ФЕДЕРАЛЬНОЕ КОСМИЧЕСКОЕ АГЕНТСТВО
ОТКРЫТОЕ АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО
«НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЦЕНТР «ПОЛЮС»

В.И. Кочергин

ПРАКТИКА ТЕОРИИ МНОГОМЕРНЫХ ЦИФРО-ВЕКТОРНЫХ МНОЖЕСТВ

(совершенные и квазисовершенные коды)

Издательство Томского университета
2010

УДК 681.326
ББК 32.973.2
К 55

Кочергин В.И.

К55 Практика теории многомерных цифро-векторных множеств (совершенные и квазисовершенные коды). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2010. – 174 с.

ISBN 978- 5-7511-1937-1

В книге представлены все совершенные коды, исправляющие одиночные ошибки двоичной системы счисления основания n = 16, а также синтезированные из них квазисовершенные коды, исправляющие одиночные ошибки для двоичных систем счисления оснований n = 8, 4. Приведен синтез квазисовершенного двоичного кода основания n = 32 и совершенных многофазных кодов, являющихся составной частью цифровых электроприводов. Изложение производится на практическом схемотехническом уровне реализации принципиальных схем. Книга является единым целым с электронным приложением на компакт-диске.

Для студентов технических вузов и разработчиков цифровых систем управления, а также аспирантов и научных работников.

УДК 681.326
ББК 32.973.2

ISBN 978- 5-7511-1937-1

© В.И. Кочергин, 2010

ПРЕДИСЛОВИЕ

Теория многомерных цифро-векторных множеств [1] позволила внести ясность в ряд существовавших много лет ошибочных мнений математической формальной теории кодирования информации и машинной арифметики.

Во-первых, это, прежде всего, необоснованное деление кодов на арифметические коды и неарифметические. Практически все современное оборудование основано на использовании «арифметической» двоичной системы счисления, и, следовательно, двоичные коды являются наиболее важными. Тем не менее важны и недвоичные коды. Все коды позиционных систем счисления, и не только позиционных, где в их основе лежит натуральный ряд чисел, являются арифметическими.

Ярким примером таких кодов являются многофазные коды, составляющие основу многочисленных электротехнических устройств. Появление многофазных напряжений связано с именем российского электротехника Михаила Осиповича Доливо-Добровольского, который в 1889 г. создал трехфазный асинхронный двигатель и осуществил первую электропередачу трехфазного тока.

В 70-х годах прошлого века автор разработал серию цифровых устройств систем электропитания и электроприводов в многофазных кодах, а также машинную арифметику для этих кодов [3].

Во-вторых, это ошибочность существования малого числа совершенных и квазисовершенных кодов, исправляющих ошибки с минимальными затратами оборудования. В [2] доказано, что число совершенных и квазисовершенных кодов двоичной системы счисления неограниченно велико. Также доказана возможность построения совершенных многофазных кодов. При этом использование двоичных и многофазных совершенных и квазисовершенных кодов стало практически реализуемо при минимальных затратах оборудования в системах передачи, хранения информации и выполнении арифметических операций в режиме реального времени с предельно возможным управляемым быстродействием. Существующая до настоящего времени теория кодирования основана на использовании достаточно сложного аппарата современных абстрактных разделов математики и в первую очередь высшей алгебры. Изложить этот абстрактный материал так, чтобы он был доступен инженеру, практически невозможно. Да и аппаратура, реализующая исправление ошибок и требующая обработки большого числа поверочных матриц, не позволяла даже только для передачи и приема информации работать в режиме реального времени. При этом вопрос о возможности выполнения машинной арифметики в этих кодах, поскольку они считались неарифметическими, даже не рассматривался.

Ставилась задача написать книгу так, чтобы она была доступна читателям, не имеющим специальной математической подготовки. Этому способствует то обстоятельство, что понимание теории многомерных цифровекторных множеств не требует знания абстрактных алгебраических разделов математики. Однако это может служить неприятием ее «чистыми» математиками, и преодолеть этот барьер можно только решением тех задач, которые ими («чистыми» математиками) не решены. На первом плане здесь стоят коды, исправляющие ошибки. Именно это входит в круг интересов автора настоящей книги.

Совершенно справедливы требования к кодам, исправляющим ошибки, и аппаратуре, выполняющей эти исправления: «Для того чтобы коды были высокоэффективными, они должны быть длинными, потому что в этом случае влияние шума усредняется по большему числу символов. Такой код может иметь 10^{100} возможных кодовых слов и во много раз большее число возможных слов на выходе… тремя аспектами проблемы декодирования являются: 1) построение кодов, способных в должной мере исправлять ошибки (для этого обычно требуется, чтобы коды были длинными); 2) разработка практически осуществимого метода кодирования; 3) отыскание метода принятия решения на приемнике, т.е. метода исправления ошибок» [4]. Здесь необходимо добавить четвертое новое требование – возможность выполнения машинной арифметики в режиме реального времени.

Всем этим требованиям удовлетворяют многофазные и интегральные коды, которые обладают возможностью исправлении любого количества ошибок и пачек ошибок в режиме реального времени. Интегральный код представляет собой любую половину многофазного кода, и поэтому все его элементы присущи ему. Интегральный код лежит в основе финитного уточнения формализации арифметики Д. Гильберта [5], где операция порождения цифры или ее фигуры сопровождается добавлением цифры 1; а после каждой цифры 1, не являющейся концом данной фигуры и состоящей из одних единиц, идет следующая за ней единица. Эти коды могут иметь любую длину, а исправление ошибок в этих кодах производится без математических вычислений [6] и основывается на существовании непрерывных множеств логических единиц и нулей в их структуре [6].

Настоящая книга являет собой практическую реализацию теории многомерных цифро-векторных множеств в технике передачи и хранения информации, где в первой главе приводится программа определения симметрий первообразной логической функции в четырехмерном пространстве двоичной системы счисления. Все дальнейшее изложение в книге производится исходя из симметрии цифро-векторного пространства, а практическое рассмотрение этой проблемы сводится к изучению симметрии геометрических образов конкретных логических функций.

В дальнейших главах 2–4 последовательно рассматриваются совершенные коды основания $n = 16$ ($k = 3$, $i = 4$) и квазисовершенные коды оснований $n = 8$ ($k = 3$, $i = 3$), $n = 4$ ($k = 3$, $i = 2$), которые являются образующими от кода

основания n = 16 (k = 3, i = 4). Исследование всех совершенных кодов этих оснований систем счисления позволяет выделить в них все классы и подклассы, определить среди них оптимальные по затратам оборудования для кодирования и схем исправления ошибок.

Аналогичным образом в главах 5, 6 исследуются представители квазисовершенного кода основания n = 32 (k = 4, i = 5) и кода основания n = 64 (k = = 4, i = 6), а также совершенные многофазные коды.

В 7-й главе рассматриваются аналитические и геометрические методы упрощения логических функций и представлен алгоритм поиска минимальных тупиковых форм этих функций.

Настоящая книга является первым из намеченных автором книжных приложений к теоретической части теории многомерных цифро-векторных множеств [2]. Приведенная в ней информация вполне достаточна для технического воплощения схем с учетом конкретных конструктивно-технологических ограничений, используемой элементной базы и т.п., а электронный вариант приложений книги позволяет не экономить «бумагу», что послужит большему понятию теории именно инженерами – творцами новой техники.

Но всюду преходяще наслажденье:
И нам пора – прошёл короткий час.
Мы начинаем наше нисхожденье…
Прощай, вершина! Горы, ждите нас!

А.Д. Александров

Глава 1
СИММЕТРИЯ ЦИФРОВОГО ПРОСТРАНСТВА

В недалеком прошлом симметрию называли «гармонией мира», а соображения симметрии и инвариантности давно играют в физике значительную роль. Как отмечал лауреат Нобелевской премии Е. Вигнер, «интуитивные представления о симметрии играли важную роль в мышлении великих физиков прошлого, хотя явное использование симметрии в старой физике ограничивалось в основном кристаллографией», а вывод Е.С. Федоровым 230 кристаллографических пространственных групп «по праву считается шедевром анализа».

Теория многомерных цифро-векторных множеств придала идее упаковки пространства Е.С. Федорова цифро-векторное представление и расширила понятие симметрии цифрового пространства.

1.1. Симметрия первообразной логической функции четырехмерного пространства двоичной системы счисления

Повороты относительно осей симметрии многомерного цифрового пространства определяют симметрию геометрического образа любой первообразной логической функции в этом пространстве. Для двоичного кода разрядности i число логических функций, которые получаются в результате таких поворотов первообразной функции, равно $S_i = 2^i(i!)$. Общее же число логических функций этой разрядности $N_i = (2^n)$, где $n = 2^i$, и каждая из этих логических функций может быть выбрана первообразной.

В [2] использовались в качестве первообразных логических схем не общепринятые бинарные, а четырехвходовые схемы. Это, несмотря на то, что для них число логических функций по сравнению с бинарными схемами ($N_i = 16$) очень велико ($N_i = 65536$). Выбор первоначально определялся тем, что исследовался совершенный код с информационной частью разрядности i = 4, а в дальнейшем оказалось, что такой выбор первообразных логических схем оптимален и для всех других совершенных и квазисовершенных кодов и не только.

В [2] приведена таблица, где представлены 384 положения координат четырехмерного цифрового пространства. Эти положения координат получены мысленными поворотами относительно осей симметрии пространства, где первая половина первого столбца таблицы составлена, исходя только из перестановок его координат (разрядов 1, 2, 3, 4), а другие столбцы первой по-

ловины образуются переводом одного или двух координат из прямого кода в обратный.

Эта таблица служит основой для построения новой таблицы поиска симметрии конкретной базовой логической функции и определения других логических функций, которые имеют одинаковую принципиальную схему с базовой функцией. При этом нумерация всех геометрических образов четырехвходовых логических функций останется без изменения. Нумерация ячеек от 0 до 15 четырехмерного пространства, где должна размещаться фигура базовой логической функции, здесь представлена соответственно буквами английского алфавита.

На примере первой ячейки (рис. 1.1а) этой новой таблицы, где входные разряды x_1, x_2, x_3, x_4 в дальнейшем – 1, 2, 3, 4 (т.е. x_1, x_2, x_3, x_4 $\equiv$ 1, 2, 3, 4) кодируют шестнадцать цифр, представленных соответствующими буквами, показано формирование геометрического образа четырехвходовой логической функции (рис. 1.1б). Это формирование осуществлено соответствующей заменой букв логической единицей (звездочка) либо логическим нулем (точка).

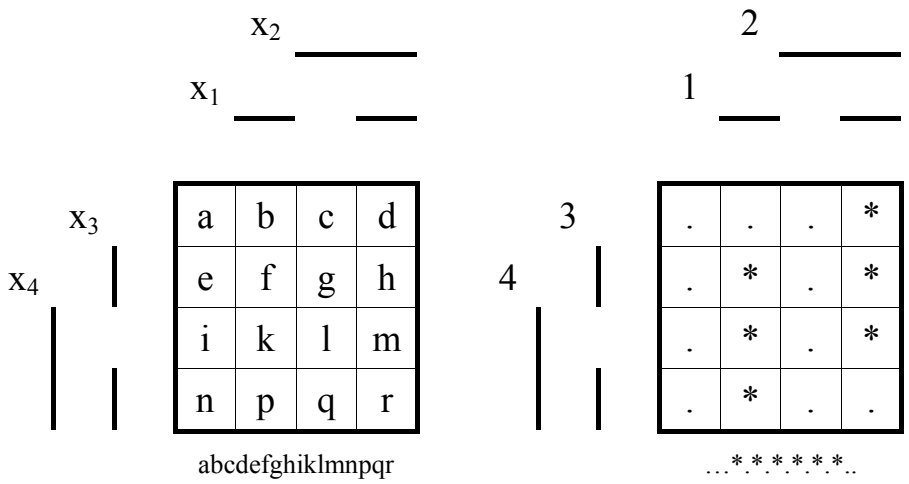


Рис. 1.1а Рис. 1.1б

Под геометрическим образом логической функции представлена ее логическая запись (…*.*.*.*.*.*..), которую можно назвать «именем» функции.

На компакт-диске, который прилагается к книге, в приложении к первой главе приведены два варианта этой новой таблицы: табл. 1.1 служит для визуального определения всех геометрических образов логических функций и их «имен», а табл. 1.2 указывает новое положение координат и порядковый номер «имени».

Таким образом, эти таблицы являются своеобразным шаблоном определения числа симметрий четырехвходовых логических функций.

В электронном приложении к книге этот шаблон представлен в Microsoft Word, что позволяет легко и быстро производить в нем замены четырехвходовых логических функций. Воспользуемся этим шаблоном для определения

симметрии геометрического образа логической функции, представленной, например, на рис. 1.1б. В соответствии с «именем» (…*.*.*.*.*.*..) этой логической функции в табл. 1.1 и 1.2 осуществим замену букв f, k, p, d, h, m на звездочки, а все остальные буквы алфавита заменим на точки.

Полученные таким образом таблицы, которые обозначим как табл. 1.1 (...*.*.*.*.*.*..) и табл. 1.2 (...*.*.*.*.*.*..), позволяют определить симметрию первообразной фигуры, что равноценно определению в них всех логических функций с «именем» (…*.*.*.*.*.*..).

Таблица 1.1 (...*.*.*.*.*.*..)

