку турбулизация течения наблюдается в основном в ближнем следе. Для числа Маха $M_\infty = 2$ при числах $Re > 10^7$ ламинарно-турбулентный переход происходит в пограничном слое на лобовой поверхности цилиндра в окрестности критической точки, вследствие этого имеет место увеличение суммарного теплового потока.

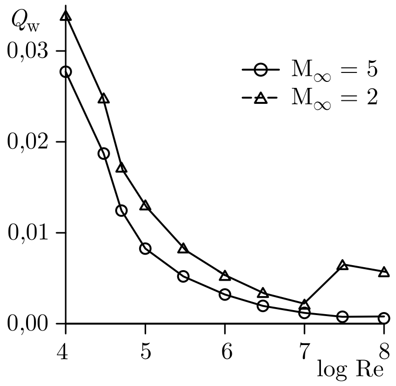


Рис. 3.57. Поведение относительного суммарного теплового потока Q_w для изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) цилиндра при числах Маха $M_\infty = 5$ и 2

В завершение рассмотрим вопрос о механизме создания аэродинамической силы при больших сверхзвуковых скоростях. Напомним, что выше при анализе обтекания цилиндра трансзвуковым потоком было показано, что при больших числах Рейнольдса силовое воздействие на цилиндр определяется в основном нормальными напряжениями. При этом в дозвуковом потоке основной вклад в создание аэродинамической силы вносит подветренная сторона за счет сильного разрежения ($c_{pE} < |c_{p\,min}|$), а при малых сверхзвуковых скоростях — наветренная сторона из-за возросшего сжатого слоя ($c_{pE} > |c_{p\,min}|$). В сверхзвуковом потоке с увеличением числа Маха происходит монотонное возрастание максимального сжатия на наветренной стороне и снижение уровня возможного разрежения на подветренной стороне с выходом обеих величин на конечные значения при $M_\infty \to \infty$: $c_{pE} \to 1{,}82$ и $c_{p\,min} \to 0$. Это означает, что при больших сверхзвуковых скоростях аэродинамическое сопротивление цилиндра создается сжатым слоем на его наветренной стороне и, следовательно, события, происходящие на подветренной стороне, не имеют значения с точки зрения определения аэродинамического сопротивления, но они важны с точки зрения аэродинамического нагревания.

Заключение

Численно на основе уравнений динамики вязкого газа и экспериментально в АДТ Т-108 ЦАГИ изучено поперечное обтекание кругового цилиндра сверхзвуковым потоком совершенного газа в достаточно большом диапазоне изменения определяющих параметров подобия (числа Рейнольдса и Маха, а также температурный фактор).

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по местным и суммарным аэродинамическим характеристикам кругового цилиндра при сверхзвуковых скоростях показало их хорошее согласование между собой и указывает на достоверность результатов, получаемых на основе численного моделирования.

Показано, что при малых и умеренных числах Рейнольдса ($\mathrm{Re} < 1000$) решение рассматриваемой задачи не является единственным — установлены две ветви, на которых решения различаются структурой ближнего следа: одной ветви соответствует локальный отрыв, другой — глобальный. При больших числах Рейнольдса ($\mathrm{Re} > 1000$) решение задачи единственно и в ближнем следе реализуется структура с замкнутой глобальной зоной отрывного течения; при этом по мере увеличения числа Рейнольдса происходит усложнение структуры течения в отрывной зоне — постепенное формирование вторичных и третичных отрывных зон, что обусловливает возрастание линейного размера глобальной отрывной зоны.

Расчеты также показали, что наличие ламинарно-турбулентного перехода при сверхзвуковых скоростях не приводит к «кризису сопротивления», как это имеет место в потоке несжимаемой жидкости: аэродинамическое сопротивление цилиндра плавно изменяется в зависимости от числа Re.

При ламинарном обтекании кругового цилиндра абсолютный максимум теплового потока на его поверхности наблюдается в передней критической точке. По мере возрастания числа Рейнольдса в ближнем следе наступает турбулизация течения, которая упрощает и стабилизирует структуру ближнего следа и, как следствие этого, приводит к повышению теплового потока в задней критической точке. Иными словами, с увеличением числа Рейнольдса абсолютный максимум теплового потока перемещается из передней в заднюю критическую точку. Это — важный результат с точки зрения аэродинамического нагревания, указывающий на то, что для летательных аппаратов, движущихся со сверх- и гиперзвуковыми скоростями при очень больших числах Рейнольдса, проблема теплозащиты их донных поверхностей будет стоять так же остро, как и для лобовых поверхностей.

Глава 4

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ ЦИЛИНДР В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОГО СОВЕРШЕННОГО ГАЗА

В гл. 2 и 3 было изучено поперечное обтекание кругового цилиндра однородным потоком вязкого газа в достаточно широком диапазоне изменения определяющих параметров задачи — чисел Маха и Рейнольдса и температурного фактора. Как показали результаты теоретических и экспериментальных исследований (см., например, [Башкин В.А., Дудин Г.Н., 2004]), форма поперечного сечения цилиндрического тела оказывает существенное влияние на структуру поля течения и его местные и суммарные аэродинамические характеристики. Интерес к эллиптическим цилиндрам связан с решением проблемы аэродинамического нагревания передних кромок стреловидных крыльев гиперзвуковых ЛА. При больших числах Рейнольдса теоретические исследования, как правило, проводились на основе классической постановки задачи, которая позволяет получать требуемую информацию только для области безотрывного течения. Поэтому представляет интерес изучить вопрос о структуре поля течения в области отрывного течения и влиянии ее на аэродинамические характеристики обтекаемого тела.

Круговой цилиндр является простейшим телом, обтекаемая поверхность которого имеет постоянную кривизну; вследствие этого для него угол атаки не является определяющим параметром задачи. Эллиптический цилиндр относится к классу тел с обтекаемой поверхностью переменной кривизны, поэтому для него угол атаки является важным геометрическим параметром подобия, влияющим на структуру поля течения и аэродинамические характеристики эллиптического цилиндра.

Кроме того, в гл. 3 показано, что на втором режиме обтекания кругового цилиндра в трансзвуковом диапазоне скоростей набегающего потока поле течения в целом близко к симметричному и лишь в ближнем следе имеется узкая область нестационарного осциллирующего течения. При этом в случае малых сверхзвуковых скоростей с увеличением числа Маха максимальная амплитуда осцилляций уменьшается. В связи с этим возникает вопрос, сохраняется ли нестационарность течения в ближнем следе за плохообтекаемым телом при больших сверхзвуковых числах Маха.

Для выяснения этих вопросов было предпринято специальное расчетное исследование по сверхзвуковому обтеканию эллиптического цилиндра с изотермической поверхностью под углом атаки при больших числах Рейнольдса, результаты которого обсуждаются ниже. Отметим, что результаты этого исследования докладывались на научно-технической конференции МФТИ [Башкин В.А., Ежов И.В., Смотрина Е.К., 2005].

4.1. Условия расчетов

В настоящей главе на основе нестационарных двухмерных уравнений Навье–Стокса численно смоделировано сверхзвуковое ($\mathrm{M}_\infty = 5$) обтекание эллиптического цилиндра (рис. 4.1) (коэффициент эллиптичности $\delta = b/a \neq 1$, где a, b — соответственно большая и малая полуоси эллипса) с изотермической поверхностью ($T_{\mathrm{w0}} = T_{\mathrm{w}}/T_0 = 0{,}5$, где T_{w}, T_0 — температуры поверхности и торможения набегающего потока соответственно) под углом атаки. Расчеты выполнены на неравномерной сетке 200×200, конфигурация которой для нулевого угла атаки показана на рис. 4.1. Задача решается в декартовой

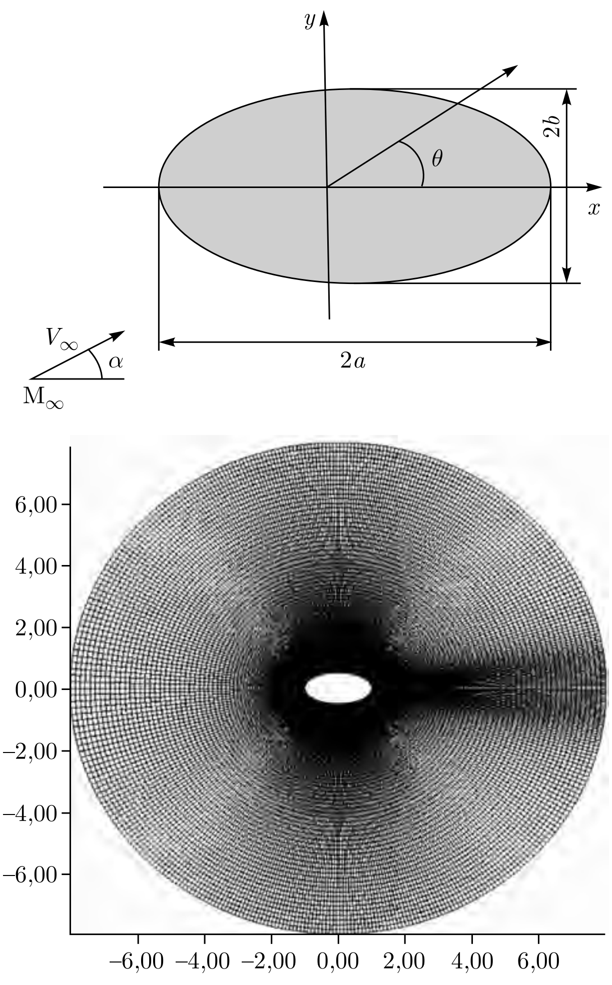


Рис. 4.1. Схема эллиптического цилиндра и расчетная сетка

системе координат, связанной с обтекаемым контуром; ее центр совпадает с центром эллипса, а ось абсцисс направлена вдоль большой оси эллипса. В качестве характерного линейного размера принята большая полуось эллипса. Центральный угол θ отсчитывается от положительного направления оси абсцисс против часовой стрелки. Расчеты ставили своей целью изучить влияние угла атаки ($0 \leqslant \alpha \leqslant 90^\circ$) на структуру поля течения и аэродинамические характеристики эллиптического цилиндра с коэффициентом эллиптичности $\delta = 0{,}5$ при двух числах Рейнольдса $\mathrm{Re} = \rho_\infty V_\infty a/\mu_\infty = 10^5$ и 10^6.

4.2. Структура поля течения

Эллиптический цилиндр с коэффициентом эллиптичности $\delta = 0{,}5$ представляет собой толстый плохообтекаемый профиль, при обтекании которого сверхзвуковым потоком вязкого газа структура поля течения и его аэродинамические характеристики существенным образом зависят от угла атаки. При этом поле течения около него является симметричным при углах атаки $\alpha = 0^\circ$ и 90° и асимметричным при промежуточных углах атаки.

По картинам полей газодинамических переменных устанавливаются общая структура поля течения около цилиндра и влияние на нее угла атаки. В качестве примера на рис. 4.2 приведены картины линий тока для ряда значений угла атаки и обоих значений числа Рейнольдса. Отсюда следует, что на всех режимах реализуется типичная картина сверхзвукового обтекания затупленного тела, когда перед телом формируется головная ударная волна, а за телом в ближнем следе — глобальная замкнутая зона отрывного течения.

Рассмотрим некоторые особенности структуры поля течения около изучаемого эллиптического цилиндра.

Анализ полей газодинамических переменных показал, что в целом решение задачи стационарно, однако в ближнем следе за телом существуют малые области нестационарного течения. Для подтверждения сказанного на рис. 4.3 приведены распределения нормальной компоненты вектора скорости вдоль оси симметрии за эллиптическим цилиндром при углах атаки $\alpha = 0^\circ$ и 90°. В области ближнего следа, где нормальная компонента скорости отлична от нуля, течение газа нестационарно. Согласно данным рис. 4.3 при нулевом угле атаки течение в следе в пределах расчетной области выходит на стационарный режим, в то время как при $\alpha = 90^\circ$ оно остается нестационарным. Объясняется это тем, что масштаб вносимых в поток возмущений и расстояния, на котором они затухают, определяются размером миделевого сечения: при $\alpha = 0^\circ$ он совпадает с малой осью эллипса, а при $\alpha = 90^\circ$ — с большой.

Как отмечалось выше, в исследованном диапазоне изменения угла атаки и числа Рейнольдса в качественном отношении имеем однотипную структуру поля течения около эллиптического цилиндра (рис. 4.2). При этом при углах атаки $\alpha = 0^\circ$ и 90° поле течения является симметричным, а при промежуточных углах атаки — асимметричным.

Перед лобовой поверхностью тела формируется отошедшая криволинейная головная ударная волна, за которой реализуется неоднородное поле течения. При этом нулевая линия тока подходит к обтекаемому контуру по нормали при углах атаки $\alpha = 0^\circ$ и 90° и под некоторым углом, отличным от прямого,

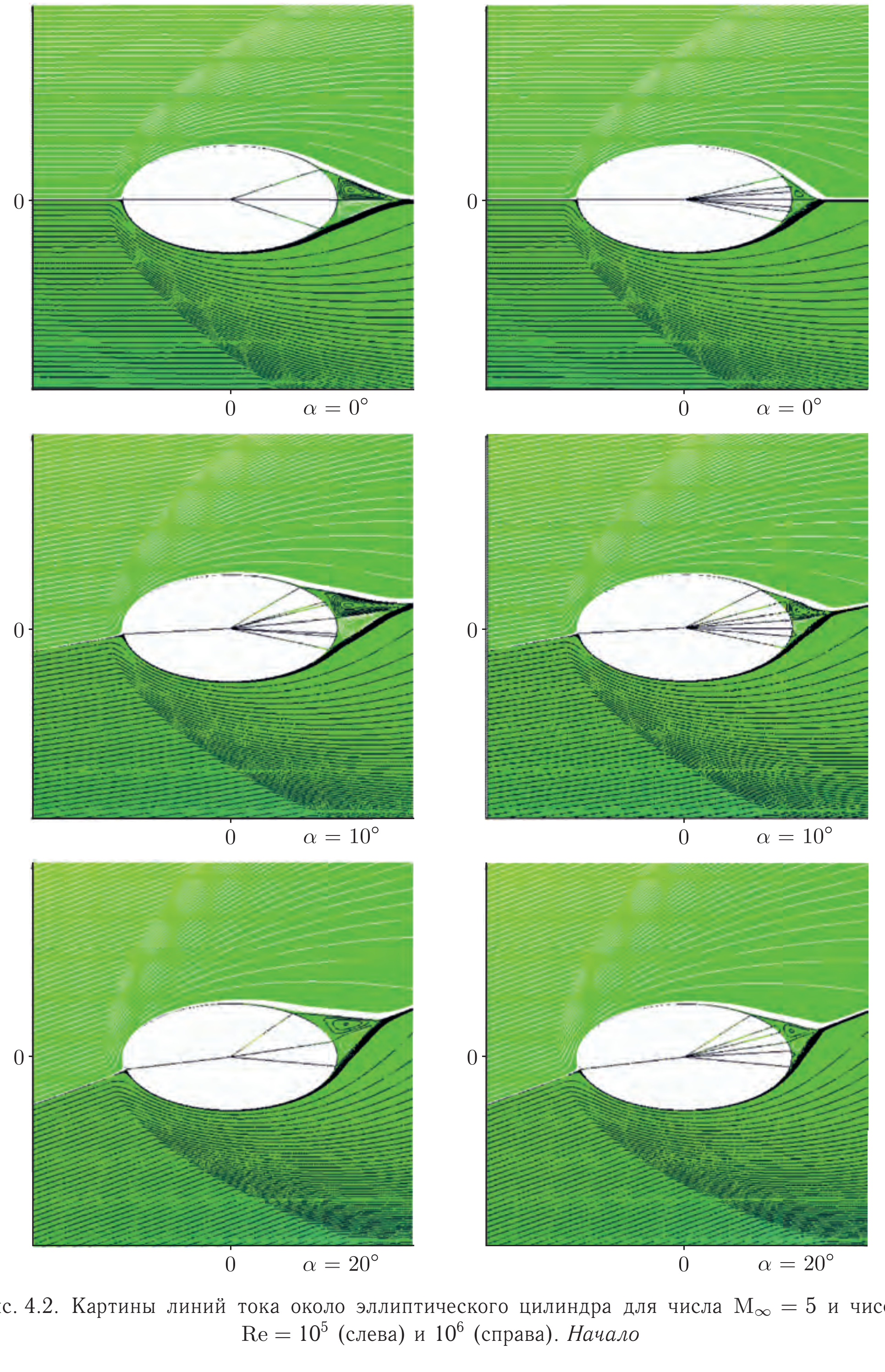


Рис. 4.2. Картины линий тока около эллиптического цилиндра для числа $M_\infty = 5$ и чисел $Re = 10^5$ (слева) и 10^6 (справа). *Начало*

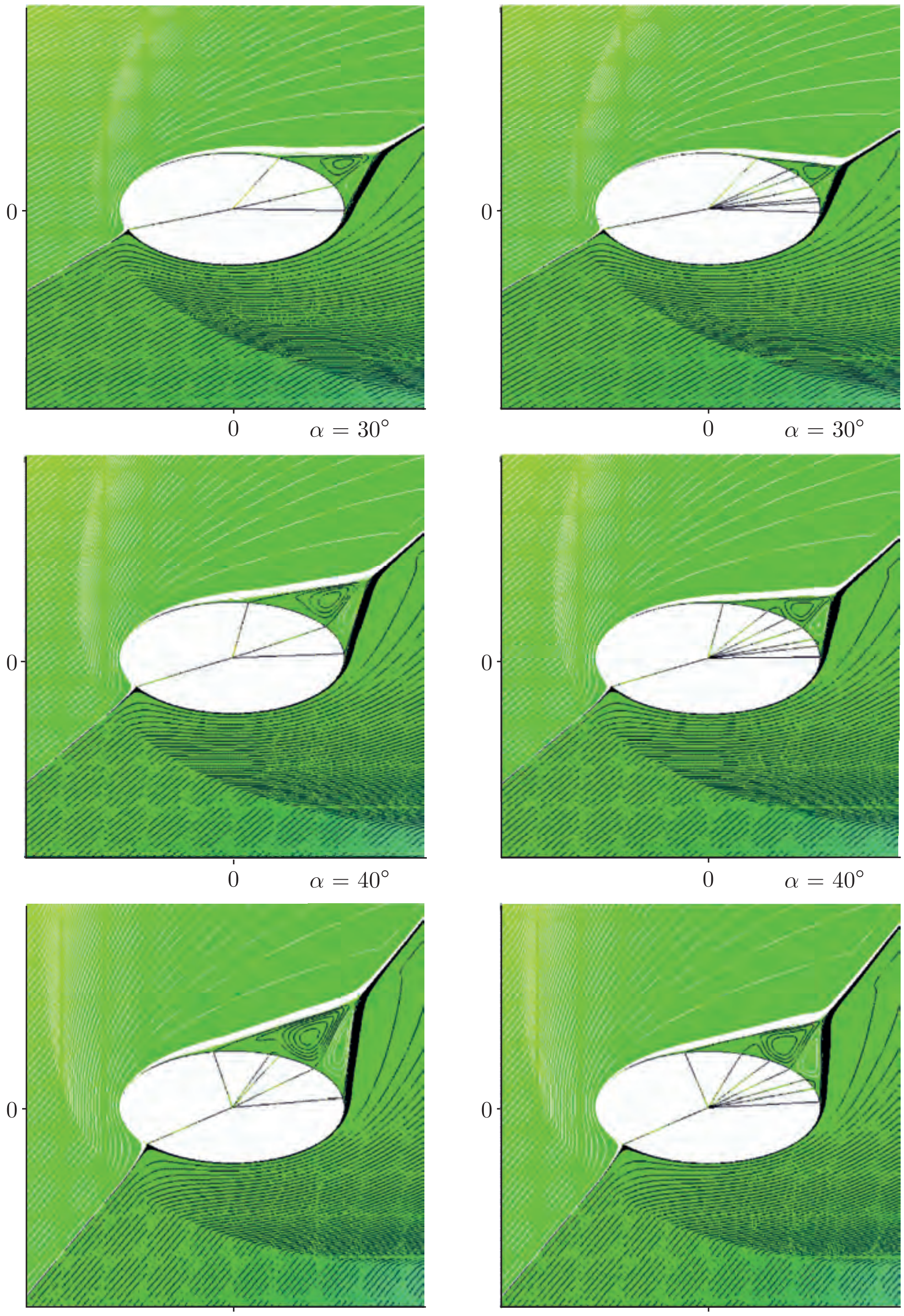


Рис. 4.2. *Продолжение*

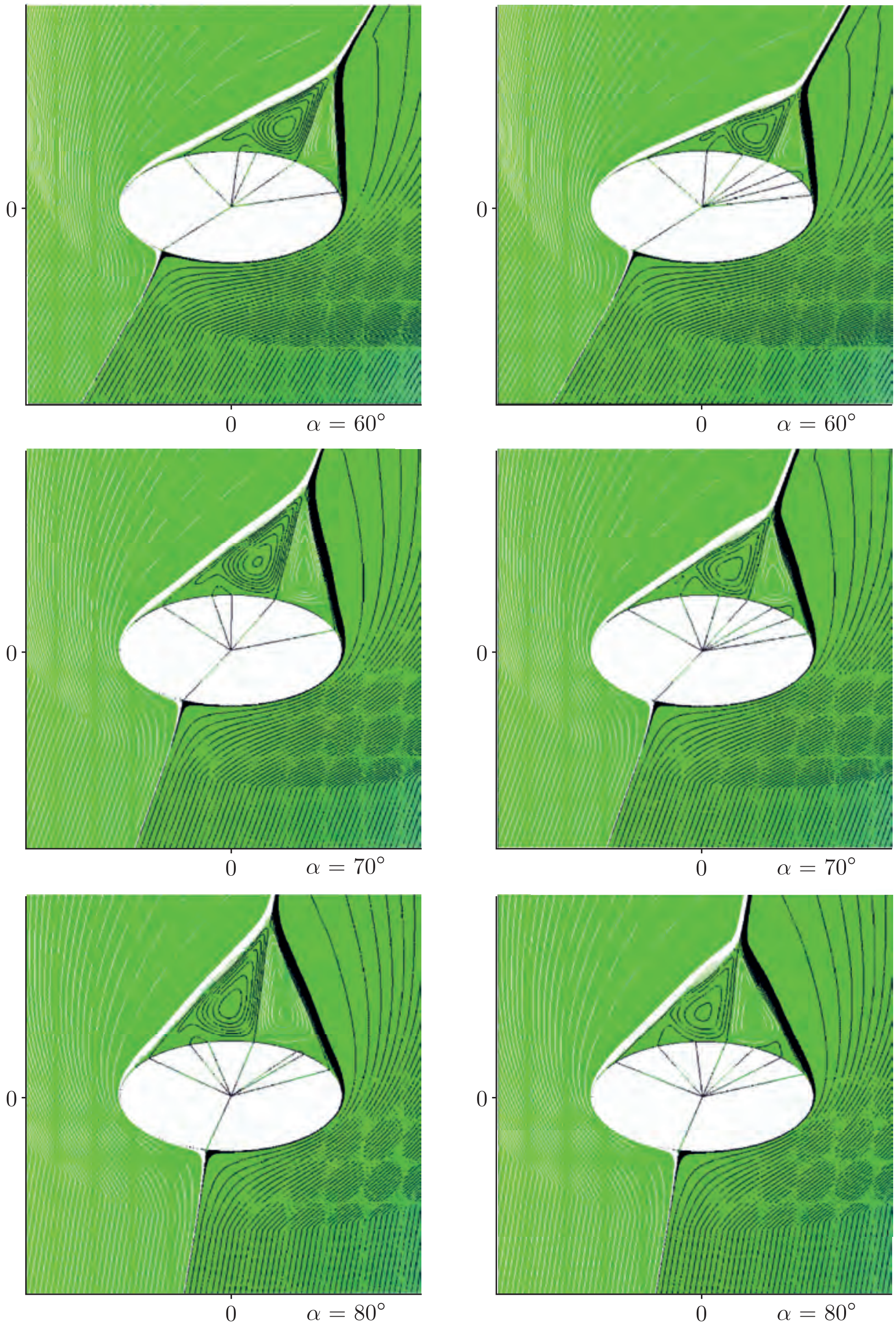


Рис. 4.2. *Продолжение*

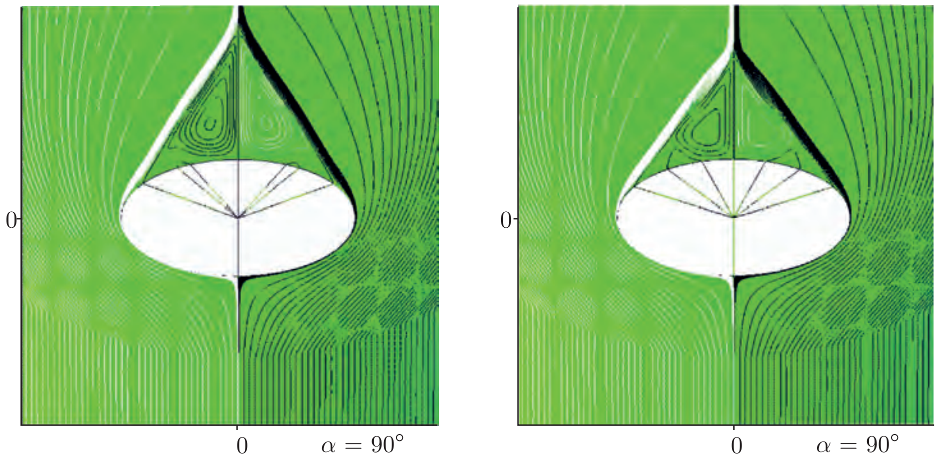


Рис. 4.2. *Окончание*

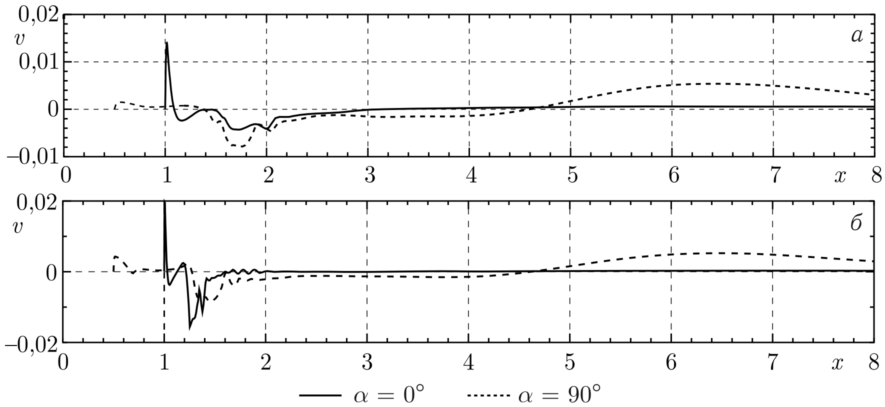


Рис. 4.3. Распределение нормальной компоненты скорости v вдоль линии симметрии за эллиптическим цилиндром: $\mathrm{Re} = 10^5$ (*а*), $\mathrm{Re} = 10^6$ (*б*)

при прочих углах атаки. В качестве примера на рис. 4.4 показаны в крупном масштабе картины линий тока в окрестности передней критической точки для различных углов атаки при числе $\mathrm{Re} = 10^5$.

В случае, когда нулевая линия тока подходит по нормали к обтекаемому контуру, передняя критическая точка одновременно является точкой максимума коэффициента давления и теплового потока. Если нулевая линия тока подходит к обтекаемому контуру под углом, отличным от прямого, то положения указанных трех характерных точек на обтекаемом контуре отличны друг от друга. По результатам численного анализа была установлена эволюция положения этих точек по углу атаки (рис. 4.5). Согласно приведенным данным положения передней критической точки и точки $\max c_\mathrm{p}$ практически совпадают, а положение точки $\max q_\mathrm{w}$ заметно смещается относительно них вниз по потоку.

Течение газа в кормовой части эллиптического цилиндра носит отрывной характер с образованием глобальной зоны отрывного течения. Рассмотрим

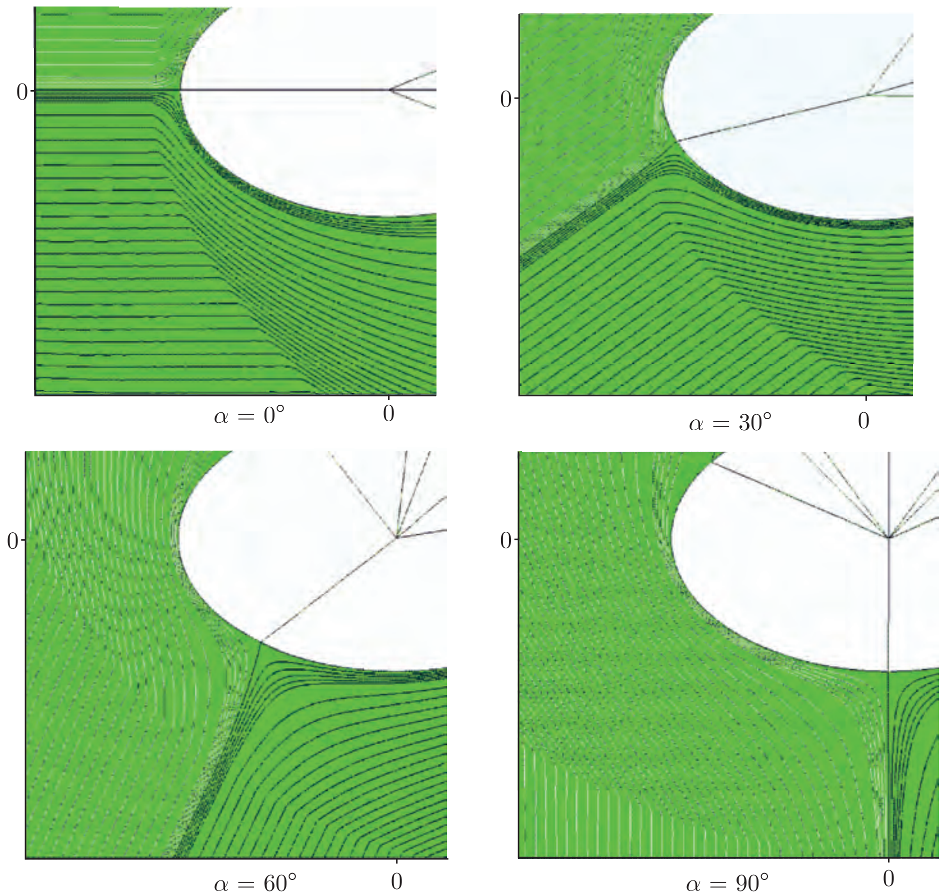


Рис. 4.4. Картины линий тока в окрестности передней критической точки эллиптического цилиндра при числах $M_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$ для различных углов атаки

влияние угла атаки и числа Рейнольдса на структуру поля течения в области ближнего следа (рис. 4.2).

При нулевом угле атаки (скорость набегающего потока параллельна большой полуоси эллипса) и числе $\mathrm{Re} = 10^5$ имеем классическую схему течения в отрывной зоне — два вихря противоположного вращения. Увеличение числа Рейнольдса до $\mathrm{Re} = 10^6$ приводит к усложнению структуры отрывной зоны и появлению вторичного отрыва и присоединения потока, т. е. имеем схему течения с двумя парами вихрей противоположного вращения.

При угле атаки $\alpha = 10°$ и числе $\mathrm{Re} = 10^5$ имеем по сравнению с нулевым углом атаки более сложную структуру течения в отрывной зоне, которая характеризуется наличием вторичного отрыва и присоединения потока. Увеличение числа Рейнольдса до $\mathrm{Re} = 10^6$ приводит к усилению интенсивности течения во вторичных отрывных зонах.

При угле атаки $\alpha = 20°$ влияние числа Рейнольдса на структуру течения в отрывной зоне в качественном отношении такое же, как и при нулевом угле атаки.

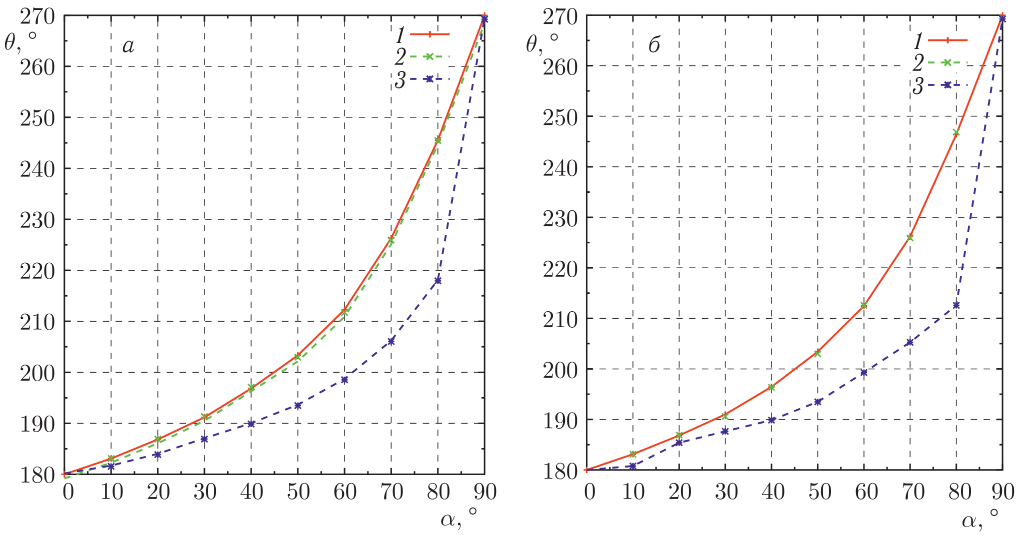


Рис. 4.5. Эволюция по углу атаки положения передней критической точки и экстремальных точек на обтекаемом контуре при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ и числах $\mathrm{Re} = 10^5$ (*а*) и $\mathrm{Re} = 10^6$ (*б*): *1* — критическая точка; *2* — положение $\max c_\mathrm{p}$; *3* — положение $\max q_\mathrm{w}$

При углах атаки $\alpha = 30°$ и $40°$ в качественном отношении имеем схожую картину. При числе $\mathrm{Re} = 10^5$ наблюдается классическая схема течения в отрывной зоне. Увеличение числа Рейнольдса до $\mathrm{Re} = 10^6$ вызывает усложнение структуры и появление вторичных отрывных зон.

При угле атаки $\alpha = 50°$ и числе $\mathrm{Re} = 10^5$ имеем любопытную ситуацию, когда из-за сильной асимметрии отрывной зоны в верхней отрывной зоне присутствует слабая вторичная отрывная зона, а в нижней она отсутствует. Увеличение числа Рейнольдса до $\mathrm{Re} = 10^6$ приводит к появлению вторичной отрывной зоны и в нижней области отрывного течения, однако они различаются по своим размерам.

Сходная во многом ситуация наблюдается при углах атаки $\alpha = 60°$ и $70°$. При числе $\mathrm{Re} = 10^5$ вторичная отрывная зона присутствует только в верхней области отрывного течения, а при числе $\mathrm{Re} = 10^6$ она появляется и в нижней отрывной области.

При углах атаки $\alpha = 80°$ и $90°$ в качественном отношении имеем одинаковую картину: при всех числах Рейнольдса наблюдаются вторичный отрыв и присоединение потока.

Рассмотрим поведение характеристик отрывной зоны. Положение точек первичного отрыва на обтекаемом контуре показано на рис. 4.6, положение задней критической точки K — на рис. 4.7. Согласно приведенным данным для условий расчетов положение точки первичного отрыва практически не зависит от числа Рейнольдса, как это имеет место в рамках классической теории пограничного слоя. Положение задней критической точки на обтекаемом контуре также не зависит от числа Рейнольдса и определяется углом атаки.

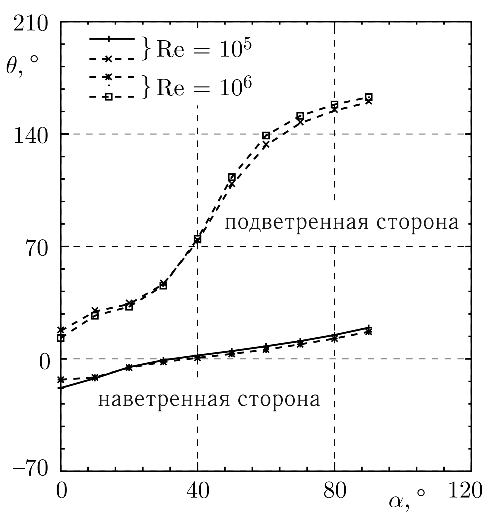


Рис. 4.6. Положение точек первичного отрыва на эллиптическом цилиндре при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$

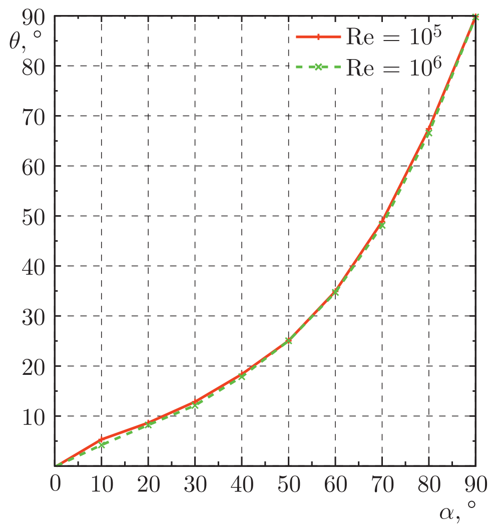


Рис. 4.7. Эволюция по углу атаки положения задней критической точки K на обтекаемом контуре при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$

Хотя течение в ближнем следе нестационарно и, следовательно, положение точки R присоединения оторвавшихся потоков пульсирует, тем не менее ее положение на нулевой линии тока было оценено как точка, в которой продольная компонента скорости обращается в нуль. Определенные из этого условия координаты точки присоединения приведены на рис. 4.8.

Тогда можно установить изменение длины l_R отрывной зоны, под которой понимается расстояние между точками K и R, в зависимости от угла атаки (рис. 4.9). Согласно приведенным данным увеличение числа Рейнольдса приводит к уменьшению длины отрывной зоны при всех углах атаки, что указывает на переходный режим течения в ближнем следе.

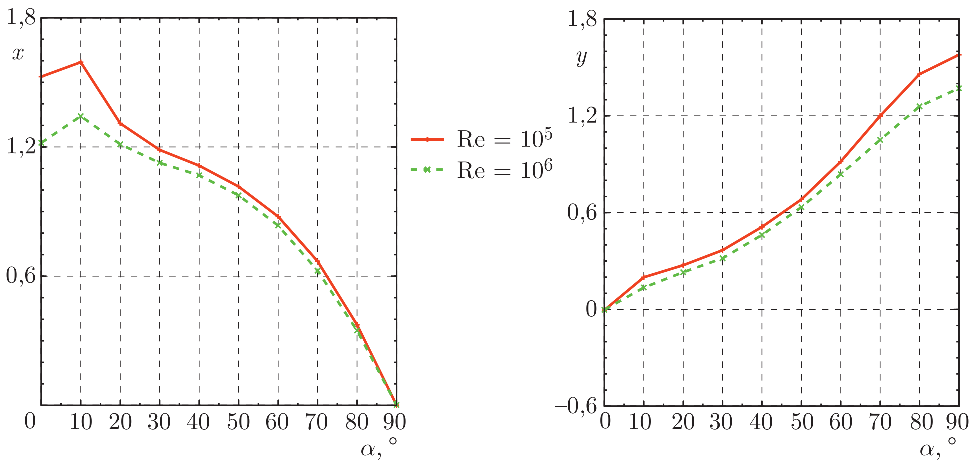


Рис. 4.8. Координаты точки присоединения R в зависимости от угла атаки при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$

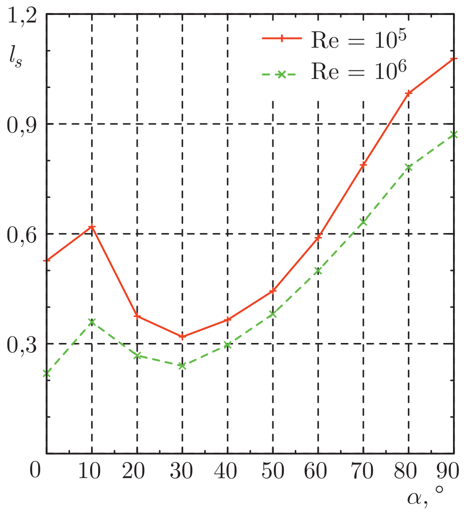


Рис. 4.9. Длина отрывной зоны l_s в зависимости от угла атаки при числе $M_\infty = 5$

Определенный интерес представляют положение и интенсивность вихрей в отрывной зоне, о которых можно судить по положению и величине локальных экстремумов функции тока в отрывной зоне. Результаты обработки расчетного материала приведены на рис. 4.10. Здесь ψ_1 и ψ_2 — экстремальные значения функции тока в верхней и нижней частях зоны первичного отрыва, а ψ_3 и ψ_4 — экстремальные значения функции тока в верхней и нижней частях зоны вторичного отрыва соответственно.

Полезная дополнительная информация получается в результате анализа поведения газодинамических переменных на оси следа. Мы ограничимся рассмотрением обтекания эллипса при углах атаки $\alpha = 0°$ и $90°$, когда поле течения симметрично и ось следа совпадает с плоскостью симметрии эллипса. Распределения газодинамиче-

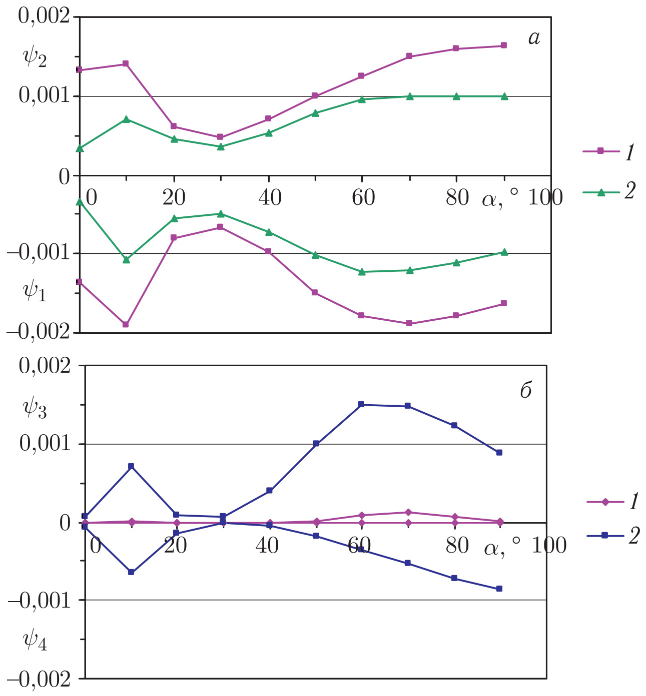


Рис. 4.10. Изменение по углу атаки локальных экстремумов функции тока в отрывной зоне за эллиптическим цилиндром при числе $M_\infty = 5$: *а* — первичные вихри; *б* — вторичные вихри; *1* — Re = 10^5, *2* — Re = 10^6

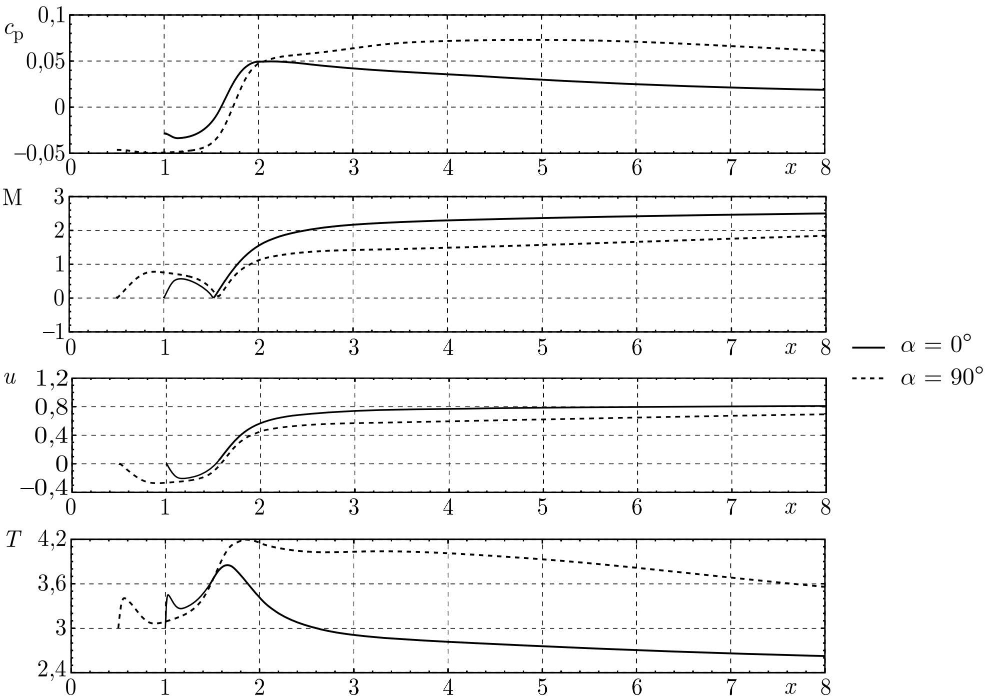


Рис. 4.11. Распределения газодинамических переменных вдоль линии симметрии следа за эллиптическим цилиндром для чисел $M_\infty = 5$ и $Re = 10^5$

ских переменных (коэффициента давления c_p, числа Маха M, продольной компоненты скорости u, температуры T) на оси следа показаны на рис. 4.11 и 4.12; распределения нормальной компоненты скорости приведены выше на рис. 4.3.

Поведение нормальной компоненты скорости четко указывает на то, что в ближнем следе за контуром течение нестационарно (нарушение симметрии), а в дальнем следе стационарно (симметрия поля течения).

При нулевом угле атаки и числе $Re = 10^5$ область нестационарного течения располагается в интервале $1 < x < 3$. Увеличение числа Рейнольдса до $Re = 10^6$ вызывает сокращение этого интервала ($1 < x < 2$). При угле атаки $\alpha = 90°$ (скорость набегающего потока параллельна малой полуоси эллипса) имеем иную картину — нестационарность течения (нарушение симметрии) сохраняется во всем рассмотренном интервале следа, а изменение числа Рейнольдса не влияет на эту картину. Причина такого поведения ближнего следа была указана выше при рассмотрении распределения нормальной компоненты скорости вдоль оси абсцисс (рис. 4.3).

При обтекании цилиндра коэффициент давления в ближнем следе принимает отрицательные значения, что указывает на наличие в нем области разрежения газа. Для совершенного газа наибольшее разрежение в потоке наблюдается там, где местное давление обращается в нуль и, следовательно, $c_{p\,\min} = -2/(\gamma M_\infty^2)$. Для условий расчета $M_\infty = 5$, $\gamma = 1{,}4$ будем иметь

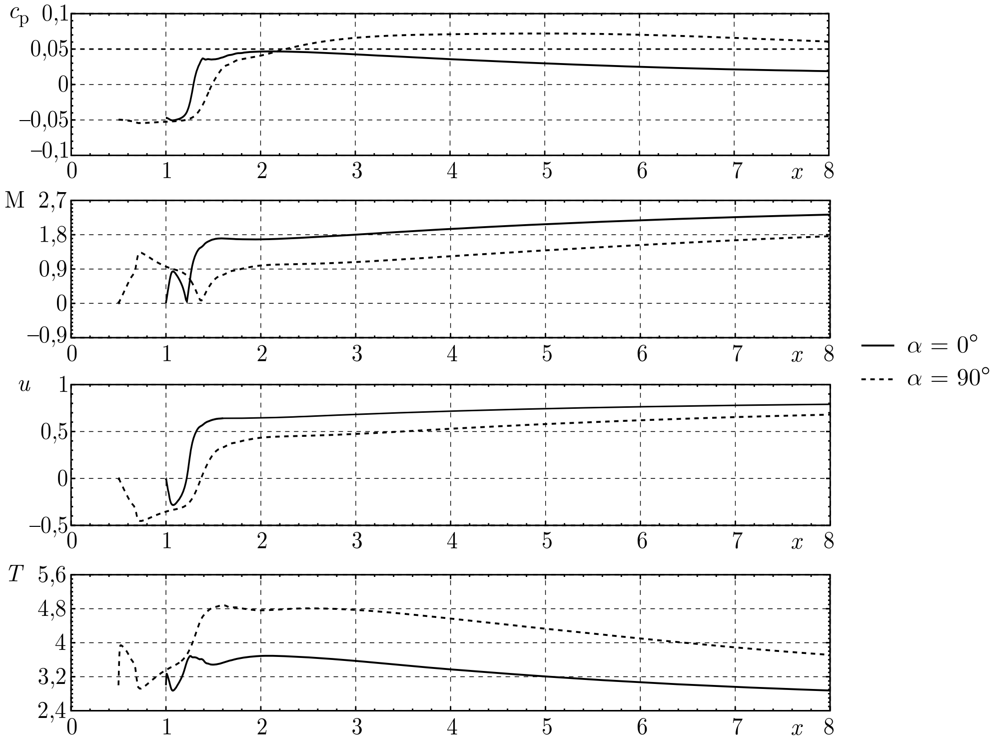


Рис. 4.12. Распределения газодинамических переменных вдоль линии симметрии следа за эллиптическим цилиндром для чисел $M_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^6$

$c_{\mathrm{p\ min}} = -0{,}05714$, тогда для всего поля течения должно выполняться неравенство $c_{\mathrm{p}} \geqslant c_{\mathrm{p\ min}} = -0{,}05714$. Приведенные распределения коэффициента давления по линии симметрии за эллиптическим цилиндром удовлетворяют этому условию, что свидетельствует о корректности численного моделирования.

Из распределений числа Маха на линии симметрии за цилиндром следует, что в глобальной отрывной зоне местные числа Маха достигают транс- и сверхзвуковых значений и, следовательно, в ней при определенных условиях образуется вязкая внутренняя ударная волна. Согласно приведенным данным сверхзвуковая скорость в глобальной отрывной зоне реализуется на одном режиме: $\alpha = 90°$, $\mathrm{Re} = 10^6$, а наличие в ней внутренней ударной волны проявляется в резком уменьшении числа Маха от сверхзвукового значения к дозвуковому. Далее вниз по потоку за глобальной отрывной зоной число Маха сначала резко возрастает до транс- и сверхзвуковых значений, а затем медленно увеличивается почти по линейному закону, так что на границе расчетной области течение в следе полностью сверхзвуковое.

Схожий характер поведения имеют распределения продольной компоненты скорости, которые указывают на существование в ближнем следе глобальной замкнутой отрывной зоны и внутренней ударной волны (для указанного режима обтекания цилиндра).

Распределение температуры на линии симметрии за эллиптическим цилиндром показывает нам, что след является «горячим», т. е. в ближнем следе температура газа заметно превышает температуру обтекаемой изотермической поверхности, принимая наибольшие значения за точкой присоединения оторвавшихся пограничных слоев. Далее вниз по течению температура в следе монотонно уменьшается.

Если сопоставить между собой структуры поля течения около круглого и эллиптического цилиндров, то изменение формы поперечного сечения тела не привело к качественным различиям в структурах, за исключением асимметрии течения при углах атаки $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Это связано с тем, что исследованный эллиптический цилиндр с $\delta = 0{,}5$, так же, как и круговой цилиндр, относится к классу толстых плохообтекаемых тел. Иная картина наблюдается для тонких эллиптических цилиндров: см., например, [Guo K.L., Liaw G.S., Chou L.C., 1999], в которой приведены результаты расчетов сверхзвукового обтекания эллиптического цилиндра с $\delta = 1/6$ при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 2$ и 5 и углах атаки $\alpha = 0^\circ$ и 12° для различных значений числа Рейнольдса. Согласно приведенным данным при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и Рейнольдса $\mathrm{Re} = 20000$ и угле атаки $\alpha = 12^\circ$ реализуется схема обтекания цилиндра с локальной отрывной зоной, когда точки отрыва и присоединения потока располагаются на обтекаемой поверхности.

4.3. Аэродинамические характеристики эллиптического цилиндра

По полям газодинамических переменных вычислялись локальные аэродинамические характеристики цилиндра: коэффициенты давления $c_\mathrm{p} = (p - p_\infty)/(0{,}5\rho_\infty V_\infty^2)$, сопротивления трения $c_\mathrm{f} = \tau_\mathrm{w}/(0{,}5\rho_\infty V_\infty^2)$, теплопередачи $q_\mathrm{w} = q_\mathrm{w}^*/(\rho_\infty V_\infty H_\infty)$.

Рассмотрим влияние угла атаки и числа Рейнольдса на распределение рассматриваемых аэродинамических коэффициентов вдоль обтекаемого контура.

Поскольку численное моделирование выполнено при больших числах Рейнольдса, когда справедливы предположения теории пограничного слоя, то влияние числа Re на распределение коэффициента давления в поперечном сечении эллиптического цилиндра проявляется в основном в донной области. Из-за этого влияние угла атаки на него достаточно продемонстрировать для одного значения числа Рейнольдса (рис. 4.13, где приведены результаты расчетов для числа $\mathrm{Re} = 10^5$). Можно видеть, что в окрестности передней критической точки имеет место абсолютный максимум коэффициента давления, значение которого практически не зависит от угла атаки (рис. 4.14) и в целом хорошо согласуется с его асимптотическим значением $c_{\mathrm{pE}} = 1{,}809$. Далее отметим, что в донной области цилиндра коэффициент давления принимает отрицательные значения, а максимальная степень разрежения практически не зависит от угла атаки и не опускается ниже предельно допустимого значения $c_{\mathrm{p\,min}} = -0{,}05714$.

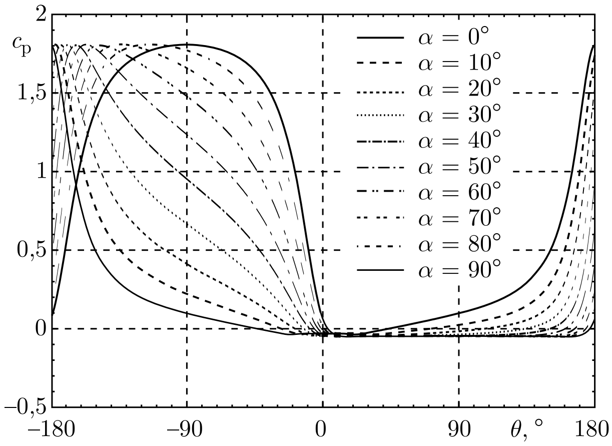


Рис. 4.13. Влияние угла атаки на распределение коэффициента давления c_p вдоль обтекаемого эллипса для чисел $M_\infty = 5$ и $Re = 10^5$

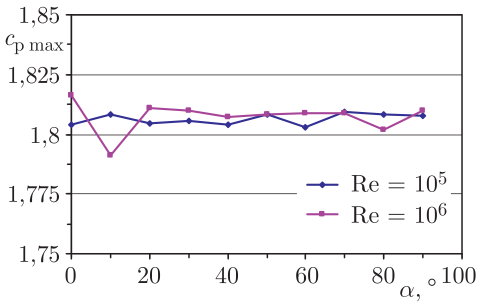


Рис. 4.14. Максимальное значение коэффициента давления $c_{p\,max}$ в зависимости от угла атаки для числа $M_\infty = 5$

Локальные коэффициенты сопротивления трения и теплопередачи зависят явным образом от числа Рейнольдса. Однако форма представления результатов численного моделирования с учетом закономерностей, следующих из теории ламинарного пограничного слоя, позволяет рассматривать распределения соответствующих величин в поперечном сечении эллиптического цилиндра в качестве «универсальных» функций, определяемых углом атаки.

Влияние угла атаки при числе $Re = 10^5$ на распределение коэффициента сопротивления трения вдоль обтекаемого контура показано на рис. 4.15, а на распределение коэффициента теплопередачи — на рис. 4.16.

Из приведенных результатов следует, что рассматриваемые аэродинамические коэффициенты изменяются по обтекаемой поверхности немонотонным образом, отражая в своем поведении структуру поля течения. Для прикладных целей большой интерес представляет максимальное значение коэффициента теплопередачи, который при ламинарном обтекании цилиндра реализуется на его лобовой поверхности. Его изменение по углу атаки показано на рис. 4.17.

Согласно рис. 4.17 величина q^0_{max} практически не зависит от числа Рейнольдса и монотонно уменьшается с ростом угла атаки. Такое поведение величины q^0_{max} связано с тем, что обтекаемая поверхность есть поверхность переменной кривизны и при изменении угла атаки местный радиус кривизны R_w монотонно возрастает от наименьшего до наибольшего значения, а в рамках теории пограничного слоя $q^0_{max} \sim R_w^{-1/2}$.

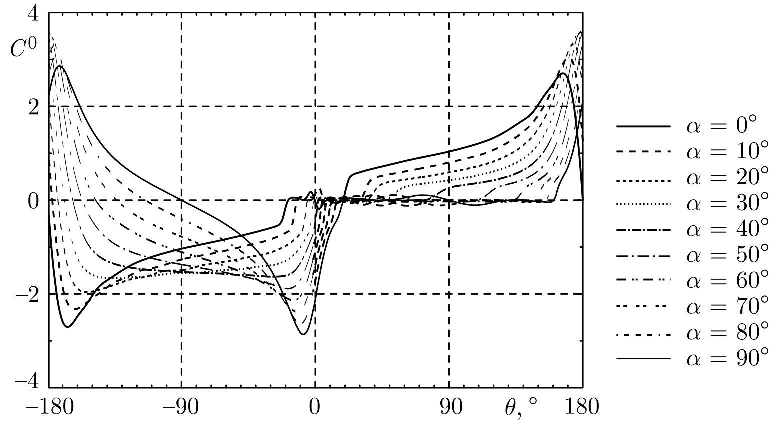


Рис. 4.15. Влияние угла атаки на распределение коэффициента сопротивления трения $C^0 = c_f\sqrt{\mathrm{Re}}$ вдоль обтекаемого контура для чисел $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$

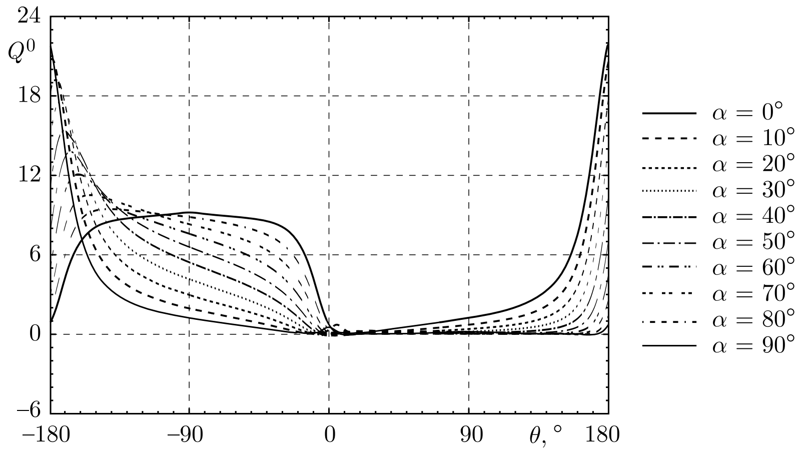


Рис. 4.16. Влияние угла атаки на распределение коэффициента теплопередачи $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ вдоль обтекаемого контура для чисел $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$

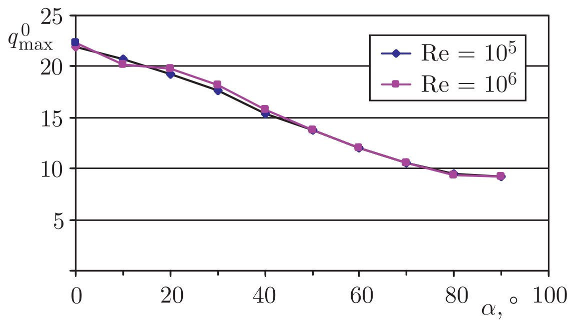


Рис. 4.17. Максимальное значение коэффициента теплопередачи $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ в зависимости от угла атаки для числа $\mathrm{M}_\infty = 5$

Для известных распределений локальных характеристик по обтекаемой поверхности эллиптического цилиндра рассчитывались его интегральные аэродинамические характеристики. Сначала определялись осевая T и нормальная N компоненты вектора аэродинамической силы (в связанной системе координат)

$$T = T_{\mathrm{p}} + T_{\mathrm{F}}, \quad N = N_{\mathrm{p}} + N_{\mathrm{F}}.$$

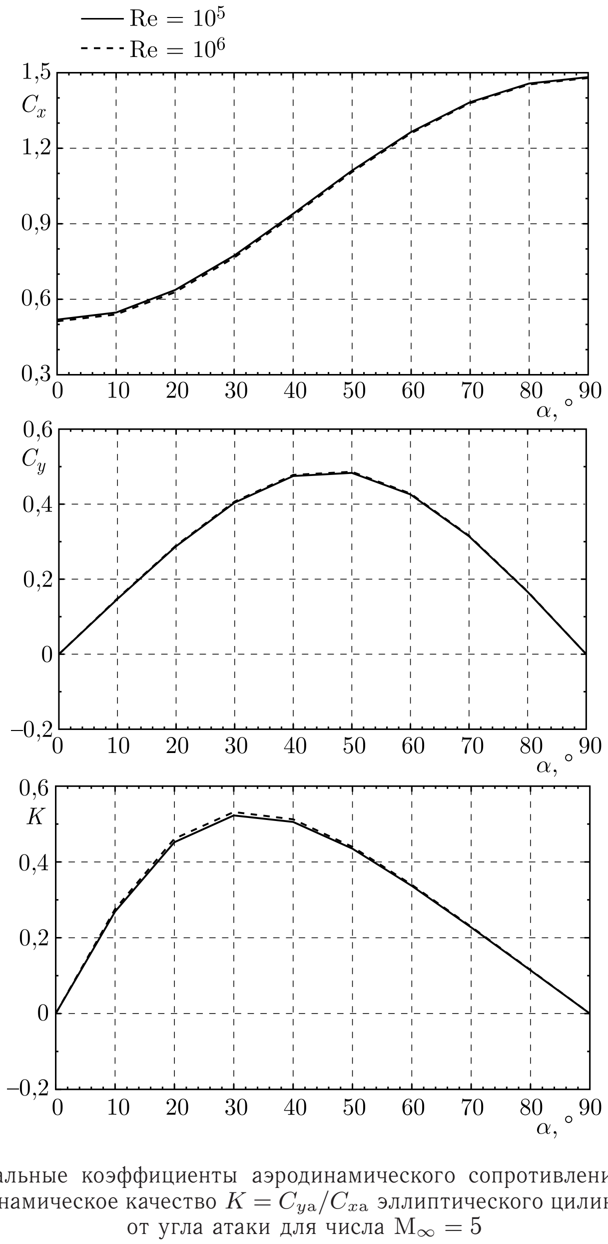


Рис. 4.18. Интегральные коэффициенты аэродинамического сопротивления $C_{x\mathrm{a}}$, подъемной силы $C_{y\mathrm{a}}$ и аэродинамическое качество $K = C_{y\mathrm{a}}/C_{x\mathrm{a}}$ эллиптического цилиндра в зависимости от угла атаки для числа $\mathrm{M}_\infty = 5$

Здесь T_p, N_p и T_F, N_F — проекции нормальных и касательных напряжений, приложенных к обтекаемой поверхности тела, на продольную и нормальную оси декартовой системы координат, связанной с обтекаемым телом. По этим силам рассчитывались аэродинамические коэффициенты осевой C_x и нормальной C_y сил

$$C_x = \frac{T}{q_\infty 2a} = C_{x\mathrm{p}} + C_{x\mathrm{F}}, \quad C_y = \frac{N}{q_\infty 2a} = C_{y\mathrm{p}} + C_{y\mathrm{F}}.$$

С помощью указанных аэродинамических коэффициентов вычислялись коэффициенты подъемной силы $C_{y\mathrm{a}}$ и аэродинамического сопротивления $C_{x\mathrm{a}}$ и аэродинамическое качество K эллипса по соотношениям (поточная система координат):

$$C_{y\mathrm{a}} = C_y \cos\alpha - C_x \sin\alpha, \quad C_{x\mathrm{a}} = C_x \cos\alpha + C_y \sin\alpha, \quad K = \frac{C_{y\mathrm{a}}}{C_{x\mathrm{a}}}.$$

Результаты расчетов интегральных аэродинамических характеристик эллиптического цилиндра представлены на рис. 4.18; они практически не зависят от числа Рейнольдса и определяются углом атаки. Такая ситуация характерна для сильно затупленных плохообтекаемых тел.

Заключение

Результаты численного моделирования на основе уравнений Навье–Стокса поперечного обтекания эллиптического цилиндра ($\delta = 0{,}5$) сверхзвуковым потоком ($\mathrm{M}_\infty = 5$) совершенного газа при больших числах Рейнольдса показали, что для заданных условий изменение формы поперечного сечения цилиндрического тела по сравнению с круговым цилиндром не приводит к качественным изменениям в структуре поля течения за исключением того, что при углах атаки $0 < \alpha < 90^\circ$ оно становится асимметричным.

Расчеты также подтвердили существование в ближнем следе в окрестности точки смыкания оторвавшихся пограничных слоев локальной области нестационарного течения, хотя в целом течение около цилиндра стационарно. Эти данные позволяют высказать утверждение, что при больших числах Рейнольдса существование стационарной глобальной отрывной зоны невозможно. Кроме того, наличие нестационарного течения в ближнем следе локальной области не влияет на локальные и интегральные аэродинамические характеристики цилиндра.

Глава 5

ОБТЕКАНИЕ СФЕРЫ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОГО ГАЗА

Сфера относится к пространственным телам простой конфигурации, при обтекании которых однородным потоком в чистом виде реализуется явление растекания. Кроме того, сфера, как и круговой цилиндр, относится к классу тел, внешняя поверхность которых имеет постоянную кривизну. Из-за этого изменение структуры поля течения около нее и поведение ее аэродинамических характеристик в зависимости от определяющих параметров подобия в общем и целом имеют много общего с круговым цилиндром, поэтому их часто рассматривают совместно, отмечая особенности, обусловленные пространственностью обтекания сферы.

В силу осесиметричности установившегося течения около сферы задача по ее обтеканию однородным неограниченным потоком является двухмерной и численное моделирование на основе уравнений Навье–Стокса и Рейнольдса проводится так же, как и для кругового цилиндра.

5.1. Верификация метода численного моделирования

Как показали результаты экспериментальных и теоретических исследований, при больших числах Рейнольдса в зависимости от числа Маха существуют два режима обтекания сферы с теплоизолированной поверхностью — первый режим обтекания характеризуется наличием интенсивных нестационарных процессов в ближнем следе и реализуется при дозвуковых числах Маха $\mathrm{M}_\infty < 0{,}85$, а для второго режима характерно отсутствие нестационарности течения около сферы с реализацией при числах Маха $\mathrm{M}_\infty \geqslant 0{,}85$.

5.1.1. Условия расчетов. Для верификации метода численного моделирования были проведены специальные теоретические исследования по обтеканию сферы с теплоизолированной поверхностью транс- и сверхзвуковым потоками совершенного газа. Расчеты в предположении об осесимметричности течения выполнены на неравномерной сетке 201×201 при числе Рейнольдса $\mathrm{Re_D} = 10^6$ в диапазоне изменения числа Маха $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9 \div 5$, т. е. при тех числах Маха, когда реализуется второй режим обтекания сферы. Для разрешения пограничных слоев вблизи твердой поверхности выбирались три зоны толщиной $1/\mathrm{Re}$, $2/\mathrm{Re}^{1/2}$, $1{,}5/\mathrm{Re}^{1/5}$, в которых после сгущения содержалось 6, 20 и 25 % от общего числа узлов в поперечном направлении соответственно.

В набегающем потоке задавались значения безразмерных параметров турбулентности: $q = q^*/V_\infty = q_\infty = 0{,}03$ и $\omega = \omega^* L/V_\infty = \omega_\infty = 40$.

Для целей сравнения привлечены также результаты расчетов [Chang C.-C., Lei S.-Y., 1996], где изучалось обтекание кругового цилиндра и сферы однородным потоком совершенного газа при числах Маха $0{,}9 \leqslant \mathrm{M}_\infty \leqslant 2{,}5$ и числе Рейнольдса $\mathrm{Re_D} = 10^6$ на основе численного интегрирования уравнений Рейнольдса с использованием k–ε модели вихревой вязкости Лаундера–Сполдинга. Обтекаемая поверхность принималась теплоизолированной. Расчеты выполнены на неравномерной сетке 120×120 в предположении о симметрии течения относительно продольной оси. В этой работе основное внимание уделено поведению аэродинамического сопротивления цилиндра и сферы в зависимости от числа Маха и не приводятся данные по поведению локальных аэродинамических характеристик, и только в виде схемы описана структура поля течения около рассматриваемых тел.

5.1.2. Структура поля течения. О влиянии числа Маха на структуру ближнего поля течения около сферы можно судить по картинам линий тока (рис. 5.1, *а*) и изотерм (рис. 5.1, *б*).

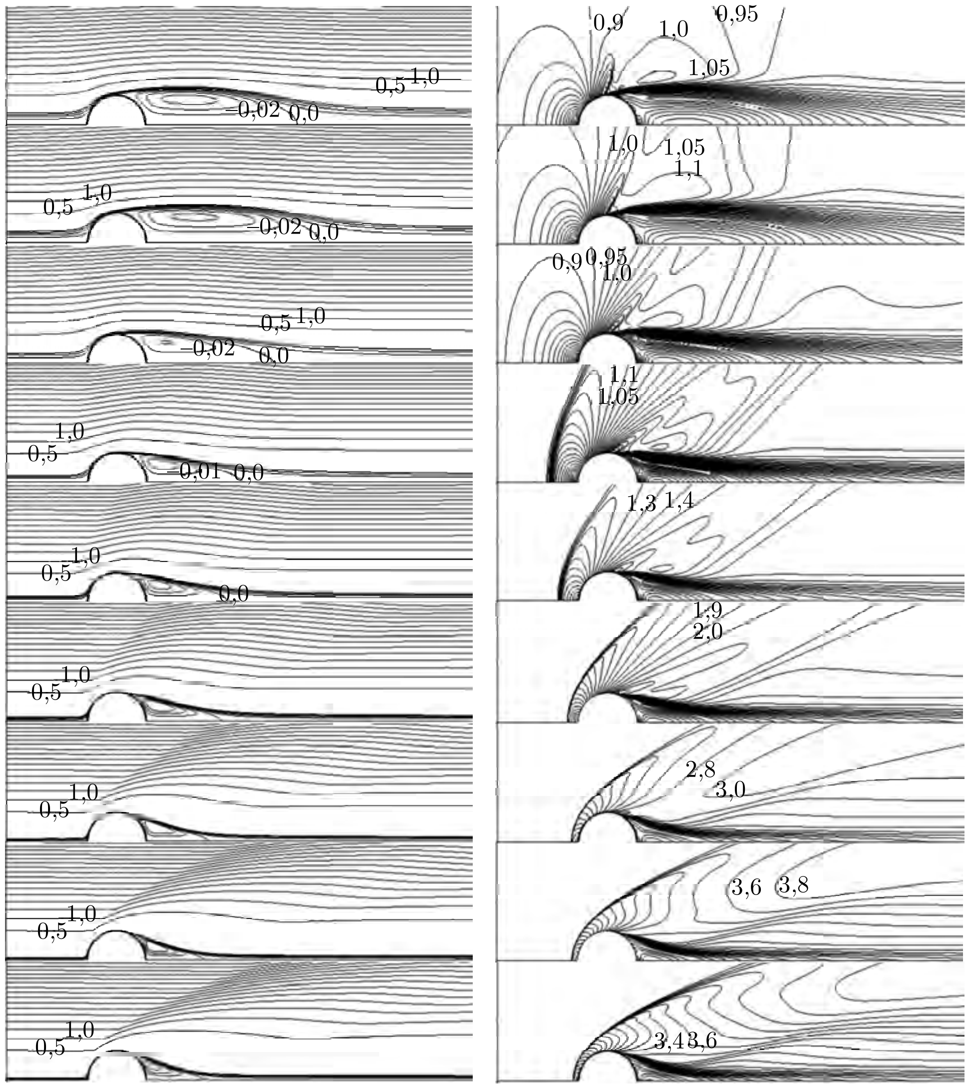
При всех указанных числах Маха в ближнем следе реализуется классическая схема течения с замкнутой отрывной зоной согласно одновихревой схеме (тороидальный вихрь). Отрыв потока при околозвуковых числах Маха ($\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ и $0{,}95$) происходит на лобовой поверхности сферы, т. е. перед миделевым сечением, а при сверхзвуковых числах Маха ($\mathrm{M}_\infty \geqslant 1{,}05$) — в кормовой части сферы, т. е. за миделевым сечением. Попутно отметим, что в асимптотическом решении задачи при всех числах Маха отрыв потока имеет место за миделевым сечением сферы.

Согласно распределению напряжения трения (рис. 5.2) при всех числах Маха набегающего потока течение газа в пограничном слое вплоть до точки отрыва является ламинарным; турбулизация течения происходит в слое смешения за точкой отрыва.

При околозвуковых числах Маха за сферой наблюдается развитая отрывная замкнутая зона, линейные размеры которой как в продольном, так и поперечном направлениях превышают характерный линейный размер ($L = D = 2R$). При этом с увеличением числа Маха длина отрывной зоны возрастает. Область сверхзвукового течения сравнительно мала и располагается на лобовой поверхности сферы над точкой отрыва потока.

При сверхзвуковых числах Маха за миделевым сечением сферы имеется развитая область сверхзвукового течения с формированием «хвостового» скачка уплотнения, а перед лобовой поверхностью образуется замкнутая область дозвукового течения, размеры которой уменьшаются с ростом числа Маха. При этом максимальный поперечный размер отрывной зона становится меньше характерного линейного масштаба; длина отрывной зоны уменьшается с ростом числа Маха, и, начиная с числа $\mathrm{M}_\infty = 2$, происходит практически ее стабилизация.

5.1.3. Местные характеристики сферы. Влияние числа Маха на распределение местных аэродинамических характеристик вдоль теплоизолиро-



а *б*

Рис. 5.1. Картины линий тока (*а*) и изотерм (*б*) около сферы с теплоизолированной поверхностью для $\mathrm{Re_D} = 10^6$ при различных числах Маха: $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9;\ 0{,}95;\ 1{,}05;\ 1{,}3;\ 1{,}5;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5$

ванной поверхности сферы показано на рис. 5.2. Графики четко показывают, что отрыв пограничного слоя при околозвуковых скоростях происходит перед миделевым сечением сферы, а при сверхзвуковых скоростях — за ним.

На лобовой поверхности сферы распределение коэффициента давления имеет типичный характер поведения, свойственный асимптотическому решению задачи. По мере увеличения числа M_∞ он возрастает, и при числах $\mathrm{M}_\infty > 2$ практически наступает режим гиперзвуковой стабилизации. При этом минимум коэффициента давления при числе $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ располагает-

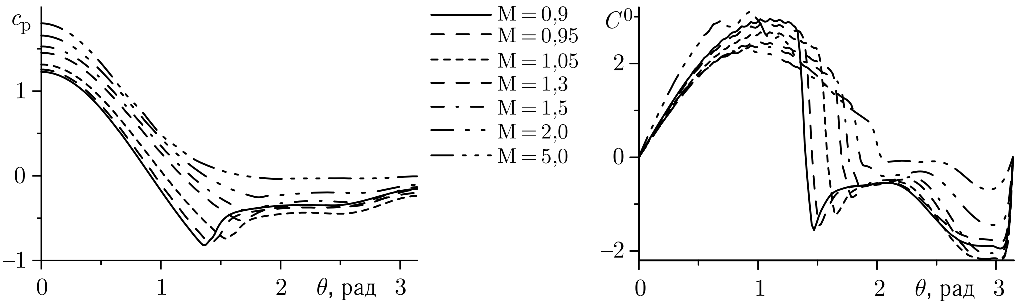


Рис. 5.2. Влияние числа M_∞ на распределения коэффициента давления c_p и величины $C^0 = c_\mathrm{f}\sqrt{\mathrm{Re}_\mathrm{D}}$ на теплоизолированной поверхности сферы при числе $\mathrm{Re}_\mathrm{D} = 10^6$

ся перед миделевым сечением; за точкой минимума наблюдается сильный положительный градиент давления, который обусловливает отрыв потока и формирование развитой зоны отрывного течения. С увеличением числа M_∞ точка минимума смещается вниз по потоку, и при сверхзвуковых числах Маха она располагается за миделевым сечением в кормовой части сферы; при этом за точкой минимума положительный градиент давления уменьшается, с чем связано сокращение размеров отрывной зоны. Кроме того, в кормовой части сферы при числе $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ имеет место сильное разрежение, которое с ростом числа Маха уменьшается.

В связи с этим отметим, что для совершенного газа наибольшее разрежение в потоке определяется выражением $c_{\mathrm{p}\,\min} = -2/(\gamma \mathrm{M}_\infty^2)$ и для рассмотренного диапазона чисел Маха оно изменяется в следующих пределах: $-1{,}764 \leqslant c_{\mathrm{p}\,\min} \leqslant -0{,}05714$. Сопоставление этих предельных оценок с минимумом коэффициента давления соответствующей зависимости на рис. 5.2 показывает, что при числе $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$ минимум c_p существенно больше своего предельного значения; с ростом числа Маха различие между ними уменьшается. Такое поведение коэффициента давления говорит о том, что с увеличением числа Маха возрастает вклад лобовой поверхности в создание аэродинамического сопротивления сферы.

Распределения местного напряжения трения на лобовой поверхности сферы в общих чертах сходны с их распределениями согласно асимптотическому решению; сходно и влияние числа Маха на эти распределения. Отметим, что нарушение гладкости зависимостей в окрестности максимума напряжения трения, по-видимому, обусловлено вычислительными, а не физическими причинами.

По поведению местного напряжения трения устанавливаются положение точки отрыва пограничного слоя и другие особенности структуры поля течения. В частности, сильная неравномерность в распределении напряжения трения при околозвуковых скоростях говорит о том, что при последующем возрастании числа Рейнольдса возможно появление вторичного отрыва потока.

5.1.4. Суммарные характеристики сферы. По местным аэродинамическим характеристикам были рассчитаны суммарные характеристики сферы:

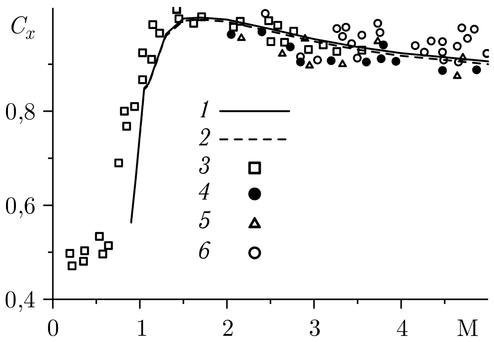


Рис. 5.3. Изменение коэффициентов сопротивления сферы с теплоизолированной поверхностью в зависимости от числа Маха при числе $\mathrm{Re_D} = 10^6$: *1* — коэффициент аэродинамического сопротивления C_x, *2* — коэффициент сопротивления давления $C_{x\mathrm{p}}$, *3* — [Charters A.C., Thomas R.N., 1945], *4* — [Hodges A.J., 1957], *5* — [Мишин Г.И., 1961], *6* — [Красильщиков А.П., Подобин В.П., 1968]

коэффициенты сопротивления давления $C_{x\mathrm{p}}$, трения $C_{x\mathrm{F}}$ и аэродинамического сопротивления $C_x = C_{x\mathrm{p}} + C_{x\mathrm{F}}$.

Изменение коэффициента аэродинамического сопротивления C_x в зависимости от числа M_∞ показано на рис. 5.3; здесь же для сравнения нанесены результаты экспериментальных исследований разных авторов и расчетные данные [Chang C.-C., Lei S.-Y., 1996]. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными и указывают на резкое возрастание коэффициента аэродинамического сопротивления сферы в окрестности единичного числа Маха.

5.2. Мгновенный старт со сверхзвуковой скоростью

Как отмечалось в гл. 3, задача о мгновенном старте из состояния покоя со сверхзвуковой скоростью представляет интерес, с одной стороны, как самостоятельная задача, которая описывает особенности развития течения в случае предельно быстрого выхода на стационарный режим движения. С другой стороны, ее решение позволяет понять особенности процесса установления по времени при нахождении стационарного решения задачи путем численного анализа нестационарных уравнений динамики вязкого газа.

Выше в разд. 3.2 эта задача проанализирована на частном примере кругового цилиндра с изотермической поверхностью. Ниже обсуждаются результаты решения этой задачи для сферы в предположении об осесимметричности течения при тех же самых условиях, что и для цилиндра: $\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^4$, $T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$ (умеренный теплообмен). Расчеты выполнены на такой же неравномерной сетке 201×201. Отметим, что основные результаты данного исследования отражены в [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 2004].

5.2.1. Эволюция поля течения. Развитие течения около сферы стартует с однородного сверхзвукового потока, т. е. на поверхности сферы в момент времени $t = 0$ возникает поверхность разрыва. Об эволюции поля течения около сферы во времени можно судить по картинам линий тока (рис. 5.4)

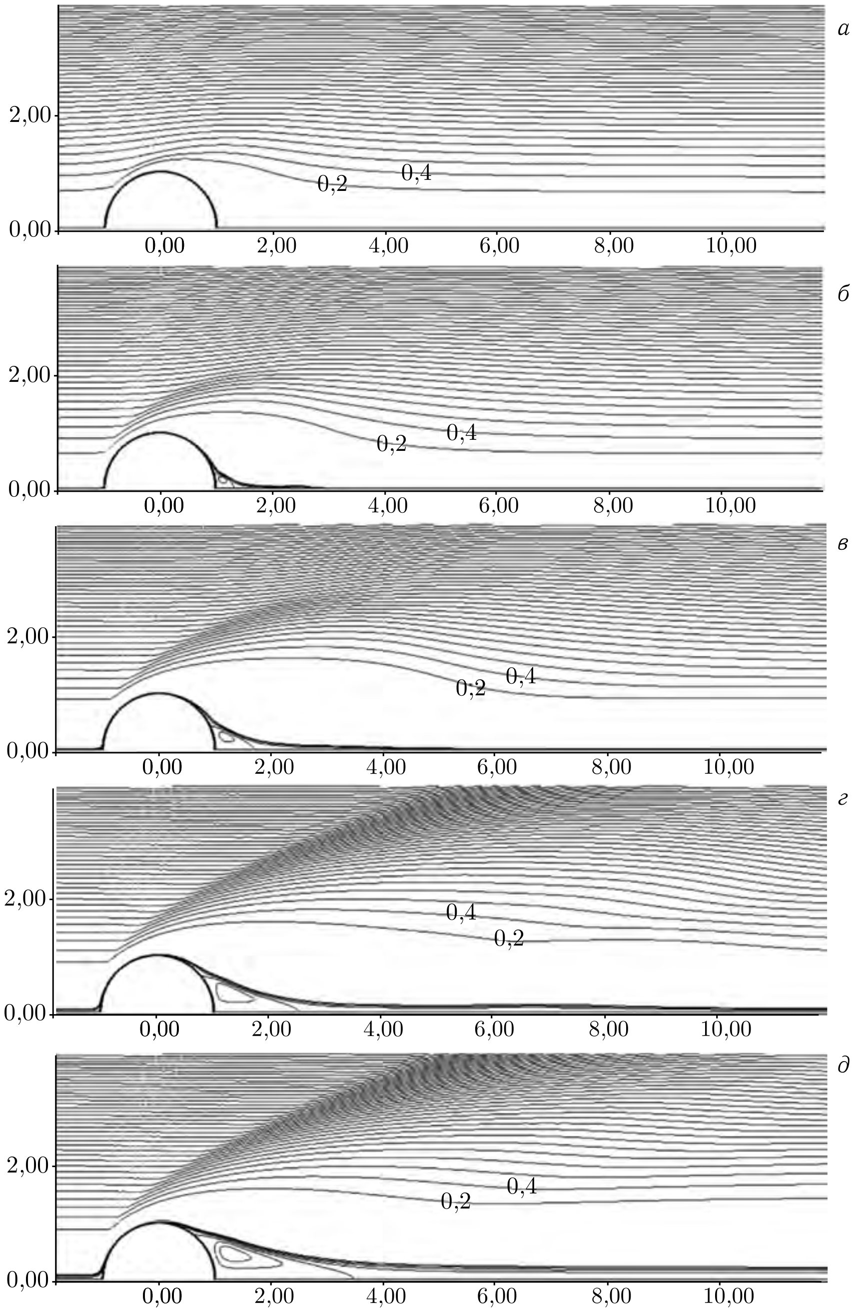


Рис. 5.4. Изменение во времени картины линий тока около сферы с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^4$: $t = 1$ (*а*), 3 (*б*), 5 (*в*), 10 (*г*), 50 (*д*)

и изотерм (рис. 5.5) для фиксированных моментов безразмерного времени $t = V_\infty t^*/R$.

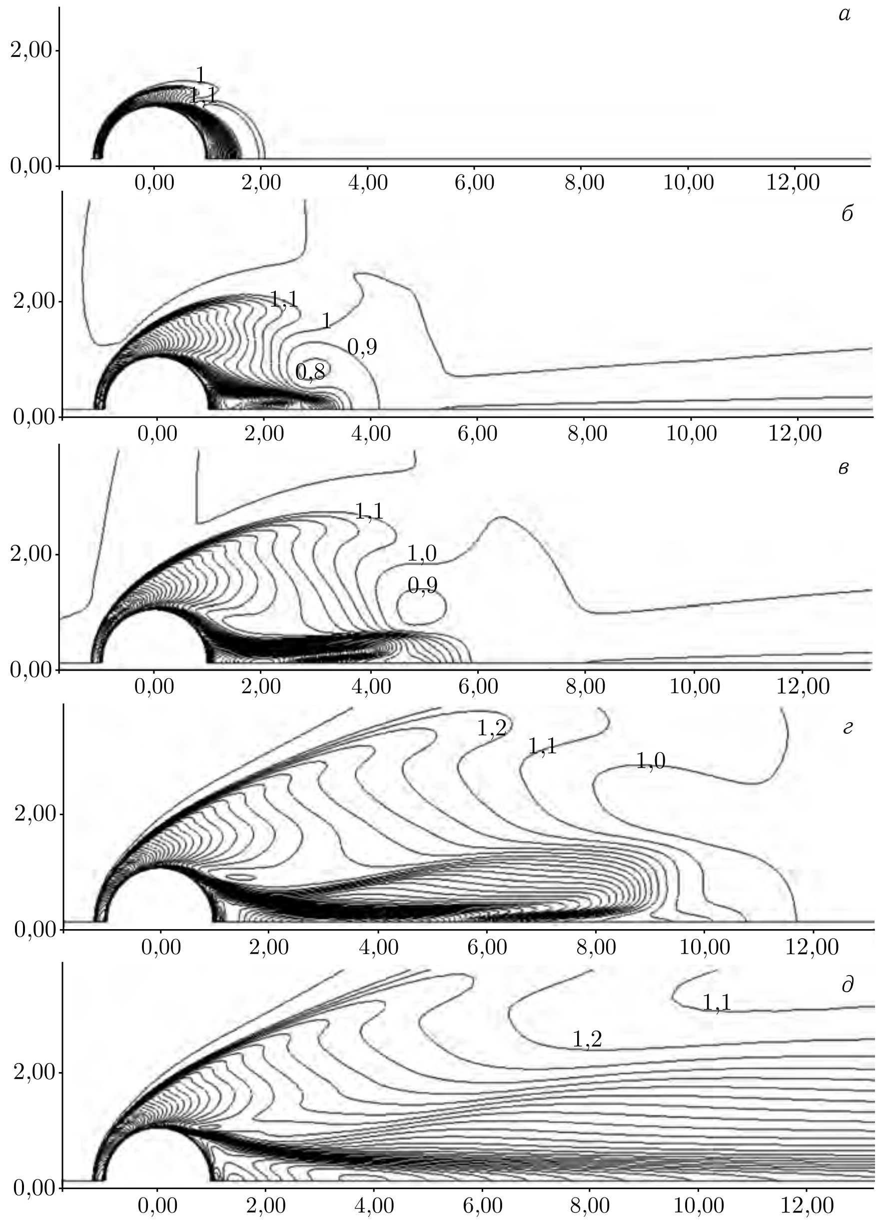


Рис. 5.5. Изменение во времени картины изотерм около сферы с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $M_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^4$: $t = 1$ (*а*), 3 (*б*), 5 (*в*), 10 (*г*), 50 (*д*)

Для сферы эволюция поля течения в целом аналогична эволюции соответствующего поля течения для кругового цилиндра, поэтому ограничимся краткими комментариями с акцентом на особенности, обусловленные пространственностью течения.

Согласно расчету в начальный момент времени область возмущенного течения сосредоточена в окрестности сферы, а при последующем возрастании времени происходит увеличение размеров области возмущенного течения. При этом в начальный период развития ($t < 2$) реализуется безотрывное обтекание сферы, а в момент времени $t \approx 2$ в донной области в окрестности задней критической точки зарождается глобальная зона отрывного течения. В последующие моменты времени наблюдаются развитие отрывной зоны и формирование структуры течения, характерной для затупленного тела в сверхзвуковом потоке. Можно сказать, что к моменту времени $t \approx 50$ уже установилась общая структура поля течения около сферы, а в последующие моменты времени идет доработка тонкой структуры ближнего и дальнего следов.

Из приведенных результатов можно видеть, что при обтекании сферы возмущения распространяются вверх по потоку на меньшее расстояние по сравнению с цилиндром. Иными словами, в пространственном потоке из-за явления растекания головная ударная волна располагается ближе к обтекаемой поверхности, чем в плоском течении. Кроме того, зарождение отрыва и формирование глобальной отрывной зоны происходят для сферы раньше, чем для кругового цилиндра.

5.2.2. Распределение газодинамических переменных на оси симметрии течения. Полезная дополнительная информация об особенностях развития течения около сферы следует из распределений газодинамических переменных на оси симметрии.

Сначала рассмотрим эволюцию распределений газодинамических переменных на оси симметрии перед сферой.

Распределение скорости перед телом (рис. 5.6, *а*) показывает, что в начальный момент времени перед сферой формируется прямой скачок уплотнения, переводящий сверхзвуковой поток в дозвуковой; при этом скачок расположен ближе к телу, а изменение скорости в нем больше по сравнению с прямым скачком уплотнения в невязком газе ($u_1/V_\infty = 0{,}2$ для показателя адиабаты $\gamma = 1{,}4$ и числа $\mathrm{M}_\infty = 5$, здесь u_1 — скорость потока за прямым скач-

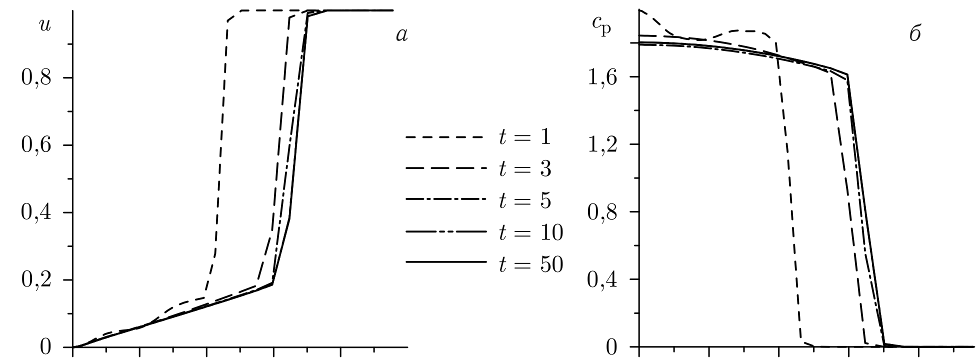


Рис. 5.6. Распределения скорости $u = u^*/V_\infty$ (*а*) и коэффициента давления c_p (*б*) на оси симметрии перед изотермической сферой в различные моменты времени ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^4$)

ком уплотнения). С последующим возрастанием времени скачок уплотнения перемещается вверх по потоку, а изменение скорости в нем уменьшается и приближается к значению для невязкого газа. При этом изменение скорости потока между скачком уплотнения и телом происходит по линейному закону.

Аналогичную картину поведения показывают также распределения коэффициента давления перед сферой на оси симметрии (рис. 5.6, *б*). В начальный момент времени торможение потока в скачке уплотнения вязкого газа происходит с меньшими потерями полного давления по сравнению с невязким газом. Так, например, для критической точки сферы в вязком потоке при $t \leqslant 1$ коэффициент давления $c_\text{p} \approx 2$, а в невязком стационарном потоке $c_\text{p} = 1{,}809$. С последующим увеличением времени потери полного давления в скачке возрастают и «вязкое» решение сверху приближается к «невязкому».

Интересную особенность показывают распределения температуры на оси симметрии перед сферой (рис. 5.7). В начальный период развития течения температура газа в области между скачком и телом значительно превосходит температуру торможения невозмущенного потока ($T_0 = T_0^*/T_\infty = 6$). Так, например, в момент времени $t = 1$ максимальное значение относительной температуры в области между скачком и сферой примерно равно 7. С последующим возрастанием времени максимальная температура в этой области понижается и приближается сверху к значению температуры торможения в невозмущенном потоке.

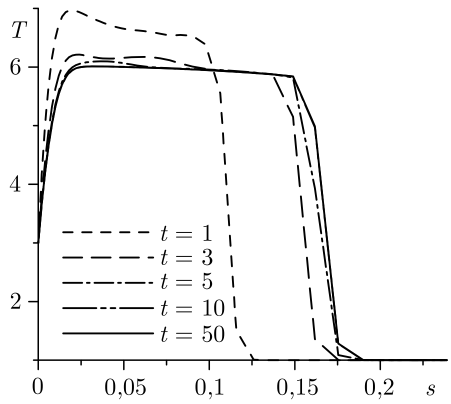


Рис. 5.7. Распределение температуры $T = T^*/T_\infty$ на оси симметрии перед изотермической сферой в различные моменты времени ($\text{M}_\infty = 5$, $\text{Re} = 10^4$)

В распределениях температуры положение локального максимума соответствует внешней границе теплового пограничного слоя, и приведенные на рис. 5.7 данные наглядно показывают, что невязкое и вязкое течения развиваются одновременно и взаимодействуют между собой.

Проанализируем теперь распределения газодинамических переменных на оси симметрии за сферой (рис. 5.8, 5.9, на которых координата $s = s^*/R$ отсчитывается от задней критической точки вниз по потоку). Согласно приведенным данным за обтекаемым телом можно выделить три расположенные друг за другом области течения: вязкую, переходную (квазиневязкую) и невозмущенного однородного потока.

На начальном этапе развития течение газа в донной области безотрывно, и между поверхностью сферы и уходящим фронтом невозмущенного потока образуется вязкая область возмущенного течения с линейным профилем скорости (рис. 5.8, *а*, $t = 1$). В последующие моменты времени продольный размер области возмущенного течения увеличивается, а в окрестности задней критической точки зарождается ($t \approx 2$) и развивается глобальная зона

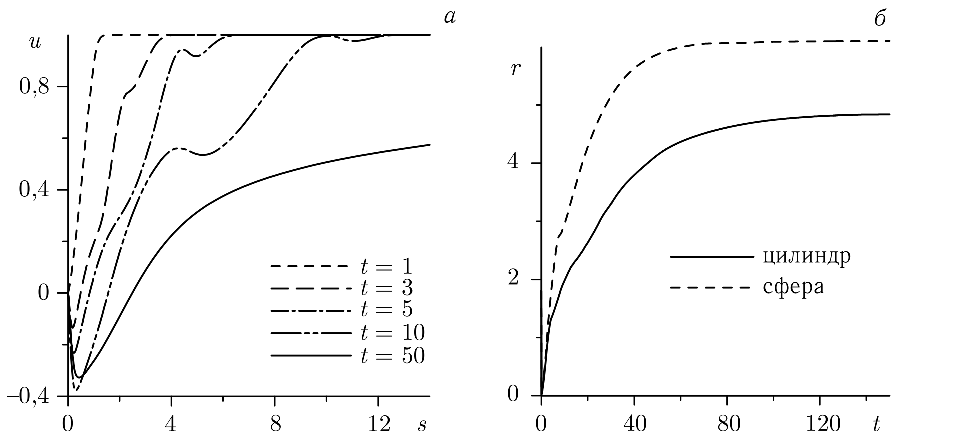


Рис. 5.8. Распределение скорости $u = u^*/V_\infty$ (*а*) и положение звуковой точки $r = x(\mathrm{M} = 1) - 1$ (*б*) на оси симметрии за изотермической сферой в различные моменты времени ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^4$)

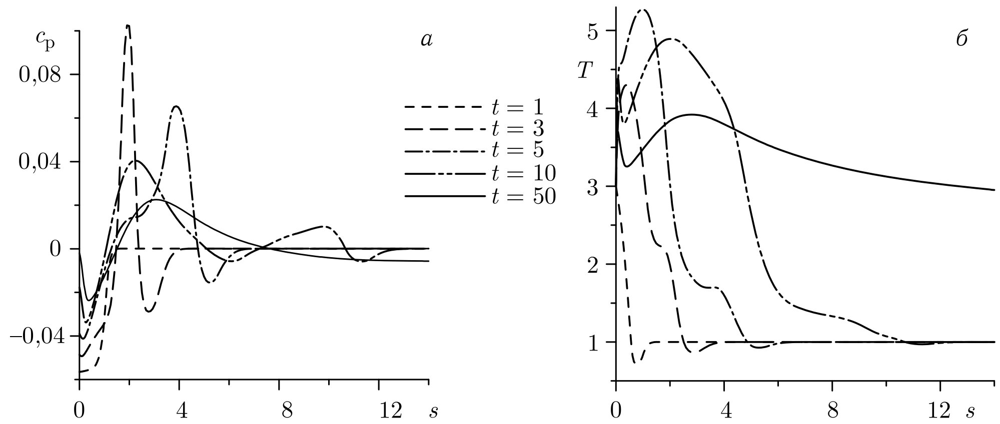


Рис. 5.9. Распределения коэффициента давления c_p (*а*) и температуры $T = T^*/T_\infty$ (*б*) на оси симметрии за изотермической сферой в различные моменты времени ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^4$)

отрывного течения (рис. 5.8, *а*, $t = 3$); при этом в окрестности уходящего фронта формируется переходная зона. При последующем увеличении времени происходит развитие глобальной зоны отрывного течения, а переходная зона возрастает по размерам и усложняется по своей структуре (появляются волны сжатия и разрежения). При $t \geqslant 10$ фронт невозмущенного потока практически покидает расчетную область, а переходная зона, имеющая сложную структуру, располагается в окрестности выходной границы расчетной области. Можно сказать, что к этому моменту времени в основном уже сформировалась структура ближнего следа. В последующие моменты времени переходная зона покидает расчетную область и происходит развитие структуры ближнего следа с выходом на дальний след ($t = 50$). Отметим, что с момента появления глобальной отрывной зоны в последующие моменты времени значение производной $\partial u/\partial s$ в задней критической точке практически остается неизменным.

Далее отметим, что в ближнем следе за сферой восстановление скорости происходит медленнее, чем в следе за цилиндром. Об этом, в частности, говорит положение звуковой точки на оси (плоскости) следа (рис. 5.8, *б*): в пространственном течении в каждый момент времени сверхзвуковой след формируется заметно дальше от тела по сравнению с плоским течением.

Распределения коэффициента давления (рис. 5.9, *а*) и температуры (рис. 5.9, *б*) подтверждают описанную выше картину развития течения за обтекаемым телом.

В области течения за телом коэффициент давления (в отличие от области течения перед телом) изменяется в целом незначительно (рис. 5.9, *а*). В начальный момент времени в окрестности задней критической точки возникает заметное разрежение, уровень которого в последующие моменты времени понижается, но сохраняется отличным от нуля вплоть до выхода на стационарный режим. Отметим, что за все время развития течения коэффициент давления в этой точке не опускается ниже своего предельного значения, т. е. выполняется условие: $c_{\mathrm{p}} \geqslant c_{\mathrm{p\ min}} = -0{,}05714$. Коэффициент давления в продольном направлении изменяется монотонным образом вплоть до момента зарождения глобального отрыва и сильно немонотонным образом в последующие моменты времени.

Характер распределения коэффициента давления в ближнем следе на стационарном режиме зависит от обтекаемого тела. В случае сферы (пространственное течение) распределение коэффициента давления имеет три экстремальные точки — два минимума (разрежение) и один максимум (сжатие). Первый минимум и максимум располагаются, как и для плоского течения, в области глобального отрыва; второй минимум располагается в области перехода к дальнему следу, так что выход на дальний след происходит снизу.

Распределения температуры (рис. 5.9, *б*) показывают, что в области течения за сферой однородный низкотемпературный сверхзвуковой поток постепенно во времени вытесняется высокотемпературным завихренным потоком газа. При этом в процессе эволюции в рассматриваемой области возмущенного течения температура газа меньше температуры торможения невозмущенного сверхзвукового потока ($T < 6$).

5.2.3. Зарождение и развитие глобальной зоны отрывного течения. Для прикладных целей большой интерес представляют зарождение, формирование и развитие глобальной зоны отрывного течения, о чем можно судить по поведению положения точки отрыва α_{S} на обтекаемой поверхности и положению точки присоединения потока x_{R}, расположенной на оси симметрии. Здесь угол α_{S} отсчитывается от задней критической точки и определяется по распределению местного напряжения трения как точка на поверхности тела, в которой оно обращается в нуль. Координата x_{R} вычисляется по распределению скорости на оси симметрии и соответствует точке, в которой вектор скорости обращается в нуль. Эволюции указанных характеристик для кругового цилиндра и сферы приведены на рис. 3.16 и 3.17.

Согласно приведенным данным для сферы появление отрыва потока на обтекаемой поверхности наблюдается впервые при $t \approx 2$, а точка присоединения потока на оси симметрии — при $t \approx 1{,}2$. Это указывает на то, что зарождение отрыва (сингулярности) происходит в поле течения вне твердой поверхности, что свойственно нестационарным течениям. Поэтому представляет определенный интерес на основе расчетного материала проанализировать процесс зарождения и развития глобальной зоны отрывного течения. Выше в п. 3.2.3 такой анализ был проведен для кругового цилиндра, а ниже он проводится для сферы.

Наш анализ начнем с рассмотрения поведения скорости на оси симметрии ближнего следа за сферой (рис. 5.10).

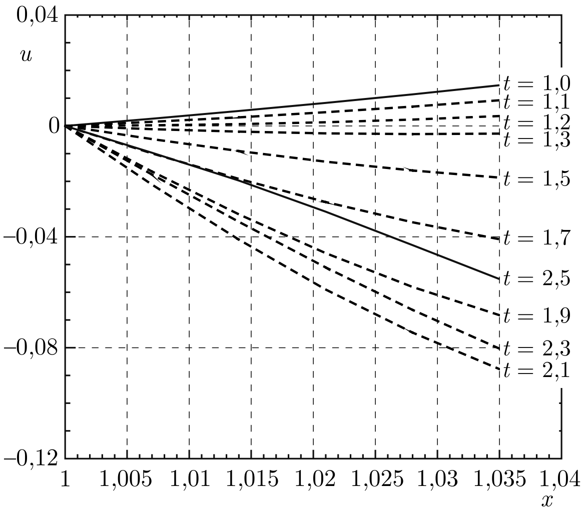


Рис. 5.10. Эволюция распределения продольной скорости u на оси симметрии ближнего следа за сферой при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^4$

Можно видеть, что с течением времени распределение скорости эволюционирует от монотонно возрастающего к немонотонно изменяющемуся. Более «тонкой» характеристикой рассматриваемой функции является градиент скорости в задней критической точке (рис. 3.19). Значение градиента скорости в указанной точке с возрастанием времени изменяется немонотонным образом — сначала уменьшается, достигает минимума, а затем увеличивается. При этом время обращения градиента скорости в нуль интерпретируется как время зарождения t_g отрывной зоны в поле течения, а время, при котором достигается минимум градиента скорости, — как время образования t_G глобальной отрывной зоны. Разность этих характерных времен $\Delta = t_\mathrm{G} - t_\mathrm{g}$ можно интерпретировать как время процесса формирования глобальной отрывной зоны.

Таблица 5.1

Значения характерных времен

Тело	t_g	t_G	$\Delta = t_\mathrm{G} - t_\mathrm{g}$
Цилиндр	1,9	3,5	1,6
Сфера	1,2	2,1	0,9

Значения упомянутых характерных времен для цилиндра и сферы приведены в табл. 5.1. Отсюда следует, что в пространственном течении зарождение отрыва (сингулярности) происходит раньше, а процесс формирования глобальной отрывной зоны протекает быстрее, чем в плоском течении.

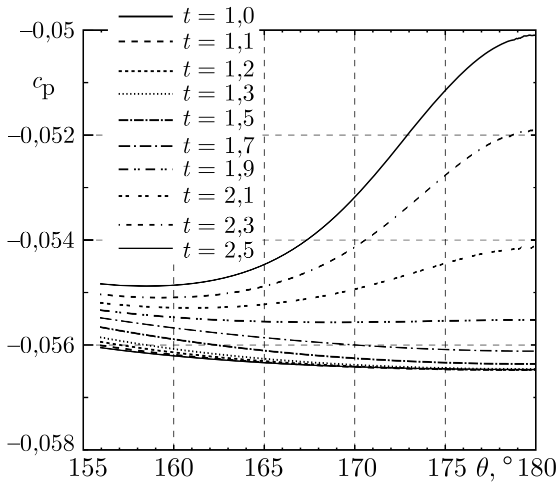


Рис. 5.11. Эволюция распределения коэффициента давления c_p в окрестности задней критической точки сферы при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^4$

Эволюция распределения коэффициента давления на обтекаемой поверхности в окрестности задней критической точки тела (рис. 5.11) показывает, что в донной области сферы, как и кругового цилиндра, наблюдается разрежение. При этом на стадии зарождения отрыва в задней критической точке имеет место минимум коэффициента давления, а на стадии формирования глобальной отрывной зоны — его локальный максимум.

Особенности развития местного коэффициента сопротивления трения в окрестности задней критической точки сферы можно установить по данным, приведенным на рис. 5.12 и 3.22. В момент зарождения отрыва ($t = t_\mathrm{g}$) напряжение трения является положительной убывающей функцией, обращающейся в нуль в задней критической точке. В интервале $t_\mathrm{g} \leqslant t < t_\mathrm{G}$ характер

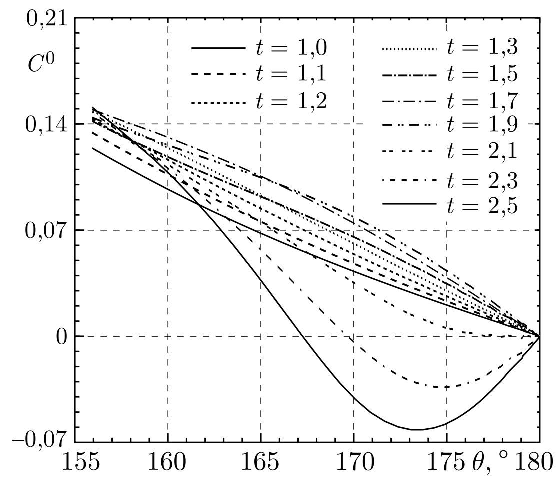


Рис. 5.12. Эволюция распределения величины $C^0 = c_\mathrm{f}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в окрестности задней критической точки сферы при числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^4$

распределения напряжения трения сохраняется, при этом с возрастанием времени его значение увеличивается, поскольку возрастает значение производной $dC^0/d\theta$ в задней критической точке тела. При $t = t_G$ почти скачкообразно формируется распределение с «полкой» нулевого напряжения трения в некоторой окрестности задней критической точки. При последующих моментах времени происходит отрыв потока с обтекаемой поверхности и в ближнем следе наблюдается развитая глобальная зона отрывного течения.

5.2.4. Эволюция местных и суммарных аэродинамических характеристик. Эволюцию местных аэродинамических характеристик сферы продемонстрируем на примере поведения в передней и задней критических точках коэффициента давления c_p (рис. 5.13) и относительного теплового потока q_w (рис. 5.14).

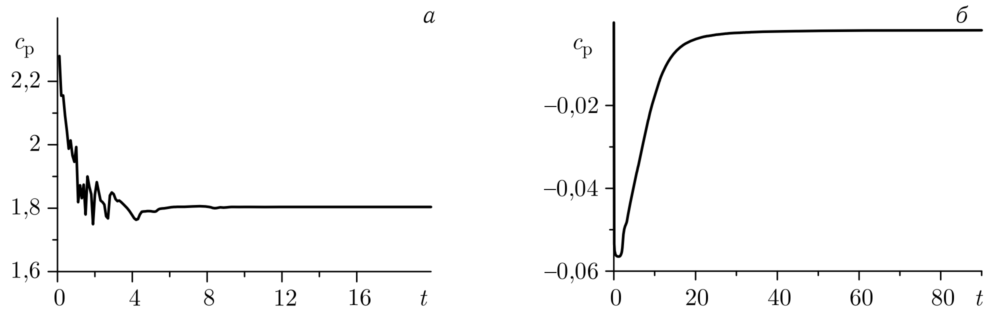


Рис. 5.13. Изменение во времени значений коэффициента давления c_p в передней (*а*) и задней (*б*) критических точках сферы с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $M_\infty = 5$ и $Re = 10^4$

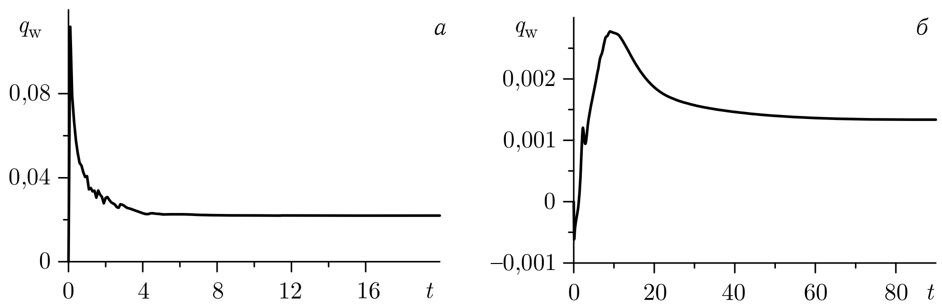


Рис. 5.14. Изменение во времени значений относительного теплового потока q_w в передней (*а*) и задней (*б*) критических точках сферы с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $M_\infty = 5$ и $Re = 10^4$

В целом эволюция местных аэродинамических характеристик сферы имеет много общего с эволюцией соответствующих характеристик кругового цилиндра, но пространственность течения обусловливает ряд количественных отличий.

В пространственном течении процесс установления по времени, т. е. выход на стационарное решение, протекает быстрее, чем в плоском течении: для сферы $t_{\text{вых}} \approx 90$, для цилиндра $t_{\text{вых}} \approx 150$. Кроме того, в передней критической точке рассматриваемые величины достигают своих стационарных значений примерно при $t \approx 20$, а в задней критической точке — при $t \approx 90$. Из этого следует, что в окрестности лобовой поверхности структура поля течения устанавливается в 4,5 раз быстрее, чем в области ближнего следа.

Как и в случае кругового цилиндра, в своей эволюции рассматриваемые величины проходят три стадии: первая, начальная, стадия развития характеризуется плавным изменением рассматриваемых величин; вторая стадия развития характеризуется наличием сильных пульсаций, причем амплитуда пульсаций принимает наибольшие значения в передней критической точке и уменьшается по мере продвижения к задней критической точке, в которой наблюдается почти монотонное изменение рассматриваемых величин; третья, заключительная, стадия характеризуется монотонным выходом на стационарный режим обтекания. Далее отметим, что в пространственном течении амплитуда пульсаций меньше по сравнению с плоским течением.

Эволюция интегральных аэродинамических характеристик сферы обсуждалась в п. 3.2.4 (рис. 3.25) параллельно с круговым цилиндром.

5.3. Влияние числа Рейнольдса на структуру поля течения и аэродинамические характеристики

Влияние числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} = 10 \div 10^8$) на структуру поля течения и аэродинамические характеристики сферы исследовано при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ для случаев теплоизолированной поверхности ($\partial T/\partial r = 0$) и умеренного теплообмена на обтекаемой поверхности ($T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$). Наряду со сферой на той же сетке и для тех же значений определяющих параметров проведены расчеты обтекания кругового цилиндра для адекватного изучения роли пространственности течения. При этом численное моделирование выполнено при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10 \div 10^6$ на основе уравнений Навье–Стокса и при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^6 \div 10^8$ на основе уравнений Рейнольдса.

5.3.1. Структура поля течения. Как известно, при обтекании цилиндра и сферы сверхзвуковым потоком в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса около этих тел реализуются различные структуры поля течения, о смене которых удобно судить по характеристикам отрывной зоны (рис. 5.15).

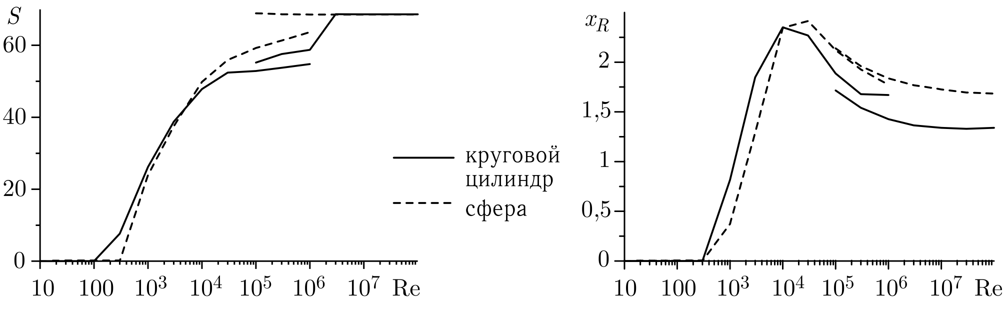


Рис. 5.15. Положение точки отрыва α_{S} на теплоизолированной поверхности тела и точки присоединения x_{R} на оси в зависимости от числа Рейнольдса при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$

По мере роста числа Re для обоих тел точка отрыва монотонно смещается вверх по потоку и при турбулизации течения ее положение почти не изменяется. Длина замкнутой отрывной зоны для этих тел также изменяется схожим образом: она сначала возрастает, достигает максимального значения примерно

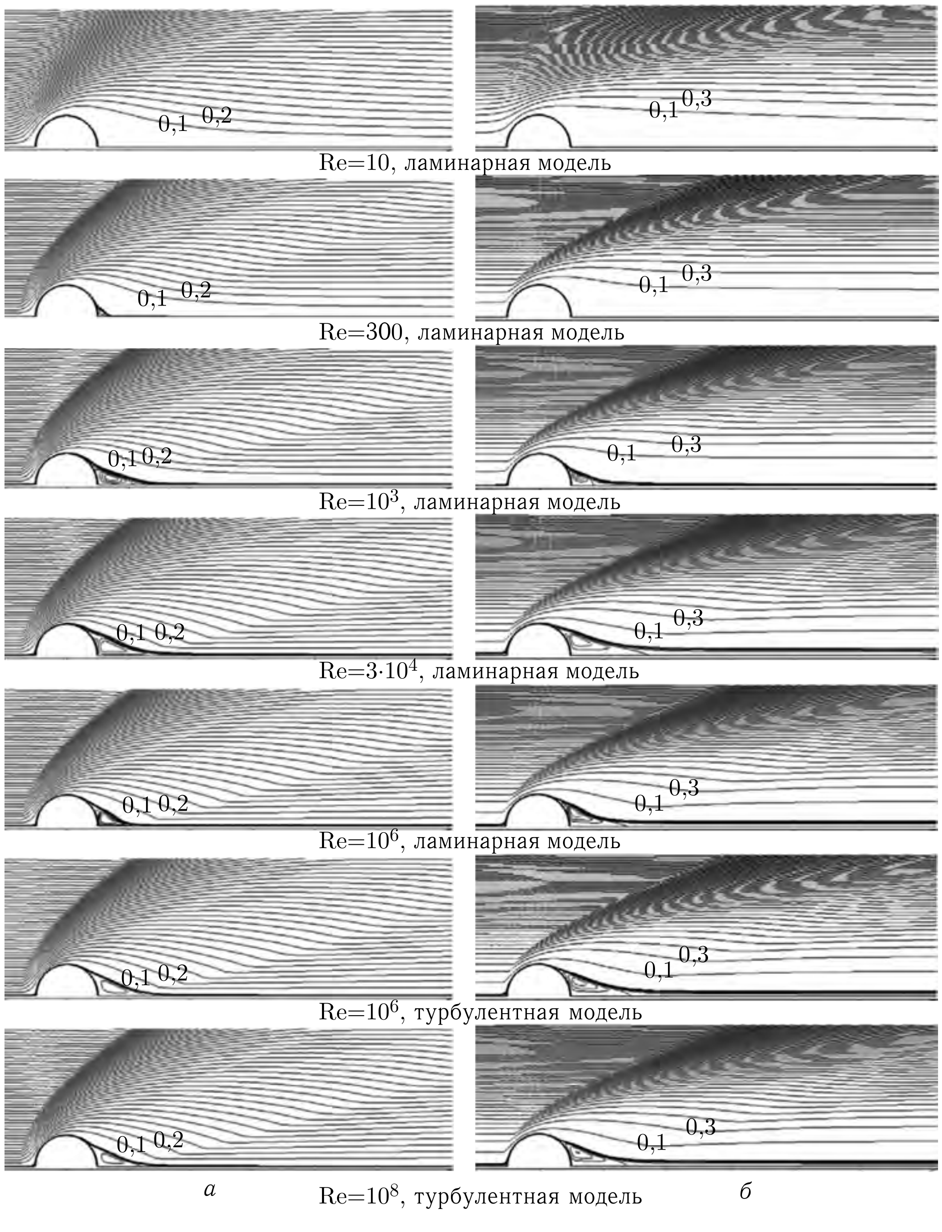


Рис. 5.16. Картины линий тока около цилиндра (*а*) и сферы (*б*) с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при различных числах Рейнольдса для числа Маха $M_\infty = 5$

при одном и том же числе $\mathrm{Re} \approx 4 \cdot 10^4$, а затем уменьшается с ростом числа Re и выходит на постоянное значение при турбулентном отрыве.

Общее представление о влиянии числа Re и пространственности течения на структуру поля течения около рассматриваемых тел дают картины линий тока (рис. 5.16).

Согласно приведенным данным изменение структуры поля течения с ростом числа Re протекает для обоих тел в качественном отношении одинаково. Однако при этом имеются количественные различия.

При обтекании кругового цилиндра сверхзвуковым потоком отрыв потока наступает при меньших числах Re по сравнению со сферой. При этом для обоих тел сначала наблюдается локальный отрыв потоков, который имеет место в узком интервале числа Re, а затем наступает глобальный отрыв. Так, например, при числе $\mathrm{Re} = 300$ в ближнем следе за круговым цилиндром уже сформировалась замкнутая зона отрывного течения (глобальный отрыв), в то время как за сферой ее нет и в кормовой ее части имеется локальный отрыв потока.

5.3.2. Местные аэродинамические характеристики. Рассмотрение местных аэродинамических характеристик сферы начнем с анализа поведения коэффициента давления в передней и задней критических точках (рис. 5.17); там же для сравнения нанесены соответствующие зависимости для кругового цилиндра.

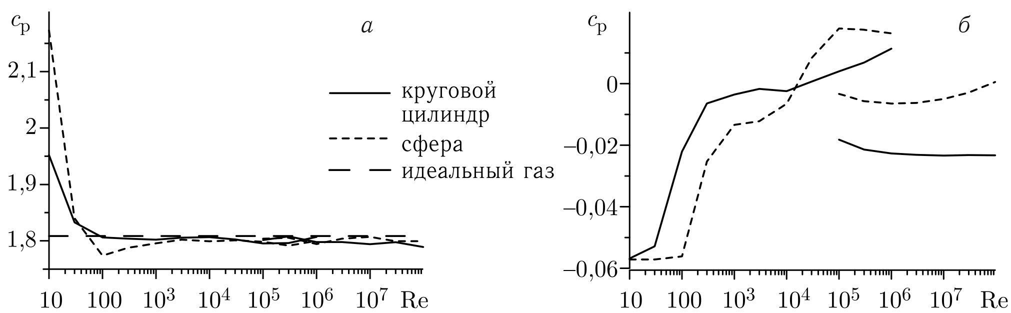


Рис. 5.17. Коэффициент давления c_p в передней (*а*) и задней (*б*) критических точках сферы в зависимости от числа Рейнольдса при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$

В передней критической точке при числе $\mathrm{Re} \approx 10$ коэффициент давления значительно превышает свое асимптотическое значение, поскольку при этих условиях заметна роль вязких напряжений. С возрастанием числа Рейнольдса вязкие напряжения быстро уменьшаются и коэффициент давления близок к постоянному значению. Турбулизация течения, имеющая место при больших числах Рейнольдса, практически не сказывается на значении коэффициента давления, так как в окрестности критической точки сохраняется ламинарный режим течения.

Иная картина наблюдается в задней критической точке. При числе $\mathrm{Re} \approx 10$ в ней имеет место достаточно заметное разрежение, которое близко к предельному значению $c_{p\,\min} = -0{,}05714$. С ростом числа Re давление в задней критической точке повышается, и при больших числах Рейнольдса разрежение сменяется сжатием, что связано с изменением структуры ближнего следа и повышением интенсивности возвратного течения в отрывной зоне. Турбулизация течения в ближнем следе приводит к изменению структуры поля течения, уменьшению размеров замкнутой отрывной зоны и понижению коэффициента давления — сжатие сменяется разрежением.

Изменение относительного теплового потока q_{w} в передней и задней критических точках кругового цилиндра и сферы показано на рис. 5.18. В передней критической точке для обоих тел он монотонно уменьшается с ростом числа Re, стремясь к асимптотическому решению при больших числах Рейнольдса; турбулизация течения в возмущенной области не сказывается на поведении этих зависимостей, поскольку в некоторой ее окрестности ламинарный режим течения сохраняется при всех числах Рейнольдса.

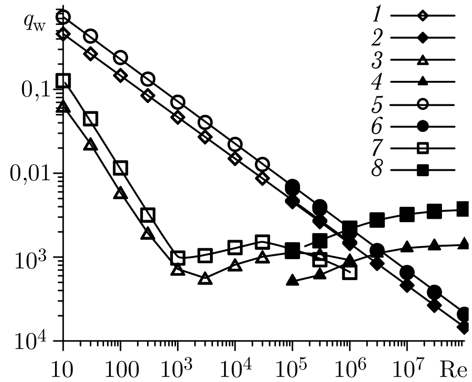


Рис. 5.18. Зависимость относительного теплового потока q_{w} от числа Рейнольдса Re ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$); передняя критическая точка цилиндра: *1* — ламинарная модель, *2* — турбулентная модель; задняя критическая точка цилиндра: *3* — ламинарная модель, *4* — турбулентная модель; *5–8* аналогично для сферы

Иная картина наблюдается в задней критической точке. При ламинарном течении в ближнем следе тепловой поток в ней уменьшается с ростом числа Рейнольдса, хотя и несколько в ином темпе по сравнению с передней критической точкой. Турбулизация течения в ближнем следе приводит к определенной стабилизации структуры поля течения, что обусловливает независимость теплового потока в задней критической точке от числа Re.

В результате этого при больших числах Рейнольдса тепловой поток в задней критической точке может существенно превышать его значение в передней критической точке. Из этого следует, что при движении тела со сверхзвуковыми скоростями при больших числах Рейнольдса возникает проблема аэродинамического нагревания и теплозащиты его донной части.

Влияние числа Рейнольдса на распределение коэффициента давления в меридиональном сечении сферы показано на рис. 5.19; при этом дополнительно в ином масштабе построены результаты расчетов для кормовой части сферы. При наименьшем значении числа Re коэффициент давления является монотонно убывающей функцией с экстремумами в передней и задней критических точках. С увеличением числа Re нарушается монотонность в распре-

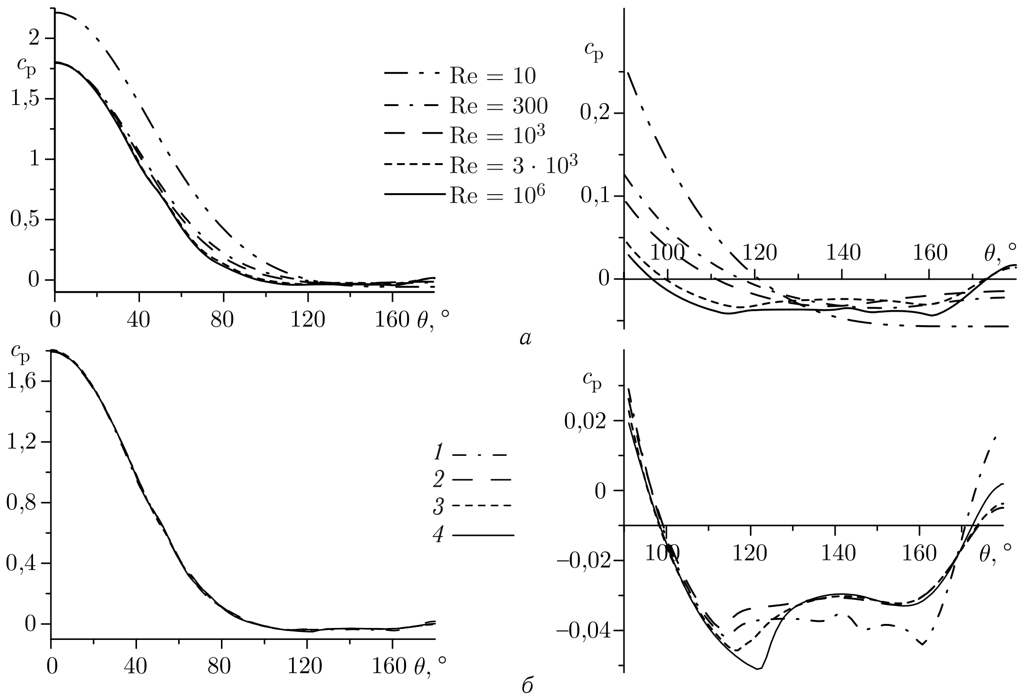


Рис. 5.19. Распределения коэффициента давления c_p по поверхности сферы для различных чисел Рейнольдса при числе Маха $M_\infty = 5$: *а* — ламинарная модель; *б* — ламинарная модель: *1* — $\mathrm{Re} = 10^6$; турбулентная модель: *2* — $\mathrm{Re} = 10^6$, *3* — $\mathrm{Re} = 10^7$, *4* — $\mathrm{Re} = 10^8$

делении коэффициента давления, и при больших числах Re наблюдается его стабилизация на лобовой поверхности сферы вследствие явления гиперзвуковой стабилизации. Поэтому изменение числа Re проявляется в основном на распределении коэффициента давления в донной области, где оно отражает структуру течения в ближнем следе.

Влияние числа Рейнольдса на распределение местного коэффициента сопротивления трения в меридиональном сечении сферы показано на рис. 5.20; при этом дополнительно в ином масштабе построены результаты расчетов для кормовой части сферы.

Согласно расчетам при всех числах Re течение в пограничном слое на поверхности сферы вплоть до точки отрыва является ламинарным и турбулизация течения имеет место в ближнем следе. В то же время в случае кругового цилиндра для двух последних значений числа Re ламинарно-турбулентный переход наблюдается на его лобовой поверхности.

Приведенные на рис. 5.20 зависимости отражают эволюцию структуры поля течения по числу Re. Для ламинарного режима при числе $\mathrm{Re} = 10$ реализуется безотрывное обтекание сферы, а при числе $\mathrm{Re} = 300$ наблюдается зарождение глобальной отрывной зоны, которая при последующем увеличении числа Рейнольдса развивается и претерпевает изменения по своей структуре. При этом точка первичного отрыва с возрастанием числа Re смещается вверх по потоку, а при числе $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^4$ появляются вторичный

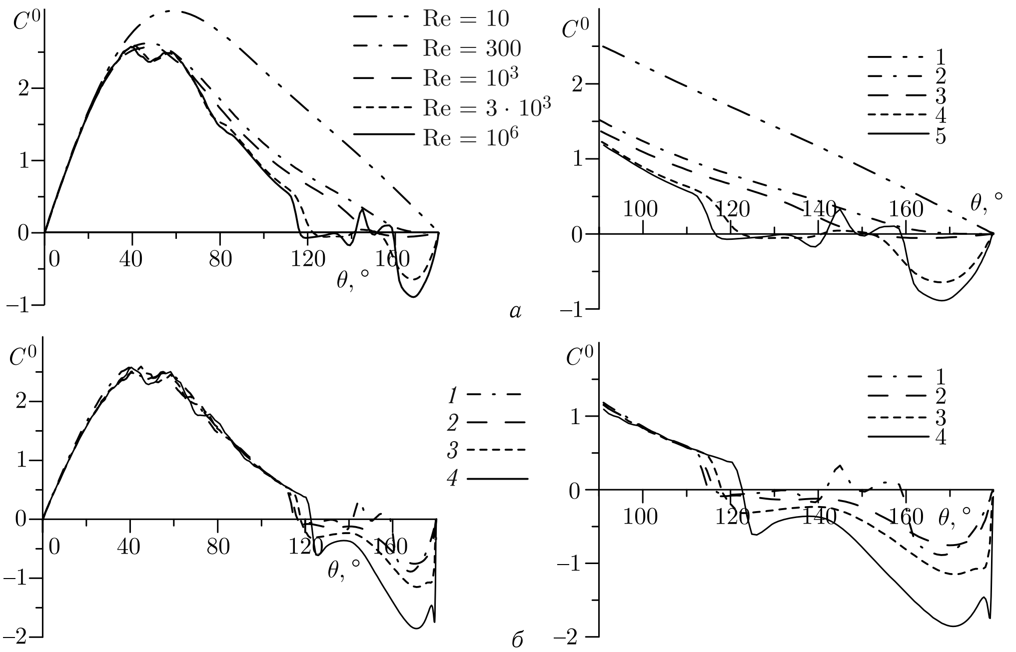


Рис. 5.20. Распределения величины $C^0 = c_f\sqrt{\mathrm{Re}}$ по поверхности сферы для различных чисел Рейнольдса при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $T_{w0} = 0{,}5$: *а* — ламинарная модель; *б* — ламинарная модель: *1* — $\mathrm{Re} = 10^6$, турбулентная модель: *2* — $\mathrm{Re} = 10^6$, *3* — $\mathrm{Re} = 10^7$, *4* — $\mathrm{Re} = 10^8$

отрыв и присоединение потока. Турбулизация течения приводит к упрощению структуры отрывной зоны — исчезновению вторичного отрыва и присоединения потока; на этих режимах с возрастанием числа Re точка первичного отрыва смещается вниз по потоку.

5.3.3. Суммарные аэродинамические характеристики. Изменение коэффициента сопротивления трения сферы в зависимости от числа Рейнольдса показано на рис. 5.21. В качественном отношении его поведение в зависимости от определяющих параметров подобия имеет такой же характер, как и в рамках классической постановки задачи: с ростом числа Рейнольдса и с уменьшением температурного фактора его значение уменьшается. Все отличия от асимптотического решения носят количественный характер.

Далее отметим следующую особенность: турбулизация течения около сферы приводит к очень незначительным изменениям в коэффициенте сопротивления трения. В исследованном диапазоне числа Рейнольдса результаты расчетов согласно турбулентной модели не только плавно сопрягаются с данными расчетов по ламинарной модели, но и подчиняются ламинарной закономерности изменения по числу Рейнольдса. Связано это с тем, что при рассмотренных условиях течение газа в пограничном слое вплоть до точки отрыва сохраняет ламинарный режим движения. Следовательно, турбулизация течения вызывает изменение напряжения трения в донной области сферы, которая вносит малый вклад в суммарное сопротивление трения.

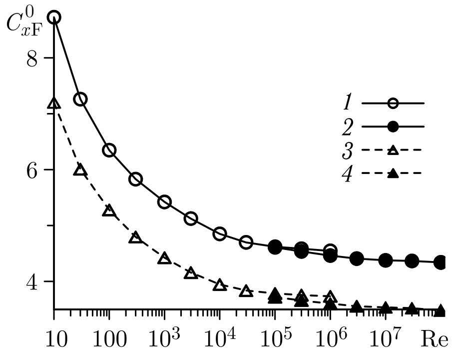


Рис. 5.21. Зависимость коэффициента сопротивления трения $C_F^0 = C_{xF}\sqrt{\mathrm{Re}}$ сферы от числа Рейнольдса ($\mathrm{M}_\infty = 5$); теплоизолированная поверхность: *1* — ламинарная модель, *2* — турбулентная модель; изотермическая поверхность ($T_{w0} = 0{,}5$): *3* — ламинарная модель, *4* — турбулентная модель

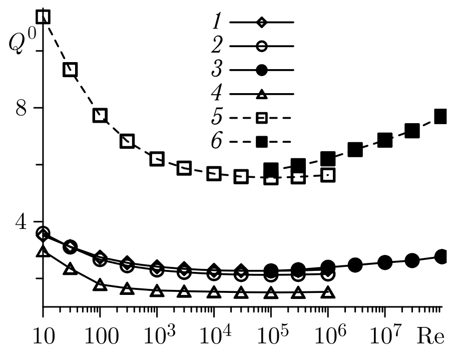


Рис. 5.22. Зависимость суммарного потока тепла $Q^0 = Q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ от числа Рейнольдса ($\mathrm{M}_\infty = 5$), цилиндр: *1* — $T_{w0} = 0{,}25$, ламинарная модель; *2* — $T_{w0} = 0{,}5$, ламинарная модель; *3* — $T_{w0} = 0{,}5$, турбулентная модель; *4* — $T_{w0} = 0{,}75$, ламинарная модель; сфера: *5* — $T_{w0} = 0{,}5$, ламинарная модель; *6* — $T_{w0} = 0{,}5$, турбулентная модель

Иная картина имеет место для суммарного потока тепла (рис. 5.22). Для ламинарного течения около сферы величина $Q^0 = Q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ с ростом числа Рейнольдса монотонно уменьшается и при больших числах Re выходит практически на постоянное значение. Расчетная зависимость для турбулентной модели плавно сопрягается с ламинарной зависимостью при числе $\mathrm{Re} \approx 10^5$, но при последующем увеличении числа Рейнольдса монотонно возрастает, все более удаляясь от ламинарной зависимости. Это связано с тем, что теплообмен в донной области сферы при турбулентном режиме течения становится существенно интенсивнее по сравнению с ламинарным режимом и вносит заметный вклад в ее суммарный тепловой поток.

Для полноты информации на рис. 5.22 приведены также результаты расчетов суммарного потока тепла для кругового изотермического цилиндра с различными значениями температурного фактора. Можно видеть, что суммарный тепловой поток для сферы существенно больше его значения для цилиндра. Это различие обусловлено явлением растекания — одним из эффектов пространственности течения.

Изменение коэффициента аэродинамического сопротивления сферы в зависимости от числа Рейнольдса показано на рис. 5.23 и 5.24. При наименьшем числе Рейнольдса, когда существенна роль вязких напряжений, он принимает наибольшее значение; при этом в его формирование основной вклад вносят силы трения (рис. 5.24). При последующем увеличении числа Рейнольдса вклад сил трения снижается и коэффициент аэродинамического сопротивления уменьшается; при достаточно больших значениях числа Re он выходит на постоянное значение, которое хорошо согласуется с коэффициентом сопротивления сферического затупления в рамках теории идеального газа [Бабенко К.И. и др., 1964]. Турбулизация течения практически не вносит

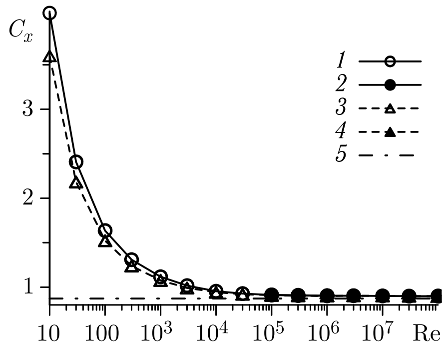


Рис. 5.23. Зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления C_x сферы от числа Рейнольдса ($\mathrm{M}_\infty = 5$); теплоизолированная поверхность: *1* — ламинарная модель; *2* — турбулентная модель; изотермическая поверхность ($T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$): *3* — ламинарная модель; *4* — турбулентная модель; *5* — данные работы [Любимов А.Н., Русанов В.В, 1970]

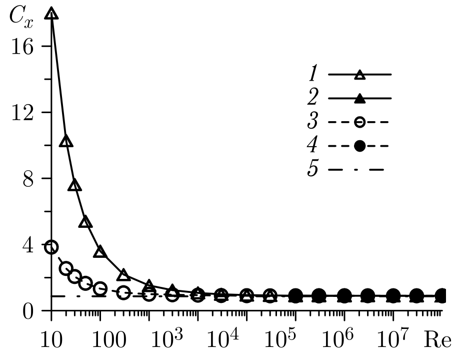


Рис. 5.24. Зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления C_x сферы от числа Рейнольдса ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$): *1* — ламинарная модель; *2* — турбулентная модель; коэффициент сопротивления давления $C_{x\mathrm{p}}$: *3* — ламинарная модель; *4* — турбулентная модель; *5* — данные работы [Любимов А.Н., Русанов В.В, 1970]

изменений в значения C_x. Далее отметим, что изменение температурного режима обтекаемой поверхности слабо влияет на коэффициент аэродинамического сопротивления (рис. 5.23).

Заключение

В предположении об осевой симметрии течения выполнено численное моделирование сверхзвукового обтекания сферы — простейшего тела с обтекаемой поверхностью постоянной кривизны. При обтекании сферы в чистом виде реализуется явление растекания — один из эффектов пространственности течения.

Тестирование численного моделирования проведено при транс- и сверхзвуковых скоростях ($0{,}9 \leqslant \mathrm{M}_\infty \leqslant 5$), результаты расчетов коэффициента аэродинамического сопротивления сферы хорошо согласуются с известными экспериментальными данными.

Часто при изучении обтекания сферы параллельно рассматривается поперечное обтекание кругового цилиндра, обтекаемая поверхность которого также имеет постоянную кривизну. В таком сочетании тел рассмотрены две задачи — мгновенный старт со сверхзвуковой скоростью ($\mathrm{M}_\infty = 5$) и влияние числа Рейнольдса ($10 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^8$) на стационарные аэродинамические характеристики при сверхзвуковых скоростях ($\mathrm{M}_\infty = 5$). Согласно расчетам развитие течения во времени и поведение аэродинамических характеристик по числу Рейнольдса для обоих тел в качественном отношении однотипны, а количественные различия, иногда весьма существенные, обусловлены явлением растекания.

Глава 6

ПЛОСКИЕ И ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ТЕЛА С УЗКОЙ ВЫЕМКОЙ НА ЛОБОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ В СВЕРХЗВУКОВОМ И ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКАХ

В технических приложениях часто приходится иметь дело с телами, на поверхностях которых расположены узкие канавки (межплиточные зазоры теплозащитного покрытия, зазоры технических устройств и т. п.). При обтекании таких тел сверхзвуковым потоком эти канавки вносят локальные возмущения в поле течения и приводят к образованию локальных пиков теплового потока. Все это обусловливает определенные проблемы при организации теплозащиты обтекаемой поверхности от аэродинамического нагревания. Поэтому изучение структуры поля течения и поведения локальных аэродинамических характеристик в окрестности узких выемок представляет научный и практический интерес.

В общем случае эта задача является трехмерной и достаточно трудной для численного анализа. Поэтому целесообразно рассмотреть модельную задачу о сверхзвуковом обтекании и аэродинамическом нагревании плоских и осесимметричных тел при наличии поперечной изолированной выемки на обтекаемой поверхности, которая при определенных условиях сводится к двухмерной задаче. Решением этой модельной задачи в некотором диапазоне ее определяющих параметров относительно просто достигается главная цель — изучение особенностей структуры поля течения и закономерностей теплообмена в окрестности выемки и внутри нее.

Численное моделирование этой модельной двухмерной задачи выполнено применительно к плоской пластине и двум осесимметричным телам, представляющим собой разрабатываемые марсианские зонды: американский «Mars Pathfinder» [Haas B.L., Venkatapathy E., 1995] и европейский «Martian Sample Return Orbiter» (MSRO), который сначала назывался «Mars Express Probe». Расчеты, результаты которых обсуждаются ниже, проведены в некотором диапазоне изменения определяющих параметров задачи. Достоверность получаемой информации подтверждена путем сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными. При этом в случае осесимметричного тела течение в ближнем следе не моделировалось ни при расчете, ни в эксперименте.

Основные результаты этого численного исследования нашли отражение в следующих публикациях: [Yegorov I., Bashkin V., Buldakov E., Ivanov D., 1998], [Башкин В.А., Булдаков Е.В., Егоров И.В., Иванов Д.В., 2000], [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Скуратов А.С., 2000], [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 2002].

6.1. Общие замечания

Для проведения исследований модельной задачи необходимо установить ее определяющие параметры подобия, которые подразделяются на ряд групп.

Газодинамические параметры подобия. Прежде всего задача зависит от числа Маха M_∞ набегающего потока и числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\infty L}$, вычисленного по параметрам набегающего потока и характерному линейному размеру L. При этом рассматриваются сверхзвуковые скорости движения ($\mathrm{M}_\infty > 1$) при достаточно больших числах Рейнольдса ($\mathrm{Re}_{\infty L} \gg 1$). При этих условиях задача описывается уравнениями механики сплошной среды — в общем случае уравнениями Навье–Стокса.

При больших числах Рейнольдса происходит расслоение поля течения на область квазиневязкого течения и область вязкого течения в тонком пограничном слое [Шлихтинг Г., 1974]. При этом предполагается, что толщина пограничного слоя много меньше главных радиусов кривизны обтекаемой поверхности. При этих условиях особенности картины течения в выемке будут определяться двумя параметрами: числом Маха M_e на внешней границе пограничного слоя над выемкой и параметром автомодельности $\beta = 2\xi$ $(du_\mathrm{e}/d\xi)/u_\mathrm{e}$, характеризующим градиент давления на внешней границе пограничного слоя (здесь ξ — обобщенная переменная подобия, направленная вдоль обтекаемой поверхности). Формально указанные параметры независимы, но при заданной форме тела они взаимозависимы и определяются значениями параметров подобия M_∞ и $\mathrm{Re}_{\infty L}$.

Особый интерес представляют два предельных случая. Первый из них соответствует обтеканию тонких несущих тел, когда на внешней границе пограничного слоя реализуется слабо градиентное сверхзвуковое течение ($\mathrm{M}_\mathrm{e} > 1$, $\beta \ll 1$); типичный и наиболее простой пример — плоская пластина. Второй случай соответствует обтеканию лобовой поверхности сильно затупленного тела, когда на внешней границе пограничного слоя реализуется сильно градиентное дозвуковое течение ($\mathrm{M}_\mathrm{e} < 1$, $\beta = O(1)$). Типичным примером могут служить разрабатываемые марсианские зонды: американский Mars Pathfinder [Haas B.L., Venkatapathy E., 1995] и европейский Martian Sample Return Orbiter (MSRO), который сначала назывался Mars Express Probe.

Термодинамические параметры подобия. На характеристики поля течения и теплообмена большое влияние оказывают параметры модели движущейся среды. Наиболее простая из них — модель совершенного газа, т. е. газ, который подчиняется уравнению состояния Клапейрона, имеет постоянные удельные теплоемкости (показатель адиабаты $\gamma = \mathrm{const}$), постоянное число Прандтля ($\mathrm{Pr} = \mathrm{const}$) и динамическую вязкость, зависящую только от температуры, например, $\mu \sim T^\omega$, где $0{,}5 \leqslant \omega \leqslant 1$. Для указанных условий модель среды определяется тремя параметрами подобия: показателем адиабаты γ, числом Прандтля Pr и показателем степени ω в степенном законе вязкости.

Термические параметры подобия. При движении сжимаемой среды решение задачи зависит от параметров подобия, определяющих температурный режим обтекаемой поверхности. Здесь с точки зрения аэродинамического нагревания необходимо изучить три характерные ситуации, связанные с температурным режимом поверхности тела и стенок выемки.

Первая из них соответствует обтеканию тела с теплоизолированной поверхностью и теплоизолированными стенками выемки ($\partial T/\partial n = 0$). Этот режим важен как с аэродинамической, так и с тепловой точек зрения. С аэродинамической точки зрения он реализуется при испытаниях моделей в аэродинамических установках без нагревания и в высокотемпературных аэродинамических трубах, если модель остается в трубе достаточно долго (пока не прогреется полностью), а также в натурных условиях при полете с до-, транс- и малыми сверхзвуковыми скоростями, когда можно пренебречь излучением тепловой энергии с обтекаемой поверхности. С тепловой точки зрения этот режим соответствует максимально достижимой температуре на обтекаемой поверхности при заданных условиях полета и определяет такую важную для анализа аэродинамического нагревания характеристику, как температура (энтальпия) восстановления.

Вторая ситуация соответствует изотермической поверхности тела (температурный фактор $T_{w01} = T_{w1}/T_0 = \mathrm{const}$, где T_0 — температура торможения набегающего невязкого потока) и теплоизолированным стенкам выемки ($\partial T/\partial n = 0$). Расчеты подобного рода позволяют установить влияние температуры поверхности тела на температуру (энтальпию) восстановления внутри выемки.

Третья ситуация соответствует изотермической поверхности тела с температурным фактором $T_{w01} = T_{w1}/T_0 = \mathrm{const}$ и изотермическим стенкам выемки с температурным фактором $T_{w02} = T_{w2}/T_0 = \mathrm{const}$. Анализ этой ситуации позволяет изучить закономерности теплообмена в выемке и установить законы подобия, которые могут быть использованы в последующем для исследования температурного режима поверхности в прикладных задачах.

Геометрические параметры подобия, связанные с формой выемки. С прикладной точки зрения наиболее важной и распространенной является прямоугольная выемка длиною ℓ^* и глубиною h_1^* по левому и h_2^* по правому ее краям (рис. 6.1). Если ввести среднюю глубину выемки $h^* = 0{,}5(h_1^* + h_2^*)$, то выемка будет характеризоваться следующими геометрическими параметрами подобия: 1) $\ell = \ell^*/L$ — относительная длина выемки; если $\ell \ll 1$, то выемка называется узкой; 2) $h = h^*/\ell^*$ — относительная глубина выемки,

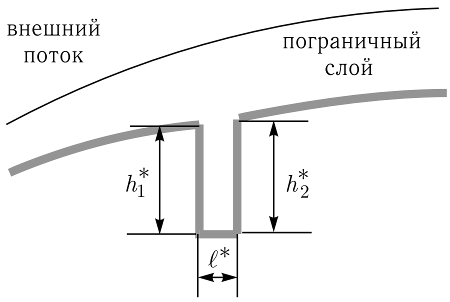


Рис. 6.1. Сечение тела с выемкой на лобовой поверхности

характеризующая ее форму; при $h \ll 1$ имеем дело с мелкой выемкой, при $h = O(1)$ — с нормальной выемкой, при $h \gg 1$ — с глубокой выемкой. 3) $\Delta = (h_1^* - h_2^*)/\ell^*$ — смещение внешних кромок выемки, которое обычно обусловлено технологическими причинами. Здесь верхней звездочкой обозначены размерные величины.

Еще одним геометрическим параметром подобия для тела фиксированной геометрии является параметр $L_\mathrm{g} = L_\mathrm{g}^*/L$, характеризующий положение выемки на поверхности обтекаемого тела (L_g^* — расстояние до передней кромки выемки, отсчитываемое от точки, в которой начинается развитие пограничного слоя (острая передняя кромка заостренного тела или передняя критическая точка затупленного тела)).

Из-за многопараметричности модельной задачи ее анализ сопряжен с выполнением очень большого объема расчетных исследований. Поэтому на начальном этапе исследований основное внимание было уделено изучению особенностей теплообмена для указанных выше предельных случаев: 1) обтекание плоской пластины с узкой выемкой сверхзвуковым потоком вязкого совершенного газа и 2) обтекание сверх- или гиперзвуковым потоком сильно затупленного осесимметричного тела с узкой выемкой на его лобовой поверхности, когда на внешней границе пограничного слоя течение является дозвуковым. В последнем случае расчеты проводились применительно к американскому и европейскому марсианским зондам для некоторых характерных режимов обтекания.

При проведении расчетов, если это не оговорено особо, предполагалось, что движущаяся среда является совершенным газом с показателем адиабаты $\gamma = 1{,}4$, числом Прандтля $\mathrm{Pr} = 0{,}7$ и динамической вязкостью, изменяющейся в зависимости от температуры по степенному закону ($\mu/\mu_\infty = (T/T_\infty)^\omega$, $\omega = 0{,}7$).

6.2. О численном моделировании

На основе указанного подхода разработан программный комплекс для численного анализа гиперзвуковых отрывных течений около плоских и осесимметричных затупленных тел при наличии узкой выемки на их поверхности. Из-за наличия узкой выемки построить сетку в расчетной области очень сложно, поэтому для исследования течений с зазорами был разработан подход на основе разделения расчетной области на ряд зон. В нашем случае сложная область интегрирования, представляющая собой многоугольник $ABCDFD^1A^1EA$ (рис. 6.2), подразделялась на две простые зоны $ABCDA$ и $A^1B^1C^1D^1A^1$. Вторая область пересекается с первой, образуя четырехугольник EB^1C^1FE. Таким образом, вычисления проводятся в областях $ABCDA$ и $A^1B^1C^1D^1A^1$. Обмен данными, полученными в этих областях, осуществляется через граничные условия после

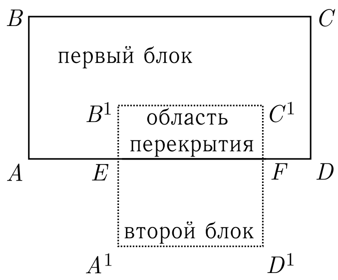


Рис. 6.2. Блок-схема вычислительной области

каждого шага по времени. На каждом шаге граничные условия на участке EF границы AD первой области определяются путем интерполяции неизвестных из области $A^1B^1C^1D^1A^1$. Аналогичным образом устанавливаются граничные условия на границе EB^1C^1F.

По найденным полям газодинамических переменных вычислялись местные аэродинамические характеристики: коэффициент давления $c_\mathrm{p} = (p - p_\infty)/q_\infty$, местный коэффициент сопротивления трения $c_\mathrm{f} = \tau_\mathrm{w}/q_\infty$ и местный относительный поток тепла $q_\mathrm{w} = q^*_\mathrm{w}/\rho_\infty V_\infty H_\infty$ (H_∞, $q_\infty = 0{,}5\rho_\infty V_\infty^2$ — энтальпия торможения и скоростной напор набегающего потока соответственно).

6.3. Плоская пластина с узкой выемкой в сверхзвуковом потоке

На основе указанного выше подхода исследовано сверхзвуковое обтекание ($\mathrm{M}_\infty = 6{,}1$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$) плоской пластины длиною $L = 300$ мм (характерный линейный размер) под углом атаки $\alpha = 5°$; условия расчета соответствовали условиям трубного эксперимента. На расстоянии $L^*_\mathrm{g} = 220$ мм ($L_\mathrm{g} = L^*_\mathrm{g}/L = 0{,}733$) от передней кромки пластины располагалась выемка длиною $\ell^* = 2$ мм ($\ell = \ell^*/L = 0{,}00667$) и глубиною $h^* = 10$ мм ($h = h^*/L = 0{,}0333$; $\widetilde{h} = h^*/\ell^* = 5$). Численное моделирование проведено на неравномерных сетках 201×101 для первого блока и 51×61 для второго блока.

Случай обтекания плоской изотермической пластины с температурным фактором $T_\mathrm{w01} = 0{,}41$ соответствует условиям трубного эксперимента. Результаты расчетов представлены на рис. 6.3 в виде распределения отношения $q_* = q_\mathrm{w}(x)/q_\mathrm{w}(x_*)$ по обтекаемой поверхности (x_* — некоторая характерная

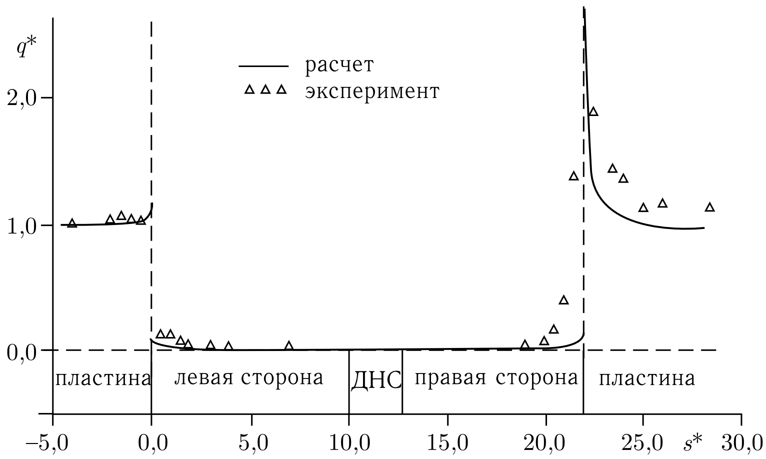


Рис. 6.3. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по теплопередаче $q_* = q_\mathrm{w}(x)/q_\mathrm{w}(x_*)$ в окрестности узкой выемки на плоской пластине: $\mathrm{M}_\infty = 6{,}1$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, $T_\mathrm{w0} = 0{,}41$; s^* — длина дуги (в мм) вдоль обтекаемой поверхности, отсчитываемая от левой внешней кромки выемки

точка на поверхности пластины перед выемкой) и сопоставлены с экспериментальными данными, полученными А.С. Скуратовым. В целом наблюдается хорошее согласование их между собой как в качественном, так и в количественном отношениях и, следовательно, можно сделать вывод о корректности численного моделирования.

Для выявления структуры поля течения и закономерностей теплопередачи при обтекании плоской пластины с узкой выемкой сверхзвуковым потоком выполнены три серии расчетов для различных условий по теплообмену на обтекаемых абсолютно нетеплопроводных поверхностях. Первая серия соответствовала обтеканию пластины с теплоизолированной поверхностью ($\partial T/\partial n = 0$). Вторая серия расчетов выполнена при следующих граничных условиях: изотермическая поверхность пластины ($T_{\mathrm{w}\infty 1} = T^*_{\mathrm{w}1}/T_\infty = \mathrm{const}$, T_∞ — температура невозмущенного потока) и теплоизолированная поверхность выемки ($\partial T/\partial n = 0$); вычисления проведены для трех значений температуры поверхности пластины $T_{\mathrm{w}01} = T_{\mathrm{w}1}/T_0 = 0{,}5$; 0,41 и 0,3 ($T_{\mathrm{w}\infty 1} = 4{,}221$; 3,461; 2,5326). Третья серия расчетов соответствовала обтеканию пластины и выемки с изотермическими поверхностями: температура пластины фиксирована $T_{\mathrm{w}01} = 0{,}41$, а температура стенок выемки варьировалась: $T_{\mathrm{w}02} = 0{,}05$; 0,1; 0,2; 0,3; 0,41; 0,5; 0,6.

6.3.1. О структуре поля течения в выемке. Для всех рассмотренных вариантов задачи поле течения газа в выемке имеет одинаковую структуру, на что указывают построенные картины линий тока. Поскольку течение в выемке слабоинтенсивно и при построении картин линий тока возможны определенные погрешности, то упомянутые картины линий тока следует рассматривать как схемы, позволяющие судить о структуре поля течения и понять особенности теплообмена на обтекаемых поверхностях.

Согласно результатам расчетов при обтекании выемки наблюдается следующая картина течения. Левая внешняя кромка выемки обтекается с отрывом потока, и нулевая (разделяющая) линия тока сходит с нее и попадает на боковую правую стенку выемки несколько ниже правой внешней кромки. Эта линия тока отделяет внешний пристеночный поток газа от массы газа, циркулирующей в выемке в основном согласно одновихревой схеме.

6.3.2. О распределении давления в окрестности выемки и по ее стенкам. Узкая выемка на поверхности плоской пластины вносит в поток возмущения, которые распространяются вверх и вниз по течению и влияют на распределение газодинамических переменных в ее окрестности. Расчеты показали, что вносимые ею возмущения коэффициента давления сравнительно малы и быстро затухают как вверх, так и вниз по потоку от выемки. Поэтому не будем подробно рассматривать весь расчетный материал, а ограничимся анализом поведения коэффициента давления для случая обтекания пластины с кусочно постоянной температурой (третья серия расчетов).

Распределение коэффициента давления на поверхности пластины в окрестности узкой выемки показано на рис. 6.4. Возмущения коэффициента давления, обусловленные наличием выемки, относительно малы и быстро затухают по мере удаления от ее кромок.

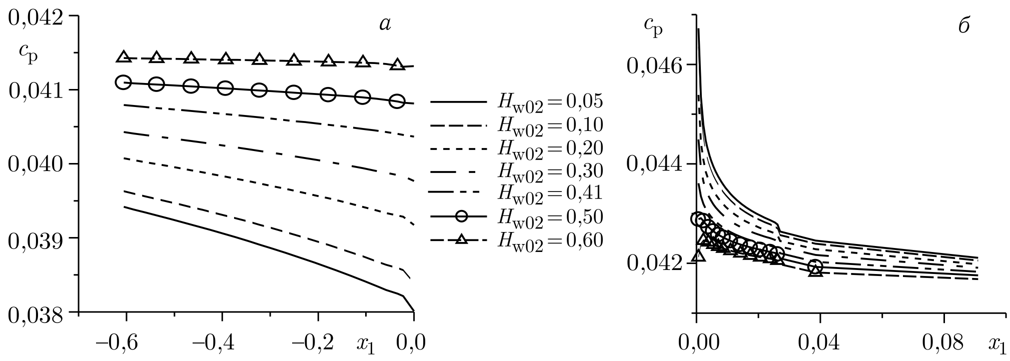


Рис. 6.4. Распределения коэффициента давления c_p на поверхности пластины перед (*а*) и за (*б*) выемкой ($M_\infty = 6{,}1$, $Re_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, координата $x_1 = x^*/\ell^*$ отсчитывается от соответствующей внешней кромки выемки)

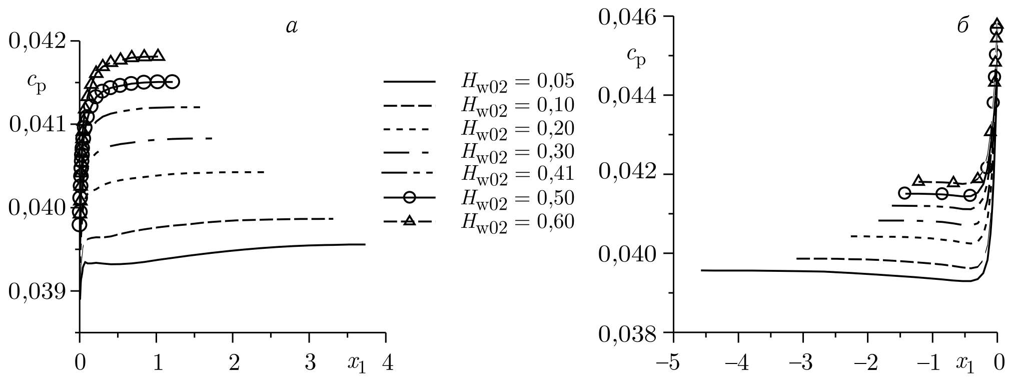


Рис. 6.5. Распределения коэффициента давления c_p на левой (*а*) и правой (*б*) боковых стенках выемки на плоской пластине ($M_\infty = 6{,}1$, $Re_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, координата $x_1 = x^*/\ell^*$ отсчитывается от соответствующей внешней угловой точки выемки)

Распределение коэффициента давления c_p на боковых стенках выемки показано на рис. 6.5 в зависимости от безразмерной координаты $x_1 = x^*/\ell^*$, отсчитываемой от соответствующей внешней кромки выемки. При этом нанесена только та часть зависимости, которая соответствует течению с градиентом давления; последняя точка каждой кривой соответствует первой точке изобарического участка на стенках выемки.

С увеличением температурного фактора T_{w02} сокращается область градиентного течения в окрестности левой стенки выемки и возрастает уровень давления. На дне выемки при изменении температурного фактора стенки от $T_{w02} = 0{,}05$ до $T_{w02} = 0{,}60$ коэффициент давления возрастает от $c_p = 0{,}039564$ до $c_p = 0{,}04181$, т. е. менее, чем на 6 %. В целом изменение коэффициента давления также очень мало́: $c_{p\,\max}/c_{p\,\min} \approx 1{,}08$.

Хотя давление в выемке и ее окрестности изменяется незначительно, но вместе с тем распределение давления указывает на некоторые особенности течения газа вдоль стенок выемки. Для их выделения удобно построить

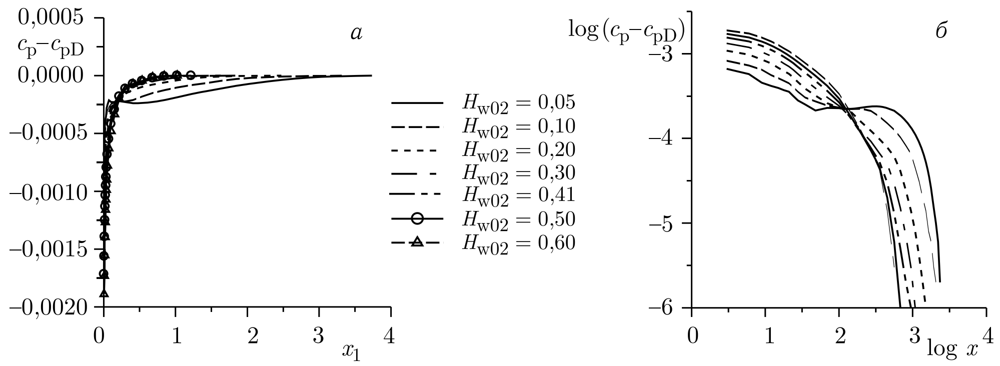


Рис. 6.6. Распределение перепада давления $\Delta = c_p - c_{pD}$ на левой боковой стенке выемки на плоской пластине: $M_\infty = 6{,}1$, $Re_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, $x_1 = x^*/\ell^*$ и $x = x^*/L$ — безразмерные координаты, отсчитываемые от левой внешней кромки выемки

распределения перепада $\Delta = c_p - c_{pD}$ вдоль боковых стенок выемки (c_{pD} — коэффициент давления на дне выемки).

Распределение перепада давления Δ вдоль левой боковой стенки выемки показано на рис. 6.6, *а* в виде зависимости $\Delta = f(x_1, T_{w02} = \mathrm{const})$, а на рис. 6.6, *б* — в виде зависимости $\log(-\Delta) = f(\log x, T_{w02} = \mathrm{const})$. На этой стенке наблюдается разрежение и возрастание давления при движении от острой кромки ко дну выемки; при этом по мере увеличения температурного фактора уменьшается область возмущенного течения. Кроме того, в зависимости от температурного фактора T_{w02} изменяется характер распределения Δ: для сильно охлажденной стенки примерно в середине области возмущенного течения имеет место обширная «полка» ($\Delta \approx \mathrm{const}$). С увеличением температурного фактора «полка» сокращается по протяженности, и при $T_{w02} \geqslant 0{,}3$ изменение Δ становится монотонным.

Следующей характерной особенностью распределения Δ является наличие особой точки примерно при $x_0 \approx 0{,}001$ ($x_{10} \approx 0{,}151$), через которую проходят

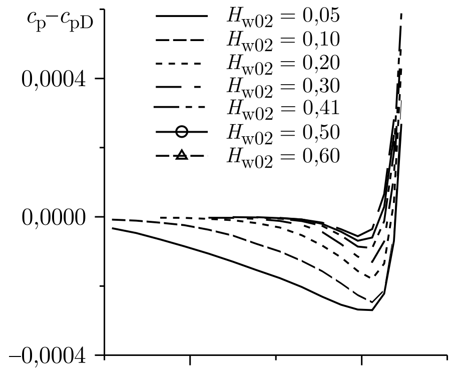


Рис. 6.7. Распределение перепада давления $\Delta = c_p - c_{pD}$ на правой боковой стенке выемки на плоской пластине: $M_\infty = 6{,}1$, $Re_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, $x = x^*/L$ — относительная длина дуги, отсчитываемая от левой внешней кромки выемки

все расчетные кривые и по разные стороны которой наблюдается противоположный характер влияния T_{w02} на поведение Δ. Это указывает на различие тонких структур поля течения в этих областях: при $x < x_0$ на поле течения оказывает влияние острая кромка выемки, а при $x > x_0$ течение формируется внутренним вихрем.

Распределение перепада давления $\Delta = f(x, T_{w02} = \mathrm{const})$ вдоль правой боковой стенки выемки показано на рис. 6.7. При всех значениях температурного фактора наблюдается однотипный характер поведения кривых; при этом с возрастанием температурного (энтальпийного) фактора сокращается область возмущенного течения в выемке.

6.3.3. Температура (энтальпия) восстановления пластины и выемки. Распределение температуры восстановления на обтекаемой абсолютно нетеплопроводной поверхности около выемки представлено на рис. 6.8.

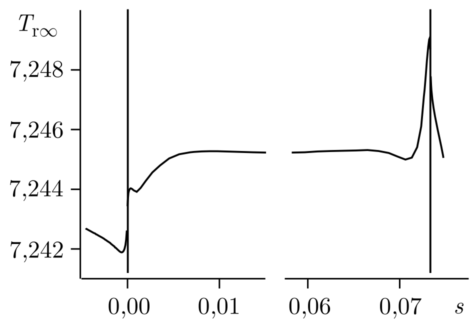


Рис. 6.8. Распределение температуры восстановления $T_{r\,\infty}$ нетеплопроводной стенки в окрестности выемки ($M_\infty = 6{,}1$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, $s = s^*/L$ — относительная длина дуги, отсчитываемая от левой внешней кромки выемки)

Оно немонотонно, и температура восстановления всюду ниже значения температуры торможения $T_{0\infty} = 8{,}2$, так как число Прандтля $\mathrm{Pr} = 0{,}7 < 1$. Кроме того, она также везде ниже ее значения для плоской пластины под углом атаки согласно классической теории

$$T_{r\,\infty} = T_{e\,\infty}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}\sqrt{\mathrm{Pr}}\; M_e^2\right) = 7{,}3485.$$

Хотя распределение $T_{r\,\infty}$ сильно немонотонно, общее изменение температуры восстановления невелико: $T_{r\,\max}/T_{r\,\min} = 1{,}00098$. Следовательно, в практических приложениях температуру восстановления можно принять постоянной и равной ее значению для взаимодействующей пластины в соответствующем сечении.

Поскольку выемка обтекается пристеночными струями, имеющими приближенно температуру поверхности пластины, то закономерности теплопереноса внутри выемки будут отличными от теплопереноса на плоской пластине. Вследствие этого изменение температуры поверхности пластины будет влиять на температуру восстановления стенок выемки. Для изучения этого явления была выполнена вторая серия расчетов.

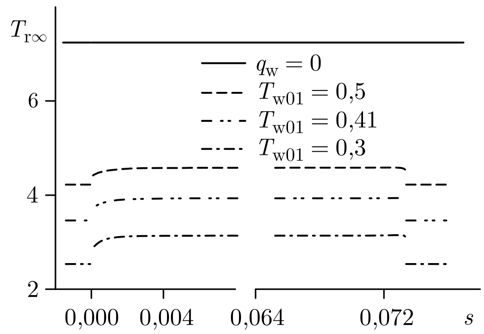


Рис. 6.9. Распределение температуры восстановления $T_{r\,\infty}$ по стенкам выемки на плоской пластине: $M_\infty = 6{,}1$, $Re_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, $s = s^*/L$ — относительная длина дуги, отсчитываемая от левой внешней кромки выемки

На рис. 6.9 показано распределение температуры вдоль обтекаемой поверхности. При $T_{w01} = \mathrm{const}$ температура восстановления $T_{rg\,\infty} > T_{w\infty 1}$ и практически постоянна вдоль поверхности стенок выемки. Отличие от постоянного значения наблюдается около внешних угловых точек, где температура несколько ниже: существенное уменьшение в окрестности левой угловой точки и незначительное уменьшение в окрестности правой.

Таблица 6.1

$T_{w\,\infty 1}$	T_{w01}	$T_{rg\,\infty}$
7,2424	0,8579	7,245
4,221	0,5	4,58
3,4612	0,41	3,93
2,5326	0,3	3,14

Осредненные значения температуры восстановления для изотермической поверхности и данные для теплоизолированной поверхности представлены в табл. 6.1. Приведенные данные хорошо аппроксимируются линейной зависимостью

$$T_{rg\,\infty} = 0{,}933 + 7{,}357 T_{w01}, \tag{6.1}$$

которой можно пользоваться при анализе теплопередачи в выемке с изотермическими стенками.

6.3.4. О коэффициенте теплопередачи на плоской пластине. Результаты расчетов по теплопередаче обычно обрабатываются и представляются в параметрах подобия с целью их обобщения и использования при других условиях обтекания рассматриваемого тела.

Для плоской пластины выражение для коэффициента теплопередачи в рамках теории пограничного слоя строго устанавливается на основе уравнений Прандтля [Crocco L., 1946], [Башкин В.А., Солодкин Е.Е., 1961]. В случае изотермической поверхности задача является автомодельной и после перехода к соответствующим переменным сводится к интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

В рамках теории пограничного слоя характерными масштабами плотности ρ_*, скорости u_*, динамического коэффициента вязкости μ_* и полной энтальпии H_* (температуры торможения T_{0*}) являются их значения на внешней границе пограничного слоя ρ_e, u_e, μ_e и H_e (T_{0e}). Рассматриваемая задача не имеет характерного линейного размера L; поэтому в качестве L можно принять любую линейную величину (условная длина пластины), по которой нормируются линейные величины и которая не входит в конечные результаты задачи.

Анализ решения уравнений Прандтля в безразмерных переменных позволил установить строгие соотношения между искомыми функциями. В частности, для местного теплового потока q_{w}^* имеет место аналогия Рейнольдса [Crocco L., 1946]

$$q_{\mathrm{we}} = \frac{q_{\mathrm{w}}^*}{\rho_{\mathrm{e}}\, u_{\mathrm{e}}\, H_{\mathrm{e}}} = \frac{c_{\mathrm{fe}}}{2S(1)}\,(H_{\mathrm{r}} - H_{\mathrm{w}}) = c_{\mathrm{he}}(H_{\mathrm{r}} - H_{\mathrm{w}}), \tag{6.2}$$

где $H_{\mathrm{r}}^* = H_{\mathrm{r}}\, H_{\mathrm{e}}$ — энтальпия (температура) восстановления, $H_{\mathrm{w}}^* = H_{\mathrm{w}}\, H_{\mathrm{e}}$ — энтальпия (температура) поверхности пластины, $c_{\mathrm{fe}} = \tau_{\mathrm{w}}/(0{,}5\rho_{\mathrm{e}}\, u_{\mathrm{e}}^2)$ — местный коэффициент сопротивления трения, c_{he} — местное число Стантона (местный коэффициент теплопередачи), $S(1)$ — коэффициент аналогии Рейнольдса, значение которого зависит от числа Прандтля Pr.

В рамках теории пограничного слоя устанавливается явная зависимость искомых величин от местного числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_{x\mathrm{e}} = \rho_{\mathrm{e}}\, u_{\mathrm{e}} x/\mu_{\mathrm{e}}$. Поэтому удобно рассматривать величины

$$C^0 = c_{\mathrm{fe}}\sqrt{\mathrm{Re}_{x\mathrm{e}}}\,, \quad Q^0 = c_{\mathrm{he}}\sqrt{\mathrm{Re}_{x\mathrm{e}}}\,, \quad q^0 = q_{\mathrm{we}}\sqrt{\mathrm{Re}_{x\mathrm{e}}}\,, \tag{6.3}$$

которые имеют порядок единицы, не зависят от числа Рейнольдса и относительно слабо зависят от энтальпийного (температурного) фактора.

Отметим, что если в качестве характерных масштабов принять какие-либо другие величины, то рассматриваемые безразмерные коэффициенты сопротивления трения и теплопередачи не будут зависимыми параметрами подобия и, следовательно, не будет выполняться аналогия Рейнольдса, а их значения будут сильно зависеть от определяющих параметров задачи. В этом случае значения местных коэффициентов будут зависеть как от вязких, так и от газодинамических факторов.

При решении задачи об обтекании плоской пластины сверхзвуковым потоком на основе уравнений Навье–Стокса роль сил внутреннего трения одинакова во всем поле возмущенного течения — нет разделения поля течения на «невязкую» и «вязкую» области. Вследствие этого в качестве газодинамических характерных масштабов обычно принимаются значения газодинамических переменных в невозмущенном потоке:

$$\rho_* = \rho_\infty, \quad u_* = u_\infty, \quad \mu_* = \mu_\infty, \quad H_* = H_\infty \quad (T_{0*} = T_{0\infty}). \tag{6.4}$$

В этом случае в безразмерных переменных задача не является автомодельной и не сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассматриваемые местные коэффициенты сопротивления трения и теплопередачи

$$c_{\mathrm{f}\,\infty} = \frac{\tau_{\mathrm{w}}}{0{,}5\rho_\infty\, u_\infty^2}, \quad q_{\mathrm{w}\,\infty} = \frac{q_{\mathrm{w}}^*}{\rho_\infty\, u_\infty\, H_\infty} \tag{6.5}$$

не являются зависимыми параметрами подобия (не выполняется аналогия Рейнольдса, даже если исследуется течение газа при больших числах

Рейнольдса) и, следовательно, сильно зависят от определяющих параметров задачи (газодинамических и геометрических).

В дальнейшем речь пойдет только о моделировании местного теплового потока и местного коэффициента теплопередачи.

Местный тепловой поток q_{w}^* зависит от многих размерных переменных

$$q_{\mathrm{w}}^* = q_{\mathrm{w}}^*(\rho_\infty,\, u_\infty,\, H_\infty,\, p_\infty,\, \mu_\infty,\, L,\, H_{\mathrm{w}}^*,\, x^*,\, \mu^*,\, \gamma,\, \mathrm{Pr},\, \alpha). \tag{6.6}$$

Здесь предполагается, что движущаяся среда является совершенным газом с показателем адиабаты $\gamma = \mathrm{const}$ и числом Прандтля $\mathrm{Pr} = \mathrm{const}$; x^* — продольная координата, направленная вдоль поверхности пластины и отсчитываемая от ее острой кромки, α — угол атаки. Если в качестве характерных масштабов с линейно независимыми размерностями принять величины ρ_∞, u_∞, H_∞, L, то согласно π-теореме теории подобия и размерностей [Седов Л.И., 1966] будем иметь

$$q_{\mathrm{w}\,\infty} = \frac{q_{\mathrm{w}}^*}{\rho_\infty\, u_\infty\, H_\infty} = q_{\mathrm{w}\,\infty}(M_\infty,\, \mathrm{Re}_{\infty L},\, H_{\mathrm{w}},\, x,\, \mu,\, \mathrm{Pr},\, \gamma,\, \alpha), \tag{6.7}$$

где M_∞ — число Маха невозмущенного потока, $\mathrm{Re}_{\infty L}$ — число Рейнольдса, вычисленное по параметрам невозмущенного потока и характерной длине L. Полученное выражение указывает, что коэффициент теплопередачи $q_{\mathrm{w}\infty}$ зависит от закона вязкости (для совершенного газа динамическая вязкость есть функция только температуры). Если принять, что динамическая вязкость в зависимости от температуры изменяется по степенному закону $\mu^*/\mu_\infty = (T^*/T_\infty)^\omega$, $0{,}5 \leqslant \omega \leqslant 1$, то появляется параметр подобия ω, характеризующий модель среды наряду с числом Прандтля и показателем адиабаты. Тогда соотношение (6.7) примет вид

$$q_{\mathrm{w}\,\infty} = q_{\mathrm{w}\,\infty}(\mathrm{M}_\infty,\, \mathrm{Re}_{\infty L},\, H_{\mathrm{w}},\, x,\, \omega,\, \mathrm{Pr},\, \gamma,\, \alpha). \tag{6.8}$$

Таким образом, местный коэффициент теплопередачи зависит от: 1) газодинамических параметров подобия — чисел Маха M_∞ и Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\infty L}$ и энтальпийного (температурного) фактора H_{w}; 2) безразмерной продольной координаты x из-за неавтомодельности задачи; 3) параметров модели движущейся среды — показателя адиабаты γ, числа Прандтля Pr, параметра ω; 4) геометрического параметра — угла атаки α.

Влияние числа Рейнольдса на коэффициент теплопередачи можно существенно ослабить, если рассматривать величину

$$q_\infty^0 = q_{\mathrm{w}\,\infty}\sqrt{\mathrm{Re}_{\infty L}}\,. \tag{6.9}$$

При этом рассматриваемая величина сильно изменяется в продольном направлении. Использование этой величины облегчает пересчет коэффициента теплопередачи с одного значения числа Рейнольдса на другое.

Как и в рамках теории пограничного слоя, можно ввести в рассмотрение число Стантона по соотношению

$$Q_\infty^0 = \frac{q_\infty^0}{H_{\mathrm{r}} - H_{\mathrm{w}}}; \tag{6.10}$$

значение безразмерной энтальпии (температуры) восстановления H_{r} либо определяется численным решением задачи для пластины с теплоизолированной поверхностью, либо оценивается приближенно на основе теории пограничного слоя. В этом случае, как и в рамках теории пограничного слоя, почти исключается влияние температурного фактора на число Стантона.

Обработка результатов расчетов показала, что определенное таким образом число Стантона почти не зависит от температурного фактора — зависимости для различных значений H_{w} практически ложатся на единую кривую.

Однако при этом сохраняется сильная зависимость числа Стантона от продольной координаты x. Поскольку в окрестности передней кромки пластины поведение решения уравнений Навье–Стокса имеет такую же особенность, как и решение уравнений Прандтля, то представление результатов в виде

$$Q_{\infty}^{0}\sqrt{x} = f(x) \tag{6.11}$$

существенно ослабляет зависимость рассматриваемой величины от продольной координаты и придает ей порядок единицы.

При наличии выемки на поверхности пластины, как отмечалось выше, появляются два характерных линейных размера: L_{g}^{*} — расстояние между острой передней кромкой пластины и передней кромкой выемки и ℓ^{*} — длина выемки. При численном анализе уравнений Навье–Стокса естественно в качестве характерного линейного размера L принять L_{g}^{*}. Тогда остаются в силе установленные выше условия моделирования местного теплового потока с отличием, что появляются дополнительные геометрические параметры: $\ell = \ell^{*}/L$ и $h = h^{*}/\ell^{*}$, а соотношение (6.8) запишется в таком виде:

$$q_{\mathrm{w}\,\infty} = q_{\mathrm{w}\,\infty}(\mathrm{M}_{\infty},\, \mathrm{Re}_{\infty L},\, H_{\mathrm{w}},\, x,\, \omega,\, \mathrm{Pr},\, \gamma,\, \alpha,\, \ell,\, h) \tag{6.12}$$

или

$$q_{\infty}^{0} = q_{\infty}^{0}(\mathrm{M}_{\infty},\, \mathrm{Re}_{\infty L},\, H_{\mathrm{w}},\, x,\, \omega,\, \mathrm{Pr},\, \gamma,\, \alpha,\, \ell,\, h). \tag{6.13}$$

Далее, используя величину q_{∞}^{0}, по формуле (6.10) можно установить выражение для местного числа Стантона.

Обработка расчетных данных по теплопередаче на поверхности пластины согласно (6.10) для случая, когда ее поверхность — изотермическая, а поверхность выемки — теплоизолированная, представлена на рис. 6.10. В данном случае зависимости для разных значений температурного фактора практически сливаются друг с другом, даже в окрестности угловых кромок выемки, и, следовательно, подтверждается закон подобия.

В общем случае, когда стенки выемки являются изотермическими с энтальпийным (температурным) фактором $H_{\mathrm{w}02} < H_{\mathrm{rg}0}$, изменение $H_{\mathrm{w}02}$ оказывает влияние на распределение теплового потока лишь в малой окрестности внешних угловых точек. Обработка результатов расчетов согласно (6.10) показала следующее.

Перед выемкой на больших расстояниях от нее все расчетные случаи практически совпадают между собой, и только в малой окрестности наблюдаются влияние выемки вверх по потоку и расслоение кривых по параметру $H_{\mathrm{w}02}$. При этом по мере приближения к передней кромке выемки величина

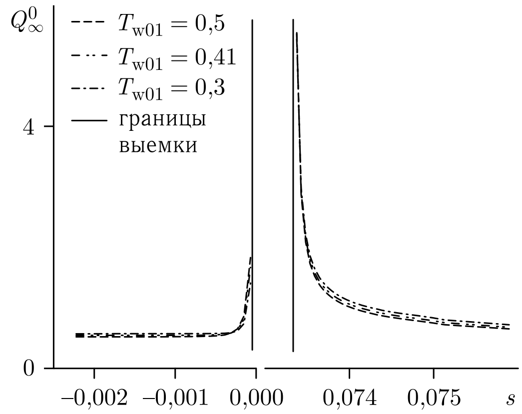


Рис. 6.10. Распределение числа Стантона $Q^0_\infty = c_{h\infty}\sqrt{\mathrm{Re}}_{\infty L}$ по поверхности пластины в окрестности выемки ($\mathrm{M}_\infty = 6{,}1$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, $q_{w2} = 0$, координата $s^* = sL$ отсчитывается от внешней левой кромки выемки)

Q^0_∞ из знакоположительной функции превращается в знакопеременную функцию. За выемкой вниз по потоку от задней кромки в области ее влияния функции Q^0_∞ являются знакопеременными.

Это указывает на то, что использованный при расчете Q^0_∞ перепад характерных энтальпий не отражает закономерности теплообмена в малой окрестности как вверх, так и вниз по потоку от выемки. Поэтому вопрос о выборе перепада характерных энтальпий для области влияния подлежит дальнейшему исследованию.

Вместе с тем отметим, что случай $H_{w01} = \mathrm{const}$, $H_{w02} = H_{rg0}$ соответствует максимальному значению теплового потока в окрестности узкой выемки. Поэтому зависимости типа тех, что приведены на рис. 6.10, можно рассматривать как универсальные и использовать для оценки сверху температурного режима поверхности пластины при наличии узкой выемки. В силу сказанного особенности теплообмена на плоской пластине в малой окрестности выемки не рассматривались, а основное внимание уделено анализу теплообмена на боковых стенках выемки.

6.3.5. Моделирование теплопередачи на боковых стенках выемки. Течение газа внутри выемки является дозвуковым и имеет сложную структуру, поэтому закономерности теплообмена на ее стенках будут иными, чем на поверхности пластины.

Обработка результатов расчетов по теплопередаче на боковых стенках выемки (рис. 6.11) согласно (6.10) показала следующее.

Как на левой, так и на правой боковых стенках выемки наблюдаются сходные картины: зависимости $Q^0_\infty = f(x_1)$ для разных значений параметра H_{w02} имеют однотипный характер поведения и являются положительными функциями. Это говорит о том, что использованный перепад характерных энтальпий правильно отражает направленность теплообмена и указанная схема определения коэффициента теплопередачи может быть положена в основу моделирования теплопередачи в выемке.

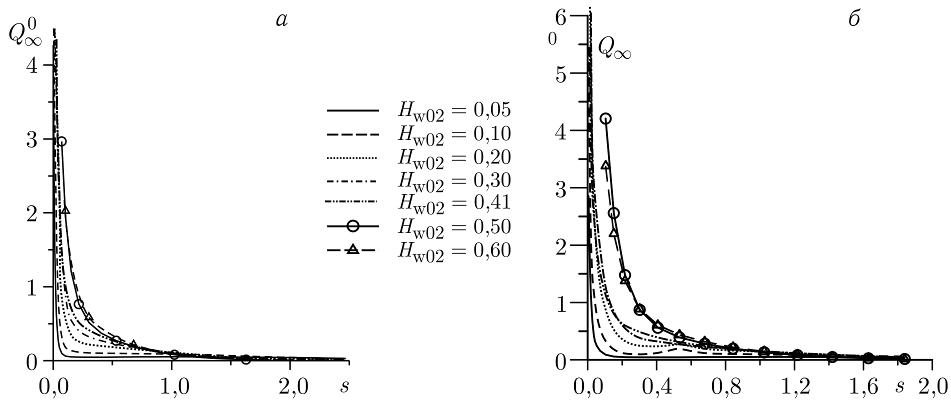


Рис. 6.11. Зависимости $Q^0_\infty = f(x_1, H_{w2} = \text{const})$ для левой (*а*) и правой (*б*) боковых стенок выемки на плоской пластине: $\mathrm{M}_\infty = 6{,}1$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, координата $x^* = s\ell^*$ отсчитывается от соответствующей внешней кромки выемки

В соответствии со сказанным выше рассмотрим моделирование теплопередачи на боковых стенках узкой выемки ($\ell \ll 1$). Выше были установлены зависимости $Q^0_\infty = f(x_1, H_{w02} = \text{const})$, при получении которых использованы характерные масштабы внешней задачи. Эти зависимости положены в основу последующего анализа внутренней задачи — течение и теплообмен в выемке, для которой имеют место другие характерные масштабы. Поскольку исходная информация представлена в безразмерном виде в масштабах внешней задачи, то и новые характерные масштабы для внутренней задачи будут выбираться в безразмерном виде — относительно масштабов внешней задачи.

В качестве характерного линейного размера для внутренней задачи принимается длина выемки, и вводится безразмерная координата $x_1 = x^*/\ell^*$, где x^* — координата, направленная вдоль боковой поверхности выемки и отсчитываемая соответственно от левой или правой острой кромки. Зависимости $Q^0_\infty = f(x_1, H_{w02} = \text{const})$ для левой и правой боковых стенок выемки приведены на рис. 6.11.

Интересно отметить, что на приведенных зависимостях четко выделяются области конвективной и кондуктивной теплопередачи. Так, например, на левой боковой стенке (рис. 6.11, *а*) при $H_{w02} = 0{,}05$ теплопередача резко снижается по мере отхода от левой острой кромки, при $x_1 \approx 0{,}15$ достигает минимального значения и далее почти до $x_1 \approx 2$ остается постоянной. Первая короткая область ($0 \leqslant x_1 \leqslant 0{,}15$) соответствует конвективной теплопередаче, вторая длинная ($0{,}15 \leqslant x_1 \leqslant 2$) — кондуктивной. При этом, если сравнить с распределением коэффициента давления (см. рис. 6.5), область конвективной теплопередачи существенно меньше области градиентного течения в выемке. С увеличением H_{w02} протяженность области конвективной теплопередачи возрастает, но быстро происходит ее стабилизация: $0 \leqslant x_1 \leqslant 1$ при $H_{w02} \geqslant 0{,}3$. Аналогичная картина наблюдается и для правой боковой стенки выемки.

Как уже отмечалось выше, величина Q^0_∞ при $x_1 = \mathrm{const}$ очень сильно изменяется по своему значению при варьировании $H_{\mathrm{w}02}$. Это связано с тем, что при получении Q^0_∞ использовались масштабы, которые не характерны для внутренней задачи.

Пусть нам известны характерные масштабы внутренней задачи:

$$\rho_*, \quad u_*, \quad H_*, \quad \mu_*.$$

Тогда перенормировка коэффициента теплопередачи Q^0_∞ должна осуществляться по двум направлениям: перенормировка по характерной величине $\rho_*\, u_*\, H_*$ и перенормировка по характерному числу Рейнольдса $\mathrm{Re}_{*x} = \rho_*\, u_*\, x_1/\mu_*$. В последнем случае возможны две ситуации: $\mathrm{Re}_{*x} \ll 1$ и $\mathrm{Re}_{*x} \gg 1$.

Случай $\mathrm{Re}_{*x} \ll 1$. При этом условии местные коэффициенты сопротивления трения и теплопередачи изменяются обратно пропорционально местному числу Рейнольдса (см., например, обтекание шара [Седов Л. И., 1966]). Тогда можно записать

$$Q^0_\infty \propto \frac{\rho_*\, u_*\, H_*}{\mathrm{Re}_{*x}} = \frac{\mu_*\, H_*}{x_1} \propto \frac{H^\omega_{*\mu}\, H_*}{x_1},$$

где $H_{*\mu}$ — характерная энтальпия для расчета характерной вязкости. Следовательно, будем иметь

$$Q^0_\infty = A\frac{H^\omega_{*\mu}\, H_*}{x_1}, \tag{6.14}$$

где A — новый коэффициент теплопередачи, который при соответствующем выборе характерных энтальпий должен быть близок к постоянной величине.

Для внутренней задачи имеются два параметра, которые связаны с энтальпией обтекаемой поверхности — $H_{\mathrm{w}1}$ и $H_{\mathrm{w}2}$. С их помощью можно образовать характерную энтальпию, например, в виде простой связи

$$H_* = \delta H_{\mathrm{w}1} + (1-\delta)\, H_{\mathrm{w}2}, \tag{6.15}$$

где δ — весовой коэффициент ($0 \leqslant \delta \leqslant 1$), в общем случае принимающий разные значения для различных характерных энтальпий.

Случай $\mathrm{Re}_{*x} \gg 1$. При этом условии закономерности поведения коэффициента теплопередачи близки к тем, которые имеют место в рамках теории пограничного слоя (см., например, [Шлихтинг Г., 1974], [Лойцянский Л.Г., 1973]). Тогда можно записать

$$Q^0_\infty \propto \frac{\rho_*\, u_*\, H_*}{\sqrt{\mathrm{Re}_{*x}}} = H_*\sqrt{\frac{\rho_*\, \mu_*\, u_*}{x_1}}\,. \tag{6.16}$$

Характерные величины можно связать с некоторыми характерными энтальпиями (температурами):

$\rho_* \propto \dfrac{1}{H_{*\rho}}$ (следует из уравнения состояния совершенного газа),

$u_* \propto \sqrt{H_{*u}}$ (можно образовать характерный масштаб скорости для внутренней задачи с помощью энтальпии $u = \sqrt{2H}$),

$\mu_* \propto H_{*\mu}^{\omega}$ (согласно степенному закону вязкости).