	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
	. . . *	. . * .	. * . .	. * . *	. * . *	* . . .	* . * .	* . * .
	. * . *	* . * .	. * . *	. . . *	. * . .	* . * .	. . * .	* . . .
1 2 3 4	. * . *	* . * .	. * . *	. * . .	. . . *	* . * .	* . . .	. . * .
	. * . .	* . . .	. . . *	. * . *	. * . *	. . * .	* . * .	* . * .
	...*.*.*.*.*..	..*.*.*.*.*...	.*...*.*.*.*...	.*.*...*.*.*..	.*.*.....*.*.*	*...*.*.*.*...	*.*...*.*...*.*	*.*.....*.*.*
	. . . *	. . * .	. * . .	. . * *	. . * *	* . . .	. . * *	. . * *
	. . * *	. . * *	* * . .	. . . *	. . * .	* * . .	. . * .	. . . *
2 1 3 4	. . * *	. . * *	* * . .	. . * .	. . . *	* * . .	. . . *	. . * .
	. . * .	. . . *	* . . .	. . * *	. . * *	. * . .	. . * *	. . * *
	...*..**..**..*.	..*...**..**...*	.*...**..**..*...	..**...*.*...**	..**..*....*..**	*...**..**...*..	..**..*....*..**	..**...*.*...**
	. . . .	. . . .	. . . .	. * * *	. . . .	. . . .	* . * *	. . . .
	. * * *	* . * *	* * . *	. . . .	* * * .	* * * .	. . . .	* * . *
3 2 1 4	. . . .	. . . .	. . . .	* * * .	. . . .	. . . .	* * . *	. . . .
	* * * .	* * . *	* . * *	. . . .	. * * *	. * * *	. . . .	* . * *
	.....***....***.	....*.**....**.*	....**.*....*.**	.***....***.....	....***.....***	....***.....***	*.**....**.*....	....**.*....*.**
	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. * * *	. . . .	. . . .	* . * *
	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	* * * .	. . . .	. . . .	* * . *
4 3 2 1	. * * *	* . * *	* * . *	* * * .	. . . .	* * * .	* * . *	. . . .
	* * * .	* * . *	* . * *	. * * *	. . . .	. * * *	* . * *	. . . .
	.....******.	.....*.****.*	.....**.**.**	.....***..***	.******.....	.....***..***	.....**.**.**	*.****.*.....
	. . . *	. . * .	. * . .	. * . *	. * . *	* . . .	* . * .	* . * .
	. * . *	* . * .	. * . *	. . . *	. * . .	* . * .	. . * .	* . . .
1 3 2 4	. * . *	* . * .	. * . *	. * . .	. . . *	* . * .	* . . .	. . * .
	. * . .	* . . .	. . . *	. * . *	. * . *	. . * .	* . * .	* . * .
	...*.*.*.*.*..	..*.*.*.*.*...	.*...*.*.*.*...	.*.*...*.*.*..	.*.*.....*.*.*	*...*.*.*.*...	*.*...*.*...*.*	*.*.....*.*.*
	. . . .	. . . .	. . . .	. * * *	. . . .	. . . .	* . * *	. . . .
	. * * *	* . * *	* * . *	. . . .	* * * .	* * * .	. . . .	* * . *
2 3 1 4	. . . .	. . . .	. . . .	* * * .	. . . .	. . . .	* * . *	. . . .
	* * * .	* * . *	* . * *	. . . .	. * * *	. * * *	. . . .	* . * *
	.....***....***.	....*.**....**.*	....**.*....*.**	.***....***.....	....***.....***	....***.....***	*.**....**.*....	....**.*....*.**
	. . . *	. . * .	. * . .	. . * *	. . * *	* . . .	. . * *	. . * *
	. . * *	. . * *	* * . .	. . . *	. . * .	* * . .	. . * .	. . . *
3 1 2 4	. . * *	. . * *	* * . .	. . * .	. . . *	* * . .	. . . *	. . * .
	. . * .	. . . *	* . . .	. . * *	. . * *	. * . .	. . * *	. . * *
	...*..**..**..*.	..*...**..**...*	.*...**..**..*...	..**...*.*...**	..**..*....*..**	*...**..**...*..	..**..*....*..**	..**...*.*...**
	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. * * *	. . . .	. . . .	* . * *
	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	* * * .	. . . .	. . . .	* * . *
4 2 3 1	. * * *	* . * *	* * . *	* * * .	. . . .	* * * .	* * . *	. . . .
	* * * .	* * . *	* . * *	. * * *	. . . .	. * * *	* . * *	. . . .
	.....******.	.....*.****.*	.....**.**.**	.....***..***	.******.....	.....***..***	.....**.**.**	*.****.*.....

Продолжение табл. 1.1 (...*.*.*.*.*.*..)

	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
	.	.	.	*	.	.	*	.	.	*	.	.	.	*	.	*	.	*	.	*	*	.	.	.	*	.	*	.	*	.	*	.
	.	*	.	*	*	.	*	.	.	*	.	*	.	.	.	*	.	*	.	.	*	.	*	.	.	.	*	.	*	.	.	.
1 4 3 2	.	*	.	*	*	.	*	.	.	*	.	*	.	*	.	.	.	.	.	*	*	.	*	.	*	.	.	.	.	.	*	.
	.	*	.	.	*	.	.	.	.	.	.	*	.	*	.	*	.	*	.	*	.	.	*	.	*	.	*	.	*	.	*	.
	...*.*.*.*.*..				..*.*.*.*.*...				.*...*.*.*...*				.*.*...*.*...*.*				.*.*.*.....*.*.*				*...*.*.*.*...*				.*.*...*.*...*.*				.*.*.*.....*.*.*			
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	*	*
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	.	*
2 4 3 1	.	*	*	*	*	.	*	*	*	*	.	*	*	*	*	.	.	.	.	.	*	*	*	.	*	*	.	*	.	.	.	.
	*	*	*	.	*	*	.	*	*	.	*	*	.	*	*	*	.	.	.	.	.	*	*	*	*	.	*	*	.	.	.	.
	.....******				.....*.****.*				.....**.**.**				.....***..***				.******.....				.....***.***				.....**.**.**				*.****.*.....			
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	*	*	.	.	.	.
	.	*	*	*	*	.	*	*	*	*	.	*	.	.	.	.	*	*	*	.	*	*	*	.	.	.	.	.	*	*	.	*
3 4 1 2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	.	*	.	.	.	.
	*	*	*	.	*	*	.	*	*	.	*	*	.	.	.	.	.	*	*	*	.	*	*	*	.	.	.	.	*	.	*	*
	.....***....***				....*.**....**.*				....**.*....*.**				.***....***.....				....***.....***				....***.....***				*.**....**.*....				....**.*....*.**			
	.	.	.	*	.	.	*	.	.	*	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*
	.	.	*	*	.	.	*	*	*	*	.	.	.	.	.	*	.	.	*	.	*	*	.	.	.	.	*	.	.	.	.	*
4 1 2 3	.	.	*	*	.	.	*	*	*	*	.	.	.	.	*	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	*	.	.	*	.
	.	.	*	.	.	.	.	*	*	.	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*	.	*	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*
	...*..**..**.*..				..*...**..**...*				.*..**..**..*...				..**...*.*...**				..**..*....*..**				.*...**..**...*..				..**.*....*.**..				..**...*.*...**			
	.	.	.	*	.	.	*	.	.	*	.	.	.	*	.	*	.	*	.	*	*	.	.	.	*	.	*	.	*	.	*	.
	.	*	.	*	*	.	*	.	.	*	.	*	.	.	.	*	.	*	.	.	*	.	*	.	.	.	*	.	*	.	.	.
1 2 4 3	.	*	.	*	*	.	*	.	.	*	.	*	.	*	.	.	.	.	.	*	*	.	*	.	*	.	.	.	.	.	*	.
	.	*	.	.	*	.	.	.	.	.	.	*	.	*	.	*	.	*	.	*	.	.	*	.	*	.	*	.	*	.	*	.
	...*.*.*.*.*..				..*.*.*.*.*...				.*...*.*.*...*				.**...**...**				.***...***.....				*...*.*.*.*...*				.**...**...**				.***...***.....			
	.	.	.	*	.	.	*	.	.	*	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*
	.	.	*	*	.	.	*	*	*	*	.	.	.	.	.	*	.	.	*	.	*	*	.	.	.	.	*	.	.	.	.	*
2 1 4 3	.	.	*	*	.	.	*	*	*	*	.	.	.	.	*	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	*	.	.	*	.
	.	.	*	.	.	.	.	*	*	.	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*	.	*	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*
	...*..**..**.*..				..*...**..**...*				.*...**..**...*.				..**...*.*...**				..**..*....*..**				.*...**..**...*..				..**.*....*.**..				..**...*.*...**			
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	*	*
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	.	*
3 2 4 1	.	*	*	*	*	.	*	*	*	*	.	*	*	*	*	.	.	.	.	.	*	*	*	.	*	*	.	*	.	.	.	.
	*	*	*	.	*	*	.	*	*	.	*	*	.	*	*	*	.	.	.	.	.	*	*	*	*	.	*	*	.	.	.	.
	.....******				.....*.****.*				.....**.**.**				.....***..***				.******.....				.....***.***				.....**.**.**				*.****.*.....			
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	*	*	.	.	.	.
	.	*	*	*	*	.	*	*	*	*	.	*	.	.	.	.	*	*	*	.	*	*	*	.	.	.	.	.	*	*	.	*
4 3 1 2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	.	*	.	.	.	.
	*	*	*	.	*	*	.	*	*	.	*	*	.	.	.	.	.	*	*	*	.	*	*	*	.	.	.	.	*	.	*	*
	.....***...***				....*.**....**.*				....**.*....*.**				.***...***.....				....***.....***				....***.....***				*.**....**.*....				....**.*....*.**			
	.	.	.	*	.	.	*	.	.	*	.	.	.	*	.	*	.	*	.	*	*	.	.	.	*	.	*	.	*	.	*	.
	.	*	.	*	*	.	*	.	.	*	.	*	.	.	.	*	.	*	.	.	*	.	*	.	.	.	*	.	*	.	.	.
1 3 4 2	.	*	.	*	*	.	*	.	.	*	.	*	.	*	.	.	.	.	.	*	*	.	*	.	*	.	.	.	.	.	*	.
	.	*	.	.	*	.	.	.	.	.	.	*	.	*	.	*	.	*	.	*	.	.	*	.	*	.	*	.	*	.	*	.
	...*.*.*.*.*..				..*.*.*.*.*...				.*...*.*.*...*				.**...**...**				.***...***.....				*...*.*.*.*...*				.**...**...**				.***...***.....			
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	.	.	.	*	.	*	*
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*	*	.	*
2 3 4 1	.	*	*	*	*	.	*	*	*	*	.	*	*	*	*	.	.	.	.	.	*	*	*	.	*	*	.	*	.	.	.	.
	*	*	*	.	*	*	.	*	*	.	*	*	.	*	*	*	.	.	.	.	.	*	*	*	*	.	*	*	.	.	.	.
	.....******				.....*.****.*				.....**.**.**				.....***..***				.******.....				.....***.***				.....**.**.**				*.****.*.....			
	.	.	.	*	.	.	*	.	.	*	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*
	.	.	*	*	.	.	*	*	*	*	.	.	.	.	.	*	.	.	*	.	*	*	.	.	.	.	*	.	.	.	.	*
3 1 4 2	.	.	*	*	.	.	*	*	*	*	.	.	.	.	*	.	.	.	.	*	*	*	.	.	.	.	.	*	.	.	*	.
	.	.	*	.	.	.	.	*	*	.	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*	.	*	.	.	.	.	*	*	.	.	*	*
	...*..**..**.*..				..*...**..**...*				.*..**..**..*...				..**...*.*...**				..**..*....*..**				.*...**..**...*..				..**.*....*.**..				..**...*.*...**			

Продолжение табл. 1.1 (...*.*.*.*.*..)

	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
	. . . .	. . . .	. . . .	. * * *	. . . .	. . . .	* . * *	. . . .
	. * * *	* . * *	* * . *	. . . .	* * * .	* * * .	. . . .	* * . *
4 2 1 3	. . . .	. . . .	. . . .	* * * .	. . . .	. . . .	* * . *	. . . .
	* * * .	* * . *	* . * *	. . . .	. * * *	* * * *	. . . .	* . * *
	....***....***.	....*.**....**.*	....**.*....*.**	.***....***.....	....***.....***	....***.....***	*.**....**.*....	....**.*....*.**
	. . . *	. . * .	. * . .	. * . *	. * . *	* . . .	* . * .	* . * .
	. * . *	* . * .	. * . *	. . . *	. * . .	* . * .	. . * .	* . . .
1 4 2 3	. * . *	* . * .	. * . *	. * . .	. . . *	* . * .	* . . .	. . * .
	. * . .	* . . .	. . . *	. * . *	. * . *	. . * .	* . * .	* . * .
	..*.*.*.*..	..*.*.*.*...	*...*.*.*...*	*.*...*.*.*.	.*.*.....*.*.	*...*.*.*...*	*.*...*.*...*.	.*.*.....*.*.
	. . . .	. . . .	. . . .	. * * *	. . . .	. . . .	* . * *	. . . .
	. * * *	* . * *	* * . *	. . . .	* * * .	* * * .	. . . .	* * . *
2 4 1 3	. . . .	. . . .	. . . .	* * * .	. . . .	. . . .	* * . *	. . . .
	* * * .	* * . *	* . * *	. . . .	. * * *	* * * *	. . . .	* . * *
	....***....***.	....*.**....**.*	....**.*....*.**	.***....***.....	....***.....***	....***.....***	*.**....**.*....	....**.*....*.**
	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. * * *	. . . .	. . . .	* . * *
	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	* * * .	. . . .	. . . .	* * . *
3 4 2 1	. * * *	* . * *	* * . *	* * * .	. . . .	* * * .	* * . *	. . . .
	* * * .	* * . *	* . * *	. * * *	. . . .	. * * *	* . * *	. . . .
	.....******	.....*.****.*	.....**.**.**	.....***..***	.******.....	.....***.***	.....**.**.**	*.****.*.....
	. . . *	. . * .	. * . .	. . * *	. . * *	* . . .	. . * *	. . * *
	. . * *	. . * *	* * . .	. . . *	. . * .	* * . .	. . * .	. . . *
4 1 3 2	. . * *	. . * *	* * . .	. . * .	. . . *	* * . .	. . . *	. . * .
	. . * .	. . . *	* . . .	. . * *	. . * *	. * . .	. . * *	. . * *
	...*..**..**.*.	*...**..**...*	.*..**..**.*...	..**...*.*..**	..**.*....*..**	*...**..**..*.	..**.*....*..**	..**...*.*..**
	. . * .	. . . *	* . . .	* . * .	* . * .	. * . .	. * . *	. * . *
	* . * .	. * . *	* . * .	. . * .	* . . .	. * . *	. . . *	. * . .
1 2 3 4	* . * .	. * . *	* . * .	* . . .	. . * .	. * . *	. * . .	. . . *
	* . . .	. * . .	. . * .	* . * .	* . * .	. . . *	. * . *	. * . *
	..*.*.*.*...	...*.*.*.*..	*...*.*.*...*	**...**..**	***.....***	*...*.*.*...*	**..**..**	***.....***
	. * . .	* . . .	. . . *	* * . .	* * . .	. . * .	* * . .	* * . .
	* * . .	* * . .	. . * *	. * . .	* . . .	. . * *	* . . .	. * . .
2 1 3 4	* * . .	* * . .	. . * *	* . . .	. * . .	. . * *	. * . .	* . . .
	* . . .	. * . .	. . * .	* * . .	* * . .	. . . *	* * . .	* * . .
	*..**..**..*.	*..**..**..*.	.*..**..**.*.	**..*.*..**	**..*.....**	.*..**..**..*	**..*.*..**	**..*.*..**
	. * * *	* . * *	* * . *	. . . .	* * * .	* * * .	. . . .	* * . *
	. . . .	. . . .	. . . .	. * * *	. . . .	. . . .	* . * *	. . . .
3 2 1 4	* * * .	* * . *	* . * *	. . . .	. * * *	* * * .	. . . .	* . * *
	. . . .	. . . .	. . . .	* * * .	. . . .	. . . .	* * . *	. . . .
	.***....***.....	*.**....**.*....	**.*....*.**....	.....***....***.	***.....***....	***.....***....	....*.**....**.*	**.*....*.**....
	. * * *	* . * *	* * . *	* * * .	. . . .	* * * .	* * . *	. . . .
	* * * .	* * . *	* . * *	. * * *	. . . .	. * * *	* . * *	. . . .
4 3 2 1	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. * * *	. . . .	. . . .	* . * *
	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	* * * .	. . . .	. . . .	* * . *
	.******.....	*.****.*.....	**.**.**.....	***..***.....	.....******.	***..***.....	**.**.**.....	.....*.****.*
	. . * .	. . . *	* . . .	* . . .	* . * .	. * . .	. * . *	. * . *
	* . * .	. * . *	* . * .	. . * .	* . . .	. * . *	. . . *	. * . .
1 3 2 4	* . * .	. * . *	* . * .	* . . .	. . * .	. * . *	. * . .	. . . *
	* . . .	. * . .	. . * .	* . * .	* . * .	. . . *	. * . *	. * . *
	..*.*.*.*...	...*.*.*.*..	*...*.*.*...*	**...**..**	***.....***	*...*.*.*...*	**..**..**	***.....***
	. * * *	* . * *	* * . *	. . . .	* * * .	* * * .	. . . .	* * . *
	. . . .	. . . .	. . . .	. * * *	. . . .	. . . .	* . * *	. . . .
2 3 1 4	* * * .	* * . *	* . * *	. . . .	. * * *	* * * .	. . . .	* . * *
	. . . .	. . . .	. . . .	* * * .	. . . .	. . . .	* * . *	. . . .
	.***....***.....	*.**....**.*....	**.*....*.**....	.....***....***.	***.....***....	***.....***....	....*.**....**.*	**.*....*.**....