Тогда получается соотношение

$$Q_\infty^0 \propto H_* \sqrt{\frac{H_{*u}^{0,5}\, H_{*\mu}^{\omega}}{H_{*\rho}\, x_1}}\,. \tag{6.17}$$

В принципе характерные энтальпии для определения соответствующих масштабных величин могут быть разными, но часто для простоты используется предположение об их идентичности: $H_{*\rho} = H_{*u} = H_{*\mu} = H_*$. В этом случае будем иметь

$$Q_\infty^0 = A\frac{H_*^{(3+2\omega)/4}}{\sqrt{x_1}} = A\frac{H_*^{1,13}}{\sqrt{x_1}}, \tag{6.18}$$

при этом характерная энтальпия H_* вычисляется по формуле (6.15).

6.3.6. Анализ законов подобия. Приведенные выше соотношения (6.14) и (6.18) позволяют представить результаты расчетов в параметрах подобия, вид которых зависит от выбора определяющих энтальпий. Поэтому необходимы дополнительные исследования для установления наиболее приемлемой формы законов подобия. С этой целью наиболее подробно было изучено моделирование теплообмена на левой боковой стенке выемки.

Случай $\mathrm{Re}_{*x} \ll 1$. Результаты перенормировки коэффициента теплопередачи согласно (6.14) с использованием (6.15) при $\delta = 0$, когда все определяется только энтальпией (температурой) стенок выемки, показаны на рис. 6.12.

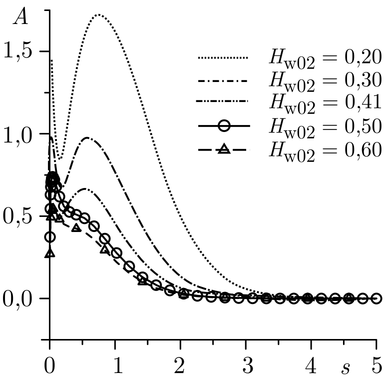


Рис. 6.12. Распределение величины $A = Q_\infty^0\, x_1\, H_{w02}^{-1,76}$ по левой боковой стенке выемки на поверхности пластины: $\mathrm{M}_\infty = 6{,}1$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, координата $x^* = s\ell^*$ отсчитывается от внешней левой кромки выемки

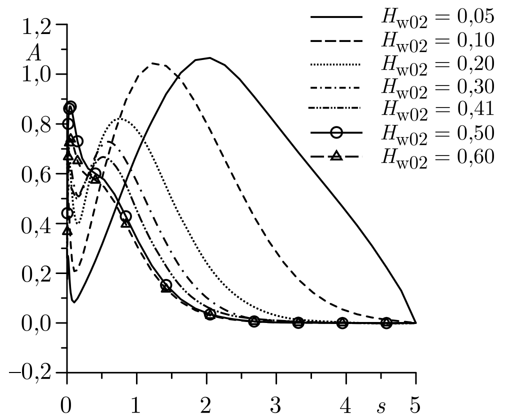


Рис. 6.13. Распределение величины $A = Q_\infty^0\, x_1 \times [0{,}5(H_{w1} + H_{w2})]^{-1,76}$ на левой боковой стенке выемки на плоской пластине: $\mathrm{M}_\infty = 6{,}1$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, координата $x^* = s\ell^*$ отсчитывается от внешней левой кромки выемки

Согласно этим результатам поведение коэффициента теплопередачи в окрестности угловой точки имеет особенность типа x^{-1}. Вместе с тем такая обработка данных не приводит к образованию «универсальной» кривой и указывает на существование различных областей с разными закономерностями теплопередачи.

На рис. 6.13 представлены результаты обработки с использованием (6.15) при $\delta = 0{,}5$. В этом случае расчетные данные имеют значительно меньший диапазон изменения по сравнению с предыдущим случаем. При этом кривые, соответствующие $H_{w02} > 0{,}41$, почти полностью сливаются друг с другом. Кривые с $H_{w02} \leqslant 0{,}41$ значительно отличаются друг от друга и также подтверждают наличие областей с разными законами теплопередачи.

Случай $\mathrm{Re}_{*x} \gg 1$. В качестве примера на рис. 6.14 приведены результаты обработки расчетных данных согласно формуле (6.18) (большие числа Рейнольдса) с весовым коэффициентом $\delta = 0{,}5$.

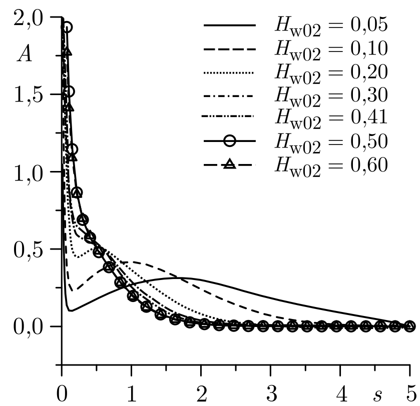


Рис. 6.14. Распределение величины $A = Q^0_\infty \sqrt{x_1}\,[0{,}5(H_{w1} + H_{w2})]^{-1{,}13}$ по левой боковой стенке выемки на плоской пластине: $\mathrm{M}_\infty = 6{,}1$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}35 \cdot 10^6$, координата $x^* = s\ell^*$ отсчитывается от внешней левой кромки выемки

Результаты обработки показывают, что в рассмотренных случаях особенность решения в окрестности острой кромки выемки не является особенностью типа пограничного слоя на плоской пластине. Вновь кривые с $H_{w02} > 0{,}41$ группируются в единую зависимость, даже лучше по сравнению с обработкой для малых чисел Re. Но кривые с $H_{w02} < 0{,}41$ отличаются друг от друга и также указывают на наличие областей с разными закономерностями теплопередачи.

Приведенные выше результаты позволяют сделать некоторые выводы для последующего моделирования теплопередачи.

При анализе теплопередачи не стоит выделять сингулярность поведения теплового потока в окрестности острой кромки из-за того, что она носит локальный характер и что на стенках имеются области с различными закономерностями теплопередачи. Но вместе с тем в основу моделирования теплопередачи должны быть положены законы подобия, установленные для малых чисел Рейнольдса.

Результаты расчетов для боковых стенок выемки обработаны в параметрах подобия согласно (6.14) (малые числа Рейнольдса). Сначала был рассмотрен случай, когда характерные энтальпии для масштабирования теплового потока и определения вязкости одинаковы. Тогда результаты по теплопередаче представляются в виде

$$q = \frac{Q_\infty^0}{H_*} = f(z, H_{w02} = \mathrm{const}), \quad H_* = 0{,}5(H_{w01} + H_{w02}), \quad z = \frac{x_1}{H_*^\omega}. \quad (6.19)$$

Такая обработка расчетных данных показана на рис. 6.15.

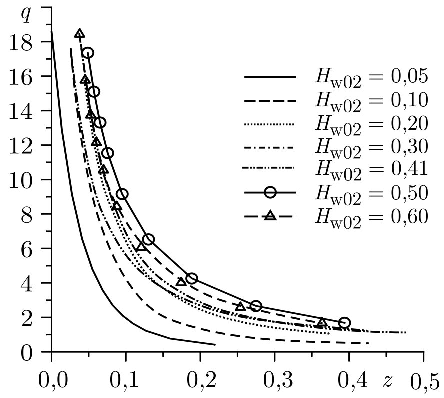


Рис. 6.15. Обработка коэффициента теплопередачи в параметрах подобия на левой боковой стенке выемки на плоской пластине: $q = Q_\infty^0/H_* = f(z, H_{w02} = \mathrm{const})$, $z = x_1/H_*^\omega$, $H_* = 0{,}5(H_{w01} + H_{w02})$

В параметрическом виде зависимости для различных значений H_{w02} имеют одинаковый характер поведения, однако все же наблюдается заметное расслоение кривых (рис. 6.15).

Для сближения кривых следует использовать разные характерные энтальпии для масштабирования теплового потока и определения вязкости. Результаты такой обработки показаны на рис. 6.16, где они представлены в параметрах подобия

$$A = \frac{Q_\infty^0}{H_*} = f(z, H_{w02} = \mathrm{const}), \quad H_* = 0{,}5(H_{w01} + H_{w02}), \quad z = \frac{x_1}{H_{w02}^\omega}. \quad (6.20)$$

Можно видеть, что при указанном способе обработки расчетных данных с использованием разных характерных энтальпий кривые для разных значений H_{w02} группируются в узкой полосе и тем самым подтверждают выполнение закона подобия с приемлемой для практики точностью.

Для правой боковой стенки выемки расчетные данные были обработаны только в параметрах подобия на основе соотношения (6.14) без выделения сингулярности поведения в окрестности острой кромки с использованием разных характерных энтальпий. Результаты такой обработки показаны на

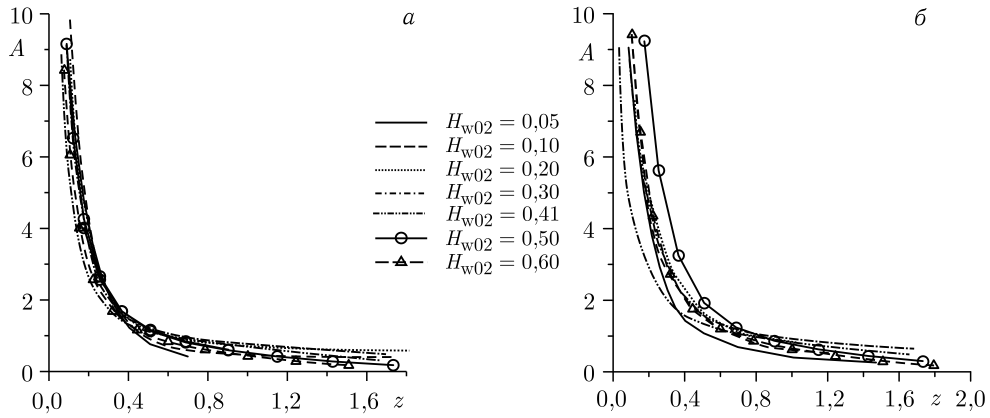


Рис. 6.16. Обработка коэффициента теплопередачи в параметрах подобия на левой (*а*) и правой (*б*) боковых стенках выемки на плоской пластине: $A = Q^0_\infty / H_* = f(z, H_{w02} = \mathrm{const})$, $z = x_1 / H^\omega_{w02}$, $H_* = 0{,}5(H_{w01} + H_{w02})$

рис. 6.16, *б*. В этом случае расчетные кривые существенно сближаются, образуя узкую полосу, и тем самым подтверждают закон подобия.

Отметим, что форма представления результатов расчетов без выделения сингулярности справедлива для областей как конвективного, так и кондуктивного теплообмена.

6.4. Модель зонда Mars Pathfinder с узкой выемкой в гиперзвуковом потоке

Исследование особенностей поля течения и теплообмена на сильно затупленном теле с узкой выемкой на его лобовой поверхности проведено на примере американского зонда Mars Pathfinder. Он представляет собой осесимметричное тело (рис. 6.17), лобовая поверхность которого выполнена в виде сферически затупленного кругового конуса с углом полураствора $\theta_к = 70^\circ$ [Haas B.L., Venkatapathy E., 1995]. Модель зонда имеет следующие геометрические характеристики: радиус кривизны в передней критической точке $R_0 = R_0^*/L = 0{,}375$; положение передней кромки выемки $r = r^*/L = 0{,}56$; радиус миделевого сечения $R = R^*/L = 0{,}75$.

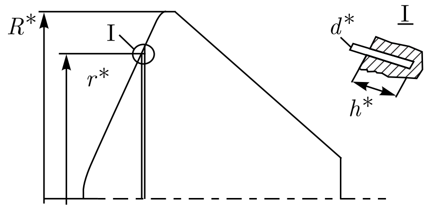


Рис. 6.17. Схема осесимметричного тела с узкой выемкой на его лобовой поверхности (Mars Pathfinder): R^* — радиус миделевого сечения, r^* — радиус сечения по передней кромке выемки, d^* — ширина выемки, h^* — глубина выемки

Для указанного тела проведены две серии расчетов по условиям теплового эксперимента, проведенного в аэродинамической трубе УТ-1 ЦАГИ: $V_\infty = 940{,}014$ м/с, $\mathrm{M}_\infty = 6{,}1$, $T_\infty = 61{,}2$ К, $\rho_\infty = 1{,}85 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3. Число Рейнольдса, вычисленное по параметрам набегающего потока и характерному линейному размеру $L = 0{,}1$ м: $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}27 \cdot 10^5$. Выемка на лобовой поверхности моделей имела постоянную глубину $h^* = 3$ мм и различную ширину $d^* = 0{,}15$; $0{,}30$; $0{,}45$ и $0{,}60$ мм ($h = h^*/d^* = 20$; 10; $6{,}667$ и 5), т. е. модели имели разную форму выемки — от глубокой до нормальной. Численное моделирование выполнено на основе уравнений Навье–Стокса с использованием неравномерных сеток размером 201×101 для первого блока и 51×61 для второго блока.

В первой серии расчетов обтекаемые поверхности принимались изотермическими с температурным фактором $T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5727$ и ставилась цель — верификация расчетной модели путем сопоставления расчетных и экспериментальных данных по теплопередаче.

Вторая серия расчетов проведена в предположении, что стенки выемки теплоизолированы, а лобовая поверхность тела является либо теплоизолированной, либо изотермической. Она была предпринята с целью создания базы для последующего анализа закономерностей теплопередачи на обтекаемых поверхностях.

Кроме того, были выполнены расчеты для трех характерных траекторных точек при входе ЛА в атмосферу Марса [Haas B.L., Venkatapathy E., 1995] и для условий эксперимента в аэродинамической трубе (третья серия расчетов); параметры невозмущенного потока и характерные числа Рейнольдса, вычисленные по параметрам набегающего потока и радиусу R миделевого сечения зонда, $\mathrm{Re}_{\infty R} = \rho_\infty V_\infty R/\mu_\infty$ приведены в табл. 6.2. Эта серия расчетов была предпринята с целью изучения температурного режима поверхности зонда при входе в атмосферу Марса и возможности моделирования аэродинамического нагревания в аэродинамической трубе.

Таблица 6.2

Высота H, км	V_∞, м/с	T_∞, К	ρ_∞, кг/м^3	$\mathrm{Re}_{\infty R}$
30	5515	178	$8{,}2 \cdot 10^{-4}$	$2{,}3 \cdot 10^5$
36,4	6520	165	$4{,}2 \cdot 10^{-4}$	$1{,}5 \cdot 10^5$
48	7388	149	$1{,}1 \cdot 10^{-4}$	$4{,}9 \cdot 10^4$
АДТ	1001	67	0,14	$1 \cdot 10^6$

Во всех случаях движущаяся среда рассматривалась как совершенный газ с постоянными значениями показателя адиабаты и числа Прандтля. При расчетах для условий аэродинамической установки использовался газ с показателем адиабаты $\gamma = 1{,}4$, а обтекаемые поверхности тела считались изотермическими с температурным фактором $T_{\mathrm{w}01} = 0{,}41$. При расчете траекторных точек атмосфера Марса моделировалась совершенным газом с $\gamma = 1{,}29$. При этом предполагалось, что с обтекаемой поверхности зонда происходит равновесное излучение тепловой энергии по закону Стефана–Больцмана с коэффициентом черноты $\varepsilon = 0{,}9$; внутри выемки на поверхностях использовалось условие переизлучения. Эти граничные условия соответствовали реальному теплообмену на твердой стенке.

6.4.1. Верификация расчетной модели. Общее представление о распределении теплового потока вдоль образующей лобовой поверхности зонда дает рис. 6.18. В передней критической точке имеет место максимум теплового потока; второй локальный максимум теплового потока наблюдается в окрестности миделевого сечения аппарата на участке поверхности большой кривизны. Эти максимумы являются типичными экстремальными точками для аппарата без выемки. Наличие выемки на его лобовой поверхности приводит к появлению дополнительных локальных «пиков» теплового потока, расположенных в окрестности внешних угловых точек выемки. По сравнению с расчетом в эксперименте «пики» теплового потока наблюдаются только в окрестности правой угловой точки, несколько ниже по значению и занимают большую по пространству область. Эти различия частично связаны с разной формой кромок выемки в расчете и эксперименте.

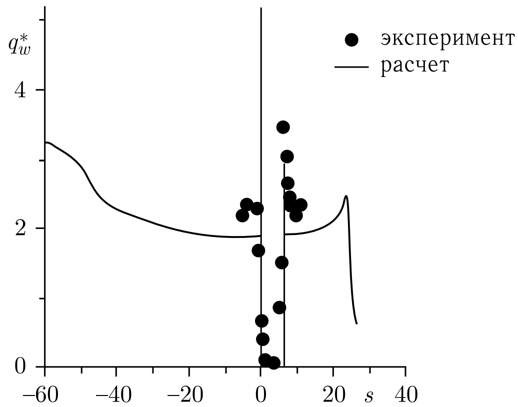


Рис. 6.18. Распределение теплового потока q_{w}^* Вт/см^2 на лобовой поверхности модели Mars Pathfinder ($d^* = 0{,}15$ мм, $\mathrm{M}_\infty = 6{,}1$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}27 \cdot 10^5$, координата s^* (в мм) отсчитывается от внешней левой кромки выемки)

Испытания модели зонда Mars Pathfinder проведены при фиксированном температурном факторе $T_{\mathrm{w}01} = 0{,}5727$. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по тепловому потоку проведено на рис. 6.19 и 6.20. (Результаты построены по длине дуги s, отсчитываемой от левой внешней острой кромки выемки.) При этом следует учитывать, что в расчетах форма выемки принималась в виде прямоугольника с острыми угловыми точками, в то время как в эксперименте выемка на модели имела скругленные кромки.

Влияние ширины выемки на распределение теплового потока в ее окрестности показано в крупном масштабе на рис. 6.19. В расчете «пики» теплового потока имеют место на острых внешних кромках выемки; по мере удаления от них соответственно вверх и вниз по потоку тепловые потоки резко уменьшаются и выходят на постоянные значения. При этом влияние выемки очень слабо распространяется вверх по потоку и на значительно бóльшие расстояния вниз по потоку от нее. При отходе от острых внешних кромок внутрь выемки тепловые потоки быстро уменьшаются и принимают нулевые значения на большей части придонной области.

Результаты экспериментального исследования по теплообмену в целом согласуются с расчетными данными, но в то же время указывают на ряд различий.

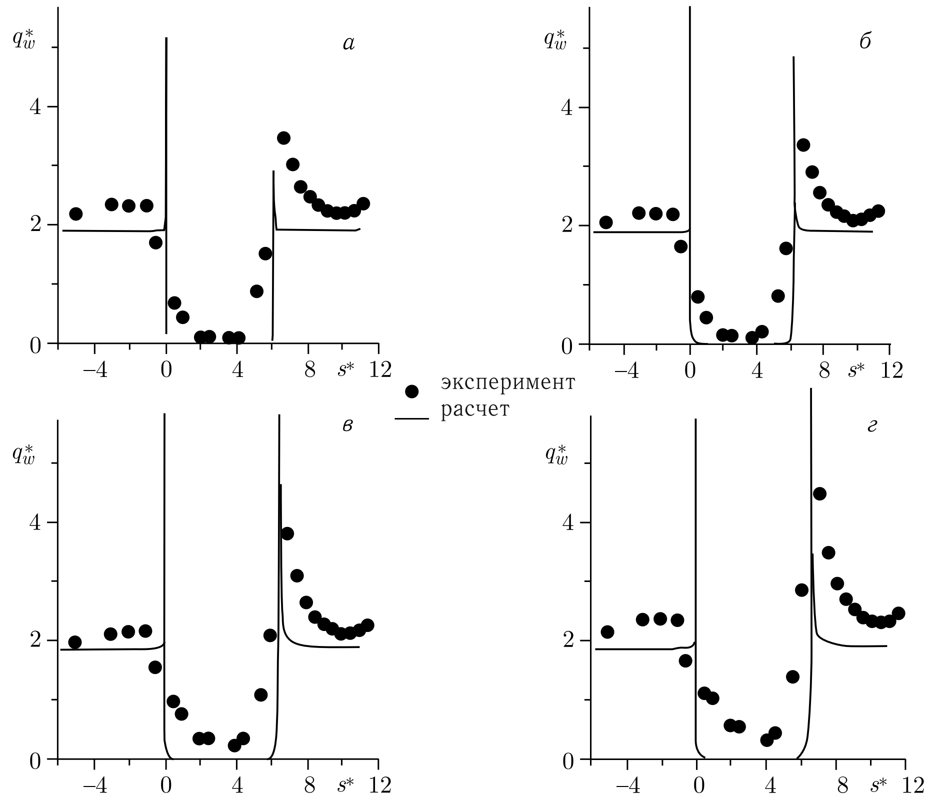


Рис. 6.19. Распределение теплового потока q^*_{w} Вт/см^2 в окрестности выемки на лобовой поверхности модели зонда Mars Pathfinder: $d^* = 0{,}15$ мм (*а*); $d^* = 0{,}3$ мм (*б*); $d^* = 0{,}45$ мм (*в*); $d^* = 0{,}6$ мм (*г*); $\mathrm{M}_\infty = 6{,}1$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}27 \cdot 10^5$, координата s^* (в мм) отсчитывается от внешней левой кромки выемки

В эксперименте, в отличие от расчета, «пики» теплового потока наблюдаются на лобовой поверхности только в окрестности правой угловой точки; при этом с ростом ширины выемки максимум теплового потока возрастает. Это различие, вероятно, связано с разной формой кромок выемки.

Согласно экспериментальным данным области распространения возмущений, вносимых выемкой, вверх и вниз по потоку практически не зависят от ее ширины и заметно превышают расчетные области влияния.

Тепловой поток на лобовой поверхности тела по мере отхода от внешних кромок выемки изменяется немонотонно. При отходе вверх по потоку его значение возрастает, достигает локального максимума, а затем уменьшается с выходом на расчетное значение. При отходе вниз по потоку тепловой поток уменьшается, достигает локального минимума, а затем увеличивается.

В эксперименте, так же, как и в расчете, по мере отхода от внешней угловой точки внутрь выемки тепловые потоки быстро уменьшаются, но в придонной области они принимают конечные, отличные от нуля значения. При этом эти придонные тепловые потоки возрастают по значению с увеличением ширины выемки.

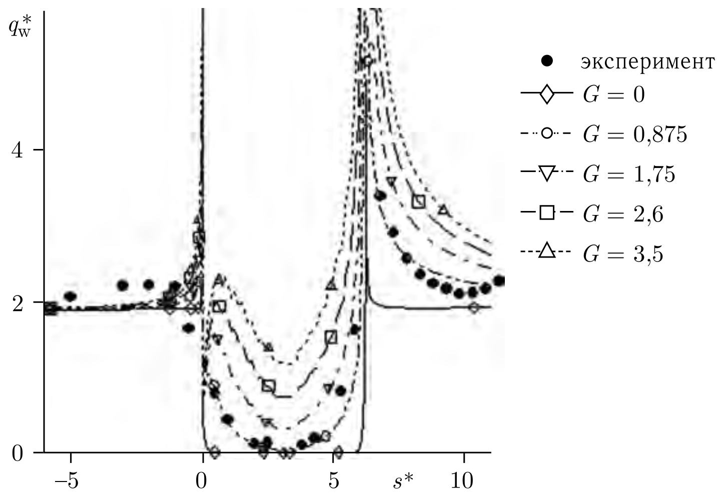


Рис. 6.20. Влияние отсоса газа в донной области выемки с расходом G г/(м · с) на распределение теплового потока q_w^* Вт/см^2 по ее боковым стенкам и на поверхности модели зонда Mars Pathfinder в окрестности выемки ($d^* = 0{,}3$ мм, $M_\infty = 6{,}1$, $Re_{\infty L} = 4{,}27 \cdot 10^5$, координата s^* (в мм) отсчитывается от внешней левой кромки выемки)

Все указанные выше качественные различия в поведении теплового потока, по-видимому, обусловлены двумя причинами: наличием массообмена в донной области в эксперименте и различием форм кромок выемки.

Для выяснения влияния массообмена в донной области на распределение тепловых потоков были проведены специальные дополнительные расчеты для выемки шириною $d^* = 0{,}3$ мм; на дне выемки осуществлялся равномерный отсос газа с расходом $G = 0{,}875$; $1{,}75$; $2{,}6$ и $3{,}5$ г/(м · с). Результаты этих расчетов приведены на рис. 6.20.

Наличие отсоса газа, как и следовало ожидать, приводит к возрастанию тепловых потоков на рассматриваемых поверхностях. На боковых стенках выемки они всюду отличны от нуля и при наименьшем расходе газа хорошо согласуются с экспериментальными данными. Следовательно, отмеченное выше различие между расчетом и экспериментом объясняется наличием массообмена в донной области в условиях эксперимента.

На поверхности тела тепловые потоки возрастают по сравнению со случаем непроницаемой выемки, но по мере отхода от ее внешних кромок они монотонно уменьшаются. При этом увеличивается область влияния выемки.

При наименьшем расходе газа улучшается согласование расчетных и экспериментальных данных, но в то же время наличие массообмена не объясняет наблюдаемого в эксперименте немонотонного характера поведения теплового потока в окрестности выемки. Весьма возможно, что эта немонотонность связана с началом ламинарно-турбулентного перехода; для выяснения этого вопроса необходимы специальные исследования.

На данном этапе влияние формы скругления внешних кромок выемки на распределение тепловых потоков в ее окрестности не исследовалось, поскольку она нам неизвестна. Для этого необходимы специальные численные исследования.

6.4.2. О температуре восстановления затупленного тела с выемкой на лобовой поверхности. Как отмечалось выше, для выявления закономерностей теплопередачи были проведены расчеты обтекания зонда для условий трубного эксперимента при различных термических условиях на обтекаемых поверхностях (вторая серия расчетов). Анализ этого расчетного материала проводится ниже.

Распределение коэффициента давления по лобовой поверхности зонда показано на рис. 6.21, *а* (безразмерная длина дуги $s = s^*/L$ отсчитывается от передней критической точки), а по стенкам выемки — на рис. 6.21, *б* (безразмерная длина дуги s отсчитывается от левой внешней кромки выемки).

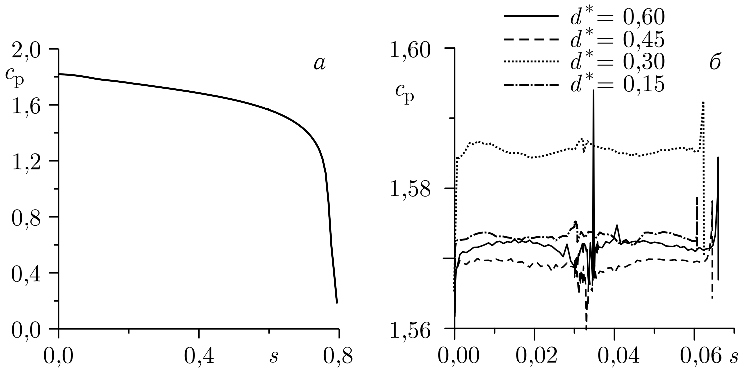


Рис. 6.21. Распределения коэффициента давления c_p на лобовой поверхности зонда Mars Pathfinder с теплоизолированной поверхностью (*а*) и на теплоизолированных стенках выемки (*б*) при числах $M_\infty = 6{,}1$ и $Re_{\infty L} = 4{,}27 \cdot 10^5$

Распределение коэффициента давления практически не чувствительно к наличию выемки на лобовой поверхности зонда: изменение c_p в окрестности кромок выемки происходит в четвертой значащей цифре и не превышает 0,3 %. Среднее значение коэффициента давления в окрестности выемки $c_{p*} \approx 1{,}57$.

Распределения коэффициента давления на стенках выемки показывают, что по мере увеличения ее ширины изменяется картина течения в выемке. При $d^* = 0{,}15$ мм коэффициент давления принимает постоянное значение на большей части стенок, при этом его значение превышает среднее значение c_{p*} в окрестности ее кромок. В окрестности левой внешней кромки наблюдается течение разрежения, в окрестности правой кромки — течение сжатия. При $d^* = 0{,}3$ распределение c_p аналогично его распределению для $d^* = 0{,}15$, но при этом повышается его общий уровень, а само распределение становится более неравномерным. При $d^* = 0{,}45$ уровень коэффициента давления в выемке понижается и практически совпадает с его средним значением c_{p*} в окрестности кромок. При этом в донной части выемки наблюдаются осцилляции коэффициента давления. При $d^* = 0{,}60$ средний уровень коэффициента давления повышается и усиливаются его осцилляции в донной области. Наличие осцилляций давления указывает на зарождение неустойчивости течения и возможное изменение схемы течения в выемке.

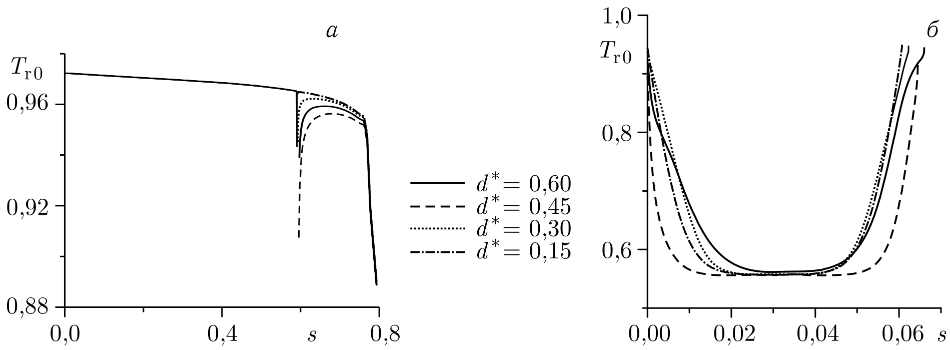


Рис. 6.22. Распределение температуры восстановления T_{r0} на лобовой поверхности (*а*) и на стенках выемки (*б*) зонда Mars Pathfinder при числах $M_\infty = 6{,}1$ и $Re_{\infty L} = 4{,}27 \cdot 10^5$; безразмерная длина дуги $s = s^*/L$ отсчитывается: от передней критической точки (*а*); от левой внешней кромки выемки (*б*)

Распределения температуры восстановления на лобовой поверхности зонда и на стенках выемки приведены на рис. 6.22.

На лобовой поверхности зонда до выемки температура восстановления незначительно уменьшается по мере отхода от передней критической точки и не испытывает влияния выемки на поверхности (рис. 6.22, *а*). Однако за выемкой температура восстановления претерпевает из-за нее сильные возмущения, которые распространяются достаточно далеко вниз по потоку от правой кромки выемки. В зависимости от ширины выемки температура восстановления изменяется немонотонно: увеличение ширины выемки от $d^* = 0{,}15$ до $d^* = 0{,}45$ вызывает монотонное снижение T_{r0}, а последующее увеличение ее до $d^* = 0{,}60$ приводит к возрастанию температуры восстановления.

Общий характер распределения T_{r0} по стенкам выемки один и тот же (рис. 6.22, *б*): она принимает максимальные значения в окрестности внешних кромок, резко уменьшается по мере отхода от них и выходит на постоянное значение ($\approx 0{,}56$), не зависящее от ширины выемки. Однако темп выхода на постоянное значение и, следовательно, длина области неизотермического участка изменяются в зависимости от ширины выемки немонотонно. Эта немонотонность поведения связана, по-видимому, с тем, что при изменении ширины выемки изменяется и ее форма.

Следующим важным этапом является анализ влияния изотермической лобовой поверхности с температурным фактором T_{w01} на температуру восстановления в выемке. Такие расчеты были выполнены для $T_{w01} = 0{,}5727$ и 0,3.

Коэффициент давления в выемке на большей части ее поверхности принимает постоянное значение (рис. 6.23); его значение несколько уменьшается при подходе к левой внешней кромке выемки и увеличивается при подходе к внешней правой кромке выемки. Изменение ширины выемки слабо влияет на распределение коэффициента давления. Отметим, что по мере увеличения ширины выемки на ее дне появляются осцилляции коэффициента давления, указывающие на появление неустойчивости течения в этой области. При этом с понижением температурного фактора распределение c_p становится более

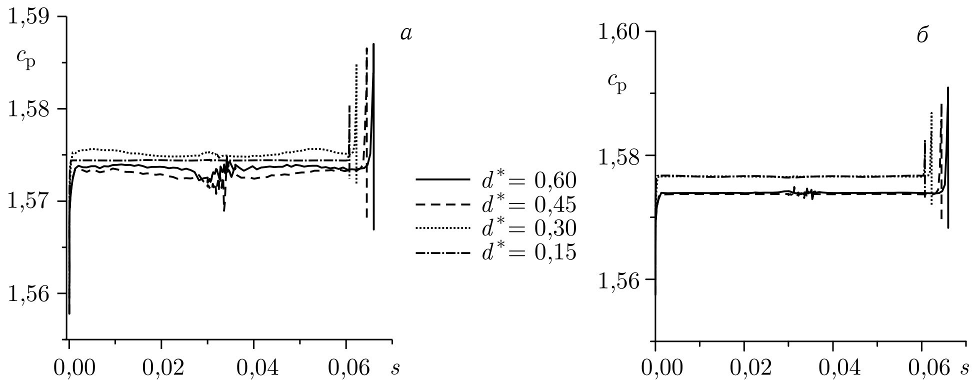


Рис. 6.23. Распределение коэффициента давления c_p по теплоизолированным стенкам выемки для изотермической ($T_{w01} = 0{,}5727$ (*а*), $T_{w01} = 0{,}3$ (*б*)) лобовой поверхности ЛА Mars Pathfinder при числах $M_\infty = 6{,}1$ и $Re_{\infty L} = 4{,}27 \cdot 10^5$; безразмерная длина дуги $s = s^*/L$ отсчитывается от левой внешней кромки выемки

равномерным, уменьшается амплитуда осцилляций, которые при $T_{w01} = 0{,}3$ практически отсутствуют (охлаждение стенки стабилизирует течение).

Характер распределения температуры восстановления вдоль стенок выемки зависит от температурного фактора T_{w01}. Сопоставление данных на рис. 6.22 и 6.24 позволяет установить, что в зависимости от температурного фактора имеют место два типа распределения T_{r0}. Смена типов распределения происходит при $T_{w01\,кр} \approx 0{,}56$.

При $T_{w01} > T_{w01\,кр}$ максимальное значение T_{r0}, которое уменьшается с понижением температурного фактора, наблюдается в окрестности внешних кромок выемки. По мере отхода от них она резко уменьшается и выходит на постоянное значение ($\approx 0{,}56$), практически независящее от ширины выемки и температурного фактора. Кроме того, в окрестности правой внешней

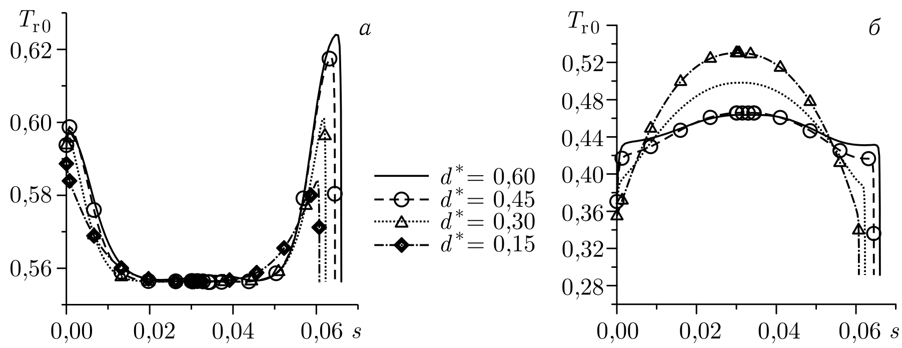


Рис. 6.24. Распределение температуры восстановления T_{r0} по теплоизолированным стенкам выемки для изотермической ($T_{w01} = 0{,}5727$ (*а*), $T_{w01} = 0{,}3$ (*б*)) лобовой поверхности зонда Mars Pathfinder при числах $M_\infty = 6{,}1$ и $Re_{\infty L} = 4{,}27 \cdot 10^5$; безразмерная длина дуги $s = s^*/L$ отсчитывается от левой внешней кромки выемки

кромки наблюдается сильный локальный максимум температуры восстановления, который превышает значение $T_{\mathrm{w}01}$ (рис. 6.24, *а*).

При $T_{\mathrm{w}01} < T_{\mathrm{w}01\,\text{кр}}$ реализуется совершенно другой тип распределения: по мере отхода от внешних кромок температура восстановления возрастает, т. е. на дне выемки реализуется максимальное значение $T_{\mathrm{r}0}$, а в окрестности внешних кромок — минимальное значение (рис. 6.24, *б*). При этом возрастание ширины выемки приводит к уменьшению максимального значения температуры восстановления и увеличению минимального.

Существование двух типов распределения можно объяснить следующим образом.

При обтекании узкой выемки в ней согласно одновихревой схеме реализуется слабо интенсивное течение, которое охватывает верхние слои выемки и характеризуется малым расходом газа. С точки зрения теплообмена в возмущенной области преобладает конвективная теплопередача, а в остальной, основной части выемки — кондуктивная теплопередача.

Струйки газа, которые попадают в выемку из пограничного слоя, обладают определенными запасами тепловой и кинетической энергий. Запас тепловой энергии $E_{\text{теп}}$ пропорционален температурному фактору, а запас кинетической энергии $E_{\text{кин}}$ — числу Маха на внешней границе пограничного слоя и практически не зависит от температурного фактора.

В случае теплоизолированной поверхности струйка газа, попадающая в выемку, обладает тепловой энергией, которая значительно превышает ее кинетическую энергию, т. е. $E_{\text{теп}} \gg E_{\text{кин}}$. Общий запас тепловой энергии, который зависит от расхода газа, определяет прогрев газа в выемке и температуру ее стенок. Вследствие этого температура восстановления имеет максимум на внешних кромках выемки, резко уменьшается при отходе от них и выходит на постоянное значение $T_{\mathrm{r}0\,\min}$, которое определяется уравнением баланса тепла и значительно меньше температуры восстановления лобовой поверхности зонда в окрестности выемки.

С понижением температуры лобовой поверхности уменьшается запас тепловой энергии струек газа, входящих в выемку, и возрастает относительная доля кинетической энергии. Это приводит к снижению максимального значения температуры восстановления и смещению его положения с внешних кромок внутрь выемки. Эти изменения происходят в основном в области конвективного теплообмена и почти не затрагивают области кондуктивного теплообмена (значение $T_{\mathrm{r}0\,\min}$ остается практически неизменным).

Такая ситуация при уменьшении $T_{\mathrm{w}01}$ наблюдается до тех пор, пока не будет выполняться условие $T_{\mathrm{w}01} \approx T_{\mathrm{r}0\,\min}$. При указанном условии у струйки газа, попадающей в выемку, относительные доли тепловой и кинетической энергии одинаковы. В этом случае температура восстановления в выемке почти постоянна и равна $T_{\mathrm{r}0\,\min}$.

При $T_{\mathrm{w}01} < T_{\mathrm{r}0\,\min}$ у втекающей струйки тока запас кинетической энергии больше запаса тепловой энергии. Это приводит к изменению распределения температуры восстановления по стенкам выемки: по мере отхода от внешних

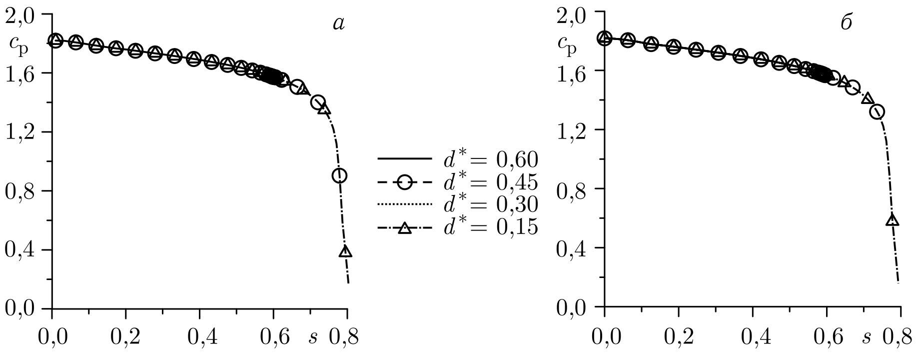


Рис. 6.25. Распределение коэффициента давления c_p по лобовой изотермической ($T_{w01} = 0{,}5727$ (*а*), $T_{wo1} = 0{,}3$ (*б*)) поверхности зонда Mars Pathfinder при числах $M_\infty = 6{,}1$ и $Re_{\infty L} = 4{,}27 \cdot 10^5$; безразмерная длина дуги $s = s^*/L$ отсчитывается от передней критической точки

кромок она возрастает и в донной области достигает максимального значения, которое превышает T_{w01}.

Распределение коэффициента давления по изотермической лобовой поверхности зонда, так же, как и для теплоизолированной поверхности, практически не чувствительно к наличию выемки на ней (рис. 6.25). Изменение температурного фактора также практически не сказывается на распределении коэффициента давления.

Поведение теплового потока на лобовой изотермической поверхности ЛА показано на рис. 6.26 в виде распределения относительного теплового потока $q = q_w(s)/q_w(0)$, когда в качестве характерного масштаба принято значение теплового потока в передней критической точке тела. Такое представление результатов расчетов для затупленных тел часто используется в инженерной практике, поскольку оно слабо зависит от определяющих параметров задачи.

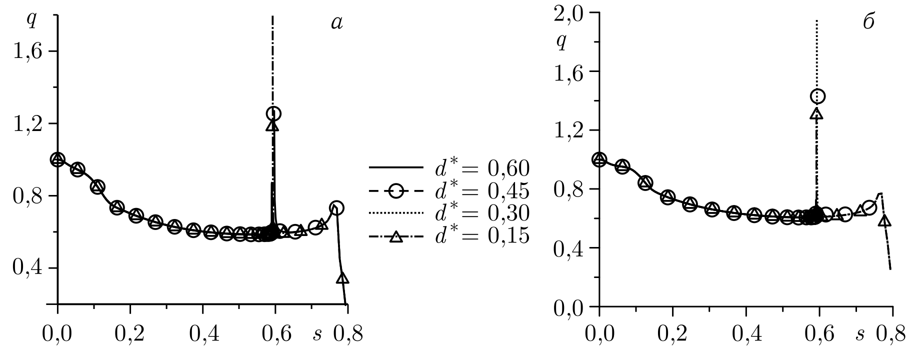


Рис. 6.26. Распределение относительного теплового потока $q = q_w(s)/q_w(0)$ по лобовой изотермической ($T_{w01} = 0{,}5727$ (*а*), $T_{w01} = 0{,}3$ (*б*)) поверхности зонда Mars Pathfinder при числах $M_\infty = 6{,}1$ и $Re_{\infty L} = 4{,}27 \cdot 10^5$; безразмерная длина дуги $s = s^*/L$ отсчитывается от передней критической точки

В нашем случае распределение q по лобовой поверхности тела в целом практически не зависит от температурного фактора. Наличие на ней выемки приводит к локальным изменениям в малой ее окрестности и обусловливает появление местных «пиков» теплового потока, которые могут превышать значение теплового потока в передней критической точке.

6.4.3. О теплопередаче на изотермической поверхности. Проведенный выше анализ распределения температуры восстановления по стенкам узкой выемки показал, что в зависимости от температурного фактора лобовой поверхности зонда возможны два типа распределения. Первый тип распределения реализуется при $T_{\text{w01}} > T_{\text{w01 кр}}$, второй — при $T_{\text{w01}} < T_{\text{w01 кр}}$. Это важный результат при анализе теплопередачи в выемке с изотермическими стенками.

Если рассматривается изотермическая поверхность с $T_{\text{w01}} > T_{\text{w01 кр}}$ (температура стенок выемки равна температуре лобовой поверхности), то стенки выемки являются перегретыми и тепловой поток направлен от стенок к газу. В случае $T_{\text{w01}} < T_{\text{w01 кр}}$ стенки выемки являются охлажденными и тепловой поток направлен от газа к стенкам.

Для изотермической поверхности с $T_{\text{w01}} \approx T_{\text{w01 кр}}$ стенки выемки близки к теплоизолированным, поэтому при отходе от внешних кромок внутрь выемки тепловой поток быстро уменьшается и близок к нулю на основной части поверхности выемки. Именно для этого режима были получены экспериментальные данные и выполнены расчетные исследования.

Результаты расчетов для этого случая приведены на рис. 6.27 в виде распределения относительного теплового потока $q = q_{\text{w}}(s)/q_{\text{w}}(0)$ по обтекаемой поверхности. На основной части лобовой поверхности распределение относительного теплового потока не чувствительно к наличию выемки; иными словами, в данном случае возмущения, вносимые выемкой, распространяются на очень малые расстояния как вверх, так и вниз по потоку от внешних кромок выемки.

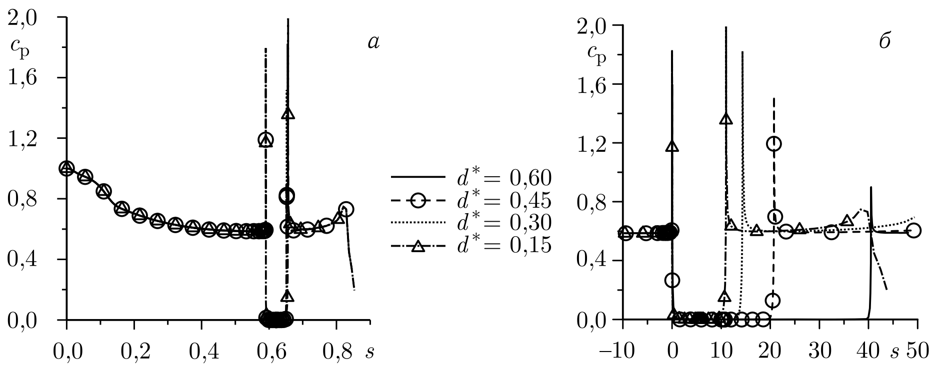


Рис. 6.27. Распределение относительного теплового потока $q = q_{\text{w}}(s)/q_{\text{w}}(0)$ по изотермической ($T_{\text{w01}} = 0{,}5727$) поверхности зонда Mars Pathfinder при числах $\mathrm{M}_\infty = 6{,}1$ и $\mathrm{Re}_{\infty L} = 4{,}27 \cdot 10^5$; $S = s^*/L$ — относительная длина дуги, отсчитываемая от передней критической точки (*а*); $S = s^*/d^*$ — длина дуги, отсчитываемая от левой внешней угловой точки выемки (*б*)

Внутри выемки тепловой поток отличен от нуля только в очень малой окрестности внешних кромок и практически равен нулю на остальной части ее поверхности.

6.4.4. Температурный режим лобовой поверхности в условиях натурного полета. Для исследования температурного режима лобовой поверхности зонда были выполнены расчеты для условий, соответствующих трем характерным точкам траектории входа аппарата в атмосферу Марса (третья серия расчетов). Согласно расчетам в узкой выемке на рассмотренных режимах полета реализуется картина слабо интенсивного течения в соответствии с одновихревой схемой. Об этом также говорят картины изотерм для этих режимов полета (рис. 6.28).

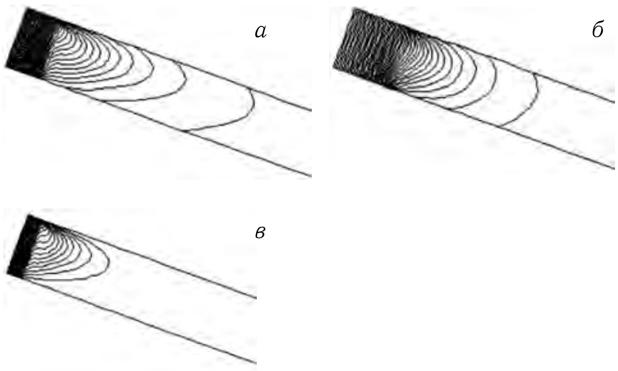


Рис. 6.28. Картины изотерм в окрестности узкой выемки: $H = 36{,}4$ км (*а*); $H = 48$ км (*б*); аэродинамическая труба (*в*)

Как отмечалось выше, угол полураствора затупленного конуса близок к предельному $\theta_{\text{к}*}$, значение которого зависит от чисел Маха и Рейнольдса. При $\theta_{\text{к}} \leqslant \theta_{\text{к}*}$ реализуется картина течения, близкая к картине невязкого течения со звуковой линией, расположенной на сферическом затуплении конуса (сверхзвуковой режим); при $\theta_{\text{к}} > \theta_{\text{к}*}$ звуковая линия в невязком течении располагается на затупленной кромке миделевого сечения (дозвуковой режим). Поэтому на траектории входа в зависимости от сочетания чисел Маха и Рейнольдса наблюдается либо дозвуковой, либо сверхзвуковой режим обтекания лобовой поверхности зонда. При этом каждому режиму обтекания соответствует свой тип распределения газодинамических переменных по обтекаемой поверхности тела.

Распределения радиационно равновесной температуры и соответствующего ей конвективного потока тепла по наветренной поверхности аппарата Mars Pathfinder показаны на рис. 6.29. Согласно приведенным данным при движении зонда на высоте $H = 48$ км реализуется сверхзвуковой режим, а на высотах $H = 30$ и $36{,}4$ км — дозвуковой режим обтекания его лобовой поверхности. Результаты расчетов для условий аэродинамической трубы указывают на сверхзвуковой режим обтекания лобовой поверхности модели зонда.

Уменьшение теплового потока в окрестности $s = 1$ обусловлено наличием узкой выемки ($d^*/R = 0{,}0027$). Значение температуры и теплового потока

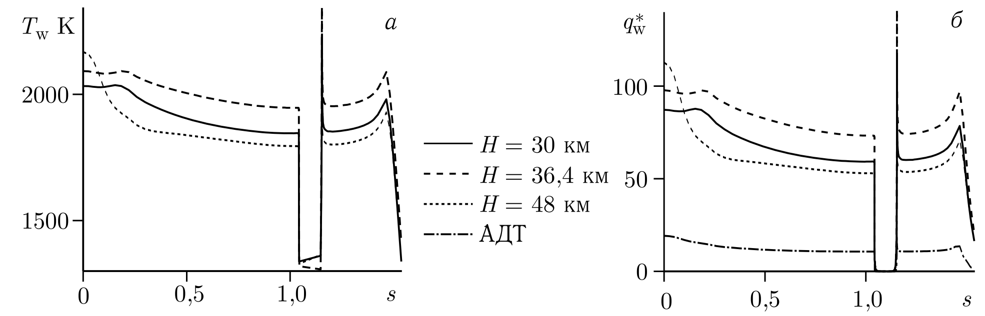


Рис. 6.29. Распределение радиационно равновесной температуры T_w К (a) и конвективного потока тепла q_w^* Вт/см^2 ($б$) по наветренной поверхности зонда Mars Pathfinder; безразмерная длина дуги $s = s^*/L$ отсчитывается от передней критической точки

в основной части выемки значительно ниже, чем на лобовой поверхности тела, поскольку здесь прогрев стенок идет за счет радиационного теплообмена. Однако имеются большие пики температуры в окрестности правой угловой точки выемки. Значение температуры в этих пиках приблизительно на 200÷300 К больше, чем в окрестности передней критической точки.

Распределения локальной температуры и конвективного теплового потока в окрестности правой угловой точки выемки в более крупном масштабе показаны на рис. 6.30.

Распределения нормированного теплового потока Q^0 по лобовой поверхности зонда для рассмотренных условий полета приведены на рис. 6.31. Эти результаты полезны при рассмотрении проблемы пересчета данных по тепловому потоку, полученных в аэродинамической установке, на натурные условия. Основные особенности поведения функции Q^0 для наземных и натурных условий одинаковы, но имеет место различие в значениях Q^0.

На приведенных выше рисунках показаны также расчетные данные для условий эксперимента в аэродинамической трубе. Они отличаются от результатов для условий натурного полета, однако основные закономерности теплопередачи как на лобовой поверхности, так и в окрестности выемки близки между собой. Из этого следует, что в аэродинамической трубе можно

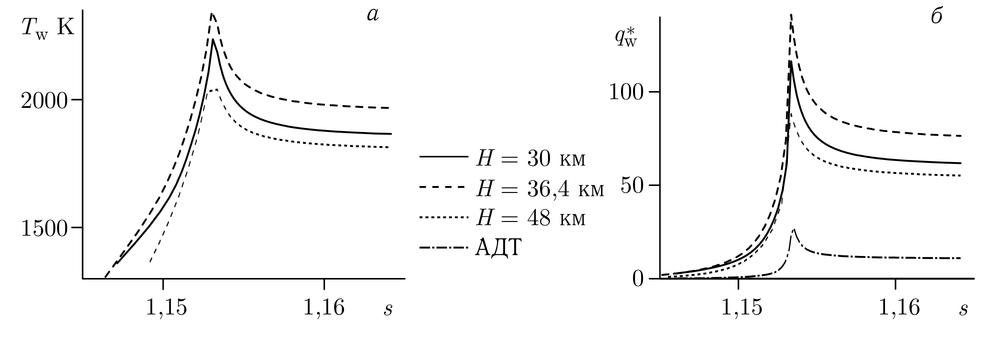


Рис. 6.30. Распределения температуры T_w К (a) и теплового потока q_w^* Вт/см^2 ($б$) в окрестности правой угловой точки узкой выемки на поверхности зонда Mars Pathfinder; безразмерная длина дуги $s = s^*/L$ отсчитывается от передней критической точки

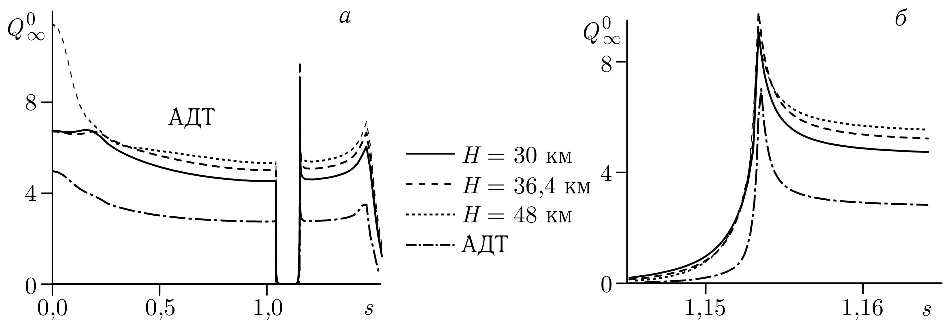


Рис. 6.31. Распределения нормированного теплового потока $Q^0_\infty = q_{w\infty}\sqrt{\mathrm{Re}}_{\infty L}$ по наветренной стороне зонда Mars Pathfinder (*а*) и в окрестности узкой выемки на его поверхности (*б*); безразмерная длина дуги $s = s^*/L$ отсчитывается от передней критической точки

изучать особенности теплопередачи на моделях аппарата с выемкой. Вместе с тем перенос экспериментальных данных на натурные условия должен осуществляться на основе законов подобия.

Как отмечалось выше, для изучения влияния формы выемки удобно фиксировать ее глубину и варьировать ее ширину. Такого рода расчеты проведены для режима движения на высоте $H = 36{,}4$ км при изменении относительной ширины выемки в промежутке $0{,}002 \leqslant d^*/R \leqslant 0{,}0053$. В целом изменение ширины выемки слабо влияет на поведение локальных аэродинамических характеристик зонда за исключением малой окрестности ее правой угловой точки.

В качестве примера на рис. 6.32 показано влияние ширины выемки на распределение локального теплового потока возле этой точки, где наблюдаются локальные пики теплового потока. Согласно приведенным данным это влияние весьма существенно и изменение относительной ширины выемки в указанных пределах приводит к увеличению максимального теплового потока более чем на 50 Вт/см^2.

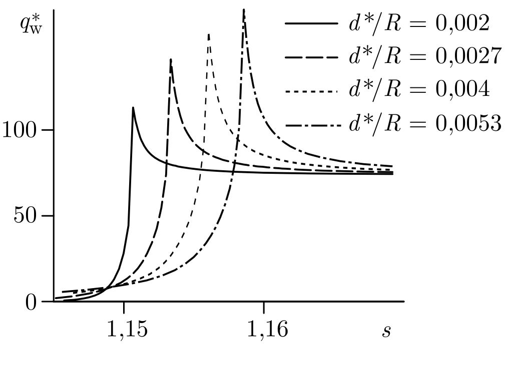


Рис. 6.32. Влияние ширины выемки на распределение теплового потока q^*_w Вт/см^2 в окрестности ее правой угловой точки (зонд Mars Pathfinder, высота $H = 36{,}4$ км); безразмерная длина дуги $s = s^*/L$ отсчитывается от передней критической точки

6.5. Модель зонда MSRO с узкой выемкой в гиперзвуковом потоке

Согласно европейскому проекту зонд MSRO представляет собой осесимметричное тело (рис. 6.33), лобовая часть которого выполнена в виде сферически затупленного кругового конуса с углом полураствора $\theta_к = 60°$ и радиусом затупления $R_0 = 0{,}56$ м. На его наветренной поверхности имеется узкая кольцевая выемка шириною $d^* = 2$ мм и глубиною $h^* = 20$ мм ($h = h^*/d^* = 10$, глубокая выемка). В качестве характерного линейного размера принимается либо условная длина $L = 1$ м, либо ширина выемки d^*.

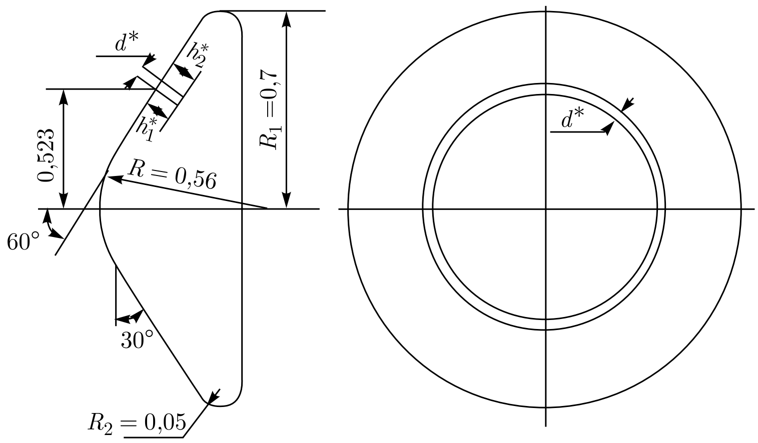


Рис. 6.33. Схема европейского марсианского зонда (линейные размеры указаны в метрах)

Исследование проведено на основе численного анализа нестационарных двухмерных уравнений Навье–Стокса для условий характерной точки ($t = 46$ с) траектории входа зонда в атмосферу Марса: $V_\infty = 4785$ м/с, $\mathrm{M}_\infty = 23{,}95$, $T_\infty = 145$ К, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 2{,}533 \cdot 10^5$. При этом марсианская атмосфера моделировалась совершенным газом с показателем адиабаты $\gamma = 1{,}336$, числом Прандтля $\mathrm{Pr} = 0{,}7$ и динамической вязкостью, определяемой по формуле Сазерленда. В рассматриваемом случае сложная область интегрирования подразделяется на две простые зоны. Первая зона соответствует области течения около лобовой поверхности зонда без учета выемки, в которой строится неравномерная сетка с числом узлов 201×101. Вторая (прямоугольная) зона размером $1{,}5h^* \times d^*$ включает в себя выемку, и в ней строится неравномерная прямоугольная сетка с числом узлов 51×41. Сетки перекрываются между собой, и обмен данными, полученными в этих зонах, проводится при помощи граничных условий после каждого шага интегрирования по времени.

Выполнены две серии расчетов.

Первая серия расчетов проведена для изотермической лобовой поверхности с различными температурными факторами ($T_{\mathrm{w}01} = 0{,}1 \div 0{,}7$) и теплоизолированными стенками кольцевой выемки ($\partial T/\partial n = 0$). При этом ставилась цель — изучить влияние температуры лобовой поверхности на температуру восстановления T_r стенок выемки.

Процедура нахождения решения задачи строилась таким образом. Сначала закладывался весь пакет задач, и последовательно осуществлялось численное решение задачи при соответствующем значении температурного фактора T_w01; при этом для расчета задачи с последующим значением T_w01 в качестве нулевого приближения использовалось решение для предыдущего значения T_w01. Рассмотрение результатов расчетов показало, что имеются «выпавшие» точки; детальный анализ позволил установить, что они соответствуют второй ветви решения со своей специфической структурой поля течения в узкой выемке. После этого на втором этапе проводилась целенаправленная работа по отысканию каждой ветви решений исходя из известных полей газодинамических переменных соответствующей ветви.

Вторая серия расчетов выполнена для изотермической ($T_\mathrm{w01} = 0{,}2$) лобовой поверхности с изотермическими стенками выемки ($T_\mathrm{w02} = T_\mathrm{w2}/T_0 = \mathrm{var}$, $T_\mathrm{w02}/T_\mathrm{w01} = 0{,}25$; $0{,}50$; $0{,}75$ и 1). В ней ставилась цель — изучить особенности теплообмена на лобовой поверхности в окрестности выемки и на ее стенках.

Далее отметим, что для рассматриваемого зонда угол полураствора конуса несколько меньше предельного значения, поэтому во всех расчетных случаях реализуется сверхзвуковой режим обтекания его лобовой поверхности.

6.5.1. Местные аэродинамические характеристики на лобовой поверхности зонда. Изменение температурного фактора T_w01 в интервале $0{,}1 \div 0{,}7$ очень слабо сказывается на распределении коэффициента давления по лобовой поверхности зонда (рис. 6.34). Так, например, в передней критической точке изменение коэффициента давления в зависимости от температурного фактора T_w01 носит случайный немонотонный характер около среднего значения $c_\mathrm{pm} = 1{,}862$; максимальное отклонение от среднего значения менее $0{,}2\,\%$. Эти данные также показывают, что на конической поверхности в окрестности выемки реализуется почти изобарическое дозвуковое течение ($\mathrm{M_e} \approx 0{,}7$ согласно оценке по величине c_p) со слабым отрицательным градиентом давления.

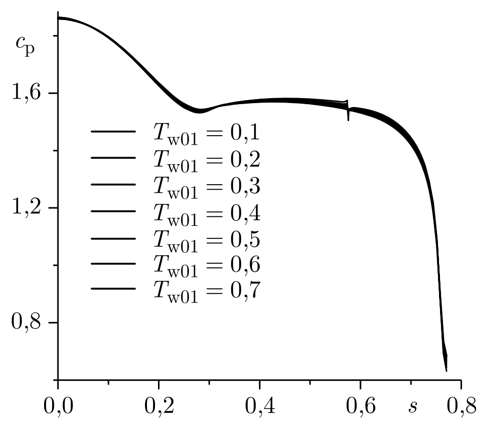


Рис. 6.34. Распределение коэффициента давления c_p по изотермической лобовой поверхности зонда MSRO с узкой теплоизолированной выемкой ($\mathrm{M}_\infty = 23{,}95$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 2{,}533 \cdot 10^5$): $s = s^*/1$ м, s^* — длина дуги вдоль образующей тела, отсчитываемая от передней критической точки

Распределения теплового потока на лобовой поверхности зонда при всех значениях температурного фактора в качественном отношении являются однотипными (рис. 6.35, a) с максимумом в передней критической точке.

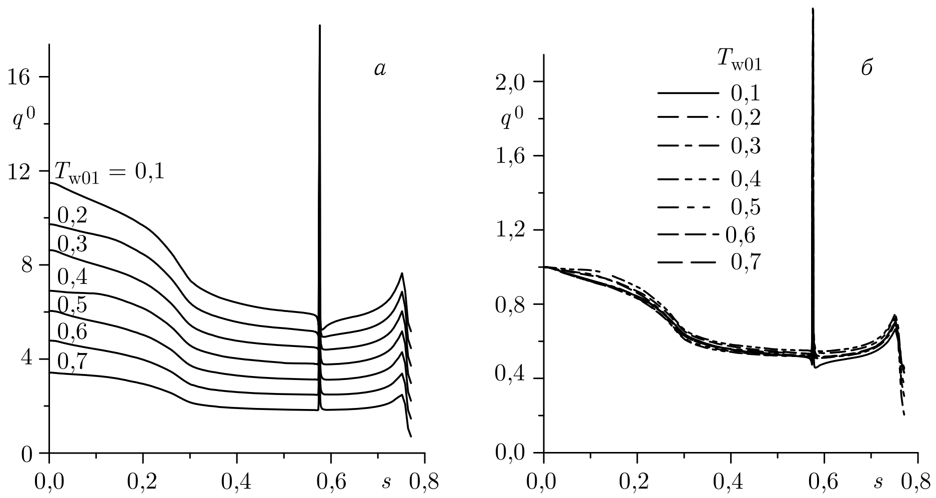


Рис. 6.35. Распределения величины $q^0 = q_{w\infty}\sqrt{\mathrm{Re}}_{\infty L}$ (*а*) и относительного теплового потока $q = q_w(s)/q_w(0)$ (*б*) по изотермической лобовой поверхности зонда MSRO с узкой теплоизолированной выемкой ($\mathrm{M}_\infty = 23{,}95$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 2{,}533 \cdot 10^5$): $s = s^*/1$ м, s^* — длина дуги вдоль образующей тела, отсчитываемая от передней критической точки

Величина этого максимума монотонно уменьшается с ростом температурного фактора T_{w01} и аппроксимируется линейной зависимостью

$$q^0 = q_{w\infty}\sqrt{\mathrm{Re}_{\infty L}} = 12{,}5299 - 13{,}1047T_{w01}$$

с максимальным отклонением от нее менее 6 %. Кроме того, наблюдается локальный максимум теплового потока в окрестности миделевого сечения из-за малого радиуса кривизны поверхности. Наличие узкой выемки обусловливает появление локальных «пиков» теплового потока в окрестности острых кромок выемки.

Поведение относительного теплового потока $q = q_w(s)/q_w(0)$ показано на рис. 6.35, *б*. В рамках теории пограничного слоя такое представление результатов для затупленных плоских и осесимметричных тел с углами полураствора, меньшими предельного значения (см., например, [Башкин В.А., 1967]), приводит практически к универсальной зависимости, которая очень слабо зависит от числа Маха набегающего потока и от температурного фактора. В рассматриваемом случае угол $\theta_к$ больше предельного значения и изменение температурного фактора влияет на эту зависимость, что наиболее заметно на сферическом затуплении (максимальное отклонение от среднего значения не превышает ± 4 %). Это влияние, по-видимому, обусловлено вычислительными причинами, поскольку неравномерность в поведении $q = q_w(s)/q_w(0)$ по температурному фактору совпадает с характером поведения коэффициента давления c_p в критической точке, а максимальное отклонение от среднего значения согласуется с максимальным отклонением теплового потока в критической точке от аппроксимационной зависимости.

6.5.2. Температура восстановления узкой выемки. Анализ расчетного материала показал, что в выемке с теплоизолированными стенками возможны два различных решения задачи. В первом из них реализуется высокий уровень температуры восстановления, во втором — относительно низкий. При этом для обоих решений распределения коэффициента давления и теплового потока на лобовой поверхности тела практически совпадают, даже в окрестности выемки — различие между ними наблюдается в третьей-четвертой значащей цифре.

Первое решение (*высокотемпературное*). Распределение коэффициента давления по стенкам выемки при всех значениях T_{w01} является однотипным (рис. 6.36, a): оно постоянно на большей части выемки, понижается в малой окрестности левой внешней кромки, что указывает на местное ускорение потока, и повышается в малой окрестности правой внешней кромки выемки, указывая на местное торможение потока. С увеличением температурного фактора T_{w01} уровень давления в выемке понижается. Но в целом изменение коэффициента давления незначительно: при увеличении температурного фактора в 7 раз (с 0,1 до 0,7) его изменение не превышает 5 %.

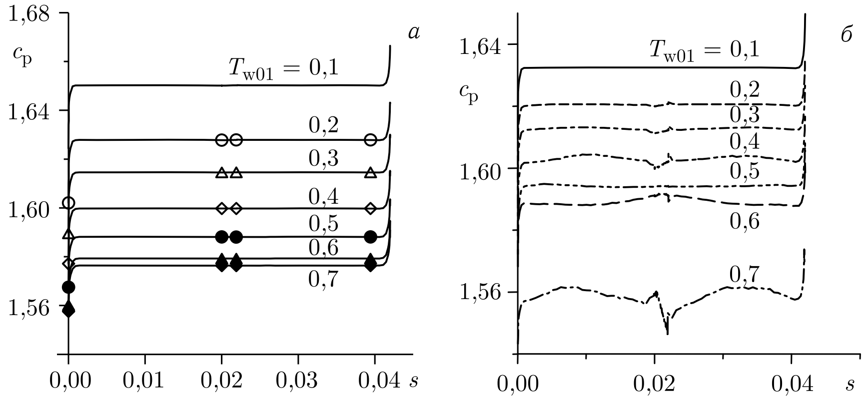


Рис. 6.36. Распределение коэффициента давления c_p по теплоизолированным стенкам узкой выемки на изотермической лобовой поверхности зонда MSRO ($M_\infty = 23{,}95$, $Re_{\infty L} = 2{,}533 \cdot 10^5$): a — первое решение (высокотемпературное); $б$ — второе решение (низкотемпературное)

Распределение температуры восстановления по стенкам узкой выемки показано на рис. 6.37, a. В качественном отношении характер изменения T_{r0} по стенкам выемки примерно однотипен: на большей части поверхности выемки она близка к постоянной величине, принимает наименьшее значение в окрестности левой внешней кромки и наибольшее значение в окрестности правой внешней кромки выемки. При этом все температурные факторы лобовой поверхности тела удовлетворяют условию $T_{r0} > T_{w01}$.

По мере уменьшения T_{w01} температура восстановления на основном участке поверхности все заметнее отличается от постоянной величины и при сильном теплообмене имеем на дне выемки максимум температуры восстановления, который превышает ее наибольшее значение в окрестности правой

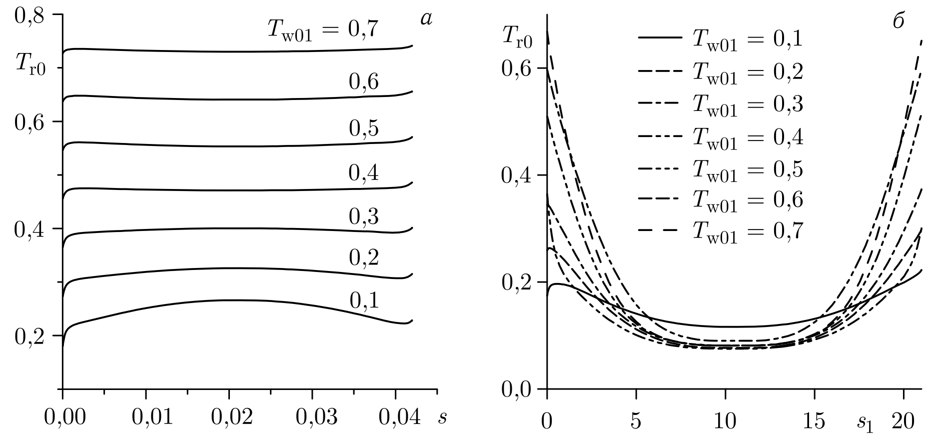


Рис. 6.37. Распределение температуры восстановления T_{r0} по теплоизолированным стенкам узкой выемки, расположенной на изотермической лобовой поверхности зонда MSRO ($M_\infty = 23{,}95$, $Re_{\infty L} = 2{,}533 \cdot 10^5$): *а* — первое решение (высокотемпературное); *б* — второе решение (низкотемпературное), $s = s^*/1$ м, $s_1 = s^*/d^*$, s^* — длина дуги вдоль образующей тела, отсчитываемая от левой кромки выемки

внешней кромки выемки. Эти закономерности поведения T_{r0} наглядно видны на рис. 6.38, *а*, где показано поведение температуры восстановления в зависимости от температурного фактора для трех характерных точек выемки. Здесь наглядно видно, что для всех характерных точек зависимости располагаются выше биссектрисы $T_{r0} = T_{w01}$.

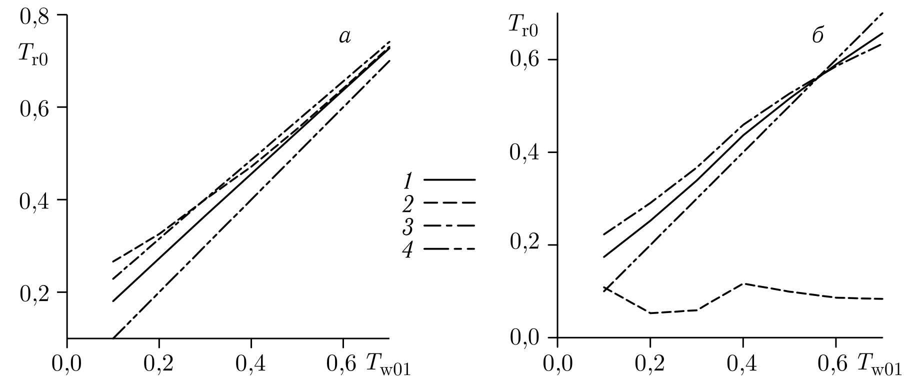


Рис. 6.38. Изменение температуры восстановления T_{r0} в зависимости от температурного фактора T_{w01} для характерных точек узкой выемки: *1* — внешняя передняя кромка, *2* — центральная точка дна выемки, *3* — внешняя задняя кромка, *4* — $T_{w02} = T_{w01}$ ($M_\infty = 23{,}95$, $Re_{\infty L} = 2{,}533 \cdot 10^5$): *а* — первое решение (высокотемпературное); *б* — второе решение (низкотемпературное)

Второе решение (*низкотемпературное*). Как и в первом решении, распределение коэффициента давления по стенкам выемки практически постоянно (рис. 6.36, *б*), но по сравнению с ним несколько понижается уровень давления.

Для второго решения характерно сильно неравномерное распределение по стенкам выемки температуры восстановления (рис. 6.37, *б*), которая принимает наибольшие значения в окрестности внешних кромок выемки и быстро уменьшается по мере отхода от них. При этом во внутренних областях выемки температура восстановления постоянна, меньше $T_{\mathrm{w}01}$ и относительно слабо зависит от $T_{\mathrm{w}01}$. Это наглядно видно на рис. 6.38, *б*, где показано изменение $T_{\mathrm{r}0}$ в зависимости от температурного фактора $T_{\mathrm{w}01}$ для характерных точек выемки.

Наличие двух решений — высокотемпературного и низкотемпературного — для температуры восстановления в узкой выемке связано с разной структурой поля течений в ней, которая устанавливается по картинам линий тока.

В первом (высокотемпературном) решении левая кромка выемки обтекается согласно отрывной схеме, когда нулевая линия тока сходит с обтекаемой поверхности и присоединяется в окрестности правой кромки (рис. 6.39, *а*). Она отделяет внешний высокотемпературный поток от газа в выемке. В результате в ней устанавливается слабое циркуляционное течение согласно одновихревой схеме, и во все время движения циркулирует одна и та же масса газа (без обмена с внешним потоком). Через разделяющую линию тока осуществляется теплообмен за счет теплопроводности, и в выемку непрерывно подводится тепловая энергия из пристеночных высокотемпературных слоев; этот поток тепла обусловливает высокую степень прогрева всей массы газа,

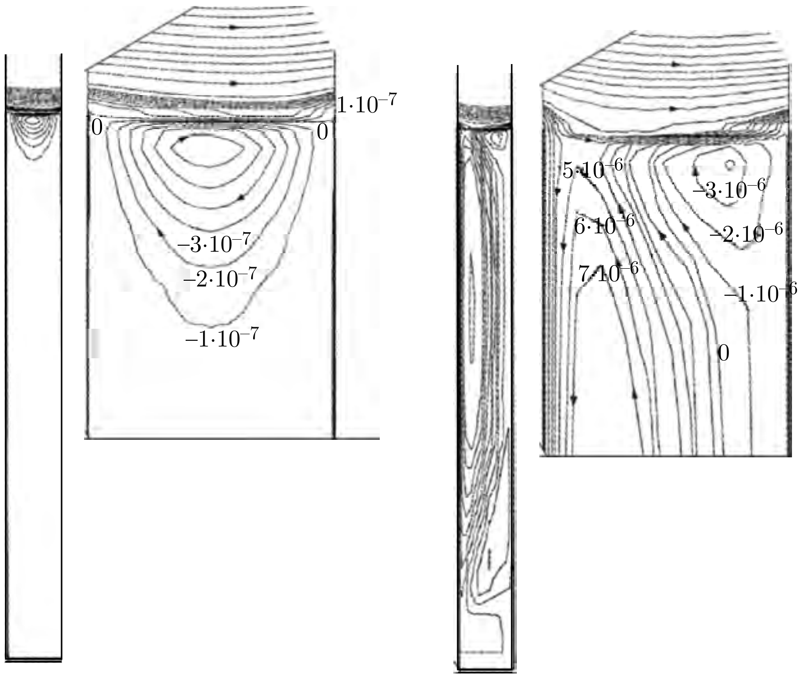


Рис. 6.39. Картины линий тока в узкой выемке ($T^1_{\mathrm{w}0} = 0{,}7$): *а* — высокотемпературное, *б* — низкотемпературное решения

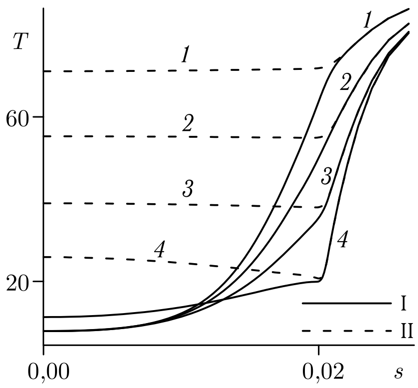


Рис. 6.40. Профили температуры $T = T^*/T_\infty$ в центральном сечении узкой выемки: I — низкотемпературное, II — высокотемпературное решения; кривым *1–4* соответствуют значения $T_{\mathrm{w}01} = 0{,}6$; 0,4; 0,2 и 0,1; сечению $s = 0{,}02$ соответствует внешняя граница выемки; $s = s^*/1$ м, s^* — расстояние вдоль центрального сечения выемки, отсчитываемое от ее дна

находящегося в выемке (рис. 6.40). Поскольку основным механизмом прогрева является теплопроводность, то вся масса газа имеет почти одинаковую температуру. По этой же причине можно предположить, что данное решение, по-видимому, реализуется при продолжительном движении тела в атмосфере с указанными параметрами.

Для второго (низкотемпературного) решения характерны безотрывное обтекание левой кромки выемки и проникновение в выемку малоскоростной пристеночной струи газа со средней температурой, несколько превышающей $T_{\mathrm{w}01}$. В результате в выемке имеет место постоянный массообмен с внешним потоком и сложное по структуре поле течения (рис. 6.39, *б*). В этом случае имеются два механизма подвода тепловой энергии к выемке — полная энергия проникающей струи и приток тепла из внешнего высокотемпературного потока. Наличие массообмена экранирует выемку от горячих пристеночных слоев и практически исключает второй механизм подвода тепловой энергии, а проникающая струя обладает малым запасом полной энергии.

Развитое конвективное движение наблюдается только в некоторой окрестности внешней части выемки; оно обладает незначительным запасом тепловой энергии и обеспечивает высокий уровень температуры восстановления только в окрестности внешних кромок выемки. Во внутренних областях выемки конвективное движение очень слабое и прогрев массы газа происходит за счет теплопроводности, что обусловливает температурный режим, близкий к изотермическому. В силу указанных причин на большей части выемки при равновесном тепловом режиме устанавливается существенно более низкий уровень температуры по сравнению с первым решением (рис. 6.40). Это низкотемпературное решение соответствует основной схеме течения газа в узкой выемке, что подтверждается результатами расчетов для выемки с изотермическими стенками, которые рассматриваются ниже.

Отметим, что как в первом, так и во втором решениях течение в выемке развито слабо, на что указывают значения функции тока на соответствующих линиях тока. Картины линий тока приведены для демонстрации того, что структуры течения в выемке, соответствующие различным решениям, принципиально различны: замкнутое циркуляционное течение согласно одновихревой схеме в первом решении и незамкнутое многовихревое течение во втором решении. Поскольку при определении картин линий тока в выемке приходится иметь дело с малыми величинами, особенно это касается нижней половины выемки, то, естественно, возможны некоторые погрешности расчета при определении линий тока и вследствие этого некоторые детали структуры поля течения могут быть иными (для этого необходимы специальные расчеты на более мелких сетках с повышенной точностью).

6.5.3. О теплообмене на изотермических стенках выемки. Как отмечалось выше, особенности теплообмена в выемке с изотермическими стенками изучались на частных примерах: $T_{\mathrm{w02}}/T_{\mathrm{w01}} = 0{,}25$; $0{,}5$; $0{,}75$ и 1 при $T_{\mathrm{w01}} = 0{,}2$ (вторая серия расчетов).

Распределение коэффициента давления на изотермической лобовой поверхности практически не зависит от температурного фактора изотермических стенок выемки в случае, когда $T_{\mathrm{w02}} \leqslant T_{\mathrm{w01}}$ (рис. 6.41).

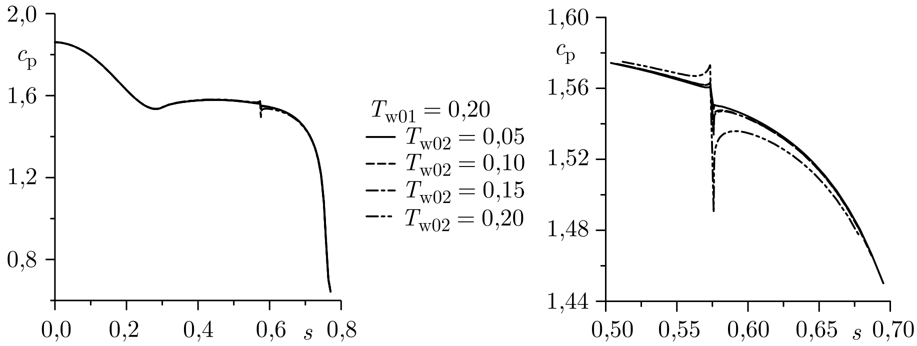


Рис. 6.41. Распределение коэффициента давления c_p по изотермической ($T_{\mathrm{w01}} = 0{,}2$) лобовой поверхности зонда MSRO с узкой изотермической выемкой ($\mathrm{M}_\infty = 23{,}95$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 2{,}533 \cdot 10^5$); $s = s^*/1$ м, s^* — длина дуги вдоль образующей тела, отсчитываемая от передней критической точки

Распределение теплового потока на лобовой поверхности зонда перед выемкой также практически не зависит от температурного фактора стенок выемки, но за выемкой он оказывает некоторое влияние в случае, когда $T_{\mathrm{w02}} \approx T_{\mathrm{w01}}$ (рис. 6.42). Характерно, что в окрестности внешних острых кромок выемки нет «пиков» теплового потока, а, напротив, наблюдается его снижение вплоть до отрицательных значений. Таким образом, в очень малой окрестности острых кромок лобовая изотермическая поверхность является «перегретой» и теплопередача направлена от тела к потоку.

Для рассматриваемых условий обтекания коэффициент давления на изотермических стенках выемки практически остается постоянным, только в очень малой окрестности внешних кромок наблюдается небольшое его понижение для левой и увеличение для правой кромок (рис. 6.43). Но в целом его общее изменение невелико и не превышает 8 %.

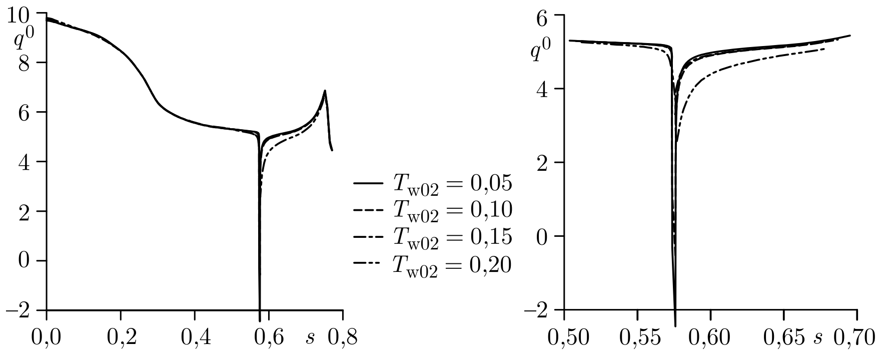


Рис. 6.42. Распределение величины $q^0 = q_{w\infty}\sqrt{\mathrm{Re}_{\infty L}}$ по изотермической ($T_{w01} = 0{,}2$) лобовой поверхности зонда MSRO с узкой изотермической выемкой ($\mathrm{M}_\infty = 23{,}95$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 2{,}533 \cdot 10^5$); $s = s^*/1$ м, s^* — длина дуги вдоль образующей тела, отсчитываемая от передней критической точки

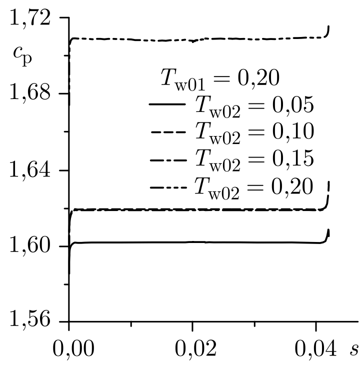


Рис. 6.43. Распределение коэффициента давления c_p по изотермическим стенкам узкой выемки, расположенной на изотермической ($T_{w01} = 0{,}2$) лобовой поверхности зонда MSRO ($\mathrm{M}_\infty = 23{,}95$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 2{,}533 \cdot 10^5$)

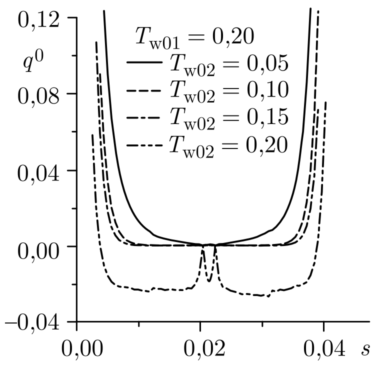


Рис. 6.44. Распределение величины $q^0 = q_{w\infty}\sqrt{\mathrm{Re}_{\infty L}}$ по изотермическим стенкам узкой выемки, расположенной на изотермической ($T_{w01} = 0{,}2$) лобовой поверхности зонда MSRO ($\mathrm{M}_\infty = 23{,}95$, $\mathrm{Re}_{\infty L} = 2{,}533 \cdot 10^5$)

Распределение теплового потока по изотермическим стенкам выемки показано на рис. 6.44. Можно сказать, что на большей части поверхности тепловой поток равен нулю и только в окрестности внешних кромок он отличен от нуля, образуя ярко выраженные «пики» теплового потока. Эти данные также указывают на то, что в рассматриваемом случае температура восстановления соответствует низкотемпературному решению.

Заключение

На основе численного анализа двухмерных уравнений Навье–Стокса исследованы аэродинамика и теплообмен плоской пластины (первый предельный случай) и осесимметричных сильно затупленных тел типа американского и европейского марсианских зондов (второй предельный случай) с узкой выемкой на обтекаемой поверхности при сверх- и гиперзвуковых скоростях. Сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными выявило достаточно хорошее согласование их между собой как в качественном, так и в количественном отношениях; наблюдаемые количественные расхождения обусловлены различиями в условиях расчета и эксперимента, например, в расчете кромки острые, а в эксперименте скругленные. В целом проведенное сопоставление подтверждает корректность и надежность численного моделирования рассматриваемой задачи.

Анализ обширного расчетного материала, полученного в некотором диапазоне изменения определяющих параметров задачи для упомянутых выше двух предельных случаев, позволил установить особенности теплообмена в узких выемках, в частности, такой важной характеристики, как поведение температуры восстановления. На плоской пластине с нормальной выемкой ($h = 5$) температура восстановления на стенках выемки почти постоянна и уменьшается по линейному закону при уменьшении температурного фактора внешней поверхности тела. На осесимметричном теле с нормальной и глубокой выемками ($h = 5 \div 20$, американский зонд) наблюдаются два типа распределения температуры восстановления во стенкам выемки при изменении температурного фактора внешней поверхности: а) немонотонное распределение с максимумом вблизи внешних кромок и минимумом на дне выемки, при этом минимальное значение почти не зависит от температурного фактора внешней поверхности; б) немонотонное распределение с минимумом вблизи внешних кромок и максимумом на дне выемки, обе экстремальные величины изменяются при изменении температурного фактора внешней поверхности. Для осесимметричного тела с глубокой выемкой ($h = 20$, европейский зонд) имеются два решения: 1) высокотемпературное ($T_{\rm r0} > T_{\rm w01}$), для которого температура восстановления почти постоянна на стенках выемки и уменьшается по мере уменьшения $T_{\rm w01}$, деформируясь в немонотонное распределение со слабым максимумом на дне выемки; 2) низкотемпературное, для которого характерна сильная неравномерность в распределении температуры восстановления по стенкам выемки с наибольшими значениями в окрестности ее внешних кромок и минимумом на дне выемки. Таким образом, результаты расчетов для двух предельных случаев указывают на сложный характер поведения температуры восстановления при изменении определяющих параметров задачи (числа Маха $\rm M_e$ и градиента давления на внешней границе пограничного слоя, глубины выемки и др.). Для полного изучения закономерностей эволюции температуры восстановления при изменении определяющих параметров подобия необходимы дальнейшие расчетные исследования.

На основе расчетного материала для плоской пластины с узкой выемкой на ее поверхности установлены и апробированы параметры подобия по теплопередаче на стенках выемки, которые позволяют использовать полученные данные для оценки температурного режима стенок выемки в прикладных задачах, а также переносить результаты экспериментальных исследований в аэродинамических трубах на натурные условия. Для осесимметричных тел расчетного материала недостаточно для установления параметров подобия, и для этого необходимы дополнительные расчетные исследования.

Глава 7

ЗАТУПЛЕННЫЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ТЕЛА В СВЕРХЗВУКОВОМ И ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКАХ ПОД НУЛЕВЫМ УГЛОМ АТАКИ

Исследование планет солнечной системы осуществляется с помощью специальных летательных аппаратов — зондов, конфигурация которых зависит от предъявляемых тактико-технических требований. В частности, для изучения Марса, обладающего разреженной атмосферой, при входе в которую зонд испытывает значительное аэродинамическое нагревание, в настоящее время прорабатываются две осесимметричные конфигурации — американская типа Mars Pathfinder и европейская типа Mars express probe.

Американский зонд состоит из двух сферически затупленных круговых конусов с одинаковыми размерами миделевого сечения и разными углами полураствора, которые соединены друг с другом в миделевом сечении; при этом угол полураствора лобового конуса больше предельного значения или близок к нему. Европейский зонд состоит из лобового сферически затупленного кругового конуса с углом полураствора, большим предельного значения, и кругового цилиндра конечного размера, установленного за миделевым сечением конуса. Как следует из приведенного описания двух конфигураций марсианских зондов, они имеют примерно одинаковые лобовые части и сильно отличаются геометрическими характеристиками донной части.

Для обеих конфигураций зондов проведены и проводятся обширные расчетные и экспериментальные исследования по определению аэродинамических характеристик и аэродинамического нагревания для различных условий обтекания.

Ниже в этой главе обсуждаются результаты численного моделирования гиперзвукового обтекания американского (модель Mars Pathfinder) и европейского (модель MSRO — Martian Sample Return Orbiter) зондов применительно к условиям эксперимента в аэродинамических трубах ЦАГИ и проводится верификация выполненного численного моделирования. Отметим, что данное исследование относится к классу вычислительного сопровождения аэродинамического эксперимента.

7.1. Гиперзвуковое обтекание модели зонда Mars Pathfinder

В данной серии расчетов по численному моделированию гиперзвукового обтекания указанной модели марсианского зонда, как обычно, предполагается однородность набегающего потока, параметры которого примерно соответствуют параметрам определенной траекторной точки и могут быть смоделированы на аэродинамических установках ЦАГИ.

7.1.1. Условия расчетов. На основе численного интегрирования нестационарных двухмерных уравнений Навье–Стокса (ламинарное течение) и уравнений Рейнольдса (ламинарно-турбулентное течение) изучено гиперзвуковое обтекание осесимметричной модели марсианского зонда совершенным газом с показателем адиабаты $\gamma = 1{,}4$ под нулевым углом атаки. Для замыкания уравнений Рейнольдса использована двухпараметрическая дифференциальная q–ω модель турбулентности [Huang P.G., Coakley T.J., 1993]. Расчеты выполнены применительно к условиям аэродинамического эксперимента на установках ЦАГИ (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Условия аэродинамического эксперимента в установках ЦАГИ и расчетные значения отношения тепловых потоков в задней и передней критических точках

M_∞	Re_∞	T_{w0}	q_{w2}/q_{w1}	
			ламинарный режим	ламинарно-турбулентный режим
6	$6{,}667 \cdot 10^5$	0,5	0,52	1,35
6	$2{,}667 \cdot 10^6$	0,5	0,62	3,48
8	$9{,}333 \cdot 10^5$	375	0,54	1,26
12	$3{,}333 \cdot 10^4$	0,158	0,24	—
16	$6{,}667 \cdot 10^5$	0,11	0,41	0,56
19,1	$4 \cdot 10^4$	0,095	0,2	—
19,8	$1{,}333 \cdot 10^5$	0,125	0,28	—

Число Рейнольдса вычислено по параметрам набегающего потока и характерному линейному размеру $L = D = 0{,}1$ м, где D — диаметр миделевого сечения модели, температурный фактор T_w представляет собой отношение температуры изотермической поверхности тела к температуре торможения невозмущенного потока, q_{w2}/q_{w1} — отношение теплового потока в задней критической точке к тепловому потоку в передней критической точке модели марсианского зонда. Согласно расчетам для условий эксперимента, соответствующих числам Маха $M_\infty = 12$; 19,1; 19,8, течение газа около модели зонда является ламинарным — результаты расчетов на основе уравнений Навье–Стокса и Рейнольдса полностью совпадают между собой.

На предварительном этапе исследования было проанализировано влияние на точность и достоверность расчетных данных некоторых определяющих параметров разностной схемы, метода решения сеточных уравнений, числа узлов и топологии расчетной сетки и различной структуры их сгущения в пограничном слое и на оси за телом. Результаты этого анализа позволили выбрать наиболее пригодную для заданных режимов обтекания конфигурацию расчетной сетки О-типа размерностью 301×201, а также значения определяющих параметров разностной схемы. В частности, согласно этим результатам на указанной сетке погрешность определения теплового потока в передней критической точке составляет величину порядка 3%, а в задней критической точке — порядка 10%. Кроме того, были улучшены качество расчетного материала и сходимость итерационного процесса благодаря введению дополнительного сгущения узлов в поперечном направлении в области, которая в передней части зонда соответствовала положению ударной волны, а в задней части — замыканию отрывной зоны на оси следа.