Продолжение табл. 1.1 (...*.*.*.*.*.*..)

	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
	.*.. *.. .*. *..	*.. *.. ... *..	... ..* ..* ..*	*.. ..* ..* ..*	*.. *.. ... *..	... ..* ..* ..*	*.. ..* ..* ..*	*.. ..* ..* ..*
3 1 2 4	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
4 2 3 1	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
1 4 3 2	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
2 4 3 1	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
3 4 1 2	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
4 1 2 3	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
1 2 4 3	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
2 1 4 3	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
3 2 4 1	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
4 3 1 2	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
1 3 4 2	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*
	.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	.*.*.* .*.*.* .*.*.* .*.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	*.*.*.* *.*.*. .*.*.* *.*.*.	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*	**.*.* **.*.* **.*.* **.*.*

Окончание табл. 1.1 (...*.*.*.*.*.*..)

	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
	.***	*.**	**.*	***.	....***	***.	**.*	....*
	***.	**.*	*.**	.***	....***	.***	*.**	....*
2 3 4 1	....	....	....	....	.***	....	....	*.**
	....	....	....	....	***.	....	....	**.*
	.******....	*.****.*....	**.**.**....	***.***....	....******.	***.***....	**.**.**....	....*.****.*
	.*.*	*....	**..	....	*.*.	*....	*.*.	.*.*
	**..	**..	..**	.*..	*....	..**	**..	.*..
3 1 4 2	**..	**..	..**	*...	.**.	..**	*...	*...
	*...	*...	..*.	**..	**..	....	**..	**..
	.*..**..**..*...	*...**..**...*	...*..**..**..	**...*..*...**.	**..*....*..**.	..*...**..**...	**..*....*..**.	**...*..*...**.
	.***	*.**	**.*	.***	....***	***.	**.*	.*.*
	....	....	....	....	.***	....	....	*....
4 2 1 3	***.	**.*	*.**	....	....	.***	.***	*.**
	....	....	....	....	***.	....	....	....
	.***....***.....	*.**....**.*.....	**.*....*.**.....	.....***....***.	***.....***....	***.....***....	.....*.**....**.*	**.*.....*.**.....
	....	*...	....	*...	....	.*..	....	.*.*
	.*..	.*..	....	....	....	.*..	....	....
1 4 2 3	*...	.*..	....	....	....	.*..	....	....
	....	.*..	....	.*..	.*..	.*..	....	.*..
	..*.*.*.*.*...	...*.*.*.*.*..	*...*.*.*.*...*	*.*...*.*...*.*	*.*.....*.*.*	*...*.*.*.*...*	*.*...*.*...*.*	*.*.....*.*.*
	.***	*.**	**.*	.***	....***	***.	**.*	.*.*
	....	....	....	....	.***	....	....	*....
2 4 1 3	***.	**.*	*.**	....	....	.***	.***	*.**
	....	....	....	....	***.	....	....	....
	.***....***.....	*.**....**.*.....	**.*....*.**.....	.....***....***.	***.....***....	***.....***....	.....*.**....**.*	**.*.....*.**.....
	.***	*.**	**.*	.***	....***	***.	**.*	.*.*
	***.	**.*	*.**	.***	....***	.***	*.**	.*.*
3 4 2 1	....	....	....	....	.***	....	....	*.**
	....	....	....	....	***.	....	....	**.*
	.******....	*.****.*....	**.**.**....	***.***....	....******.	***.***....	**.**.**....	....*.****.*
	.*.*	*....	**..	....	*.*.	*....	*.*.	.*.*
	**..	**..	..**	.*..	*....	..**	**..	.*..
4 1 3 2	**..	**..	..**	*...	.**.	..**	*...	*...
	*...	*...	..*.	**..	**..	....	**..	**..
	.*..**..**..*...	*...**..**...*	...*..**..**..	**...*..*...**.	**..*....*..**.	..*...**..**...	**..*....*..**.	**...*..*...**.

Таблица 1.2 (...*.*.*.*.*.*..)

...*..... 1 2 3 4 №1	.*..... 1 2 3 4 №2	*...*...* 1 2 3 4 №3	.**...** 1 2 3 4 №4	***....*** 1 2 3 4 №5	*...*...* 1 2 3 4 №6	**...**... 1 2 3 4 №7	***....*** 1 2 3 4 №8
...*.*.*. 2 1 3 4 № 9	.*...*...* 2 1 3 4 № 10	*.*.*.*... 2 1 3 4 № 11	.**.*.*.** 2 1 3 4 № 12	.**.*...*.** 2 1 3 4 № 13	*...*.*.*... 2 1 3 4 № 14	.**.*...*.** 2 1 3 4 № 15	.**.*.*.** 2 1 3 4 № 16
....***....***. 3 2 1 4 № 17	...*.**...**.* 3 2 1 4 № 18	...**.*...*.** 3 2 1 4 № 19	.***....***.... 3 2 1 4 № 20	...***.....*** 3 2 1 4 № 21	...***.....*** 3 2 1 4 № 22	*.**...**.*... 3 2 1 4 № 23	...**.*...*.** 3 2 1 4 № 24
.....******. 4 3 2 1 № 25	.....*.****.* 4 3 2 1 № 26	.....**.**.** 4 3 2 1 № 27	.....***.*** 4 3 2 1 № 28	.*****..... 4 3 2 1 № 29	.....***.*** 4 3 2 1 № 30	.....**.**.** 4 3 2 1 № 31	*.****.*..... 4 3 2 1 № 32
...*.*.*.*. 1 3 2 4 № 33	.*...*...*. 1 3 2 4 № 34	*...*...*...* 1 3 2 4 № 35	.**...**...** 1 3 2 4 № 36	.***....*** 1 3 2 4 № 37	*...*...*...* 1 3 2 4 № 38	.**...**...** 1 3 2 4 № 39	.***....*** 1 3 2 4 № 40
....***...*** 2 3 1 4 № 41	...*.**...**.* 2 3 1 4 № 42	...**.*...*.** 2 3 1 4 № 43	.***...***.... 2 3 1 4 № 44	...***.....*** 2 3 1 4 № 45	...***.....*** 2 3 1 4 № 46	*.**...**.*... 2 3 1 4 № 47	...**.*...*.** 2 3 1 4 № 48

Продолжение табл. 1.2 (...*.*.*.*.*.*..)

...*..**..**..*.	..*...**...**...*	*..**..**..*...	..**...*..*...**	..**..*...*..**	*...**..**...*..	..**..*...*..**	..**...*..*...**
3 1 2 4	3 1 2 4	3 1 2 4	3 1 2 4	3 1 2 4	3 1 2 4	3 1 2 4	3 1 2 4
№ 49	№ 50	№ 51	№ 52	№ 53	№ 54	№ 55	№ 56
.....******.	.....*.****.*	.....**.**.**	.....***..***	.******.....	.....***..***	.....**.**.**	*.****.*.....
4 2 3 1	4 2 3 1	4 2 3 1	4 2 3 1	4 2 3 1	4 2 3 1	4 2 3 1	4 2 3 1
№ 57	№ 58	№ 59	№ 60	№ 61	№ 62	№ 63	№ 64
...*.*****..	..*.*****...	*...*.***.*...	.**...**...**	.***...***...	*...*.***.*...	.**...**...**	.***...***...
1 4 3 2	1 4 3 2	1 4 3 2	1 4 3 2	1 4 3 2	1 4 3 2	1 4 3 2	1 4 3 2
№ 65	№ 66	№ 67	№ 68	№ 69	№ 70	№ 71	№ 72
.....******.	.....*.****.*	.....**.**.**	.....***..***	.******.....	.....***..***	.....**.**.**	*.****.*.....
2 4 3 1	2 4 3 1	2 4 3 1	2 4 3 1	2 4 3 1	2 4 3 1	2 4 3 1	2 4 3 1
№ 73	№ 74	№ 75	№ 76	№ 77	№ 78	№ 79	№ 80
....***...***.	....*.**...**.*	....**.*...*.**	....***...***...	....***...***.	....***...***.	*.**...**.*...	....**.*...*.**
3 4 1 2	3 4 1 2	3 4 1 2	3 4 1 2	3 4 1 2	3 4 1 2	3 4 1 2	3 4 1 2
№ 81	№ 82	№ 83	№ 84	№ 85	№ 86	№ 87	№ 88
...*..**..**..*.	..*...**...**...*	*..**..**..*...	..**...*..*...**	..**..*...*..**	*...**..**...*..	..**..*...*..**	..**...*..*...**
4 1 2 3	4 1 2 3	4 1 2 3	4 1 2 3	4 1 2 3	4 1 2 3	4 1 2 3	4 1 2 3
№ 89	№ 90	№ 91	№ 92	№ 93	№ 94	№ 95	№ 96
...*.*****..	..*.*****...	*...*.***.*...	.**...**...**	.***...***...	*...*.***.*...	.**...**...**	.***...***...
1 2 4 3	1 2 4 3	1 2 4 3	1 2 4 3	1 2 4 3	1 2 4 3	1 2 4 3	1 2 4 3
№ 97	№ 98	№ 99	№ 100	№ 101	№ 102	№ 103	№ 104
...*..**..**..*.	..*...**...**...*	*..**..**..*...	..**...*..*...**	..**..*...*..**	*...**..**...*..	..**..*...*..**	..**...*..*...**
2 1 4 3	2 1 4 3	2 1 4 3	2 1 4 3	2 1 4 3	2 1 4 3	2 1 4 3	2 1 4 3
№ 105	№ 106	№ 107	№ 108	№ 109	№ 110	№ 111	№ 112
.....******.	.....*.****.*	.....**.**.**	.....***..***	.******.....	.....***..***	.....**.**.**	*.****.*.....
3 2 4 1	3 2 4 1	3 2 4 1	3 2 4 1	3 2 4 1	3 2 4 1	3 2 4 1	3 2 4 1
№ 113	№ 114	№ 115	№ 116	№ 117	№ 118	№ 119	№ 120
....***...***.	....*.**...**.*	....**.*...*.**	....***...***...	....***...***.	....***...***.	*.**...**.*...	....**.*...*.**
4 3 1 2	4 3 1 2	4 3 1 2	4 3 1 2	4 3 1 2	4 3 1 2	4 3 1 2	4 3 1 2
№ 121	№ 122	№ 123	№ 124	№ 125	№ 126	№ 127	№ 128
...*.*****..	..*.*****...	*...*.***.*...	.**...**...**	.***...***...	*...*.***.*...	.**...**...**	.***...***...
1 3 4 2	1 3 4 2	1 3 4 2	1 3 4 2	1 3 4 2	1 3 4 2	1 3 4 2	1 3 4 2
№ 129	№ 130	№ 131	№ 132	№ 133	№ 134	№ 135	№ 136
.....******.	.....*.****.*	.....**.**.**	.....***..***	.******.....	.....***..***	.....**.**.**	*.****.*.....
2 3 4 1	2 3 4 1	2 3 4 1	2 3 4 1	2 3 4 1	2 3 4 1	2 3 4 1	2 3 4 1
№ 137	№ 138	№ 139	№ 140	№ 141	№ 142	№ 143	№ 144
...*..**..**..*.	..*...**...**...*	*..**..**..*...	..**...*..*...**	..**..*...*..**	*...**..**...*..	..**..*...*..**	..**...*..*...**
3 1 4 2	3 1 4 2	3 1 4 2	3 1 4 2	3 1 4 2	3 1 4 2	3 1 4 2	3 1 4 2
№ 145	№ 146	№ 147	№ 148	№ 149	№ 150	№ 151	№ 152
....***...***.	....*.**...**.*	....**.*...*.**	....***...***...	....***...***.	....***...***.	*.**...**.*...	....**.*...*.**
4 2 1 3	4 2 1 3	4 2 1 3	4 2 1 3	4 2 1 3	4 2 1 3	4 2 1 3	4 2 1 3
№ 153	№ 154	№ 155	№ 156	№ 157	№ 158	№ 159	№ 160
...*.*****..	..*.*****...	*...*.***.*...	.**...**...**	.***...***...	*...*.***.*...	.**...**...**	.***...***...
1 4 2 3	1 4 2 3	1 4 2 3	1 4 2 3	1 4 2 3	1 4 2 3	1 4 2 3	1 4 2 3
№ 161	№ 162	№ 163	№ 164	№ 165	№ 166	№ 167	№ 168
....***...***.	....*.**...**.*	....**.*...*.**	....***...***...	....***...***.	....***...***.	*.**...**.*...	....**.*...*.**
2 4 1 3	2 4 1 3	2 4 1 3	2 4 1 3	2 4 1 3	2 4 1 3	2 4 1 3	2 4 1 3
№ 169	№ 170	№ 171	№ 172	№ 173	№ 174	№ 175	№ 176
.....******.	.....*.****.*	.....**.**.**	.....***..***	.******.....	.....***..***	.....**.**.**	*.****.*.....
3 4 2 1	3 4 2 1	3 4 2 1	3 4 2 1	3 4 2 1	3 4 2 1	3 4 2 1	3 4 2 1
№ 177	№ 178	№ 179	№ 180	№ 181	№ 182	№ 183	№ 184
...*..**..**..*.	..*...**...**...*	*..**..**..*...	..**...*..*...**	..**..*...*..**	*...**..**...*..	..**..*...*..**	..**...*..*...**
4 1 3 2	4 1 3 2	4 1 3 2	4 1 3 2	4 1 3 2	4 1 3 2	4 1 3 2	4 1 3 2
№ 185	№ 186	№ 187	№ 188	№ 189	№ 190	№ 191	№ 192

Продолжение табл. 1.2 (...*.*.*.*.*.*..)