7.1.2. Структура поля течения. Полное представление о поле течения около рассматриваемого тела в гиперзвуковом потоке дают рис. 7.1 и 7.2, на

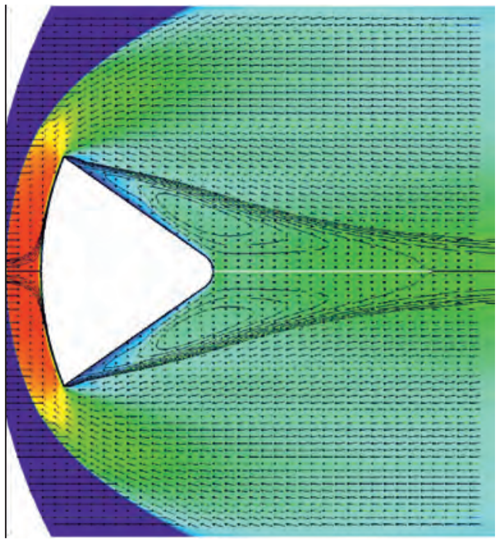


Рис. 7.1. Картины линий тока, векторного поля скорости и поля плотности около модели зонда Mars Pathfinder при числах $M_\infty = 19{,}1$ и $Re_\infty = 4 \cdot 10^4$

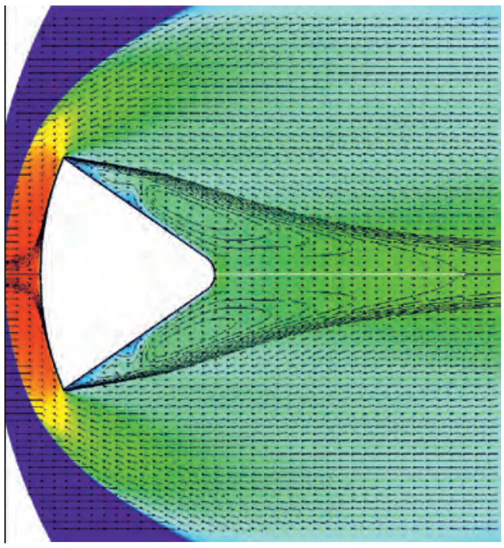


Рис. 7.2. Картины линий тока, векторного поля скорости и поля плотности около модели зонда Mars Pathfinder при числах $M_\infty = 19{,}8$ и $Re_\infty = 1{,}333 \cdot 10^5$

которых показаны картины линий тока, векторного поля скорости и поля плотности для разных чисел Рейнольдса.

В гиперзвуковом потоке перед затупленным телом формируется сильная криволинейная головная ударная волна, которая в рассматриваемом случае почти до самого миделя располагается параллельно лобовой поверхности зонда. Согласно приведенным данным здесь имеется замкнутая область дозвукового течения газа почти постоянной плотности. Только в малой окрестности миделевого сечения реализуется течение разрежения, которое обусловливает обтекание кормовой части зонда неоднородным сверхзвуковым потоком.

Поскольку движение зонда происходит при умеренных и больших числах Рейнольдса, то на всех рассмотренных режимах его обтекания в ближнем следе наблюдается развитая глобальная отрывная зона. При этом затупленная кромка миделевого сечения обтекается безотрывно, а отрыв потока происходит за миделевым сечением в донной области. Точка отрыва с увеличением числа Рейнольдса смещается вверх по потоку (ср. рис. 7.1 и 7.2), и при $\mathrm{Re} \to \infty$ она располагается на затупленной кромке в миделевом сечении.

На структуру поля течения в отрывной зоне оказывает сильное влияние число Рейнольдса. В случае ламинарного обтекания зонда имеет место следующая ситуация. При наименьшем числе Рейнольдса структура отрывной зоны соответствует классической схеме с одним тороидальным вихрем (рис. 7.1). Увеличение числа Рейнольдса приводит к усложнению структуры поля течения — см., например, рис. 7.2, где в отрывной зоне реализуется схема течения с тремя тороидальными вихрями. Интересно отметить, что основной вихрь, наблюдаемый при умеренно больших числах Рейнольдса, по мере увеличения числа Рейнольдса постепенно расщепляется на два вихря одного знака, которые отделены друг от друга малой застойной зоной. Появление третьего вихря противоположного знака обусловлено вторичным отрывом и присоединением потока.

7.1.3. Аэродинамические характеристики. Распределение местных аэродинамических характеристик вдоль образующей модели зонда типично для сильно затупленного тела.

В качестве примера рассмотрим их поведение при числах $\mathrm{M}_\infty = 6$ и $\mathrm{Re}_\infty = 10^6$; для этих условий расчеты выполнены на основе как уравнений Навье–Стокса, так и уравнений Рейнольдса. Турбулизация течения в ближнем следе приводит к упрощению структуры замкнутой отрывной зоны и, следовательно, к более монотонному характеру изменения местных характеристик в донной области по сравнению с ламинарным режимом обтекания.

Влияние режима обтекания на распределение коэффициента давления c_p по обтекаемой поверхности тела показано на рис. 7.3. Отметим, что расчетное значение коэффициента давления в передней критической точке хорошо согласуется с его асимптотическим значением $c_{\mathrm{pE}} = (p_0' - p_\infty)/q_\infty = 1{,}818$, где p_0' — давление торможения за прямой ударной волной, q_∞ — скоростной напор набегающего потока. Распределение c_p является немонотонной функцией с рядом локальных экстремумов, главные из них — максимумы в передней и задней критических точках. Оно удовлетворяет условию корректности $c_\mathrm{p} > c_{\mathrm{p\,min}} = -0{,}0397$.

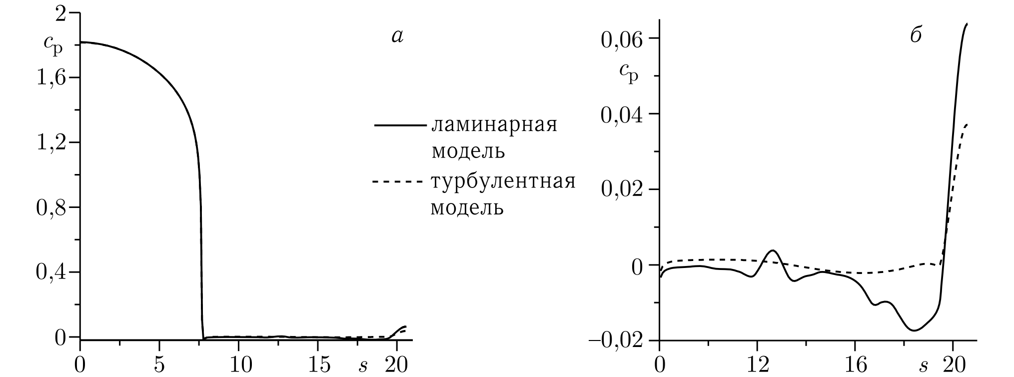


Рис. 7.3. Распределение коэффициента давления c_p вдоль образующей модели зонда Mars Pathfinder при числах $M_\infty = 6$ и $Re_\infty = 10^6$: *а* — общий вид, *б* — донная область (длина дуги s в см отсчитывается от передней критической точки вдоль образующей зонда)

Влияние режима обтекания на распределение теплового потока вдоль образующей зонда показано на рис. 7.4. Отметим, что согласно расчетам тепловой поток почти сразу за миделевым сечением в узкой области принимает отрицательные значения. Это явление вычислительного характера

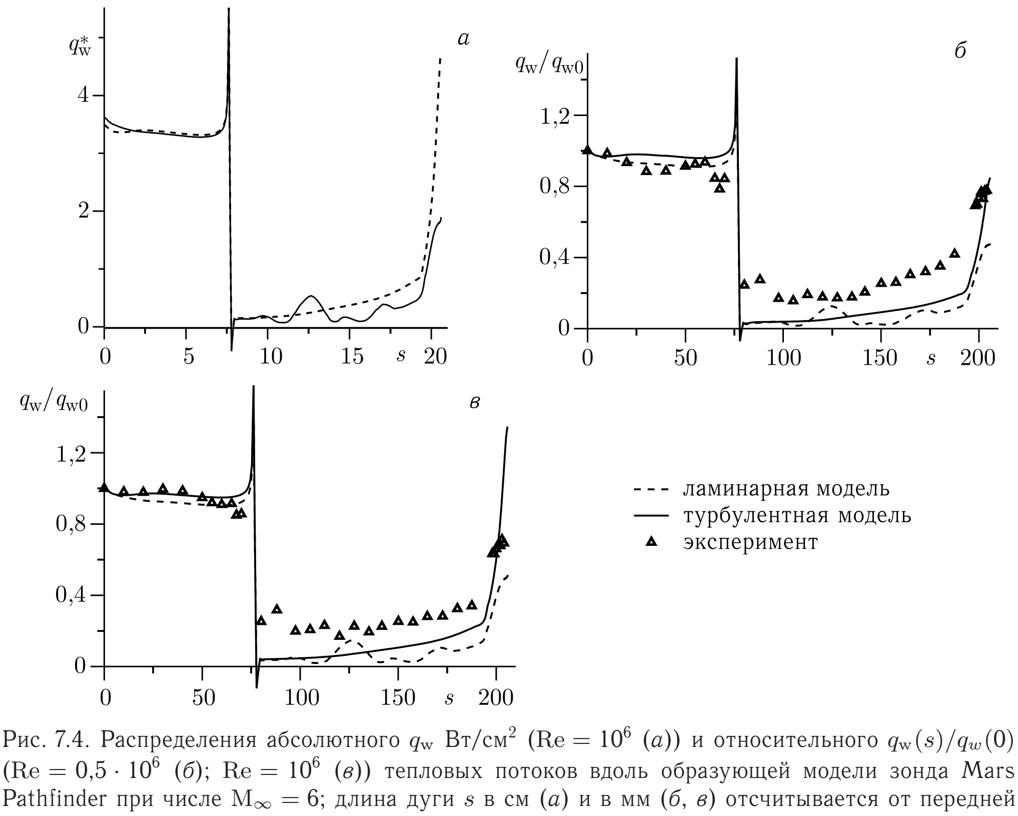


Рис. 7.4. Распределения абсолютного q_w Вт/см^2 ($Re = 10^6$ (*а*)) и относительного $q_w(s)/q_w(0)$ ($Re = 0{,}5 \cdot 10^6$ (*б*); $Re = 10^6$ (*в*)) тепловых потоков вдоль образующей модели зонда Mars Pathfinder при числе $M_\infty = 6$; длина дуги s в см (*а*) и в мм (*б*, *в*) отсчитывается от передней критической точки

обусловлено наличием разрыва кривизны обтекаемой поверхности. Для его устранения необходимо проводить сопряжение конических поверхностей в меридиональном сечении не дугой окружности, а кривой переменной кривизны, например, лемнискатой. Кроме того, на рис. 7.4, *б*, *в* проведено сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными А.С. Скуратова по относительному тепловому потоку для двух значений числа Рейнольдса. Можно видеть, что в целом они хорошо согласуются между собой, однако в донной области тела экспериментальные данные располагаются выше расчетных; с увеличением числа Рейнольдса расхождение между ними несколько уменьшается.

При обтекании модели осесимметричного зонда сверхзвуковым потоком газа наиболее теплонапряженными участками являются передняя и задняя критические точки и затупленная кромка миделевого сечения.

Тепловые потоки в передней и задней критических точках имеют локальные максимумы. Соотношение этих локальных максимумов $q_{\mathrm{w}2}/q_{\mathrm{w}1}$ представляет интерес для прикладной аэродинамики и при фиксированном температурном факторе зависит от чисел Маха и Рейнольдса. При числах $\mathrm{M}_\infty = 6$ и $\mathrm{Re}_\infty \approx 10^6$, когда имеет место турбулизация течения в ближнем следе, величина $q_{\mathrm{w}2}/q_{\mathrm{w}1} > 1$ и, следовательно, тепловой поток в задней критической точке превышает его значение в передней. С увеличением числа Маха возрастает число Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода, и это обстоятельство влияет на зависимость $q_{\mathrm{w}2}/q_{\mathrm{w}1}$ от числа Re. Для этого были выполнены специальные расчеты при числе $\mathrm{M}_\infty = 19{,}1$ в достаточно широком диапазоне изменения числа Рейнольдса (рис. 7.5). Приведенная зависимость типична для ламинарного режима обтекания и при больших числах Рейнольса приближается к постоянному значению ($q_{\mathrm{w}2}/q_{\mathrm{w}1} \approx 0{,}3$ при числах $\mathrm{Re} \geqslant 10^6$), что согласуется с расчетными данными при меньших числах Маха.

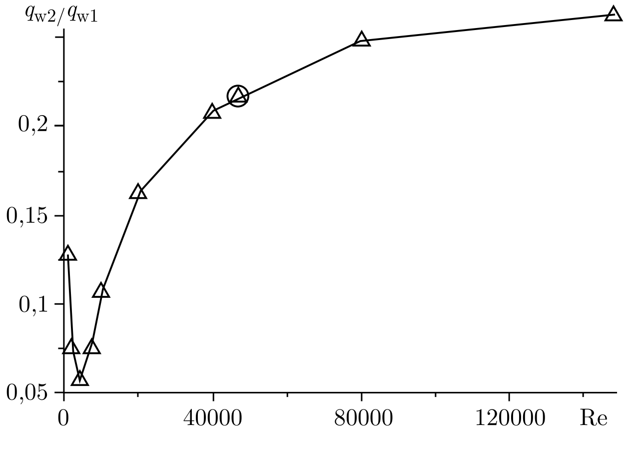


Рис. 7.5. Соотношение тепловых потоков $q_{\mathrm{w}2}/q_{\mathrm{w}1}$ в задней и передней критических точках модели зонда Mars Pathfinder в зависимости от числа Рейнольдса Re при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 19{,}1$

Управление температурным режимом затупленной кромки миделевого сечения зонда обычно осуществляется путем изменения радиуса R_{w} продольной кривизны поверхности. Поэтому были проведены специальные расчеты с целью изучения влияния радиуса R_{w} на поле течения и местные аэро-

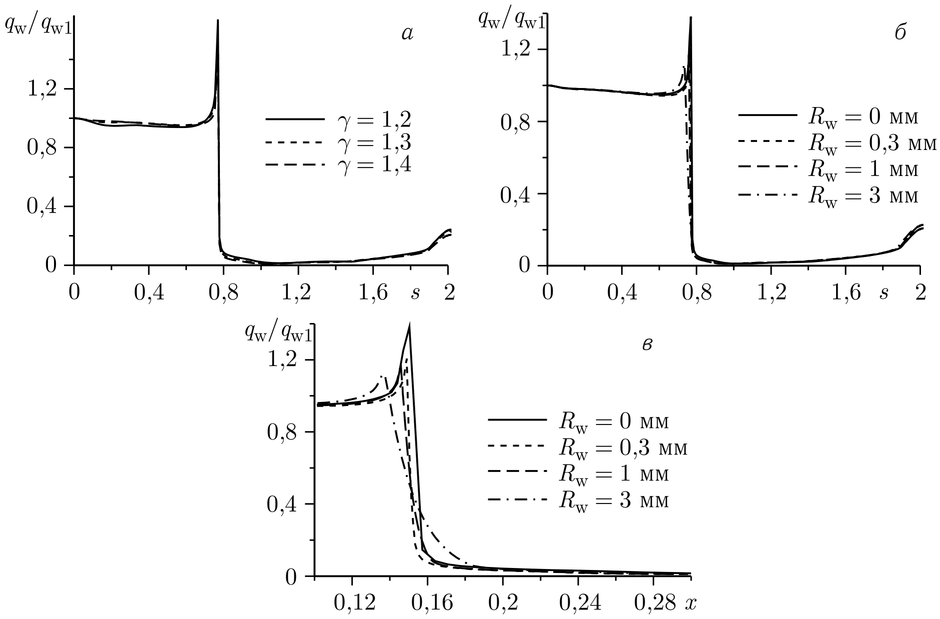


Рис. 7.6. Влияние показателя адиабаты γ (*а*) и радиуса R_w продольной кривизны поверхности в миделевом сечении зонда Mars Pathfinder (*б*, *в*) на распределение относительного теплового потока q_w/q_{w1} вдоль образующей тела при числе $M_\infty = 19{,}1$ ($s = s^*/L$ и $x = x^*/L$ — длины дуг, отсчитываемые от передней критической точки вдоль образующей и оси симметрии тела соответственно)

динамические характеристики модели зонда, помещенного в гиперзвуковой поток с числом Маха $M_\infty = 19{,}1$. В качестве примера на рис. 7.6, *б*, *в* показано влияние радиуса R_w на распределение теплового потока вдоль образующей модели, которое носит локальный характер; при этом увеличение радиуса R_w приводит к снижению максимального теплового потока на затупленной кромке.

При гиперзвуковых скоростях в натурных условиях движущаяся среда представляет собой многокомпонентную газовую смесь, которую часто моделируют с помощью совершенного газа с разными значениями показателя адиабаты. Для выяснения влияния модели среды на местные аэродинамические характеристики были проведены расчеты при разных значениях показателя адиабаты. Результаты расчетов показали, что изменение модели среды мало сказывается на распределении теплового потока вдоль образующей тела (рис. 7.6, *а*).

7.2. Гиперзвуковое обтекание модели зонда MSRO

В задачах внешней аэродинамики численное моделирование сверхзвукового обтекания тела в соответствии с условиями натурного полета обычно проводится в предположении об однородности и неограниченности набегающего потока. Иная ситуация наблюдается при экспериментальном моделировании сверхзвукового обтекания тела на аэродинамических установках ЦАГИ, в которых поток на входе в рабочую часть создается с помощью осесимметричных конических или профилированных сопел. Иными словами, поле течения на входе в рабочую часть установки неоднородно.

В связи с этим было решено численное моделирование обтекания тела проводить в два этапа. На первом этапе моделируется течение рабочего газа в осесимметричном сопле, решение этой задачи поставляет поля газодинамических переменных на входе в рабочую часть установки. На втором этапе моделируется течение движущейся среды в рабочей части аэродинамической установки, при этом расчет поля течения в рабочей части может проводится как в отсутствие, так и при наличии модели в ней.

7.2.1. Условия эксперимента и расчета. Численное моделирование на основе двухмерных уравнений Рейнольдса обтекания модели MSRO с изотермической поверхностью гиперзвуковым потоком совершенного газа применительно к условиям эксперимента в аэродинамических трубах УТ-1 и ИТ-2 выполнено на неравномерных сетках с числом узлов 301×201 и 601×401. В качестве примера на рис. 7.7 и 7.8 показаны общий вид расчетной сетки с числом узлов 301×201 и ее фрагмент соответственно.

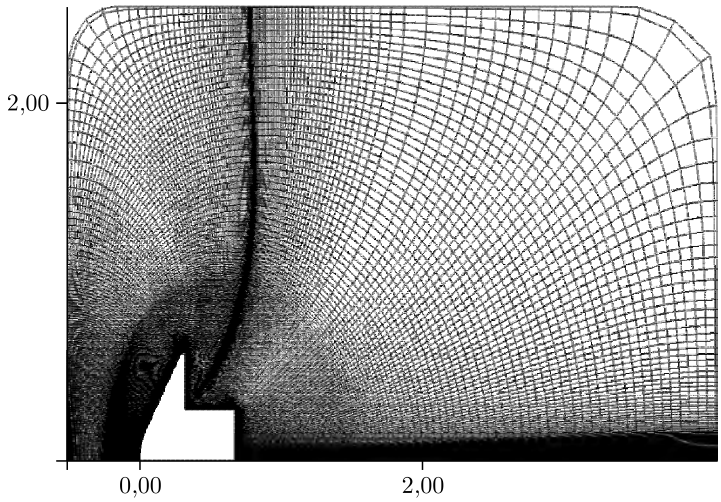


Рис. 7.7. Расчетная сетка, содержащая 301×201 узлов

Условия испытания модели диаметром $D = 120$ мм $= 0{,}12$ м с изотермической поверхностью ($T_{\mathrm{w}} \approx 290$ К) указаны в табл. 7.2. Отметим, что на рассматриваемых режимах работы ИТ-2 температура газа в форкамере превышает 1000 К и, следовательно, в высокотемпературных областях поля течения будет проявляться несовершенство газа, т. е. зависимость удельных теплоемкостей и показателя адиабаты от температуры. Расчеты показали, что учет несовершенных свойств среды приводит к незначительному уменьшению местного теплового потока по сравнению с его значением для совершенного газа. Иными словами, модель совершенного газа дает для теплового потока оценку сверху. В силу сказанного все расчеты проведены для совершенного газа.

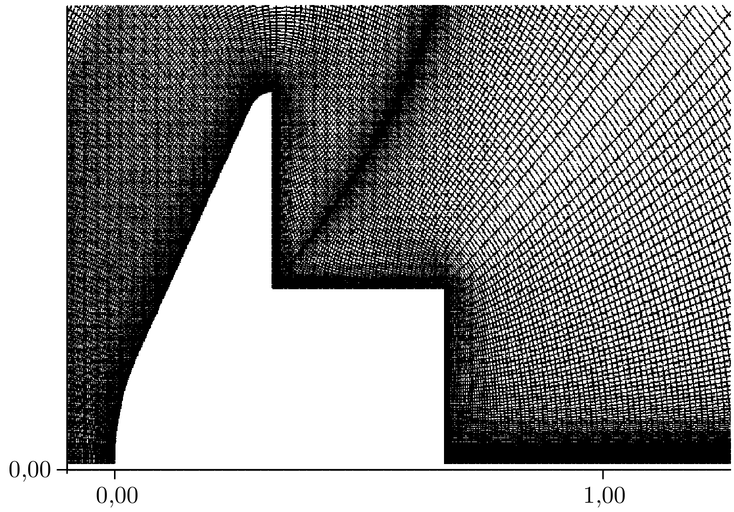


Рис. 7.8. Фрагмент расчетной сетки, содержащей 301×201 узлов

Таблица 7.2

Условия аэродинамического эксперимента

Номер режима течения	Аэродинамическая труба	Рабочий газ	M_∞	$Re_{\infty,1} \cdot 10^{-6}$, 1/м	P_0, бар	T_0, К
Первый	УТ-1	воздух	7,9	2,09	10	750
Второй	ИТ-2	N_2	20,4	1,58	546	1960
Третий	ИТ-2	CO_2	12,0	0,34	317	1670

7.2.2. Поле течения в рабочей части трубы. Поскольку анализ течения в тракте аэродинамической трубы выходит за рамки настоящей работы, то ограничимся рассмотрением поля течения в ее рабочей части при отсутствии модели в ней для характерного режима работы. Более подробное обсуждение результатов экспериментального и расчетного исследования полей газодинамических переменных в рабочих частях указанных аэродинамических труб проведено в [Borovoy V., Boldyrev S., Egorov I., Zhilin Yu., Korolev A., Skuratov A., Tarantin A., 2002].

При экспериментальном исследовании поля течения в рабочей части аэродинамической трубы с помощью гребенки насадков полного давления измерялись профили полного давления p_0' в нескольких сечениях от среза сопла вниз по потоку, характеризуемых координатой X. По полученным значениям полного давления определялись профили местного числа Маха в ядре струи. По указанным профилям газодинамических переменных проведено сопоставление экспериментальных данных с результатами численного моделирования. Отметим, что измеренные значения нормированного давления торможения p_0'/p_0, где p_0 — давление торможения в форкамере трубы, в различных пусках различаются в пределах $\pm 2\,\%$, поэтому ниже для целей сравнения используются их осредненные значения.

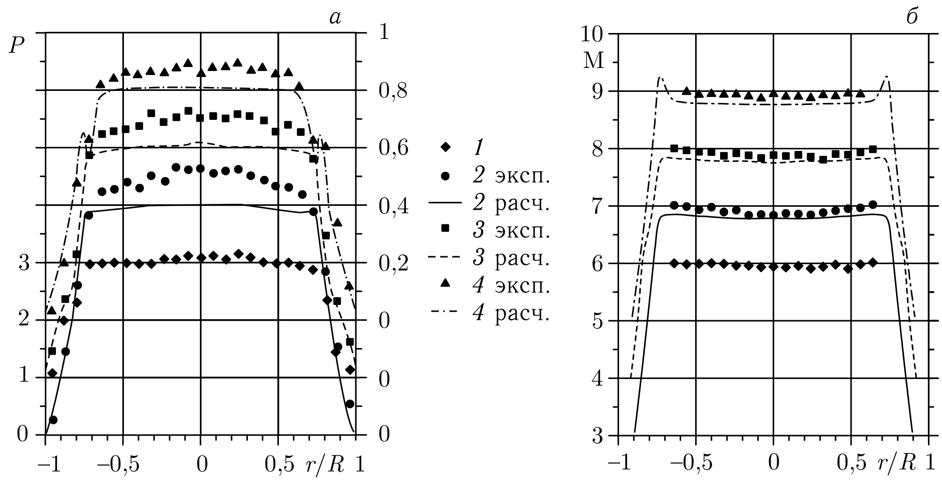


Рис. 7.9. Профили относительного давления торможения $P = (p_0'/p_0) \cdot 10^2$ (*а*) и числа Маха M (*б*) в аэродинамической трубе УТ-1М: *1* — M = 6, $X = 200$ мм; *2* — M = 8, $X = 10$ мм; *3* — M = 8, $X = 200$ мм; *4* — M = 8, $X = 400$ мм; символы — эксперимент, линии — расчет. На обоих графиках левая шкала соответствует номинальному числу Маха M = 6, правая — числу M = 8 (при M = 8 начала координат для разных значений X смещены)

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных в трех поперечных сечениях рабочей части трубы УТ-1 показано на рис. 7.9.

Согласно эксперименту профили давления торможения имеют следующие особенности (рис. 7.9, *а*). При M = 6 и $X = 200$ мм имеется локальный максимум давления в окрестности оси симметрии. При M = 8, $p_0 = 12$ бар, $X = 10$ мм и 200 мм распределение давления в ядре имеет слегка выпуклый (куполообразный) характер, т. е. максимум давления находится в окрестности оси струи. При $X = 400$ мм характер распределения более похож на характер при M = 6 и $X = 200$ мм. Аналогичный куполообразный характер распределение давления имеет место при M = 8, $X = 200$ мм и $p_0 = 35$ бар. Эти отклонения от желательного равномерного распределения давления торможения в ядре струи вызваны, вероятно, дефектами контура сопла. Распределение числа Маха в ядре потока достаточно равномерное при всех режимах и расстояниях от выходного сечения сопла (рис. 7.9, *б*). Распределение имеет слегка вогнутый характер, обратный куполообразному распределению отношения давлений, приведенному на рис. 7.9, *а*.

Аналогичные данные по распределению давления торможения и числа M в рабочей части аэродинамической трубы ИТ-2 приведены на рис. 7.10 (для углекислого газа) и 7.11 (для азота). Для углекислого газа принималось $\gamma = 1{,}26$, для азота $\gamma = 1{,}4$, что согласуется с экспериментальными данными по отходу головной ударной волны при обтекании сферического затупления.

Согласно приведенным данным профили давления торможения и числа M в ядре потока в трубе ИТ-2 имеют бо́льшую неравномерность, чем в трубе УТ-1. Кроме того, при $X = 10$ мм и 200 мм на оси струи имеется небольшой минимум давления, а при $X = 400$ мм — максимум. Соответственно (с зеркальным отражением) ведет себя профиль числа M в ядре потока.

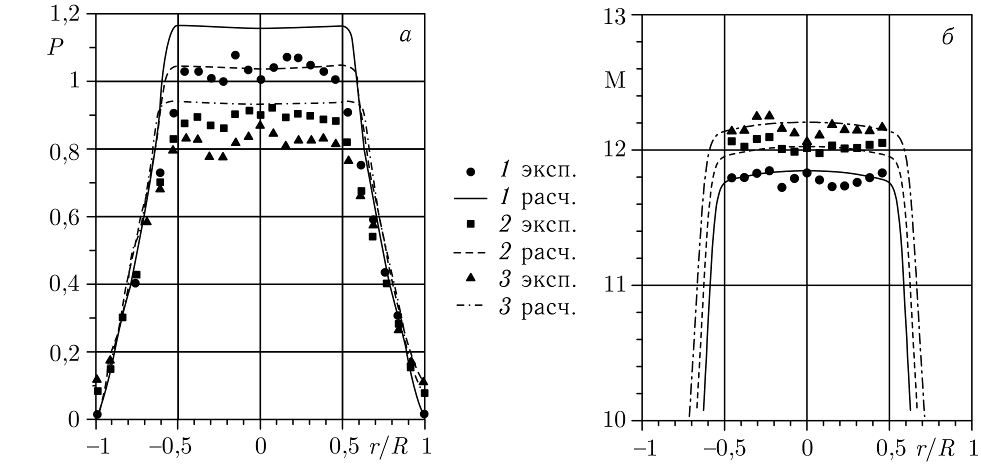


Рис. 7.10. Профили относительного давления торможения $P = (p_0'/p_0) \cdot 10^4$ (*а*) и числа Маха M (*б*) в аэродинамической трубе ИТ-2 при номинальном числе Маха M = 12 (CO_2): *1* — $X = 10$ мм; *2* — $X = 200$ мм; *3* — $X = 400$ мм; символы — эксперимент, линии — расчет

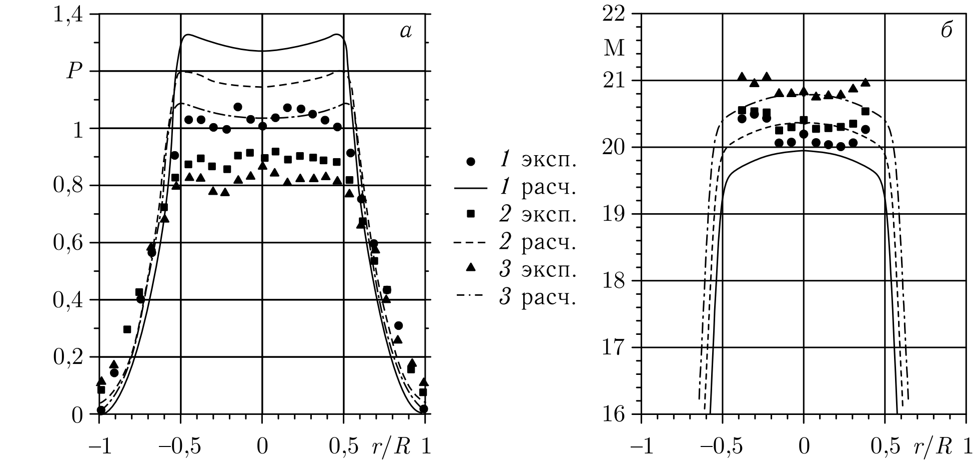


Рис. 7.11. Профили относительного давления торможения $P = (p_0'/p_0) \cdot 10^4$ (*а*) и числа Маха M (*б*) в аэродинамической трубе ИТ-2 при номинальном числе Маха M = 19,8 (N_2): *1* — $X = 10$ мм; *2* — $X = 200$ мм; *3* — $X = 400$ мм; символы — эксперимент, линии — расчет

При увеличении расстояния от среза сопла число M потока возрастает, что характерно для конических сопел.

На рис. 7.9–7.11 приведены также результаты численного моделирования течения в аэродинамических трубах УТ-1 и ИТ-2. Можно видеть, что при выбранных параметрах модели турбулентности численное моделирование удовлетворительно описывает профили рассматриваемых газодинамических переменных в слоях смешения, но дает заметное количественное рассогласование с экспериментом в ядре струи. При этом расхождения результатов расчетов числа M в ядре струи с экспериментальными данными значительно меньше, чем расхождения в давлении торможения.

7.2.3. Общая структура поля течения и местные аэродинамические характеристики модели. Рассмотрим общую структуру поля течения около исследуемой модели в разных аэродинамических трубах и влияние на нее числа узлов расчетной сетки. При этом полное поле течения в рабочей части подразделяем на две части — ближнее и дальнее. Ближнее поле соответствует течению в центральной части струи (ядре потока) и представляет для нас основной интерес, поскольку оно отражает события, происходящие в натурном полете. Дальнее поле включает в себя течение в периферийной части струи и не является предметом нашего исследования. Поэтому ниже в основном обсуждаются результаты для ближнего поля, а события, происходящие в дальнем поле, лишь кратко комментируются. Попутно рассматривается поведение местных аэродинамических характеристик модели, при этом используются два характерных линейных размера: $L = 0{,}1$ м (условная длина) и $D = 0{,}12$ м (диаметр миделевого сечения модели).

УТ-1 (*рабочее тело–воздух*): $\mathrm{M}_\infty = 7{,}9$, $\mathrm{Re_D} = 2{,}51 \cdot 10^5$, $T_{\mathrm{w}0} = 0{,}387$ (первый режим). Общее представление о структуре поля течения около модели и влиянии на нее числа узлов расчетной сетки дают картины поля числа Маха и линий тока в ближнем следе, приведенные на рис. 7.12. Дополнительную информацию о структуре поля течения содержит рис. 7.13, на котором представлены поле параметра турбулентности q, векторное поле скорости и картина линий тока в ближнем следе за телом.

Из приведенных результатов следует, что модель вплоть до донного сечения цилиндра обтекается ламинарным потоком и лишь далее вниз по течению наблюдается переход к турбулентному режиму. Перед затупленным телом образуется криволинейная головная ударная волна, которая постепенно переходит в конический скачок уплотнения. При этом лобовая поверхность почти вплоть до острой кромки миделевого сечения обтекается дозвуковым потоком, поскольку угол полураствора конуса превышает предельное значение. В окрестности миделя реализуются течение разрежения и сход потока с острой кромки, что приводит к формированию в ближнем следе глобальной отрывной зоны согласно трехвихревой схеме.

На первом режиме, соответствующем наименьшему номинальному числу Маха, диаметр ядра потока с примерно постоянным числом Маха (область красного цвета) почти в четыре раза превышает диаметр миделевого сечения модели (коэффициент загромождения ядра $f = S_\mathrm{m}/S_\mathrm{k} \approx 0{,}06$, где S_m и S_k — площади миделя модели и ядра потока соответственно). Головная ударная волна по мере удаления от тела переходит в конический скачок уплотнения, который взаимодействует с границей струи в области, расположенной во второй половине расчетной области примерно над концом глобальной отрывной зоны. В результате образуется единая сверхзвуковая зона, состоящая из участков ближнего и дальнего полей. В силу сказанного это взаимодействие не влияет на поле течения около модели и, следовательно, на ее местные и суммарные аэродинамические характеристики. Увеличение числа узлов расчетной сетки не приводит к качественному изменению общей структуры поля течения около модели, но позволяет уточнить «тонкие» характеристики течения в ближнем следе, например, длину глобальной отрывной зоны.

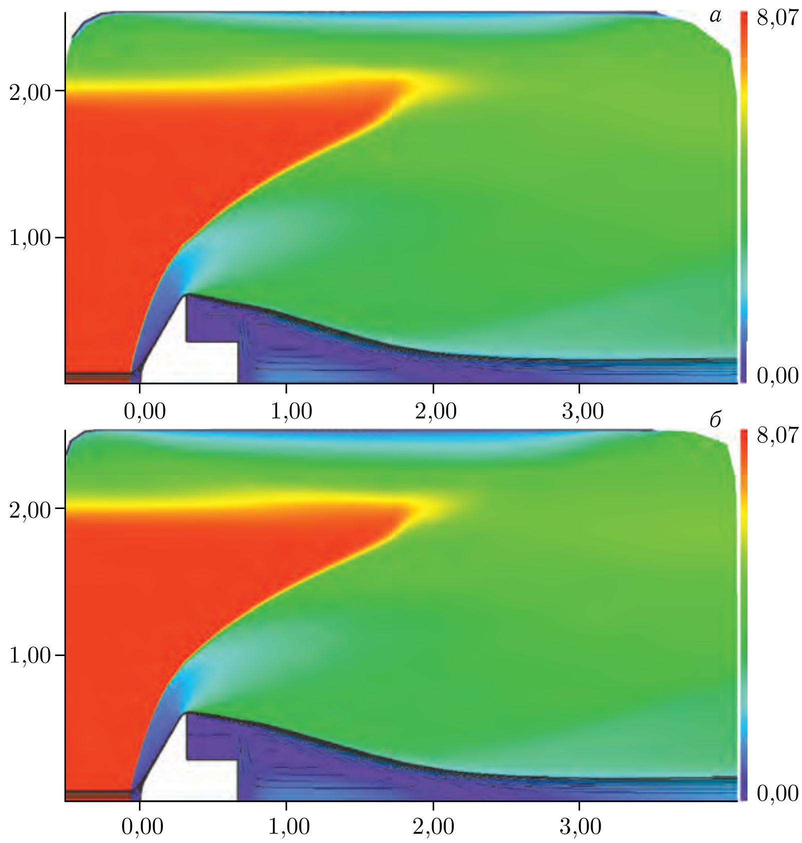


Рис. 7.12. Поле числа Маха и картина линий тока при обтекании модели MSRO для условий АДТ УТ-1 (воздух): *а* — сетка 301 × 201, *б* — сетка 601 × 401

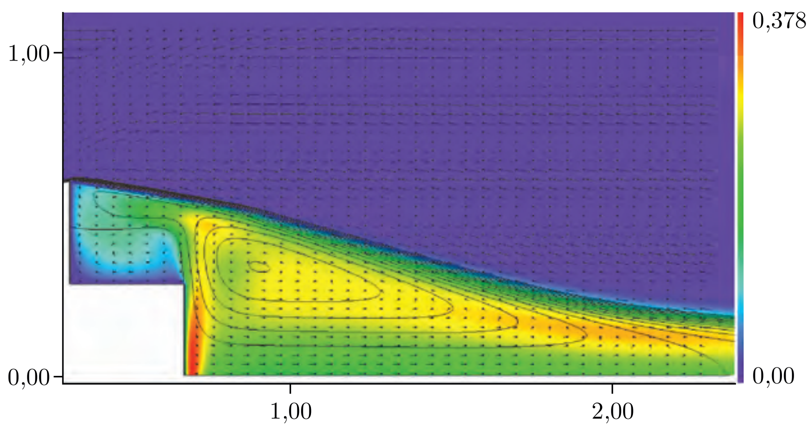


Рис. 7.13. Поле параметра турбулентности q, картина линий тока и векторное поле скорости в ближнем следе при обтекании модели MSRO для условий АДТ УТ-1 (воздух) 601 × 401

Изменение числа узлов расчетной сетки оказывает также малое влияние на распределение местных аэродинамических характеристик вдоль образующей модели. В качестве примера на рис. 7.14 приведены вычисленные на разных сетках распределения безразмерной производной $\partial T/\partial n$, пропорциональной местному тепловому потоку. Можно видеть, что результаты расчетов на разных сетках практически совпадают всюду, за исключением некоторых окрестностей передней и задней критических точек. В передней критической точке реализуется максимум теплового потока, а заметное возрастание его значения при расчете на более мелкой сетке указывает на некорректность полученного результата; это заключение будет подтверждено ниже в разд. 7.3, где проводится сопоставление расчетных и экспериментальных данных по давлению и тепловому потоку. В задней критической точке наблюдается локальный минимум теплового потока, в некоторой ее окрестности — локальный максимум, появление которого обусловлено турбулизацией течения в ближнем следе. Результаты, полученные на разных сетках, близки друг к другу, и измельчение сетки приводит к незначительному уточнению теплового потока.

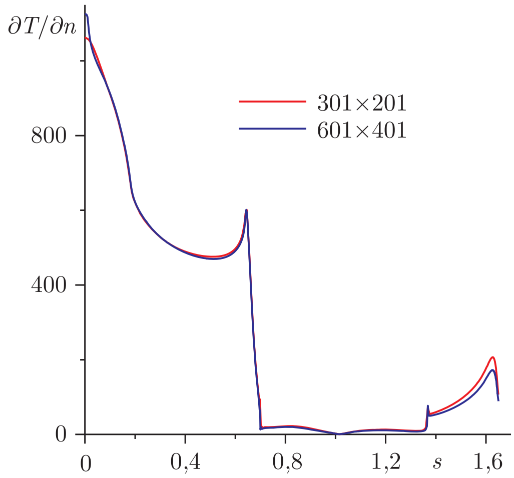


Рис. 7.14. Распределение безразмерной производной $\partial T/\partial n$, пропорциональной местному тепловому потоку q_w, вдоль образующей модели MSRO для условий АДТ УТ-1 (воздух); $s = s^*/L$ — безразмерная длина дуги, отсчитываемая от передней критической точки

ИТ-2 (*рабочее тело–азот*): $\mathrm{M}_\infty = 20{,}4$, $\mathrm{Re_D} = 1{,}9 \cdot 10^5$, $T_\mathrm{w0} = 0{,}148$ (второй режим). Информация, приведенная на рис. 7.15 и 7.16, позволяет судить о структуре поля течения около модели и о влиянии на нее числа узлов расчетной сетки.

Согласно приведенным данным около модели всюду реализуется ламинарный режим течения, а общая структура поля течения около нее по сравнению с первым режимом претерпевает одно качественное изменение — глобальная отрывная зона сформировалась согласно четырехвихревой схеме. На втором режиме, соответствующем наибольшему номинальному числу Маха, диаметр ядра потока примерно в 2,5 раза превышает диаметр миделевого сечения модели (коэффициент загромождения ядра $f = S_\mathrm{m}/S_\mathrm{k} \approx 0{,}16$). Это, в свою очередь, обусловливает более раннее взаимодействие головной ударной волны с границей струи, область которого смещается вверх по потоку по сравнению с первым режимом и располагается в первой половине расчетной области примерно над серединой глобальной отрывной зоны. За областью взаимодействия имеет место многополосная структура поля течения в рабочей части

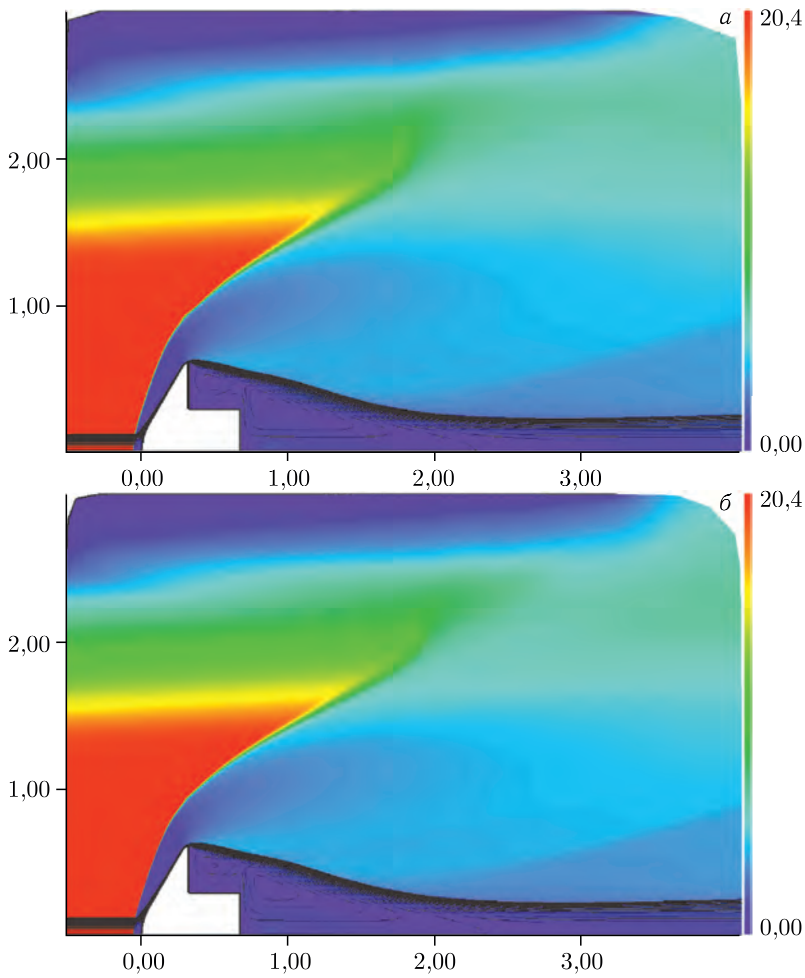


Рис. 7.15. Поле числа Маха и картины линии тока при обтекании модели MSRO для условий АДТ ИТ-2, N_2: *а* — сетка 301×201, *б* — сетка 601×401

АДТ. В такой ситуации указанное взаимодействие может оказывать влияние на характеристики течения в ближнем следе.

Измельчение сетки не приводит к качественным изменениям в общей структуре поля течения, но позволяет уточнить некоторые ее тонкие детали.

Результаты расчетов на разных сетках местных аэродинамических характеристик (см., например, рис. 7.17) практически совпадают между собой всюду, за исключением некоторой окрестности передней критической точки, где измельчение сетки приводит к заметному возрастанию рассматриваемой характеристики, что указывает на некорректность полученных результатов. Отметим, что в задней критической точке реализуется локальный максимум теплового потока и результаты расчетов на разных сетка хорошо согласуются между собой.

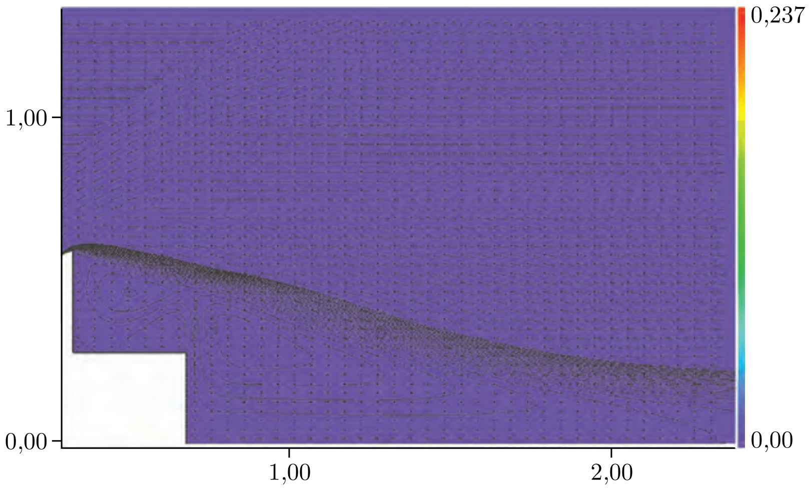


Рис. 7.16. Поле параметра турбулентности q, картина линий тока и векторное поле скорости в ближнем следе при обтекании модели MSRO для условий АДТ ИТ-2, N_2 (601×401)

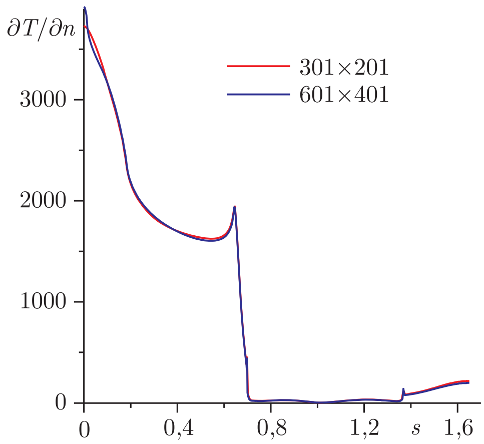


Рис. 7.17. Распределение безразмерной производной $\partial T/\partial n$, пропорциональной местному тепловому потоку q_w, вдоль образующей модели MSRO для условий АДТ ИТ-2 (N_2); $s = s^*/L$ — безразмерная длина дуги, отсчитываемая от передней критической точки

ИТ-2 (*рабочее тело–углекислый газ*): $\mathrm{M}_\infty = 12$, $\mathrm{Re_D} = 4{,}08 \cdot 10^4$, $T_{\mathrm{w}0} = 0{,}174$ (третий режим). Результаты расчетов для рассматриваемого режима обтекания модели приведены на рис. 7.18–7.20.

Третий режим, соответствующий промежуточному значению номинального числа Маха, по характеристикам поля числа Маха в качественном отношении близок к первому режиму, но с ламинарным режимом течения, более сложной структурой отрывной зоны и другим значением коэффициента загромождения ядра $f = S_\mathrm{m}/S_\mathrm{k} \approx 0{,}14$. Изменение числа узлов расчетной сетки слабо влияет в количественном отношении на структуру поля течения и местные аэродинамические характеристики. Исключение составляет

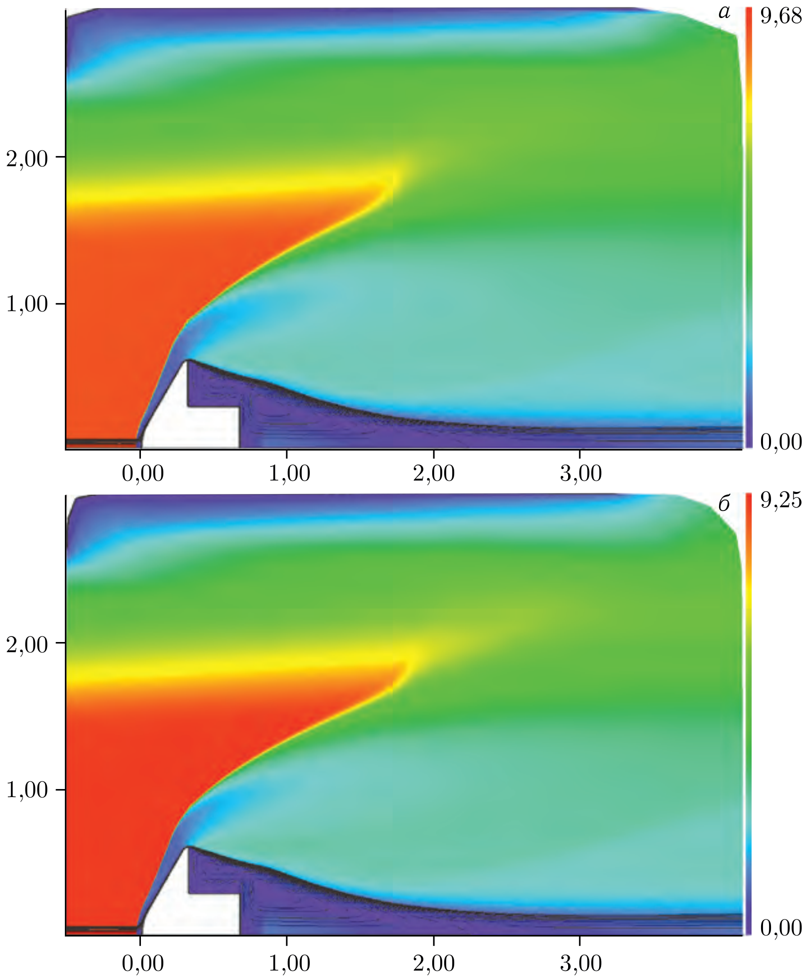


Рис. 7.18. Поле числа Маха и картина линий тока при обтекании модели MSRO для условий АДТ ИТ-2, CO_2: *а* — сетка 301×201, *б* — сетка 601×401

небольшая окрестность передней критической точки, где на обеих сетках решение задачи локально некорректно.

Подведем краткий итог проведенного анализа расчетного материала, полученного путем численного моделирования трех режимов гиперзвукового обтекания модели зонда MSRO применительно к условиям АДТ УТ-1 и ИТ-2. Согласно расчетам на первом режиме имеет место ламинарно-турбулентное обтекание с турбулизацией течения в ближнем следе, а на остальных двух режимах — ламинарное обтекание.

На всех рассмотренных режимах обтекания модели реализуется однотипная структура поля течения, когда лобовая часть тела обтекается безотрывно, а кормовая часть — с отрывом потока и образованием в ближнем следе замкнутой глобальной отрывной зоны согласно трех- и четырехвихревой схемам. При этом изменение числа узлов расчетной сетки не приводит

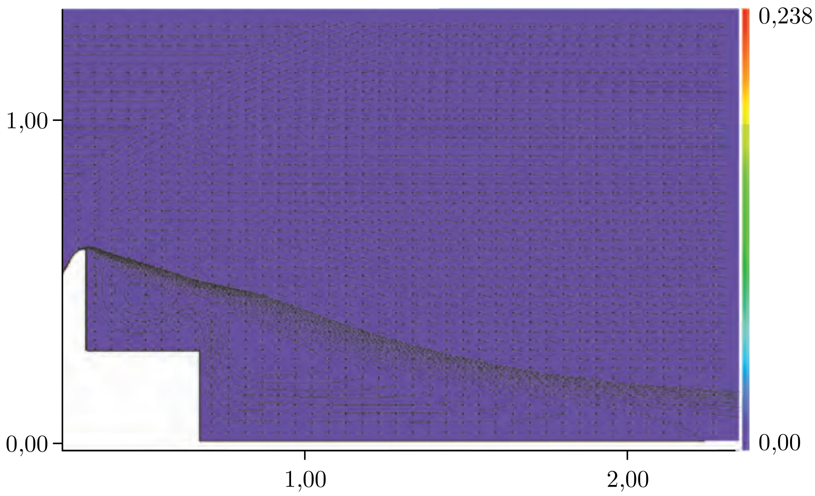


Рис. 7.19. Поле параметра турбулентности q, картина линий тока и векторное поле скорости при обтекании модели MSRO для условий АДТ ИТ-2, CO_2 (601×401)

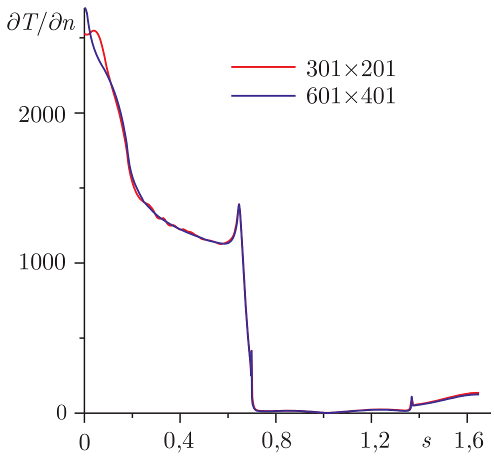


Рис. 7.20. Распределение безразмерной производной $\partial T/\partial n$, пропорциональной местному тепловому потоку $q_{\rm w}$, вдоль образующей модели MSRO для условий АДТ ИТ-2 (CO_2); $s = s^*/L$ — безразмерная длина дуги, отсчитываемая от передней критической точки

к качественным различиям в структуре поля, но позволяет уточнить некоторые характеристики поля течения. Это указывает на сходимость решения задачи по сеточному параметру.

Расчет местных аэродинамических характеристик на разных сетках показал практически полное совпадение результатов всюду, за исключением некоторых окрестностей передней и задней критических точек. Наибольшее различие в результатах наблюдается в окрестности передней критической точки, где решение задачи на более мелкой сетке некорректно. В окрестности задней критической точки различия в результатах незначительны, и расчет на более мелкой сетке уточняет значение рассматриваемой характеристики.

7.2.4. Верификация численного моделирования. Во время испытаний модели MSRO в упомянутых выше аэродинамических трубах проводились измерения давления и теплового потока на обтекаемой поверхности, причем давление в передней критической точке не измерялось. По указанным параметрам ниже проводится сопоставление расчетных и экспериментальных данных, при этом в качестве расчетных данных использованы результаты, полученные на сетке 601×401.

Сопоставление расчетного распределения давления вдоль обтекаемой поверхности модели с экспериментальными данными проведено на рис. 7.21–7.23.

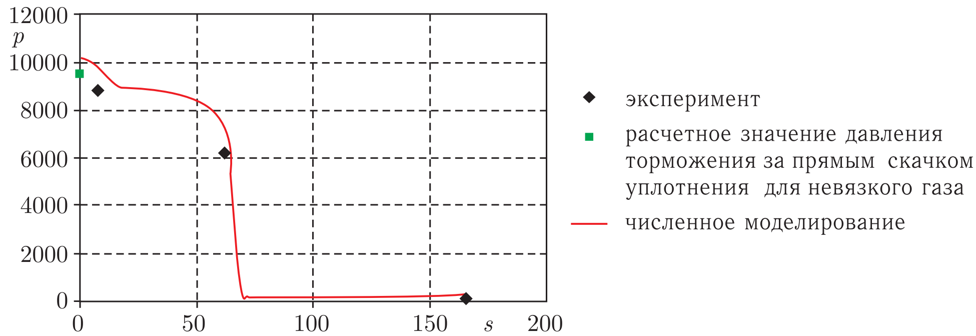


Рис. 7.21. Распределение давления p в Па вдоль образующей модели MSRO для условий АДТ УТ-1 (воздух); s — длина дуги в мм, отсчитываемая от передней критической точки вдоль образующей модели

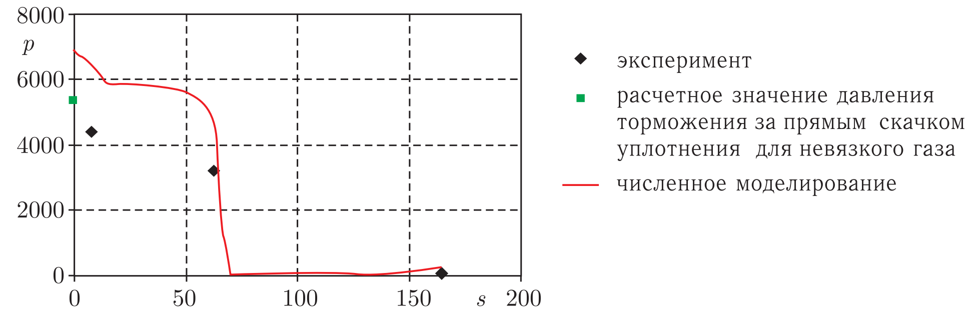


Рис. 7.22. Распределение давления p в Па вдоль образующей модели MSRO для условий АДТ ИТ-2 (азот, N_2); s — длина дуги в мм, отсчитываемая от передней критической точки вдоль образующей модели

Для ударной трубы (первый режим) в целом наблюдается хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных как в качественном, так и в количественном отношениях (рис. 7.21), при этом в передней критической точке расчетное значение давления примерно на 7 % превышает давление торможения за прямым скачком уплотнения, вычисленное по газодинамическим формулам.

Для импульсной трубы при обтекании модели потоком азота (второй режим) на лобовой поверхности экспериментальные данные располагаются

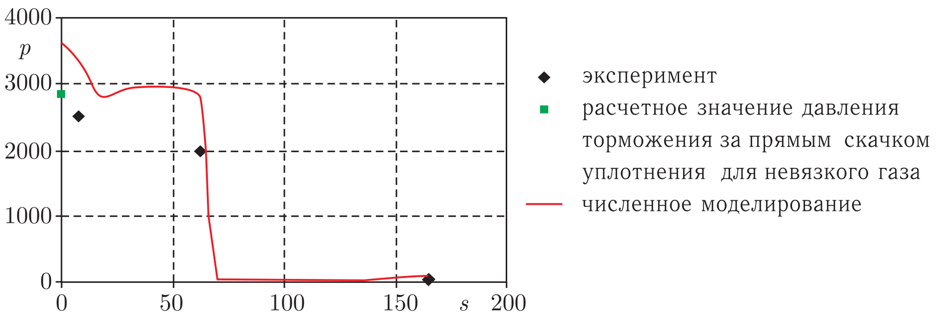


Рис. 7.23. Распределение давления p в Па вдоль образующей модели MSRO для условий АДТ ИТ-2 (углекислый газ, CO_2); s — длина дуги в мм, отсчитываемая от передней критической точки вдоль образующей модели

существенно ниже расчетной зависимости, для которой максимальное значение давления в критической точке почти на 28 % превышает давление торможения за прямым скачком уплотнения (рис. 7.22). Аналогичная картина наблюдается и в случае обтекания модели потоком углекислого газа (третий режим, рис. 7.23), различия носят количественный характер. Так, например, в передней критической точке расчетное значение давления примерно на 24 % превышает давление торможения за прямым скачком уплотнения.

Теперь перейдем к сопоставлению расчета и эксперимента по тепловому потоку. Начнем с первого режима обтекания модели (рис. 7.24 и 7.25).

На лобовой поверхности расчетные и экспериментальные распределения абсолютных тепловых потоков различаются не только количественно, но и качественно (рис. 7.24). В количественном отношении расчет дает значения теплового потока, которые всюду заметно превышают экспериментальные. В качественном отношении отметим следующие обстоятельства.

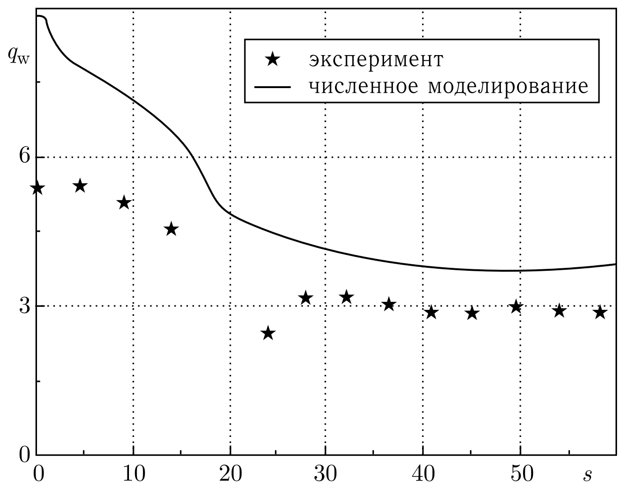


Рис. 7.24. Распределение теплового потока q_w Вт/см^2 вдоль лобовой поверхности модели MSRO для условий АДТ УТ-1 (воздух); s — длина дуги в мм, отсчитываемая от передней критической точки вдоль образующей модели

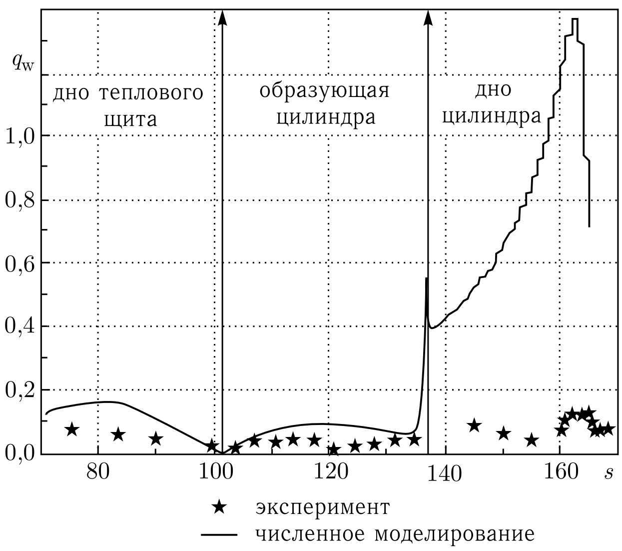


Рис. 7.25. Распределение теплового потока q_w Вт/см^2 вдоль кормовой поверхности модели MSRO для условий АДТ УТ-1 (воздух); s — длина дуги в мм, отсчитываемая от передней критической точки вдоль образующей модели

Согласно расчету абсолютный максимум теплового потока имеет место в передней критической точке, тогда как в эксперименте он наблюдается вне критической точки, в которой имеется локальный минимум теплового потока; причем расчетный максимум примерно на 30 % превышает экспериментальный. По мере удаления от передней критической точки расчетный тепловой поток почти монотонно уменьшается при наличии слабого локального минимума в окрестности кромки щита. Экспериментальное распределение теплового потока является немонотонной функцией с рядом локальных экстремумов, причем при $s \approx 20$ мм имеется резкий минимум теплового потока.

В донной области течения имеются три обтекаемые поверхности — дно теплового щита, боковая поверхность кругового цилиндра и дно цилиндра. Распределение абсолютного теплового потока вдоль этих поверхностей показано на рис. 7.25. Эксперимент устанавливает на всех трех поверхностях малость тепловых потоков, величины которых не превышают 0,1 Вт/см^2. Согласно расчету тепловые потоки на первых двух поверхностях также малы, но примерно вдвое превышают экспериментальные значения, хотя для второй поверхности в окрестности острой кромки цилиндра наблюдается локальный пик теплового потока. На дне цилиндра расчетное распределение теплового потока является сильно немонотонным с локальным максимумом $q_{\max} \approx 1{,}4$ Вт/см^2 в окрестности задней критической точки, в то время как в эксперименте он едва намечается.

Сравнение расчетных и экспериментальных данных по теплопередаче применительно ко второму режиму проведено на рис. 7.26 и 7.27 и применительно к третьему режиму — на рис. 7.28 и 7.29. В обоих случаях имеем общую картину, сходную с картиной для первого режима, но в то же время имеются некоторые отличия, о которых и пойдет речь ниже.

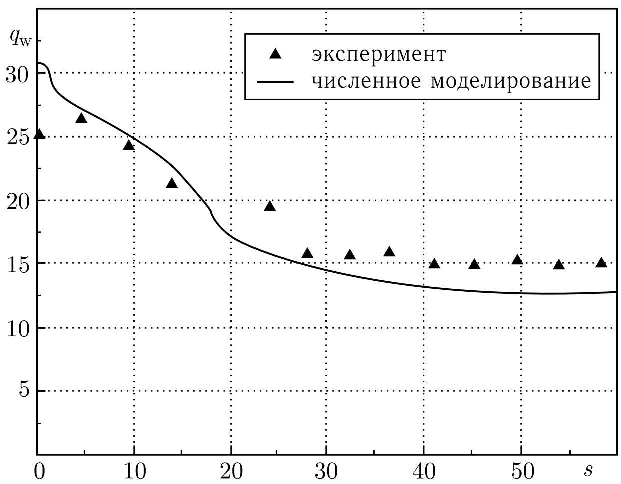


Рис. 7.26. Распределение теплового потока q_w Вт/см^2 вдоль лобовой поверхности модели MSRO для условий АДТ ИТ-2 (азот, N_2); s — длина дуги в мм, отсчитываемая от передней критической точки вдоль образующей модели

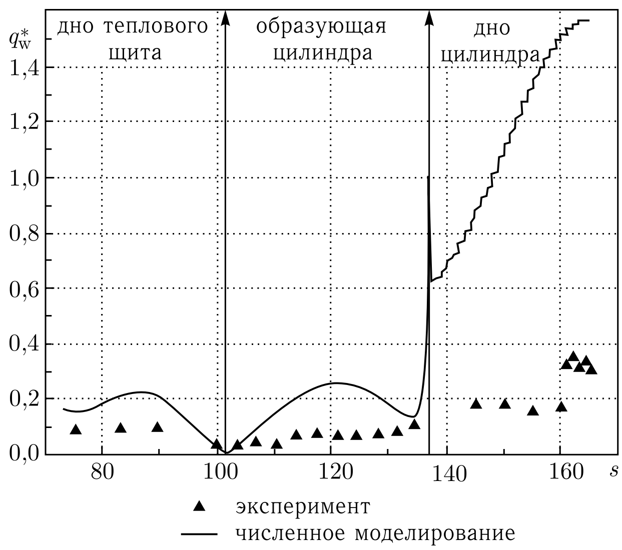


Рис. 7.27. Распределение теплового потока q_w^* Вт/см^2 вдоль кормовой поверхности модели MSRO для условий АДТ ИТ-2 (азот, N_2); s — длина дуги в мм, отсчитываемая от передней критической точки вдоль образующей модели

В случае второго режима обтекания модели расчетные и экспериментальные распределения абсолютного теплового потока на ее лобовой поверхности в целом неплохо согласуются между собой (рис. 7.26); максимальное различие наблюдается в передней критической точке, где расчетное значение примерно на 25% превышает экспериментальное. Кроме того, в экспериментальном распределении теплового потока при $s \approx 20$ мм отсутствует резкий минимум, скорее эксперимент указывает на его локальный максимум.

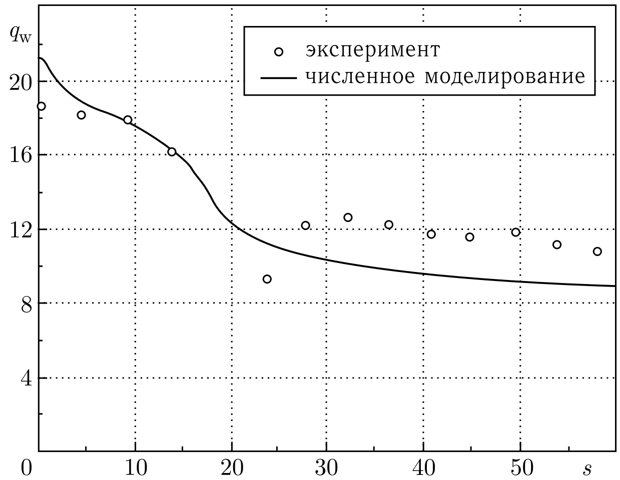


Рис. 7.28. Распределение теплового потока q_w Вт/см^2 вдоль лобовой поверхности модели MSRO для условий АДТ ИТ-2 (углекислый газ, CO_2); s — длина дуги в мм, отсчитываемая от передней критической точки вдоль образующей модели

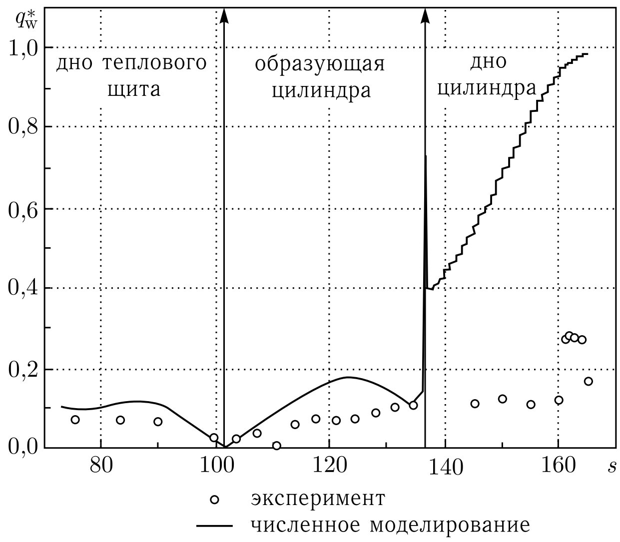


Рис. 7.29. Распределение теплового потока q_w Вт/см^2 вдоль кормовой поверхности модели MSRO для условий АДТ ИТ-2 (углекислый газ, CO_2); s — длина дуги в мм, отсчитываемая от передней критической точки вдоль образующей модели

В донной области эксперимент указывает на малость тепловых потоков на всех трех обтекаемых поверхностях, причем на дне цилиндра по сравнению с экспериментом в ударной трубе более четко проявляется локальный максимум в окрестности задней критической точки (рис. 7.27). Расчетная зависимость теплового потока имеет в качественном отношении такой же вид, как и для первого режима, но в количественном отношении дает несколько бóльшие значения теплового потока.

Для третьего режима обтекания модели экспериментальные данные на лобовой поверхности вновь указывают на существование абсолютного максимума теплового потока в передней критической точке и резкого минимума при $s \approx 20$ мм, за которым далее вниз по потоку наблюдается ряд локальных экстремумов теплового потока (рис. 7.28). Расчетная зависимость является монотонно убывающей функцией с абсолютным максимумом в передней критической точке, который примерно на 20% превышает экспериментальное значение. В целом расчетные данные для третьего режима лучше согласуются с экспериментом, чем в случае второго режима обтекания модели. В донной области распределение абсолютного теплового потока вдоль обтекаемых поверхностей (рис. 7.29) имеет такой же характер поведения, как и в случае второго режима обтекания модели.

Таким образом, проведенное сопоставление расчетных и экспериментальных данных показало, что наилучшее согласование данных по давлению имеет место для первого режима, а по тепловому потоку — для третьего режима обтекания модели.

Для второго и третьего режимов наибольшее различие между расчетом и экспериментом по давлению имеет место на лобовой поверхности модели, где оно достигает значения порядка 30%. Поскольку оба эти режима реализуются в АДТ ИТ-2, в которой при обтекании модели проявляются свойства несовершенного газа из-за высокой температуры торможения, то представляется, что этим проявлением несовершенства газа можно объяснить большое расхождение между расчетными и экспериментальными данными по давлению. Однако наш опыт расчета течений несовершенного газа говорит, что учет несовершенства газа при обтекании затупленных тел приводит к незначительному увеличению давления на его лобовой поверхности. Поэтому несовершенством газа нельзя объяснить большое различие между расчетом и экспериментом и, следовательно, вопрос о причине этого различия остается открытым.

На лобовой поверхности модели наибольшее различие в тепловых потоках наблюдается в передней критической точке, в окрестности которой расчет на очень мелкой сетке дает завышенные значения теплового потока; если же для этой области воспользоваться результатами расчетов на более грубой сетке, то это приведет к снижению различия в максимальных тепловых потоках.

Результаты экспериментального исследования указывают на существование при $s \approx 20$ мм резкого локального экстремума на лобовой поверхности для всех трех режимов, о чем судят по показаниям пятого датчика (первый датчик расположен в критической точке). Поскольку на гладкой обтекаемой поверхности для этого нет условий (расчетная зависимость является монотонной функцией), то, по-видимому, пятый датчик не вполне исправен и выдает некорректную информацию.

В кормовой части модели на всех трех режимах наблюдается значительное расхождение между расчетом и экспериментом, в особенности на дне цилиндра, при этом расчетное значение теплового потока превышает экспериментальное. В качественном отношении наилучшее соответствие расчета эксперименту имеет место для первого режима. Поскольку при численном моделировании получена сходимость результатов по сеточному параметру, то причина этого различия предположительно связана с экспериментом — использование боковой державки нарушает осесимметричность течения в ближнем следе и влияет на структуру и характеристики ближнего следа.

Заключение

На основе нестационарных двухмерных уравнений динамики вязкого газа выполнено численное моделирование гиперзвукового обтекания моделей зондов типа Mars Pathfinder и MSRO применительно к условиям эксперимента в аэродинамических трубах УТ-1 и ИТ-2 ЦАГИ.

В первом случае расчет проводился в предположении о неограниченности и однородности набегающего потока с соответствующими номинальными параметрами. Результаты расчетов теплового потока в целом хорошо согласуются с экспериментальными данными, при этом в кормовой части модели экспериментальные точки располагаются несколько выше расчетной зависимости.

Во втором случае осуществлялся в два этапа сквозной расчет поля течения в тракте аэродинамической трубы (сопло + рабочая часть) для соответствующих номинальных значений параметров в форкамере. Изучены три гиперзвуковых режима. Сначала исследовалось поле течения в рабочей части (без модели). Результаты расчетов профилей полного давления p_0'/p_0 и числа Маха M в разных сечениях рабочей части сопоставлялись с соответствующими экспериментальными данными, и в целом получено вполне удовлетворительное согласование расчета с экспериментом. Затем на этих режимах рассматривалось обтекание модели (расчет поля течения в рабочей части в присутствии модели). Проведенное сравнение расчетных распределений давления и теплового потока вдоль образующей модели с соответствующими экспериментальными данными показало, что нет полного одновременного согласования между расчетом и экспериментом. Так, например, по тепловому потоку имеет место согласование данных на лобовой поверхности и значительное их расхождение на кормовой поверхности модели. Причины такого рассогласования между расчетом и экспериментом не совсем ясны, и для разрешения этого вопроса необходимы дополнительные исследования.

Часть II
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ВНЕШНЕЙ АЭРОДИНАМИКИ

Как отмечалось выше, метод численного решения уравнений динамики вязкого газа разрабатывался применительно к ПК сначала для исследования ламинарного сверхзвукового обтекания плоских и осесимметричных тел (двухмерная задача), а затем он был распространен на решение двухмерных уравнений Рейнольдса. В последующие годы благодаря развитию ПК, повышению их быстродействия и оперативной памяти указанный подход был обобщен на моделирование пространственных сверхзвуковых течений на основе нестационарных трехмерных уравнений динамики вязкого газа [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пафнутьев В.В., 2002; Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пляшечник В.И., 2003].

Ниже в гл. 8 излагается этот подход применительно к трехмерным течениям совершенного газа. В последующих главах анализируются результаты численного моделирования ряда трехмерных задач по обтеканию тел сравнительно простой конфигурации однородными сверх- и гиперзвуковым потоками вязкого совершенного газа.

Глава 8
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Постановка задачи и подробное описание метода численного моделирования двухмерных течений вязкого совершенного газа приведены выше (см. гл. 1). Ниже эти проблемы рассматриваются для общего случая трехмерного течения вязкого газа.

8.1. Постановка задачи

В рамках механики сплошной среды движение газообразной среды в общем случае описывается нестационарными трехмерными уравнениями Навье–Стокса, которые служат также основой для прямого численного моделирования турбулентного течения.

Для изучения прикладных задач широко применяются уравнения Рейнольдса, которые выводятся из уравнений Навье–Стокса, с использованием гипотезы Буссинеска относительно напряжений Рейнольдса. Эти уравнения являются основой настоящего метода численного моделирования пространственных ламинарно-турбулентных течений.

8.1.1. Дифференциальные уравнения Навье–Стокса. Уравнения Навье–Стокса в произвольной криволинейной системе координат ξ, η, ζ, где $x = x(\xi, \eta, \zeta)$, $y = y(\xi, \eta, \zeta)$, $z = z(\xi, \eta, \zeta)$ — декартовы координаты, записываются в дивергентной форме

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \zeta} = \mathbf{0}. \tag{8.1}$$

Здесь $\mathbf{Q}$ — вектор консервативных зависимых переменных задачи, $\mathbf{E}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{F}$ — векторы потоков в криволинейной системе координат. Векторы $\mathbf{E}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{F}$ связаны с соответствующими векторами $\mathbf{E}_\text{c}$, $\mathbf{G}_\text{c}$, $\mathbf{F}_\text{c}$ в декартовой системе координат формулами

$$\mathbf{Q} = J\mathbf{Q}_\text{c}, \quad \mathbf{E} = J\left(\mathbf{E}_\text{c}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \mathbf{G}_\text{c}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \mathbf{F}_\text{c}\frac{\partial \xi}{\partial z}\right),$$
$$\mathbf{G} = J\left(\mathbf{E}_\text{c}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathbf{G}_\text{c}\frac{\partial \eta}{\partial y} + \mathbf{F}_\text{c}\frac{\partial \eta}{\partial z}\right),$$
$$\mathbf{F} = J\left(\mathbf{E}_\text{c}\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \mathbf{G}_\text{c}\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \mathbf{F}_\text{c}\frac{\partial \zeta}{\partial z}\right),$$

где $J = \partial(x, y, z)/\partial(\xi, \eta, \zeta)$ — якобиан преобразования.

Декартовы компоненты векторов $\mathbf{E}_\text{c}$, $\mathbf{G}_\text{c}$, $\mathbf{F}_\text{c}$ для трехмерных уравнений Навье–Стокса имеют вид

$$\mathbf{Q}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e \end{matrix} \right\|, \quad \mathbf{E}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \tau_{xx} \\ \rho uv + \tau_{xy} \\ \rho uw + \tau_{xz} \\ \rho uH + I_x \end{matrix} \right\|,$$
$$\mathbf{G}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} \rho v \\ \rho uv + \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p + \tau_{yy} \\ \rho vw + \tau_{yz} \\ \rho vH + I_y \end{matrix} \right\|, \quad \mathbf{F}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} \rho w \\ \rho wu + \tau_{xz} \\ \rho wv + \tau_{yz} \\ \rho w^2 + p + \tau_{zz} \\ \rho wH + I_z \end{matrix} \right\|,$$

где ρ — плотность газа; u, v, w — декартовы компоненты вектора скорости $\mathbf{V}$; p — давление; $e = h - p/\rho + (u^2 + v^2 + w^2)/2$ — полная энергия на единицу объема; $H = h + (u^2 + v^2 + w^2)/2$ — полная энтальпия, $h = c_pT$ — статическая энтальпия; T — температура, c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, $\boldsymbol{\tau}$ — симметричный тензор вязких напряжений, связанный с тензором скоростей деформаций $\mathbf{s}$ линейной зависимостью

$$\boldsymbol{\tau} = -\mu\mathbf{s}.$$

Компоненты тензора скоростей деформаций $\mathbf{s}$ для сжимаемого газа имеют вид

$$\mathbf{s}_{xx} = 2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\operatorname{div}\mathbf{V}, \quad \mathbf{s}_{yy} = 2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\operatorname{div}\mathbf{V}, \quad \mathbf{s}_{zz} = 2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\operatorname{div}\mathbf{V},$$

$$\mathbf{s}_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \qquad \mathbf{s}_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \qquad \mathbf{s}_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y},$$

а вектор теплового потока $\mathbf{I}$ определяется выражением

$$\mathbf{I} = -\lambda\,\mathrm{grad}\,(T) + \boldsymbol{\tau}\mathbf{V},$$

где μ и λ — коэффициенты молекулярной вязкости и теплопроводности.

Система уравнений (8.1) замыкается уравнением состояния и зависимостями коэффициентов переноса от температуры и давления, вид которых зависит от модели движущейся среды. В случае модели совершенного газа с уравнением состояния

$$p = \rho RT/M,$$

где R — универсальная газовая постоянная, M — молярный вес газа, молекулярный коэффициент вязкости зависит только от температуры и вычисляется согласно степенному закону ($\mu/\mu_\infty = (T/T_\infty)^\omega$, $0{,}5 \leqslant \omega \leqslant 1$), а число Прандтля $\mathrm{Pr} = \mu c_p/\lambda$ принимается постоянным.

При обезразмеривании уравнений Навье–Стокса и Рейнольдса декартовы координаты $x = \overline{x}L$, $y = \overline{y}L$, $z = \overline{z}L$ отнесены к характерному линейному размеру L, время $t = \overline{t}L/V_\infty$ — к характерному времени L/V_∞, компоненты вектора скорости $u = \overline{u}V_\infty$, $v = \overline{v}V_\infty$, $w = \overline{w}V_\infty$ — к модулю вектора скорости набегающего потока V_∞, давление $p = \overline{p}(\rho_\infty V_\infty^2)$ — к удвоенному скоростному напору набегающего потока, остальные газодинамические переменные — к их значениям в набегающем потоке. Верхняя черта над символом означает, что данная переменная является безразмерной, а символ ∞ обозначает значение данной переменной в невозмущенном потоке.

При таком обезразмеривании в уравнениях Навье–Стокса и Рейнольдса появляются основные параметры подобия: $\gamma = c_p/c_v$ — показатель адиабаты, $\mathrm{M}_\infty = V_\infty/a_\infty$ — число Маха набегающего потока (a — скорость звука), $\mathrm{Re}_\infty = (\rho_\infty V_\infty L)/\mu_\infty$ — число Рейнольдса, Pr — число Прандтля. Обезразмеренные таким образом уравнения Навье–Стокса и Рейнольдса использовались при численном интегрировании.

Бóльшая часть расчетных данных приводится в безразмерных переменных, а верхняя черта для простоты опускается.

8.1.2. Граничные и начальные условия. На границе расчетной области, совпадающей с твердой поверхностью, ставятся граничные условия: условия прилипания и непротекания $u = 0$, $v = 0$, $w = 0$; условие адиабатичности ($\partial T_\mathrm{w}/\partial n = 0$) или изотермичности ($T = T_\mathrm{w} = \mathrm{const}$) обтекаемой поверхности, или какое-либо условие теплового баланса.

На внешней, по отношению к поверхности тела, границе задаются условия излучения, соответствующие расходящейся волне. Эти граничные условия, записанные в инвариантах Римана, имеют вид

$$\alpha_1 = \frac{2a}{\gamma-1} - \left(u\frac{\partial\eta}{\partial x} + v\frac{\partial\eta}{\partial y} + w\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)\frac{1}{\Delta}, \quad \alpha_2 = \frac{p}{\rho^\gamma}, \quad \alpha_3 = u\frac{\partial\xi}{\partial x} + v\frac{\partial\xi}{\partial y} + w\frac{\partial\xi}{\partial z},$$

$$\alpha_4 = u\frac{\partial\varsigma}{\partial x} + v\frac{\partial\varsigma}{\partial y} + w\frac{\partial\varsigma}{\partial z}, \quad \alpha_5 = \frac{2a}{\gamma-1} + \left(u\frac{\partial\eta}{\partial x} + v\frac{\partial\eta}{\partial y} + w\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)\frac{1}{\Delta},$$

$$\Delta = \sqrt{\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)^2}.$$

При этом в каждой точке границы расчетной области при $\eta = \eta_{\max}$ анализируются знаки собственных чисел

$$\lambda_1 = \left(u\frac{\partial\eta}{\partial x} + v\frac{\partial\eta}{\partial y} + w\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)\frac{1}{\Delta} - a, \quad \lambda_2 = \left(u\frac{\partial\eta}{\partial x} + v\frac{\partial\eta}{\partial y} + w\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)\frac{1}{\Delta},$$

$$\lambda_3 = \lambda_2, \quad \lambda_4 = \lambda_2, \quad \lambda_5 = \left(u\frac{\partial\eta}{\partial x} + v\frac{\partial\eta}{\partial y} + w\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)\frac{1}{\Delta} + a,$$

определяющих направление распространения возмущений относительно $\eta = \mathrm{const}$. При $\lambda_i \leqslant 0$ («входная граница») соответствующий инвариант на входной границе вычисляется по значениям газодинамических переменных набегающего потока, при $\lambda_i > 0$ («выходная граница») используется линейная экстраполяция α_i по значениям газодинамических переменных, соответствующих внутренним точкам расчетной области.

В качестве начального приближения можно использовать условие однородного набегающего потока с последующим развитием поля течения в процессе решения нестационарной задачи. При этом в процессе формирования картины поля течения шаг по времени постепенно увеличивался, что в итоге делало возможным решение стационарной задачи. Очень эффективной оказалась процедура расчета, согласно которой задача на первом этапе решалась описанным выше способом на достаточно грубой сетке ($21 \times 21 \times 21$), а затем это поле использовалось (после применения интерполяции) в качестве начального приближения для более мелкой сетки.

При проведении систематических расчетов по числам Маха и Рейнольдса в качестве начального приближения использовались ранее полученные варианты со значениями изменяющихся параметров, наиболее близкими к необходимым.

8.1.3. Дифференциальные уравнения Рейнольдса. Для численного анализа осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса совместно с двухпараметрической $q - \omega$ дифференциальной моделью турбулентности в произвольной криволинейной системе координат ξ, η, ζ, где $x = x(\xi,\eta,\zeta)$, $y = y(\xi,\eta,\zeta)$, $z = z(\xi,\eta,\zeta)$ — декартовы координаты, записываются в дивергентной форме

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \zeta} = \mathbf{S}. \qquad (8.2)$$

Здесь $\mathbf{Q}$ — вектор консервативных зависимых переменных задачи, $\mathbf{E}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{F}$ — векторы потоков в криволинейной системе координат, $\mathbf{S}$ — вектор источника. Векторы $\mathbf{Q}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{S}$ связаны с соответствующими векторами $\mathbf{Q}_\text{c}$, $\mathbf{E}_\text{c}$, $\mathbf{G}_\text{c}$, $\mathbf{F}_\text{c}$, $\mathbf{S}_\text{c}$ в декартовой системе координат по формулам

$$\mathbf{Q} = J\mathbf{Q}_\text{c}, \quad \mathbf{S} = J\mathbf{S}_\text{c}, \quad \mathbf{E} = J\left(\mathbf{E}_\text{c}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \mathbf{G}_\text{c}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \mathbf{F}_\text{c}\frac{\partial \xi}{\partial z}\right),$$

$$\mathbf{G} = J\left(\mathbf{E}_\text{c}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathbf{G}_\text{c}\frac{\partial \eta}{\partial y} + \mathbf{F}_\text{c}\frac{\partial \eta}{\partial z}\right),$$

$$\mathbf{F} = J\left(\mathbf{E}_\text{c}\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \mathbf{G}_\text{c}\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \mathbf{F}_\text{c}\frac{\partial \zeta}{\partial z}\right).$$

Декартовы компоненты векторов $\mathbf{E}_\text{c}$, $\mathbf{G}_\text{c}$, $\mathbf{F}_\text{c}$, $\mathbf{S}_\text{c}$ для трехмерных осредненных по Рейнольдсу (с использованием осреднения по Фавру) уравнений Навье–Стокса имеют вид

$$\mathbf{Q}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho(e+q^2) \\ \rho q \\ \rho\omega \end{matrix} \right\|, \quad \mathbf{S}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ h_1\rho\omega q \\ h_2\rho\omega^2 \end{matrix} \right\|, \quad \mathbf{E}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \frac{2}{3}\rho q^2 + \tau_{xx} \\ \rho uv + \tau_{xy} \\ \rho uw + \tau_{xz} \\ \rho uH + \frac{5}{3}\rho u q^2 + I_x \\ \rho u q + I_x^q \\ \rho u\omega + I_x^\omega \end{matrix} \right\|,$$

$$\mathbf{G}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} \rho v \\ \rho uv + \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p + \frac{2}{3}\rho q^2 + \tau_{yy} \\ \rho vw + \tau_{yz} \\ \rho vH + \frac{5}{3}\rho v q^2 + I_y \\ \rho v q + I_y^q \\ \rho v\omega + I_y^\omega \end{matrix} \right\|, \quad \mathbf{F}_\text{c} = \left\| \begin{matrix} \rho w \\ \rho wu + \tau_{xz} \\ \rho wv + \tau_{yz} \\ \rho w^2 + p + \frac{2}{3}\rho q^2 + \tau_{zz} \\ \rho wH + \frac{5}{3}\rho v q^2 + I_z \\ \rho w q + I_z^q \\ \rho w\omega + I_z^\omega \end{matrix} \right\|,$$

где $\boldsymbol{\tau}$ — симметричный тензор вязких напряжений, связанный с тензором скоростей деформаций линейной зависимостью

$$\boldsymbol{\tau} = -(\mu + \mu_T)\,\mathbf{s},$$

а вектор теплового потока $\mathbf{I}$ вычисляется по формуле

$$\mathbf{I} = -(\lambda + \lambda_T)\,\mathrm{grad}\,(T) + \boldsymbol{\tau}\mathbf{V},$$

μ и λ — коэффициенты молекулярной вязкости и теплопроводности, μ_T и λ_T — коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности соответственно, векторы самодиффузии $\mathbf{I}^q$ и $\mathbf{I}^\omega$ определяются соотношениями

$$\mathbf{I}^q = -\left(\mu + \frac{\mu_T}{\mathrm{Pr}_1}\right)\mathrm{grad}\,(q), \quad \mathbf{I}^\omega = -\left(\mu + \frac{\mu_T}{\mathrm{Pr}_2}\right)\mathrm{grad}\,(\omega).$$

Основные расчетные исследования проведены для модели совершенного газа.

В настоящей работе использована двухпараметрическая дифференциальная $q-\omega$ модель турбулентности [Marvin J. G., Coakley T. J., 1990] с выражениями для турбулентной вязкости

$$\mu_T = C_\mu f \frac{\rho q^2}{\omega}, \quad f = 1 - \exp\left(-\alpha \frac{\rho\, r_{\mathrm{w}}\, q}{\mu}\right), \quad \alpha = 0{,}02, \quad C_\mu = 0{,}09,$$

$$h_1 = C_{11}\left(C_\mu f \frac{S}{\omega^2} - \frac{2}{3}\frac{\operatorname{div}\mathbf{V}}{\omega}\right) - C_{12}, \quad h_2 = C_{21}\left(C_\mu \frac{S}{\omega^2} - C_{23}\frac{\operatorname{div}\mathbf{V}}{\omega}\right) - C_{22},$$

$$S = \frac{\partial u}{\partial x}s_{xx} + \frac{\partial v}{\partial y}s_{yy} + \frac{\partial w}{\partial z}s_{zz} + s_{xy}^2 + s_{xy}^2 + s_{yz}^2,$$

$$C_{21} = 0{,}055 + 0{,}5 f(q, r_{\mathrm{w}}, \rho, \mu),$$

где $C_{11} = C_{12} = 0{,}5$, $C_{22} = 0{,}833$, $C_{23} = 2{,}4$, $\mathrm{Pr}_1 = 2$, $\mathrm{Pr}_2 = 2$, r_{w} — расстояние от стенки.

Зависимость молекулярного коэффициента вязкости от температуры определялась по формуле $\mu/\mu_\infty = (T/T_\infty)^\omega$, $0{,}5 \leqslant \omega \leqslant 1$, а значения молекулярного и турбулентного чисел Прандтля принимались постоянными: $\mathrm{Pr} = \mu c_p/\lambda = 0{,}7$, $\mathrm{Pr}_T = \mu_T c_p/\lambda_T = 0{,}9$.

8.1.4. Граничные и начальные условия. На границе расчетной области, совпадающей с твердой поверхностью, ставятся граничные условия: условия прилипания и непротекания $u = 0$, $v = 0$, $w = 0$; условие адиабатичности $(\partial T_{\mathrm{w}}/\partial n = 0)$ или изотермичности $(T = T_{\mathrm{w}} = \mathrm{const})$ обтекаемой поверхности; условия затухания пульсаций $(q_{\mathrm{w}} = 0)$ и частотной непроницаемости $(\partial \omega_{\mathrm{w}}/\partial n = 0)$ на обтекаемой поверхности.

На внешней, по отношению к поверхности тела, границе задаются условия излучения, соответствующие расходящейся волне. Эти граничные условия, записанные в инвариантах Римана, имеют вид

$$\alpha_1 = \frac{2a}{\gamma - 1} - \left(u\frac{\partial \eta}{\partial x} + v\frac{\partial \eta}{\partial y} + w\frac{\partial \eta}{\partial z}\right)\frac{1}{\Delta}, \quad \alpha_2 = \frac{p}{\rho^\gamma}, \quad \alpha_3 = u\frac{\partial \xi}{\partial x} + v\frac{\partial \xi}{\partial y} + w\frac{\partial \xi}{\partial z},$$

$$\alpha_4 = u\frac{\partial \varsigma}{\partial x} + v\frac{\partial \varsigma}{\partial y} + w\frac{\partial \varsigma}{\partial z}, \quad \alpha_5 = \frac{2a}{\gamma - 1} + \left(u\frac{\partial \eta}{\partial x} + v\frac{\partial \eta}{\partial y} + w\frac{\partial \eta}{\partial z}\right)\frac{1}{\Delta},$$

$$\alpha_6 = q, \quad \alpha_7 = \omega, \quad \Delta = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial z}\right)^2}.$$

При этом в каждой точке границы расчетной области анализируются знаки собственных чисел

$$\lambda_1 = \left(u\frac{\partial \eta}{\partial x} + v\frac{\partial \eta}{\partial y} + w\frac{\partial \eta}{\partial z}\right)\frac{1}{\Delta} - a, \quad \lambda_2 = \left(u\frac{\partial \eta}{\partial x} + v\frac{\partial \eta}{\partial y} + w\frac{\partial \eta}{\partial z}\right)\frac{1}{\Delta},$$

$$\lambda_3 = \lambda_2, \ \ \lambda_4 = \lambda_2, \ \ \lambda_5 = \left(u\frac{\partial \eta}{\partial x} + v\frac{\partial \eta}{\partial y} + w\frac{\partial \eta}{\partial z}\right)\frac{1}{\Delta} + a, \ \ \lambda_6 = \lambda_2, \ \ \lambda_7 = \lambda_2,$$

определяющих направление распространения возмущений относительно $\eta = \text{const}$. При $\lambda_i \leqslant 0$ («входная граница») соответствующий инвариант на входной границе вычисляется по значениям газодинамических переменных набегающего потока, при $\lambda_i > 0$ используется линейная экстраполяция α_i по значениям газодинамических переменных, соответствующих внутренним точкам расчетной области.