..*.*.*.*.*... 1 2 3 4 № 193	...*.*.*.*.*.. 1 2 3 4 № 194	*...*.*.*.*...*. 1 2 3 4 № 195	**...*.*...**. 1 2 3 4 № 196	*.**.....*.**. 1 2 3 4 № 197	*...*.*.*.*...* 1 2 3 4 № 198	**...*.*...** 1 2 3 4 № 199	*.**.....*.** 1 2 3 4 № 200
*..**..**..*... 2 1 3 4 № 201	*...**..**...*.. 2 1 3 4 № 202	...*..**..**..*. 2 1 3 4 № 203	**...*..*...**.. 2 1 3 4 № 204	**..*.....*..** 2 1 3 4 № 205	..*...**..**...* 2 1 3 4 № 206	**..*.....*..** 2 1 3 4 № 207	**...*..*...**.. 2 1 3 4 № 208
.***....***..... 3 2 1 4 № 209	*.**....**.*.... 3 2 1 4 № 210	**.*....*.**.... 3 2 1 4 № 211	.....***....***. 3 2 1 4 № 212	***.....***.... 3 2 1 4 № 213	***.....***.... 3 2 1 4 № 214	....*.**....**.* 3 2 1 4 № 215	**.*....*.**.... 3 2 1 4 № 216
.******..... 4 3 2 1 № 217	*.*****.*..... 4 3 2 1 № 218	**.**.**..... 4 3 2 1 № 219	***..***..... 4 3 2 1 № 220	.....******. 4 3 2 1 № 221	***..***..... 4 3 2 1 № 222	**.**.**..... 4 3 2 1 № 223	.....*.*****.* 4 3 2 1 № 224
..*.*.*.*.*... 1 3 2 4 № 225	...*.*.*.*.*.. 1 3 2 4 № 226	*...*.*.*.*...*. 1 3 2 4 № 227	**...*.*...**. 1 3 2 4 № 228	*.**.....*.**. 1 3 2 4 № 229	*...*.*.*.*...* 1 3 2 4 № 230	**...*.*...** 1 3 2 4 № 231	*.**.....*.** 1 3 2 4 № 232
.***....***..... 2 3 1 4 № 233	*.**....**.*.... 2 3 1 4 № 234	**.*....*.**.... 2 3 1 4 № 235	.....***....***. 2 3 1 4 № 236	***.....***.... 2 3 1 4 № 237	***.....***.... 2 3 1 4 № 238	....*.**....**.* 2 3 1 4 № 239	**.*....*.**.... 2 3 1 4 № 240
*..**..**..*... 3 1 2 4 № 241	*...**..**...*.. 3 1 2 4 № 242	...*..**..**..*. 3 1 2 4 № 243	**...*..*...**.. 3 1 2 4 № 244	**..*.....*..** 3 1 2 4 № 245	..*...**..**...* 3 1 2 4 № 246	**..*.....*..** 3 1 2 4 № 247	**...*..*...**.. 3 1 2 4 № 248
.******..... 4 2 3 1 № 249	*.*****.*..... 4 2 3 1 № 250	**.**.**..... 4 2 3 1 № 251	***..***..... 4 2 3 1 № 252	.....******. 4 2 3 1 № 253	***..***..... 4 2 3 1 № 254	**.**.**..... 4 2 3 1 № 255	.....*.*****.* 4 2 3 1 № 256
..*.*.*.*.*... 1 4 3 2 № 257	...*.*.*.*.*.. 1 4 3 2 № 258	*...*.*.*.*...*. 1 4 3 2 № 259	**...*.*...**. 1 4 3 2 № 260	*.**.....*.**. 1 4 3 2 № 261	*...*.*.*.*...* 1 4 3 2 № 262	**...*.*...** 1 4 3 2 № 263	*.**.....*.** 1 4 3 2 № 264
.******..... 2 4 3 1 № 265	*.*****.*..... 2 4 3 1 № 266	**.**.**..... 2 4 3 1 № 267	***..***..... 2 4 3 1 № 268	.....******. 2 4 3 1 № 269	***..***..... 2 4 3 1 № 270	**.**.**..... 2 4 3 1 № 271	.....*.*****.* 2 4 3 1 № 272
.***....***..... 3 4 1 2 № 273	*.**....**.*.... 3 4 1 2 № 274	**.*....*.**.... 3 4 1 2 № 275	.....***....***. 3 4 1 2 № 276	***.....***.... 3 4 1 2 № 277	***.....***.... 3 4 1 2 № 278	....*.**....**.* 3 4 1 2 № 279	**.*....*.**.... 3 4 1 2 № 280
*..**..**..*... 4 1 2 3 № 281	*...**..**...*.. 4 1 2 3 № 282	...*..**..**..*. 4 1 2 3 № 283	**...*..*...**.. 4 1 2 3 № 284	**..*.....*..** 4 1 2 3 № 285	..*...**..**...* 4 1 2 3 № 286	**..*.....*..** 4 1 2 3 № 287	**...*..*...**.. 4 1 2 3 № 288
..*.*.*.*.*... 1 2 4 3 № 289	...*.*.*.*.*.. 1 2 4 3 № 290	*...*.*.*.*...*. 1 2 4 3 № 291	**...*.*...**. 1 2 4 3 № 292	*.**.....*.**. 1 2 4 3 № 293	*...*.*.*.*...* 1 2 4 3 № 294	**...*.*...** 1 2 4 3 № 295	*.**.....*.** 1 2 4 3 № 296
*..**..**..*... 2 1 4 3 № 297	*...**..**...*.. 2 1 4 3 № 298	...*..**..**..*. 2 1 4 3 № 299	**...*..*...**.. 2 1 4 3 № 300	**..*.....*..** 2 1 4 3 № 301	..*...**..**...* 2 1 4 3 № 302	**..*.....*..** 2 1 4 3 № 303	**...*..*...**.. 2 1 4 3 № 304
.******..... 3 2 4 1 № 305	*.*****.*..... 3 2 4 1 № 306	**.**.**..... 3 2 4 1 № 307	***..***..... 3 2 4 1 № 308	.....******. 3 2 4 1 № 309	***..***..... 3 2 4 1 № 310	**.**.**..... 3 2 4 1 № 311	.....*.*****.* 3 2 4 1 № 312
.***....***..... 4 3 1 2 № 313	*.**....**.*.... 4 3 1 2 № 314	**.*....*.**.... 4 3 1 2 № 315	.....***....***. 4 3 1 2 № 316	***.....***.... 4 3 1 2 № 317	***.....***.... 4 3 1 2 № 318	....*.**....**.* 4 3 1 2 № 319	**.*....*.**.... 4 3 1 2 № 320
..*.*.*.*.*... 1 3 4 2 № 321	...*.*.*.*.*.. 1 3 4 2 № 322	*...*.*.*.*...*. 1 3 4 2 № 323	**...*.*...**. 1 3 4 2 № 324	*.**.....*.**. 1 3 4 2 № 325	*...*.*.*.*...* 1 3 4 2 № 326	**...*.*...** 1 3 4 2 № 327	*.**.....*.** 1 3 4 2 № 328
.******..... 2 3 4 1 № 329	*.*****.*..... 2 3 4 1 № 330	**.**.**..... 2 3 4 1 № 331	***..***..... 2 3 4 1 № 332	.....******. 2 3 4 1 № 333	***..***..... 2 3 4 1 № 334	**.**.**..... 2 3 4 1 № 335	.....*.*****.* 2 3 4 1 № 336

Окончание табл. 1.2 (...*.*.*.*.*.*..)

.*..**..**..*... 3 1 4 2 № 337	*...**..**...*.. 3 1 4 2 № 338	...*..**..**..*. 3 1 4 2 № 339	**...*..*...**.. 3 1 4 2 № 340	**..*....*..**.. 3 1 4 2 № 341	..*...**..**...* 3 1 4 2 № 342	**..*....*..**.. 3 1 4 2 № 343	**...*..*...**.. 3 1 4 2 № 344
.***....***..... 4 2 1 3 № 345	*.**....**.*.... 4 2 1 3 № 346	**.*....*.**.... 4 2 1 3 № 347	.....***....***. 4 2 1 3 № 348	***.....***..... 4 2 1 3 № 349	***.....***..... 4 2 1 3 № 350	....*.**....**.* 4 2 1 3 № 351	**.*....*.**.... 4 2 1 3 № 352
..*.*.*.*.*.... 1 4 2 3 № 353	....*.*.*.*.*.. 1 4 2 3 № 354	*...*.*.*.*...*. 1 4 2 3 № 355	*.*...*.*...*.*. 1 4 2 3 № 356	*.*.*.....*.*.*. 1 4 2 3 № 357	.*...*.*.*.*...* 1 4 2 3 № 358	.*.*...*.*...*.* 1 4 2 3 № 359	.*.*.*.....*.*.* 1 4 2 3 № 360
.***....***..... 2 4 1 3 № 361	*.**....**.*.... 2 4 1 3 № 362	**.*....*.**.... 2 4 1 3 № 363	.....***....***. 2 4 1 3 № 364	***.....***..... 2 4 1 3 № 365	***.....***..... 2 4 1 3 № 366	....*.**....**.* 2 4 1 3 № 367	**.*....*.**.... 2 4 1 3 № 368
.******..... 3 4 2 1 № 369	*.****.*..... 3 4 2 1 № 370	**.**.**..... 3 4 2 1 № 371	***..***..... 3 4 2 1 № 372	.....******. 3 4 2 1 № 373	***..***..... 3 4 2 1 № 374	**.**.**..... 3 4 2 1 № 375	.....*.****.* 3 4 2 1 № 376
.*..**..**..*... 4 1 3 2 № 377	*...**..**...*.. 4 1 3 2 № 378	...*..**..**..*. 4 1 3 2 № 379	**...*..*...**.. 4 1 3 2 № 380	**..*....*..**.. 4 1 3 2 № 381	..*...**..**...* 4 1 3 2 № 382	**..*....*..**.. 4 1 3 2 № 383	**...*..*...**.. 4 1 3 2 № 384

Следующее действие заключается в поиске всех мысленных поворотов осей симметрии четырехмерного пространства, когда эта фигура совмещается с собой (сохраняет неизменное положение в исходной системе координат). Для этого необходимо найти в этих таблицах все функции с «геометрическим именем», в дальнейшем – просто «именем» (...*.*.*.*.*.*..). В результате этого поиска находим, включая исходное состояние, соответствующие положения координат:

(1 2 3 4), (1 3 2 4), (1 4 3 2), (1 2 4 3), (1 3 4 2), (1 4 2 3),
(1 2 3 4), (1 3 2 4), (1 4 3 2), (1 2 4 3), (1 3 4 2), (1 4 2 3).

Таким образом, симметрия настоящей исходной фигуры, определяемая свойством совмещаться с собой при соответствующих преобразованиях, характеризуется числом 12.

Полной симметрией обладают универсальное пространство, где в его ячейках располагаются звездочки, и пустое пространство с точками в ячейках. Полная симметрия этих пространств определяется числом $S_i = 2^i(i!)$. Для четырехмерного пространства $S_4 = 384$.

Принципиальная схема названной логической функции (...*.*.*.*.*.*..) может быть использована для всех других 35 логических функций, которые получаются при иных сочетаниях поворотов относительно осей координат.

Например, следующая в этих таблицах логическая функция с «именем» (..*.*.*.*.*.*...) и таким же числом симметрий 12 формируется этой же принципиальной схемой, где на входе изменяются только аргументы в соответствии с мысленными поворотами координат:

(1 2 3 4), (1 3 2 4), (1 4 3 2), (1 2 4 3), (1 3 4 2), (1 4 2 3),
(1 2 3 4), (1 3 2 4), (1 4 3 2), (1 2 4 3), (1 3 4 2), (1 4 2 3).

Таким образом, одна и та же принципиальная схема используется для определения 36 различных геометрических образов логических функций.

Общее число четырехвходовых логических функций с разбивкой по сочетаниям определяется выражением

$$2\,(C^{16}_{16} + C^{1}_{16} + C^{2}_{16} + C^{3}_{16} + C^{4}_{16} + C^{5}_{16} + C^{6}_{16} + C^{7}_{16}) + C^{8}_{16} = 2^{16} = 65536,$$

где число сочетаний из k по r $C^{r}_{k} = k!/r!(k - r)!$ дает следующие значения сочетаний: $C^{16}_{16} = 1$; $C^{1}_{16} = 16$; $C^{2}_{16} = 120$; $C^{3}_{16} = 560$; $C^{4}_{16} = 1820$; $C^{5}_{16} = 4368$; $C^{6}_{16} = 8008$; $C^{7}_{16} = 11440$; $C^{8}_{16} = 12870$.

В «имени» функции число звездочек определяется значением r. В нашем примере r = 6, из $C^{6}_{16} = 8008$ функций мы определили только 36.

В математике широко используется синоним термина «множество», называемое классом [7]. Этот термин применяется для обозначения произвольных совокупностей объектов, обладающих каким-либо определенным свойством или признаком. Разбивка четырехвходовых логических функций по сочетаниям определяет все классы этих функций. В каждом из классов также содержатся подклассы, обладающие определенным признаком.

1.2. Многомерное цифро-векторное пространство и машины Тьюринга

Теория многомерных цифро-векторных множеств может быть отнесена к конечной (финитной) геометрии, в которой наглядность играет существенную роль в синтезе логических и цифровых устройств. Эта наглядность может быть распространена и на программирование, поскольку «в теоретическом плане проектирование логической машины и программирование представляются задачами эквивалентными» [7].

Обратимся к машине Тьюринга, принцип работы которой основан на представлении об алгоритме как о некотором детерминированном устройстве, способном выполнять в каждый отдельный момент весьма примитивные операции. Это представление алгоритма не оставляет сомнений в однозначности алгоритма и выполнимости его шагов. Эвристика машины Тьюринга близка к ЦВМ и, следовательно, к инженерной интуиции. Тем не менее эта машина является абстракцией, и ее нельзя реализовать. Поэтому алгоритмы для машины Тьюринга должны реализоваться другими средствами, например, за нее должен работать человек. Действия человека должны быть такими, как действовала бы машина Тьюринга, если бы она существовала.