В случае, когда граница расчетной области совпадает с осью симметрии, на ней ставятся условия четности и/или нечетности зависимых переменных задачи.

8.2. Аппроксимация уравнений

Сформулированная выше начально-краевая задача решалась численно на основе интегро-интерполяционного метода (метода конечного объема). Его применение к уравнениям Навье–Стокса (8.1) и Рейнольдса (8.2) позволяет получить разностные аналоги законов сохранения

$$\frac{\mathbf{Q}^{n+1}_{i,j,k} - \mathbf{Q}^{n}_{i,j,k}}{\tau_{i,j,k}} + \frac{\mathbf{E}^{n+1}_{i+1/2,j,k} - \mathbf{E}^{n+1}_{i-1/2,j,k}}{h_\xi} + \frac{\mathbf{G}^{n+1}_{i,j+1/2,k} - \mathbf{G}^{n+1}_{i,j-1/2,k}}{h_\eta} + \\ + \frac{\mathbf{F}^{n+1}_{i,j,k+1/2} - \mathbf{F}^{n+1}_{i,j,k-1/2}}{h_\varsigma} = S^{n+1}_{i,j,k},$$

где n — номер временно́го слоя; $\tau_{i,j,k}$ — величина шага по времени, определяемая по формуле

$$\tau_{i,j,k} = \tau_0 \left(a_{\min} + (a_{\max} - a_{\min}) \frac{J_{i,j,k} - \min(J_{i,j,k})}{\max(J_{i,j,k}) - \min(J_{i,j,k})} \right),$$

где τ_0 — величина шага по времени, соответствующая максимальной по объему ячейке при заданных значениях параметров $a_{\min}$ и $a_{\max}$, например, $a_{\min} = 0{,}02$ и $a_{\max} = 1$; i, j, k и h_ξ, h_η, h_ζ — номера узлов и шаги по координатам ξ, η, ζ соответственно. Использование переменного по пространству временно́го шага, пропорционального объему элементарной ячейки, позволяет существенно (примерно на порядок) ускорить получение стационарного решения методом установления по времени.

Для монотонной разностной схемы вычисление потоков в полуцелых узлах осуществляется на основе решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва. Математически эта задача сводится к решению нелинейной системы алгебраических уравнений. Приближенным методом решения этой задачи можно считать представление матрицы Якоби $\mathbf{A} = \partial\mathbf{E}/\partial\mathbf{Q}$ в виде

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{R}^{-1},$$

где $\boldsymbol{\Lambda}$ — диагональная матрица, элементами которой являются собственные значения оператора $\mathbf{A}$.

При аппроксимации конвективной составляющей векторов потоков $\mathbf{E}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{F}$ в полуцелых узлах использована монотонная схема типа Годунова [Годунов С.К., 1959; Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др., 1976] и приближенный метод Роу [Roe P.L., 1981] решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва. При этом расчетные формулы для векторов $\mathbf{E}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{F}$ аналогичны, поэтому ниже речь будет идти о векторе $\mathbf{E}$; их отличия от соответствующих формул для вектора $\mathbf{G}$ будут оговариваться особо. Для вектора $\mathbf{E}$ имеем

$$\mathbf{E}_{i+1/2} = \frac{1}{2}\big(\mathbf{E}(\mathbf{Q}_{\mathrm{L}}) + \mathbf{E}(\mathbf{Q}_{\mathrm{R}}) - \mathbf{R}(\mathbf{Q}_{\mathrm{LR}})\,\Phi(\varphi(\lambda_i))\,\mathbf{R}(\mathbf{Q}_{\mathrm{LR}})^{-1}(\mathbf{Q}_{\mathrm{R}} - \mathbf{Q}_{\mathrm{L}})\big),$$

где $\mathbf{\Phi}(\varphi(\lambda_i))$ — диагональная матрица, элементами которой являются $\phi(\lambda_i)$, а λ_i — собственные значения оператора $\mathbf{A} = \partial\mathbf{E}/\partial\mathbf{Q}$; $\mathbf{R}_{\mathrm{LR}} = \mathbf{R}(\mathbf{Q}_{\mathrm{LR}})$ — матрица, столбцами которой являются правые собственные векторы оператора $\mathbf{A}$.

При вычислении собственных значений и собственных векторов оператора $\mathbf{A}$ использован метод приближенного решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва [Roe P. L., 1981]. При этом $\mathbf{\Phi}(\phi(\lambda_i))$, $\mathbf{R}_{\mathrm{LR}}$, $\mathbf{R}_{\mathrm{LR}}^{-1}$ определялись по значениям зависимых переменных, имеющих вид

$$u_{\mathrm{LR}} = \frac{u_{\mathrm{L}}\sqrt{\rho_{\mathrm{L}}} + u_{\mathrm{R}}\sqrt{\rho_{\mathrm{R}}}}{\sqrt{\rho_{\mathrm{L}}} + \sqrt{\rho_{\mathrm{R}}}}, \quad v_{\mathrm{LR}} = \frac{v_{\mathrm{L}}\sqrt{\rho_{\mathrm{L}}} + v_{\mathrm{R}}\sqrt{\rho_{\mathrm{R}}}}{\sqrt{\rho_{\mathrm{L}}} + \sqrt{\rho_{\mathrm{R}}}},$$

$$w_{\mathrm{LR}} = \frac{w_{\mathrm{L}}\sqrt{\rho_{\mathrm{L}}} + w_{\mathrm{R}}\sqrt{\rho_{\mathrm{R}}}}{\sqrt{\rho_{\mathrm{L}}} + \sqrt{\rho_{\mathrm{R}}}}, \quad H_{\mathrm{LR}} = \frac{H_{\mathrm{L}}\sqrt{\rho_{\mathrm{L}}} + H_{\mathrm{R}}\sqrt{\rho_{\mathrm{R}}}}{\sqrt{\rho_{\mathrm{L}}} + \sqrt{\rho_{\mathrm{R}}}},$$

$$a_{\mathrm{LR}}^2 = (\gamma - 1)\left(H_{\mathrm{LR}} - \frac{1}{2}\,(u_{\mathrm{LR}}^2 + v_{\mathrm{LR}}^2 + w_{\mathrm{LR}}^2)\right),$$

где a — местная скорость звука.

Ниже в качестве функции $\phi(\lambda_i)$, обеспечивающей выполнение энтропийного условия для физически правильного выбора численного решения, использовалась функция следующего вида:

$$\phi(\lambda) = \begin{cases} |\lambda|, & |\lambda| > \varepsilon, \\ \dfrac{\lambda^2 + \varepsilon^2}{2\varepsilon}, & |\lambda| \leqslant \varepsilon, \end{cases}$$

где ε — параметр, отвечающий за диссипативные свойства разностной схемы. В основном при расчетах принималось $\varepsilon = 10^{-3}$.

Для повышения порядка аппроксимации (до второго) при интерполяции зависимых переменных на грань элементарной ячейки использован принцип минимальных производных (MUSCL) [Колган В. П., 1972; Harten A., 1983; Иванов М. Я., Крупа В. Г., Нигматуллин Р. З., 1989]

$$\mathbf{Q_L} = \mathbf{Q}_i + \frac{1}{2}\,m\big(\mathbf{Q}_i - \mathbf{Q}_{i-1}, \mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{Q}_i\big),$$

$$\mathbf{Q_R} = \mathbf{Q}_i - \frac{1}{2}\,m\big(\mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_{i+2} - \mathbf{Q}_{i+1}\big),$$

а функция $m(a,b)$ бралась в виде

$$m(a,b) = \begin{cases} a, & ab > 0, \quad |a| < |b|, \\ b, & ab > 0, \quad |a| > |b|, \\ 0, & ab \leqslant 0. \end{cases}$$

При аппроксимации диффузионной составляющей векторов потоков **E**, **G** и **F** на грани элементарной ячейки применена разностная схема типа центральных разностей второго порядка точности. Вычисление производных осуществлялось по формулам

$$\left.\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \xi}\right|_{i+1/2,j,k} = \frac{\mathbf{U}_{i+1,j,k} - \mathbf{U}_{i,j,k}}{h_\xi},$$

$$\left.\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \eta}\right|_{i+1/2,j,k} = \frac{1}{4h_\eta}\left(\mathbf{U}_{i+1,j+1,k} + \mathbf{U}_{i,j+1,k} - \mathbf{U}_{i+1,j-1,k} - \mathbf{U}_{i,j-1,k}\right),$$

$$\left.\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \varsigma}\right|_{i+1/2,j,k} = \frac{1}{4h_\varsigma}\left(\mathbf{U}_{i+1,j,k+1} + \mathbf{U}_{i,j,k+1} - \mathbf{U}_{i+1,j,k-1} - \mathbf{U}_{i,j,k-1}\right).$$

Здесь **U** — вектор неконсервативных зависимых переменных задачи.

Шаблон разностной схемы, на котором аппроксимируются полные уравнения Навье–Стокса или Рейнольдса, состоит из 25 точек (рис. 8.1); полученная неявная нелинейная разностная схема, по-видимому, безусловно устойчива на линейной задаче.

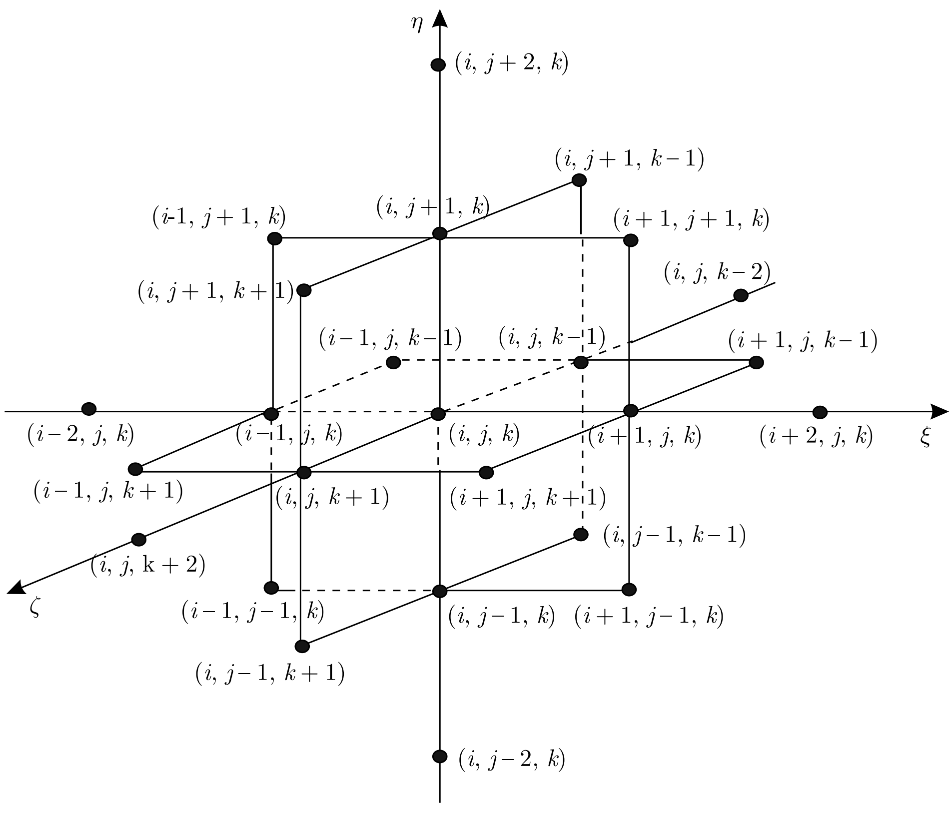


Рис. 8.1. Шаблон разностной схемы для трехмерного случая

8.3. Решение нелинейных сеточных уравнений

В результате описанной в разд. 8.2 разностной аппроксимации уравнений Навье–Стокса и Рейнольдса и соответствующих граничных условий на некоторой сетке интегрирование нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{0},$$

где $\mathbf{X}$ — вектор искомых сеточных переменных (узловых значений газодинамических переменных, включая граничные узлы расчетной сетки). Сформулированная задача эффективно решается с помощью хорошо известного итерационного метода Ньютона, главным преимуществом которого является квадратичная скорость сходимости. Для решения нелинейных сеточных уравнений $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{0}$ использован модифицированный метод Ньютона

$$\mathbf{X}^{[k+1]} = \mathbf{X}^{[k]} - \tau_{k+1}\mathbf{D}_{k_0}^{-1}\,\mathbf{F}(\mathbf{X}^k),$$

где $\mathbf{D}_{k_0} = (\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X})_{k_0}$ — матрица Якоби, k, k_0 — номера итераций, $k_0 \leqslant k$. В процессе численного решения параметр регуляризации метода Ньютона относительно начального приближения τ_k определялся по формуле [Каримов Т.Х., 1983]

$$\tau_{k+1} = \frac{(\Delta\mathbf{X}^{[k]} - \Delta\mathbf{X}^{[k-1]}, \mathbf{X}^{[k]} - \mathbf{X}^{[k-1]})}{(\Delta\mathbf{X}^{[k]} - \Delta\mathbf{X}^{[k-1]})^2},$$

где $\Delta\mathbf{X}^{[k]}$ — вектор поправок. По мере сходимости итерационного процесса $\tau_k \to 1$, а скорость сходимости теоретически стремится к квадратичной.

Наиболее трудоемкими элементами алгоритма при реализации метода Ньютона являются генерация матрицы $\mathbf{D}_k = \partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X}_k$ и последующее решение системы линейных уравнений с этой матрицей.

Поскольку при аппроксимации уравнений в каждой из расчетных ячеек участвуют лишь несколько соседних узлов (в пространственном случае 25 для схемы TVD), то трудоемкость генерации матрицы Якоби есть величина $O(N)$, где N — число узлов сеточной задачи. Формирование матрицы Якоби на итерации осуществлялось при помощи процедуры конечных приращений вектора невязки по вектору искомых сеточных переменных. Такая методика универсальна, поскольку легко обобщается на произвольную систему сеточных уравнений с заранее не конкретизированным видом. Достаточно часто разностные уравнения, получаемые в результате аппроксимации дифференциальных, имеют очень сложный вид, и аналитическое формирование матрицы Якоби становится весьма трудоемким. В частности, к такому случаю приводит применение для решения уравнений Навье–Стокса монотонизированных схем. Более того, при аналитическом формировании матрицы Якоби необходимое число арифметических и логических операций компьютера, вообще говоря, может быть больше, чем при численном формировании этой матрицы с помощью процедуры конечных приращений. Применение к формированию матрицы Якоби именно метода конечных приращений основано на многолетних исследованиях по численному моделированию задач газовой динамики. Например, в [Babikov P.E., Yegorov I.V., 1988] аналогичная процедура использовалась при решении начально-краевых задач с применением адаптивной сетки.

Объем требуемой оперативной памяти и времени ЦП, затрачиваемый при решении системы линейных алгебраических уравнений на итерации по нелинейности,

$$\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}\right)_{k_0} \boldsymbol{\Delta} X^{[k]} = -\mathbf{F}(\mathbf{X}^{[k]}),$$

существенно зависит от степени разреженности матрицы $(\partial \mathbf{F}/\partial \mathbf{X})$. При аппроксимации уравнений Навье–Стокса по описанной в разд. 8.2 разностной схеме второго порядка точности оператор $\partial \mathbf{F}/\partial \mathbf{X}_k$ имеет разреженную блочную 25-диагональную структуру, а элементарный блок ее представляет собой плотную матрицу размера 7×7 (турбулентная модель движущейся среды). Предварительные расчеты показали, что сходимость итерационного процесса по нелинейности существенно зависит от точек в шаблоне аппроксимации, используемых для конвективной составляющей, а также для прямых производных диссипативной составляющей уравнений Навье–Стокса. Использование «угловых» точек в шаблоне аппроксимации для смешанных производных диссипативной составляющей уравнений Навье–Стокса оказывает слабое влияние на сходимость итераций по нелинейности. Вследствие этого, а также для сокращения примерно в два раза оперативной памяти и общего числа арифметических операций на итерации по нелинейности в операторе $(\partial \mathbf{F}/\partial \mathbf{X})$ опущены диагонали, соответствующие смешанным производным. В результате оператор $\partial \mathbf{F}/\partial \mathbf{X}$ для пространственного случая имеет разреженную блочную 13-диагональную структуру.

Решение системы линейных алгебраических уравнений, получаемых на итерации по нелинейности, осуществлялось при помощи прямого [Егоров И. В., Зайцев О. Л., 1991] и итерационного [Бабаев И. Ю., Башкин В. А., Егоров И. В., 1994] методов. Эти методики были многократно опробованы в численных экспериментах и доказали свою надежность и высокую эффективность. Подробное их описание приведено выше (см. гл. 1, разд. 1.4).

Заключение

Дана постановка задачи для уравнений динамики вязкого совершенного газа, описывающих нестационарные трехмерные течения при ламинарном (уравнения Навье–Стокса) и ламинарно-турбулентном (уравнения Рейнольдса) режимах. При этом стационарное решение задачи получается как предельный случай при $t \to \infty$, т. е. методом установления по времени. Подробно рассмотрена процедура численного моделирования на основе указанных уравнений. Разработанный метод численного моделирования неоднократно использовался при исследовании разнообразных аэродинамических задач и доказал свою надежность и эффективность.

Глава 9

ВЕРИФИКАЦИЯ МЕТОДА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С целью верификации метода численного моделирования, изложенного выше в гл. 8 и реализованного в комплексе программ на персональных компьютерах применительно к обтеканию сверхзвуковым потоком совершенного газа острых полубесконечных конических тел, обладающих плоскостью симметрии, были предприняты специальные расчетные и экспериментальные исследования. Результаты этих исследований послужили основой ряда публикаций (см., например, [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пафнутьев В.В., 2002, 2009], [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пляшечник В.И., 2003]) и составляют содержание настоящей главы.

9.1. Острый круговой конус с углом полураствора $\theta_к = 15°$ при числе Маха $M_\infty = 10{,}4$

В качестве первого примера для сравнения расчетных и экспериментальных данных был выбран острый круговой конус с углом полураствора $\theta_к = 15°$ и длиною L, которая принималась в качестве характерного линейного размера (рис. 9.1).

9.1.1. Условия расчета. Выходная граница расчетной области попадает на острую кромку донного среза, так что течение в ближнем следе за конусом не исследуется. Такой подход к задаче соответствует рассмотрению обтекания полубесконечного конуса.

Кроме того, в силу симметрии расчеты выполнялись для одной половины поля течения на неравномерной сетке размером $44 \times 121 \times 21$ (в продольном, нормальном и окружном направлениях). При этом для разрешения пограничного слоя вблизи твердой поверхности выбиралась зона толщиной $2/\mathrm{Re}^{1/2}$, в которой после сгущения содержалось 25 % от общего числа узлов в нормальном направлении. В силу сказанного выше численный анализ трехмерных уравнений Навье–Стокса может быть реализован на персональных компьютерах.

Расчеты выполнены применительно к условиям эксперимента [Чен Ю.Ю., 1969], где исследовался острый круговой конус с углом полураствора $\theta_к = 15°$ при числе Маха $M_\infty = 10{,}4$ в диапазоне углов атаки $\alpha/\theta_к = 0 \div 1{,}2$ ($\alpha = 0° \div 18°$ с интервалом $\Delta\alpha = 3°$). Температурный фактор обтекаемой

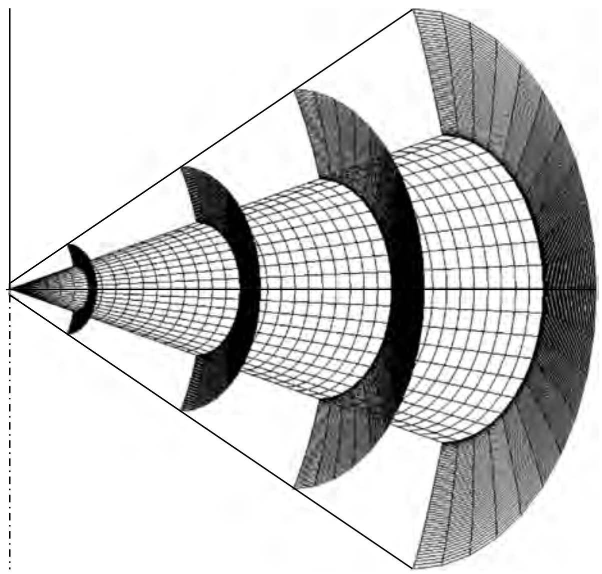


Рис. 9.1. Острый круговой конус с $\theta_к = 15^\circ$ и расчетная сетка

поверхности $T_{w0} = T_w/T_0 = 0{,}23$, а число Рейнольдса, вычисленное по параметрам набегающего потока и расстоянию от вершины конуса до сечения измерения, $\mathrm{Re}_x = 10^6$. При этом сечение измерения располагалось сравнительно далеко от вершины конуса ($\overline{x}_{изм} = x_{изм}/L = 0{,}89$), так что влияние вязко-невязкого взаимодействия оказалось в целом относительно малым.

Далее отметим, что в [Чен Ю.Ю., 1969; Башкин В.А., 1984; Башкин В.А., Дудин Г.Н., 2000] для указанных условий обтекания конуса были выполнены расчеты в рамках классической постановки задачи (асимптотическое решение). При этом расчеты в [Чен Ю.Ю., 1969] проведены при углах атаки $\alpha/\theta_к = 0 \div 0{,}8$, а в [Башкин В.А., 1984; Башкин В.А., Дудин Г.Н., 2000] — при $\alpha/\theta_к = 0 \div 1$; при бо́льших углах атаки максимальные значения скорости поперечного течения принимают сверхзвуковые значения и при решении задачи на подветренной стороне конуса возникают определенные трудности. Результаты этих расчетов близки друг к другу и также используются для целей сравнения.

9.1.2. Локальные аэродинамические характеристики. Насколько корректно расчет отражает внутреннюю структуру поля течения, можно судить по поведению предельных линий тока на поверхности конуса. Одной из характеристик предельной линии тока является угол φ, который она образует с радиальным направлением и который определяется соотношением

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{c_{f\theta}}{c_{fr}},$$

где $c_{fr} = \tau_{rw}/q_\infty$, $c_{f\theta} = \tau_{\theta w}/q_\infty$ — коэффициенты сопротивления трения в радиальном и окружном направлениях соответственно, $q_\infty = 0{,}5\rho_\infty V_\infty^2$ — скоростной напор набегающего потока.

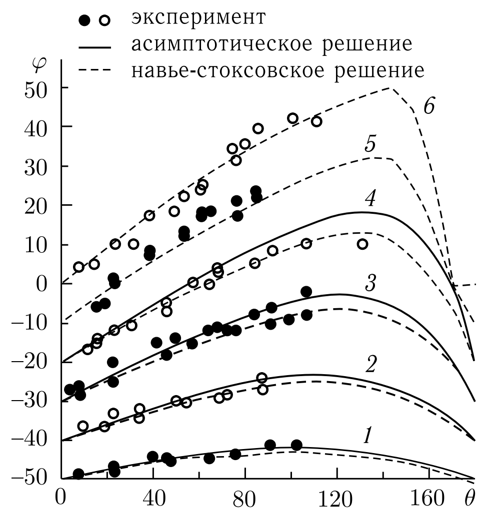


Рис. 9.2. Направление φ предельных линий тока в поперечном сечении конуса при числе $\mathrm{M}_\infty = 10{,}4$; зависимости *1, 2, …, 6* соответствуют углам атаки $\alpha = 3^\circ, 6^\circ, \ldots, 18^\circ$

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по углу φ для рассматриваемого сечения конуса проведено на рис. 9.2 для эксперимента [Чен Ю.Ю., 1969], асимптотического решения [Чен Ю.Ю., 1969; Башкин В.А., 1984; Башкин В.А., Дудин Г.Н., 2000] и навье-стоксовского решения. При угле атаки $\alpha = 3^\circ$ результаты расчетов на основе уравнений Навье–Стокса и Прандтля практически совпадают с друг с другом и хорошо согласуются с экспериментальными данными. С увеличением угла атаки различие между ними возрастает, при этом навье-стоксовское решение лучше согласуется с экспериментом по сравнению с асимптотическим решением. При умеренных углах атаки, для которых нет асимптотического решения, навье-стоксовское решение хорошо согласуется с экспериментальными данными. Следует отметить, что экспериментальные данные по углу φ получены для области течения, в которой наблюдается интенсивное поперечное течение, и отсутствуют для окрестности плоскости симметрии на подветренной стороне конуса, где происходит торможение поперечного течения, зарождается и развивается отрыв потока в окружном направлении. Из приведенных данных можно заключить, что решение уравнений Навье–Стокса правильно отражает внутреннюю структуру поля течения около конуса.

Оценим теперь точность и достоверность расчета локальных аэродинамических характеристик острого конуса.

Влияние угла атаки на распределение коэффициента давления $c_\mathrm{p} = (p - p_\infty)/q_\infty$ в поперечном сечении конуса показано на рис. 9.3 для эксперимента [Чен Ю.Ю., 1969], асимптотического решения [Чен Ю.Ю., 1969] и навье-стоксовского решения.

Согласно эксперименту при малых углах атаки $\alpha/\theta_\text{к} \leqslant 0{,}8$ обтекание конуса является безотрывным и в плоскости симметрии течения на наветренной стороне располагается линия растекания, а на подветренной стороне — линия

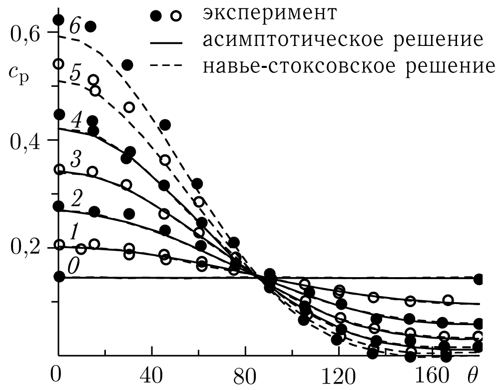


Рис. 9.3. Влияние угла атаки на распределение коэффициента давления c_p в поперечном сечении конуса при числе $M_\infty = 10{,}4$; зависимости *1, 2, ..., 6* соответствуют углам атаки $\alpha = 3°, 6°, \ldots, 18°$

стекания. На этих линиях давление принимает экстремальные значения. При рассматриваемых углах атаки результаты расчетов для невязкого и вязкого газа практически совпадают между собой и хорошо согласуются с экспериментальными данными.

При умеренных углах атаки ($\alpha/\theta_к > 0{,}8$) происходят изменения в структуре течения на подветренной стороне: минимум давления с плоскости симметрии смещается на боковую поверхность конуса, а в плоскости симметрии наблюдается локальный максимум давления. Это указывает на зарождение и развитие поперечного отрывного течения по мере увеличения угла атаки. Как отмечалось выше, классический подход не позволяет получить корректное решение задачи на подветренной стороне, поскольку на ней становится существенным вязко-невязкое взаимодействие. Результаты расчетов уравнений Навье–Стокса на основной расчетной сетке при углах атаки $\alpha = 15°$ и $18°$ хорошо согласуются с экспериментальными данными всюду, за исключением малой окрестности плоскости симметрии на подветренной стороне конуса. Это связано с тем, что используемая сетка слишком груба для разрешения области зарождения и начального развития поперечного отрыва, так как зона отрывного течения занимает область порядка одного сеточного шага в окружном направлении.

В силу сказанного для угла атаки $\alpha = 18°$ были проведены дополнительные расчеты на более мелкой сетке в окружном направлении ($44 \times 121 \times 44$). При этом были рассмотрены два варианта сеток в окружном направлении — равномерная и неравномерная со сгущением узлов в окрестности плоскости симметрии на подветренной стороне конуса. Результаты этих расчетов показали (рис. 9.4), что изменение сетки почти не сказалось на распределении коэффициента давления на наветренной стороне, но зато резко повысилась надежность выявления области зарождения и развития поперечного отрыва на подветренной стороне конуса. Это привело к хорошему согласованию расчетных и экспериментальных данных между собой на всей обтекаемой поверхности.

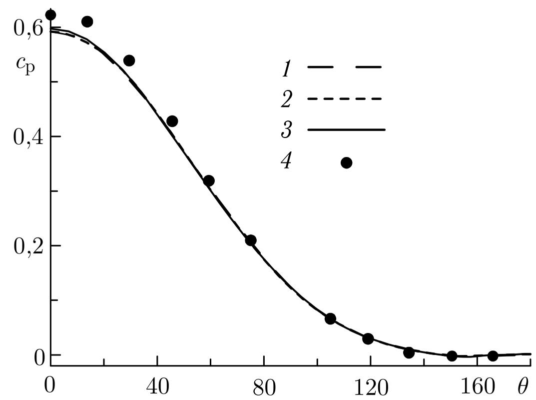


Рис. 9.4. Влияние параметров сетки на распределение коэффициента давления c_p в поперечном сечении конуса при угле атаки $\alpha = 18^\circ$ и числе $M_\infty = 10{,}4$: *1*, *2* — решения на равномерных по θ сетках $44 \times 121 \times 21$ и $44 \times 121 \times 44$ соответственно, *3* — решение на неравномерной по θ сетке $44 \times 121 \times 44$, *4* — эксперимент [Чен Ю.Ю., 1969]

Далее следует отметить, что на наветренной стороне при углах атаки $\alpha \geqslant 12^\circ$ на линии растекания и в некоторой ее окрестности экспериментальные данные располагаются несколько выше расчетных; причина этого расхождения неясна и, по-видимому, связана с условиями проведения эксперимента.

Отмеченные выше особенности развития течения в рассматриваемом сечении конуса с ростом угла атаки подтверждаются распределениями местных коэффициентов сопротивления трения в радиальном (c_{fr}) и окружном ($c_{\mathrm{f}\theta}$) направлениях (рис. 9.5). Они демонстрируют характер влияния угла атаки, который типичен для острых круговых конусов.

Особенности поведения местных коэффициентов сопротивления трения на подветренной стороне в окрестности плоскости симметрии наиболее полно раскрываются при использовании более мелкой расчетной сетки. Отметим

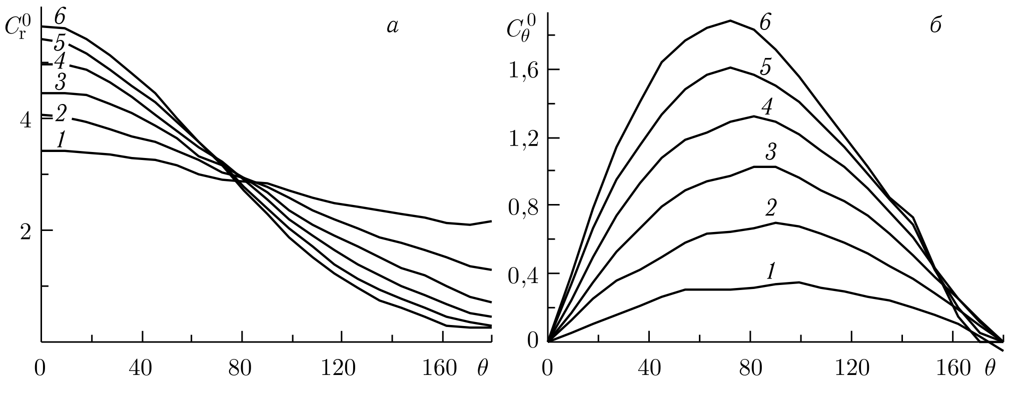


Рис. 9.5. Влияние угла атаки на распределения радиального (*а*) и окружного (*б*) коэффициентов сопротивления трения $C_r^0 = c_{\mathrm{fr}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ и $C_\theta^0 = c_{\mathrm{f}\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в поперечном сечении конуса при числе $M_\infty = 10{,}4$. Зависимости *1*, *2*, ..., *6* соответствуют углам атаки $\alpha = 3^\circ, 6^\circ, \ldots, 18^\circ$

также, что некоторая негладкость в распределениях рассматриваемых коэффициентов, наблюдаемая при малых углах атаки, обусловлена вычислительными причинами.

Тепловой поток в поперечном сечении острого конуса достигает абсолютного максимума на линии растекания на наветренной стороне. Результаты расчетов максимального теплового потока обычно нормируются по его значению при нулевом угле атаки и представляются в виде зависимости величины $q_\alpha = q_w(\alpha)/q_w(0)$ либо от угла атаки α, либо от относительного угла атаки $\alpha/\theta_к$.

В последнем случае расчетные зависимости наиболее удобны для практического использования, поскольку они слабо зависят от определяющих параметров задачи. Результаты расчетов для линии растекания показаны на рис. 9.6; здесь приведены также расчетные данные для острых конусов с различными углами полураствора при числе $M_\infty = 7$, полученные на основе уравнений пограничного слоя [Башкин В.А., 1984]. Все приведенные зависимости располагаются в узкой полосе и хорошо согласуются друг с другом.

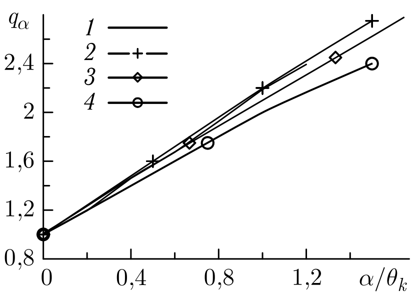


Рис. 9.6. Изменение относительного теплового потока $q_\alpha = q_w(\alpha)/q_w(0)$ на линии растекания на наветренной стороне острого конуса: *1* — навье-стоксовское решение ($M_\infty = 10{,}4$, $\theta_к = 15°$); асимтотическое решение при числе $M_\infty = 7$: *2* — $\theta_к = 10°$, *3* — $\theta_к = 15°$, *4* — $\theta_к = 20°$

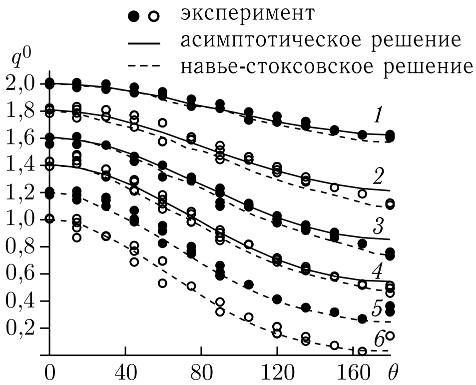


Рис. 9.7. Влияние угла атаки на распределение относительного теплового потока $q^0 = q_w(\theta)/q_w(0)$ в поперечном сечении конуса при числе $M_\infty = 10{,}4$; зависимости *1*, *2*, …, *6* соответствуют углам атаки $\alpha = 3°$, $6°, \ldots, 18°$

Распределения относительного теплового потока в поперечном сечении конуса при различных углах атаки приведены на рис. 9.7 для эксперимента [Чен Ю.Ю., 1969], асимптотического решения [Чен Ю.Ю., 1969; Башкин В.А., 1984; Башкин В.А., Дудин Г.Н., 2000] и навье-стоксовского решения. На наветренной стороне конуса расчетные и экспериментальные данные хорошо согласуются друг с другом. На подветренной стороне результаты расчетов ламинарного пограничного слоя при $\alpha/\theta_к = 0{,}4$ уже отличаются от экспериментальных данных в окрестности плоскости симметрии, где проявляется влияние вязко-невязкого взаимодействия; с увеличением угла атаки это различие усиливается.

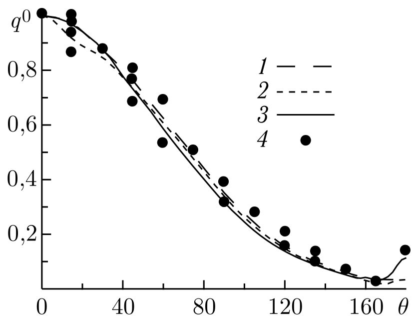


Рис. 9.8. Влияние параметров сетки на распределение относительного теплового потока $q^0 = q_{\mathrm{w}}(\theta)/q_{\mathrm{w}}(0)$ в поперечном сечении конуса при угле атаки $\alpha = 18^\circ$ и числе $\mathrm{M}_\infty = 10{,}4$: *1*, *2* — решения на равномерных по θ сетках $44 \times 121 \times 21$ и $44 \times 121 \times 44$ соответственно, *3* — решение на неравномерной по θ сетке $44 \times 121 \times 44$, *4* — эксперимент

Результаты расчетов полных уравнений Навье–Стокса практически полностью совпадают с экспериментальными данными [Чен Ю.Ю., 1969]. При этом в эксперименте на подветренной стороне конуса в плоскости симметрии при углах атаки $\alpha \geqslant 15^\circ$ наблюдается локальный максимум теплового потока. Для этой области течения результаты настоящих расчетов, полученные на основной сетке, этот локальный максимум не улавливают, но он выявляется при проведении расчетов на более мелкой сетке (рис. 9.8).

9.2. Острый круговой конус с углом полураствора $\theta_{\text{к}} = 4^\circ$ при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 4$

Для прикладных задач большой интерес представляют тонкие острые круговые конусы, обтекаемые сверхзвуковым потоком с умеренным значением числа Маха M_∞, при котором «горячая» конструкция тела не приводит к разрушению острой вершины. Обтекание тел происходит при достаточно больших числах Рейнольдса, позволяющих реализацию как ламинарного, так и ламинарно-турбулентного обтеканий. Поэтому в качестве второго примера был выбран тонкий острый круговой конус с углом полураствора $\theta_{\text{к}} = 4^\circ$, обтекание которого сверхзвуковым потоком с числом Маха $\mathrm{M}_\infty = 4$ было изучено теоретически и экспериментально [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пляшечник В.И., 2003].

9.2.1. Условия расчета. Как и в разд. 9.1, рассматривается острый круговой конус конечной длины L, которая принимается в качестве характерного линейного размера (рис. 9.9). Выходная граница расчетной области попадает на острую кромку донного среза, так что течение в ближнем следе за конусом не исследуется. Такой подход к задаче соответствует рассмотрению обтекания полубесконечного конуса. Кроме того, в силу симметрии картины обтекания расчеты выполнены на неравномерной сетке размером $65 \times 61 \times 21$ (в продольном, нормальном и окружном направлениях) для одной половины поля течения с граничными условиями симметрии на вертикальной плоско-

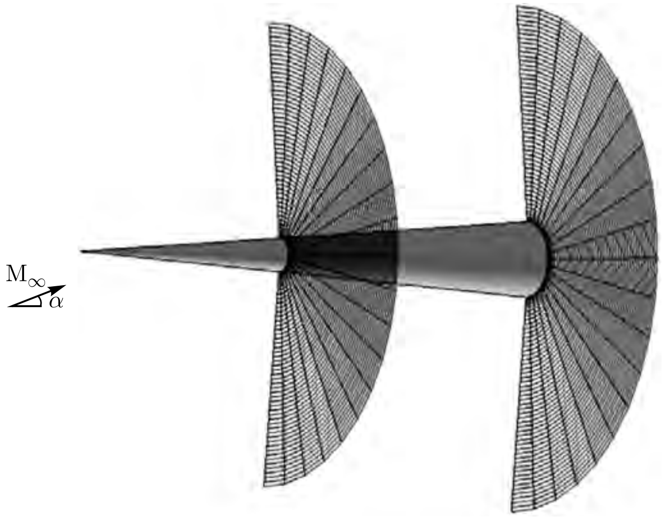


Рис. 9.9. Острый круговой конус с $\theta_c = 4°$ и элементы расчетной сетки

сти. Численное решение трехмерных уравнений Рейнольдса реализовано на персональных компьютерах.

Поля газодинамических переменных около острого конуса с углом полураствора $\theta_c = 4°$ получены в диапазоне углов атаки $\alpha = 0° \div 8°$ $(\alpha/\theta_c = 0 \div 2)$ при числах $M_\infty = 4$ и $Re_\infty = 1{,}69 \cdot 10^4$; $1{,}69 \cdot 10^5$; $1{,}69 \cdot 10^6$ для ламинарной модели движущейся среды (уравнения Навье–Стокса, $Re_\infty = \rho_\infty V_\infty L/\mu_\infty$) и $M_\infty = 4$, $Re_\infty = 1{,}69 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4{,}06$, $Re_\infty = 4{,}11 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4{,}06$, $Re_\infty = 13{,}62 \cdot 10^6$ для ламинарно-турбулентной модели (уравнения Рейнольдса). Некоторое различие значений числа Маха было вызвано необходимостью точного соответствия условий расчета и эксперимента. Поскольку в эксперименте обтекаемая поверхность близка к теплоизолированной, то все расчеты выполнены с учетом этого условия.

9.2.2. Условия эксперимента. Экспериментальные исследования проведены в аэродинамической трубе (АДТ) ЦАГИ Т-121 периодического действия [Russian Aeronautical Test Facilities, 1994]; рабочим телом служит воздух, предварительно накапливаемый в сжатом виде в специальных емкостях (газгольдерах). Во избежание конденсации в потоке воздух, поступающий в рабочую часть АДТ, предварительно нагревался электрическим подогревателем до температуры $T_0 \approx 300$ К. Необходимое число M_∞ в рабочей части трубы обеспечивалось посредством установки соответствующего профилированного сопла, изготовленного как одно целое с рабочей частью. На режимах с числом $M_\infty \approx 4$ использовалось плоское сопло с квадратным сечением рабочей части размером 200×200 мм^2. Необходимое значение числа Re обеспечивалось путем создания соответствующего давления p_0 в форкамере трубы.

Для исследования в условиях трубы Т-121 аэродинамических характеристик тел вращения была спроектирована модель, конструктивно состоящая из трех элементов — носового, центрального и кормового, что давало возможность варьировать ее внешние обводы требуемым образом. В нашем случае модель представляла собой острый конус с углом полураствора $\theta_c = 4°$, длиной $L = 252{,}25$ мм и диаметром донного среза $d = 35{,}2$ мм.

В рабочей части трубы модель устанавливалась на хвостовой державке, расположенной по продольной оси симметрии модели, относительно которой отсчитывались углы атаки α и скольжения β. В процессе проведения испытаний при $\beta = 0$ угол атаки изменялся дискретно в диапазонах $\alpha \approx -6°\div 6°$ с шагом $\Delta\alpha \cong 1°$ и в диапазоне $\alpha \approx 6°\div 12°$ с шагом $\Delta\alpha \cong 2°$.

Измерение нагрузок, действовавших на модель в процессе испытаний, проводилось в связанной системе осей координат с помощью трехкомпонентных тензовесов, располагавшихся вне потока на стенке рабочей части трубы. Основные характеристики весов приведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Основные характеристики весов

Максимальные измеряемые нагрузки			Погрешность измерения (среднеквадратичное отклонение)		
X, кГ	Y, кГ	M_z, кГ $\cdot$ см	σ_X	σ_Y	σ_{M_z}
14,0	$\pm 14{,}0$	$\pm 0{,}6$	0,0020	0,0024	0,000751

Донное давление в процессе испытаний измерялось не на донном срезе модели, а приемником давления, расположенным под обтекателем тензовесов. Как показал многолетний опыт проведения весовых испытаний в Т-121, такой способ измерения обеспечивает корректное определение донного давления; при этом существенно упрощаются конструкция и процесс изготовления хвостовой части модели, а также монтаж и перемонтаж модели в рабочей части трубы во время проведения испытаний.

При определении аэродинамических коэффициентов C_x, C_y и m_z силы X и Y относились соответственно к скоростному напору невозмущенного потока $q_\infty = 0{,}5\rho_\infty V_\infty^2$ и площади донного среза модели кругового конуса $S_m = 0{,}0009731$ м^2, а аэродинамический момент M_z, кроме того, еще и к характерному линейному размеру, в качестве которого была выбрана длина модели $L = 0{,}25225$ м. При этом значения коэффициентов m_z вычислялись относительно условного центра масс, расположенного в носике модели ($X_T = 0$).

При обработке результатов испытаний в значения углов атаки α вводились поправки, учитывающие деформацию хвостовой державки под действием аэродинамической нагрузки. При вычислении значений коэффициента осевой силы C_x вводилась поправка на донное давление, т. е. давление на донном срезе модели $p_{\text{дон}}$ приводилось к статическому давлению невозмущенного потока p_∞.

Значения параметров потока, которые реализовывались в рабочей части трубы Т-121 при испытаниях острого кругового конуса, а также значения угла атаки приведены в табл. 9.2.

Таблица 9.2

Параметры потока в рабочей части трубы Т-121

Число M_∞	Давление в форкамере p_0, ата	Температура потока T_0, К	Скоростной напор Q_∞, кГ/м^2	Число $\mathrm{Re}_L \cdot 10^{-6}$	Угол атаки α, град
4,00	1,49	300	1100	1,69	$-4 \div 10$
4,06	10,9	300	7700	13,62	

9.2.3. Локальные аэродинамические характеристики. По найденным расчетным полям газодинамических переменных определялись локальные аэродинамические характеристики конуса: коэффициент давления $c_\mathrm{p} = (p - p_\infty)/q_\infty$; коэффициенты сопротивления трения в радиальном ($c_\mathrm{fr} = \tau_\mathrm{rw}/q_\infty$) и окружном ($c_{\mathrm{f}\theta} = \tau_{\theta\mathrm{w}}/q_\infty$) направлениях.

Поскольку в эксперименте визуализация картины обтекания острого конуса не проводилась, то о структуре поля течения и ее изменении в зависимости от угла α и числа Re можно судить только по результатам расчетов.

На поверхности острого конуса коэффициент давления вдоль его образующей остается постоянным при больших числах Рейнольдса в соответствии с классической постановкой задачи (невязкое течение плюс пограничный слой), однако в потоке вязкого газа его значение может изменяться достаточно сложным образом. В качестве примера на рис. 9.10 показано его распределение в плоскости симметрии тела при $\alpha = 8°$ для разных чисел Re. При этом следует иметь в виду, что на наветренной стороне всюду реализуется однотипная структура — линия растекания, в то время как на подветренной стороне разнотипная — линия стекания в окрестности острой вершины далее вниз по потоку сменяется линией растекания. При наименьшем числе Re значение коэффициента давления примерно в сечении $x = 0{,}6$ на наветренной стороне (линия растекания) и в сечении $x = 0{,}8$ на подветренной стороне (линия растекания) испытывает небольшое повышение, что связано с явлением ламинарно-турбулентного перехода. Различие в положении ламинарно-турбу-

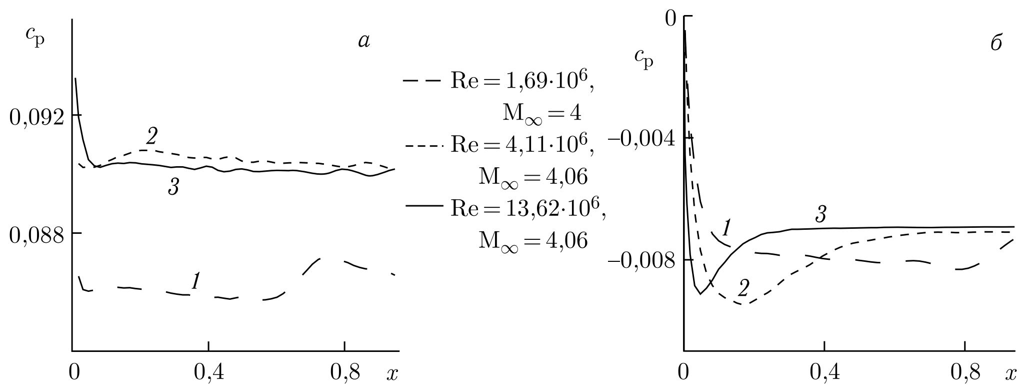


Рис. 9.10. Влияние числа Re на распределение коэффициента давления c_p в плоскости симметрии конуса на наветренной (*а*) и подветренной (*б*) сторонах при угле атаки $\alpha = 8°$ (ламинарно-турбулентное обтекание)

лентного перехода обусловлено влиянием числа Маха на внешней границе пограничного слоя, значение которого на подветренной стороне значительно больше, чем на наветренной стороне конуса. Последующее увеличение числа Re приводит к смещению переходной области к вершине конуса, к постоянству коэффициента давления в продольном направлении и практически к независимости его значения от числа Re.

В поперечном сечении конуса коэффициент давления монотонно уменьшается при переходе с наветренной стороны на подветренную при безотрывном течении и изменяется немонотонным образом при наличии поперечного отрыва. В качестве примера на рис. 9.11 показано его распределение в плоскости донного сечения при $\alpha = 8^\circ$ для разных чисел Re. Можно видеть, что в плоскости симметрии тела значения коэффициента давления достигают локального максимума, минимальное значение наблюдается вне плоскости симметрии на подветренной стороне. При этом влияние числа Re проявляется на наветренной стороне в окрестности плоскости симметрии и на подветренной стороне в окрестности точки поперечного отрыва.

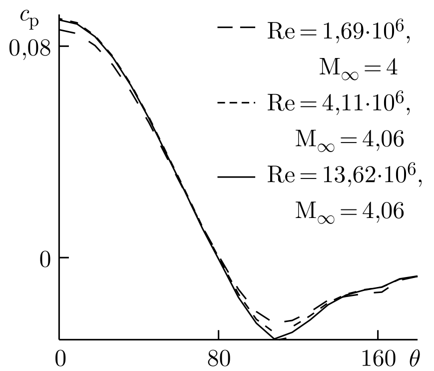


Рис. 9.11. Влияние числа Re на распределение коэффициента давления c_p в поперечном сечении ($x = 1$) острого конуса с теплоизолированной поверхностью при угле атаки $\alpha = 8^\circ$

Понять особенности развития течения в окрестности обтекаемой поверхности помогают распределения окружной и радиальной компонент коэффициента сопротивления трения в поперечном сечении тела, при этом для выделения влияния числа Рейнольдса удобно рассмотреть распределения величин $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ и $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$. В качестве примера на рис. 9.12 и 9.13 показаны влияния числа Re и угла α на распределения указанных величин в донном сечении тела. Согласно этим данным при углах атаки $\alpha \leqslant 4^\circ$ реализуется безотрывное обтекание конуса, а при $\alpha > 4^\circ$ на подветренной стороне наблюдается поперечный отрыв потока. Относительно сильное влияние числа Re на рассматриваемые величины говорит о том, что для исследованного диапазона числа Re в выходном сечении конуса при всех углах атаки реализуется турбулентный режим течения.

9.2.4. Интегральные аэродинамические характеристики. В расчете согласно известным распределениям локальных характеристик по обтекаемой

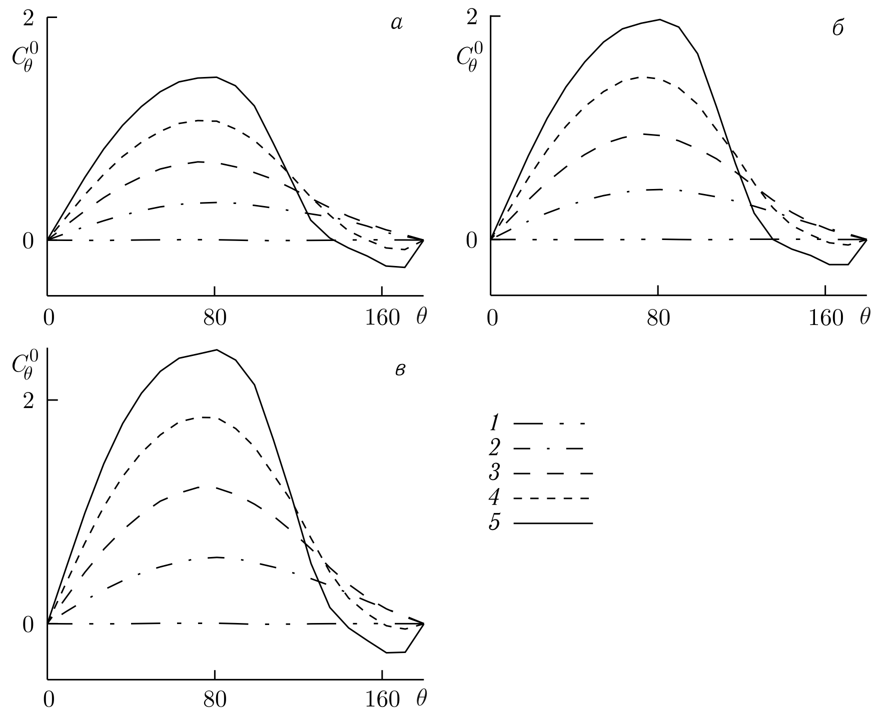


Рис. 9.12. Влияние угла атаки α на распределение окружного коэффициента сопротивления трения $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 1$) конуса: кривые *1*, *2*, *3*, *4*, *5* соответствуют углам атаки $\alpha = 0°, 2°, 4°, 6°, 8°$ (ламинарно-турбулентное обтекание): *а* — $M_\infty = 4$, $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$; *б* — $M_\infty = 4{,}06$, $\mathrm{Re} = 4{,}11 \cdot 10^6$; *в* — $M_\infty = 4{,}06$, $\mathrm{Re} = 13{,}62 \cdot 10^6$

поверхности конуса вычислялись его интегральные аэродинамические характеристики.

Сначала определяются значения осевой T и нормальной N компонент вектора аэродинамической силы

$$T = T_\mathrm{p} + T_\mathrm{F}, \quad N = N_\mathrm{p} + N_\mathrm{F}.$$

Здесь T_p, N_p и T_F, N_F — проекции касательных и нормальных напряжений, приложенных к обтекаемой поверхности конуса, на ось конуса и нормаль к ней в плоскости симметрии течения. Вычисляется также момент M_z аэродинамических сил относительно оси z, ортогональной плоскости симметрии и проходящей через вершину конуса.

По этим силам рассчитывались аэродинамические коэффициенты — коэффициенты осевой C_x и нормальной C_y сил, коэффициент момента m_z:

$$C_x = \frac{T}{q_\infty S_\mathrm{m}} = C_{x\mathrm{p}} + C_{x\mathrm{F}}, \quad C_y = \frac{N}{q_\infty S_\mathrm{m}} = C_{y\mathrm{p}} + C_{y\mathrm{F}}, \quad m_z = \frac{M_z}{q_\infty S_\mathrm{m} L}.$$

Здесь $S_m = \pi R^2$ — площадь миделевого сечения конуса (донного среза).

Результаты расчетов интегральных аэродинамических коэффициентов и сопоставление их с экспериментальными данными показаны на рис. 9.14–9.16. Как и следовало ожидать, изменение числа Рейнольдса наибо-

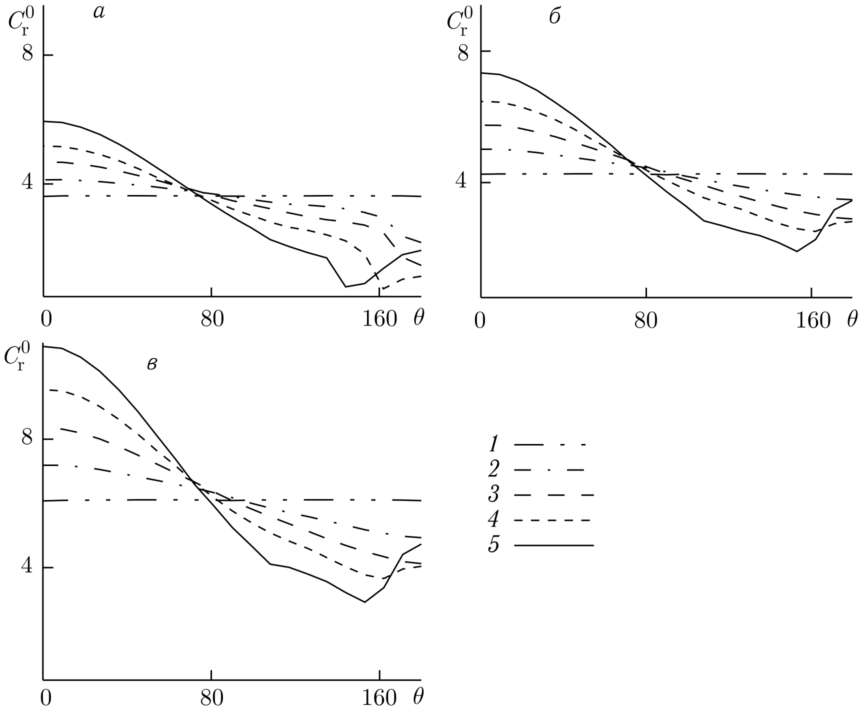


Рис. 9.13. Влияние угла атаки α на распределение радиального коэффициента сопротивления трения $C_{\text{r}}^0 = c_{\text{fr}}\sqrt{\text{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 1$) конуса: *1÷5* — $\alpha = 0°$, $2°$, $4°$, $6°$, $8°$ (ламинарно-турбулентное обтекание): *а* — $\text{M}_\infty = 4$, $\text{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$; *б* — $\text{M}_\infty = 4{,}06$, $\text{Re} = 4{,}11 \cdot 10^6$; *в* — $\text{M}_\infty = 4{,}06$, $\text{Re} = 13{,}62 \cdot 10^6$

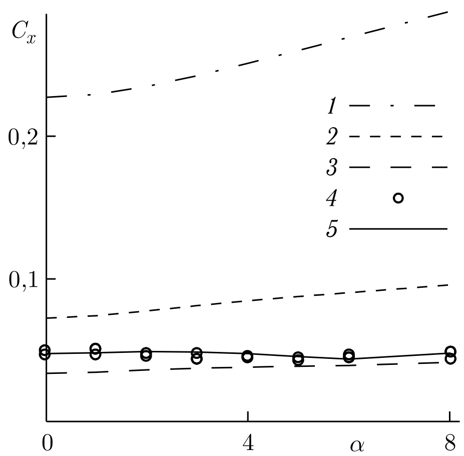


Рис. 9.14. Влияние угла атаки α и числа Рейнольдса Re на коэффициент осевой силы C_x острого конуса с теплоизолированной поверхностью при числе $\text{M}_\infty = 4$: *1÷3* — $\text{Re} = 1{,}69 \cdot 10^4$; $1{,}69 \cdot 10^5$; $1{,}69 \cdot 10^6$ (ламинарное обтекание); *4*, *5* — соответственно экспериментальные и расчетные данные при $\text{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$ (ламинарно-турбулентное обтекание)

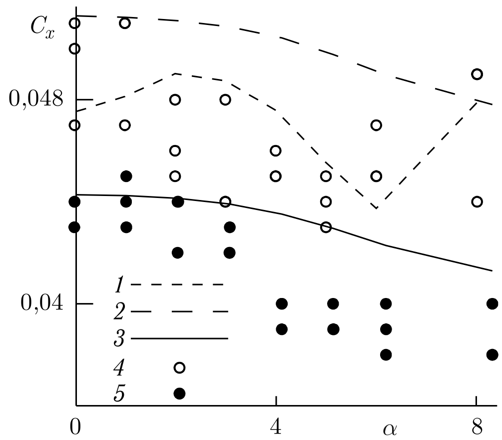


Рис. 9.15. Влияние угла атаки α и числа Рейнольдса Re на коэффициент осевой силы C_x острого конуса с теплоизолированной поверхностью: *1* — $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4$; *2* — $\mathrm{Re} = 4{,}11 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4{,}06$; *3* — $\mathrm{Re} = 13{,}62 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4{,}06$; *4* — экспериментальные данные при $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4$; *5* — экспериментальные данные при $\mathrm{Re} = 13{,}62 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4{,}06$

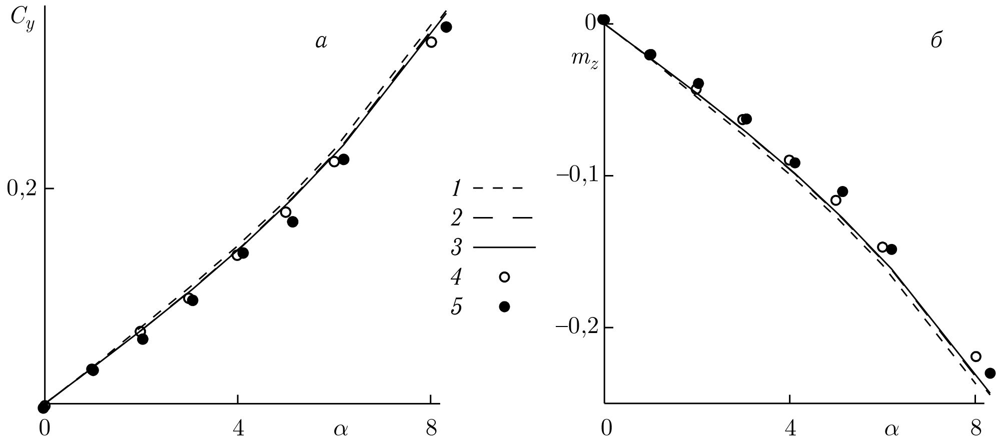


Рис. 9.16. Влияние угла атаки α и числа Рейнольдса Re на коэффициент нормальной силы C_y (*а*) и коэффициент момента m_z (*б*) острого конуса с теплоизолированной поверхностью: *1* — $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4$; *2* — $\mathrm{Re} = 4{,}11 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4{,}06$; *3* — $\mathrm{Re} = 13{,}62 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4{,}06$; *4*, *5* — экспериментальные данные при $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4$ и при $\mathrm{Re} = 13{,}62 \cdot 10^6$, $M_\infty = 4{,}06$ соответственно

лее заметно влияет на поведение коэффициента осевой силы и практически не сказывается на поведении коэффициентов нормальной силы и момента. Экспериментальные данные осевой силы, представленные на рис. 9.14 и 9.15, получены в трех различных пусках.

При ламинарном обтекании конуса коэффициент осевой силы монотонно возрастает по мере увеличения угла α (рис. 9.14), а с ростом числа Re его значения уменьшаются с сохранением монотонной зависимости по углу атаки. При числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$ расчетная зависимость не согласуется с экспериментальной (максимальное различие между ними имеет место при нулевом угле атаки и достигает 50%) и располагается ниже ее. В то же время результаты расчетов по турбулентной модели хорошо согласуются с экспериментальными данными как в качественном, так и в количественном отношениях: максимальное различие между расчетом и экспериментом наблюдается при $\alpha = 3^\circ$ и составляет примерно 14%. В условиях эксперимента это обстоятельство, по-видимому, говорит о наличии ламинарно-турбулентного перехода в поле течения.

При больших числах Рейнольдса изменение коэффициента осевой силы в зависимости от числа Re носит немонотонный характер (рис. 9.15), что связано с формированием областей переходного и турбулентного течений. При наименьшем числе Рейнольдса он в зависимости от угла атаки изменяется немонотонно и результаты расчетов в качественном и количественном отношениях хорошо согласуются с экспериментальными данными. Для промежуточного числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} = 4{,}11 \cdot 10^6$), при котором сформировалась относительно большая область турбулентного течения, коэффициент осевой силы возрастает по сравнению с предыдущим случаем и монотонно уменьшается с ростом α. Переход к наибольшему числу Рейнольдса ($\mathrm{Re} = 13{,}62 \times \times 10^6$) приводит к снижению значения коэффициента осевой силы; при этом сохраняется монотонная зависимость по углу атаки. Расчетная зависимость при малых углах атаки согласуется с экспериментальными данными, но при $\alpha \geqslant 2^\circ$ наблюдается заметное рассогласование данных: расчет дает более высокие значения коэффициента осевой силы по сравнению с экспериментом (максимальное отличие составляет около 10%). Возможно, это различие связано с продольным отрывом пограничного слоя на подветренной стороне при углах атаки $\alpha > \theta_\mathrm{c}$ (в расчете не учитывается донная область).

Изменение числа Рейнольдса в исследованном диапазоне практически не влияет на значения коэффициентов нормальной силы и момента (рис. 9.16): расчетные и экспериментальные зависимости для разных значений числа Рейнольдса почти совпадают и хорошо согласуются друг с другом.

9.3. Семейство острых эллиптических конусов

Как отмечалось выше, верификация метода численного моделирования проведена в [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пафнутьев В.В., 2002], [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пляшечник В.И., 2003] на примерах сверхзвукового обтекания острых круговых конусов, контуры поперечного сечения которых имеют постоянную кривизну. Естественно, возникает вопрос, как работает метод численного моделирования сверхзвукового обтекания заостренных тел, когда кривизна контура поперечного сечения тела является переменной величиной. Выяснению этого вопроса посвящен настоящий раздел, в котором выполнена верификация численного метода на примере сверхзвукового обтекания семейства острых эллиптических конусов с теплоизолированной поверхностью применительно к условиям эксперимента [Jorgensen L.H., 1957], об этом см. также [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пафнутьев В.В., 2009].

9.3.1. Условия эксперимента. В [Jorgensen L. H., 1957] приведены результаты экспериментального исследования аэродинамических характеристик семейства острых эллиптических конусов при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = V_\infty L/\nu_\infty = 8 \cdot 10^6$ и числах Маха $\mathrm{M}_\infty = 1{,}97$ и 2,94 в диапазоне углов атаки $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 16^\circ$. Здесь V_∞ — скорость набегающего потока, ν_∞ — кинематический коэффициент вязкости в набегающем потоке, L — характерный линейный размер (длина модели). Число Рейнольдса достаточно велико, так что в эксперименте реализуется ламинарно-турбулентный режим обтекания.

Поперечное сечение тела представляет собой эллипс с коэффициентом эллиптичности $\delta = b/a$, где a, b — соответственно большая и малая полуоси эллипса. Исследуемое семейство эллиптических конусов ($1/6 \leqslant \delta \leqslant 1$) имеет фиксированную площадь донного среза $L/d_* = 3{,}67$, где $d_* = 2\sqrt{ab} = 2a\sqrt{\delta}$ — эквивалентный диаметр донного среза. Иными словами рассматривается семейство конусов равного объема. Поэтому углы полураствора конуса в плоскостях большой и малой полуосей являются переменными величинами и определяются соотношениями $\operatorname{tg}\theta_\mathrm{c} = a/L = 0{,}13624/\sqrt{\delta}$ и $\operatorname{tg}\theta_\mathrm{c2} = b/L = 0{,}13624\sqrt{\delta}$ соответственно, т. е. с уменьшением коэффициента эллиптичности полуугол раствора конуса в плоскости большой полуоси возрастает, а в плоскости малой полуоси уменьшается. В частности, для конусов с $\delta = 1$, 2/3, 1/3, 1/6 имеем $\theta_\mathrm{c} = 7{,}7^\circ$, $9{,}5^\circ$, $13{,}3^\circ$, $18{,}5^\circ$ и $\theta_\mathrm{c2} = 7{,}7^\circ$, $6{,}4^\circ$, $4{,}5^\circ$, $3{,}2^\circ$ соответственно.

9.3.2. Условия расчета. На основе численного интегрирования уравнений Рейнольдса согласно методике [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пляшечник В.И., 2003] в предположении Буссинеска о рейнольдсовых напряжениях с использованием двухпараметрической дифференциальной q–ω модели турбулентности [Huang P.G., Coakley T.J., 1993] смоделировано сверхзвуковое обтекание семейства острых эллиптических конусов длиною L под углом атаки α, который располагается в плоскости малой полуоси (рис. 9.17). При этом длина L принимается в качестве характерного линейного размера. Выходная граница расчетной области попадает на острую кромку донного среза, так что течение в ближнем следе за конусом не определяется. Такой подход к задаче соответствует рассмотрению обтекания полубесконечного конуса.

При численном моделировании движущаяся среда рассматривается как совершенный газ с показателем адиабаты $\gamma = 1{,}4$, числом Прандтля $\mathrm{Pr} = 0{,}7$ и динамическим коэффициентом вязкости, зависящим только от температуры

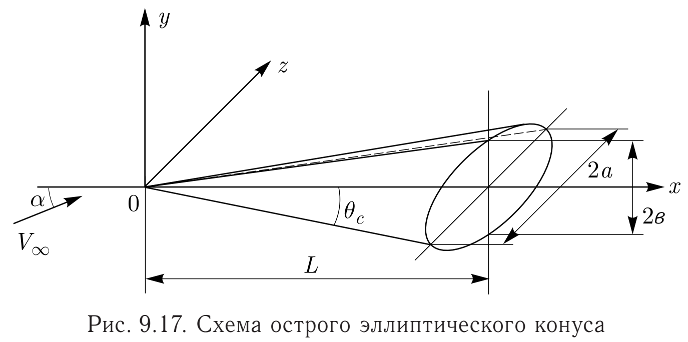


Рис. 9.17. Схема острого эллиптического конуса

($\mu/\mu_\infty = (T/T_\infty)^\omega$, $\omega = 0{,}7$). В предположении симметричности течения относительно вертикальной плоскости расчет проводится для одной половины поля течения на неравномерной сетке $41 \times 101 \times 81$ (в продольном, нормальном и окружном направлениях соответственно). При этом предполагается, что обтекаемая поверхность конуса является теплоизолированной.

Для рассматриваемого семейства эллиптических конусов с теплоизолированной поверхностью применительно к условиям эксперимента [Jorgensen L.H., 1957] выполнены две серии расчетов при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = 8 \cdot 10^6$ с заданием следующих значений параметров турбулентности в набегающем потоке: $q_\infty = q^*_\infty/V_\infty = 0{,}003$ и $\omega_\infty = \omega^*_\infty L/V_\infty = 1$.

В первой серии расчетов изучено обтекание эллиптических конусов сверхзвуковым потоком ($\mathrm{M}_\infty = 1{,}97$ и $2{,}94$) под нулевым углом атаки, а во второй серии расчетов рассмотрено сверхзвуковое обтекание эллиптических конусов под углом атаки $0 < \alpha \leqslant 16^\circ$ при числе $\mathrm{M}_\infty = 2{,}94$.

В результате численного анализа уравнений Рейнольдса определялись поля газодинамических переменных около рассматриваемого конуса, по которым вычислялись его локальные аэродинамические характеристики: коэффициент давления $c_\mathrm{p} = (p - p_\infty)/q_\infty$, коэффициенты сопротивления трения в радиальном ($c_\mathrm{fr} = \tau_\mathrm{rw}/q_\infty$) и окружном ($c_{\mathrm{f}\theta} = \tau_{\theta\mathrm{w}}/q_\infty$) направлениях. Здесь $q_\infty = 0{,}5\rho_\infty V_\infty^2$ — скоростной напор набегающего потока.

Исходя из известных распределений локальных характеристик по обтекаемой поверхности конуса рассчитывались его интегральные аэродинамические характеристики. Сначала определялись осевая T и нормальная N компоненты вектора аэродинамической силы

$$T = T_\mathrm{p} + T_\mathrm{F}, \quad N = N_\mathrm{p} + N_\mathrm{F}.$$

Здесь T_p, N_p и T_F, N_F — проекции касательных и нормальных напряжений, приложенных к обтекаемой поверхности конуса, на ось конуса и нормаль к ней в плоскости симметрии течения. Вычислялся также момент M_z аэродинамических сил относительно оси z, ортогональной плоскости симметрии и проходящей через вершину конуса. По этим силам рассчитывались аэродинамические коэффициенты осевой C_x и нормальной C_y сил и момента m_z:

$$C_x = \frac{T}{q_\infty S_\mathrm{m}} = C_{x\mathrm{p}} + C_{x\mathrm{F}}, \quad C_y = \frac{N}{q_\infty S_\mathrm{m}} = C_{y\mathrm{p}} + C_{y\mathrm{F}}, \quad m_z = \frac{M_z}{q_\infty S_\mathrm{m} L}.$$

Здесь $S_m = \pi ab$ — площадь донного среза конуса (площадь миделя). С помощью указанных аэродинамических коэффициентов вычислялись коэффициенты подъемной силы $C_{y\mathrm{a}}$ и аэродинамического сопротивления $C_{x\mathrm{a}}$ и аэродинамическое качество K конуса по соотношениям

$$C_{y\mathrm{a}} = C_y \cos\alpha - C_x \sin\alpha, \quad C_{x\mathrm{a}} = C_x \cos\alpha + C_y \sin\alpha, \quad K = \frac{C_{y\mathrm{a}}}{C_{x\mathrm{a}}}.$$

9.3.3. Нулевой угол атаки. Согласно результатам расчетов при нулевом угле атаки обтекание эллиптического конуса происходит без отрыва потока. При этом поле течения около кругового конуса ($\delta = 1$) является осесимметричным, а около эллиптических конусов ($\delta < 1$) — существенно пространственным, когда на поверхности тела в плоскости большой полуоси располагаются линии растекания, а в плоскости малой полуоси — линии стекания. Иными словами, в первом случае движение газа происходит в продольном направлении, а во втором случае наряду с продольным течением имеет место и поперечное течение, которое направлено от линии растекания к линии стекания.

Поведение местных аэродинамических характеристик конусов при числах $M_\infty = 1{,}97$ и 2,94 в качественном отношении однотипно, поэтому ограничимся рассмотрением их при числе $M_\infty = 1{,}97$.

Влияние формы поперечного сечения рассматриваемого семейства конусов на распределение коэффициента давления вдоль линий растекания и стекания показано на рис. 9.18. Можно видеть, что на поверхности конуса коэффициент давления в продольном направлении близок к постоянной величине. Уменьшение коэффициента эллиптичности приводит к повышению давления на линии растекания и понижению давления на линии стекания и, следовательно, к усилению неравномерности в распределении коэффициента давления в поперечном сечении конуса.

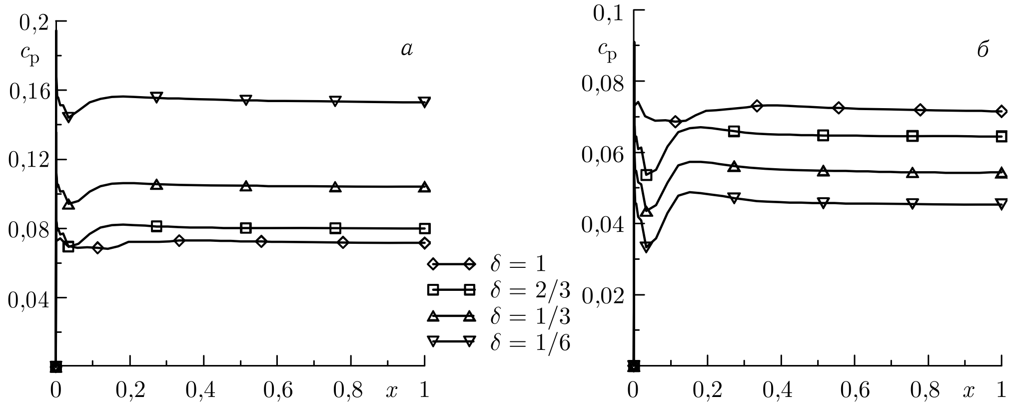


Рис. 9.18. Распределения коэффициента давления c_p на линиях растекания (*а*) и стекания (*б*) эллиптических конусов при нулевом угле атаки ($M_\infty = 1{,}97$, $\mathrm{Re} = 8 \cdot 10^6$); $x = x^*/L$ — безразмерное расстояние, отсчитываемое от острой вершины конуса вдоль его оси

Сопоставление распределений коэффициента давления в донном сечении конусов с $\delta = 1/3$ и $1/6$ с экспериментальными данными [Jorgensen L.H., 1957] приведено на рис. 9.19 и указывает на хорошее согласование расчета с экспериментом.

Распределения продольной компоненты коэффициента сопротивления трения на линиях растекания и стекания приведены на рис. 9.20. Согласно расчетам ламинарно-турбулентный переход (ЛТП) на всех конусах наблюдается в некоторой окрестности острой вершины тела, так что на большей части обтекаемой поверхности имеет место развитой турбулентный режим течения в пограничном слое.

Насколько корректно предсказывает использованная модель турбулентности положение ЛТП в пограничном слое, можно судить по поведению

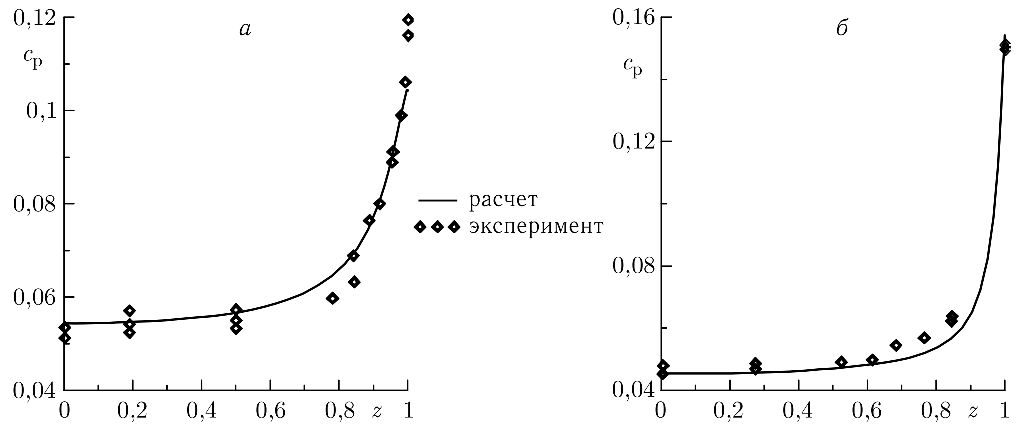


Рис. 9.19. Сравнение расчетных и экспериментальных распределений коэффициента давления c_p в миделевом сечении эллиптического конуса ($M_\infty = 1{,}97$, $Re = 8 \cdot 10^6$): $\delta = 1/3$ (*а*); $\delta = 1/6$ (*б*); $z = z^*/z^*_{max}$

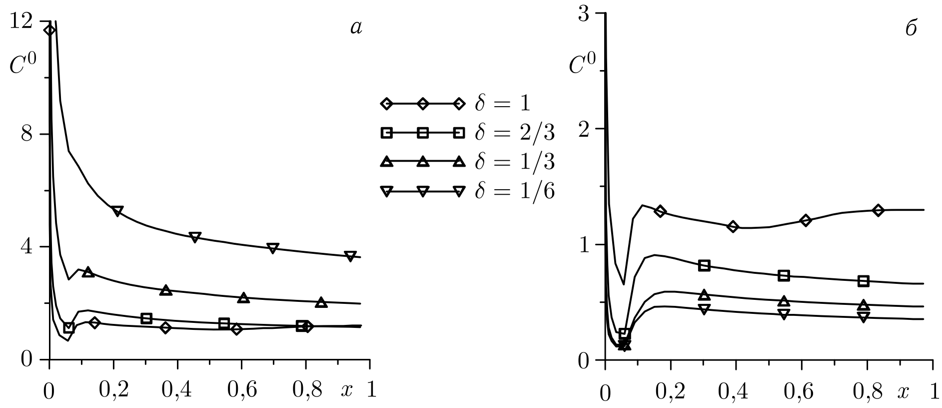


Рис. 9.20. Распределения величины $C^0 = c_{fr}\sqrt{Re}$ на линиях растекания (*а*) и стекания (*б*) эллиптических конусов при нулевом угле атаки ($M_\infty = 1{,}97$, $Re = 8 \cdot 10^6$); $x = x^*/L$ — безразмерное расстояние, отсчитываемое от острой вершины конуса вдоль его оси

интегральных аэродинамических характеристик эллиптических конусов. На рис. 9.21 показано сравнение экспериментальных [Jorgensen L.H., 1957] и расчетных данных по коэффициентам сопротивления давления и аэродинамического сопротивления для обоих чисел Маха.

Согласно приведенным результатам для рассматриваемого семейства эллиптических конусов при заданных условиях обтекания силы трения играют заметную роль в создании аэродинамического сопротивления. Расчетные и экспериментальные данные по коэффициенту сопротивления давления хорошо согласуются между собой. В то же время результаты расчетов коэффициентов аэродинамического сопротивления конусов согласуются в качественном отношении с экспериментальными данными, но превышают их в количественном отношении. При этом максимальное различие между ними наблюдается для кругового конуса при числе $M_\infty = 1{,}97$ и достигает

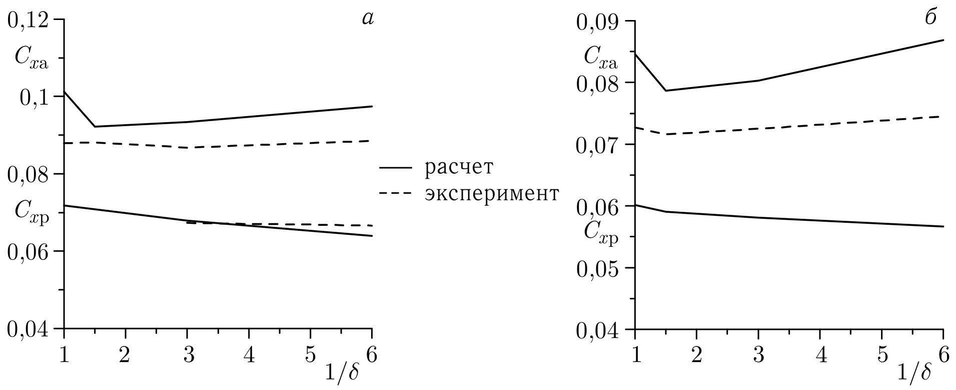


Рис. 9.21. Коэффициенты сопротивления давления $C_{x\mathrm{p}}$ и аэродинамического сопротивления $C_{x\mathrm{a}}$ острых эллиптических конусов при нулевом угле атаки и числах $\mathrm{M}_\infty = 1{,}97$ (*а*) и 2,94 (*б*) ($\mathrm{Re} = 8 \cdot 10^6$)

15 %. Отметим, что расчетные данные для кругового конуса, около которого течение осесимметрично, были получены по двум различным программам — трехмерной и двухмерной. Результаты этих расчетов несколько различаются по локальным характеристикам (использование трехмерной программы приводит к слабому нарушению осесимметричности поля течения) и полностью совпадают по интегральным характеристикам. Следовательно, наблюдаемое различие между расчетом и экспериментом связано с определением силы сопротивления трения, значение которой определяется положением ЛТП в пограничном слое. В пользу этого говорит следующее обстоятельство.

При числе $\mathrm{M}_\infty = 1{,}97$ согласно расчетам область переходного течения на наветренной стороне конуса (рис. 9.20, *а*) располагается в пределах $0{,}05 \leqslant \Delta x_{\mathrm{tr}} \leqslant 0{,}1$ и слабо изменяется в зависимости от коэффициента эллиптичности и угла атаки. В [Jorgensen L.H., 1957] положение точки перехода определялось экспериментально методом сублимирующего покрытия, и в качестве примера приведены снимки модели для угла атаки $\alpha = 15^\circ$ при числе $\mathrm{M}_\infty = 1{,}97$ для конусов с коэффициентами эллиптичности $\delta = 1,\ 2/3,\ 1/3$; согласно этим снимкам точки перехода на поверхности указанных конусов располагаются в сечениях $x \approx 0{,}31$; 0,1; 0,23 соответственно. Если допустить, что эта картина качественно сохраняется и для нулевого угла атаки, то становится понятным, что наибольшее различие между расчетом и экспериментом (примерно 15 %) имеет место для кругового конуса, а наименьшее различие (примерно 4 %) — для эллиптического конуса с $\delta = 2/3$.

9.3.4. Ненулевой угол атаки. При наличии угла атаки обтекание всех эллиптических конусов ($\delta \leqslant 1$) является существенно пространственным, причем для углов атаки $\alpha \leqslant \alpha_{\mathrm{S}}$ течение около конуса безотрывное, а при $\alpha > \alpha_{\mathrm{S}}$ на подветренной стороне конуса наблюдается поперечный отрыв потока. Здесь α_{S} — угол атаки, при котором на подветренной стороне тела впервые зарождается поперечный отрыв потока; значение этого угла атаки зависит от определяющих параметров задачи. Так, например, для кругового конуса при рассматриваемых условиях обтекания угол $\alpha_{\mathrm{S}} \approx 8^\circ$, и его значение снижается по мере уменьшения коэффициента эллиптичности. При безотрывном обтекании конуса на его подветренной стороне в плоскости симметрии течения располагается линия стекания. При наличии на подветренной стороне поперечного отрыва линия стекания заменяется линией растекания. На это изменение структуры поля течения различные локальные характеристики, как будет показано ниже, реагируют по-разному.

Влияние угла атаки на поведение c_p для всех конусов в качественном отношении одинаково — увеличение угла атаки приводит к монотонному возрастанию коэффициента давления на наветренной стороне и к монотонному уменьшению его на подветренной стороне. В качестве примера на рис. 9.22 показано распределение коэффициента давления в плоскости симметрии течения для эллиптического конуса с $\delta = 1/6$. При этом в фиксированном меридиональном сечении конуса значение c_p для $x > 0{,}1$ практически остается постоянным в продольном направлении как на наветренной, так и на подветренной сторонах конуса.

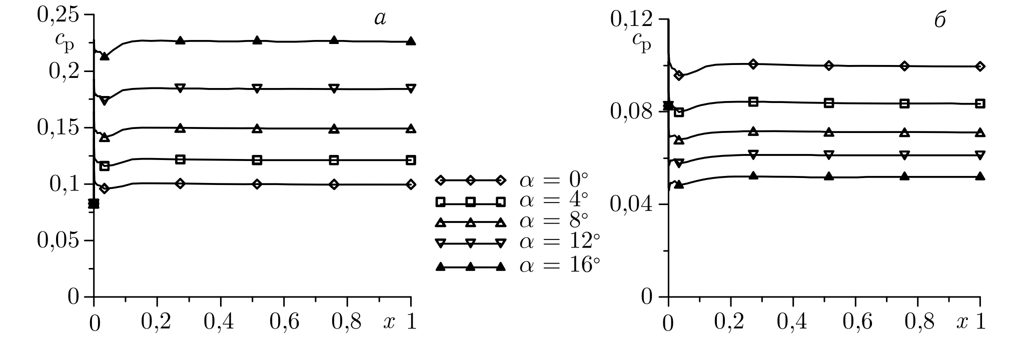


Рис. 9.22. Влияние угла атаки на поведение коэффициента давления c_p в плоскости симметрии течения на наветренной (a) и подветренной ($б$) поверхностях эллиптического конуса ($\delta = 1/6$, $\mathrm{M}_\infty = 2{,}94$, $\mathrm{Re} = 8 \cdot 10^6$); $x = x^*/L$ — безразмерное расстояние, отсчитываемое от острой вершины конуса вдоль его оси

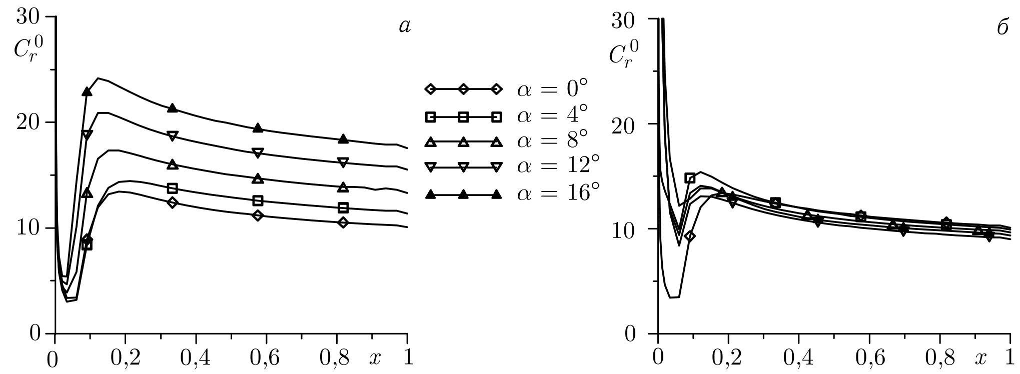


Рис. 9.23. Влияние угла атаки α на поведение величины $C^0 = c_\mathrm{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в плоскости симметрии течения на наветренной (a) и подветренной ($б$) поверхностях эллиптического конуса ($\delta = 1/6$, $\mathrm{M}_\infty = 2{,}94$, $\mathrm{Re} = 8 \cdot 10^6$); $x = x^*/L$ — безразмерное расстояние, отсчитываемое от острой вершины конуса вдоль его оси

Анализ результатов расчетов показал, что при всех углах атаки у рассматриваемых конусов ЛТП наблюдается вблизи острой вершины и при $x > 0{,}2$ в пограничном слое реализуется развитой турбулентный режим течения. Об этом можно судить по рис. 9.23, на котором показано поведение продольного коэффициента сопротивления трения в плоскости симметрии течения на поверхности эллиптического конуса с $\delta = 1/6$.

Как отмечалось выше, в рассматриваемой плоскости симметрии на поверхности эллиптического конуса при нулевом угле атаки располагаются линии стекания. Стартуя с одинаковых условий, продольный коэффициент сопротивления трения в зависимости от угла атаки изменяется по-разному на наветренной и подветренной сторонах конуса. С ростом угла атаки он на наветренной стороне монотонно увеличивается, а на большей части подветренной стороны изменяется незначительно, располагаясь в довольно узкой полосе. Связано это с изменением структуры поля течения, что приводит к замене линии стекания линией растекания, и давления на поверхности конуса. На наветренной оба фактора работают в одном направлении, на подветренной — в противоположных направлениях.

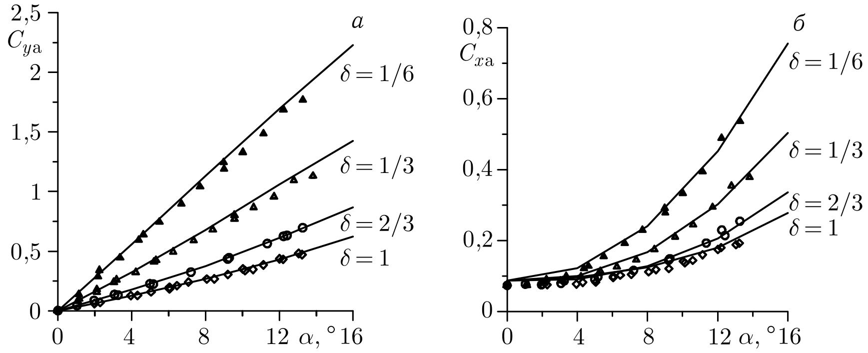


Рис. 9.24. Влияние угла атаки α на коэффициент подъемной силы C_{ya} (*а*) и коэффициент аэродинамического сопротивления C_{xa} (*б*) острых эллиптических конусов ($\mathrm{M}_\infty = 2{,}94$, $\mathrm{Re} = 8 \cdot 10^6$): линии — расчет, символы — эксперимент

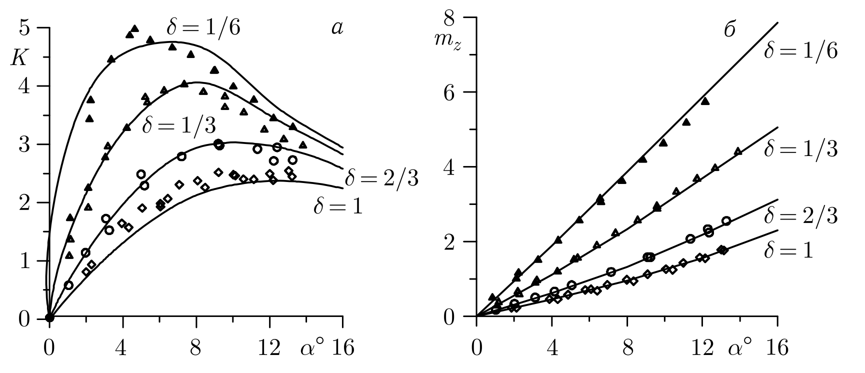


Рис. 9.25. Влияние угла атаки α на аэродинамическое качество K (*а*) и коэффициент момента m_z (*б*) острых эллиптических конусов ($\mathrm{M}_\infty = 2{,}94$, $\mathrm{Re} = 8 \cdot 10^6$): линии — расчет, символы — эксперимент

Результаты расчетов интегральных характеристик эллиптических конусов при числе $M_\infty = 2{,}94$ сопоставляются с соответствующими экспериментальными данными работы [Jorgensen L.H., 1957] (рис. 9.24 и 9.25). Можно видеть, что по всем рассматриваемым характеристикам в целом расчет хорошо согласуется с экспериментом. Отметим, что при фиксированном угле атаки эллиптический конус по сравнению с круговым обеспечивает более высокие значения аэродинамических характеристик.

Заключение

На примере обтекания острых круговых и эллиптических конусов сверхзвуковым потоком совершенного газа под малыми и умеренными углами атаки при больших числах Рейнольдса проведена верификация метода численного моделирования на основе уравнений Навье–Стокса и уравнений Рейнольдса с использованием дифференциальной двухпараметрической q–ω модели турбулентности. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по поведению локальных и интегральных аэродинамических характеристик в зависимости от угла атаки и числа Рейнольдса показало в целом хорошее согласование их между собой. Наибольшее различие между расчетом и экспериментом наблюдается для коэффициента аэродинамического сопротивления конусов под нулевым углом атаки, когда в пограничном слое реализуется ламинарно-турбулентный режим течения, и связано с разным положением точки ламинарно-турбулентного перехода на обтекаемой поверхности в условиях расчета и эксперимента. Согласно приведенным результатам разработанный метод численного моделирования позволяет получать надежные данные по структуре поля течения и аэродинамическим характеристикам конических тел, если условия расчета и эксперимента одинаковы.

Глава 10

ОСТРЫЙ КРУГОВОЙ КОНУС В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОГО СОВЕРШЕННОГО ГАЗА

Острые круговые конусы являются телами наиболее простой конфигурации, поверхность которых описывается аналитическими формулами; вследствие этого при численном анализе уравнений Навье–Стокса не возникает особых проблем с вычислением метрических коэффициентов и построением расчетной сетки. Кроме того, острые круговые конусы часто используются в качестве элемента сверхзвукового летательного аппарата, поэтому их обтекание изучено теоретически и экспериментально в достаточно широком диапазоне изменения определяющих параметров задачи. Результаты этих исследований обобщены в ряде работ (см., например, [Башкин В.А., 1984], [Башкин В.А., Дудин Г.Н., 2000]).

Согласно этим исследованиям при больших числах Рейнольдса структура поля течения около кругового конуса, установленного под углом атаки в сверхзвуковом потоке, определяется в основном углом атаки.

При малых углах атаки ($\alpha/\theta_к \leqslant 0{,}8$) как на наветренной, так и на подветренной сторонах конуса течение газа в пограничном слое является безотрывным. При этом в плоскости симметрии течения на наветренной стороне конуса располагается линия растекания, а на подветренной стороне — линия стекания; на этих линиях в поперечном сечении конуса давление принимает экстремальные значения: максимум на линии растекания и минимум на линии стекания. Следовательно, поперечное течение в пограничном слое происходит от линии растекания к линии стекания. Согласно распределению давления область вязко-невязкого взаимодействия располагается в некоторой окрестности вершины конуса: ее протяженность минимальна на линии растекания, возрастает по мере отхода от нее и принимает наибольшие размеры на линии стекания. Поэтому на этих режимах обтекания может использоваться классическая постановка задачи.