Именно такой подход будет рассматриваться нами в дальнейшем. Следовательно, управляющее устройство и устройство обращения к ленте будут выполняться человеком, а «лента», разбитая на ячейки, в каждой из которых записан символ из конечного алфавита, может представлять непосредственную связь с многомерным цифро-векторным пространством. Сама «лента» является одномерным цифро-векторным пространством, где его ячейки могут быть пронумерованы цифрами натурального ряда 0, 1, 2, … . Следовательно,

такая «лента» может рассматриваться как цифровая «прямая» с элементами, например, от 0 до (2^K – 1). Это является графическим представлением системы счисления одного основания, равного 2^K, либо как часть системы счисления с одним основанием, большим чем 2^K. Эту бесконечную «прямую» можно представить также последовательным соединением разрядов числа с меньшими основаниями, равными по значению либо различными $2^K = 2^L\ 2^S\ 2^T$ ... (K = L + + S + T + ...). При этом важна не фактическая бесконечность «ленты», а ее неограниченность, т.е. возможность написать на ней сколь угодно длинные, но конечные слова. Данные машины Тьюринга – это слова в алфавите многомерного цифрового пространства.

Подобное представление любой программы в многомерном цифровекторном пространстве позволяет, как представляется автору, использовать симметрию пространства не только для ее упрощения, но и осуществить параллельные вычисления. Однако это не лежит на поверхности и предстоит уяснить, как должны быть устроены компьютеры, алгоритмы и программное обеспечение, что представляет предмет самостоятельного изучения и здесь не будет рассматриваться.

Начнем с малого и представим алфавит, когда его буквы являются фигурами (логическими функциями) четырехмерного пространства.

Пустое ∅ и универсальное E пространства являются буквами этого алфавита и не нуждаются в каких-либо пояснениях.

Алгоритм определения всех последующих букв алфавита выполняется по одинаковым принципам.

Начнем рассмотрение букв алфавита, которые определяются сочетаниями $C^1_{16} = C^{15}_{16} = 16$. Во всех ячейках табл. 1.3.1 в буквенном обозначении записаны номера ячеек четырехмерного цифро-векторного пространства. Следующим шагом является последовательная замена в каждой ячейке одной из этих букв звездочкой, что представлено в табл. 1.3.2. Данные этой таблицы необходимы для последующего определения букв алфавита, которые определяются сочетаниями $C^2_{16} = C^{14}_{16} = 120$.

Таблица 1.3.1

abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr
abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr
abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr
abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr	abcdefghiklmnpqr

Таблица 1.3.2

(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)

Таблица 1.3.3

(*.....) (.*.....) (..*.....) (...*.....) (....*.....) (.....*.....) (.....*.....) (.....*.....) (.....*.....) (.....*.....) (.....*.....) (.....*....) (.....*...) (.....*..) (.....*.) (.....*)
(.**********) (*.**********) (**.**********) (***.**********) (****.**********) (*****.**********) (******.********) (*******.********) (********.*******) (*********.******) (**********.*****) (**********.****) (**********.***) (**********.**) (**********.*) (**********.)

Замена всех латинских букв в табл. 1.3.2 на точки определяет все «имена» алфавита из сочетаний C^1_{16} (табл. 1.3.3). Первая часть этой таблицы соответствует C^1_{16}, а вторая часть, которая инверсна первой, соответствует C^{15}_{16}. В дальнейшем будем приводить только первую часть подобных таблиц.

Для определения букв нашего алфавита, которые определяются следующими сочетаниями $C^2_{16} = C^{14}_{16}$, составляется табл. 1.4.1. В этой таблице для каждой латинской буквы записываются все данные из табл. 1.3.2. По этой причине табл. 1.4.1 состоит из шестнадцати блоков по числу латинских букв (a, b, … , r).

Таблица 1.4.1

a	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
b	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
c	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
d	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)

Продолжение табл. 1.4.1

e	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
f	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
g	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
h	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
i	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
k	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
l	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
m	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)

Окончание табл. 1.4.1

n	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
p	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
q	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)
r	(*bcdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnpq*)

Следующий шаг программы заключается в замене в каждом блоке табл. 1.4.1 соответствующей конкретному блоку латинской буквы на звездочку, что представлено в табл. 1.4.2.

Таблица 1.4.2

a	(*bcdefghiklmnpqr)	(**cdefghiklmnpqr)	(*b*defghiklmnpqr)	(*bc*efghiklmnpqr)
	(*bcd*fghiklmnpqr)	(*bcde*ghiklmnpqr)	(*bcdef*hiklmnpqr)	(*bcdefg*iklmnpqr)
	(*bcdefgh*klmnpqr)	(*bcdefghi*lmnpqr)	(*bcdefghik*mnpqr)	(*bcdefghikl*npqr)
	(*bcdefghiklm*pqr)	(*bcdefghiklmn*qr)	(*bcdefghiklmnp*r)	(*bcdefghiklmnpq*)
b	(**cdefghiklmnpqr)	(a*cdefghiklmnpqr)	(a**defghiklmnpqr)	(a*c*efghiklmnpqr)
	(a*cd*fghiklmnpqr)	(a*cde*ghiklmnpqr)	(a*cdef*hiklmnpqr)	(a*cdefg*iklmnpqr)
	(a*cdefgh*klmnpqr)	(a*cdefghi*lmnpqr)	(a*cdefghik*mnpqr)	(a*cdefghikl*npqr)
	(a*cdefghiklm*pqr)	(a*cdefghiklmn*qr)	(a*cdefghiklmnp*r)	(a*cdefghiklmnpq*)
c	(*b*defghiklmnpqr)	(a**defghiklmnpqr)	(ab*defghiklmnpqr)	(ab**efghiklmnpqr)
	(ab*d*fghiklmnpqr)	(ab*de*ghiklmnpqr)	(ab*def*hiklmnpqr)	(ab*defg*iklmnpqr)
	(ab*defgh*klmnpqr)	(ab*defghi*lmnpqr)	(ab*defghik*mnpqr)	(ab*defghikl*npqr)
	(ab*defghiklm*pqr)	(ab*defghiklmn*qr)	(ab*defghiklmnp*r)	(ab*defghiklmnpq*)

Продолжение табл. 1.4.2

d	(*bc*efghiklmnpqr)	(a*c*efghiklmnpqr)	(ab**efghiklmnpqr)	(abc*efghiklmnpqr)
	(abc**fghiklmnpqr)	(abc*e*ghiklmnpqr)	(abc*ef*hiklmnpqr)	(abc*efg*iklmnpqr)
	(abc*efgh*klmnpqr)	(abc*efghi*lmnpqr)	(abc*efghik*mnpqr)	(abc*efghikl*npqr)
	(abc*efghiklm*pqr)	(abc*efghiklmn*qr)	(abc*efghiklmnp*r)	(abc*efghiklmnpq*)
e	(*bcd*fghiklmnpqr)	(a*cd*fghiklmnpqr)	(ab*d*fghiklmnpqr)	(abc**fghiklmnpqr)
	(abcd*fghiklmnpqr)	(abcd**ghiklmnpqr)	(abcd*f*hiklmnpqr)	(abcd*fg*iklmnpqr)
	(abcd*fgh*klmnpqr)	(abcd*fghi*lmnpqr)	(abcd*fghik*mnpqr)	(abcd*fghikl*npqr)
	(abcd*fghiklm*pqr)	(abcd*fghiklmn*qr)	(abcd*fghiklmnp*r)	(abcd*fghiklmnpq*)
f	(*bcde*ghiklmnpqr)	(a*cde*ghiklmnpqr)	(ab*de*ghiklmnpqr)	(abc*e*ghiklmnpqr)
	(abcd**ghiklmnpqr)	(abcde*ghiklmnpqr)	(abcde**hiklmnpqr)	(abcde*g*iklmnpqr)
	(abcde*gh*klmnpqr)	(abcde*ghi*lmnpqr)	(abcde*ghik*mnpqr)	(abcde*ghikl*npqr)
	(abcde*ghiklm*pqr)	(abcde*ghiklmn*qr)	(abcde*ghiklmnp*r)	(abcde*ghiklmnpq*)
g	(*bcdef*hiklmnpqr)	(a*cdef*hiklmnpqr)	(ab*def*hiklmnpqr)	(abc*ef*hiklmnpqr)
	(abcd*f*hiklmnpqr)	(abcde**hiklmnpqr)	(abcdef*hiklmnpqr)	(abcdef**iklmnpqr)
	(abcdef*h*klmnpqr)	(abcdef*hi*lmnpqr)	(abcdef*hik*mnpqr)	(abcdef*hikl*npqr)
	(abcdef*hiklm*pqr)	(abcdef*hiklmn*qr)	(abcdef*hiklmnp*r)	(abcdef*hiklmnpq*)
h	(*bcdefg*iklmnpqr)	(a*cdefg*iklmnpqr)	(ab*defg*iklmnpqr)	(abc*efg*iklmnpqr)
	(abcd*fg*iklmnpqr)	(abcde*g*iklmnpqr)	(abcdef**iklmnpqr)	(abcdefg*iklmnpqr)
	(abcdefg**klmnpqr)	(abcdefg*i*lmnpqr)	(abcdefg*ik*mnpqr)	(abcdefg*ikl*npqr)
	(abcdefg*iklm*pqr)	(abcdefg*iklmn*qr)	(abcdefg*iklmnp*r)	(abcdefg*iklmnpq*)
i	(*bcdefgh*klmnpqr)	(a*cdefgh*klmnpqr)	(ab*defgh*klmnpqr)	(abc*efgh*klmnpqr)
	(abcd*fgh*klmnpqr)	(abcde*gh*klmnpqr)	(abcdef*h*klmnpqr)	(abcdefg**klmnpqr)
	(abcdefgh*klmnpqr)	(abcdefgh**lmnpqr)	(abcdefgh*k*mnpqr)	(abcdefgh*kl*npqr)
	(abcdefgh*klm*pqr)	(abcdefgh*klmn*qr)	(abcdefgh*klmnp*r)	(abcdefgh*klmnpq*)
k	(*bcdefghi*lmnpqr)	(a*cdefghi*lmnpqr)	(ab*defghi*lmnpqr)	(abc*efghi*lmnpqr)
	(abcd*fghi*lmnpqr)	(abcde*ghi*lmnpqr)	(abcdef*hi*lmnpqr)	(abcdefg*i*lmnpqr)
	(abcdefgh**lmnpqr)	(abcdefghi*lmnpqr)	(abcdefghi**mnpqr)	(abcdefghi*l*npqr)
	(abcdefghi*lm*pqr)	(abcdefghi*lmn*qr)	(abcdefghi*lmnp*r)	(abcdefghi*lmnpq*)
l	(*bcdefghik*mnpqr)	(a*cdefghik*mnpqr)	(ab*defghik*mnpqr)	(abc*efghik*mnpqr)
	(abcd*fghik*mnpqr)	(abcde*ghik*mnpqr)	(abcdef*hik*mnpqr)	(abcdefg*ik*mnpqr)
	(abcdefgh*k*mnpqr)	(abcdefghi**mnpqr)	(abcdefghik*mnpqr)	(abcdefghik**npqr)
	(abcdefghik*m*pqr)	(abcdefghik*mn*qr)	(abcdefghik*mnp*r)	(abcdefghik*mnpq*)

Окончание табл. 1.4.2

m	(*bcdefghikl*npqr)	(a*cdefghikl*npqr)	(ab*defghikl*npqr)	(abc*efghikl*npqr)
	(abcd*fghikl*npqr)	(abcde*ghikl*npqr)	(abcdef*hikl*npqr)	(abcdefg*ikl*npqr)
	(abcdefgh*kl*npqr)	(abcdefghi*l*npqr)	(abcdefghik**npqr)	(abcdefghikl*npqr)
	(abcdefghikl**pqr)	(abcdefghikl*n*qr)	(abcdefghikl*np*r)	(abcdefghikl*npq*)
n	(*bcdefghiklm*pqr)	(a*cdefghiklm*pqr)	(ab*defghiklm*pqr)	(abc*efghiklm*pqr)
	(abcd*fghiklm*pqr)	(abcde*ghiklm*pqr)	(abcdef*hiklm*pqr)	(abcdefg*iklm*pqr)
	(abcdefgh*klm*pqr)	(abcdefghi*lm*pqr)	(abcdefghik*m*pqr)	(abcdefghikl**pqr)
	(abcdefghiklm*pqr)	(abcdefghiklm**qr)	(abcdefghiklm*p*r)	(abcdefghiklm*pq*)
p	(*bcdefghiklmn*qr)	(a*cdefghiklmn*qr)	(ab*defghiklmn*qr)	(abc*efghiklmn*qr)
	(abcd*fghiklmn*qr)	(abcde*ghiklmn*qr)	(abcdef*hiklmn*qr)	(abcdefg*iklmn*qr)
	(abcdefgh*klmn*qr)	(abcdefghi*lmn*qr)	(abcdefghik*mn*qr)	(abcdefghikl*n*qr)
	(abcdefghiklm**qr)	(abcdefghiklmn*qr)	(abcdefghiklmn**r)	(abcdefghiklmn*q*)
q	(*bcdefghiklmnp*r)	(a*cdefghiklmnp*r)	(ab*defghiklmnp*r)	(abc*efghiklmnp*r)
	(abcd*fghiklmnp*r)	(abcde*ghiklmnp*r)	(abcdef*hiklmnp*r)	(abcdefg*iklmnp*r)
	(abcdefgh*klmnp*r)	(abcdefghi*lmnp*r)	(abcdefghik*mnp*r)	(abcdefghikl*np*r)
	(abcdefghiklm*p*r)	(abcdefghiklmn**r)	(abcdefghiklmnp*r)	(abcdefghiklmnp**)
r	(*bcdefghiklmnpq*)	(a*cdefghiklmnpq*)	(ab*defghiklmnpq*)	(abc*efghiklmnpq*)
	(abcd*fghiklmnpq*)	(abcde*ghiklmnpq*)	(abcdef*hiklmnpq*)	(abcdefg*iklmnpq*)
	(abcdefgh*klmnpq*)	(abcdefghi*lmnpq*)	(abcdefghik*mnpq*)	(abcdefghikl*npq*)
	(abcdefghiklm*pq*)	(abcdefghiklmn*q*)	(abcdefghiklmnp**)	(abcdefghiklmnpq*)

В ячейках этой таблицы имеются составляющие с одной звездочкой, которые также содержатся в табл. 1.3.2, и, следовательно, их необходимо убрать. Обратимся к блоку латинской буквы «a» и, проходя последовательно все ячейки этого блока, определяем их содержимое и удаляем это содержимое из ячеек последующих блоков. Таким же образом поступаем с содержимым блока латинской буквы «b» и всеми последующими блоками. Результаты таких действий отражены в табл. 1.4.3. В этой таблице после всех удалений исчез блок латинской буквы «r», а сама таблица представляется здесь единым блоком. Замена всех латинских букв в табл. 1.4.3 на точки определяет все «имена» алфавита из сочетаний $C^2_{16} = C^{14}_{16}$ (табл. 1.4.4).

Из изложенного выше понятна дальнейшая процедура определения последующих букв нашего алфавита, где, например, для сочетаний $C^3_{16} = C^{13}_{16} = 560$ используются данные табл. 1.4.3.

Таблица 1.4.3

(**cdefghiklmnpqr) (*b*defghiklmnpqr) (*bc*efghiklmnpqr) (*bcd*fghiklmnpqr)
(*bcde*ghiklmnpqr) (*bcdef*hiklmnpqr) (*bcdefg*iklmnpqr) (*bcdefgh*klmnpqr)
(*bcdefghi*lmnpqr) (*bcdefghik*mnpqr) (*bcdefghikl*npqr) (*bcdefghiklm*pqr)
(*bcdefghiklmn*qr) (*bcdefghiklmnp*r) (*bcdefghiklmnpq*) (a**defghiklmnpqr)
(a*c*efghiklmnpqr) (a*cd*fghiklmnpqr) (a*cde*ghiklmnpqr) (a*cdef*hiklmnpqr)
(a*cdefg*iklmnpqr) (a*cdefgh*klmnpqr) (a*cdefghi*lmnpqr) (a*cdefghik*mnpqr)
(a*cdefghikl*npqr) (a*cdefghiklm*pqr) (a*cdefghiklmn*qr) (a*cdefghiklmnp*r)
(a*cdefghiklmnpq*) (ab**efghiklmnpqr) (ab*d*fghiklmnpqr) (ab*de*ghiklmnpqr)
(ab*def*hiklmnpqr) (ab*defg*iklmnpqr) (ab*defgh*klmnpqr) (ab*defghi*lmnpqr)
(ab*defghik*mnpqr) (ab*defghikl*npqr) (ab*defghiklm*pqr) (ab*defghiklmn*qr)
(ab*defghiklmnp*r) (ab*defghiklmnpq*) (abc**fghiklmnpqr) (abc*e*ghiklmnpqr)
(abc*ef*hiklmnpqr) (abc*efg*iklmnpqr) (abc*efgh*klmnpqr) (abc*efghi*lmnpqr)
(abc*efghik*mnpqr) (abc*efghikl*npqr) (abc*efghiklm*pqr) (abc*efghiklmn*qr)
(abc*efghiklmnp*r) (abc*efghiklmnpq*) (abcd**ghiklmnpqr) (abcd*f*hiklmnpqr)
(abcd*fg*iklmnpqr) (abcd*fgh*klmnpqr) (abcd*fghi*lmnpqr) (abcd*fghik*mnpqr)
(abcd*fghikl*npqr) (abcd*fghiklm*pqr) (abcd*fghiklmn*qr) (abcd*fghiklmnp*r)
(abcd*fghiklmnpq*) (abcde**hiklmnpqr) (abcde*g*iklmnpqr) (abcde*gh*klmnpqr)
(abcde*ghi*lmnpqr) (abcde*ghik*mnpqr) (abcde*ghikl*npqr) (abcde*ghiklm*pqr)
(abcde*ghiklmn*qr) (abcde*ghiklmnp*r) (abcde*ghiklmnpq*) (abcdef**iklmnpqr)
(abcdef*h*klmnpqr) (abcdef*hi*lmnpqr) (abcdef*hik*mnpqr) (abcdef*hikl*npqr)
(abcdef*hiklm*pqr) (abcdef*hiklmn*qr) (abcdef*hiklmnp*r) (abcdef*hiklmnpq*)
(abcdefg**klmnpqr) (abcdefg*i*lmnpqr) (abcdefg*ik*mnpqr) (abcdefg*ikl*npqr)
(abcdefg*iklm*pqr) (abcdefg*iklmn*qr) (abcdefg*iklmnp*r) (abcdefg*iklmnpq*)
(abcdefgh**lmnpqr) (abcdefgh*k*mnpqr) (abcdefgh*kl*npqr) (abcdefgh*klm*pqr)
(abcdefgh*klmn*qr) (abcdefgh*klmnp*r) (abcdefgh*klmnpq*) (abcdefghi**mnpqr)
(abcdefghi*l*npqr) (abcdefghi*lm*pqr) (abcdefghi*lmn*qr) (abcdefghi*lmnp*r)
(abcdefghi*lmnpq*) (abcdefghik**npqr) (abcdefghik*m*pqr) (abcdefghik*mn*qr)
(abcdefghik*mnp*r) (abcdefghik*mnpq*) (abcdefghikl**pqr) (abcdefghikl*n*qr)
(abcdefghikl*np*r) (abcdefghikl*npq*) (abcdefghiklm**qr) (abcdefghiklm*p*r)
(abcdefghiklm*pq*) (abcdefghiklmn**r) (abcdefghiklmn*q*) (abcdefghiklmnp**)

Таблица 1.4.4

(**.....)	(*.*.....)	(*..*.....)	(*...*.....)	(*....*.....)	(*.....*.....)	(*.....*.....)	(*.....*.....)
(*.....*.....)	(*.....*.....)	(*.....*....)	(*.....*...)	(*.....*..)	(*.....*.)	(*.....*)	(.**.....)
(.*.*.....)	(.*..*.....)	(.*...*.....)	(.*....*.....)	(.*.....*.....)	(.*.....*.....)	(.*.....*.....)	(.*.....*.....)
(.*.....*....)	(.*.....*...)	(.*.....*..)	(.*.....*.)	(.*.....*)	(..**.....)	(..*.*.....)	(..*..*.....)
(..*...*.....)	(..*....*.....)	(..*.....*.....)	(..*.....*.....)	(..*.....*.....)	(..*.....*....)	(..*.....*...)	(..*.....*..)
(..*.....*.)	(..*.....*)	(...**.....)	(...*.*.....)	(...*..*.....)	(...*...*.....)	(...*....*.....)	(...*.....*.....)
(...*.....*.....)	(...*.....*....)	(...*.....*...)	(...*.....*..)	(...*.....*.)	(...*.....*)	(....**.....)	(....*.*.....)
(....*..*.....)	(....*...*.....)	(....*....*.....)	(....*.....*.....)	(....*.....*....)	(....*.....*...)	(....*.....*..)	(....*.....*.)
(....*.....*)	(.....**.....)	(.....*.*.....)	(.....*..*.....)	(.....*...*.....)	(.....*....*.....)	(.....*.....*....)	(.....*.....*...)
(.....*.....*..)	(.....*.....*.)	(.....*.....*)	(.....**.....)	(.....*.*.....)	(.....*..*.....)	(.....*...*.....)	(.....*....*....)
(.....*....*...)	(.....*.....*..)	(.....*.....*.)	(.....*.....*)	(.....**.....)	(.....*.*.....)	(.....*..*.....)	(.....*...*....)
(.....*....*...)	(.....*....*..)	(.....*.....*.)	(.....*.....*)(.....**.....)	(.....*.*.....)	(.....*..*....)	(.....*...*...)	
(.....*....*..)	(.....*.....*.)	(.....*.....*)	(.....**.....)	(.....*.*....)	(.....*..*...)	(.....*...*..)	(.....*....*.)
(.....*.....*)	(.....**....)	(.....*.*...)	(.....*..*..)	(.....*...*.)	(.....*....*)	(.....**...)	(.....*.*..)
(.....*..*.)	(.....*...*)	(.....**..)	(.....*.*.)	(.....*..*)	(.....**.)	(.....*.*)	(.....**)

Таким алгоритмом формирования алфавита мы определили все 65536 букв в алфавите многомерного цифрового пространства для машины Тьюринга и можем приступить к написанию программ в этом пространстве, используя настоящий алфавит. Поскольку эта процедура в нашем случае выполняется человеком, то машина Тьюринга становится не абстрактной, а реальной. Эта программа может также рассматриваться как конкретная принципиальная схема, представленная конкретным геометрическим образом. Именно это является основным достижением теории многомерных цифровекторных множеств.

Геометрический образ построенной таким образом программы позволяет исследовать его или соответственно исследовать симметрию реализующей ее принципиальной схемы, определить все возможные подпрограммы, в нее входящие, и принять решение по выполнению покрытия этого геометрического образа последовательным либо параллельным способом.

Варианты покрытия геометрического образа программы определяют время выполнения программы теоретически вплоть до предельно возможного быстродействия (два логических уровня). Однако такое быстродействие потребует больших аппаратурных затрат, и только этот фактор является ограничением технической реализации подобных программ.

Один из возможных вариантов построения такой программы исследован нами на примере пятивходового сумматора в [8], где разряды входных сигналов A, B, C, D, E двоичного кода основания n = 8 и разряды их суммы этого же основания системы счисления геометрически представляются в четырехмерном цифро-векторном пространстве.

Такой подход к синтезу сумматора равноценен применению машины Тьюринга, когда используется рассмотренный выше алфавит.

В заключение этой главы представим известные зависимости, а также некоторые новые соотношения, вытекающие из симметрии пространства теории многомерных цифро-векторных множеств, для основной i-й разрядности двоичной системы счисления: основание системы счисления определяется зависимостью $n_i = 2^i$; число кодов (многомерных цифро-векторных пространств) – $C_i = (2^i)!$; число мысленных поворотов системы координат цифро-векторного пространства – $S_i = (2^i)(i!)$; число логических функций, располагаемых в любом из этих пространств, – $N_i = 2^n$; число независимых кодов (цифро-векторных пространств), которые не переходят одно в другое мысленными поворотами координат этого пространства, – $Q_i = (2^{i-1})!/i!$; число совершенных кодов – $G_i = 2^k(i!)$, где k – число контрольных разрядов совершенного кода, а связь между информационными и контрольными разрядами систематического совершенного кода определяется зависимостью $i = 2^k - (k + 1)$.

Таблица 1.4.5

i	2	3	4	5	6	7
n_i	4	8	16	32	64	128
C_i	24	40320	20922729888000	Огромно	Огромно	Огромно
S_i	8	48	384	3840	46080	645120
N_i	16	256	65536	4294967296	Огромно	Огромно
Q_i	1	4	1680	174356582400	Огромно	Огромно
G_i			192			

В табл. 1.4.5 приведены некоторые значения для этих функций при различной разрядности цифро-векторного пространства.

Аксиома – это предрассудок, освященный тысячелетиями.

Эрик Т. Белл

В этом мире наша первая обязанность состоит в том, чтобы устраивать произвольные островки порядка и системы.

Н. Винер

Глава 2
СОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ ОСНОВАНИЯ n = 16 (i = 4, k = 3)

Исследования, проведенные автором в [2], показали, что число совершенных кодов, исправляющих все одиночные ошибки в информационной либо контрольной частях такого кода, для основания n = 16 равно 192. Из этих совершенных кодов в данной работе было выделено 16 суперсовершенных кодов, где в ячейках многомерного цифрового пространства координат кода располагаются только цифровые сигналы определенной одиночной кратности ошибок, а в каждой такой ячейке находится цифра с одной ошибкой этой кратности. При этом многомерное цифровое пространство используется для размещения однократных ошибок на 100 %, а исправление ошибок контрольных разрядов кода выполняется логическими схемами, которые исправляют ошибки в информационных разрядах совершенного кода посредством соответствующего изменения входных сигналов, осуществляемых мысленными поворотами относительно осей симметрии этого цифрового пространства.

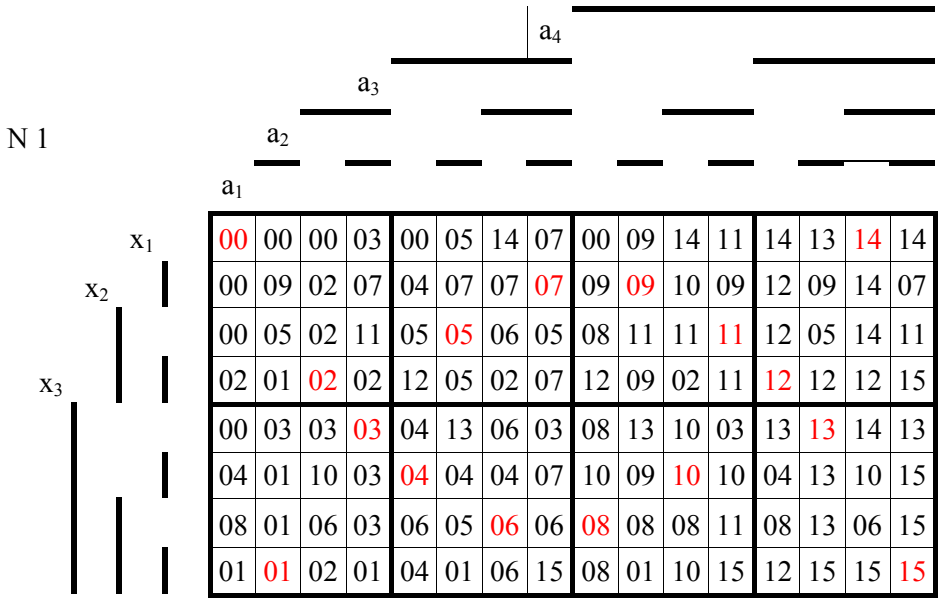
Эти исследования нельзя считать окончательными и полностью завершенными, и представляет определенный интерес рассмотреть все эти коды с целью определения их классов, аппаратурных затрат и рекомендаций по их применению.

В прил. 1, 2 настоящей главы, исходя из [2], представлены все 192 совершенных кода этого основания. Для каждого из этих кодов в ячейках многомерного пространства системы координат (a_1, a_2, a_3, a_4, x_1, x_2, x_3) прил. 1 записаны штатные кодовые комбинации (00–15), а также кодовые комбинации (00–15) при одиночной ошибке в информационной части кода. Известная из [2] связь штатных кодовых комбинаций (00–15) с их значениями при одиночной ошибке приведена в прил. 3 этой главы.