При умеренных углах атаки ($0{,}8 < \alpha/\theta_к \leqslant 2$) на подветренной стороне конуса наблюдается поперечный отрыв пограничного слоя. При этом в некоторой окрестности вершины течение безотрывно и в плоскости симметрии располагается линия стекания. Далее вниз по потоку давление увеличивается и линия стекания сменяется линией растекания; минимум давления в поперечном сечении конуса смещается с плоскости симметрии на его боковую сторону. В этих случаях классическая постановка задачи сохраняет силу на наветренной стороне конуса и становится некорректной на подветренной стороне.

При больших углах атаки ($\alpha/\theta_к > 2$) на подветренной стороне конуса формируется обширная зона отрывного течения. Согласно эксперименту при числе $M_\infty = 1{,}8$ [Peake D.J., Owen F.K., Higuchi H., 1978] наблюдаются симметричный отрыв потока при углах атаки $\alpha/\theta_к \leqslant 3{,}2$, что обусловливает симметричность обтекания конуса, и несимметричный отрыв потока при углах атаки $\alpha/\theta_к > 3{,}2$, что вызывает несимметричность течения газа около конуса и появление боковой силы. При этом с ростом числа Маха предельное значение угла атаки увеличивается, и при числах Маха $M_\infty > 3$ несимметричный отрыв наблюдается при углах атаки $\alpha/\theta_к > 5$.

В рамках классической постановки задачи внешнее невязкое течение около кругового конуса при малых и умеренных углах атаки является коническим, а решение уравнений пространственного ламинарного пограничного слоя при определенных условиях является автомодельным и сводится к интегрированию системы двухмерных уравнений параболического типа. Их численный анализ начинается с линии растекания, расположенной в плоскости симметрии на наветренной стороне конуса, и проводится по окружной координате вплоть до линии стекания.

Поскольку классические уравнения пограничного слоя не позволяют корректно описать течение на подветренной стороне конуса, то для решения задачи часто используются модифицированные уравнения пограничного слоя, в которых учитываются влияния центробежных сил и диффузии в окружном направлении (см., например, [Lin T.C., Rubin S.G., 1973]). Влияние этих дополнительных членов мало́ на линии растекания и на наветренной стороне и становится существенным на подветренной стороне конуса, в особенности в окрестности точки отрыва пограничного слоя. Применение этого подхода позволяет получить корректное решение задачи при малых и умеренных углах атаки, а результаты расчетов достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Естественно, что в рамках механики сплошной среды наиболее достоверная информация об аэродинамических характеристиках острых круговых конусов может быть получена путем численного моделирования на основе уравнений Навье–Стокса или уравнений Рейнольдса. С помощью программного комплекса, реализующего метод численного моделирования, описанный выше в гл. 8 и верифицированный в гл. 9, выполнены обширные расчеты сверхзвукового обтекания тонкого кругового конуса с целью изучить влияние параметров подобия на структуру поля течения и его аэродинамические характеристики. Ниже обсуждаются результаты этих параметрических расчетов.

10.1. Условия расчета

Расчеты обтекания тонкого кругового конуса с углом полураствора $\theta_к = 4^\circ$ и конечной длиной L, которая принималась в качестве характерного линейного размера, проведены в предположении о симметрии поля течения относительно вертикальной плоскости (см. рис. 9.9). Выходная граница расчетной области попадала на острую кромку донного среза, так что течение в ближнем следе за конусом не рассматривалось. Такой подход к задаче соответствует рассмотрению обтекания полубесконечного конуса.

В силу многопараметричности рассматриваемой задачи расчеты проведены в ограниченном, но достаточно широком диапазоне изменения параметров подобия; они подразделяются на следующие группы.

10.1.1. Число Маха $\mathrm{M}_\infty = 4$. В силу симметрии численное интегрирование уравнений динамики вязкого газа проведено на неравномерной сетке размером $65 \times 61 \times 21$ (в продольном, нормальном и окружном направлениях соответственно) для одной половины поля течения с граничными условиями симметрии в вертикальной плоскости.

Расчеты выполнены при числах $\mathrm{Re} = \rho_\infty V_\infty L/\mu_\infty = 1{,}69 \cdot 10^4$, $1{,}69 \cdot 10^5$, $1{,}69 \cdot 10^6$ и углах атаки $\alpha = 0°$, $1°$, $2°$, $3°$, $4°$, $5°$, $6°$ и $8°$ для ламинарного режима течения. С точки зрения теплообмена на обтекаемой поверхности рассмотрены два случая: 1) теплоизолированная ($\partial T/\partial n = 0$, отсутствие теплообмена, адиабатическое течение в целом); 2) изотермическая с температурным фактором $T_{\mathrm{w}0} = T_{\mathrm{w}}/T_0 = 0{,}5$ (умеренный теплообмен). Цель исследования — изучить влияние указанных определяющих параметров задачи на структуру поля течения и аэродинамические характеристики тонкого конуса. Основные результаты этого исследования опубликованы в [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пафнутьев В.В, 2003].

10.1.2. Число Маха $\mathrm{M}_\infty = 5$. При этом числе Маха расчеты для ламинарного обтекания конуса проводились на неравномерной сетке $41 \times 101 \times 101$, а для ламинарно-турбулентного обтекания — на неравномерной сетке $41 \times 81 \times 71$.

Выполнены две серии расчетов.

В первой серии расчетов исследовано влияние угла атаки ($0° \leqslant \alpha \leqslant 20°$) на структуру поля течения и аэродинамические характеристики тонкого конуса при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ для двух чисел Рейнольдса: $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание) и $\mathrm{Re} = 10^7$ (ламинарно-турбулентное обтекание).

Во второй серии расчетов изучено влияние числа Рейнольдса ($10^4 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^8$) при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ и фиксированном угле атаки $\alpha = 8°$. При этом численное моделирование обтекания тонкого конуса проводилось на основе уравнений Навье–Стокса при числах $10^4 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^6$ и на основе уравнений Рейнольдса при числах $10^6 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^8$.

Результаты этого исследования опубликованы в [Башкин В.А., Егоров И.В., Пафнутьев В.В., 2005].

10.1.3. Прочие числа Маха. В этой серии расчетов исследовано совместное влияние числа Маха ($3 \leqslant \mathrm{M}_\infty \leqslant 10$) и угла атаки ($0° \leqslant \alpha \leqslant 20°$) для двух чисел Рейнольдса: $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание) и $\mathrm{Re} = 10^7$ (ламинарно-турбулентное обтекание). При численном моделировании использовалась такая же расчетная сетка, что и в 10.1.2.

10.2. Тонкий острый круговой конус при числе $M_\infty = 4$

В разд. 9.2 рассматривалось влияние угла атаки на структуру поля течения и на поведение аэродинамических характеристик тонкого конуса с теплоизолированной поверхностью при числе $M_\infty = 4$; при этом расчеты выполнены применительно к условиям аэродинамического эксперимента. Ниже обсуждаются результаты параметрических расчетов обтекания тонкого конуса для указанного числа Маха.

10.2.1. Структура поля течения. При сверхзвуковом обтекании острого конуса под углом атаки все изменения в структуре поля течения обусловлены особенностями развития поперечного течения. Поэтому наиболее наглядное представление о структуре поля течения дают картины линий тока поперечного течения в различных сечениях тела. С помощью построения соответствующих картин линий тока можно наглядно проследить влияние определяющих параметров на структуру поля поперечного течения. При этом отметим, что на подветренной стороне конуса отрывное течение занимает сравнительно небольшую область; поэтому на приведенных ниже рисунках построены картины линий тока только в некоторой окрестности обтекаемой поверхности. Поскольку при рассматриваемых числах Re изменение температурного фактора сравнительно слабо влияет на структуру поля течения, то ниже иллюстративный материал приводится только для теплоизолированной поверхности.

В фиксированном сечении конуса с увеличением угла атаки возрастает интенсивность поперечного течения (рис. 10.1). При этом формирование и развитие отрывного течения на подветренной стороне тела наблюдается при углах атаки $\alpha \geqslant 4^\circ$. Изменение числа Re влияет на характеристики отрывного течения в рассматриваемом сечении (рис. 10.2): при наименьшем числе Re практически наблюдается зарождение отрывного течения — точка поперечного отрыва располагается на подветренной стороне вблизи плоскости симметрии. Увеличение числа Re приводит к смещению точки отрыва вверх по поперечному течению, возрастанию геометрических размеров отрывной зоны и максимальной скорости в ней.

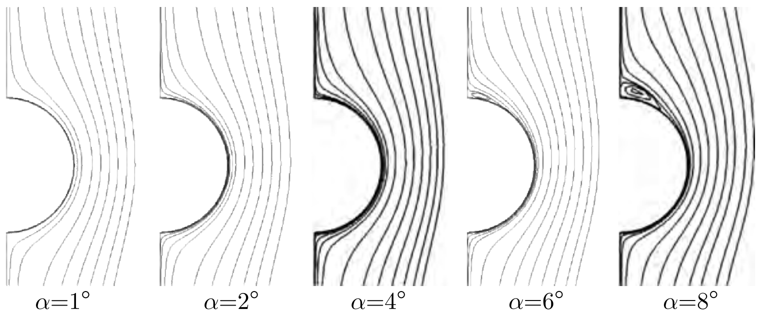
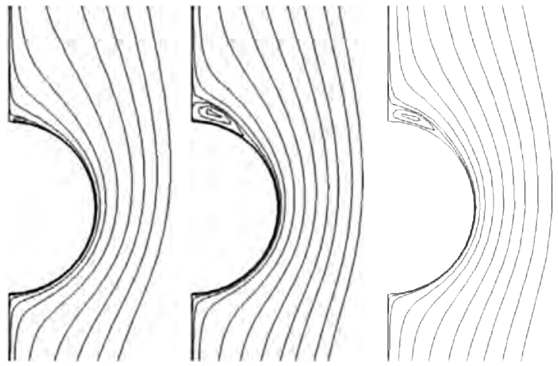
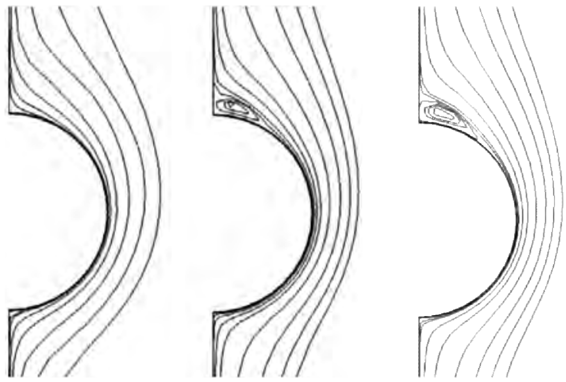


Рис. 10.1. Влияние угла атаки α на структуру поперечного течения в сечении $\xi = x = 1$ острого конуса с теплоизолированной поверхностью при числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^5$



$\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^4$ $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^5$ $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$

Рис. 10.2. Влияние числа Re на структуру поперечного течения в сечении $\xi = x = 1$ острого конуса с теплоизолированной поверхностью при угле атаки $\alpha = 8^\circ$



$\xi = 0{,}047$ $\xi = 0{,}498$ $\xi = 1$

Рис. 10.3. Структура поперечного течения в различных сечениях острого конуса с теплоизолированной поверхностью при угле атаки $\alpha = 8^\circ$ и числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^5$

Структура поперечного течения зависит от рассматриваемого сечения $\xi = \mathrm{const}$ острого конуса. В некоторой окрестности его вершины, протяженность которой зависит от числа Re, роль вязких сил велика во всем поле течения и, следовательно, поперечное течение является безотрывным. Далее вниз по потоку постепенно формируется и развивается отрывное течение. Особенности перехода от безотрывного течения к отрывному при фиксированном числе M_∞ и температурном факторе обтекаемой поверхности зависят от угла атаки и числа Re. В качестве примера на рис. 10.3 показано развитие поперечного течения в различных сечениях конуса при числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^5$ и угле атаки $\alpha = 8^\circ$.

10.2.2. Местные аэродинамические характеристики. Изучение местных аэродинамических характеристик конуса начнем с рассмотрения поведения коэффициента давления $c_\mathrm{p} = (p - p_\infty)/q_\infty$, где $q_\infty = 0{,}5\rho_\infty V_\infty^2$ — скоростной напор набегающего потока. При анализе поведения коэффициента давления использованы также результаты расчетов в рамках теории невязкого совершенного газа, предоставленные Нерсесовым Г.Г. и полученные численным методом, изложенным в [Бабенко К.И., Воскресенский Г.П., Любимов А.И., Русанов В.В., 1964].

Поскольку рассматриваемая задача является многопараметрической, то влияние определяющих параметров задачи на поведение коэффициента давления иллюстрируется на некоторых частных примерах: влияние угла атаки при фиксированном значении числа Re на распределение c_p в плоскости симметрии конуса показано на рис. 10.4, а на распределение c_p в поперечном сечении тела — на рис. 10.5; влияние числа Re при фиксированном значении угла атаки на распределение c_p в плоскости симметрии конуса показано на рис. 10.6, а на распределение c_p в поперечном сечении тела — на рис. 10.7.

В плоскости симметрии течения наибольшие значения c_p наблюдаются в окрестности острой вершины конуса; далее вниз по потоку коэффициент давления уменьшается и принимает почти постоянное значение в кормовой

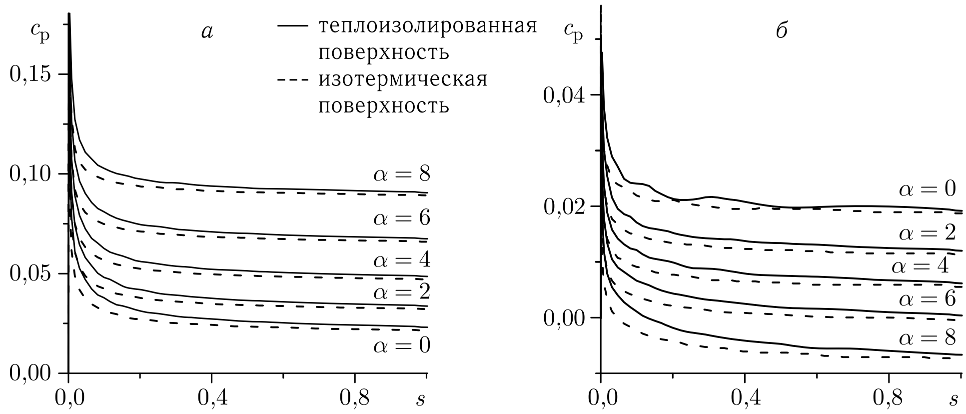


Рис. 10.4. Влияние угла атаки на распределение коэффициента давления c_p в плоскости симметрии конуса на наветренной (*а*) и подветренной (*б*) сторонах при числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^5$; координата $s = x = x^*/L$

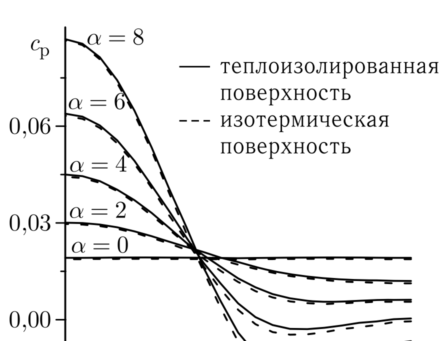


Рис. 10.5. Влияние угла атаки на распределение коэффициента давления c_p в поперечном ($x = 1$) сечении конуса при числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^5$

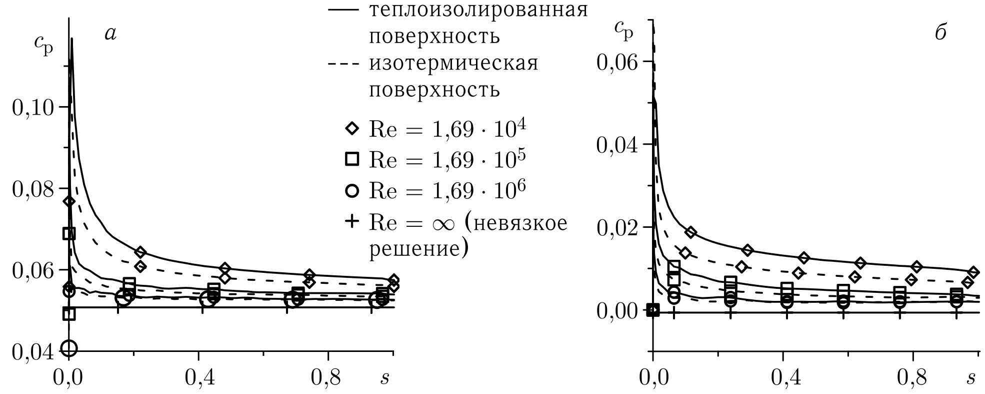


Рис. 10.6. Влияние числа Re на распределение коэффициента давления c_p в плоскости симметрии конуса на наветренной (*а*) и подветренной (*б*) сторонах при угле атаки $\alpha = 5^\circ$; координата $s = x = x^*/L$

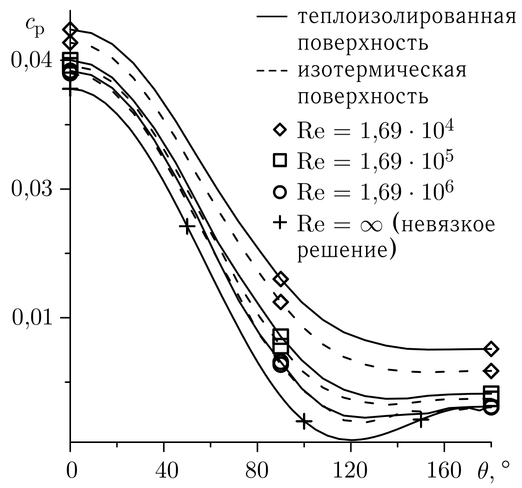


Рис. 10.7. Влияние числа Re на распределение коэффициента давления c_p в поперечном ($x = 1$) сечении конуса при угле атаки $\alpha = 4^\circ$

части тела (рис. 10.4). При этом с увеличением угла атаки уровень коэффициента давления на наветренной стороне конуса монотонно возрастает, а на подветренной стороне монотонно уменьшается.

Характер распределения коэффициента давления в поперечном сечении конуса зависит от угла атаки, и при всех числах Re наблюдаются сходные картины его поведения в зависимости от угла атаки.

При малых углах атаки ($0 < \alpha/\theta_к \leqslant 0{,}8$) обтекание конуса является безотрывным и распределение коэффициента давления во всех поперечных сечениях однотипно (рис. 10.5): в плоскости симметрии наблюдаются локальный максимум c_p на наветренной стороне (линия растекания) и локальный минимум на подветренной стороне (линия стекания). При движении с наветренной стороны на подветренную коэффициент давления монотонно уменьшается.

При умеренных углах атаки ($0{,}8 < \alpha/\theta_{\text{к}} \leqslant 2$) на подветренной стороне конуса происходит зарождение и развитие поперечного отрыва пограничного слоя, поэтому характер распределения коэффициента давления в различных поперечных сечениях будет разным. В некоторой окрестности острой вершины течение безотрывно, так что для этой области течения коэффициент давления, как и в случае малых углов атаки, монотонно уменьшается при переходе с наветренной стороны на подветренную. Далее вниз по потоку на подветренной стороне в плоскости симметрии линия стекания сменяется линией растекания, а локальный минимум коэффициента давления смещается с плоскости симметрии на боковую поверхность конуса, располагаясь примерно в меридиональном сечении $\theta \approx 120^\circ$. Для этих областей течения при переходе с наветренной стороны на подветренную коэффициент давления изменяется немонотонно. Вследствие этого на подветренной стороне конуса формируется область с положительным градиентом давления в окружном направлении, который и обусловливает появление поперечного отрыва потока. Далее отметим, что по мере увеличения угла атаки на подветренной стороне зарождается и развивается область разрежения; при этом поле коэффициента давления удовлетворяет условию корректности $c_{\text{p}} \geqslant c_{\text{p min}}(\gamma, \mathrm{M}_\infty) = c_{\text{p min}}(1{,}4; 4) = -0{,}089285$.

На поведение коэффициента давления c_{p} определенное влияние оказывает число Re.

В фиксированном меридиональном сечении конуса при наименьшем числе Re значение c_{p} монотонно уменьшается по мере удаления от его вершины. При числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^5$ и нулевом угле атаки в распределении c_{p} проявляются немонотонности, которые затухают с увеличением угла атаки (рис. 10.4). При числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$ эти немонотонности усиливаются и заметны почти при всех углах атаки, в особенности на подветренной стороне. При этом наличие немонотонностей в распределении c_{p} характерно для конуса с теплоизолированной поверхностью; на изотермической поверхности в случае умеренного теплообмена изменение c_{p} происходит монотонно. Появление немонотонностей в распределении коэффициента давления указывает, по-видимому, на начальную стадию потери устойчивости ламинарного течения в пограничном слое.

Результаты расчетов показывают, что при малых углах атаки навье-стоксовские решения являются достаточно гладкими (рис. 10.6 и 10.7). При этом с возрастанием числа Re понижается уровень коэффициента давления, сокращается область сильного вязко-невязкого взаимодействия, которая располагается в некоторой окрестности вершины конуса, и соответственно увеличивается область почти изобарического течения в кормовой части тела, а точка зарождения поперечного отрыва смещается вверх по потоку. В результате с ростом числа Re вязкое решение монотонно приближаются к невязкому.

Заметим, что невязкое решение является гладким при малых углах атаки, когда распределение c_{p} монотонно убывает, т. е. когда в плоскости симметрии тела на наветренной стороне располагается линия растекания, а на подветренной стороне — линия стекания. В этой ситуации вязкое решение при больших числах Рейнольдса хорошо согласуется с невязким. При умеренных углах атаки, когда в плоскости симметрии как на наветренной, так и подветренной сторонах располагается линия растекания, причем на подветренной стороне образуются внутренние ударные волны, невязкое решение на подветренной стороне теряет гладкость и становится некорректным. В этих случаях невязкое решение согласуется с вязким решением при больших числах Рейнольдса на наветренной стороне конуса и отличается от него на подветренной стороне.

Отметим влияние температурного фактора обтекаемой поверхности на поведение коэффициента давления. Уменьшение температурного фактора (охлаждение поверхности) при фиксированных значениях прочих параметров подобия приводит к уменьшению толщины пограничного слоя, понижению интенсивности вязко-невязкого взаимодействия и, следовательно, к уменьшению коэффициента давления. Его влияние снижается с ростом числа Рейнольдса, и при тех больших числах Рейнольдса, которые рассматриваются в настоящем исследовании, оно в целом незначительно.

На поверхности конуса местный коэффициент сопротивления трения имеет две компоненты: окружную $c_{\mathrm{f}\theta} = \tau_{\theta\mathrm{w}}/q_\infty$ и радиальную $c_{\mathrm{fr}} = \tau_{\mathrm{rw}}/q_\infty$. Заметим, что рассматриваемые величины при больших числах Рейнольдса достаточно малы. Поэтому с целью приведения их к величинам порядка единицы и выделения влияния числа Рейнольдса в чистом виде ниже иллюстрационный материал приводится в виде зависимостей величин $C_{\mathrm{r}}^0 = c_{\mathrm{fr}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ и $C_\theta^0 = c_{\mathrm{f}\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ от изучаемых параметров задачи.

В плоскости симметрии на наветренной и подветренной сторонах конуса окружная компонента обращается в нуль, а отличной от нуля является радиальная компонента c_{fr} (рис. 10.8). На наветренной стороне, где располагается линия растекания, она монотонно уменьшается вдоль образующей конуса примерно обратно пропорционально корню квадратному из продольной координаты, как это имеет место в ламинарном пограничном слое. Увеличение угла атаки и уменьшение числа Re приводят к монотонному возрастанию c_{fr}; изменение температурного фактора оказывает незначительное влияние на

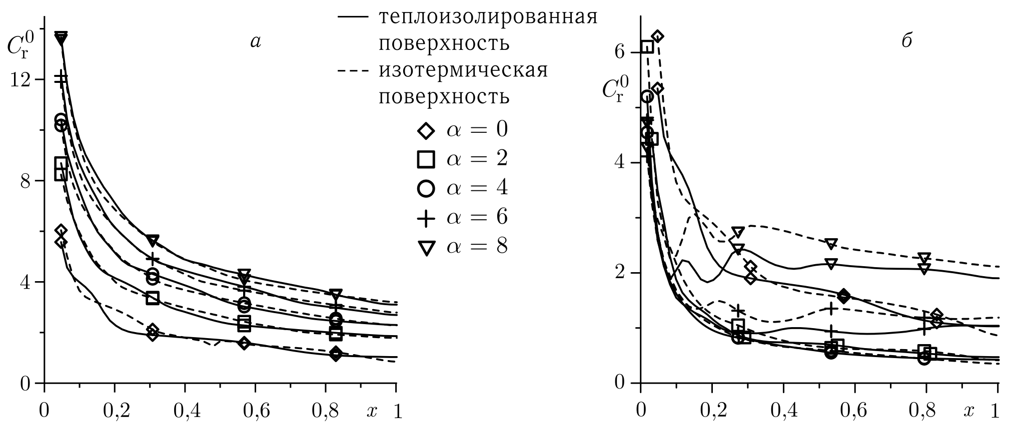


Рис. 10.8. Влияние угла атаки на распределение величины $C_{\mathrm{r}}^0 = c_{\mathrm{fr}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в плоскости симметрии конуса на наветренной (*а*) и подветренной (*б*) сторонах при числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$; координата $x = x^*/L$

рассматриваемую величину. На подветренной стороне конуса влияние угла атаки и числа Re на распределение радиальной компоненты c_{fr} носит более сложный характер, обусловленный появлением поперечного отрыва потока и образованием линии растекания вместо линии стекания; здесь и влияние температурного фактора проявляется заметным образом.

Распределения радиальной c_{fr} и окружной $c_{\mathrm{f}\theta}$ компонент коэффициента сопротивления трения в поперечных сечениях конуса при фиксированных значениях числа Re и угла атаки проявляют типичный характер поведения и отражают особенности в изменении структуры поля течения, обусловленные углом атаки.

При нулевом угле атаки задача является осесимметричной, и в поперечном сечении конуса $c_{\mathrm{f}\theta} = 0$ и $c_{\mathrm{fr}} = \mathrm{const}$. Решение осесимметричной задачи как трехмерной приводит к следующему результату: окружная компонента коэффициента сопротивления трения очень близка к нулю, хотя и не равна ему тождественно; радиальная компонента несколько отличается от постоянного значения, имея локальный максимум в плоскости угла атаки и локальный минимум в плоскости, ортогональной плоскости угла атаки.

В качестве примера рассмотрим сечение $x = 0{,}255$, расположенное вблизи вершины конуса. При наименьшем числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^4$, когда наблюдается сильное вязко-невязкое взаимодействие, согласно поведению окружной компоненты $c_{\mathrm{f}\theta}$ при всех рассмотренных углах атаки течение является безотрывным (рис. 10.9, *а*). При этом компонента $c_{\mathrm{f}\theta}$ является знакопостоянной функцией и принимает нулевые значения в плоскости симметрии, т. е. на линиях растекания и стекания. Распределение радиальной компоненты c_{fr} при всех углах атаки является монотонным с экстремумами в плоскости симметрии — максимум на наветренной и минимум на подветренной стороне конуса (рис. 10.10, *а*).

При числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^5$ наблюдается во многом схожая картина в поведении компонент коэффициента сопротивления трения, но имеются и принципиальные отличия. Прежде всего, из-за уменьшения силы трения при угле атаки $\alpha = 8^\circ$ на подветренной стороне конуса имеет место поперечный отрыв потока и появляется зона отрывного течения. При наличии отрывного течения изменяется характер распределения радиальной и окружной компонент коэффициента сопротивления трения. Распределение радиальной компоненты из монотонно убывающего становится немонотонным с локальными максимумами в плоскости симметрии и локальным минимумом в окрестности точки отрыва (рис. 10.10, *б*). Окружная компонента $c_{\mathrm{f}\theta}$ становится знакопеременной функцией и обращается в нуль в трех точках: в плоскости симметрии на наветренной и подветренной сторонах конуса и в точке поперечного отрыва на подветренной стороне (рис. 10.9, *б*).

При наибольшем числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$ (рис. 10.9, *в* и 10.10, *в*) по сравнению с предыдущим случаем произошли в основном количественные изменения, связанные с появлением поперечного отрыва при меньших углах атаки: на подветренной стороне конуса увеличилась зона отрывного течения и возросли локальные максимумы радиальной компоненты, которые стали

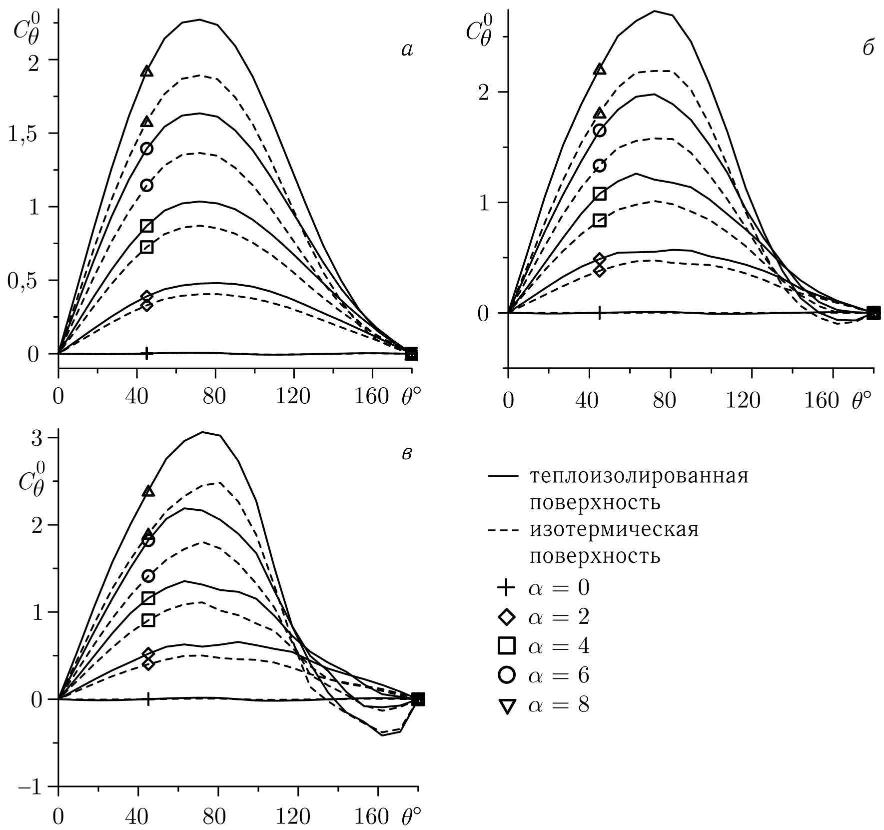


Рис. 10.9. Влияние угла атаки на распределение величины $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 0{,}255$) конуса: $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^4$ (*а*), $1{,}69 \cdot 10^5$ (*б*), $1{,}69 \cdot 10^6$ (*в*)

сравнимы с локальными максимумами на наветренной стороне. Далее отметим, что при этом числе Re зависимости становятся менее гладкими, что, по-видимому, указывает на начальную стадию неустойчивости ламинарного течения.

Изменение температурного фактора обтекаемой поверхности наиболее заметным образом влияет на окружную компоненту сопротивления трения, значение которой уменьшается по мере охлаждения поверхности; поведение радиальной компоненты сопротивления трения в целом малочувствительно к изменению температурного фактора.

В остальных поперечных сечениях, расположенных вниз по потоку от рассмотренного, наблюдается сходная картина по влиянию определяющих параметров задачи на распределения компонент местного коэффициента сопротивления трения, и эти изменения носят в основном количественный характер.

В заключение отметим, что для изотермической поверхности важной локальной аэродинамической характеристикой является местный относительный тепловой поток $q_w = q_w^*/(\rho_\infty V_\infty H_\infty)$, где H_∞ — энтальпия торможения

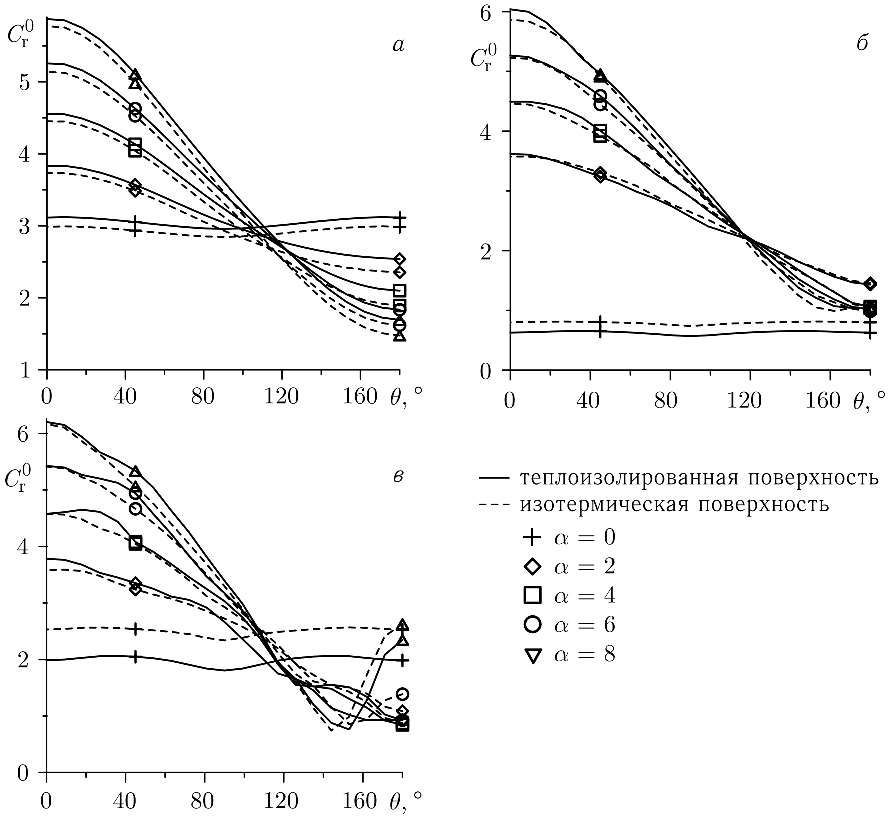


Рис. 10.10. Влияние угла атаки на распределение величины $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 0{,}255$) конуса: $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^4$ (*а*), $1{,}69 \cdot 10^5$ (*б*), $1{,}69 \cdot 10^6$ (*в*)

невозмущенного потока. Его поведение в зависимости от определяющих параметров в качественном отношении полностью аналогично поведению радиальной компоненты местного коэффициента сопротивления трения из-за приблизительного выполнения аналогии Рейнольдса, поэтому тепловые характеристики конуса здесь не рассматриваются.

10.2.3. Суммарные аэродинамические характеристики. Для анализа осевого коэффициента сопротивления трения C_{xF} результаты расчетов удобно представлять в виде зависимости величины $C^0 = \sqrt{\mathrm{Re}}\, C_{xF}$ от угла атаки при фиксированном значении числа Рейнольдса (рис. 10.11). При наименьшем числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^4$ сопротивление трения монотонно возрастает по мере увеличения угла атаки; при этом уменьшение температурного фактора приводит к снижению сопротивления трения, что характерно для пограничного слоя при наличии продольного градиента давления. Это говорит о присутствии заметного вязко-невязкого взаимодействия на большей части обтекаемой поверхности.

При числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^5$ по сравнению с предыдущим случаем наблюдается уменьшение величины C^0, но это уменьшение неравномерно по углу

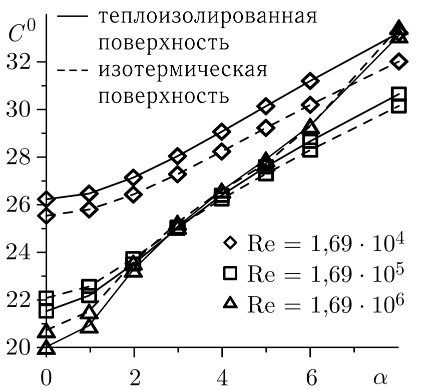


Рис. 10.11. Влияние угла атаки и числа Рейнольдса на осевой коэффициент сопротивления трения $C^0 = C_{x\mathrm{F}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ острого конуса

атаки. При этом влияние температурного фактора зависит от угла атаки: его уменьшение приводит к возрастанию сопротивления трения при малых углах атаки, что характерно для безградиентного течения в пограничном слое, и к уменьшению сопротивления трения при больших углах атаки, что типично для градиентного течения в пограничном слое.

Последующее увеличение числа Рейнольдса до $1{,}69 \cdot 10^6$ приводит к изменению характера влияния числа Re на величину C^0. При малых углах атаки, когда реализуется безотрывное обтекание конуса, она несколько уменьшилась, как это и следовало ожидать, по сравнению с предыдущим числом Рейнольдса. Однако при больших углах атаки, когда наблюдается отрывное течение на подветренной стороне конуса, величина C^0 принимает значения, сравнимые и даже превышающие соответствующие значения при предыдущем числе Рейнольдса. Это связано с тем, что с увеличением числа Re уменьшается местное напряжение трения, раньше наступает поперечный отрыв потока, а присоединение потока в плоскости симметрии приводит к значительному повышению радиальной компоненты напряжения трения.

Особенности поведения аэродинамического коэффициента осевой силы C_x (рис. 10.12) в зависимости от определяющих параметров объясняются особенностями поведения его составляющих, которые были рассмотрены выше. Отметим, что при всех числах Re его значение монотонно возрастает при увеличении угла атаки. На рис. 10.12 нанесены также результаты весовых экспериментальных исследований острого конуса с теплоизолированной поверхностью, проведенных при числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$, и расчетные данные, полученные путем численного интегрирования уравнений Рейнольдса с использованием дифференциальной модели турбулентности применительно к условиям эксперимента [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пляшечник В.И., 2003]. Можно видеть, что экспериментальные данные располагаются выше расчетных данных для ламинарного течения. В то же время результаты расчетов для ламинарно-турбулентного течения хорошо согласуются с экспериментальными данными как в качественном, так и количественном отношениях: максимальное различие между расчетом и экспериментом

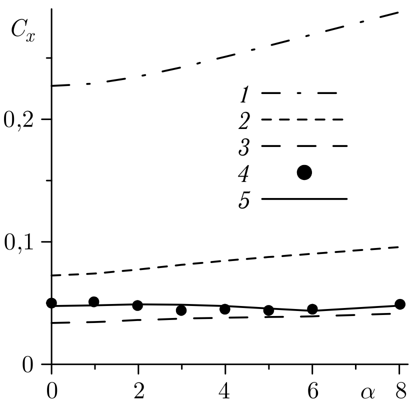


Рис. 10.12. Влияние угла атаки и числа Рейнольдса на коэффициент осевой силы C_x острого конуса с теплоизолированной поверхностью: *1* — $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^4$; *2* — $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^5$; *3* — $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$; *4* — экспериментальные данные при $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$; *5* — $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$ (ламинарно-турбулентное обтекание)

наблюдается при угле атаки $\alpha = 3^\circ$ и составляет примерно 14%. Это обстоятельство указывает на наличие ламинарно-турбулентного перехода в поле течения в условиях эксперимента.

Температурный фактор и число Re оказывают слабое влияние на поведение коэффициента нормальной силы C_y, его значение определяется в основном углом атаки (рис. 10.13, *а*). Во многом схожая картина имеет место для коэффициента момента m_z (рис. 10.13, *б*). Его значение практически не зависит от температурного фактора, а влияние числа Re проявляется при относительно малых числах Рейнольдса: при числах $\mathrm{Re} \geqslant 1{,}69 \cdot 10^5$ значение коэффициента момента определяется только углом атаки. Результаты расчетов для ламинарного течения при числе $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$ хорошо согласуются с экспериментальными и расчетными данными для ламинарно-турбулентного течения [Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пляшечник В.И., 2003]. Это говорит о том, что коэффициенты нормальной силы C_y и момента m_z при больших числах Re определяются в основном силами давления и практически не зависят от режима течения газа в пограничном слое.

Согласно результатам расчетов для тонких конусов, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа при малых и умеренных углах атаки, учет вязко-невязкого взаимодействия важен при определении не только местных, но и суммарных аэродинамических характеристик. При этом на значение аэроди-

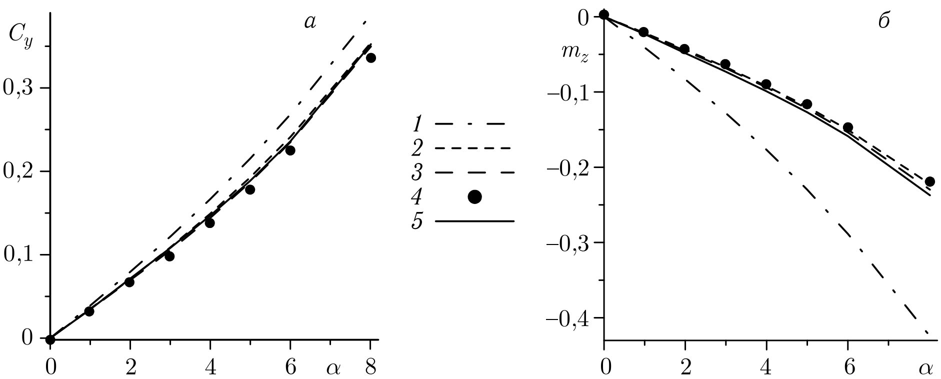


Рис. 10.13. Влияние угла атаки и числа Рейнольдса на коэффициенты нормальной силы C_y (*а*) и момента m_z (*б*) острого конуса с теплоизолированной поверхностью: *1* — $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^4$; *2* — $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^5$; *3* — $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$; *4* — экспериментальные данные при $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$; *5* — $\mathrm{Re} = 1{,}69 \cdot 10^6$ — (ламинарно-турбулентное обтекание)

намического коэффициента осевой силы и на его поведение в зависимости от угла атаки большое влияние оказывают число Рейнольдса и режим течения в пограничном слое, в то время как аэродинамические коэффициенты нормальной силы и момента при больших числах Re определяются в основном силами давления и практически не зависят от режима течения газа в пограничном слое.

10.3. Тонкий острый круговой конус при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$

В разделе 3.2 рассмотрено влияние угла атаки на структуру поля течения и на поведение аэродинамических характеристик тонкого конуса с теплоизолированной и изотермической поверхностью при числе $\mathrm{M}_\infty = 4$ для двух чисел Рейнольдса: $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание) и $\mathrm{Re} = 10^7$ (ламинарно-турбулентное обтекание). Ниже аналогичный анализ проводится для того же конуса с изотермической поверхностью (умеренный теплообмен), но при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ и в более широком диапазоне изменения угла атаки.

10.3.1. Структура поля течения. При числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ так же, как и при числе $\mathrm{M}_\infty = 4$, обтекание конуса при углах атаки $\alpha < 4^\circ$ является безотрывным, а при $\alpha \geqslant 4^\circ$ — отрывным. При этом на наветренной стороне конуса для всех углов атаки реализуется одна и та же схема течения: на поверхности конуса в плоскости симметрии располагается линия растекания и, следовательно, происходит перетекание газа с наветренной стороны на подветренную. Структура поля течения на подветренной стороне сильно меняется в зависимости от угла атаки и от числа Рейнольдса. В силу этого ниже рассматривается развитие структуры поля течения только на подветренной стороне конуса.

Изменение структуры поля течения около тонкого конуса в зависимости от угла атаки можно проследить по картинам предельных линий тока на обтекаемой поверхности, приведенным на рис. 10.14 для ламинарного обтекания и на рис. 10.15 для ламинарно-турбулентного обтекания конуса. На этих рисунках показан вид спереди, т. е. показаны проекции предельных линий тока на плоскость донного среза конуса для фиксированных углов атаки.

При нулевом угле атаки течение газа около конуса является осесимметричным и предельные линии тока представляют собой прямые линии, выходящие из острой вершины тела.

При малых углах атаки ($\alpha < 4^\circ$) обтекание конуса является безотрывным и в плоскости симметрии течения на подветренной стороне располагается линия стекания. При $\alpha = 4^\circ$ в окрестности плоскости симметрии зарождается поперечный отрыв потока, столь незначительный, что он не заметен на картинах предельных линий тока, которые по своему характеру близки к соответствующим картинам при малых углах атаки (рис. 10.14, *а* и 10.15, *а*).

При умеренных и больших углах атаки ($\alpha > 4^\circ$) на подветренной стороне конуса для обоих чисел Рейнольдса наблюдается развитая область поперечного отрывного течения. Картины предельных линий тока свидетельствуют о том, что в некоторой окрестности острой вершины тела течение остается безотрывным и лишь на некотором расстоянии от нее вниз по потоку форми-

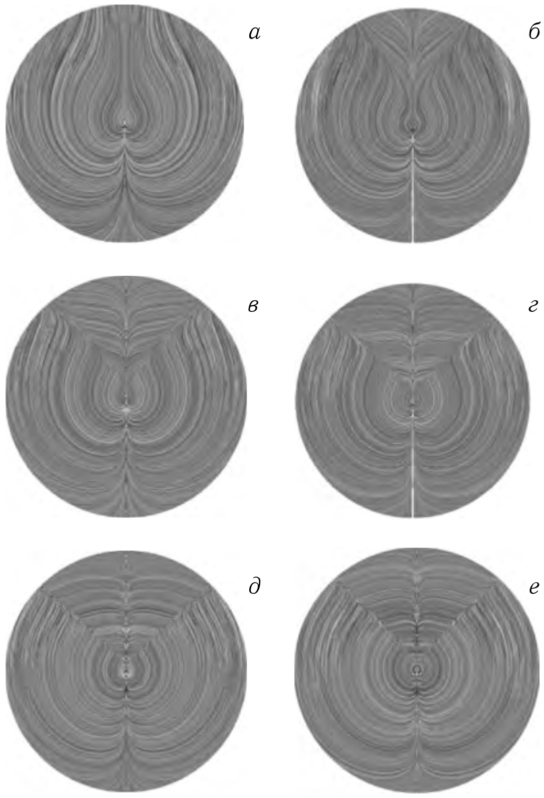


Рис. 10.14. Картины предельных линий тока на поверхности острого кругового изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) конуса при числах $M_\infty = 5$ и $Re = 10^5$ (вид спереди, ламинарное обтекание): $\alpha = 4^\circ$ (*а*); 6° (*б*); 8° (*в*); 10° (*г*); 15° (*д*); 20° (*е*)

руется поперечный отрыв. С увеличением угла атаки размеры отрывной зоны возрастают, а ее начало несколько смещается вверх по потоку. На развитие структуры отрывного течения существенное влияние оказывает число Рейнольдса.

При ламинарном обтекании ($Re = 10^5$) структура отрывной зоны на подветренной стороне имеет один и тот же вид при всех углах атаки — в каждом ее поперечном сечении реализуется классическая картина течения согласно двухвихревой схеме. С увеличением угла атаки происходят количественные изменения в характеристиках отрывной зоны.

При ламинарно-турбулентном обтекании конуса ($Re = 10^7$) наблюдается сложная эволюция структуры отрывной зоны в зависимости от угла атаки (рис. 10.15). При $\alpha = 4^\circ$, как отмечалось выше, на подветренной стороне конуса создаются условия для поперечного отрыва потока (рис. 10.15, *а*). При $\alpha = 6^\circ$ образуется отрывная зона с поперечным течением согласно классической схеме с двумя вихрями противоположного вращения (рис. 10.15, *б*). При угле атаки $\alpha = 8^\circ$ (рис. 10.15, *в*) в небольшой начальной области внутри отрывной зоны происходят вторичный поперечный отрыв и присоединение

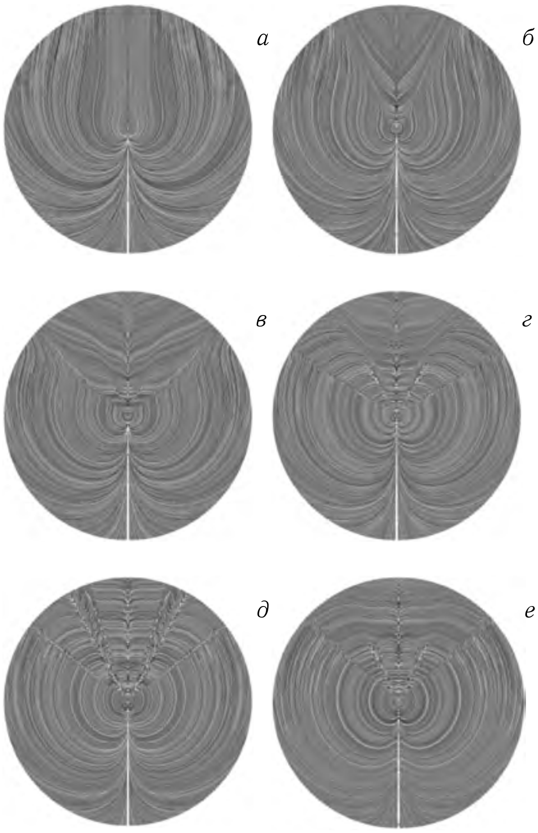


Рис. 10.15. Картины предельных линий тока на поверхности острого кругового изотермического ($T_{\mathrm{w}0} = 0.5$) конуса при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^7$ (вид спереди, ламинарно-турбулентное обтекание): $\alpha = 4^\circ$ (*а*); 6° (*б*); 8° (*в*); 10° (*г*); 15° (*д*); 20° (*е*)

потока. При последующем увеличении угла атаки протяженность области вторичного отрыва и присоединения потока возрастает (рис. 10.15, *г*), а при угле атаки $\alpha = 15^\circ$ (рис. 10.15, *д*) она распространяется вдоль всей подветренной стороне конуса. Такая сложная структура течения в отрывной зоне говорит о том, что в ней реализуется ламинарное течение. При угле атаки $\alpha = 20^\circ$ размеры области вторичного отрыва и присоединения потока значительно сокращаются, и в кормовой части конуса наблюдается классическая структура отрывного течения. Упрощение структуры потока в кормовой части отрывной зоны связано с турбулизацией течения.

10.3.2. Местные аэродинамические характеристики. При числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ влияние угла атаки на местные аэродинамические характеристики тонкого острого конуса при фиксированном числе Рейнольдса имеет такой же характер, как и при числе $\mathrm{M}_\infty = 4$. Поэтому ограничимся рассмотрением иллюстративного материала для местных коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи с краткими комментариями.

При ламинарном обтекании ($\mathrm{Re} = 10^5$) острого конуса на наветренной стороне в плоскости симметрии при всех углах атаки располагается линия растекания, на которой местные значения коэффициентов сопротивления трения (рис. 10.16, *а*) и теплопередачи (рис. 10.17, *а*) монотонно возрастают при увеличении угла атаки. На подветренной стороне конуса в плоскости симметрии течения при малых углах атаки находится линия стекания, а при умеренных и больших углах атаки, когда имеют место поперечный отрыв и присоединение потока, — линия растекания. Поэтому в рассматриваемом меридиональном сечении конуса местные коэффициенты сопротивления трения (рис. 10.16, *б*) и теплопередачи (рис. 10.17, *б*) изменяются немонотонно с ростом угла атаки. Из сопоставления результатов на рис. 10.16 и 10.17 следует, что при ламинарном обтекании конуса распределения коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи в плоскости симметрии течения в качественном отношении имеют одинаковый характер поведения.

Распределение коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи в донном сечении ($x = 1$) острого конуса показано на рис. 10.18–10.20 в виде зависимостей величин $C_\mathrm{r}^0 = c_\mathrm{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$, $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$, $q^0 = q_\mathrm{w}\sqrt{\mathrm{Re}}$ от централь-

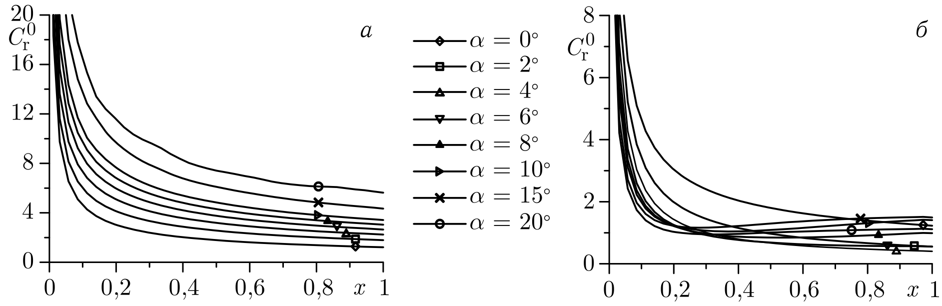


Рис. 10.16. Влияние угла атаки на распределение величины $C_\mathrm{r}^0 = c_\mathrm{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в плоскости симметрии острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_\mathrm{w0} = 0{,}5$) при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание): *а* — наветренная сторона; *б* — подветренная сторона; координата $x = x^*/L$

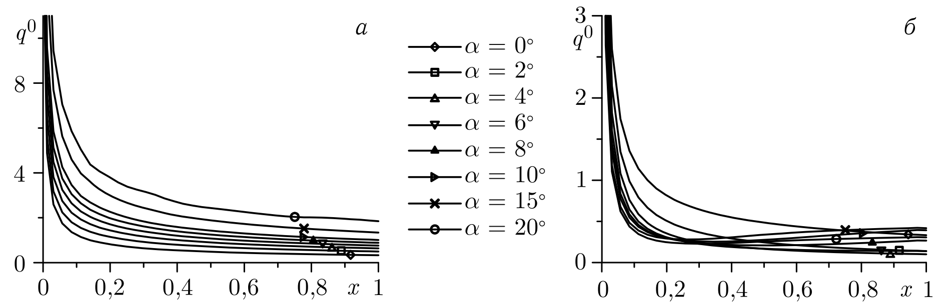


Рис. 10.17. Влияние угла атаки на распределение величины $q^0 = q_\mathrm{w}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в плоскости симметрии острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_\mathrm{w0} = 0{,}5$) при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание): *а* — наветренная сторона; *б* — подветренная сторона; координата $x = x^*/L$

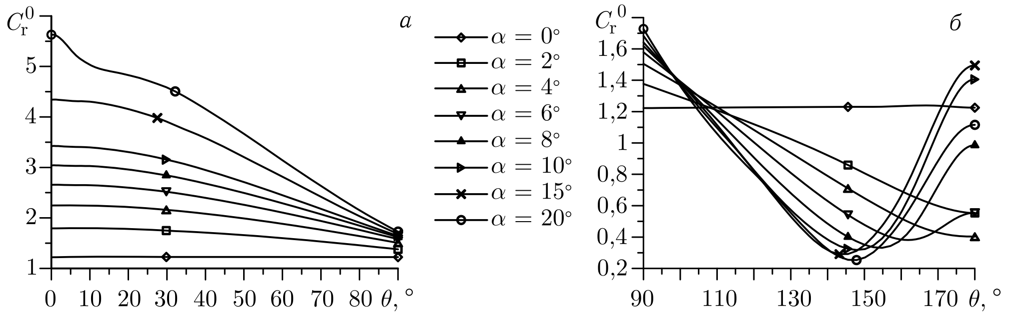


Рис. 10.18. Влияние угла атаки на распределение величины $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 1$) острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $M_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание): *а* — наветренная сторона; *б* — подветренная сторона

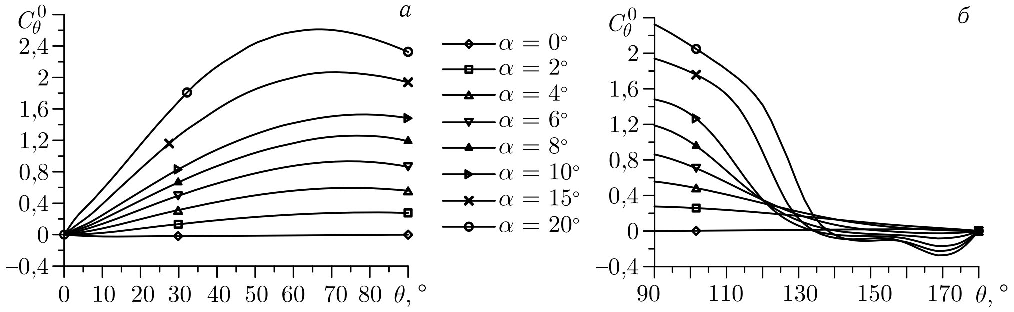


Рис. 10.19. Влияние угла атаки на распределение величины $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 1$) острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $M_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание): *а* — наветренная сторона; *б* — подветренная сторона

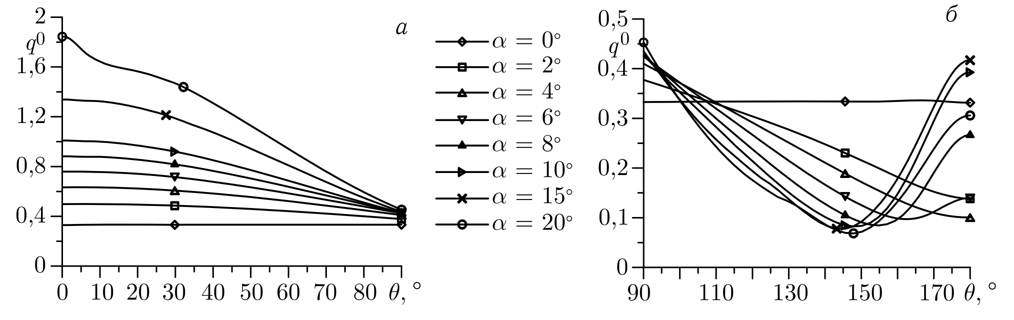


Рис. 10.20. Влияние угла атаки на распределение величины $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 1$) острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $M_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание): *а* — наветренная сторона; *б* — подветренная сторона

ного угла θ, отсчитываемого от плоскости симметрии на наветренной стороне тела. Путем сравнения рис. 10.18 и 10.20 устанавливается качественно одинаковый характер поведения радиального коэффициента сопротивления трения и коэффициента теплопередачи. Далее отметим, что согласно распределениям окружного коэффициента сопротивления трения в донном сечении конуса при больших углах атаки имеет место начальная стадия формирования условия для зарождения вторичного отрыва и присоединения потока (рис. 10.19, *б*). Некоторые аномалии решения задачи для угла атаки $\alpha = 20^\circ$ обусловлены, по-видимому, невозможностью разрешения зарождения вторичной отрывной зоны на используемой сетке. Для ламинарно-турбулентного обтекания конуса ($\mathrm{Re} = 10^7$) аналогичные результаты расчетов представлены в таком же виде, как и для ламинарного обтекания, с целью выделения областей переходного и турбулентного течений (рис. 10.21–10.25).

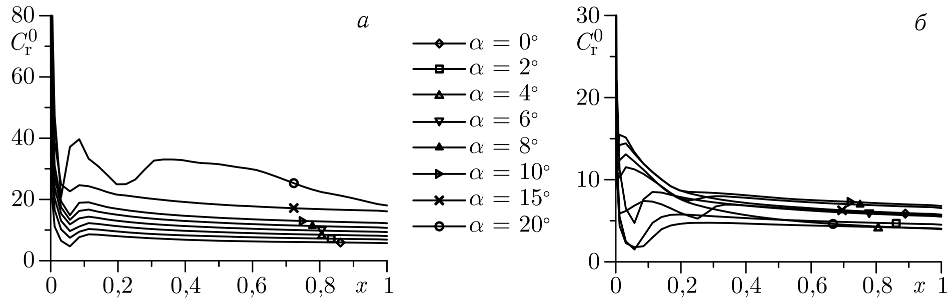


Рис. 10.21. Влияние угла атаки на распределение величины $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в плоскости симметрии острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^7$ (ламинарно-турбулентное обтекание): *а* — наветренная сторона; *б* — подветренная сторона; координата $x = x^*/L$

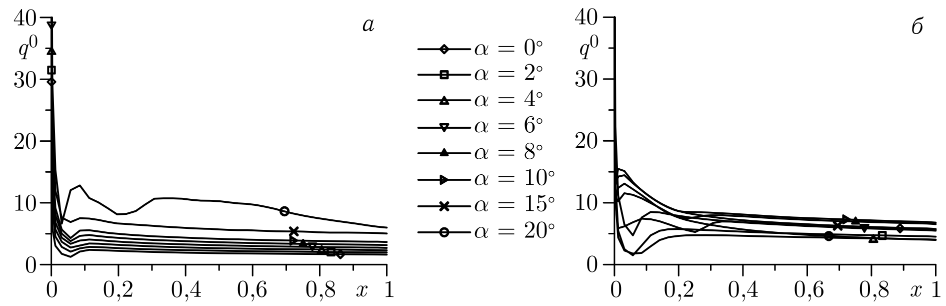


Рис. 10.22. Влияние угла атаки на распределение величины $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ в плоскости симметрии острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^7$ (ламинарно-турбулентное обтекание): *а* — наветренная сторона; *б* — подветренная сторона; координата $x = x^*/L$

Согласно приведенным данным ламинарно-турбулентный переход при рассматриваемых числах Re и M_∞ наблюдается в окрестности острой вершины тела как на наветренной, так и на подветренной сторонах, так что течение газа в пограничном слое на большей части омываемой поверхности конуса является турбулентным. Кроме того, из рис. 10.21 и 10.22 можно видеть, что при ламинарно-турбулентном обтекании конуса так же, как и при ламинарном, распределения коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи

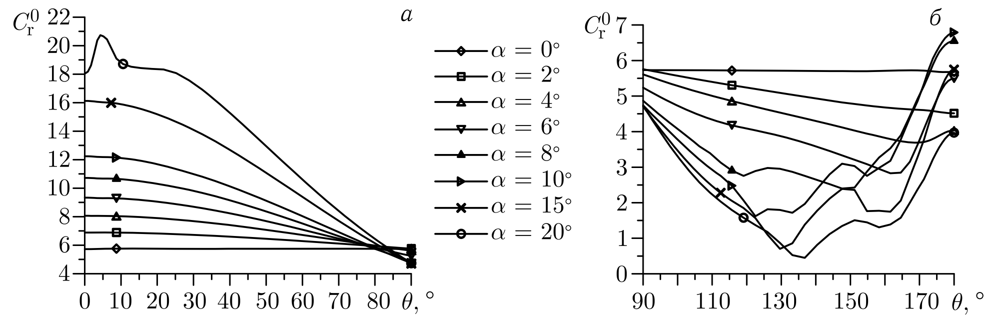


Рис. 10.23. Влияние угла атаки на распределение величины $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 1$) острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0,5$) при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^7$ (ламинарно-турбулентное обтекание): *а* — наветренная сторона; *б* — подветренная сторона

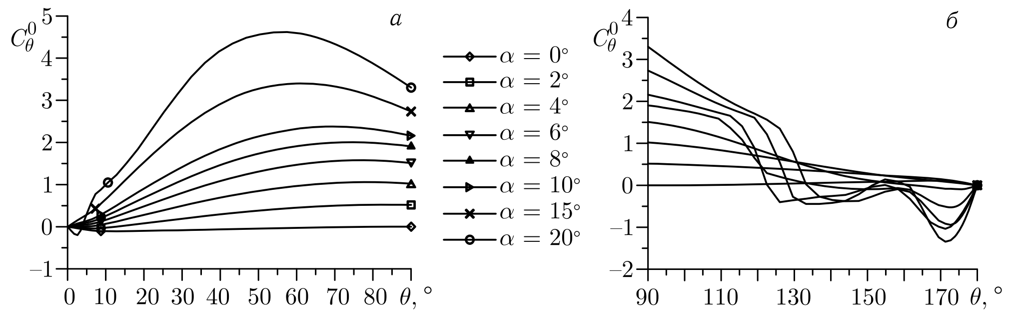


Рис. 10.24. Влияние угла атаки на распределение величины $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 1$) острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^7$ (ламинарно-турбулентное обтекание): *а* — наветренная сторона; *б* — подветренная сторона

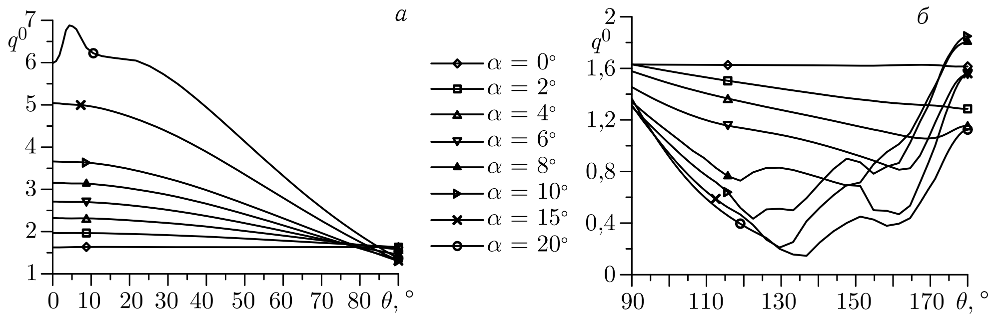


Рис. 10.25. Влияние угла атаки на распределение величины $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 1$) острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^7$ (ламинарно-турбулентное обтекание): *а* — наветренная сторона; *б* — подветренная сторона

в плоскости симметрии течения в качественном отношении имеют одинаковый характер поведения. Этому условию удовлетворяют также распределения соответствующих коэффициентов в поперечном сечении конуса (ср. рис. 10.23 и 10.25). Распределения окружного коэффициента сопротивления трения в донном сечении конуса указывают на то, что на подветренной стороне в области отрывного течения с увеличением угла атаки формируются условия для вторичного отрыва и присоединения потока (рис. 10.24, *б*), зарождение которого наблюдается при угле атаки $\alpha \approx 15^\circ$. Аномалии решения для угла атаки $\alpha = 20^\circ$ связаны, по-видимому, с невозможностью разрешения зоны вторичного отрывного течения на используемой сетке. Отметим, что зарождение вторичной отрывной зоны при ламинарно-турбулентном обтекании конуса происходит при меньшем угле атаки по сравнению с ламинарным обтеканием.

10.3.3. Суммарные аэродинамические характеристики. Влияние угла атаки и числа Re на суммарные аэродинамические коэффициенты острого конуса при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ показано на рис. 10.26. При этом сплошной линией нанесены полные значения аэродинамических коэффициентов, а штриховой линией — та часть аэродинамических коэффициентов, которая обусловлена нормальными напряжениями, так что разность между этими зависимостями позволяет судить о вкладе касательных напряжений в соответствующий аэродинамический коэффициент. Поскольку тонкий острый конус относится

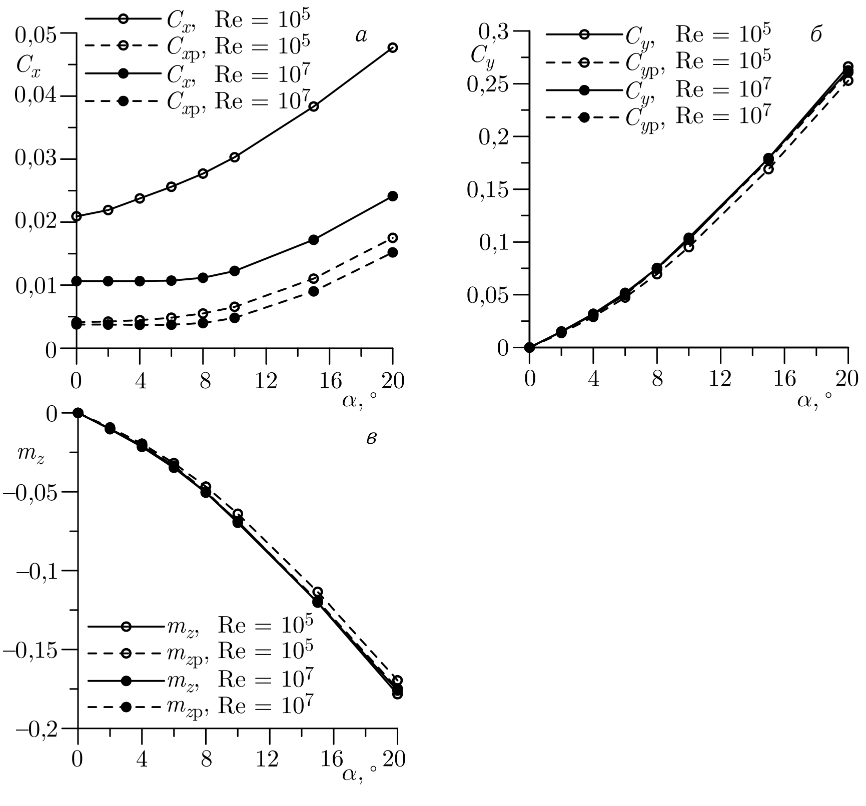


Рис. 10.26. Влияние угла атаки на суммарные аэродинамические характеристики острого кругового изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) конуса при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ для чисел $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание) и 10^7 (ламинарно-турбулентное обтекание): *а* — коэффициент осевой силы C_x; *б* — коэффициент нормальной силы C_y; *в* — коэффициент момента m_z

к классу хорошо обтекаемых тел, то силы трения вносят существенный вклад в создание осевой силы при всех рассмотренных углах атаки и числах Рейнольдса. Отметим, что при малом числе Re (ламинарное обтекание) коэффициент осевой силы монотонно возрастает с увеличением угла атаки, в то время как при большом числе Re (ламинарно-турбулентное обтекание) его значение в некотором интервале малых углов атаки практически остается неизменным (рис. 10.26, *а*). При числах $\mathrm{Re} = 10^5$ и 10^7 силы внутреннего трения вносят очень малый вклад в создание нормальной силы, а вследствие этого и в создание момента m_z (рис. 10.26, *б*, *в*).

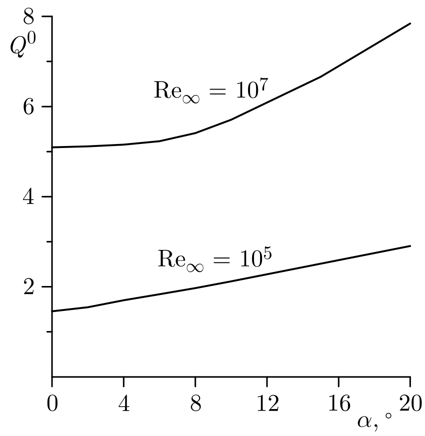


Рис. 10.27. Влияние угла атаки на суммарный тепловой поток $Q^0 = Q_\mathrm{w}\sqrt{\mathrm{Re}}$ острого кругового изотермического ($T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$) конуса при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ и фиксированном числе Re

Для прикладных целей представляет определенный интерес суммарный поток тепла, который поступает с обтекаемой поверхности конуса внутрь летательного аппарата. Поэтому по известному распределению местного теплового потока вдоль обтекаемой поверхности было рассчитано его суммарное значение. Результаты этих расчетов, показывающие влияние числа Re и угла атаки на суммарный тепловой поток, приведены на рис. 10.27.

10.4. Влияние числа Рейнольдса при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ и угле атаки $\alpha = 8^\circ$

Приведенные выше результаты численного моделирования говорят о сильном влиянии числа Re на структуру и характеристики отрывной зоны на подветренной стороне тонкого конуса, а также на его локальные и интегральные аэродинамические характеристики. Для более детального изучения этого влияния была предпринята вторая серия расчетов для угла атаки $\alpha = 8^\circ$, при котором на подветренной стороне для больших чисел Re наблюдается развитая зона отрывного течения.

10.4.1. Структура поля течения. Визуализация картины течения с помощью предельных линий тока показана на рис. 10.28.

При числе $\mathrm{Re} = 10^4$ (рис. 10.28, *а*) обтекание подветренной стороны конуса происходит безотрывно, и лишь в кормовой части создаются условия для поперечного отрыва потока. При числе $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^4$ (рис. 10.28, *б*) в кормовой части тела наблюдаются поперечный отрыв и присоединение потока, а при последующем возрастании числа Re размеры отрывной зоны увеличиваются, но структура отрывного течения в качественном отношении остается неизменной (рис. 10.28, *в*, *г*). При числе $\mathrm{Re} = 10^6$ (рис. 10.28, *д*, *е*) в структуре отрывного течения происходят качественные изменения — в кормовой части отрывной зоны начинает формироваться вторичный отрыв и присоединение

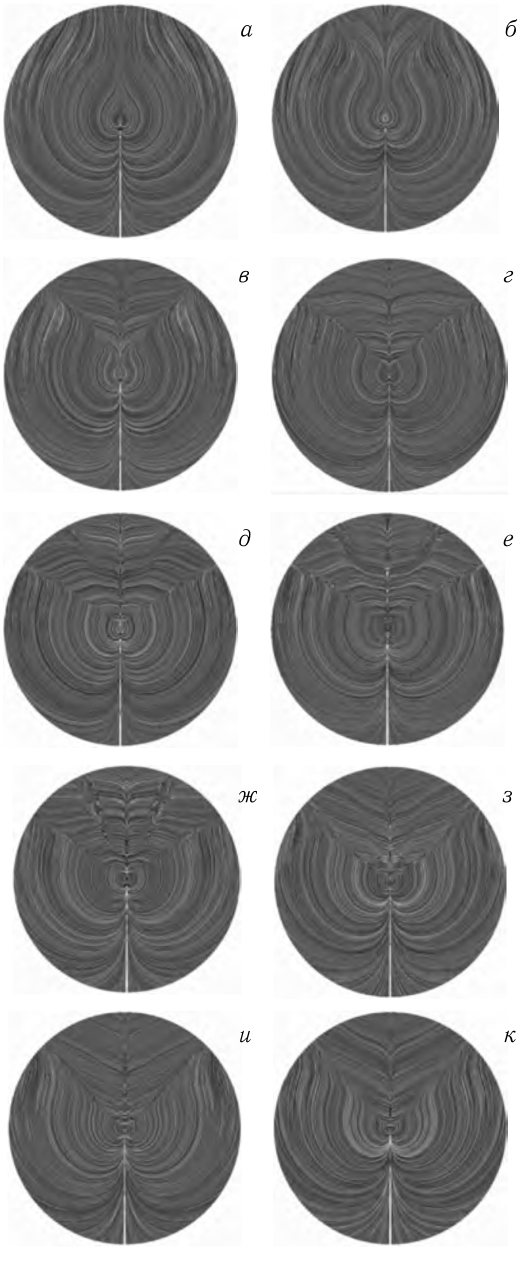


Рис. 10.28. Картины предельных линий тока на поверхности острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ и угле атаки $\alpha = 8^\circ$ (вид спереди): *а* — $\mathrm{Re} = 10^4$; *б* — $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^4$; *в* — $\mathrm{Re} = 10^5$; *г* — $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^5$; *д* — $\mathrm{Re} = 10^6$; *е* — $\mathrm{Re} = 10^6$ (ламинарно-турбулентное течение); *ж* — $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^6$; *з* — $\mathrm{Re} = 10^7$; *и* — $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^7$; *к* — $\mathrm{Re} = 10^8$

потока. Отметим, что при этом числе Re расчеты выполнены на основе как уравнений Навье–Стокса, так и уравнений Рейнольдса. Результаты расчетов практически совпадают между собой (ср. рис. 10.28, *д*, *е*), что указывает на отсутствие турбулизации потока в рассматриваемом поле течения. При числе $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^6$ (рис. 10.28, *ж*) зона отрывного течения увеличивается и в ней формируются третичный отрыв и присоединение потока. Такое усложнение структуры отрывного течения с ростом числа Re характерно для ламинарного режима течения. При числе $\mathrm{Re} = 10^7$ (рис. 10.28, *з*) по сравнению с предыдущим случаем происходит упрощение структуры течения в отрывной зоне — полностью исчезают третичный отрыв и присоединение потока, а область вторичного отрыва и присоединения потока существенно сокращается и располагается в начальном участке отрывной зоны. Кроме того, имеет место заметное сокращение размеров отрывной зоны. Все это указывает на турбулизацию течения в кормовой части конуса. При последующем увеличении числа Re (рис. 10.28, *и*, *к*) полностью исчезают вторичный отрыв и присоединение потока и наблюдается уменьшение размеров отрывной зоны, что указывает на расширение области турбулентного течения.

10.4.2. Местные аэродинамические характеристики. Результаты расчетов, показывающие влияние числа Re на местные аэродинамические характеристики острого конуса, приведены на рис. 10.29–10.33.

Согласно этим данным при обтекании конуса на его подветренной стороне для всех чисел Рейнольдса отсутствует продольный отрыв пограничного слоя, т. е. отрывное течение на подветренной стороне конуса связано только с поперечным отрывом потока. На обтекаемой поверхности конуса ламинарно-

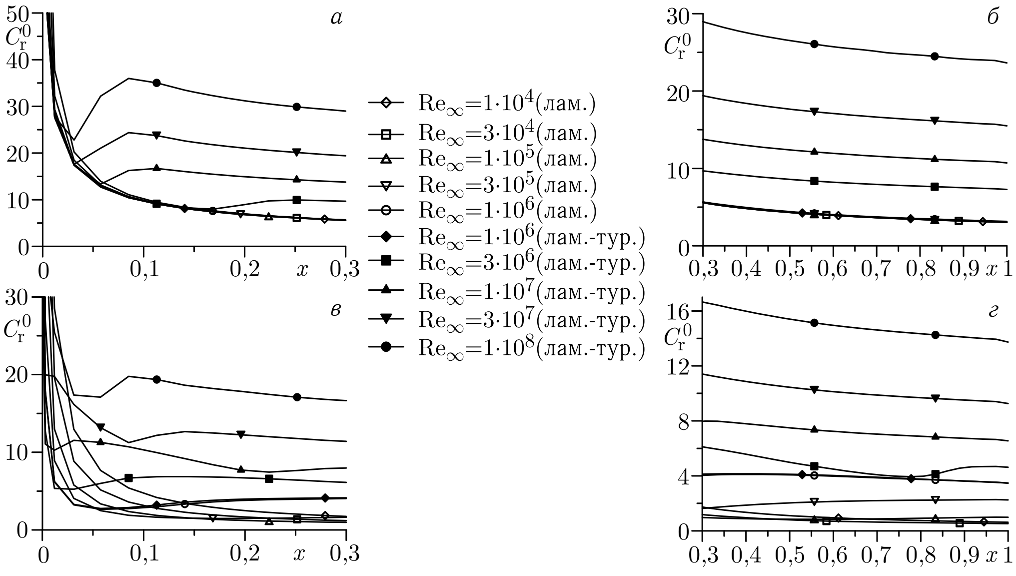


Рис. 10.29. Влияние числа Re на распределение величины $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в плоскости симметрии острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{w0} = 0{,}5$) при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ и угле атаки $\alpha = 8^\circ$: *а*, *б* — наветренная сторона; *в*, *г* — подветренная сторона; координата $x = x^*/L$

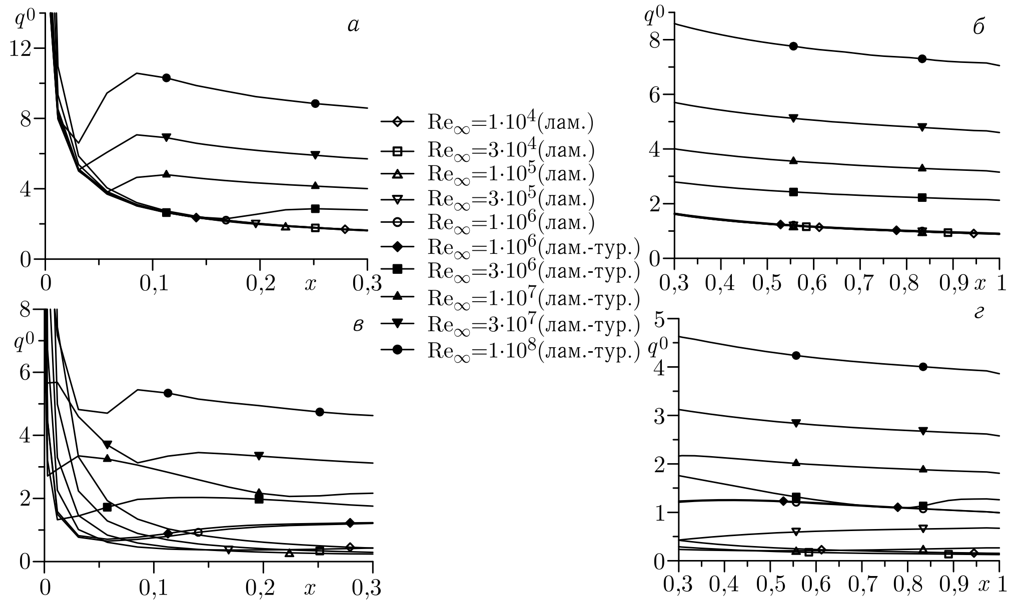


Рис. 10.30. Влияние числа Re на распределение величины $q^0 = q_\mathrm{w}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в плоскости симметрии острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$) при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ и угле атаки $\alpha = 8^\circ$: *а*, *б* — наветренная сторона; *в*, *г* — подветренная сторона; координата $x = x^*/L$

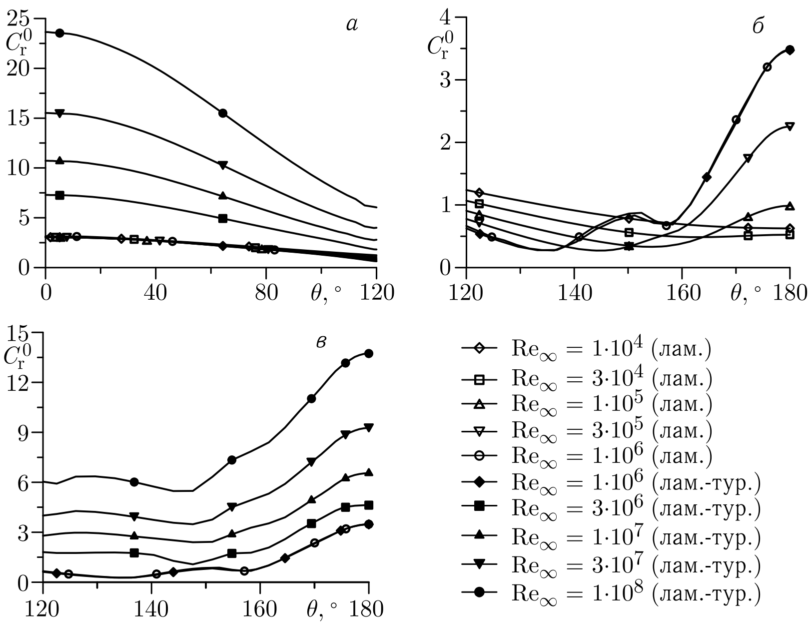


Рис. 10.31. Влияние числа Re на распределение величины $C_\mathrm{r}^0 = c_\mathrm{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 1$) острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$) при числе $\mathrm{M}_\infty =$ $= 5$ и угле атаки $\alpha = 8^\circ$: *а* — наветренная сторона; *б*, *в* — подветренная сторона

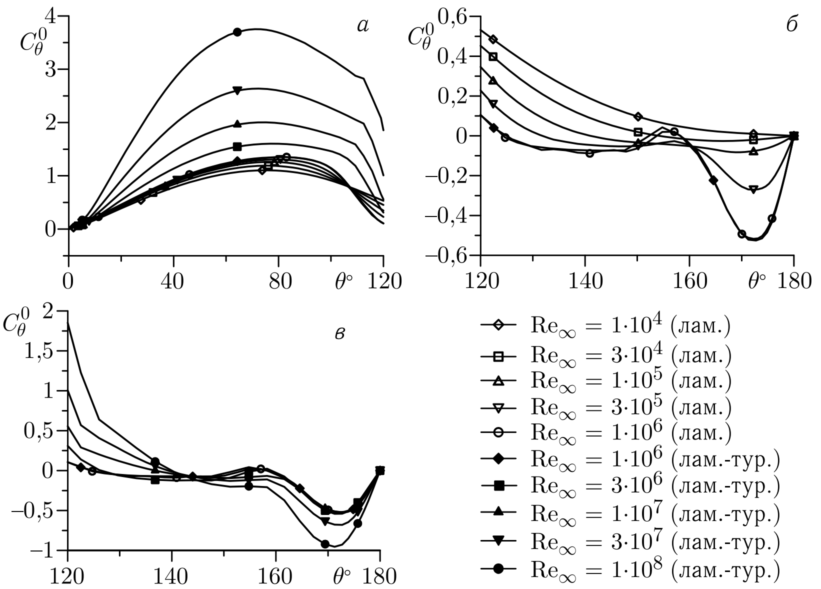


Рис. 10.32. Влияние числа Re на распределение величины $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\text{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 1$) острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{\text{w}0} = 0{,}5$) при числе $M_\infty = 5$ и угле атаки $\alpha = 8°$: *а* — наветренная сторона; *б*, *в* — подветренная сторона

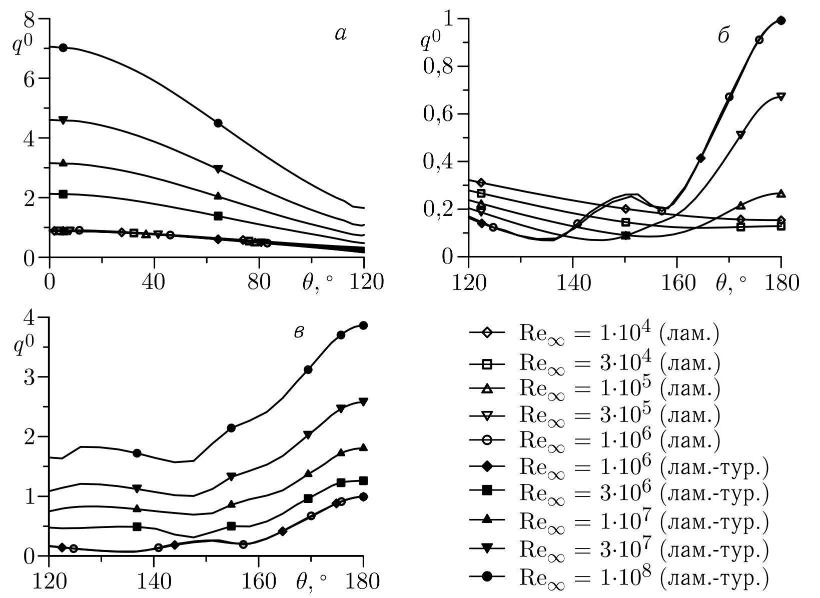


Рис. 10.33. Влияние числа Re на распределение величины $q^0 = q_{\text{w}}\sqrt{\text{Re}}$ в поперечном сечении ($x = 1$) острого кругового конуса с изотермической поверхностью ($T_{\text{w}0} = 0.5$) при числе $M_\infty = 5$ и угле атаки $\alpha = 8°$: *а* — наветренная сторона; *б*, *в* — подветренная сторона

турбулентный переход впервые имеет место при числе $10^6 < \text{Re} < 3 \cdot 10^6$; при последующем увеличении числа Re точка перехода смещается вверх по потоку, что обусловливает возрастание местных коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи и упрощение структуры поля течения на подветренной стороне тела.

На поверхности конуса в плоскости симметрии течения местные коэффициенты сопротивления трения (рис. 10.29) и теплопередачи (рис. 10.30) имеют в качественном отношении однотипный характер поведения в зависимости от числа Рейнольдса. При этом для двух участков обтекаемой поверхности — для окрестности острой вершины ($0 \leqslant x \leqslant 0{,}3$) и для остальной кормовой части тела ($0{,}3 \leqslant x \leqslant 1$) — распределения рассматриваемых коэффициентов в целях большей наглядности построены в разных масштабах. Здесь координата $x = x^*/L$ соответствует оси симметрии конуса. На наветренной стороне конуса, где располагается линия растекания, кривые для разных значений числа Рейнольдса при ламинарном обтекании тела сливаются в единую зависимость в полном соответствии с теорией ламинарного пограничного слоя; эта единая зависимость является монотонно убывающей функцией. При ламинарно-турбулентном обтекании расчетная кривая для соответствующего числа Рейнольдса отклоняется от этой единой зависимости, указывая начало перехода, переходную область и область развитого турбулентного течения в пограничном слое. Рассматриваемые кривые являются немонотонными функциями с двумя локальными экстремумами; обычно локальный минимум принимается за начало, а локальный максимум — за конец области переходного течения.

Более сложно в зависимости от числа Рейнольдса ведут себя местные коэффициенты сопротивления трения и теплопередачи на подветренной стороне конуса в плоскости симметрии. Так, например, при ламинарном обтекании конуса расчетные кривые для различных чисел Рейнольдса образуют на наветренной стороне единую монотонно убывающую зависимость, а на подветренной стороне — семейство немонотонных зависимостей, локальный минимум которых обычно связывают с зарождением поперечного отрыва. Это объясняется следующим.

Если на наветренной стороне наблюдается однотипная структура поля течения при всех числах Рейнольдса, изменение которого управляет по существу только одним процессом турбулизации течения в пограничном слое, то на подветренной стороне наряду с процессом турбулизации приходится иметь дело с процессом зарождения и развития поперечного отрыва и присоединения потока, который также управляется с помощью числа Рейнольдса. Наличие этих двух процессов обусловливает сложный характер поведения рассматриваемых коэффициентов.

Распределения местных радиального (рис. 10.31) и окружного (рис. 10.32) коэффициентов сопротивления трения и коэффициента теплопередачи (рис. 10.33) в донном сечении конуса построены в виде зависимостей величин $C_\mathrm{r}^0 = c_\mathrm{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$, $C_\theta^0 = c_{\mathrm{f}\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$, $q^0 = q_\mathrm{w}\sqrt{\mathrm{Re}}$ от центрального угла θ для двух участков обтекаемой поверхности: первый участок $0 \leqslant \theta \leqslant 120^\circ$, где распределения рассматриваемых коэффициентов плавно изменяются по числу Рейнольдса, и второй участок $120^\circ \leqslant \theta \leqslant 180^\circ$, где они ведут себя сложным образом. Поэтому для второго участка результаты расчетов приведены по отдельности для ламинарного и ламинарно-турбулентного режимов обтекания конуса. Все особенности поведения указанных коэффициентов отражают изменения в структуре поля течения в зависимости от числа Рейнольдса. Отметим некоторые из них.

Как и в плоскости симметрии, распределения радиального коэффициента сопротивления трения и коэффициента теплопередачи в донном сечении конуса в качественном отношении имеют однотипный характер поведения по числу Рейнольдса. На наветренной стороне конуса все расчетные кривые для разных чисел Re при ламинарном режиме образуют единую зависимость в соответствии с теорией ламинарного пограничного слоя. При ламинарно-турбулентном режиме обтекания они представляют собой семейство изолированных монотонно убывающих зависимостей с локальным максимумом на линии растекания, при этом зависимость для большего числа Рейнольдса располагается выше зависимости для меньшего числа Re. Это объясняется тем, что в рамках теории пограничного слоя рассматриваемые коэффициенты при ламинарном и турбулентном режимах течения имеют разные закономерности изменения по числу Рейнольдса. На подветренной стороне конуса рассматриваемые функции изменяются сложным образом, отражая эволюцию зарождения и формирования поперечного отрыва и турбулизации течения по числу Рейнольдса. Радиальный коэффициент сопротивления трения на всех режимах обтекания превышает нулевое значение, что указывает на отсутствие продольного отрыва.

Распределения окружного коэффициента сопротивления трения (рис. 10.32) в донном сечении конуса отражают эволюцию поперечного течения по числу Рейнольдса. В частности, они позволяют проследить зарождение и развитие поперечного течения на подветренной стороне конуса в зависимости от числа Рейнольдса и дополняют проведенный выше анализ структуры поля течения на основе картин предельных линий тока.

10.4.3. Интегральные аэродинамические характеристики. Влияние числа Re на интегральные аэродинамические характеристики тонкого кругового конуса показано на рис. 10.34. Здесь наряду с зависимостями для полных аэродинамических коэффициентов приведены зависимости для их компонент, обусловленных действием сил давления; разность между этими зависимостями определяет вклад сил внутреннего трения в создание соответствующего аэродинамического коэффициента. Кроме того, на этом рисунке для целей сравнения нанесены соответствующие результаты расчетов для тонкого эллиптического конуса с коэффициентом эллиптичности $\delta = b/a = 1/32$ (обсуждение этих результатов проводится ниже в гл. 11).

Приведенные данные для кругового конуса подтверждают известный факт, что с ростом числа Re уменьшается вклад сил внутреннего трения в создание аэродинамических коэффициентов сил и момента. При этом для коэффициента осевой силы он остается существенным во всем рассмотренном интервале изменения числа Re, поскольку рассматриваемый конус относится к классу хорошо обтекаемых тел. Коэффициенты нормальной силы C_y и момента m_z менее чувствительны к изменению числа Re: максимальный вклад при наименьшем числе Re составляет примерно 25 % и быстро уменьшается с ростом числа Re.

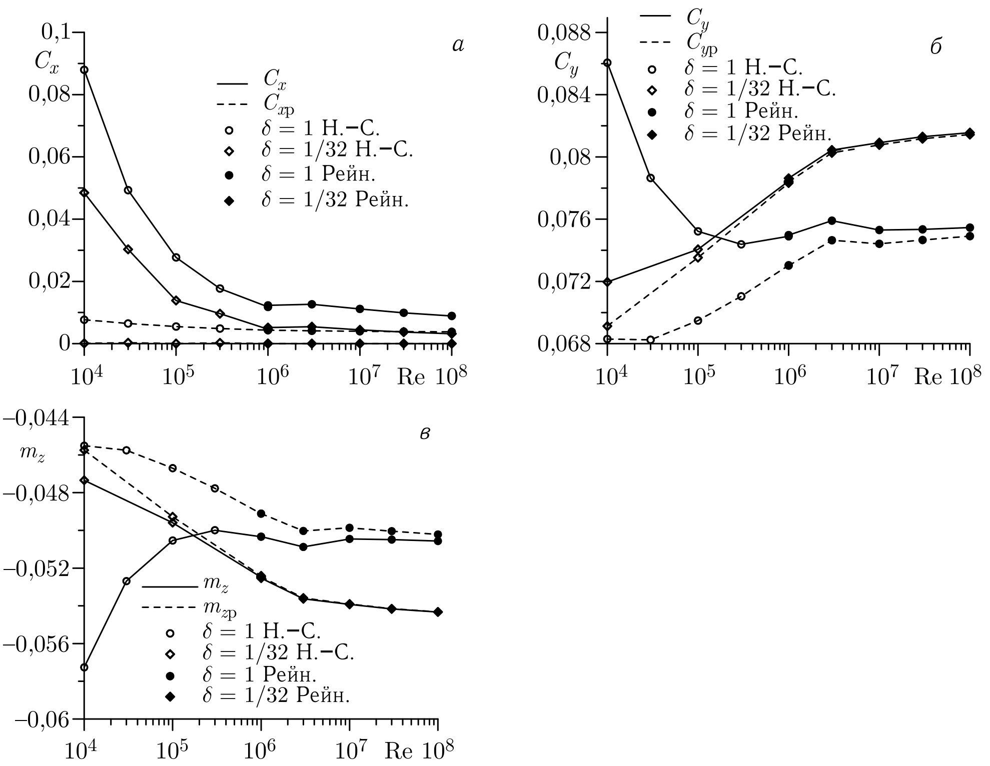


Рис. 10.34. Влияние числа Re на суммарные аэродинамические характеристики острых кругового ($\delta = 1$) и эллиптического ($\delta = 1/32$) изотермических ($T_{w0} = 0{,}5$) конусов при числе $M_\infty = 5$ и угле атаки $\alpha = 8^\circ$: *а* — коэффициент осевой силы C_x; *б* — коэффициент нормальной силы C_y; *в* — коэффициент момента m_z

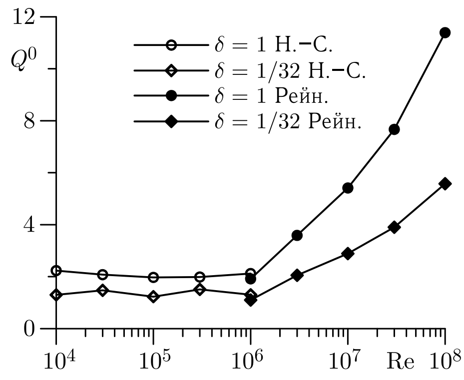


Рис. 10.35. Влияние числа Re на величину $Q^0 = Q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ острых кругового и эллиптического изотермических ($T_{w0} = 0{,}5$) конусов при числе $M_\infty = 5$ и угле атаки $\alpha = 8^\circ$

Исходя из известного распределения местного теплового потока по обтекаемой поверхности конуса рассчитывалось его суммарное значение, результаты этих расчетов для острых кругового ($\delta = 1$) и эллиптического ($\delta = 1/32$) изотермических ($T_{w0} = 0{,}5$) конусов приведены на рис. 10.35 в виде зависимостей величины $Q^0 = Q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ от числа Re.