Аналогичным образом в прил. 2 заполнены ячейки этого пространства штатными кодовыми комбинациями контрольной части кода (0–7) и кодовыми комбинациями контрольной части кода (0–7) с одиночной ошибкой. Рядом с каждым из этих пространств размещается четырехмерное пространство координат (a_1, a_2, a_3, a_4), где в 16 ячейках для цифр (00–5) записаны восемь цифр (0–7) контрольной части кода (цифры 00–15 являются нумерацией ячеек четырехмерного пространства и поэтому на рисунках не будут в дальней-

шем показываться. Все эти цифры являются эквивалентной записью соответствующих кодовых комбинаций, и дальнейшее упоминание цифры будет означать определенную кодовую комбинацию. Таким образом, устанавливается взаимное соответствие кодовых комбинаций информационной и контрольной частей кода.

Все сказанное выше поясняется на примере (рис. 2.1а) информационной части кода под N 1, где в ячейках пространства общих координат (a_1 – a_4, x_1 – – x_3) размещены штатные (00–15) и ошибочные (00–15) кодовые комбинации. Аналогичным образом в ячейках этого общего пространства размещаются (рис. 2.1б) штатные (0–7) и ошибочные (0–7) кодовые комбинации контрольной части кода.



00	00	00	03	00	05	14	07	00	09	14	11	14	13	14	14
00	09	02	07	04	07	07	07	09	09	10	09	12	09	14	07
00	05	02	11	05	05	06	05	08	11	11	11	12	05	14	11
02	01	02	02	12	05	02	07	12	09	02	11	12	12	12	15
00	03	03	03	04	13	06	03	08	13	10	03	13	13	14	13
04	01	10	03	04	04	04	07	10	09	10	10	04	13	10	15
08	01	06	03	06	05	06	06	08	08	08	11	08	13	06	15
01	01	02	01	04	01	06	15	08	01	10	15	12	15	15	15

0	7	3	4
5	2	6	1
6	1	5	2
3	4	0	7

Рис. 2.1а

0	0	0	4	0	2	0	1	0	1	0	2	0	4	0	0
0	1	3	1	5	1	1	1	1	1	5	1	3	1	0	1
0	2	3	2	2	2	6	2	6	2	2	2	3	2	0	2
3	7	3	3	3	2	3	1	3	1	3	2	3	3	3	7
0	4	4	4	5	4	6	4	6	4	5	4	4	4	0	4
5	7	5	4	5	5	5	1	5	1	5	5	5	4	5	7
6	7	6	4	6	2	6	6	6	6	6	2	6	4	6	7
7	7	3	7	5	7	6	7	6	7	5	7	3	7	7	7

Рис. 2.1б

Геометрические фигуры исправленных информационных (a'_1 – a'_4) и контрольных (x'_1 – x'_3) разрядов приведены соответственно в прил. 4 и 5.
Эти фигуры получены непосредственно из прил. 1 и 2, где кодовые комбинации заменены в ячейках пространств знаком «звездочка» (*), исходя из общеизвестных зависимостей, например информационных разрядов кодовых комбинаций $a'_1 = 01 \vee 03 \vee 05 \vee 07 \vee 09 \vee 11 \vee 13 \vee 15$; $a'_2 = 02 \vee 03 \vee 06 \vee 07 \vee$

$\vee$ 10 $\vee$ 11 $\vee$ 14 $\vee$ 15 и т.д. Ячейки пространства, где отсутствуют кодовые комбинации, соответствующие этим разрядам, остаются пустыми либо в них ставится точка (.).

Проведем дальнейшее исследование всех кодов, исходя из симметрии цифро-векторного пространства, в котором располагаются эти геометрические фигуры. Как показано в [2], эти фигуры являются не только представителями логических функций разрядов определенной системы счисления, но и имеют более общее значение, чем конкретная логическая функция. Покрытие этих фигур определяет все возможные последовательные и параллельные варианты практической реализации логических функций.

2.1. Кодирующие устройства совершенных кодов

Оставив все порядковые номера этих кодов [2] здесь и в дальнейшем без изменения, рассмотрим выполнение кодирующих схем этих кодов, т.е. определение контрольных разрядов (x_1, x_2, x_3) по информационным разрядам (a_1, a_2, a_3, a_4). В электронном прил. 6 к этой главе приведены геометрические образы логических функций контрольных разрядов (x_1, x_2, x_3) для этих кодов. На примере кода под N 1 (рис. 2.2а) покажем структуру представления этих логических функций для всех кодов в прил. 6. На этом рисунке показано расположение в ячейках четырехмерного пространства координат (a_1, a_2, a_3, a_4), соответствующих информационным цифрам (0–15) контрольных цифр (0–7).

a_2 ____

a_1 __ __

N 1 a_3

a_4 | | | |

0	7	3	4		*	*			*	*			*		*
5	2	6	1	*			*		*	*		*		*	
6	1	5	2		*	*		*			*	*		*	
3	4	0	7	*			*	*			*		*		*
				.**.*..*.**.*..*				.**..**.*..**..*				.*.**.*.*..*.*			
x_1, x_2, x_3→				k_1				k_2				k_3			

Рис. 2.2а

Учитывая, что для двоичного кода основания n = 8 $x_1 = 1 \vee 3 \vee 5 \vee 7$, $x_2 = 2 \vee 3 \vee 6 \vee 7$, $x_3 = 4 \vee 5 \vee 6 \vee 7$, их геометрические образы (фигуры), обозначенные нами как k_1, k_2, k_3, изображаются в этом четырехмерном пространстве ($x_1 = k_1$, $x_2 = k_2$, $x_3 = k_3$) также на рис. 2.2а. Здесь под каждой такой фигурой представлено ее «геометрическое имя» – k_1(.**.*..*.**.*..*), k_2(.**..**.*..**..*), k_3(.*.**.*.*..*.*).

Кроме этих трех фигур, имеется и четвертая – k_4(..****..**....**) (рис. 2.2б), которая также встречается в этом приложении, начиная с кода N 9.

Только эти фигуры и их инверсии используются в кодирующих схемах для всех кодов прил. 1.

Логические зависимости, определяющие покрытие этих фигур, весьма просты:

$$F(k_1) = \underline{a_1}\underline{a_2}a_3 \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_3} \vee \underline{a_1}a_2\underline{a_3} \vee a_1a_2a_3, \quad (2.1)$$

$$F(k_2) = \underline{a_1}\underline{a_2}a_4 \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_4} \vee \underline{a_1}a_2\underline{a_4} \vee a_1a_2a_3, \quad (2.2)$$

$$F(k_3) = \underline{a_3}\underline{a_4}a_1 \vee a_3\underline{a_4}\underline{a_1} \vee \underline{a_3}a_4\underline{a_1} \vee a_3a_4a_1, \quad (2.3)$$

$$F(k_4) = \underline{a_3}\underline{a_4}a_2 \vee a_3\underline{a_4}\underline{a_2} \vee \underline{a_3}a_4\underline{a_2} \vee a_3a_4a_2. \quad (2.4)$$

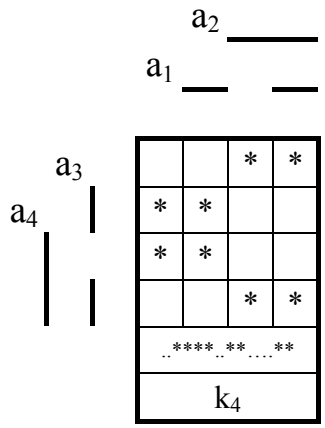


Рис. 2.2б

Принимая в качестве первообразной фигуру k_1(.**.*..*.**.*..*), которая однозначно определяет логическую функцию $F(a_1 \equiv 1\ a_2 \equiv 2\ a_3 \equiv 3\ a_4 \equiv 4)$ и соответствующую ей принципиальную схему, определим мысленными поворотами четырехмерного пространства другие фигуры – k_2(.**..**.*..**..*), k_3(.*.**.*.*..*.*), k_4(..****..**….**). С этой целью воспользуемся табл. 1.1, 1.2 приложения первой главы, где в первом четырехмерном пространстве под номером N 1 расположим фигуру k_1(.**.*..*.**.*..*), соответствующую, например, логической функции $F(a_1 \equiv 1\ a_2 \equiv 2\ a_3 \equiv 3\ a_4 \equiv 4) = F(1\ 2\ 3\ 4) = F(k_1)$. Тогда все фигуры от N 1 до N 192 будут реализоваться в четырехмерном пространстве одной принципиальной схемой, где для каждой фигуры соответствует определенное сочетание входных прямых и инверсных сигналов.

Результаты такой операции представлены в табл. 1 прил. 7 настоящей главы. Из этой таблицы нетрудно определить все фигуры, а также симметрии этих фигур. Каждая из фигур образуется от исходной и совмещается сама с собой 48 раз при изменении входных сигналов, которое приведено в табл. 2 прил. 7 этой главы.

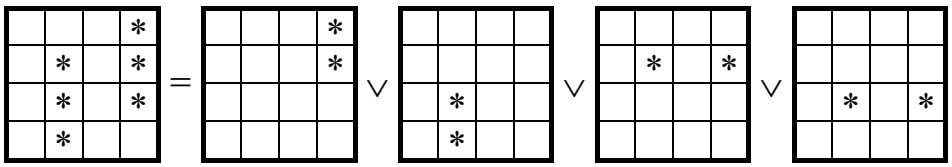
В том случае, когда для покрытия геометрического образа логической функции используются все аргументы, переход от исходной функции, например, от F(1 2 3 4) к F(1 2 4 3), образованной перестановкой аргументов с инверсией либо без инверсии, не вызывает каких-либо вопросов. Если функция неполная, что имеет место в (2.1) – (2.4), где в $F(k_1)$ нет a_4; в $F(k_2)$ нет a_3; в $F(k_3)$ нет a_2; в $F(k_1)$ нет a_1; то аргумент, устанавливаемый вместо отсутствующего, исчезает. Например, переход от $F(k_1) = F(1\ 2\ 3\ 4)$ к $F(k_2) = F(1\ 2\ 4\ 3)$, где на место отсутствующего a_4 необходимо разместить a_3, приводит к его исчезновению и т.д.

2.2. Четырехмерные фигуры информационных разрядов совершенных кодов основания n = 16 (i = 4, k = 3)

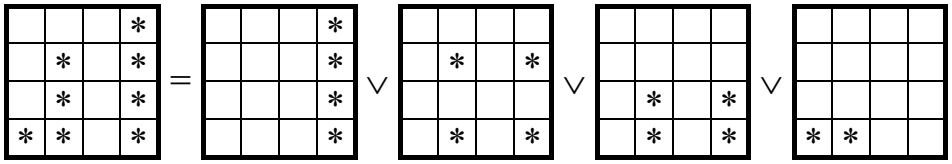
Прежде чем приступить к исследованию построения декодирующих устройств совершенных кодов этого основания, необходимо проанализировать входящие в их геометрические образы более мелкие фигуры (подмножества геометрических образов исправленных информационных разрядов). Эти фигуры размещаются в четырехмерном пространстве координат a_1, a_2, x_1, x_2 (см. прил. 4) и для первого разряда a'_1 фигуры обозначаются как $M_1 – M_{40}$; для второго разряда a'_2 $P_1 – P_{40}$; для третьего разряда a'_3 – $L_1 – L_{40}$; для четвертого разряда a'_4 – $R_1 – R_{40}$. В прил. 8 приведены все эти фигуры, где под каждой фигурой записано ее имя. Причем если число звездочек больше половины пространства, то фигура представляется своей инверсией. Например, M_5 с «именем» (.****.*.*.*.***.*) представляется инверсией $\underline{M_5}$ соответственно с «именем» (*…*.*.*.*…*.). Из прил. 4 видно, что фигуры для третьего и четвертого разрядов совпадают: $L_i = R_i$.

Анализ фигур прил. 8 показывает, что все они формируются от пяти базовых фигур множеств – $M_1(a_1a_2x_1x_2)$, $M_9(a_1a_2x_1x_2)$, $M_{17}(a_1a_2x_1x_2)$, $L_1(a_1a_2\,x_1x_2)$, $L_{17}\,(a_1a_2\,x_1x_2)$, которые для краткости записываются: M_1(1 2 3 4), M_9(1 2 3 4), M_{17}(1 2 3 4), L_1(1 2 3 4), L_{17} (1 2 3 4). Все остальные фигуры получаются определенными поворотами относительно осей симметрии четырехмерного цифро-векторного пространства.

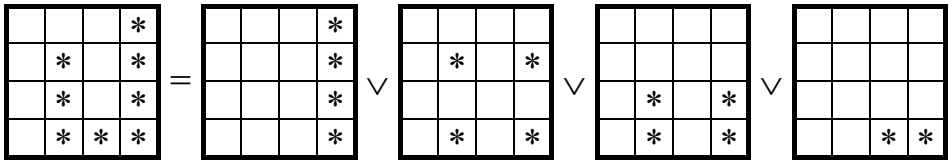
Базовые фигуры и соответствующие им логические функции представляются следующим образом:



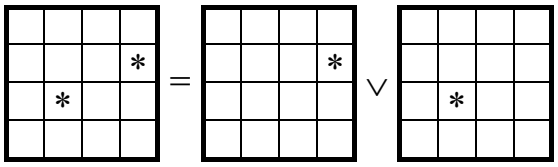
$$M_1\,(a_1a_2\,x_1x_2) = M_1\,(1234) = a_1a_2\underline{x_2} \vee a_1\underline{a_2}x_2 \vee a_1x_1\underline{x_2} \vee a_1\underline{x_1}x_2; \qquad (2.2.1)$$



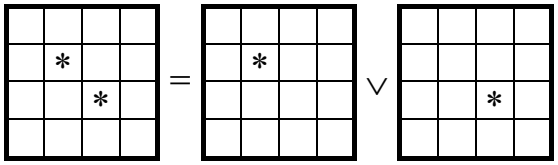
$$M_9\,(a_1a_2\,x_1x_2) = M_9\,(1234) = a_1a_2 \vee a_1x_1 \vee a_1x_2 \vee \underline{a_2}x_1x_2; \qquad (2.2.2)$$



$$M_{17}\,(a_1a_2\,x_1x_2) = M_{17}\,(1234) = a_1a_2 \vee a_1x_1 \vee a_1x_2 \vee a_2x_1x_2; \qquad (2.2.3)$$



$$L_1\,(a_1a_2\,x_1x_2) = L_1\,(1234) = a_1a_2\,x_1\underline{x}_2 \vee a_1\underline{a}_2\underline{x}_1x_2; \qquad (2.2.4)$$



$$L_{17}\,(a_1a_2\,x_1x_2) = L_{17}\,(1234) = a_1\underline{a}_2\,x_1\underline{x}_2 \vee \underline{a}_1a_2\underline{x}_1x_2. \qquad (2.2.5)$$

Размещая каждую из этих фигур в головную часть таблиц поиска их симметрий (см. табл. 1.1, 1.2 прил. 1 первой главы), получим все изменения входных сигналов ($a_1\ a_2\ x_1\ x_2$) ≡ (1 2 3 4), которые определяют соответствующие геометрические фигуры, их имена и логические функции, покрывающие эти фигуры. Результаты таких процедур представлены в прил. 9 настоящей главы.