Зависимости для обоих конусов имеют одинаковый характер поведения. Для ламинарного обтекания тел рассматриваемая величина близка к постоянной, что согласуется с теорией ламинарного пограничного слоя; для ламинарно-турбулентного обтекания она непрерывно возрастает с увеличением числа Рейнольдса.

10.5. Влияние числа Маха

Влияние числа Маха на структуру поля течения и аэродинамические характеристики тонкого острого кругового конуса исследовано для чисел Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание) и $\mathrm{Re} = 10^7$ (ламинарно-турбулентное обтекание).

10.5.1. Структура поля течения. Обтекание наветренной стороны конуса при всех рассмотренных числах Маха для обоих чисел Рейнольдса является безотрывным, и, следовательно, реализуется однотипная структура

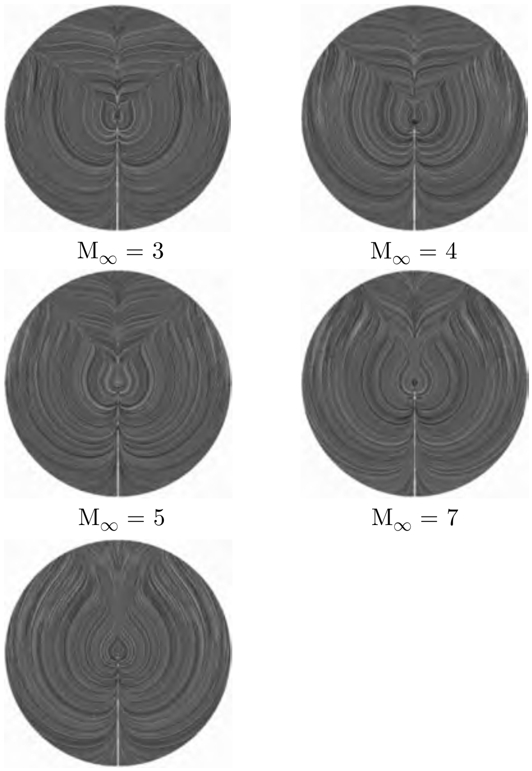


Рис. 10.36. Влияние числа Маха на картину предельных линий тока (вид спереди) на поверхности острого кругового изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) конуса при угле атаки $\alpha = 8^\circ$ и числе $\mathrm{Re} = 10^5$

поля течения, когда в плоскости симметрии на поверхности тела располагается линия растекания и происходит перетекание газа с наветренной стороны на подветренную. При этом для числа $\mathrm{Re} = 10^7$ на обтекаемой поверхности имеет место ламинарно-турбулентный переход, о котором трудно судить по картинам предельных линий тока.

На подветренной стороне при определенных углах атаки наблюдается поперечный отрыв и присоединение потока, что приводит к усложнению структуры поля течения. В качестве примера на рис. 10.36 и 10.37 показано влияние числа Маха на картину предельных линий тока при фиксированном угле атаки для указанных чисел Re.

Согласно данным рис. 10.36 при ламинарном обтекании тонкого конуса для фиксированного числа Рейнольдса на подветренной стороне наиболее обширная зона отрывного течения имеет место при наименьшем числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 3$. С возрастанием числа Маха ее размеры монотонно уменьшаются, при этом точка зарождения поперечного отрыва непрерывно смещается вниз по потоку, и при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 10$ наблюдается лишь небольшая область зарождения поперечного отрыва в кормовой части конуса.

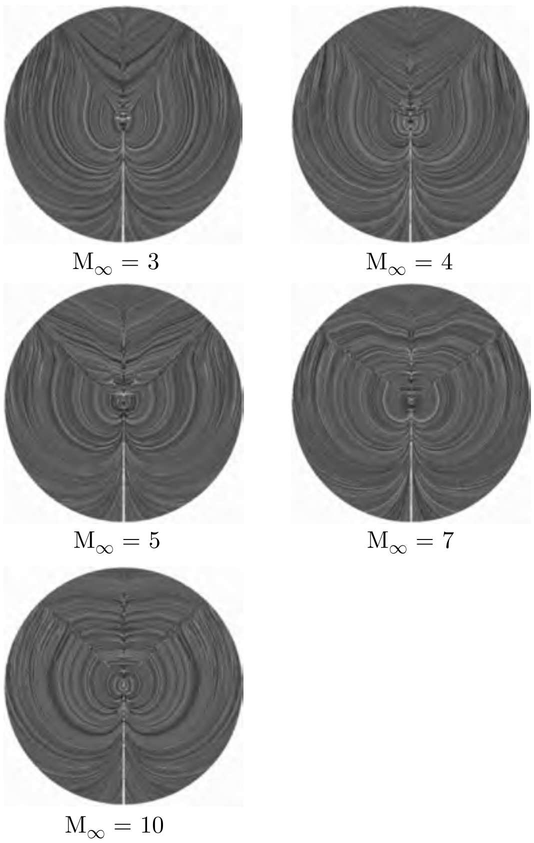


Рис. 10.37. Влияние числа Маха на картину предельных линий тока (вид спереди) на поверхности острого кругового изотермического ($T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$) конуса при угле атаки $\alpha = 8^\circ$ и числе $\mathrm{Re} = 10^7$

При ламинарно-турбулентном обтекании конуса на его подветренной стороне наблюдается иная картина (рис. 10.37) — для всех чисел Маха реализуется достаточно обширная зона первичного отрывного течения, размеры которой с увеличением числа Маха незначительно изменяются немонотонным образом.

10.5.2. Локальные и интегральные аэродинамические характеристики. Здесь мы не будем рассматривать в полном объеме влияние числа Маха на аэродинамические характеристики тонкого конуса, а ограничимся анализом некоторых из них. В частности, из локальных характеристик изучим поведение радиального коэффициента сопротивления трения (величины $C_{\mathrm{r}}^0 = c_{\mathrm{fr}}\sqrt{\mathrm{Re}}$) вдоль образующей в плоскости симметрии конуса (рис. 10.38 и 10.39), а из интегральных — поведение аэродинамических коэффициентов осевой (C_x) и нормальной (C_y) сил и момента m_z (рис. 10.40 и 10.41).

Влияние числа Маха на распределение величины $C_{\mathrm{r}}^0 = c_{\mathrm{fr}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ вдоль образующей в плоскости симметрии конуса на наветренной и подветренной сторонах для фиксированных углов атаки приведено на рис. 10.38 и 10.39 соответственно. При нулевом угле атаки в силу осесимметричности течения в каждом меридиональном сечении конуса имеем одну и ту же картину, т. е. рис. 10.39, *а* полностью совпадает с рис. 10.38, *а*.

При нулевом угле атаки (рис. 10.38, *а*), когда нет поперечного течения, общая картина поведения рассматриваемой величины очень близка к той, кото-

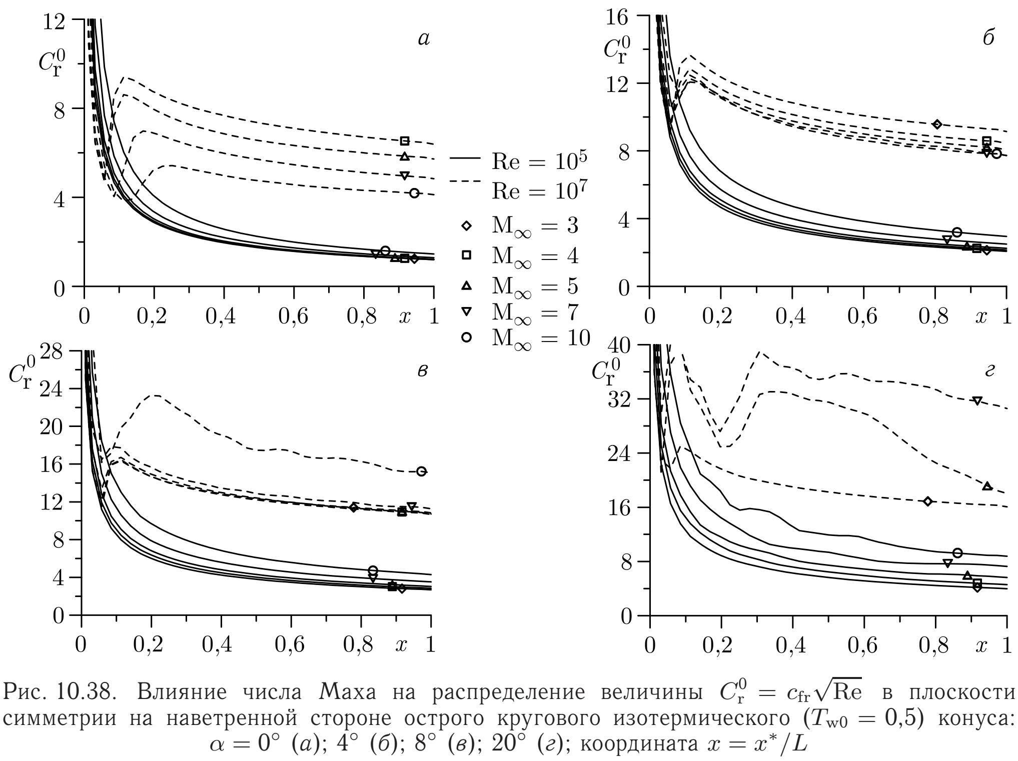


Рис. 10.38. Влияние числа Маха на распределение величины $C_{\mathrm{r}}^0 = c_{\mathrm{fr}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в плоскости симметрии на наветренной стороне острого кругового изотермического ($T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$) конуса: $\alpha = 0^\circ$ (*а*); 4° (*б*); 8° (*в*); 20° (*г*); координата $x = x^*/L$

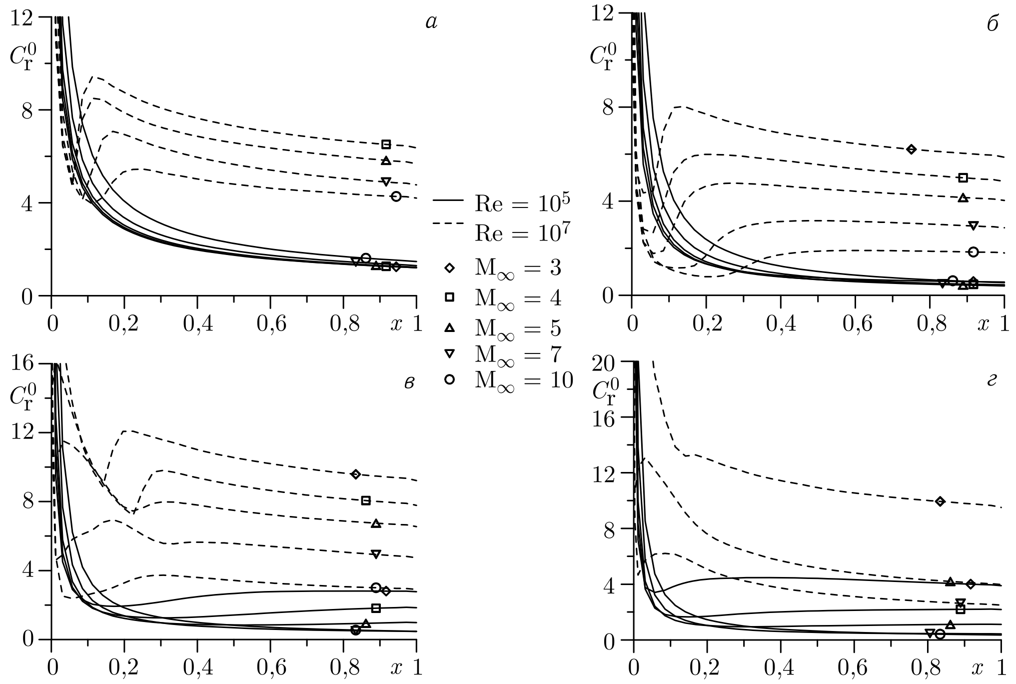


Рис. 10.39. Влияние числа Маха на распределение величины $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в плоскости симметрии на подветренной стороне острого кругового изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) конуса: $\alpha = 0°$ (*а*); $4°$ (*б*); $8°$ (*в*); $20°$ (*г*); координата $x = x^*/L$

рая имеет место при решении задачи на основе уравнений пограничного слоя. При ламинарном обтекании конуса ($\mathrm{Re} = 10^5$) расчетные зависимости являются монотонно убывающими функциями; при этом в поперечном сечении $x = \mathrm{const}$ с увеличением числа Маха происходит возрастание радиального коэффициента сопротивления трения, что говорит о наличии продольного градиента давления. При ламинарно-турбулентном обтекании конуса ($\mathrm{Re} = 10^7$) расчетные зависимости являются немонотонными функциями с двумя локальными экстремумами — минимумом и максимумом, между которыми располагается область переходного течения. Положение минимума определяет начало переходной области и зависит от числа Рейнольдса перехода $\mathrm{Re}_{\mathrm{tr}}$, которое для заданного тела является в первую очередь функцией числа Маха. Согласно экспериментальным данным для плоской пластины под нулевым углом атаки зависимость $\mathrm{Re}_{\mathrm{tr}} = f(\mathrm{M}_\infty)$ имеет пологий минимум при числе $\mathrm{M}_\infty \approx 3{,}5$ и непрерывно возрастает как с увеличением, так и с уменьшением числа Маха от указанного значения. С отмеченной закономерностью поведения числа $\mathrm{Re}_{\mathrm{tr}}$ согласуются результаты наших расчетов обтекания тонкого конуса. Далее отметим, что в области развитого турбулентного течения увеличение числа Маха приводит к уменьшению радиального коэффициента сопротивления трения, что согласуется с результатами расчетов турбулентного пограничного слоя при нулевом градиенте давления и говорит о меньшей чувствительности

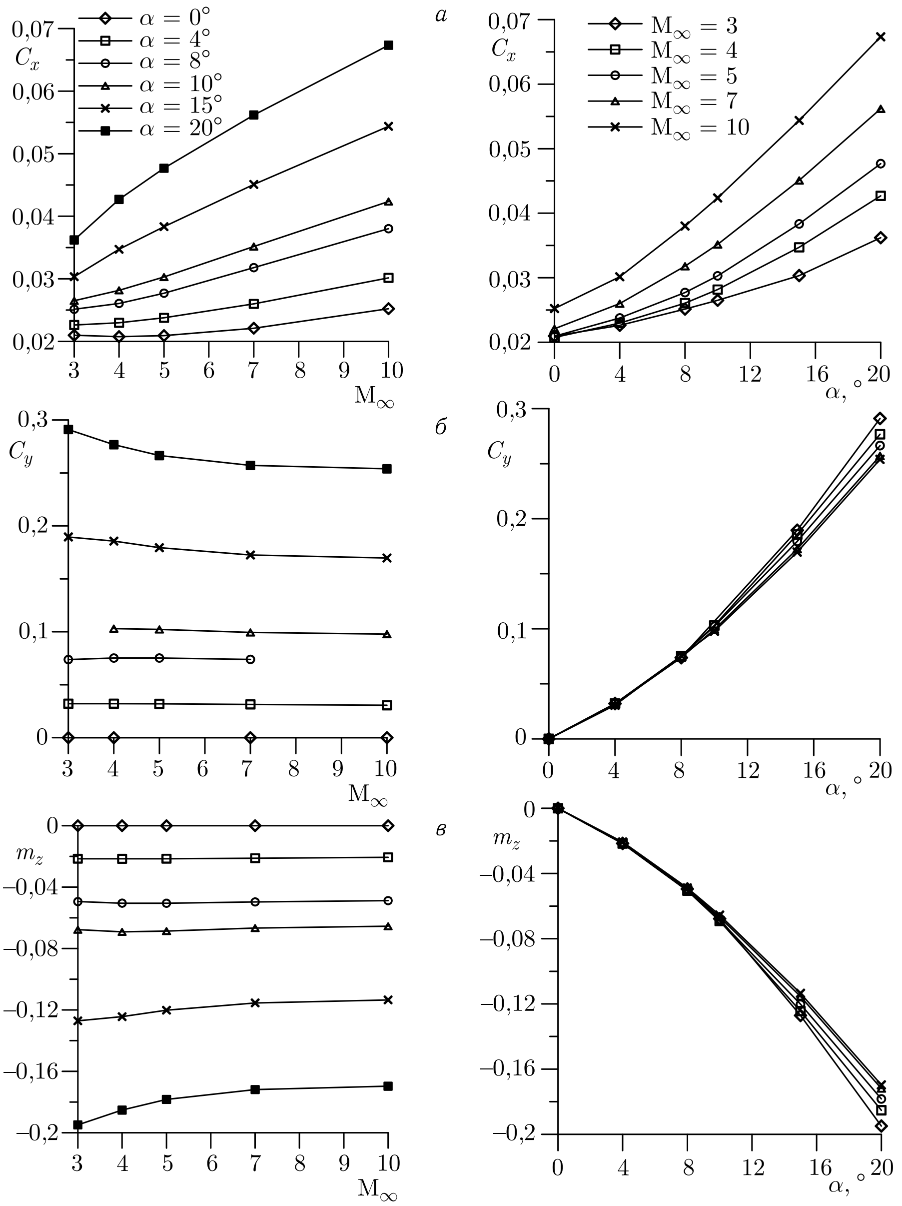


Рис. 10.40. Влияние числа Маха на аэродинамические коэффициенты осевой C_x (*а*) и нормальной C_y (*б*) силы и момента m_z (*в*) острого кругового изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) конуса при числе $\mathrm{Re} = 10^5$

развитого турбулентного течения к градиенту давления по сравнению с ламинарным течением.

Стартуя с одинаковых условий, эволюция общей картины рассматриваемой величины по углу атаки происходит по-разному на наветренной и подветренной сторонах конуса.

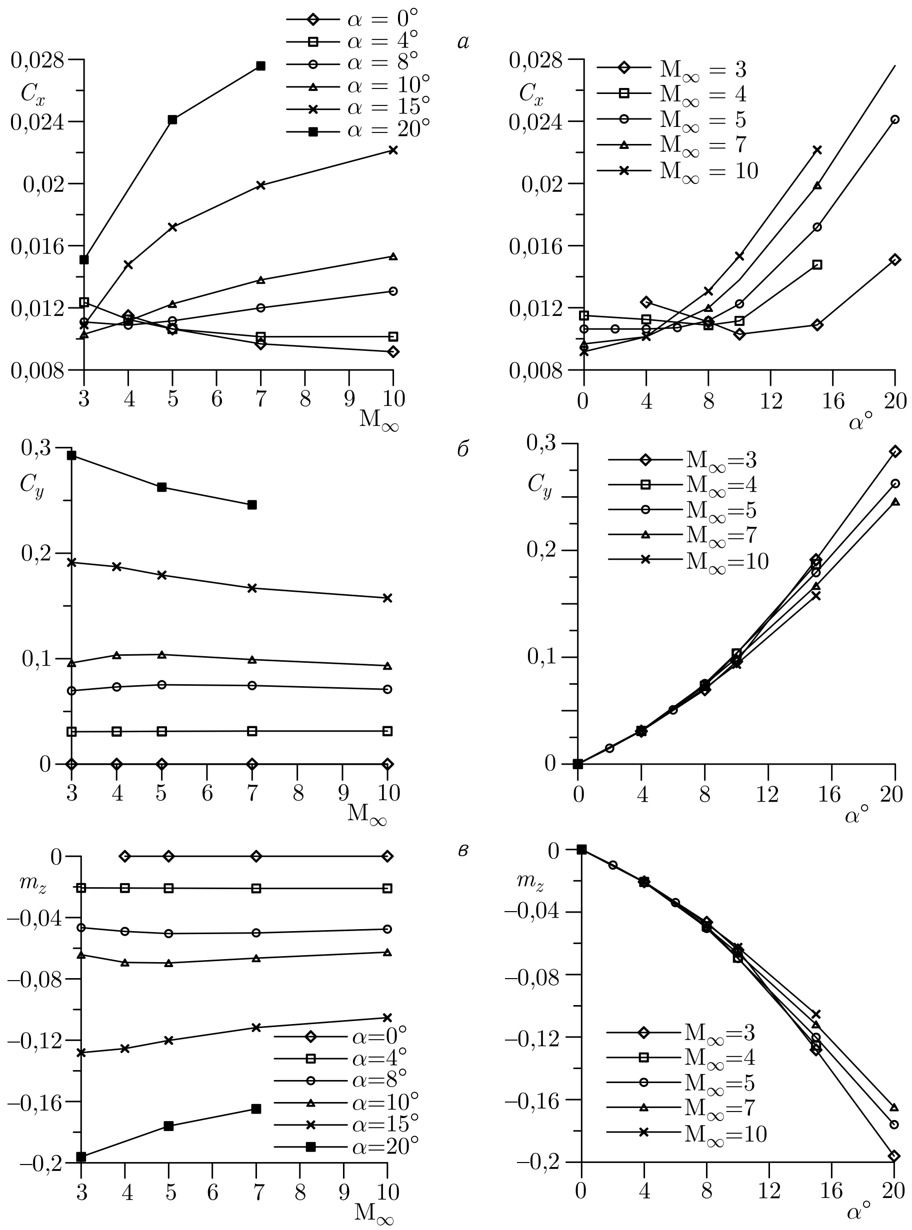


Рис. 10.41. Влияние числа Маха на аэродинамические коэффициенты осевой C_x (*а*) и нормальной C_y (*б*) силы и момента m_z (*в*) острого кругового изотермического ($T_{w0} = 0{,}5$) конуса при числе $\mathrm{Re} = 10^7$

На наветренной стороне при ламинарном обтекании конуса ($\mathrm{Re} = 10^5$) и наличии угла атаки расчетные зависимости качественно аналогичны соответствующим зависимостям для нулевого угла атаки, но отличаются от них количественно в сторону увеличения. Это возрастание радиального коэффициента сопротивления трения в зависимости от угла атаки имеет газодинамическую природу, связанную с торможением сверхзвукового потока. При числе $\mathrm{Re} = 10^7$ и малых углах атаки имеем общую картину, сходную с картиной для нулевого угла атаки, но при умеренных и больших углах атаки ситуация усложняется, в особенности при больших числах Маха, что обусловлено поведением числа Рейнольдса перехода в градиентном потоке, заложенным в модели турбулентности.

На подветренной стороне при малых углах атаки, когда конус обтекается безотрывно и в плоскости симметрии располагается линия стекания, расчетные зависимости для обоих чисел Рейнольдса качественно аналогичны соответствующим зависимостям для нулевого угла атаки, но отличаются от них количественно в сторону уменьшения. При умеренных и больших углах атаки, когда реализуется схема течения с поперечным отрывом потока, расчетные зависимости для ламинарного обтекания конуса ($\mathrm{Re} = 10^5$) становятся немонотонными, отражая процессы зарождения и развития поперечного отрыва и замещения линии стекания линией растекания; при этом в поперечном сечении $x = \mathrm{const}$ с увеличением числа Маха происходит уменьшение радиального коэффициента сопротивления трения, что согласуется с результатами расчетов ламинарного пограничного слоя при нулевом градиенте давления. При ламинарно-турбулентном обтекании конуса ($\mathrm{Re} = 10^7$) расчетные зависимости качественно согласуются с решением для нулевого угла атаки в области развитого турбулентного течения и отличаются от него в некоторой окрестности острой вершины из-за наложения процессов формирования поперечного отрыва и ламинарно-турбулентного перехода.

Выше рассмотрено влияние числа Маха и угла атаки на распределение радиального коэффициента сопротивления трения вдоль образующей в плоскости симметрии конуса. Аналогичный характер влияния имеет место и для коэффициента теплопередачи на рассматриваемых линиях тела из-за приближенного выполнения аналогии Рейнольдса.

Изменение аэродинамических коэффициентов острого конуса в зависимости от угла атаки и числа Маха для рассмотренных условий обтекания показано на рис. 10.40 и 10.41. При этом результаты для большей наглядности представлены двояким способом — в виде зависимостей от числа Маха при $\alpha = \mathrm{const}$ и от угла атаки при $\mathrm{M}_\infty = \mathrm{const}$.

При ламинарном обтекании конуса ($\mathrm{Re} = 10^5$, рис. 10.40) его аэродинамические коэффициенты ведут себя следующим образом. Коэффициент осевой силы в одинаковой мере зависит от обоих варьируемых параметров и возрастает с увеличением как числа Маха, так и угла атаки. В то же время коэффициенты нормальной силы и момента сильно зависят от угла атаки и слабо — от числа Маха.

При ламинарно-турбулентном обтекании конуса ($\mathrm{Re} = 10^7$, рис. 10.41) имеем во многом сходную картину поведения аэродинамических коэффициентов. Основные различия касаются поведения коэффициента осевой силы, который в отличие от ламинарного течения носит существенно более сложный характер изменения по варьируемым параметрам. Это объясняется тем, что в создание осевой силы заметный вклад вносят силы трения и что начало области ламинарно-турбулентного перехода сложным образом зависит от параметров потока. Схожесть в поведении коэффициентов нормальной силы и момента связана с тем, что в их создание основной вклад вносят силы давления.

Заключение

Численно исследовано сверхзвуковое обтекание тонкого кругового конуса конечной длины под углом атаки в предположении о симметрии поля течения относительно вертикальной плоскости в достаточно широком диапазоне изменения определяющих параметров задачи. Результаты расчетов показывают влияние угла атаки, чисел Маха и Рейнольдса и температурного фактора на структуру поля течения около конуса и на его аэродинамические характеристики.

На наветренной стороне конуса во всех расчетных случаях реализуется одинаковая структура — на обтекаемой поверхности в плоскости симметрии располагается линия растекания, и происходит перетекание газа с наветренной стороны на подветренную.

На подветренной стороне картина течения усложняется и зависит главным образом от угла атаки и числа Рейнольдса. При малых углах атаки течение безотрывное и на обтекаемой поверхности в плоскости симметрии располагается линия стекания. При умеренных и больших углах атаки обтекание подветренной стороны происходит с поперечным отрывом потока и в плоскости симметрии выделяются три области: область безотрывного течения (линия стекания); область зарождения и формирования поперечного отрыва (замещение линии стекания линией растекания); область развитого отрывного течения (линия растекания).

Распределения локальных аэродинамических характеристик конуса отражают структуру поля течения и чувствительны в разной степени к изменениям всех определяющих параметров задачи.

Интегральные аэродинамические характеристики конуса в этом отношении ведут себя по-разному. Коэффициент осевой силы конуса реагирует на изменения всех определяющих параметров задачи, поскольку в его создание вносят заметный вклад как нормальные, так и касательные напряжения. Коэффициенты нормальной силы и момента сильно изменяются в зависимости от угла атаки и слабо реагируют на изменения остальных параметров задачи, поскольку в их создание основной вклад вносят нормальные напряжения.

Глава 11

ТОНКИЙ ОСТРЫЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ КОНУС В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОГО СОВЕРШЕННОГО ГАЗА

В гл. 10 рассмотрены структура поля течения и аэродинамические характеристики тонкого острого кругового конуса (коэффициент эллиптичности $\delta = 1$), обтекаемого сверхзвуковым потоком совершенного газа под малыми, умеренными и большими углами атаки. В рамках классической асимптотической постановки задачи (невязкое течение плюс невзаимодействующий пограничный слой) показано [Башкин В.А., 1984; Башкин В.А., Дудин Г.Н., 2000], что форма поперечного сечения острого конуса оказывает существенное влияние на распределение местных аэродинамических характеристик в поперечном сечении тела и, следовательно, на суммарные аэродинамические характеристики и аэродинамическое нагревание конуса. При гиперзвуковых скоростях движения необходимо учитывать вязко-невязкое взаимодействие. Это проделано в [Башкин В.А., Дудин Г.Н., 2000] в рамках асимптотического подхода на основе двухслойной схемы течения применительно к тонким треугольным крыльям с острыми передними кромками при нулевом и малых углах атаки.

Однако в рамках асимптотического подхода определяются поля течения и местные аэродинамические характеристики лишь в области безотрывного обтекания тела. Как показывают результаты теоретических и экспериментальных исследований, в областях отрывного течения образуются местные «пики» теплового потока, которые заметно влияют на аэродинамическое нагревание обтекаемой поверхности и знание которых представляет большой интерес для прикладных задач.

Ниже на основе расчетного материала, полученного путем численного анализа уравнений Навье–Стокса и Рейнольдса, обсуждается влияние формы поперечного сечения на структуру поля течения и на аэродинамические характеристики острых эллиптических конусов.

11.1. Условия расчетов

Рассматривается сверхзвуковое обтекание острых тонких эллиптических конусов с углом полураствора $\theta_{\text{k}} = 4^\circ$ в плоскости большой полуоси и коэффициентом эллиптичности $\delta = b/a$ (общую схему конуса см. на рис. 9.17). Они образуют семейство тел, которое включает в себя как частные случаи острый круговой конус ($\delta = 1$) и плоское треугольное крыло ($\delta = 0$).

Численный анализ по описанной выше методике проведен для конусов с изотермической поверхностью ($T_{w0} = T_w/T_0 = 0{,}5$, умеренный теплообмен) и коэффициентом эллиптичности $\delta = 2^{-n}$, где $n = 0, 1, 2, \ldots, 5$. Они имели конечную длину L, которая принималась в качестве характерного линейного размера. Выходная граница расчетной области попадала на острую кромку донного среза, так что течение в ближнем следе за конусом не определялось. Такой подход к задаче соответствует рассмотрению обтекания полубесконечного конуса.

В предположении о симметричности течения относительно вертикальной плоскости расчеты проведены для одной половины поля течения на неравномерной сетке $41 \times 101 \times 101$ (в продольном, нормальном и окружном направлениях соответственно) при ламинарном обтекании конуса и на неравномерной сетке $41 \times 81 \times 71$ при ламинарно-турбулентном обтекании.

Выполнены три серии расчетов.

В первой серии расчетов исследовано влияние угла атаки ($0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 20^\circ$) на структуру поля течения около острых эллиптических конусов и их аэродинамические характеристики при числах Маха $M_\infty = 5$ и Рейнольдса $\mathrm{Re} = \rho_\infty V_\infty L/\mu_\infty = 10^5$ (ламинарное обтекание) и $\mathrm{Re} = 10^7$ (ламинарно-турбулентное обтекание).

Во второй серии расчетов более подробно изучено влияние числа Рейнольдса ($10^4 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^8$) на примере сверхзвукового ($M_\infty = 5$) обтекания конуса с коэффициентом эллиптичности $\delta = 1/32$ под углом атаки $\alpha = 8^\circ$. При этом численное моделирование проводилось на основе уравнений Навье–Стокса при числах $10^4 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^6$ и на основе уравнений Рейнольдса при числах $10^6 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^8$.

В третьей серии расчетов рассмотрено влияние числа Маха ($3 \leqslant M_\infty \leqslant 10$) на примере сверхзвукового обтекания конуса с коэффициентом эллиптичности $\delta = 1/32$ под углом атаки ($0 \leqslant \alpha \leqslant 20^\circ$) при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание) и 10^7 (ламинарно-турбулентное обтекание).

Далее отметим, что наименьшее значение угол Маха принимает при наибольшем числе Маха $\alpha = \arcsin(1/M_\infty) = \arcsin 0{,}1 \approx 5^\circ 46'$ и, следовательно, рассматриваемые эллиптические конусы имеют дозвуковые передние кромки.

Основные результаты этих исследований приведены в [Башкин В.А., Егоров И.В., Пафнутьев В.В., 2008].

11.2. Классификация режимов обтекания

В [Башкин В.А., 1984; Башкин В.А., Дудин Г.Н., 2000] при анализе структуры поля течения около треугольного крыла ($\delta = 0$) с дозвуковыми передними кромками выделялись три режима обтекания наветренной стороны с точки зрения количества и расположения особых точек (линий) на ней.

Режим 1 — на наветренной стороне крыла в плоскости симметрии располагается линия стекания, а линии тока, которые разделяют потоки, обтекающие наветренную и подветренную стороны тела, попадают на острую кромку, т. е. на острых кромках располагаются линии растекания. При этом

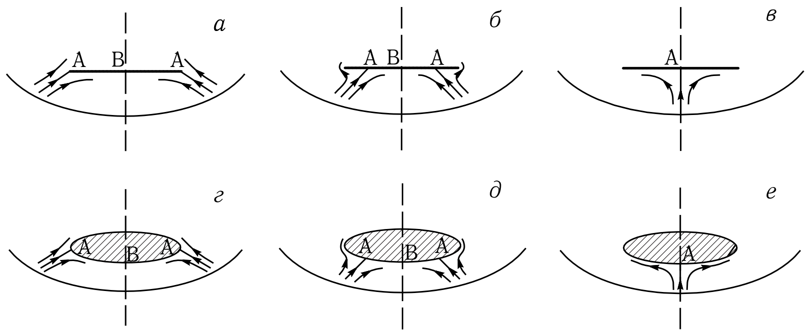


Рис. 11.1. Режимы обтекания наветренной стороны плоского треугольного крыла ($\delta = 0$; *а*, *б*, *в*) и эллиптического конуса ($\delta > 0$; *г*, *д*, *е*): *а*, *г* — режим 1, *б*, *д* — режим 2, *в*, *е* — режим 3

невязкое решение в окрестности острой кромки (линии растекания) имеет сингулярный характер поведения. Поэтому в сечении крыла поперечное течение направлено от острых кромок к линии стекания (рис. 11.1, *а*).

Режим 2 — на наветренной стороне треугольного крыла располагаются три особые линии: линия стекания в плоскости симметрии и две линии растекания в окрестности передних кромок. Невязкое решение в окрестности линии растекания регулярно. В сечении крыла поперечное течение от линии растекания с одной стороны направлено к линии стекания в плоскости симметрии, с другой стороны — к участку поверхности большой кривизны (рис. 11.1, *б*).

Режим 3 — на наветренной стороне крыла в плоскости симметрии располагается одна особая линия — линия растекания. В сечении тела поперечное течение направлено от плоскости симметрии к острым кромкам (рис. 11.1, *в*).

Эта классификация режимов обтекания наветренной стороны треугольного крыла распространяется на случай острого эллиптического конуса с коэффициентом эллиптичности $\delta < 1$ следующим образом.

Режим 1 — на наветренной стороне в плоскости симметрии располагается линия стекания, а линии тока, которые разделяют потоки, обтекающие наветренную и подветренную стороны тела, попадают на поверхность тела в окрестности участков большой кривизны, т. е. здесь располагаются линии растекания. При этом поведение решения в окрестности линии растекания имеет регулярный характер, а в сечении крыла поперечное течение направлено от линии растекания к линии стекания (рис. 11.1, *г*).

Режим 2 — на наветренной стороне конуса располагаются три особые линии: линия стекания в плоскости симметрии и две линии растекания вне участка поверхности большой кривизны. В сечении крыла поперечное течение от линии растекания с одной стороны направлено к линии стекания в плоскости симметрии, с другой стороны — к участку поверхности большой кривизны (рис. 11.1, *д*).

Режим 3 — на наветренной стороне конуса в плоскости симметрии располагается одна особая линия — линия растекания. В сечении тела поперечное течение направлено от плоскости симметрии к участку поверхности большой кривизны (рис. 11.1, *е*).

Эта классификация режимов течения используется ниже при анализе структуры поля течения около эллиптических конусов.

11.3. Структура поля течения

Структура поля течения обычно изучается с помощью полей газодинамических переменных, картин предельных линий тока и распределений локальных эродинамических характеристик по обтекаемой поверхности тела. Первый подход позволяет установить общую картину обтекания рассматриваемого тела — положения головной ударной волны и внутренних скачков уплотнения, пограничный слой, ближний и дальний следы и т. п. Второй и третий подходы выявляют особенности течения в окрестности обтекаемой поверхности — зарождение и развитие отрывного течения, положение особых точек и линий и т. п.

Поскольку общая картина сверхзвукового обтекания острого эллиптического конуса хорошо известна, то ниже на основе второго и третьего подходов анализируется структура течения около него в зависимости от угла атаки и коэффициента эллиптичности. При этом отметим, что в гл. 10 при анализе структуры течения около кругового конуса картины предельных линий тока строились в проекции на плоскость донного сечения (вид спереди), которые давали наглядную общую информацию о структуре течения. Эллиптические конусы по сравнению с круговым имеют меньшую площадь донного сечения, поэтому такие картины теряют информативность, в особенности для конусов с малым значением коэффициента эллиптичности. Из-за этого ниже используются картины предельных линий тока в проекции на горизонтальную плоскость (в связанной системе координат) по отдельности для наветренной (вид снизу) и подветренной (вид сверху) сторон конуса.

Влияние формы поперечного сечения тела (коэффициента эллиптичности) на структуру поля течения как при ламинарном ($\mathrm{Re} = 10^5$), так и при ламинарно-турбулентном ($\mathrm{Re} = 10^7$) обтекании конуса сверхзвуковым потоком ($\mathrm{M}_\infty = 5$) проявляется по-разному при различных углах атаки.

При нулевом угле атаки обтекание кругового конуса ($\delta = 1$) сверхзвуковым потоком является осесимметричным (вырожденное пространственное течение) и, следовательно, в поле возмущенного течения отсутствует поперечное течение. Обтекание острого эллиптического конуса ($\delta \neq 1$) носит существенно пространственный характер из-за наличия поперечного течения. При этом для всех рассматриваемых эллиптических конусов ($\delta < 1$) наблюдается одинаковая структура поля поперечного течения с двумя плоскостями симметрии: на поверхности тела в плоскости большой полуоси располагаются линии растекания, а в плоскости малой полуоси — линии стекания (режим 1). Сказанное выше подтверждается картинами предельных линий тока, согласно которым во всех случаях реализуется безотрывное обтекание конуса.

При нулевом угле атаки для эллиптических конусов режим 1 течения в поперечном сечении тела является, по-видимому, основным, т. е. наиболее вероятным. Однако в зависимости от комбинации определяющих параметров задачи может иметь место более сложная структура течения. Так, например, Г.П. Воскресенским путем численного интегрирования уравнений Эйлера для конуса с $\theta_{\text{к}} = 35^\circ$ и $\delta = 0{,}5$ при числе $M_\infty = 10$ установлена структура поля течения, когда на поверхности тела в плоскостях симметрии располагаются линии растекания, а линии стекания находятся вне плоскости симметрии.

При наличии угла атаки эволюция структуры поля течения около конуса существенным образом зависит от коэффициента эллиптичности δ; при этом целесообразно рассмотреть по отдельности наветренную и подветренную стороны конуса.

На наветренной стороне кругового конуса при всех углах атаки реализуется одна и та же схема поперечного течения, соответствующая режиму 3, и происходит перетекание газа с наветренной стороны на подветренную. Для эллиптического конуса при малом угле атаки с увеличением последнего картина течения непрерывным образом эволюционирует от режима 1 через режим 2 к режиму 3, который является основным режимом при умеренных и больших углах атаки. Эту эволюцию структуры поперечного течения можно проследить по картинам предельных линий тока.

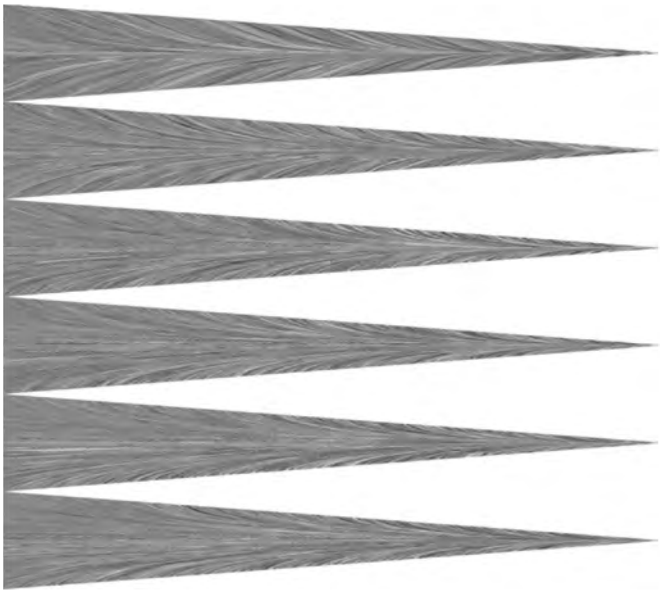


Рис. 11.2. Картины предельных линий тока на подветренной поверхности эллиптических конусов (вид сверху) при угле атаки $\alpha = 6^\circ$ ($M_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^5$): $\delta = 1$ (*а*); $\delta = 1/2$ (*б*); $\delta = 1/4$ (*в*); $\delta = 1/8$ (*г*); $\delta = 1/16$ (*д*); $\delta = 1/32$ (*е*)

На подветренной стороне структура поперечного течения определяется в основном углом атаки и числом Re. В качестве примера на рис. 11.2 и 11.3 приведены картины предельных линий тока для ламинарного и ламинарно-турбулентного обтеканий эллиптических конусов под углом атаки $\alpha = 6^\circ$.

При малых углах атаки ($\alpha < \operatorname{arctg}(\delta \cdot \operatorname{tg}\theta_{\text{к}}) \approx 4^\circ \cdot \delta$), когда подветренная сторона конуса обтекается безотрывно, реализуется наиболее простая структура течения с одной линией стекания, расположенной на поверхности тела в плоскости симметрии. При умеренных и больших углах атаки

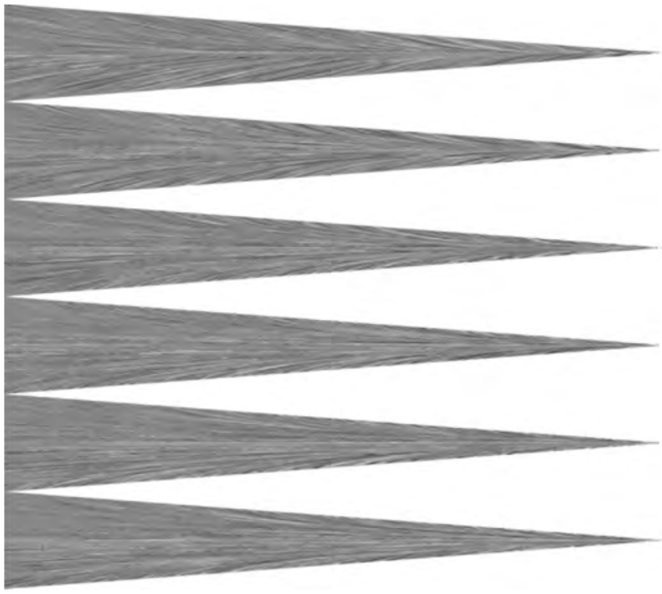


Рис. 11.3. Картины предельных линий тока на подветренной поверхности эллиптических конусов (вид сверху) при угле атаки $\alpha = 6^\circ$ ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^7$): $\delta = 1$ (*а*); $\delta = 1/2$ (*б*); $\delta = 1/4$ (*в*); $\delta = 1/8$ (*г*); $\delta = 1/16$ (*д*); $\delta = 1/32$ (*е*)

($\alpha \geqslant \mathrm{arctg}\,(\delta \cdot \mathrm{tg}\,\theta_\text{к}) \approx 4^\circ \cdot \delta$), когда на некотором расстоянии от вершины конуса имеет место поперечный отрыв потока на подветренной стороне, наблюдается сложная структура поля поперечного течения. В плоскости симметрии некоторая окрестность вершины конуса содержит линию стекания (безотрывное обтекание), которая далее вниз по потоку постепенно сменяется линией растекания (по мере зарождения и развития поперечного отрыва потока). При этом линии поперечного отрыва формируются в некоторой окрестности плоскости симметрии и для фиксированного угла атаки по мере уменьшения δ смещаются к участку поверхности большой кривизны. Отметим, что зарождение и развитие поперечного отрывного течения более подробно обсуждается ниже в разделе 11.4.

Путем сопоставления картин предельных линий тока, приведенных на рис. 11.2 и 11.3, оценивается влияние числа Re на структуру поля течения. Можно видеть, что для сравниваемых чисел Рейнольдса картины предельных линий тока при соответствующих значениях угла атаки и коэффициента эллиптичности однотипны, хотя и имеют некоторые различия.

Более подробный анализ влияния числа Re на структуру поля течения проведен для конуса с $\delta = 1/32$, обтекаемого сверхзвуковым потоком с числом $\mathrm{M}_\infty = 5$ под углом атаки $\alpha = 8^\circ$. В качестве примера на рис. 11.4 приведены картины предельных линий тока на подветренной стороне тела для различных чисел Re. Можно видеть, что изменение числа Re, как и в случае острого кругового конуса, существенно влияет на структуру поля течения.

При ламинарном обтекании конуса с увеличением числа Re постепенно происходит усложнение структуры течения в отрывной зоне: сначала форми-

Рис. 11.4. Картины предельных линий тока на подветренной поверхности эллиптического конуса ($\delta = 1/32$, вид сверху) при угле атаки $\alpha = 8^\circ$ и числе $\mathrm{M}_\infty = 5$; ламинарное обтекание: $\mathrm{Re} = 10^4$ (*а*), $3 \cdot 10^4$ (*б*), 10^5 (*в*); $3 \cdot 10^5$ (*г*), 10^6 (*д*); ламинарно-турбулентное обтекание: $\mathrm{Re} = 10^6$ (*е*), $3 \cdot 10^6$ (*ж*), 10^7 (*з*), $3 \cdot 10^7$ (*и*), 10^8 (*к*)

руются вторичный отрыв и присоединение потока, а затем — даже третичный отрыв и присоединение потока. Турбулизация течения содействует упрощению структуры поля течения в отрывной зоне — наблюдаются исчезновение третичного отрыва и присоединения потока, а при последующем увеличении числа Re исчезновение также вторичного отрыва и присоединения потока.

Выше на основе картин предельных линий тока обсуждена эволюция структуры течения около острого эллиптического конуса в зависимости от определяющих параметров при фиксированном числе $\mathrm{M}_\infty = 5$. При других значениях числа Маха она в качественном отношении протекает аналогично, что показано в гл. 10 на примере сверхзвукового обтекания острого кругового конуса. Поэтому на данном этапе ограничимся этим кратким замечанием о влиянии числа Маха на структуру течения около рассматриваемого тела.

11.4. Местные аэродинамические характеристики

Анализ влияния формы поперечного сечения на местные аэродинамические характеристики конуса начнем с рассмотрения нулевого угла атаки. При этом ограничимся рассмотрением поведения местных коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи, поскольку они дают необходимую информацию об особенностях структуры течения около эллиптического конуса.

11.4.1. Нулевой угол атаки. При нулевом угле атаки из-за симметрии картины обтекания достаточно рассмотреть только одну четвертую часть конуса, для определенности — подветренную.

В этом случае при $\delta < 1$ на поверхности тела в плоскости большой полуоси располагается линия растекания, а в плоскости малой полуоси — линия стекания. При ламинарном обтекании на этих линиях местные коэффициенты сопротивления трения c_{fr} и теплопередачи q_{w} для всех конусов монотонно уменьшаются по мере отхода от вершины тела вниз по потоку (рис. 11.5). При этом уменьшение параметра δ приводит к увеличению местных значений рассматриваемых величин на линии растекания из-за возрастания интенсивности поперечного растекания и к снижению их значений на линии стекания из-за ослабления поперечного течения в ее окрестности. Отметим, что рассматриваемые величины имеют качественно схожий характер поведения из-за приближенного выполнения аналогии Рейнольдса между процессами обмена импульсами и энергией в пограничном слое.

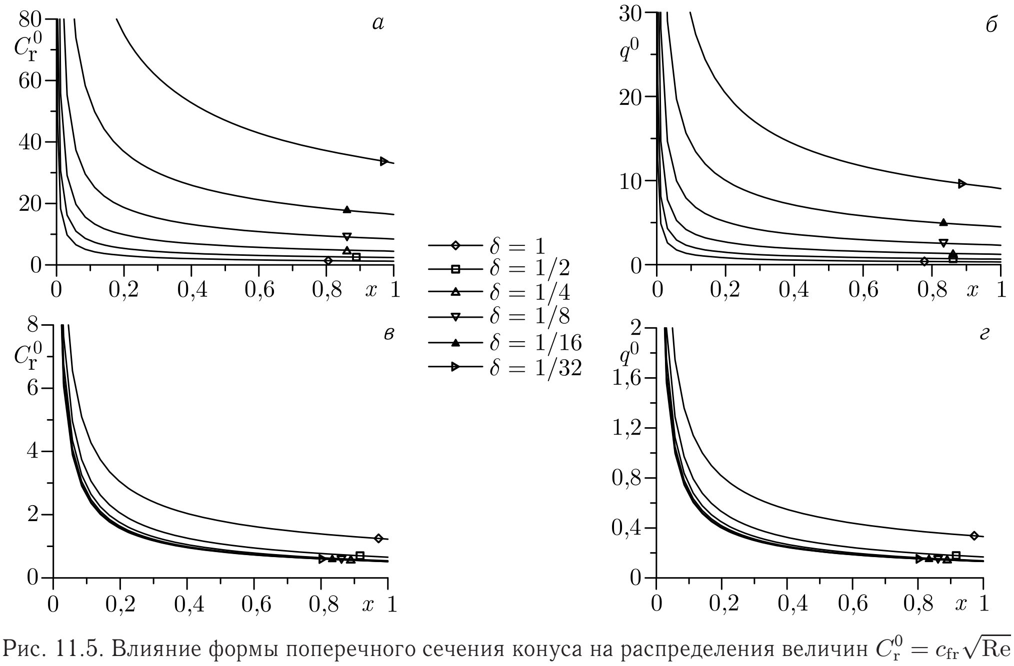


Рис. 11.5. Влияние формы поперечного сечения конуса на распределения величин $C_{\mathrm{r}}^0 = c_{\mathrm{fr}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*а, в*) и $q^0 = q_{\mathrm{w}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*б, г*) на поверхности в плоскости симметрии при нулевом угле атаки и числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$: *а, б* — плоскость большой полуоси; *в, г* — плоскость малой полуоси; координата $x = x^*/L$

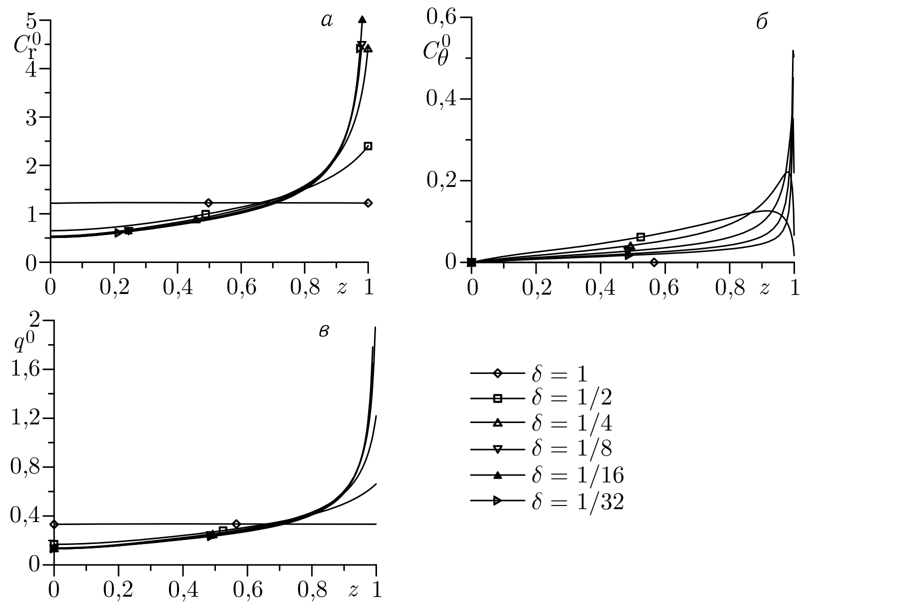


Рис. 11.6. Влияние формы поперечного сечения конуса на распределения величин $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*а*), $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*б*) и $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*в*) в донном срезе тела ($x = 1$) при нулевом угле атаки и числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$; координата $z = z^*/z^*_{\max}$

Поскольку обтекание конусов происходит безотрывно, то в каждом сечении $x = \mathrm{const}$ распределения коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи однотипны. Поэтому ограничимся рассмотрением их поведения в донном срезе тела (рис. 11.6). Так как форма поперечного сечения тела является переменной, то результаты расчетов удобно представить в виде зависимости рассматриваемых величин по координате $\overline{z} = z/z_{\max}$. (Здесь z — декартова координата, направленная по размаху крыла и расположенная в плоскости большой полуоси.) Однако при этом снижается информативность о поведении решения в окрестности линии растекания. Поведение окружной компоненты напряжения трения (рис. 11.6, *б*) четко указывает на безотрывный характер течения в окрестности линии стекания. Как и в рамках классической постановки задачи, результаты расчетов местного коэффициента теплопередачи (рис. 11.6, *в*) показывают, что острый круговой конус оптимален с точки зрения равномерности распределения q_w в поперечном сечении тела и с точки зрения минимума $q_{w\,\max}$ в поперечном сечении тела.

Изменение числа Re существенно влияет на поведение местных коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи как на линиях растекания и стекания, так и в поперечном сечении тела. В качестве примера на рис. 11.7 и 11.8 приведены соответствующие результаты расчетов для числа $\mathrm{Re} = 10^7$, для которого характерно ламинарно-турбулентное обтекание конуса.

Из приведенных результатов следует, что ламинарно-турбулентное обтекание конусов также происходит без поперечного отрыва потока. Следовательно, качественное изменение в поведении местных аэродинамических

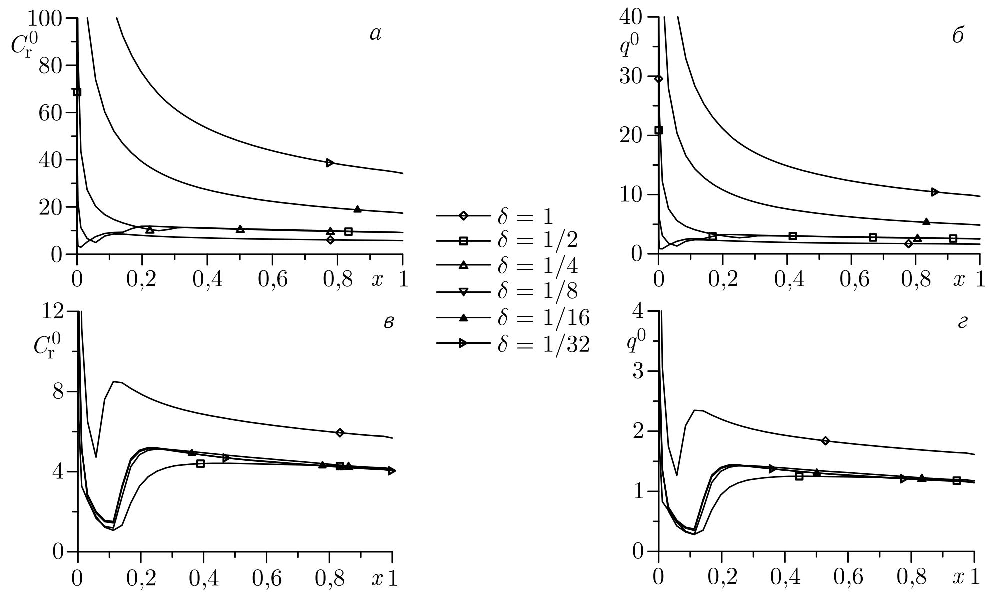


Рис. 11.7. Влияние формы поперечного сечения конуса на распределения величин $C_\mathrm{r}^0 = c_\mathrm{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*а*, *в*) и $q^0 = q_\mathrm{w}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*б*, *г*) на поверхности в плоскости симметрии при нулевом угле атаки и числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^7$: *а*, *б* — плоскость большой полуоси; *в*, *г* — плоскость малой полуоси; координата $x = x^*/L$

характеристик связано с положением точки начала ламинарно-турбулентного перехода на обтекаемой поверхности. За основу принимаем круговой конус, на поверхности которого развитие течения в окружном направлении происходит при нулевом градиенте давления.

На линии растекания (рис. 11.7, *а*, *б*) конуса с $\delta = 1/2$ точка начала ламинарно-турбулентного перехода смещается вверх по потоку относительно своего положения на поверхности кругового конуса из-за дестабилизирующего влияния слабого градиента давления. На конусе с $\delta = 1/4$ она уже смещена заметно вниз по потоку из-за стабилизирующего влияния сильного градиента давления. При последующем уменьшении коэффициента эллиптичности $\delta < 1/4$ возрастает поперечный градиент давления, наблюдается полная стабилизация течения в пограничном слое и на линии растекания устанавливается ламинарный режим течения ($\delta = 1/16$ и $1/32$).

На линии стекания (рис. 11.7, *в*, *г*) для конусов с $\delta < 1$ точка начала ламинарно-турбулентного перехода смещена вниз по потоку относительно своего положения на круговом конусе, что обусловлено возрастанием числа Маха на внешней границе пограничного слоя. Изменение параметра δ практически не влияет на положение точки перехода, но воздействует на длину области переходного течения.

В поперечном сечении конуса (рис. 11.8) для конусов с $\delta < 1/8$ по мере отхода от линии растекания, где течение ламинарное, происходит дестабилизация течения в пограничном слое, наблюдается ламинарно-турбулентный переход и на большей части обтекаемой поверхности конуса реализуется турбулентное течение.

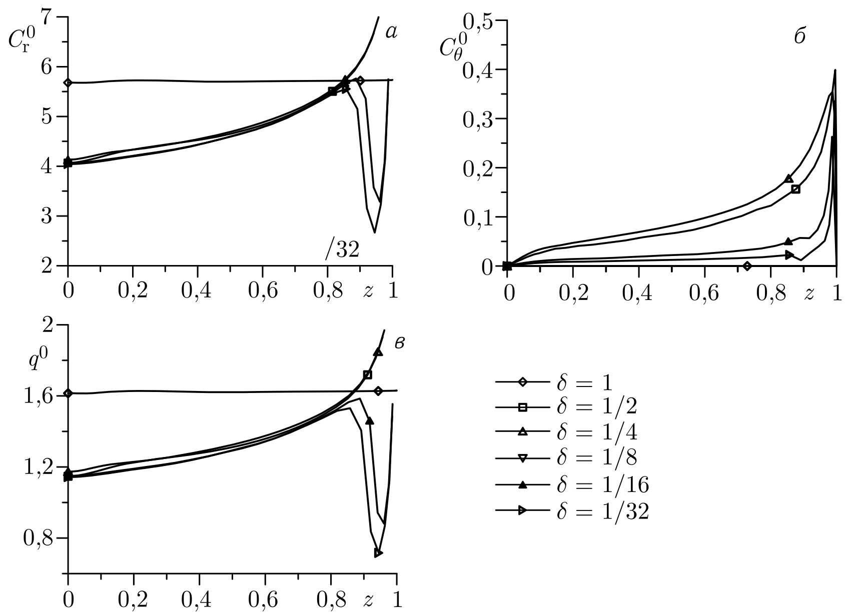


Рис. 11.8. Влияние формы поперечного сечения конуса на распределения величин $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*а*), $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*б*) и $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*в*) в донном срезе тела ($x = 1$) при нулевом угле атаки и числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^7$; координата $z = z^*/z^*_{\max}$

11.4.2. Ненулевой угол атаки. При обтекании конуса сверхзвуковым потоком ($\mathrm{M}_\infty = 5$) под произвольным углом атаки течение газа на наветренной стороне является безотрывным, и при больших числах Re результаты наших расчетов полностью согласуются с расчетными данными, полученными в рамках классической постановки задачи. Поэтому ниже поведение местных аэродинамических характеристик на наветренной стороне тела рассматривается кратко, а основное внимание уделяется изучению их поведения на подветренной стороне тела.

При наличии угла атаки распределения местных коэффициентов сопротивления трения c_{fr} и теплопередачи q_w в плоскости симметрии на наветренной стороне — качественно такие же, как на рис. 11.5 и 11.7, и с увеличением угла атаки возрастают их местные значения. Для подтверждения сказанного на рис. 11.9 приведены соответствующие результаты расчетов для угла атаки $\alpha = 10^\circ$.

При ламинарном обтекании конуса рассматриваемые коэффициенты (рис. 11.9, *а*, *б*) монотонно уменьшаются при движении от острой вершины вниз по потоку вдоль его образующей, при этом в сечении $x = \mathrm{const}$ значения коэффициентов снижаются по мере уменьшения коэффициента эллиптичности из-за меньшего торможения сверхзвукового потока.

При ламинарно-турбулентном обтекании конуса распределения коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи (рис. 11.9, *в*, *г*) являются немонотонными функциями с двумя локальными экстремумами, между которыми располагается область переходного течения. Начало ламинарно-турбулентного

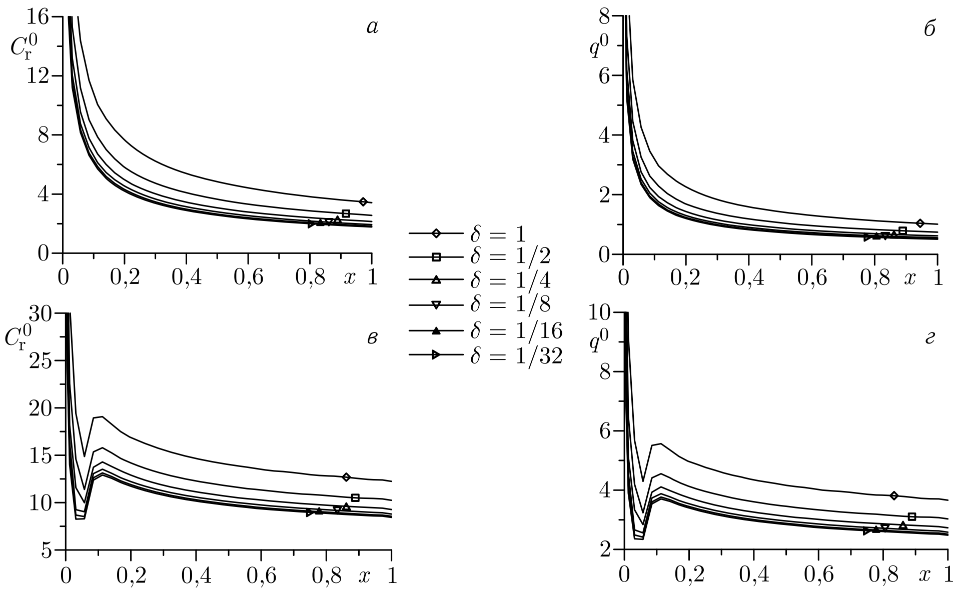


Рис. 11.9. Влияние формы поперечного сечения конуса на распределения величин $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ $(а, в)$ и $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ $(б, г)$ в плоскости симметрии на наветренной стороне при угле атаки $\alpha = 10^\circ$ и числе $\mathrm{M}_\infty = 5$: $\mathrm{Re} = 10^5$ $(а, б)$; $\mathrm{Re} = 10^7$ $(в, г)$; координата $x = x^*/L$

перехода находится в окрестности острой вершины конуса. Если за основу принять положение переходной области на поверхности кругового конуса, то относительно него на поверхности эллиптического конуса начало переходной области с уменьшением коэффициента эллиптичности незначительно смещается вверх по потоку, а ее конец остается неизменным.

Распределения местных коэффициентов сопротивления трения c_{fr} и $c_{f\theta}$ и теплопередачи q_w в поперечном сечении конуса на наветренной стороне, естественно, зависят от угла атаки и числа Re. В качестве примера приводятся распределения указанных величин в сечении донного среза для угла атаки $\alpha = 10^\circ$, когда на наветренной стороне для всех конусов реализуется одна и та же схема поперечного течения — режим 3 (рис. 11.10 и 11.11).

Распределения величин c_{fr} и q_w однотипны. Если при нулевом угле атаки оптимальным по условиям теплопередачи был острый круговой конус ($\delta = 1$), то при наличии ненулевого угла атаки оптимальный режим смещается в сторону меньших значений коэффициента эллиптичности δ. Чем больше угол атаки, тем при меньших значениях δ реализуется оптимальный режим. Интенсивность поперечного течения в центральной части наветренной стороны при малых углах атаки очень мала, и только после перестройки структуры поперечного течения согласно режиму 3 она увеличивается с ростом угла атаки. При фиксированном угле атаки уменьшение коэффициента эллиптичности δ приводит к снижению интенсивности поперечного течения.

На подветренной стороне конуса поведение местных аэродинамических характеристики отражает структуру поперечного течения, которая, как отмечалось выше, определяется в основном углом атаки и числом Re.

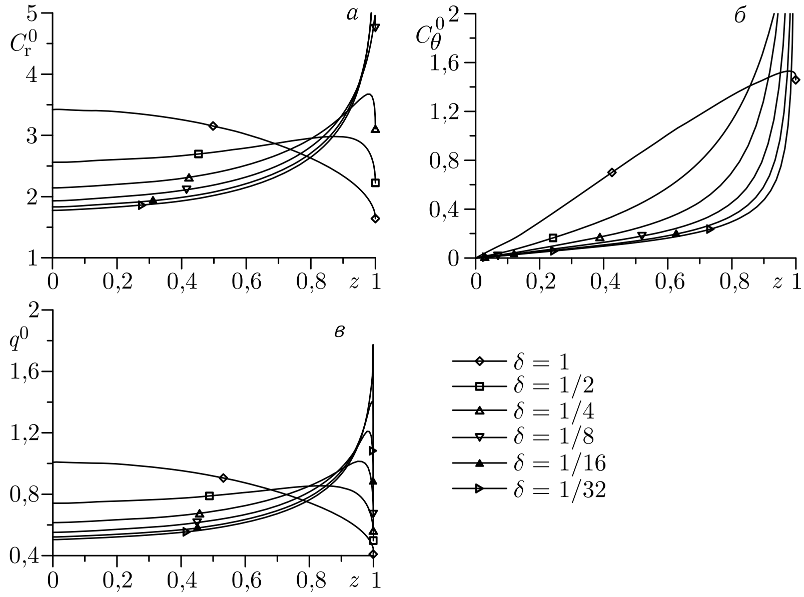


Рис. 11.10. Влияние формы поперечного сечения конуса на распределения величин $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*а*), $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*б*) и $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*в*) в донном срезе тела ($x = 1$) на наветренной стороне при угле атаки $\alpha = 10°$ и числах $M_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$; координата $z = z^*/z^*_{\max}$

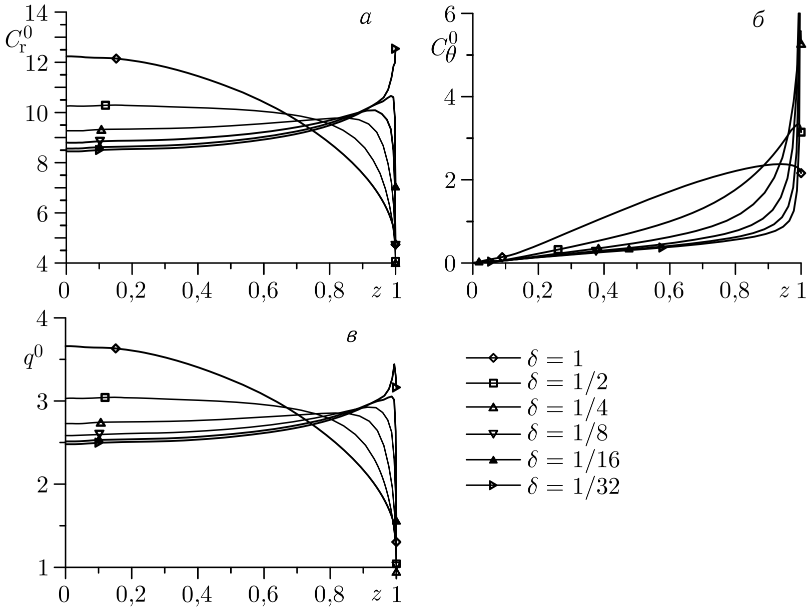


Рис. 11.11. Влияние формы поперечного сечения конуса на распределения величин $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*а*), $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*б*) и $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*в*) в донном срезе тела ($x = 1$) на наветренной стороне при угле атаки $\alpha = 10°$ и числах $M_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^7$; координата $z = z^*/z^*_{\max}$

Влияние формы поперечного сечения на распределение коэффициентов сопротивления трения c_{fr} и теплопередачи q_{w} в плоскости симметрии на подветренной стороне конуса зависит от угла атаки. Так, например, при ламинарном обтекании тела под нулевым углом атаки эти зависимости для конусов с разными значениями δ монотонны по продольной координате и почти эквидистантны друг другу (рис. 11.5), а наличие ненулевого угла атаки приводит к нарушению этих закономерностей. Это прежде всего наблюдается для конуса с наименьшим значением δ, поскольку для него раньше всего формируются условия для поперечного отрыва потока. С увеличением угла атаки по мере развития поперечного отрывного течения линия стекания сменяется линией растекания, что приводит к возрастанию местного напряжения трения и теплового потока.

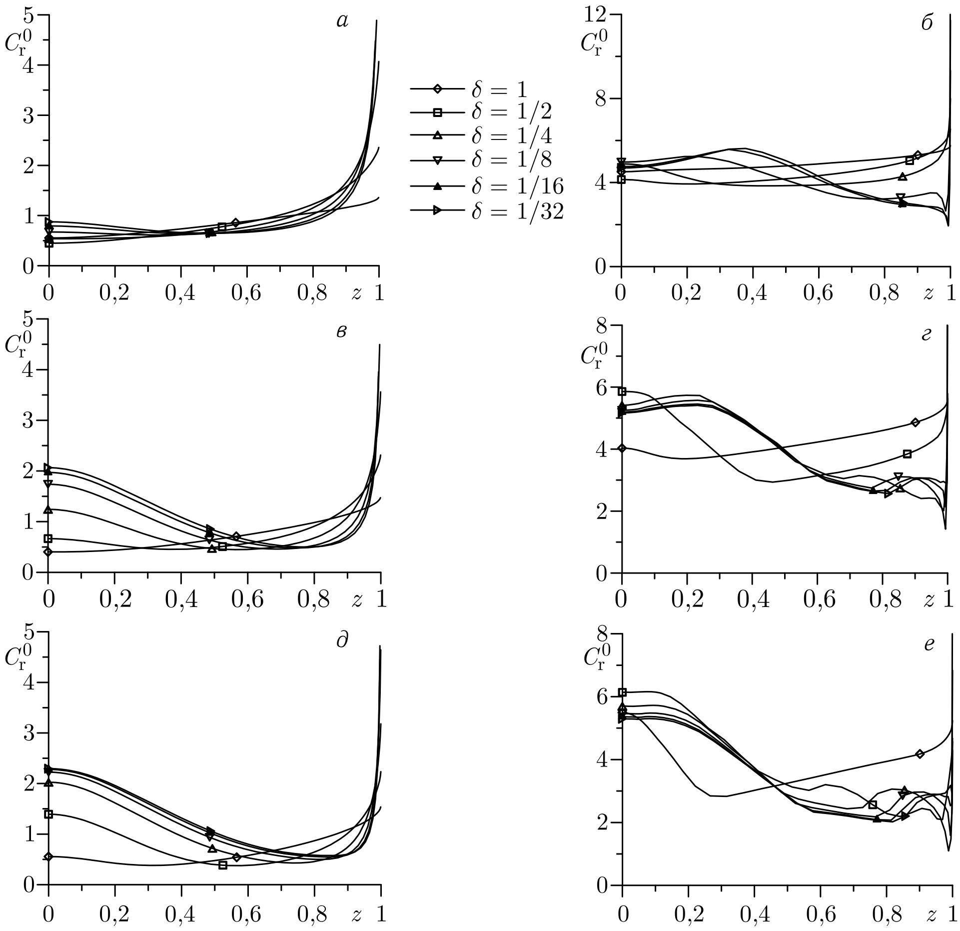


Рис. 11.12. Влияние формы поперечного сечения конуса на распределения величин $C_{\mathrm{r}}^0 = c_{\mathrm{fr}}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в донном срезе тела ($x = 1$) на подветренной стороне при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ для фиксированных значений угла атаки и числа Re: $\alpha = 2^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^5$ (*а*); $\alpha = 2^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^7$ (*б*); $\alpha = 4^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^5$ (*в*); $\alpha = 4^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^7$ (*г*); $\alpha = 6^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^5$ (*д*); $\alpha = 6^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^7$ (*е*); координата $z = z^*/z^*_{\max}$

Анализ поведения местных аэродинамических характеристик в поперечном сечении тела на подветренной стороне ограничим тем диапазоном углов атаки, в котором зарождается и формируется поперечный отрыв потока (рис. 11.12–11.14).

При ламинарном обтекании ($\mathrm{Re} = 10^5$) и угле атаки $\alpha = 2^\circ$ для конусов с $\delta > 1/8$ течение газа на подветренной стороне является безотрывным, а для конусов с $\delta < 1/8$ зарождается поперечный отрыв потока. При угле атаки $\alpha = 4^\circ$ круговой конус обтекается безотрывно, у конуса $\delta = 1/2$ зарождается поперечный отрыв, а у конусов с $\delta < 1/2$ наблюдается развитой поперечный отрыв потока. При $\alpha = 6^\circ$ у кругового конуса только зарождается поперечный отрыв, а у всех других конусов он достаточно развит и внутри отрывной зоны создаются условия для вторичного отрыва и присоединения потока. Фор-

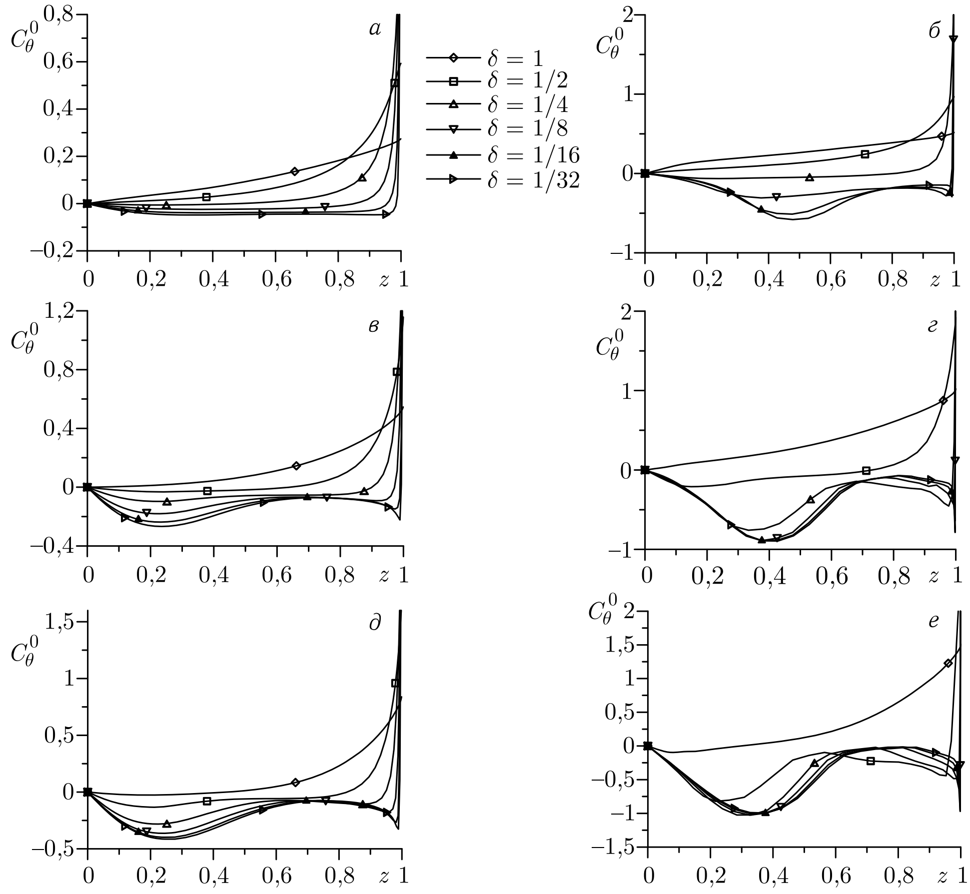


Рис. 11.13. Влияние формы поперечного сечения конуса на распределения величин $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ в донном срезе тела ($x = 1$) на подветренной стороне при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ для фиксированных значений угла атаки и числа Re: $\alpha = 2^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^5$ (*а*); $\alpha = 2^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^7$ (*б*); $\alpha = 4^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^5$ (*в*); $\alpha = 4^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^7$ (*г*); $\alpha = 6^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^5$ (*д*); $\alpha = 6^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^7$ (*е*); координата $z = z^*/z^*_{\max}$

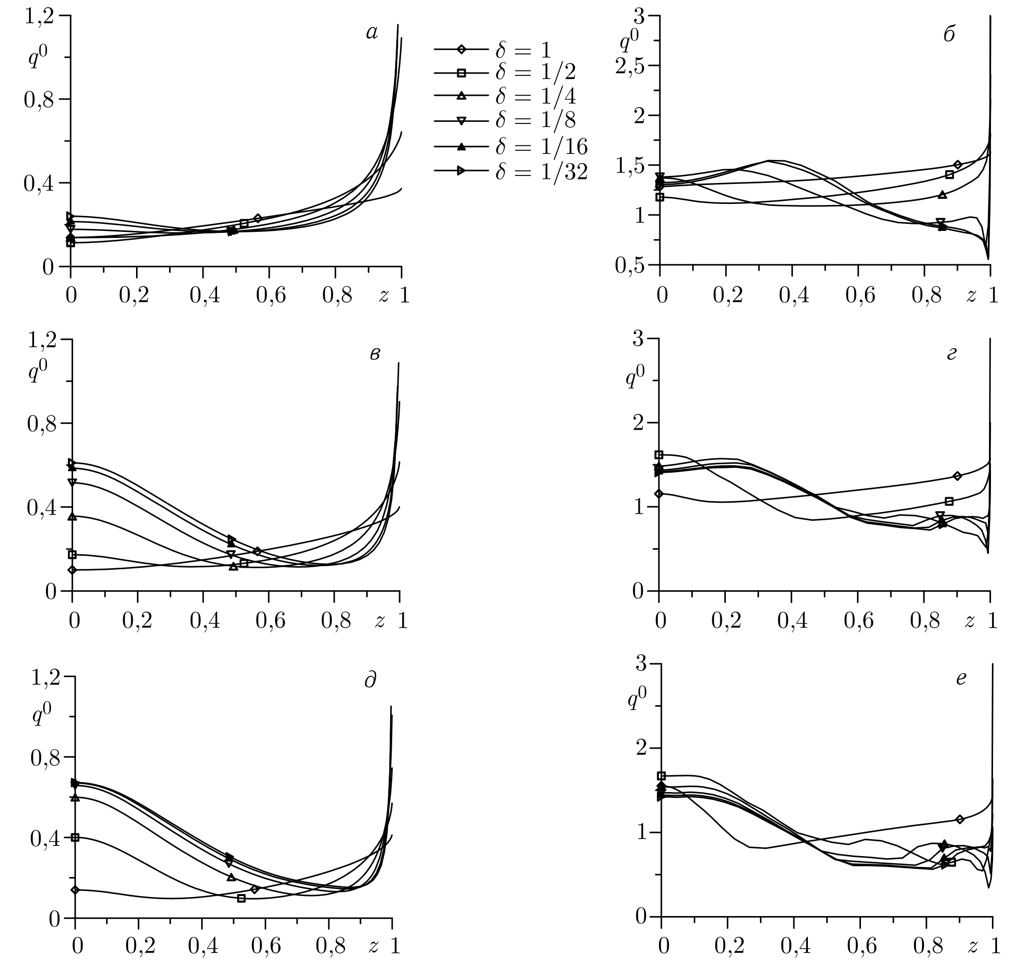


Рис. 11.14. Влияние формы поперечного сечения конуса на распределения величин $q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ в донном срезе тела ($x = 1$) на подветренной стороне при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ для фиксированных значений угла атаки и числа Re: $\alpha = 2^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^5$ (*а*); $\alpha = 2^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^7$ (*б*); $\alpha = 4^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^5$ (*в*); $\alpha = 4^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^7$ (*г*); $\alpha = 6^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^5$ (*д*); $\alpha = 6^\circ$, $\mathrm{Re} = 10^7$ (*е*); координата $z = z^*/z^*_{\max}$

мирование и развитие поперечного отрыва потока на подветренной стороне приводят к появлению локальных экстремумов коэффициентов сопротивления трения c_{fr} и теплопередачи q_{w} в плоскости симметрии тела. При последующем увеличении угла атаки возрастают интенсивность поперечного течения в отрывной зоне и геометрические размеры отрывной зоны, в то же время форма поперечного сечения постепенно оказывает все меньшее и меньшее влияние на местные аэродинамические характеристики на подветренной стороне.

Для рассматриваемых двух чисел Re турбулизация течения приводит в основном к количественным изменениям местных аэродинамических характеристик, как это можно видеть из приведенных выше результатов расчетов.

11.5. Суммарные аэродинамические характеристики

Рассматриваются суммарные аэродинамические характеристики эллиптических конусов в связанной системе координат. При получении соответствующих аэродинамических коэффициентов в качестве характерной площади используется площадь конуса в плане.

11.5.1. Число Маха $M_\infty = 5$. Влияние формы поперечного сечения (коэффициента эллиптичности) тела на его суммарные аэродинамические характеристики показано на рис. 11.15–11.19.

Как при ламинарном ($\mathrm{Re} = 10^5$), так и при ламинарно-турбулентном ($\mathrm{Re} = 10^7$) обтеканиях конуса изменение формы поперечного сечения оказывает заметное влияние на коэффициент осевой силы C_x и практически не влияет на коэффициенты нормальной силы C_y и момента m_z (рис. 11.15 и 11.16). При ламинарном обтекании коэффициент осевой силы монотонно возрастает по мере увеличения угла атаки, а при ламинарно-турбулентном обтекании эта зависимость может иметь немонотонный характер изменения; при этом уменьшение коэффициента эллиптичности δ приводит к снижению коэффициента осевой силы.

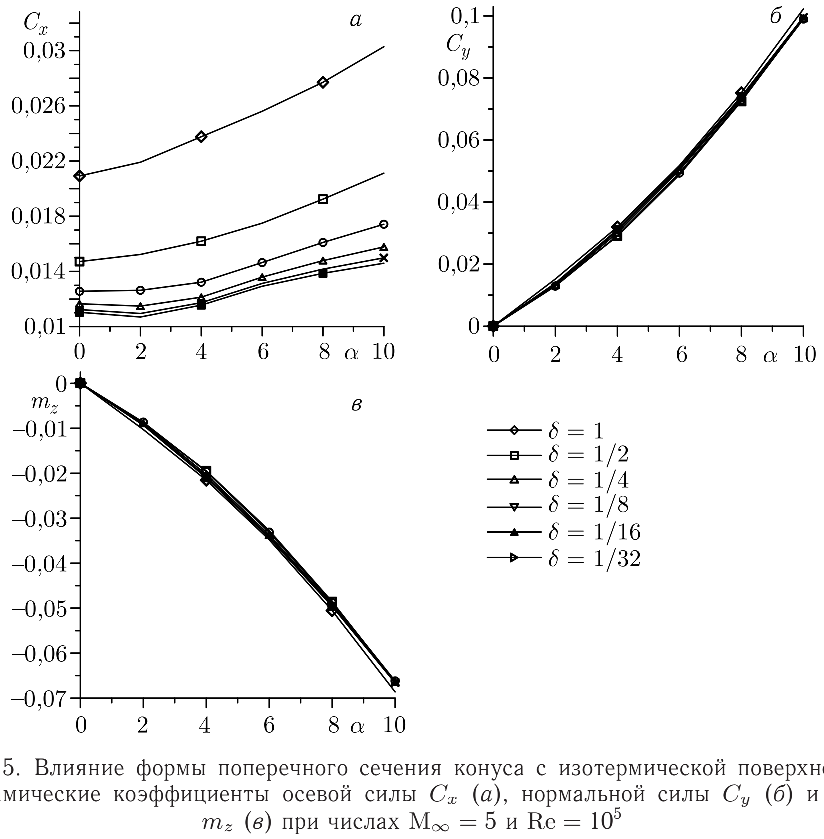


Рис. 11.15. Влияние формы поперечного сечения конуса с изотермической поверхностью на аэродинамические коэффициенты осевой силы C_x (*а*), нормальной силы C_y (*б*) и момента m_z (*в*) при числах $M_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$

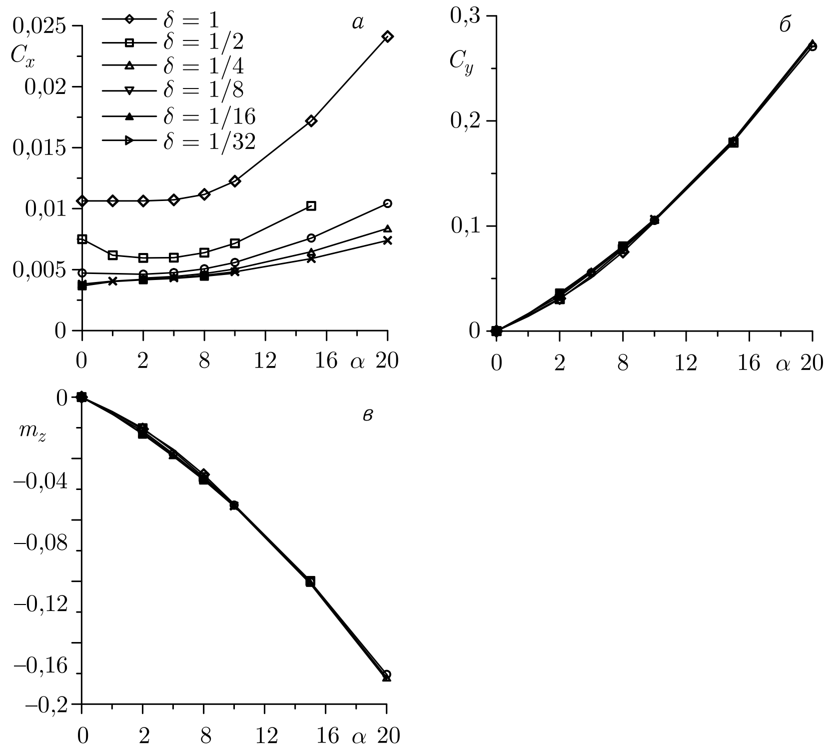


Рис. 11.16. Влияние формы поперечного сечения конуса с изотермической поверхностью на аэродинамические коэффициенты осевой силы C_x (*а*), нормальной силы C_y (*б*) и момента m_z (*в*) при числах $\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^7$

О влиянии угла атаки и формы поперечного сечения конуса на суммарный поток тепла к обтекаемой изотермической поверхности тела можно судить по данным, приведенным на рис. 11.17.

Для обоих чисел Рейнольдса имеет место одинаковое в качественном отношении поведение суммарного потока тепла в зависимости от угла атаки

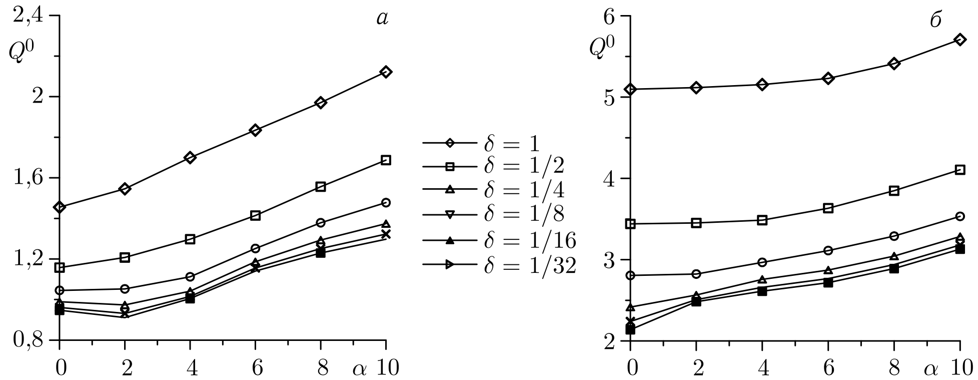


Рис. 11.17. Влияние формы поперечного сечения конуса с изотермической поверхностью на суммарный тепловой поток $Q^0 = Q_\mathrm{w}\sqrt{\mathrm{Re}}$ при числе $\mathrm{M}_\infty = 5$ и числах $\mathrm{Re} = 10^5$ (*а*) и 10^7 (*б*)

и коэффициента эллиптичности. При $\delta = \mathrm{const}$ он в целом возрастает с увеличением угла атаки, что объясняется главным образом газодинамическими причинами, связанными с торможением сверхзвукового потока. Уменьшение коэффициента эллиптичности при $\alpha = \mathrm{const}$ приводит к снижению суммарного потока тепла к омываемой поверхности конуса вследствие меньшего торможения сверхзвукового потока и сокращения площади омываемой поверхности.

Сопоставление данных для двух разных значений числа Рейнольдса (рис. 11.17) позволяет заключить, что этот параметр подобия оказывает сильное влияние на теплообмен обтекаемой поверхности с движущейся средой. Поэтому целесообразно изучить влияние числа Рейнольдса на суммарные характеристики тонкого конуса в более широком диапазоне его изменения.

11.5.2. Влияние числа Рейнольдса. Поведение суммарных аэродинамических характеристик тонкого эллиптического ($\delta = 1/32$) конуса в зависимости от числа Re изучалось на частном режиме его обтекания, соответствующего углу атаки $\alpha = 8^\circ$ и числу $\mathrm{M}_\infty = 5$. Результаты этих расчетов приведены на рис. 10.34 и 10.35, где они сопоставляются с соответствующими данными для острого кругового конуса.

Влияние числа Re на интегральные аэродинамические характеристики тонких кругового ($\delta = 1$) и эллиптического ($\delta = 1/32$) конусов показано на рис. 10.34. Здесь наряду с зависимостями для полных аэродинамических коэффициентов приведены зависимости для их компонент, обусловленных действием сил давления; разность между этими зависимостями определяет вклад сил внутреннего трения в создание соответствующего аэродинамического коэффициента.

Согласно приведенным данным при наименьшем числе Re основной вклад в создание аэродинамических коэффициентов сил и момента вносят силы внутреннего трения, но с ростом числа Re их вклад уменьшается. Эта общая закономерность проявляется по-разному для различных аэродинамических коэффициентов тонких конусов.

Поведение коэффициентов осевой силы C_x в зависимости от числа Re для обоих конусов в качественном отношении однотипно — монотонное уменьшение с ростом числа Re (рис. 10.34, *а*). При этом их компоненты, обусловленные действием сил давления, практически остаются неизменными, так что уменьшение коэффициентов осевой силы происходит за счет снижения их компонент, обусловленных действием сил внутреннего трения. Такая ситуация хорошо согласуется с решением задачи в классической постановке. Поскольку рассматриваемые конусы относятся к классу хорошо обтекаемых тел, то вклад сил внутреннего трения в создание их коэффициентов осевой силы остается существенным во всем рассмотренном интервале изменения числа Re. При фиксированном числе Рейнольдса уменьшение коэффициента эллиптичности приводит к снижению коэффициента осевой силы из-за сокращения омываемой поверхности конуса.

Коэффициенты нормальной силы C_y и момента m_z менее чувствительны к изменению числа Re (рис. 10.34, *б*, *в*), поскольку в их создание основной вклад вносят силы давления: вклад сил внутреннего трения заметен при умеренных числах Рейнольдса и становится незначительным при больших числах Рейнольдса.

Влияние числа Рейнольдса на суммарный тепловой поток рассматриваемых тонких конусов показано на рис. 10.35 в виде зависимостей величины $Q^0 = Q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ от числа Re. Зависимости для обоих конусов имеют одинаковый характер поведения. Для ламинарного обтекания тел рассматриваемая величина близка к постоянной, что согласуется с теорией ламинарного пограничного слоя; для ламинарно-турбулентного обтекания она непрерывно возрастает с увеличением числа Рейнольдса.

11.5.3. Влияние числа Маха. Поведение суммарных аэродинамических характеристик тонкого эллиптического ($\delta = 1/32$) конуса в зависимости от числа M_∞ и угла атаки исследовано при двух числах Рейнольдса: $\mathrm{Re} = 10^5$ (ламинарное обтекание) и $\mathrm{Re} = 10^7$ (ламинарно-турбулентное обтекание). Результаты расчетов представлены на рис. 11.18 и 11.19.

Сравнение рис. 11.18–11.19 и 10.40–10.41 показывает, что изменение числа Маха качественно так же влияет на поведение аэродинамических характеристик эллиптического конуса, как и для кругового конуса; при этом, естественно, сохраняются количественные различия.

Коэффициент осевой силы примерно одинаково реагирует на изменение как угла атаки, так и числа Маха. При этом в случае ламинарного обтекания

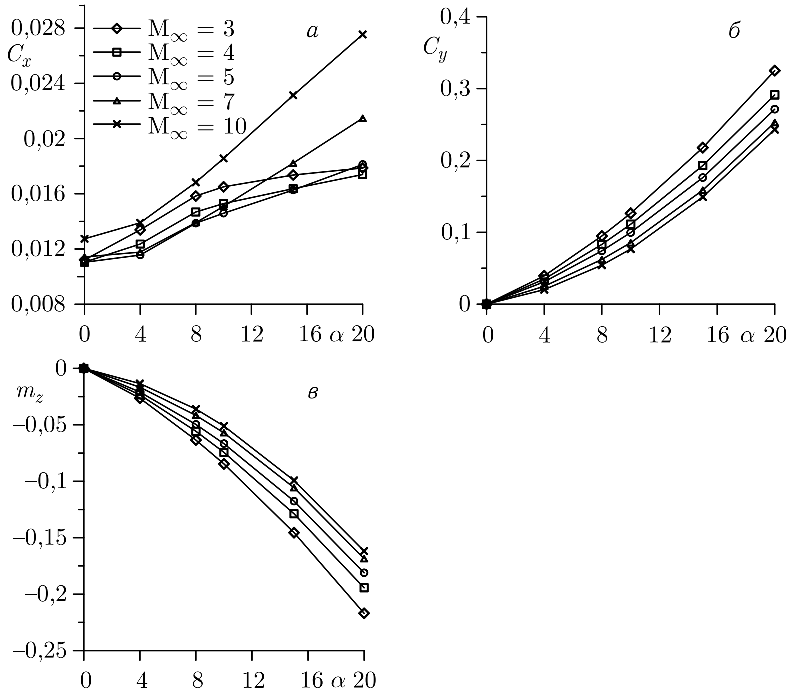


Рис. 11.18. Влияние числа M_∞ на поведение аэродинамических коэффициентов осевой силы C_x (*а*), нормальной силы C_y (*б*) и момента m_z (*в*) острого изотермического эллиптического конуса ($\delta = 1/32$) в зависимости от угла атаки α при числе $\mathrm{Re} = 10^5$

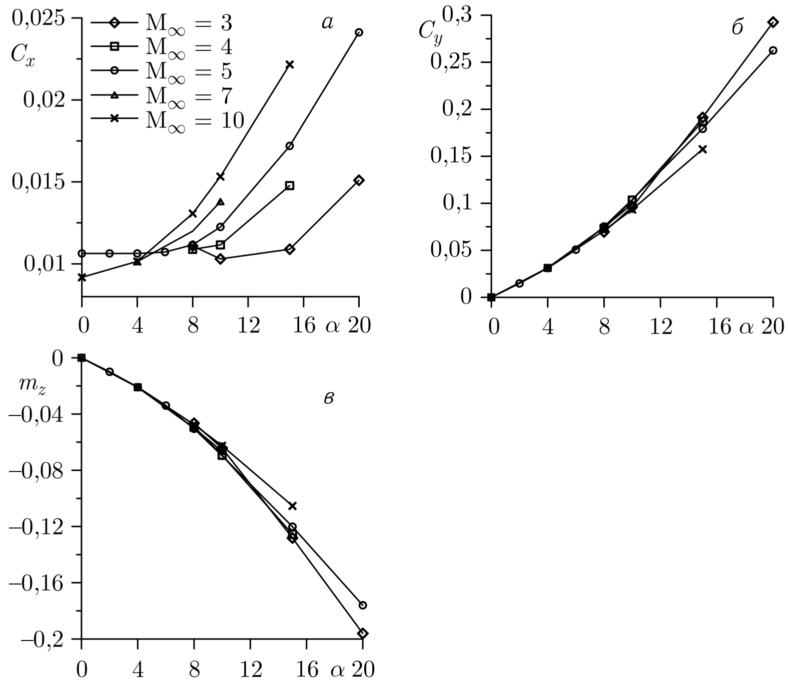


Рис. 11.19. Влияние числа M_∞ на поведение аэродинамических коэффициентов осевой силы C_x (*а*), нормальной силы C_y (*б*) и момента m_z (*в*) острого изотермического эллиптического конуса ($\delta = 1/32$) в зависимости от угла атаки α при числе $\mathrm{Re} = 10^7$

конуса увеличение угла атаки при $M_\infty = \mathrm{const}$ приводит к монотонному возрастанию коэффициента осевой силы, а увеличение числа Маха при $\alpha = \mathrm{const}$ вызывает немонотонное его изменение. В этом состоит отличие от кругового конуса, для которого коэффициент осевой силы монотонно возрастает по обоим параметрам. Для ламинарно-турбулентного обтекания конуса поведение коэффициента осевой силы носит более запутанный характер из-за сложной зависимости начала переходной области от параметров потока.

Коэффициенты нормальной силы и момента эллиптического конуса так же, как и кругового, реагируют главным образом на изменение угла атаки; изменение числа Маха на их значения влияет слабо. Такая ситуация имеет место как при ламинарном, так и при ламинарно-турбулентном обтекании конуса.

11.6. Влияние углов атаки и скольжения

В прикладной аэродинамике приходится иметь дело с режимами обтекания тела, когда наряду с углом атаки присутствует также угол скольжения. Влияние угла скольжения на структуру поля течения и на аэродинамические характеристики тонкого тела, обтекаемого сверх- и гиперзвуковым потоком совершенного газа, исследовалось в ряде работ в рамках теории взаимодействующего пограничного слоя. Так, например, в [Башкин В.А., Дудин Г.Н., 2000] оно изучено для тонкого треугольного крыла, обтекаемого гиперзвуковым потоком совершенного газа под нулевым углом атаки, на основе двухслойной схемы течения для разных режимов вязко-невязкого взаимодействия. При этом внутренняя вязкая область течения описывается пространственными уравнениями пограничного слоя в гиперзвуковом приближении. Ниже по результатам численного моделирования на основе уравнений Навье–Стокса обсуждается влияние угла скольжения на сверхзвуковое обтекание тонкого острого эллиптического конуса и на его аэродинамические характеристики.

11.6.1. Условия расчета. Поскольку при наличии угла скольжения картина течения асимметрична, то расчеты выполнялись на неравномерной сетке для всего поля возмущенного течения. Как и в предыдущих расчетах, выходная граница расчетной области попадает на острую кромку донного среза, т. е. течение в ближнем следе за конусом не рассчитывается.

Численное моделирование сверхзвукового обтекания ($\mathrm{M}_\infty = 5$) эллиптического конуса конечной длины L с коэффициентом эллиптичности $\delta = 1/4$ выполнено на основе уравнений Навье–Стокса при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = 10^5$ в диапазоне углов атаки и скольжения $0^\circ \leqslant \alpha,\ \beta \leqslant 20^\circ$. При этом предполагается, что обтекаемая поверхность конуса является изотермической с температурным фактором $T_{\mathrm{w}0} = 0{,}5$ (умеренный теплообмен).

11.6.2. Структура поля течения. Рассматриваемый эллиптический конус представляет собой тонкое треугольное крыло с дозвуковыми передними кромками. При нулевом угле скольжения имеют место симметрия картины течения относительно вертикальной плоскости и, следовательно, равнозначность правой и левой передних кромок крыла. Наличие ненулевого угла скольжения нарушает симметрию течения относительно вертикальной плоскости, а правая и левая передние кромки крыла играют разные роли. Поэтому при анализе влияния угла скольжения на структуру поля течения и на местные аэродинамические характеристики кромку профиля на наветренной стороне будем называть передней, а кромку на подветренной стороне — задней.

Представление о влиянии угла скольжения на структуру поля течения (при фиксированном угле атаки) можно получить по картинам полей газодинамических переменных в донном сечении конуса ($x = 1$). В качестве примера на рис. 11.20–11.22 приведены картины поля температуры.

При нулевых углах атаки ($\alpha = 0^\circ$) и скольжения ($\beta = 0^\circ$) поле течения около конуса имеет две плоскости симметрии (рис. 11.20, a), которые проходят через большую и малую полуоси эллипса. При этом на обтекаемой поверхности в плоскости большой полуоси располагаются линии растекания, а в плоскости малой полуоси — линии стекания. Течение газа около конуса является безотрывным, а в поперечном сечении тела происходит движение газа от линии растекания к линии стекания, т. е. реализуется режим 1 обтекания конуса согласно приведенной выше классификации. Отметим, что зона возмущенного течения относительно невелика по размерам, ее внешняя граница имеет минимальный отход от обтекаемой поверхности в плоскости большой полуоси и максимальный отход в плоскости малой полуоси. Она четко подразделяется на два слоя — внутренняя область вязкого течения в по-

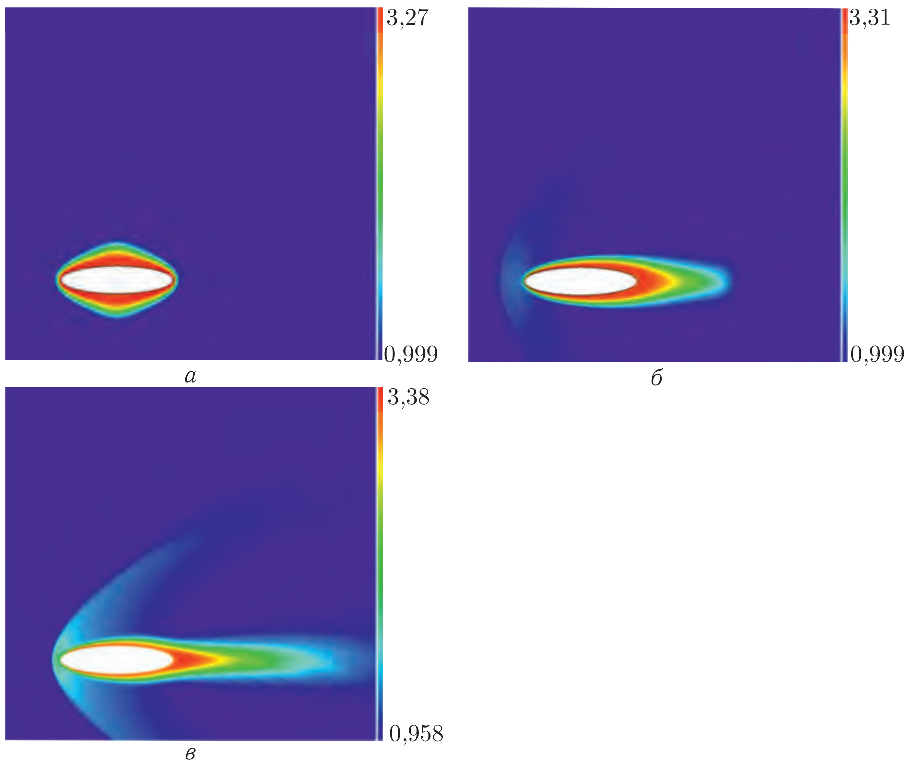


Рис. 11.20. Картины поля температуры в донном сечении ($x = 1$) эллиптического конуса ($\delta = 1/4$) при нулевом угле атаки и углах скольжения $\beta = 0^\circ$ (*а*), 10° (*б*) и 20° (*в*); $\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^5$

граничном слое и внешняя область квазиневязкого течения. Этот результат в качественном отношении согласуется с данными [Башкин В.А., Дудин Г.Н., 2000], где исследование гиперзвукового обтекания тонких треугольных крыльев на разных режимах вязко-невязкого взаимодействия проведено на основе двухслойной схемы течения.

При нулевом угле атаки наличие большого угла скольжения сохраняет симметрию поля течения относительно плоскости, проходящей через большую полуось эллипса, но приводит к усложнению структуры поля течения (появление головной ударной волны и поперечного отрыва потока в окрестности задней кромки). Для обоих значений угла скольжения нормальная к передней кромке составляющая скорости невозмущенного потока является сверхзвуковой: $\mathrm{M}_{\infty\,\text{п}} = \mathrm{M}_\infty \sin(\beta + \theta_\text{к}) = 1{,}2095$ и $2{,}0335$ для $\beta = 10^\circ$ и 20° соответственно. Поэтому для $\beta = 10^\circ$ граница области распространения возмущений температуры едва проявляется на рис. 11.20, *б* в виде слабой головной ударной волны, расположенной на большом расстоянии от передней кромки. Для $\beta = 20^\circ$ нормальная составляющая числа Маха увеличивается, что обусловливает смещение ударной волны в сторону передней кромки и формирование единого поля возмущенного течения (рис. 11.20, *в*). Для рассматриваемых больших углов скольжения имеем безотрывное обтекание

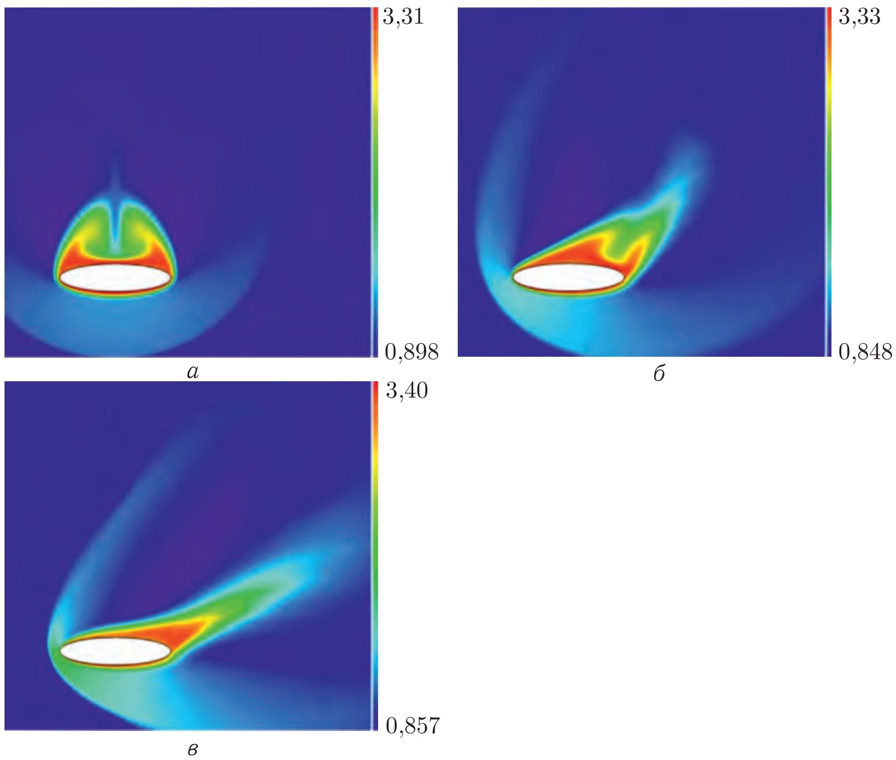


Рис. 11.21. Картины поля температуры в донном сечении ($x = 1$) эллиптического конуса ($\delta = 1/4$) при угле атаки $\alpha = 10^\circ$ и углах скольжения $\beta = 0^\circ$ (*а*), 10° (*б*) и 20° (*в*); $\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^5$

эллиптического конуса, однако рассмотрение его местных аэродинамических характеристик позволяет установить, что при $\beta = 20^\circ$ в окрестности задней кромки созданы все условия для зарождения поперечного отрыва потока.

При рассматриваемых больших углах атаки $\alpha = 10^\circ$ и 20° и нулевом угле скольжения поле течения симметрично относительно вертикальной плоскости. При этом наветренная сторона конуса обтекается безотрывно и согласно приведенной выше классификации реализуется режим 3 обтекания, когда в плоскости симметрии располагается линия растекания и газ перетекает с наветренной стороны на подветренную (рис. 11.21, *а* и 11.22, *а*). На подветренной стороне в окрестностях передних кромок имеет место поперечный отрыв потока и формируется замкнутая глобальная зона отрывного течения согласно классической схеме.

Наличие ненулевого угла скольжения нарушает симметрию поля течения и видоизменяет структуру поля течения (рис. 11.21, *б*, *в* и 11.22, *б*, *в*): линия растекания на наветренной стороне смещается в сторону передней кромки, а линии поперечного отрыва на подветренной стороне — в сторону задней кромки. При этом на подветренной стороне при угле атаки $\alpha = 10^\circ$ формируется замкнутая глобальная зона отрывного течения согласно классической схеме, а при угле атаки $\alpha = 20^\circ$ она асимметрично усложняется — в правой ее

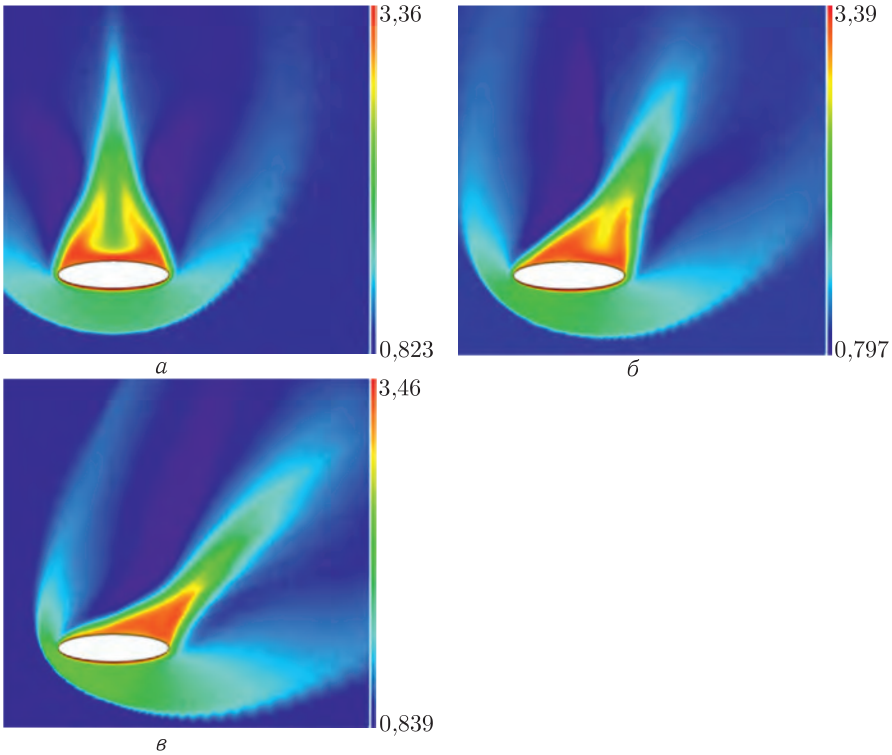


Рис. 11.22. Картины поля температуры в донном сечении ($x = 1$) эллиптического конуса ($\delta = 1/4$) при угле атаки $\alpha = 20^\circ$ и углах скольжения $\beta = 0^\circ$ (*а*), 10° (*б*) и 20° (*в*); $\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^5$

части зарождается локальная вторичная отрывная зона, что следует из распределений окружного коэффициента сопротивления трения (рис. 11.25, *б*). Отметим, что подобная структура отрывной замкнутой зоны наблюдалась при определенных условиях в [Башкин В.А., Ежов И.В., Смотрина Е.К., 2005], где изучалось поперечное обтекание эллиптического цилиндра сверхзвуковым потоком при различных углах атаки (см. также раздел 4.2).

Следует отметить, что расчетный материал получен для больших углов атаки ($\alpha = 10^\circ$ и 20°) и скольжения ($\beta = 10^\circ$ и 20°), когда на подветренной стороне конуса наблюдается развитое отрывное течение. Поэтому в дальнейшем целесообразно более подробно изучить диапазон $0^\circ \leqslant \alpha$, $\beta < 10^\circ$ с целью установления закономерностей перехода от безотрывного обтекания к отрывному и поведения зоны глобального отрывного течения.

11.6.3. Аэродинамические характеристики эллиптического конуса. По найденным полям газодинамических переменных рассчитываются местные аэродинамические характеристики острого конуса: коэффициент давления $c_\mathrm{p} = (p - p_\infty)/q_\infty$, местные коэффициенты сопротивления трения в продольном ($c_\mathrm{fr} = \tau_\mathrm{w}^1/q_\infty$) и окружном ($c_{\mathrm{f}\theta} = \tau_\mathrm{w}^2/q_\infty$) направлениях, местный тепловой поток $q_\mathrm{w}^* = \rho_\infty V_\infty H_\infty q_\mathrm{w}$. Их изменение в продольном направлении качественно такое же, как и для острого кругового конуса, поэтому ограничимся рассмотрением влияния угла скольжения на их распределение в поперечном сечении $x = 1$ (донный срез). При этом результаты расчетов представляются в виде зависимости соответствующей величины от безразмерной координаты $z = z^*/z^*_{\max}$ (рис. 11.23–11.29). Все особенности поведения местных аэродинамических характеристик обусловлены особенностями структуры поля течения и ее изменениями в зависимости от углов атаки и скольжения.

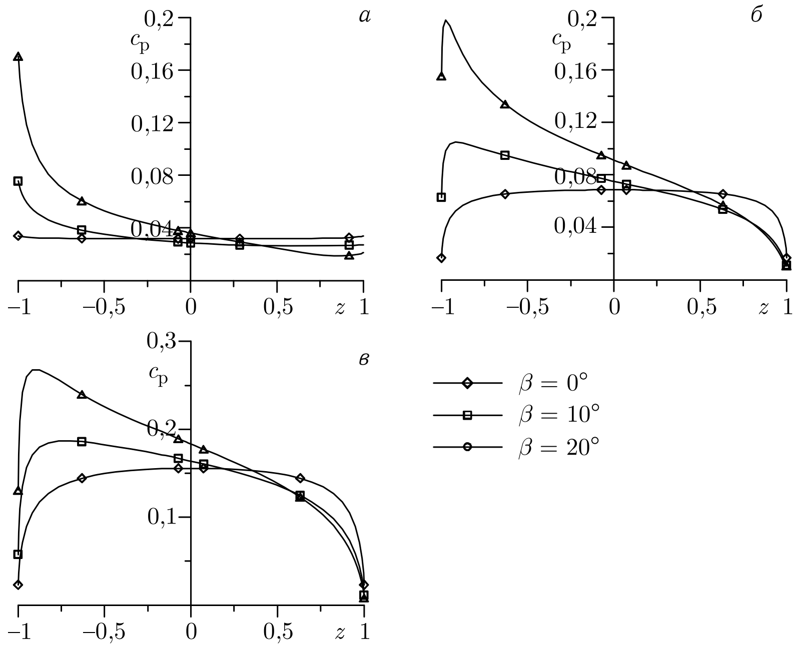


Рис. 11.23. Влияние угла скольжения β на распределение коэффициента давления на наветренной стороне эллиптического конуса ($\delta = 1/4$) при углах атаки $\alpha = 0°$ (*а*), $10°$ (*б*) и $20°$ (*в*); $M_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^5$; координата $z = z^*/z^*_{\max}$

Влияние угла скольжения β на распределение коэффициента давления c_p по наветренной и подветренной сторонам эллиптического конуса показано на рис. 11.23 и 11.24 соответственно.

При нулевых углах атаки и скольжения поле течения обладает двумя плоскостями симметрии и соответствует режиму 1 обтекания наветренной стороны; для рассматриваемого конуса распределение коэффициента давления близко к постоянной величине (рис. 11.23, *а*) и указывает на отсутствие отрыва потока. Наличие большого угла скольжения меняет характер распределения коэффициента давления — оно становится неравномерным с максимумом на передней кромке. Для $\beta = 10°$ оно является убывающей функцией с минимумом на задней кромке, что говорит о безотрывном обтекании конуса. Для $\beta = 20°$ коэффициент давления изменяется немонотонно с образованием локального минимума и области с положительным градиентом давления в окрестности задней кромки, т. е. имеются все условия для зарождения поперечного отрыва потока.

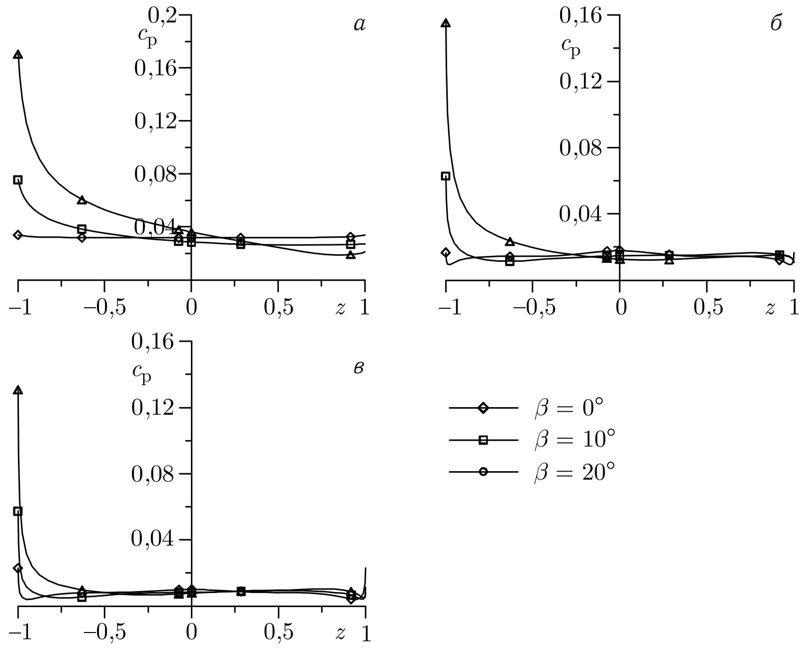


Рис. 11.24. Влияние угла скольжения β на распределение коэффициента давления на подветренной стороне эллиптического конуса ($\delta = 1/4$) при углах атаки $\alpha = 0°$ (*а*), $10°$ (*б*) и $20°$ (*в*); $\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^5$; координата $z = z^*/z^*_{\max}$

При наличии большого угла атаки и нулевого угла скольжения реализуется режим 3 обтекания наветренной стороны эллиптического конуса. В этом случае распределение коэффициента давления является четной функцией с максимумом в плоскости симметрии (рис. 11.23, *б*, *в*), что говорит об отсутствии отрыва потока на наветренной стороне конуса. При фиксированном угле атаки наличие большого угла скольжения приводит к нарушению симметрии течения, увеличению максимального значения коэффициента давления и смещению его положения с вертикальной плоскости симметрии в сторону передней кромки. Отсутствие минимума коэффициента давления указывает на безотрывный характер обтекания наветренной стороны.

На подветренной стороне распределение коэффициента давления практически мало меняется за исключением некоторой окрестности передней кромки, но тем не менее дает полезную информацию об особенностях течения в окрестности обтекаемой поверхности (рис. 11.24, *в*). При нулевом угле скольжения распределение коэффициента давления есть четная функция с локальным максимумом в вертикальной плоскости симметрии и локальными минимумами в малой окрестности кромок, что свидетельствует о развитом отрывном течении на подветренной стороне конуса в рассматриваемом сечении. Наличие большого угла скольжения слабо деформирует распределение коэффициента давления; при этом минимум, расположенный вблизи передней кромки, смещается значительно в сторону задней кромки, а второй минимум

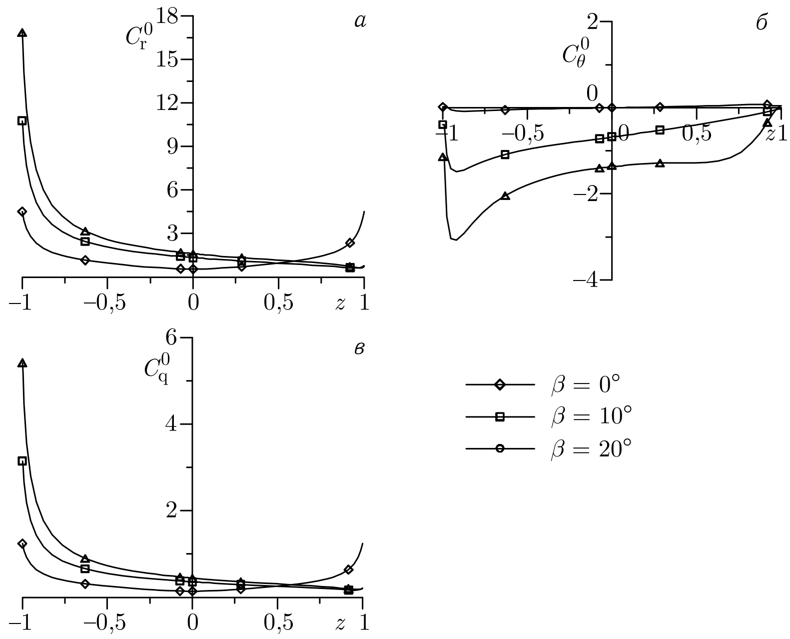


Рис. 11.25. Влияние угла скольжения β на распределения величин $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*а*), $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*б*), $C_q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*в*) в донном сечении ($x = 1$) эллиптического конуса ($\delta = 1/4$) при нулевом угле атаки ($\mathrm{M}_\infty = 5$ и $\mathrm{Re} = 10^5$); координата $z = z^*/z^*_{\max}$

располагается на задней кромке. Все это говорит о концентрации отрывного течения вблизи задней кромки.

Теперь перейдем к обсуждению местных аэродинамических характеристик конуса, свойственных течению вязкого газа.

Для нулевого угла атаки из-за симметрии течения относительно горизонтальной плоскости на рис. 11.25 приводятся распределения местных характеристик на одной стороне конуса. При нулевом угле скольжения реализуется режим 1 обтекания рассматриваемой поверхности, и распределения местных характеристик подтверждают этот режим. Распределения радиального коэффициента сопротивления трения и коэффициента теплопередачи однотипны и представляют собой четные функции с максимумами на линиях растекания и минимумом на линии стекания в вертикальной плоскости симметрии; распределение окружного коэффициента сопротивления трения есть нечетная функция.

Наличие большого угла скольжения приводит к изменению картины поперечного течения: на передней кромке располагается линия растекания и происходит перетекание газа с передней кромки в сторону задней кромки. При этом для угла скольжения $\beta = 10°$ на задней кромке располагается линия стекания (рис. 11.25, *б*) и, следовательно, задняя кромка обтекается без отрыва потока, в то время как для $\beta = 20°$ — с поперечным отрывом потока. На это указывают также рассмотренные выше распределения коэффициента давления (рис. 11.23, *а*).

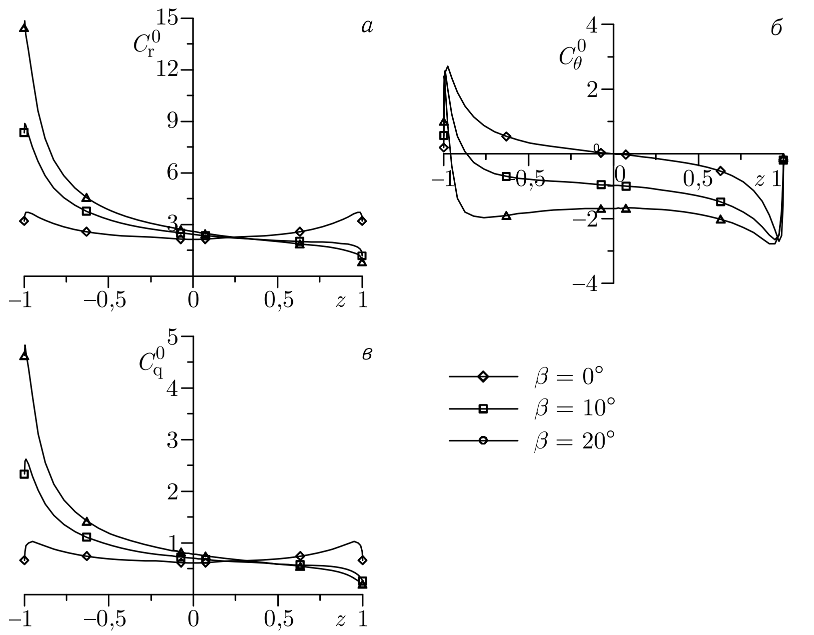


Рис. 11.26. Влияние угла скольжения β на распределения величин $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*а*), $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*б*), $C_q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*в*) в донном сечении ($x = 1$) на наветренной стороне эллиптического конуса ($\delta = 1/4$) при угле атаки $\alpha = 10°$ ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^5$); координата $z = z^*/z^*_{\max}$

При ненулевом угле атаки распределения местных характеристик в поперечном сечении тела показаны раздельно для наветренной и подветренной сторон на рис. 11.26 и 11.27 для $\alpha = 10°$ и на рис. 11.28 и 11.29 для $\alpha = 20°$.

Для рассматриваемых больших углов атаки на наветренной стороне конуса при нулевом угле скольжения реализуется третий режим ее обтекания, когда в плоскости симметрии располагается линия растекания и происходит безотрывное перетекание газа с наветренной на подветренную сторону. При этом в окрестности кромок радиальный коэффициент сопротивления трения и коэффициент теплопередачи имеют максимумы.

Наличие угла скольжения, сохраняя безотрывное обтекание наветренной стороны, приводит к следующим изменениям. Радиальный коэффициент сопротивления трения и коэффициент теплопередачи сохраняют максимум в окрестности передней кромки, значительно увеличивая его значение, и принимают наименьшее значение в окрестности задней кромки, т. е. наличие угла скольжения обусловливает возрастание неравномерности в распределении указанных коэффициентов по наветренной стороне конуса. Линия растекания из плоскости симметрии смещается в сторону передней кромки, усиливая интенсивность растекания с ростом угла скольжения.

На подветренной стороне конуса для фиксированного угла атаки и нулевого угла скольжения имеется следующая картина поведения местных характеристик (рис. 11.27 и 11.29). Распределения радиального коэффициента

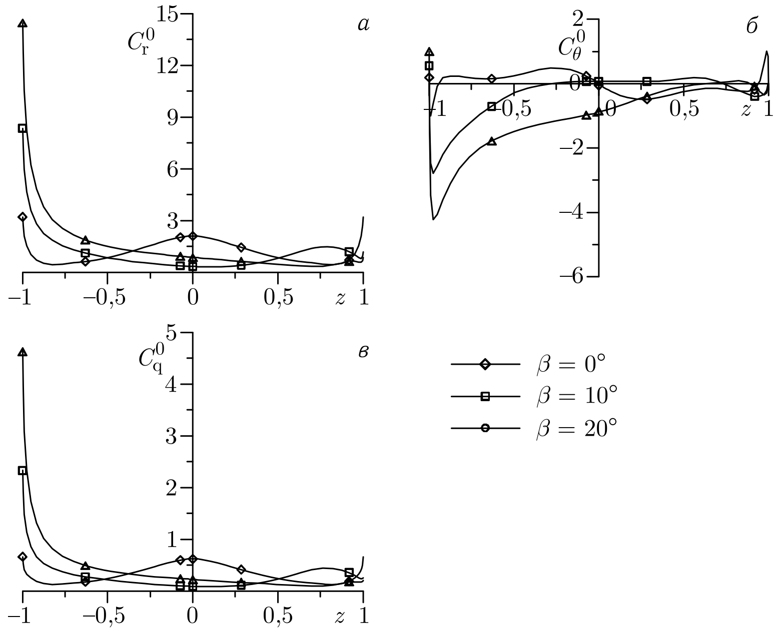


Рис. 11.27. Влияние угла скольжения β на распределения величин $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*а*), $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*б*), $C_q^0 = q_w\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*в*) в донном сечении ($x = 1$) на подветренной стороне эллиптического конуса ($\delta = 1/4$) при угле атаки $\alpha = 10°$ ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^5$); координата $z = z^*/z^*_{\max}$

сопротивления трения и коэффициента теплопередачи однотипны и представляют собой четные функции с локальным максимумом в плоскости симметрии и локальными минимумами вблизи кромок эллиптического конуса. Это указывает на то, что в плоскости симметрии располагается линия растекания, а вблизи кромок происходит вторичный поперечный отрыв потока. Распределение окружного коэффициента сопротивления трения есть нечетная функция с рядом нулей, которые трактуются как точки отрыва и присоединения. Оно подтверждает сказанное выше и дополняет его, указывая, что точки первичного отрыва и вторичного присоединения потока располагаются на кромках конуса. Наличие большого угла скольжения вызывает деформации распределений рассматриваемых величин с сохранением числа особых точек, при этом особые точки, расположенные вне кромок, смещаются в разной мере в сторону задней кромки.

По местным аэродинамическим характеристикам определялись суммарные аэродинамические характеристики конуса в связанной системе координат: осевая сила $X_w = C_x\, q_\infty\, S_c$; нормальная сила $Y_w = C_y\, q_\infty\, S_c$; боковая сила $Z_w = C_z\, q_\infty\, S_c$, где S_c — площадь конуса в плане. Поведение суммарных аэродинамических коэффициентов в зависимости от угла атаки при фиксированных значениях угла скольжения показано на рис. 11.30. Согласно приведенным данным наличие угла скольжения приводит к возрастанию аэродинамических коэффициентов.

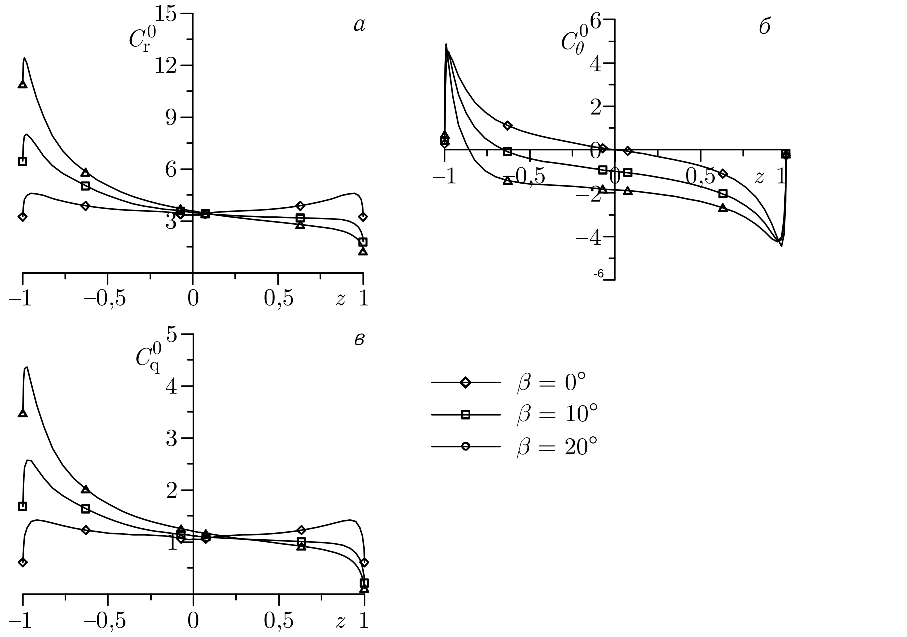


Рис. 11.28. Влияние угла скольжения β на распределения величин $C_\mathrm{r}^0 = c_\mathrm{fr}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*а*), $C_\theta^0 = c_{\mathrm{f}\theta}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*б*), $C_q^0 = q_\mathrm{w}\sqrt{\mathrm{Re}}$ (*в*)в донном сечении ($x = 1$) на наветренной стороне эллиптического конуса ($\delta = 1/4$) при угле атаки $\alpha = 20°$ ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\mathrm{Re} = 10^5$); координата $z = z^*/z^*_\mathrm{max}$

Подведем краткие итоги рассмотрения поведения аэродинамических характеристик тонкого эллиптического конуса в зависимости от углов атаки и скольжения.

Согласно приведенным результатам имеем следующую картину поперечного течения в донном сечении конуса при больших углах атаки.

При нулевом угле скольжения поле течения симметрично относительно вертикальной плоскости. На наветренной стороне в плоскости симметрии располагается линия растекания и происходит перетекание газа с наветренной стороны на подветренную. В малой окрестности передней кромки происходит первичный поперечный отрыв потока, который приводит к образованию глобальной замкнутой отрывной зоны. Внутри этой зоны на обтекаемой поверхности происходят вторичный поперечный отрыв и присоединение потока, что приводит к формированию двух локальных зон отрывного течения.

Наличие большого угла скольжения приводит к деформации картины поперечного течения. На наветренной стороне линия растекания смещается в сторону передней кромки. От этой линии газ растекается в разные стороны, обтекая безотрывно наветренную сторону, и перетекает на подветренную сторону. На подветренной стороне в окрестностях передней и задней кромок наблюдается поперечный отрыв потока с образованием асимметричной замкнутой глобальной зоны отрывного течения, внутри которой имеют место вторичный поперечный отрыв и присоединение потока.

Результаты расчетов показали, что наиболее интенсивному аэродинамическому нагреванию подвержена наветренная сторона тела. На подветрен-

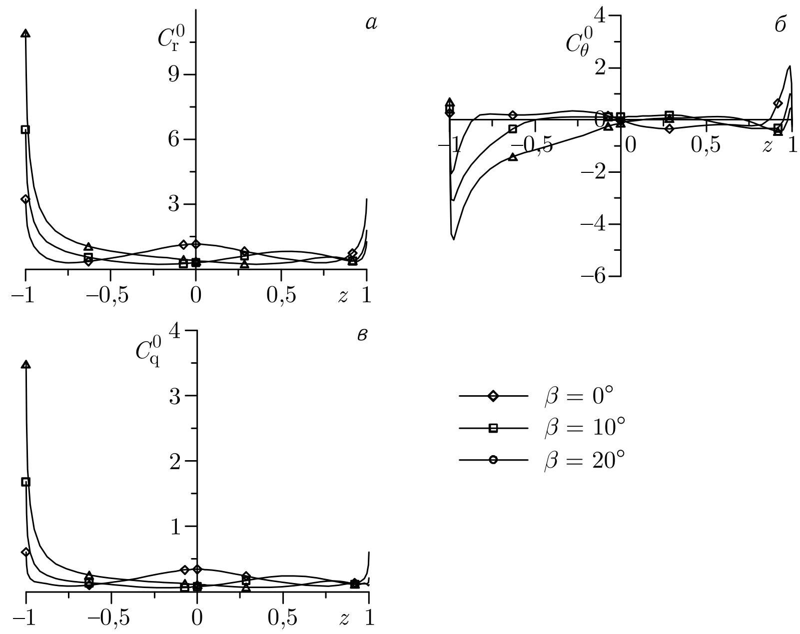


Рис. 11.29. Влияние угла скольжения β на распределения величин $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{\text{Re}}$ (*а*), $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{\text{Re}}$ (*б*), $C_q^0 = q_w\sqrt{\text{Re}}$ (*в*) в донном сечении ($x = 1$) на подветренной стороне эллиптического конуса ($\delta = 1/4$) при угле атаки $\alpha = 20°$ ($M_\infty = 5$ и $\text{Re} = 10^5$); координата $z = z^*/z^*_{\max}$

ной стороне в области отрывного течения максимальные тепловые потоки значительно меньше их значений на наветренной стороне. Однако ситуация может измениться коренным образом при числах Рейнольдса $\text{Re} > 10^5$, поэтому представляет интерес изучить влияние числа Re на аэродинамическое нагревание эллиптического конуса при наличии угла скольжения.

Согласно расчетным данным наличие угла скольжения приводит к возрастанию максимального и уменьшению минимального теплового потока в поперечном сечении конуса и, следовательно, к усилению неравномерности распределения теплового потока в рассматриваемом сечении тела. Это обстоятельство обусловливает большие градиенты температуры в обтекаемой конической оболочке и появление в ней заметных термонапряжений, которые могут привести к ее разрушению. Все это усложняет проблему теплозащиты обтекаемой поверхности от аэродинамического нагревания.

Заключение

Путем численного моделирования на основе нестационарных уравнений Навье–Стокса и Рейнольдса исследовано обтекание острых тонких эллиптических конусов сверхзвуковым потоком вязкого совершенного газа в широком диапазоне изменения определяющих параметров задачи. Анализ расчетного материала позволил изучить влияние определяющих параметров задачи на

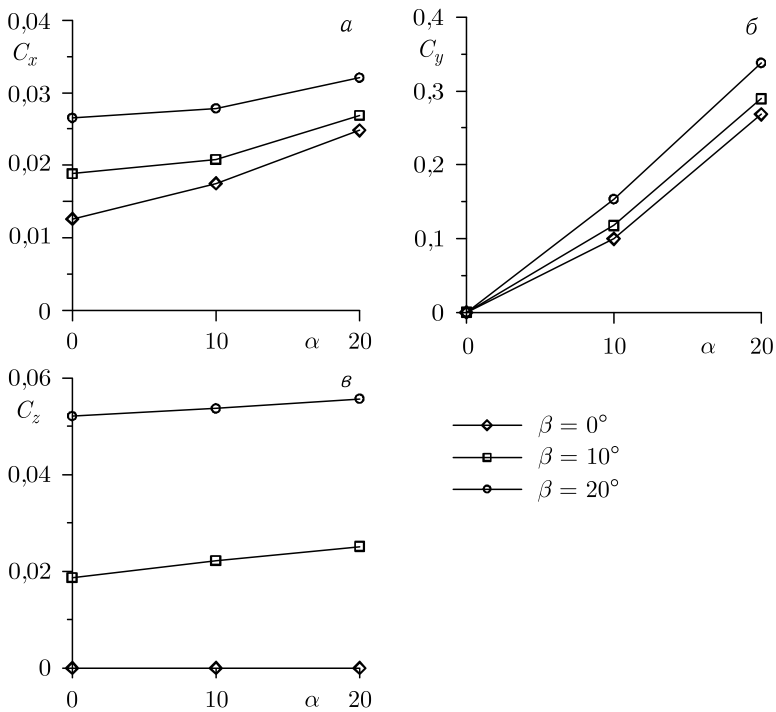


Рис. 11.30. Влияние углов атаки α и скольжения β на коэффициенты осевой C_x (*а*), нормальной C_y (*б*) и боковой C_z (*в*) силы эллиптического конуса ($\delta = j$) при числах $M_\infty = 5$ и $Re = 10^5$

структуру поля течения около конуса с изотермической поверхностью и его аэродинамические характеристики.

В зависимости от угла атаки, коэффициента эллиптичности и числа Рейнольдса около эллиптического конуса реализуется картина течения либо при отсутствии, либо при наличии поперечного отрыва потока. При этом наветренная сторона конуса обтекается безотрывно, а все отрывные процессы разворачиваются на его подветренной стороне.

Наибольшее аэродинамическое нагревание испытывает наветренная сторона, на которой в каждом поперечном сечении конуса наблюдается абсолютный максимум теплового потока, в то время как на подветренной стороне — либо минимум (на линии стекания), либо локальный максимум (на линии растекания) теплового потока.

Форма поперечного сечения (коэффициент эллиптичности) конуса оказывает сильное влияние на распределение теплового потока по наветренной стороне и на его максимальное значение в поперечном сечении. Для каждого угла атаки существует определенное значение коэффициента эллиптичности, при котором реализуется оптимальный по условиям теплопередачи режим обтекания наветренной стороны конуса.

Наличие большого угла скольжения приводит к возрастанию максимального и уменьшению минимального теплового потока в поперечном сечении конуса, т. е. к усилению неравномерности в распределении теплового потока.

Это обстоятельство обусловливает большие градиенты температуры в обтекаемой конической оболочке и появление в ней заметных термонапряжений, которые могут вызвать ее разрушение. Все это усложняет проблему теплозащиты обтекаемой поверхности от аэродинамического нагревания.

Глава 12

ЗАТУПЛЕННЫЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ТЕЛА ПОД УГЛОМ АТАКИ В СВЕРХЗВУКОВОМ И ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКАХ

В части 1 обсуждались различные проблемы, связанные с входом зондов Mars Pathfinder и MSRO в плотные слои атмосферы: структура поля течения и местные аэродинамические характеристики зондов при обтекании их под нулевым углом атаки гиперзвуковым потоком (гл. 7); обтекание и теплообмен в узкой кольцевой щели, расположенной на лобовой поверхности зонда (гл. 6). Численное и экспериментальное исследования указанных проблем проведены для определенных условий, соответствующих некоторым траекторным точкам. При этом численное моделирование осуществлялось на основе нестационарных двухмерных уравнений динамики вязкого совершенного газа.

Для решения прикладных задач необходимо знать аэродинамические характеристики и аэродинамическое нагревание зондов при движении их в атмосфере под некоторым углом атаки. В этом случае численное моделирование осуществляется на основе нестационарных трехмерных уравнений динамики вязкого совершенного газа. Поскольку поле течения симметрично относительно вертикальной плоскости, то расчет проводится для одной половины поля течения.

Для отработки методики численного моделирования трехмерного обтекания сильно затупленных осесимметричных тел гиперзвуковым потоком совершенного газа применительно к ПК была выбрана модель зонда Mars Pathfinder. Ниже в этой главе обсуждаются результаты расчетов по влиянию угла атаки на структуру поля течения около указанного зонда и на его местные аэродинамические характеристики для двух режимов полета, моделируемых в аэродинамических трубах ЦАГИ.

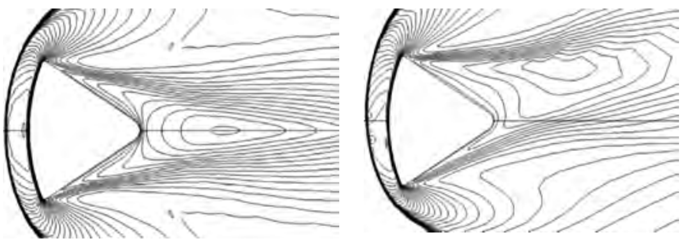
12.1. Модель зонда Mars Pathfinder при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 6$

12.1.1. Условия расчета. Общий вид модели зонда Mars Pathfinder был приведен выше (см. гл. 7, рис. 7.1). Численное моделирование на основе нестационарных трехмерных уравнений Навье–Стокса проведено в предположении о симметрии поля течения относительно вертикальной плоскости и однородности неограниченного набегающего потока.

Расчеты для одной половины поля течения выполнены на неравномерной сетке $51 \times 51 \times 21$ (в продольном, нормальном и окружном направлениях соответственно) для двух углов атаки $\alpha = 0^\circ$ (осесимметричное течение) и 10°

(трехмерное течение) применительно к условиям эксперимента в аэродинамической трубе УТ-1 ЦАГИ: число $\mathrm{M}_\infty = 6$; число Рейнольдса $\mathrm{Re}_L = 6{,}67 \cdot 10^4$ (вычислено по параметрам набегающего потока и характерному линейному размеру $L = 0{,}1$ м); температура обтекаемой поверхности $T_\mathrm{w} = 4{,}1T_\infty$ (умеренный теплообмен).

12.1.2. Структура поля течения. Для рассматриваемых условий расчета около зонда реализуется ламинарное течение совершенного газа со сложной структурой поля течения, характеризуемой наличием ударных волн, волн разрежения и замкнутых отрывных зон. В частности, о структуре поля течения можно судить по картинам изотерм (рис. 12.1) в плоскости симметрии течения для рассмотренных углов атаки. Для полноты информации на рис. 12.2 показаны картины векторного поля скорости в плоскости симметрии для ближнего следа.



а *б*

Рис. 12.1. Картины изотерм в плоскости симметрии течения зонда Mars Pathfinder для углов атаки $\alpha = 0^\circ$ (*а*) и 10° (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 6$, $\mathrm{Re}_L = 6{,}67 \cdot 10^4$

При нулевом угле атаки течение осесимметрично и общая структура поля течения около зонда является типичной для сильно затупленных осесимметричных тел, обтекаемых сверх- и гиперзвуковым потоками. Перед телом образуется сильная криволинейная головная ударная волна, а за телом — глобальная отрывная зона, которая для рассматриваемых условий соответствует классической одновихревой схеме (тороидальный вихрь). Передняя и задняя критические точки находятся на оси симметрии зонда и являются точками растекания. При этом затупленная кромка миделевого сечения обтекается безотрывно, а отрыв потока происходит далее вниз по течению на конической поверхности. Все сказанное подтверждается картиной векторного поля скорости, приведенной на рис. 12.2, *а*. Более подробно эта проблема рассмотрена выше (см. гл. 7).

При ненулевом угле атаки обтекание зонда существенно трехмерное, и структура поля течения зависит от угла атаки. При малых углах атаки поперечное течение также мало́, и численное моделирование на указанной «грубой» сетке будет выдавать не вполне корректные результаты. Поэтому расчеты выполнены для относительно большого угла атаки $\alpha = 10^\circ$, когда интенсивность поперечного течения сравнима с интенсивностью продольного течения.

Согласно приведенным данным на рассматриваемом угле атаки около зонда Mars Pathfinder реализуется следующая структура поля течения. Перед

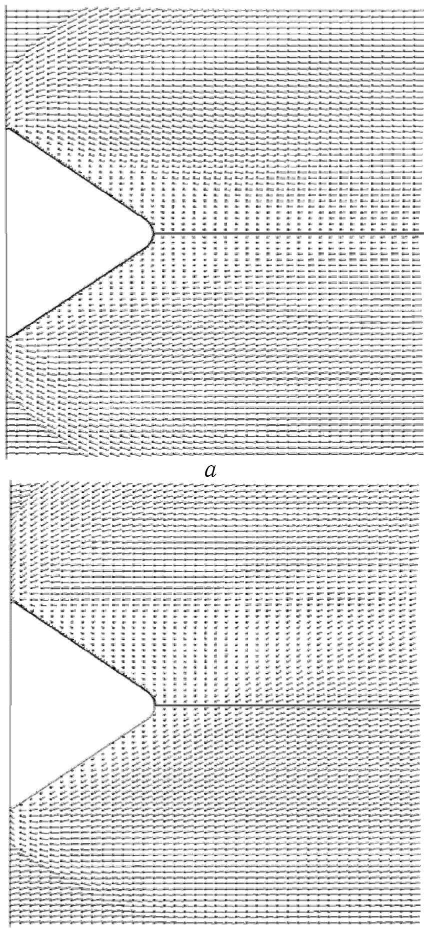


Рис. 12.2. Картины векторного поля скорости в плоскости симметрии течения в ближнем следе зонда Mars Pathfinder для углов атаки $\alpha = 0^\circ$ (*а*) и 10° (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 6$, $\mathrm{Re}_L = 6{,}67 \cdot 10^4$

его лобовой поверхностью образуется криволинейная головная ударная волна, передняя критическая точка (точка растекания) смещается с оси симметрии в сторону нижней кромки миделевого сечения, а задняя критическая точка (точка стекания) располагается на обтекаемой кормовой поверхности в окрестности верхней кромки миделевого сечения. Таким образом, обтекание лобовой поверхности происходит без отрыва, а кормовой поверхности — с отрывом потока. При этом интересно отметить, что согласно векторному полю скорости (рис. 12.2, *б*) течение в плоскости симметрии является безотрывным. Отсюда следует, что в кормовой части зонда отрыв потока происходит вне плоскости симметрии и носит локальный характер (стелящийся отрыв). Как будет показано ниже, такая структура поля течения около зонда Mars Pathfinder при относительно больших углах атаки наблюдается и для других значений числа Маха.

12.1.3. Местные аэродинамические характеристики. По найденным полям газодинамических переменных определялись местные аэродинамические характеристики зонда Mars Pathfinder, краткое обсуждение которых проводится ниже. При этом результаты расчетов представлены в виде картин изолиний на поверхности зонда и распределений рассматриваемой величины в плоскости симметрии течения, построенных по координате $s = s^*/L$, отсчитываемой от оси симметрии вдоль образующей зонда (связанная система координат).

Картины изобар на поверхности зонда для рассмотренных углов атаки показаны на рис. 12.3; они дают общую картину изменения коэффициента давления по обтекаемой поверхности тела с абсолютным максимумом в передней критической точке. О количественных изменениях этой величины можно судить по распределению коэффициента давления в плоскости симметрии тела (рис. 12.4). Отметим, что максимальные значения коэффициента давления на лобовой поверхности модели зонда хорошо согласуются с его асимптотическим значением $c_{\mathrm{pE}} = (p_0' - p_\infty)/(0{,}5\rho_\infty V_\infty^2) = 1{,}81$. Наличие угла атаки приводит к нарушению симметрии в распределении коэффициента давления на лобовой поверхности тела, сдвигая положение его максимума с оси симметрии в сторону нижней кромки миделевого сечения, и практически не влияет на него в кормовой части тела.

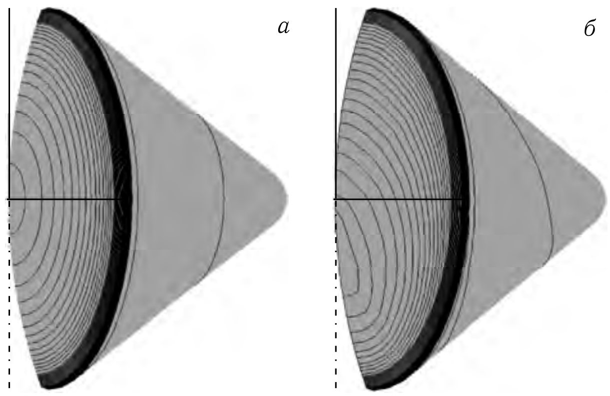


Рис. 12.3. Картины изобар на поверхности зонда Mars Pathfinder для углов атаки $\alpha = 0^\circ$ (*а*) и 10° (*б*); $\mathrm{M}_\infty = 6$, $\mathrm{Re}_L = 6{,}67 \cdot 10^4$

Наибольший интерес представляет изменение теплового потока на обтекаемой поверхности тела. Общее представление о распределении теплового потока вдоль поверхности тела дают картины изолиний $q_{\mathrm{w}} = \mathrm{const}$ (рис. 12.5), где $q_{\mathrm{w}} = q_{\mathrm{w}}^*/(\rho_\infty V_\infty H_\infty)$ — относительный тепловой поток; о количественных изменениях теплового потока можно судить по распределению теплового потока в плоскости симметрии течения (рис. 12.6).

В осесимметричном потоке максимальные тепловые потоки наблюдаются на лобовой поверхности тела в передней критической точке и в окрестности затупленной кромки миделевого сечения. Между этими максимумами величина теплового потока изменяется незначительно, и в первом приближении

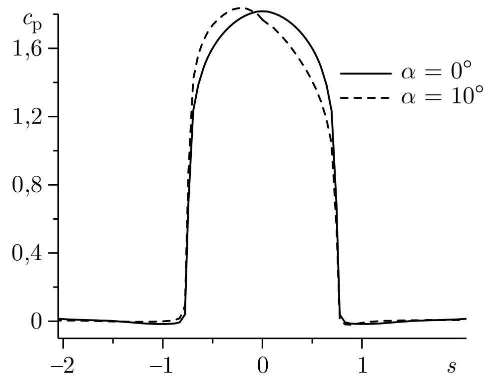


Рис. 12.4. Распределения коэффициента давления c_p на поверхности зонда Mars Pathfinder в плоскости симметрии течения для углов атаки $\alpha = 0°$ и $10°$ ($M_\infty = 6$, $Re_L = 6{,}67 \cdot 10^4$); переменная $s = s^*/L$ отсчитывается от передней критической точки вдоль образующей зонда

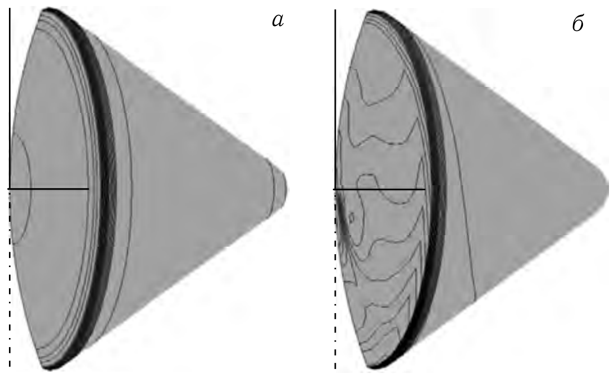


Рис. 12.5. Картины изолиний $q_w = \text{const}$ на поверхности зонда Mars Pathfinder для углов атаки $\alpha = 0°$ (*а*) и $10°$ (*б*); $M_\infty = 6$, $Re_L = 6{,}67 \cdot 10^4$

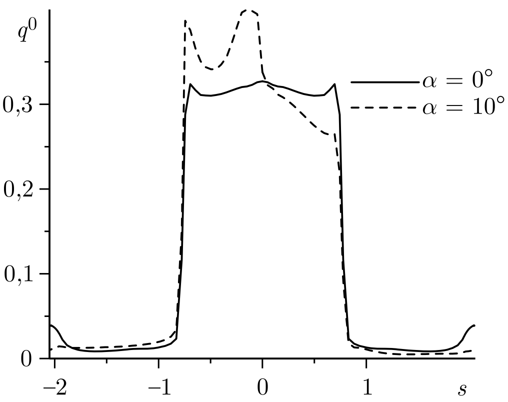


Рис. 12.6. Распределения относительного теплового потока $q^0 = q_w\sqrt{Re_L}$ на поверхности зонда Mars Pathfinder в плоскости симметрии течения для углов атаки $\alpha = 0°$ и $10°$ ($M_\infty = 6$, $Re_L = 6{,}67 \cdot 10^4$); переменная $s = s^*/L$ отсчитывается от передней критической точки при нулевом угле атаки вдоль образующей зонда

можно говорить о постоянстве теплового потока на лобовой поверхности зонда. Это полезный результат для решения прикладных задач по теплозащите зонда. В кормовой части тела тепловые потоки малы и примерно на порядок меньше их значений на лобовой поверхности; при этом на оси симметрии в задней критической точке имеется локальный максимум теплового потока.

Наличие угла атаки приводит к следующим изменениям.

На лобовой поверхности распределение теплового потока становится сильно неравномерным и заметно возрастают его максимальные значения. Это неблагоприятный фактор с точки зрения теплозащиты зонда. Сильная неравномерность в распределении теплового потока обусловливает в натурном полете появление в оболочке зонда заметных градиентов температуры и, следовательно, значительных термонапряжений, которые могут вызвать ее разрушение.

В кормовой части тела уровень тепловых потоков в целом не изменяется, но при этом исчезает локальный максимум теплового потока на оси симметрии тела. Иными словами, наличие угла атаки приводит к выравниванию тепловых потоков в донной области и снижает аэродинамическое нагревание кормовой поверхности зонда.

12.2. Модель зонда Mars Pathfinder при числе Маха $\mathrm{M}_\infty = 19{,}8$

12.2.1. Условия расчетов. Численное моделирование на основе нестационарных трехмерных уравнений Навье–Стокса проведено в предположении о симметрии поля течения относительно вертикальной плоскости и однородности неограниченного набегающего потока. Расчеты обтекания модели зонда Mars Pathfinder гиперзвуковым потоком совершенного газа выполнены на неравномерной сетке $151 \times 101 \times 25$ (в продольном, нормальном и окружном направлениях соответственно) для углов атаки $\alpha = 0^\circ$, 5°, 10°, 15°, 20° применительно к условиям эксперимента в аэродинамической трубе ИТ-2 ЦАГИ: число $\mathrm{M}_\infty = 19{,}8$; число Рейнольдса $\mathrm{Re}_L = 1{,}33 \cdot 10^5$ (вычислено по параметрам набегающего потока и характерному линейному размеру $L = 0{,}1$ м); температура обтекаемой поверхности $T_\mathrm{w} = 9{,}93 T_\infty$ (умеренный теплообмен).

12.2.2. Структура поля течения. Для рассматриваемых условий расчета около модели зонда Mars Pathfinder реализуется ламинарное течение совершенного газа со сложной структурой поля течения, характеризуемой наличием ударных волн, волн разрежения и замкнутых отрывных зон.

В частности, об общей структуре поля течения можно судить по картинам поля температуры в плоскости симметрии и распределению давления по поверхности модели зонда для различных углов атаки α, представленных на рис. 12.7. Об особенностях течения в пристеночных слоях говорят картины предельных линий тока, приведенные на рис. 12.8.

При нулевом угле атаки течение является осесимметричным. Структура поля течения около рассматриваемой модели и влияние на нее чисел Маха и Рейнольдса были изучены выше (см. п. 7.1.2). В данном конкретном случае

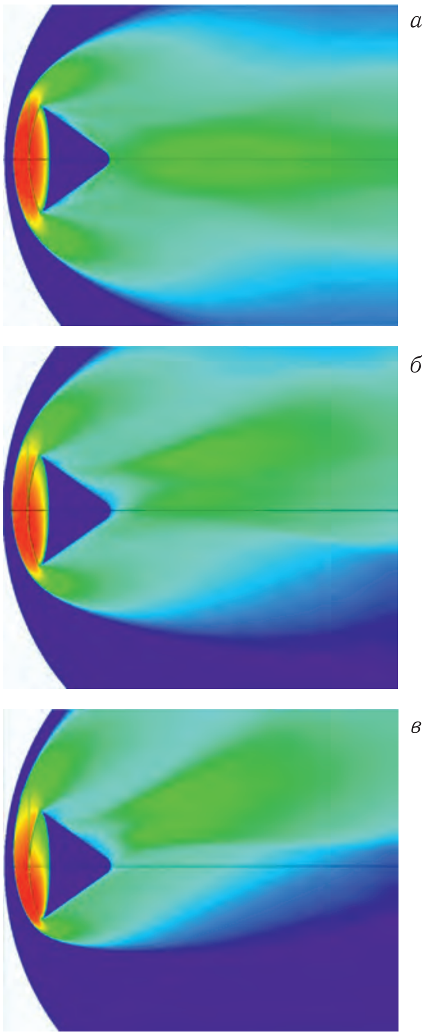


Рис. 12.7. Поле температуры в плоскости симметрии течения и распределение давления по поверхности модели зонда Mars Pathfinder: $\alpha = 0^\circ$ (*а*), 10° (*б*), 20° (*в*); $M_\infty = 19{,}8$, $\mathrm{Re}_L = 1{,}33 \cdot 10^5$

в глобальной отрывной зоне реализуется схема течения с тремя тороидальными вихрями.

При ненулевом угле атаки обтекание тела существенно трехмерное, поэтому интересно проследить эволюцию структуры поля течения около рассматриваемого тела в зависимости от угла атаки.

При малом угле атаки $\alpha = 5^\circ$ поле течения около модели слабо отличается от осесимметричного и сохраняет главные его свойства — безотрывное обтекание лобовой поверхности зонда и отрывное обтекание его кормовой поверхности с образованием глобальной отрывной зоны (рис. 12.8, *б*).

При угле атаки $\alpha = 10^\circ$ поле течения около модели зонда сильно отличается от осесимметричного, и в нем происходят качественные измене-

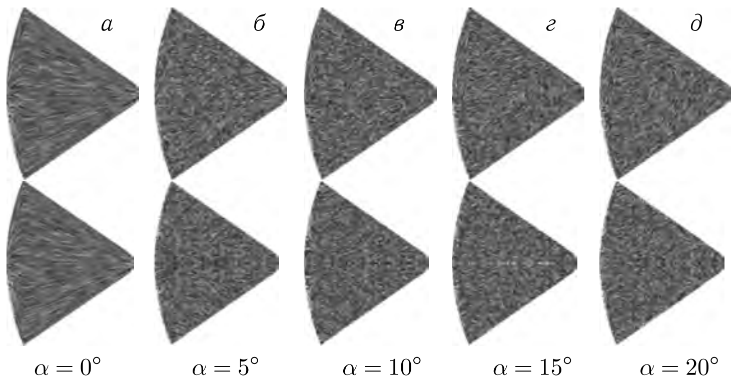


Рис. 12.8. Картины предельных линий тока на поверхности модели зонда Mars Pathfinder для различных углов атаки ($M_\infty = 19{,}8$, $\mathrm{Re}_L = 1{,}33 \cdot 10^5$): $\alpha = 0°$ (*а*), $5°$ (*б*), $10°$ (*в*), $15°$ (*г*), $20°$ (*д*); верхний ряд — вид сбоку, нижний ряд — вид сверху

ния. На лобовой поверхности область с наибольшим давлением сокращается и смещается в сторону нижней кромки (рис. 12.7, *б*, область красного цвета). В рассматриваемом случае, так же как при числе $M_\infty = 6$, течение в плоскости симметрии является безотрывным с задней критической точкой, расположенной на конической поверхности в окрестности верхней кромки миделевого сечения (рис. 12.8, *в*). Это означает, что при обтекании кормовой части модели зонда на его боковых сторонах образуются локальные отрывные зоны (стелющийся отрыв).

Сравнение полей температуры в плоскости симметрии для углов атаки $\alpha = 10°$ и $20°$ показывает, что они однотипны в качественном отношении и отличаются по количественной мере. Таким образом, по характерным особенностям структуры поля течения рассмотренный диапазон углов атаки можно разбить на два интервала: $0 \leqslant \alpha < 10°$, когда обтекание зонда происходит с образованием глобальной отрывной зоны, и $10 \leqslant \alpha \leqslant 20°$, когда в поле течения имеются локальные отрывные зоны.

Далее из рис. 12.7 можно видеть, что нижняя часть кормовой поверхности с увеличением угла атаки постепенно выходит из аэродинамической тени и происходит перестройка поля течения к структуре, характерной для слабо затупленного тела.

12.2.3. Местные аэродинамические характеристики. Поскольку для сильно затупленных тел силы трения вносят слишком малый вклад в создание аэродинамического сопротивления, то ограничимся рассмотрением поведения давления и теплового потока на обтекаемой поверхности зонда.

Общее представление о распределении коэффициента давления по обтекаемой поверхности тела дают картины изобар (рис. 12.9), а о количественных изменениях этой величины можно судить по распределению относительного давления в плоскости симметрии тела (рис. 12.10). Наличие угла атаки приводит к нарушению осевой симметрии в распределении коэффициента давления на лобовой поверхности тела и сравнительно слабо влияет на него в кормовой части тела. При этом максимум давления с увеличением угла атаки смещается к нижней кромке миделевого сечения, оставаясь на лобовой поверхности,

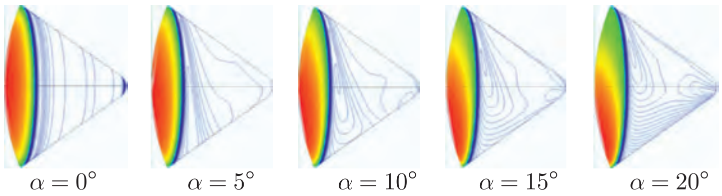


Рис. 12.9. Картины изобар на поверхности модели зонда Mars Pathfinder для различных значений угла атаки α ($M_\infty = 19{,}8$, $\mathrm{Re}_L = 1{,}33 \cdot 10^5$)

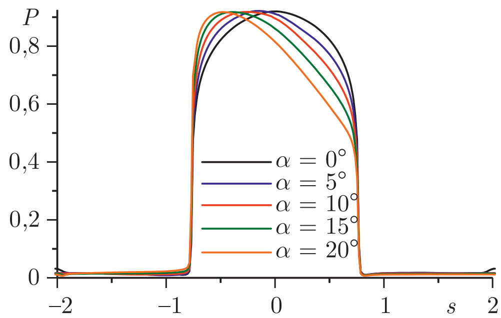


Рис. 12.10. Распределения относительного давления $P = p/(\rho_\infty V_\infty^2)$ на поверхности модели зонда Mars Pathfinder в плоскости симметрии течения для различных углов атаки α ($M_\infty = 19{,}8$, $\mathrm{Re}_L = 1{,}33 \cdot 10^5$); переменная $s = s^*/L$ отсчитывается от передней критической точки при нулевом угле атаки вдоль образующей зонда

а его значение практически сохраняется неизменным и хорошо согласуется с асимптотическим значением $P_E = p'_o/(\rho_\infty V_\infty^2) = 0{,}905$, что указывает на корректность численного моделирования. Кроме того, отметим, что если при нулевом угле атаки в задней критической точке, которая располагается на оси симметрии тела, имеет место локальный максимум давления, то при наличии угла атаки он отсутствует.

Наибольший интерес представляет изменение теплового потока на обтекаемой поверхности тела. Общее представление о распределении теплового потока вдоль поверхности можно видеть на рис. 12.11 и 12.13; о количественных изменениях теплового потока можно судить по его распределению в плоскости симметрии течения (рис. 12.12).

В осесимметричном потоке максимальные тепловые потоки наблюдаются на лобовой поверхности тела на оси симметрии и в окрестности кромки

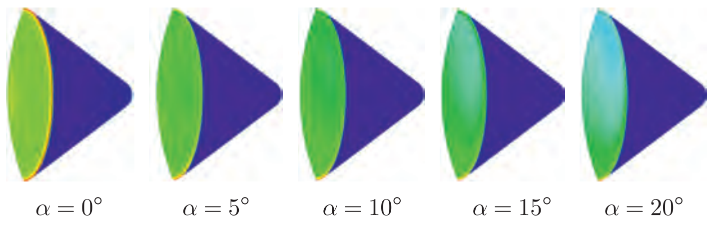


Рис. 12.11. Влияние угла атаки на распределение относительного теплового потока по поверхности модели зонда Mars Pathfinder ($M_\infty = 19{,}8$, $\mathrm{Re}_L = 1{,}33 \cdot 10^5$)

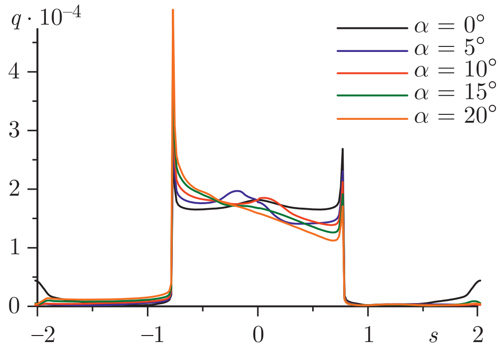


Рис. 12.12. Влияние угла атаки на распределение теплового потока q^* на поверхности модели зонда Mars Pathfinder в плоскости симметрии течения ($M_\infty = 19{,}8$, $\mathrm{Re}_L = 1{,}33 \cdot 10^5$); переменная $s = s^*/L$ отсчитывается от передней критической точки при нулевом угле атаки вдоль образующей зонда

Рис. 12.13. Влияние угла атаки на распределение относительного теплового потока по кормовой поверхности модели зонда Mars Pathfinder ($M_\infty = 19{,}8$, $\mathrm{Re}_L = 1{,}33 \cdot 10^5$)

малого радиуса затупления, при этом максимум теплового потока на кромке примерно на 30 % превышает его значение на оси симметрии. Между этими максимумами величина теплового потока изменяется немонотонным образом с образованием локального минимума в окрестности кромки. В кормовой части тела тепловые потоки малы и примерно на порядок меньше их значений на лобовой поверхности; при этом на оси симметрии наблюдается локальный максимум теплового потока.

Наличие угла атаки приводит к следующим изменениям.

На лобовой поверхности распределение теплового потока становится сильно неравномерным (рис. 12.11). При этом с увеличением угла атаки локальный максимум теплового потока на ней ведет себя немонотонным образом — сначала возрастает, затем уменьшается и исчезает при $\alpha \geqslant 15°$ (рис. 12.12). На кромке при изменении угла атаки максимум теплового потока сохраняется, но ведет себя по-разному в зависимости от рассматриваемого сечения; в плоскости симметрии течения с увеличением угла атаки максимальное значение на нижней кромке возрастает, а на верхней кромке — уменьшается.

В кормовой части тела уровень тепловых потоков в целом изменяется незначительно (рис. 12.13), но при этом наличие угла атаки вызывает качественные изменения в распределении теплового потока. Во-первых, исчезает область повышенных тепловых потоков в окрестности вершины обратного конуса, которая существует при нулевом угле атаки. Во-вторых, в окрестности нижней кромки начинает формироваться новая область повышенных тепловых потоков, которая расширяется с увеличением угла атаки и при больших углах атаки распространяется вдоль всего нижнего контура. Это объясняется тем, что по мере увеличения угла атаки нижняя часть кормовой поверхности постепенно превращается из подветренной стороны в наветренную. Отметим, что качественная однотипность полей теплового потока для кормовой поверхности при больших углах атаки ($\alpha = 10^\circ \div 20^\circ$) подтверждает отмеченную выше однотипность структуры поля течения в ближнем следе.

Локальный максимум теплового потока, наблюдаемый на поверхности большой кривизны в окрестности оси симметрии тела, ведет себя по углу атаки немонотонно из-за разных механизмов его появления (рис. 12.12). При малых углах атаки ($0^\circ \leqslant \alpha < 10^\circ$) поверхность большой кривизны находится в глобальной отрывной зоне, и на ней располагается задняя критическая точка (точка растекания); по мере увеличения угла атаки точка растекания смещается вверх по потоку вдоль верхней части контура, снижается интенсивность растекания и уменьшается максимальный тепловой поток. При больших углах атаки ($10^\circ \leqslant \alpha \leqslant 20^\circ$) вся нижняя часть контура обтекается без отрыва потока и появление локального максимума теплового потока связано с наличием больших градиентов давления при обтекании участка поверхности большой кривизны; возрастание угла атаки приводит к смещению положения локального максимума вверх по потоку вдоль нижней части контура и увеличению его значения.

Заключение

Путем численного моделирования изучено влияние угла атаки на структуру поля течения и на аэродинамические характеристики модели зонда Mars Pathfinder для двух режимов полета, моделируемых в аэродинамических трубах ЦАГИ. Результаты расчетов показали, что по характерным особенностям структуры поля течения рассмотренный диапазон углов атаки можно разбить на два интервала: $0^\circ \leqslant \alpha < 10^\circ$, когда обтекание зонда происходит с образованием глобальной отрывной зоны, и $10^\circ \leqslant \alpha \leqslant 20^\circ$, когда в поле течения формируются локальные отрывные зоны. Иначе говоря, по мере увеличения угла атаки происходит перестройка поля течения от структуры, характерной для сильно затупленного тела, к структуре, характерной для слабо затупленного тела.

Список литературы

Бабаев И.Ю., *Башкин В.А.*, 1992. Расчет обтекания лобовой поверхности скользящего кругового цилиндра сверхзвуковым потоком совершенного газа // Ученые записки ЦАГИ. Т. XXIII. № 1. С. 9–19.

Бабаев И.Ю., *Башкин В.А.*, *Егоров И.В.*, 1994. Численное решение уравнений Навье–Стокса с использованием итерационных методов вариационного типа // Журн. вычисл. математики и мат. физики. Т. 34. № 11. С. 1693–1703.

Бабенко К.И., *Воскресенский Г.П.*, *Любимов А.Н.*, *Русанов В.В.*, 1964. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. — М.: Наука.

Бабенко К.И., 1970. Об асимптотическом поведении вихря вдали от тела при обтекании его плоским потоком вязкой жидкости // ПММ. Т. 34, вып. 5. С. 911–925.

Башкин В.А., Бабаев И.Ю., Егоров И.В., 1993. Расчет обтекания цилиндрического тела на основе уравнений Навье–Стокса // Труды ЦАГИ. Вып. 2514. С. 23–68.

Башкин В.А., *Солодкин Е.Е.*, 1961. Об определении коэффициента теплопередачи // ПМТФ. № 3. С. 16–24.

Башкин В.А., 1964. Расчет коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи пластины, конуса и тупоносого тела в окрестности критической точки при ламинарном течении в пограничном слое без учета диссоциации // Материалы к расчету сопротивления трения и теплопередачи различных тел при гиперзвуковых скоростях потока: Сб. — Труды ЦАГИ. — Вып. 937. — С. 12–78.

Башкин В.А., 1967. Ламинарный пограничный слой на бесконечно длинных эллиптических цилиндрах при произвольном угле скольжения // Известия АН СССР. МЖГ. № 5. С. 76–82.

Башкин В.А., 1984. Треугольные крылья в гиперзвуковом потоке. — М.: Машиностроение. — 136 с.

Башкин В.А., *Дудин Г.Н.*, 2000. Пространственные гиперзвуковые течения вязкого газа. — М.: Наука, Физматлит. — 288 с.

Башкин В.А., *Булдаков Е.В.*, *Егоров И.В.*, *Иванов Д.В.*, 2000. Моделирование теплопередачи на боковых стенках узкой выемки на поверхности плоской пластины при сверхзвуковых скоростях // Ученые записки ЦАГИ. Т. 31, № 1–2. С. 119–131.

Башкин В.А., *Ваганов А.В.*, *Егоров И.В.*, *Иванов Д.В.*, *Игнатова Г.А.*, 2002. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по обтеканию кругового цилиндра сверхзвуковым потоком // Известия РАН. МЖГ. № 3. С. 134–145.

Башкин В.А., *Егоров И.В.*, *Егорова М.В.*, 1993. Обтекание кругового цилиндра сверхзвуковым потоком совершенного газа // Известия РАН. МЖГ. № 6. С. 107–115.

Башкин В.А., *Егоров И.В.*, *Егорова М.В.*, 1994. Влияние температурного фактора на аэродинамические характеристики кругового цилиндра в сверхзвуковом потоке совершенного газа // Известия РАН. МЖГ. № 3. С. 156–162.

Башкин В.А., *Егоров И.В.*, *Егорова М.В.*, *Иванов Д.В.*, 1998. Зарождение и развитие отрывного течения за круговым цилиндром в сверхзвуковом потоке // Известия РАН. МЖГ. № 6. С. 27–36.

Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 2000.а. Ламинарно-турбулентное обтекание кругового цилиндра сверхзвуковым потоком газа // Известия РАН. МЖГ. № 5. С. 31–43.

Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 2000.б. Развитие структуры поля течения около кругового цилиндра при наличии ламинарно-турбулентного перехода // ТВТ. Т. 38, № 5. С. 759–768.

Башкин В.А., Егоров И.В., Егорова М.В., Иванов Д.В., 2000.в. Изотермический круговой цилиндр в сверхзвуковом потоке совершенного газа // Ученые записки ЦАГИ. Т. 31, № 3–4. С. 23–30.

Башкин В.А., Егоров И.В., Ежов И.В., Иванов Д.В., 2007. Круговой цилиндр в околозвуковом потоке вязкого совершенного газа // Ученые записки ЦАГИ. Т. XXXVIII, № 3–4. С. 1–13.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 1996. Расчет сверхзвукового течения совершенного газа в гиперзвуковом воздухозаборнике // Известия РАН. Механика жидкости и газа. № 5. С. 191–200.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 1997.а. Исследование характеристик гиперзвукового воздухозаборника на расчетном режиме при умеренных числах Рейнольдса // Ученые записки ЦАГИ. Т. 28. № 2. С. 68–81.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 1997.б. Влияние высоты «горла» на аэродинамические характеристики гиперзвукового воздухозаборника на расчетном режиме // Ученые записки ЦАГИ. Т. 28. № 3–4. С. 128–143.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 1997.в. Применение метода Ньютона к расчету внутренних сверхзвуковых отрывных течений // ПМТФ. № 1. С. 30–42.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 1998. Торможение сверхзвукового потока в плоских и осесимметричных каналах // Известия РАН. МЖГ. № 2. С. 143–152.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 1999.а. Интегральные аэродинамические характеристики простейшего гиперзвукового воздухозаборника на расчетном режиме // Ученые записки ЦАГИ. Т. 30, № 1–2. С. 88–108.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 1999.б. Простейший гиперзвуковой воздухозаборник на нерасчетных режимах работы // Ученые записки ЦАГИ. Т. 30, № 3–4. С. 78–89.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 2001. Структура поля течения и аэродинамические характеристики гиперзвукового воздухозаборника в диапазоне чисел $\mathrm{Re} = 10^4 \div 10^7$ // Ученые записки ЦАГИ. Т. 32, № 1–2. С. 34–47.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 2002. Затупленное осесимметричное тело с узкой выемкой на лобовой поверхности в гиперзвуковом потоке вязкого газа // Известия РАН. МЖГ. № 2. С. 166–177.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., 2004. Эволюция поля течения около кругового цилиндра и сферы при мгновенном старте со сверхзвуковой скоростью // ПМТФ. Т. 45, № 3. С. 44–49.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пафнутьев В.В., 2002. Пространственное ламинарное обтекание осесимметричных тел сверхзвуковым потоком газа // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 2002. Т. 42, № 12. С. 1864–1874.

Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пафнутьев В.В., 2003. Острый круговой конус в сверхзвуковом потоке вязкого совершенного газа // Ученые записки ЦАГИ. Т. 34, № 3–4. С. 3–14.

Башкин В.А., *Егоров И.В.*, *Иванов Д.В.*, *Пафнутьев В.В.*, 2008. Тонкий острый эллиптический конус в сверхзвуковом потоке вязкого совершенного газа // Известия РАН. МЖГ. № 6. С. 101–112.

Башкин В.А., *Егоров И.В.*, *Иванов Д.В.*, *Пафнутьев В.В.*, 2009. Об обтекании острых эллиптических конусов сверхзвуковым потоком // Ученые записки ЦАГИ. Т. XL, № 6. С. 32–40.

Башкин В.А., *Егоров И.В.*, *Иванов Д.В.*, *Пляшечник В.И.*, 2003. Теоретическое и экспериментальное исследование обтекания тонкого острого кругового конуса под углом атаки сверхзвуковым потоком газа // Изв. РАН. МЖГ. № 1. С. 123–133.

Башкин В.А., *Егоров И.В.*, *Иванов Д.В.*, *Скуратов А.С.*, 2000. Осесимметричное затупленное тело с узкой выемкой на лобовой поверхности в гиперзвуковом потоке совершенного газа // Известия РАН. МЖГ. № 1. С. 117–124.

Башкин В.А., *Егоров И. В.*, *Пафнутьев В. В.*, 2005. Аэродинамическое нагревание тонкого острого кругового конуса в сверхзвуковом потоке // Известия РАН. ТВТ. Т. 42. № 5. С. 732–744.

Башкин В.А., *Ежов И.В.*, *Смотрина Е.К.*, 2005. Эллиптический цилиндр в сверхзвуковом потоке вязкого совершенного газа // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук — аэромеханика и летательная техника: Сб. трудов 48-й научной конференции МФТИ. Т. VI. МФТИ.

Башкин В.А., *Ежов И.В.*, 2011. Круговой цилиндр в трансзвуковом потоке вязкого совершенного газа // Ученые записки ЦАГИ. Т. XLII, № 1. С. 12–30.

Башкин В.А., Лапина Н.Г., 1983. Экспериментальное исследование картины течения и теплообмена в окрестности линии растекания кругового цилиндра при поперечном обтекании сверхзвуковым потоком с числами $\mathrm{M} = 3$, 5 и 6 // Труды ЦАГИ. Вып. 2203. С. 44–49.

Годунов С.К., 1959. Конечно-разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений газовой динамики // Мат. сб. Т. 47. С. 271–291.

Годунов С.К., *Забродин А.В.*, *Иванов М.Я.*, *Крайко А.Н.*, *Прокопов Г.П.*, 1976. Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Наука. — С. 400.

Егоров И. В., *Зайцев О.Л.*, 1991. Об одном подходе к численному решению двумерных уравнений Навье–Стокса методом сквозного счета // Журн. вычисл. математики и матем. физики. Т. 31, № 2. С. 286–299.

Егоров И. В., *Иванов Д.В.*, 1998. Применение метода Ньютона при моделировании нестационарных отрывных течений // Журн. вычисл. математики и матем. физ. Т. 38, № 3. С. 506–511.

Иванов М.Я., *Крупа В.Г.*, *Нигматуллин Р.З.*, 1989. Неявная схема С.К. Годунова повышенной точности для интегрирования уравнений уравнений Навье–Стокса // Журн. вычисл. математики и матем. физ. Т. 29, № 6. С. 888–901.

Каримов Т.Х., 1983. О некоторых итерационных методах решения нелинейных уравнений в гильбертовом пространстве // Докл. АН СССР. Т. 269, № 5. С. 1038–1046.

Коган М.Н., 1967. Динамика разреженного газа. — М.: Наука.

Колган В.П., 1972. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечноразностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Ученые записки ЦАГИ. Т. 3, № 6. С. 68–77.

Красильщиков А.П., *Подобин В.П.*, 1968. Экспериментальное исследование аэродинамических характеристик шара в свободном полете до чисел $M \sim 15$ // МЖГ. № 4.

Лойцянский Л.Г., 1973. Механика жидкости и газа. — М.: Наука. — 848 с.

Любимов А.Н., *Русанов В.В*, 1970. Течение газа около тупых тел. — М.: Наука.

Мишин Г.И., 1961. Исследование коэффициента сопротивления сферы при сверхзвуковых скоростях в газах с различным отношением удельных теплоемкостей // ЖТФ. Т. 31, вып. 4.

Мэрти В.С., *Роуз В.К.*, 1978. Детальные измерения аэродинамических характеристик кругового цилиндра при поперечном обтекании // Ракетная техника и космонавтика. Т. 16, № 6. С. 8–11.

Павлов Б.М., 1971. Численное исследование сверхзвукового обтекания затупленных тел потоком вязкого газа // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. — Вып. 4. — М.: МГУ.

Самарский А.А., *Николаев Е.С.*, 1994. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978.

Седов Л.И., 1966. Методы подобия и размерности в механике. — М.: Физматгиз.

Хейз У.Д., *Пробстин П.Ф.*, 1962. Теория гиперзвуковых течений. — М.: Изд. иностр. лит.

Чен Ю.Ю., 1969. Экспериментальное исследование кругового конуса, установленного под углом атаки, в гиперзвуковом потоке // Ракетная техника и космонавтика. Т. 7, № 10. С. 255–256.

Шлихтинг Г., 1974. Теория пограничного слоя. — М.: Наука. — С. 712.

Babikov P.E., *Yegorov I.V.*, 1988. On one version of the adaptive grid generation to solve evolution problems // Proc. Soviet Union–Japan SCFD. — Khabarovsk, 1988. — V. 2. — P. 222–227.

Bejan A., 1984. Convection heat transfer. — Wiley. — 477 p.

Beam R., *Warming R.F.*, 1978. An implicit factored scheme for the compressible Navier–Stokes equations // AIAA J. V. 16. P. 393–402.

Borovoy V., *Boldyrev S.*, *Egorov I.*, *Zhilin Yu.*, *Korolev A.*, *Skuratov A., Tarantin A.*, 2002. Methodology of heat transfer investigation around a Martian vehicle in a short-duration wind tunnel // Proc. of the 4th Europe Symp. Aerothermodynamics for Space Applications, Capua, Italy, Oct. 15–18, 2001. ESA SP-487. P. 225–232.

Chang C.-C., *Lei S.-Y.*, 1996. On the Sources of Aerodynamic Forces: Steady Flow Around a Cylinder or Sphere // Proc. Roy. Soc. London. A. V. 452, № 1954. P. 2369–2395.

Charters A.C., *Thomas R.N.*, 1945. The aerodynamic performance of small spheres from subsonic to high supersonic velocities // J. Aero. Sci. 12. № 4. P. 468–476.

Crocco L., 1946. Lo strato limite laminare nei gas // Mon. Sci. Aero. Roma.

Ferri A., 1942. Influenza del Numero di Reynolds ai Grandi Numeri di Mach // Atti di Guidonia. № 67-68-69.

George A., 1973. Nested dissection of a regular finite element mesh // SIAM J. Numer. Analys. V. 10, №. 2. P. 347–358.

Gowen F.E., *Perkins E.W.*, 1953. Drag of Circular Cylinders for a Wide Range of Reynolds Numbers and Mach Numbers. — NACA Technical Note 2960. — P. 26.

Guo K.L., *Liaw G.S.*, *Chou L.C.*, 1999. Numerical predictions of the transitional flow over an elliptic cylinder by the Burnett equations and the DSMC method // 33rd Thermophysics Conference, Norfol, VA, AIAA 99-3457. P. 1–7.

Haas B.L., *Venkatapathy E.*, 1995. Mars Pathfinder Computations Including Base-Heating Predictions // 30th AIAA Thermophysics Conf., San Diego. AIAA 95-2086. P. 1–8.

Harten A., 1983. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // Journal Computational Physics. V. 49. P. 357–372.

Hodges A.J., 1957. The drag coefficient of very high velocity spheres // J. Aero. Sci. 24. № 10. P. 468–476.

Hollanders H., *Devezeaux de Lavergne D.*, 1987. High speed laminar near wake flow calculations by an implicit Navier–Stokes solver. — AIAA Paper 87-1157. P. 598–607.

Huang P.G., *Coakley T.J.*, 1993. Turbulence modeling for high speed flows. — AIAA Paper 92-0436.

Ivanov D., *Obabko A.*, *Yegorov I.*, 1997. Simulation of separated flows on the base of differential turbulence model. — AIAA Paper 97-1861. — 11 p.

Ishii K., *Kuwahara K.*, 1984. Computation of compressible flow around a circular cylinder. — AIAA-84-1631. — P. 11.

Jorgensen L.H., 1957. Elliptic Cones Alone and with Wings at Supersonic Speeds. — Report 1376 NACA. — P. 975.

Jorgenson L.H., 1973. Prediction of Static Aerodynamic Characteristics for Space Shuttle Like and Other Bodies at Angles of Attack from 0 to 180. — NASA TN D-6996.

Li X., *Djilali N.*, 1995. On the skaling of separation bubbles // JSME Intern. J. Series B. V. 38, № 4. P. 541–548.

Lin T.C., *Rubin S.G.*, 1973. Viscous flow over a cone at moderate incidence. Part 2. Supersonic boundary layer // J. Fluid Mech. V. 59, Part 3. P. 593–620.

Lipton R.J., *Rose D.J.*, *Tarjan R.E.*, 1979. Generalized nested dissection // SIAM J. Numer. Analys. V. 16, № 2. P. 346–358.

Macha J.M., 1977. Drag of Circular Cylinders at Transonic Mach Numbers // J. of Aircraft. V. 14, № 6. P. 605–607.

Marvin J.G., *Coakley T.J.*, 1990. Turbulence Modeling for Hypersonic Flows // The third joint joint Europe / US short course in hypersonics. At the RWTH Aachen — University of Technology D-5100 Aachen, FRG.

Murthy V.S., *Rose W.C.*, 1977. Form Drag, Skin Friction and Vortex Shedding Frequencies for Subsonic and Transonic Gross Flows on Circular Cylinder. — AIAA Paper 77-687.

Park G., *Gai S.L.*, *Neely A.J.*, 2010. Laminar near wake of a circular cylinder at hypersonic speeds // AIAA J. V. 48, № 1. P. 236–248.

Peake D.J., *Owen F.K.*, *Higuchi H.*, 1978. Symmetric and Asymmetric Separations about a Yawed Cone // High Angle of Attack Aerodynamics. AGARD-CP-247. P. 16-1.

Rodriguez O., 1984. The circular cylinder in subsonic and transonic flow // AIAA J. V. 22, № 12. P. 1713–1718.

Roe P.L., 1981. Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference scheme // J. Comp. Phys. V. 43. P. 357–372.

Saad Y., *Shultz M.H.*, 1986. GMRES: a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems // SIAM J. Scient. and Statist. Comp. V. 7, № 3. P. 856–869.

Steger J.L., 1978. Implicit finite-difference simulation of flow about arbitrary two-dimensional geometries // AIAA J. V. 16. P. 679–686.

Yegorov I., *Zaitsev O.*, 1993. Development of efficient algorithms for computational fluid dynamic problems // Proc. of the 5th Intern. Symp. Computational Fluid Dynamics. Sendai, Japan. V. 3. P. 393–400.

Yegorov I., *Bashkin V.*, *Buldakov E.*, *Ivanov D.*, 1998. Hypersonic Flow over Flat Plate and Mars Pathfinder with Gaps on Its Surfaces // 21st Intern. Symposium on Space Technology and Science Sonic City, Omiya, Japan, May 24–31.

Zhang J., *Dalton C.*, 1998. A three-dimensional simulation of a steady approach flow past a circular cylinder at low Reynolds number // Intern. J. Numer. Meth. Fluids.

Научное издание

БАШКИН Вячеслав Антонович
ЕГОРОВ Иван Владимирович

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВЯЗКОГО СОВЕРШЕННОГО ГАЗА

Редактор *В.С. Аролович*
Оригинал-макет: *Е.Н. Водоватова*
Оформление переплета: *Д.Б. Белуха*

Подписано в печать 20.04.12. Формат 70×100/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 30,2. Уч.-изд. л. 30,3. Тираж 100 экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»
МАИК «Наука/Интерпериодика»
117997, Москва, ул. Профсоюзная, 90
E-mail: fizmat@maik.ru, fmlsale@maik.ru;
http://www.fml.ru

Отпечатано с электронных носителей издательства
в ООО «Чебоксарская типография № 1»
428019, г. Чебоксары, пр. И. Яковлева, 15

ISBN 978-5-9221-1265-9

9 785922 112659