Возможности использования данных прил. 9 отложим до рассмотрения разбивки на классы и подклассы всех совершенных кодов настоящего основания.

Все сказанное выше может быть выполнено и для исправления одиночных ошибок в контрольных разрядах совершенного кода. Для этого необходимо воспользоваться прил. 5 и выполнить все предыдущие операции, которые производились нами с данными прил. 4. Однако в этом нет большой практической ценности, поскольку, имея исправленные сигналы информационных разрядов, весьма просто через простые кодирующие устройства, как показано в разд. 1.1, определить все исправленные контрольные разряды.

Вопрос здесь стоит только в достигаемом быстродействии. Для сверхвысокого быстродействия исправление информационных и контрольных разрядов может выполняться параллельно, и в этом случае можно воспользоваться прил. 5 с последующим выполнением всех представленных выше процедур синтеза.

Другой случай использования прил. 5 может быть вызван совмещением задачи исправления ошибок со схемным резервированием, когда необходимо иметь все параллельно работающие схемы, исправляющие ошибки в информационной и контрольной частях системы. Однако это выходит за рамки настоящей работы.

2.3. Классы совершенных кодов основания n = 16

Разбивка кодов на классы будет производится нами исходя из использования фигур, например M_1 – M_{40} первого информационного разряда, где к одному классу кодов будут относиться совершенные коды, имеющие одинаковые фигуры, которые определенным образом для данного класса размещаются в ячейках трехмерного пространства координат a_3, a_4, x_3. Таким путем на основании приложения 4(a'_1) этой главы определяются шесть классов совершенных кодов основания n = 16.

Все классы совершенных кодов этого основания (M_1 – M_8, M_9 – M_{16}, M_{17} – M_{20}, M_{21} – M_{24}, M_{25} – M_{32}, M_{33} – M_{40}) представлены в табл. 2.1, где также указаны номера кодов для каждого класса.

Таблица 2.1

M_1 – M_8, N										
$F(a_3\, a_4\, x_3)$	1	2	3	4	5	6	7	8		
$F(a_4\, a_3\, x_3)$	79	80	81	82	83	84	85	86		
$F(x_3\, a_4\, a_3)$	47	48	49	50	51	52	167	168		
$F(a_3\, x_3\, a_4)$	15	16	17	18	19	20	159	160		
$F(a_4\, x_3\, a_3)$	125	126	127	128	129	130	185	186		
$F(x_3\, a_3\, a_4)$	93	94	95	96	97	98	177	178		
M_9 – M_{16}, N										
$G(a_3\, a_4\, x_3)$	9	10	11	12	13	14	157	158		
$G(a_4\, a_3\, x_3)$	87	88	89	90	91	92	175	176		
$G(x_3\, a_4\, a_3)$	61	62	63	64	65	66	169	170		
$G(a_3\, x_3\, a_4)$	35	36	37	38	39	40	163	164		
$G(a_4\, x_3\, a_3)$	139	140	141	142	143	144	187	188		
$G(x_3\, a_3\, a_4)$	113	114	115	116	117	118	181	182		
M_{17} – M_{20}, N										
$H(a_3\, a_4\, x_3)$	21	24	25	162						
$H(a_4\, a_3\, x_3)$	99	102	103	180						
$Q(a_3\, a_4\, x_3)$	67	71								
$Q(a_4\, a_3\, x_3)$	145	148								
$S(a_3\, a_4\, x_3)$	70	172								
$S(a_4\, a_3\, x_3)$	149	190								
M_{21} – M_{24}, N										
$T(a_3\, a_4\, x_3)$	22	23								
$T(a_4\, a_3\, x_3)$	100	101	104	179						
$U(a_3\, a_4\, x_3)$	26	161								
$V(a_3\, a_4\, x_3)$	68	69	72	171						
$V(a_4\, a_3\, x_3)$	146	147	150	189						

Продолжение табл. 2.1

$M_{25} – M_{32}$, N										
$W(a_3\, a_4\, x_3)$	27	28	29	30	31	32	33	34		
$W(a_4\, a_3\, x_3)$	105	106	107	108	109	110	111	112		
$W(a_3\, x_3\, a_4)$	41	42	43	44	45	46	165	166		
$W(x_3\, a_3\, a_4)$	119	120	121	122	123	124	183	184		
$M_{33} – M_{40}$, N										
$Y(a_3\, a_4\, x_3)$	53	54	55	56	57	58	59	60		
$Y(a_4\, a_3\, x_3)$	131	132	133	134	135	136	137	138		
$Y(x_3\, a_4\, a_3)$	151	152	153	154	155	156	191	192		
$Y(a_4\, x_3\, a_3)$	73	74	75	76	77	78	173	174		

В каждом из классов ($M_1 – M_8$), ($M_9 – M_{16}$) и ($M_{17} – M_{20}$) содержится по шесть подклассов, в классе ($M_{21} – M_{24}$) – пять подклассов, а в классах ($M_{25} – M_{32}$), ($M_{33} – M_{40}$) – по четыре подкласса.

Повороты относительно осей симметрии трехмерного цифро-векторного пространства координат определяют в каждом из классов подклассы. Общее количество логических функций в трехмерном цифровом пространстве, образуемых из базовой логической функции, равно $S_k = 2^k(k!) = 48$.

В табл. 2.2 приведены положения векторов координат трехмерного цифрового пространства, где для каждого положения векторов показано, например, расположение множеств $M_1 – M_8$ в ячейках этого пространства. Для экономии места эти множества заменены цифрами ($M_1 \equiv 1$, $M_2 \equiv 2$, $M_3 \equiv 3$, $M_4 \equiv 4$, $M_5 \equiv 5$, $M_6 \equiv 6$, $M_7 \equiv 7$, $M_8 \equiv 8$).

Таблица 2.2

1 2 3 4 5 6 7 8 $a_3 a_4 x_3$	2 1 4 3 6 5 8 7 $\underline{a_3} a_4 x_3$	3 4 1 2 7 8 5 6 $a_3 \underline{a_4} x_3$	5 6 7 8 1 2 3 4 $a_3 a_4 \underline{x_3}$	4 3 2 1 8 7 6 5 $\underline{a_3} \underline{a_4} x_3$	6 5 8 7 2 1 4 3 $\underline{a_3} a_4 \underline{x_3}$	7 8 5 6 3 4 1 2 $a_3 \underline{a_4} \underline{x_3}$	8 7 6 5 4 3 2 1 $\underline{a_3} \underline{a_4} \underline{x_3}$
1 3 2 4 5 7 6 8 $a_4 a_3 x_3$	3 1 4 2 7 5 8 6 $\underline{a_4} a_3 x_3$	2 4 1 3 6 8 5 7 $a_4 \underline{a_3} x_3$	5 7 6 8 1 3 2 4 $a_4 a_3 \underline{x_3}$	4 2 3 1 8 6 7 5 $\underline{a_4} \underline{a_3} x_3$	7 5 8 6 3 1 4 2 $\underline{a_4} a_3 \underline{x_3}$	6 8 5 7 2 4 1 3 $a_4 \underline{a_3} \underline{x_3}$	8 6 7 5 4 2 3 1 $\underline{a_4} \underline{a_3} \underline{x_3}$
1 5 3 7 2 6 4 8 $x_3 a_4 a_3$	5 1 7 3 6 2 8 4 $\underline{x_3} a_4 a_3$	3 7 1 5 4 8 2 6 $x_3 \underline{a_4} a_3$	2 6 4 8 1 5 3 7 $x_3 a_4 \underline{a_3}$	7 3 5 1 8 4 6 2 $\underline{x_3} \underline{a_4} a_3$	6 2 8 4 5 1 7 3 $\underline{x_3} a_4 \underline{a_3}$	4 8 2 6 3 7 1 5 $x_3 \underline{a_4} \underline{a_3}$	8 4 6 2 7 3 5 1 $\underline{x_3} \underline{a_4} \underline{a_3}$
1 2 5 6 3 4 7 8 $a_3 x_3 a_4$	2 1 6 5 4 3 8 7 $\underline{a_3} x_3 a_4$	5 6 1 2 7 8 3 4 $a_3 \underline{x_3} a_4$	3 4 7 8 1 2 5 6 $a_3 x_3 \underline{a_4}$	6 5 2 1 8 7 4 3 $\underline{a_3} \underline{x_3} a_4$	4 3 8 7 2 1 6 5 $\underline{a_3} x_3 \underline{a_4}$	7 8 3 4 5 6 1 2 $a_3 \underline{x_3} \underline{a_4}$	8 7 4 3 6 5 2 1 $\underline{a_3} \underline{x_3} \underline{a_4}$
1 3 5 7 2 4 6 8 $a_4 x_3 a_3$	3 1 7 5 4 2 8 6 $\underline{a_4} x_3 a_3$	5 7 1 3 6 8 2 4 $a_4 \underline{x_3} a_3$	2 4 6 8 1 3 5 7 $a_4 x_3 \underline{a_3}$	7 5 3 1 8 6 4 2 $\underline{a_4} \underline{x_3} a_3$	4 2 8 6 3 1 7 5 $\underline{a_4} x_3 \underline{a_3}$	6 8 2 4 5 7 1 3 $a_4 \underline{x_3} \underline{a_3}$	8 6 4 2 7 5 3 1 $\underline{a_4} \underline{x_3} \underline{a_3}$
1 5 2 6 3 7 4 8 $x_3 a_3 a_4$	5 1 6 2 7 3 8 4 $\underline{x_3} a_3 a_4$	2 6 1 5 4 8 3 7 $x_3 \underline{a_3} a_4$	3 7 4 8 1 5 2 6 $x_3 a_3 \underline{a_4}$	6 2 5 1 8 4 7 3 $\underline{x_3} \underline{a_3} a_4$	7 3 8 4 5 1 6 2 $\underline{x_3} a_3 \underline{a_4}$	4 8 3 7 2 6 1 5 $x_3 \underline{a_3} \underline{a_4}$	8 4 7 3 6 2 5 1 $\underline{x_3} \underline{a_3} \underline{a_4}$

Исходя из этого положения, в каждом из подклассов выбирается базовая логическая функция, которая характеризуется покрытием геометрического образа исправленных сигналов разрядов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые соответственно приведены в прил. 4 (a'_1) – 4(a'_4).

В качестве базовой логической функции выбирается, например, функция в координатах $a_3a_4x_3$, которая определяет первый подкласс класса.

Поясним сказанное на примере совершенного кода N 1 для первого подкласса класса (M_1 – M_8) табл. 2.1.

N 1

a_4 a_3 a_2 a_1 x_1 x_2 x_3

00	00	00	03	00	05	14	07	00	09	14	11	14	13	14	14
00	09	02	07	04	07	07	07	09	09	10	09	12	09	14	07
00	05	02	11	05	05	06	05	08	11	11	11	12	05	14	11
02	01	02	02	12	05	02	07	12	09	02	11	12	12	12	15
00	03	03	03	04	13	06	03	08	13	10	03	13	13	14	13
04	01	10	03	04	04	04	07	10	09	10	10	04	13	10	15
08	01	06	03	06	05	06	06	08	08	08	11	08	13	06	15
01	01	02	01	04	01	06	15	08	01	10	15	12	15	15	15

0	7	3	4
5	2	6	1
6	1	5	2
3	4	0	7

			*		*		*		*		*		*		
	*		*		*	*	*	*	*		*		*		*
	*		*	*	*		*		*	*	*		*		*
	*				*		*		*		*				*
	*	*	*		*		*		*		*	*	*		*
	*		*				*		*				*		*
	*		*		*						*		*		*
*	*		*		*		*		*		*		*	*	*

a'_1

			*			*	*			*	*	*		*	*
		*	*		*	*	*			*				*	*
		*	*			*			*	*	*			*	*
*		*	*			*	*			*	*				*
	*	*	*			*	*			*	*			*	
		*	*				*	*		*	*			*	*
		*	*	*		*	*				*			*	*
		*				*	*			*	*		*	*	*

a'_2

					*	*	*			*		*	*	*	*
			*	*	*	*	*					*		*	*
	*			*	*	*	*					*	*	*	
				*	*	*	*					*	*	*	*
				*	*		*	*				*	*	*	*
				*	*	*			*			*	*	*	*
*				*	*	*	*					*	*		*
		*		*	*	*	*						*	*	*
				*		*	*				*	*	*	*	*

a'_3

						*			*	*	*	*	*	*	*
	*							*	*	*	*	*	*	*	
			*					*	*	*	*	*		*	*
				*				*	*		*	*	*	*	*
					*			*	*	*		*	*	*	*
								*	*	*	*		*	*	*
*								*	*			*	*		*
							*	*		*	*	*	*	*	*

a'_4

a_4 a_3

N 1

x_3

M_1	M_2	M_3	M_4
M_5	M_6	M_7	M_8

a'_1 $F_1(a_3a_4x_3)$

P_1	P_2	P_3	P_4
P_5	P_6	P_7	P_8

a'_2 $F_2(a_3a_4x_3)$

L_1	$\underline{L}_8$	L_2	$\underline{L}_7$
L_3	$\underline{L}_6$	L_4	$\underline{L}_5$

a'_3 $F_3(a_3a_4x_3)$

L_7	L_2	$\underline{L}_8$	$\underline{L}_1$
L_5	L_4	$\underline{L}_6$	$\underline{L}_3$

$F_4(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.3

На рис. 2.3 приведены геометрические образы сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые эквивалентны соответственно логическим функциям этих исправленных сигналов – $F_1(a_3a_4x_3)$, $F_2(a_3a_4x_3)$, $F_3(a_3a_4x_3)$, $F_4(a_3a_4x_3)$.

Геометрическое представление этих логических зависимостей в функции множеств $M_1 – M_8$, $P_1 – P_8$, $L_1 – L_8$ также изображено на этом рисунке в координатах пространства $a_3a_4x_3$.

Расположение множеств под одним номером индекса i для первого и второго разрядов $M_1 – M_8$ и $P_1 – P_8$ в ячейках трехмерного пространства для всех совершенных кодов основания n = 16 одинаково (M_i, P_i). Номера же индексов множеств для третьего L_i и четвертого R_i (L_i) разрядов имеют для каждого класса определенную неизменную связь с номерами индексов множеств первого разряда. Причем в ячейках третьего и четвертого разрядов располагаются множества из одного ряда L_i.

Для класса совершенных кодов ($M_1 – M_8$) эта связь определяется рис. 2.3 и представляется табл. 2.3.

Таблица 2.3

M_i, P_i	1	2	3	4	5	6	7	8
L_i	1	8	2	7	3	6	4	5
R_i (L_i)	7	2	8	1	5	4	6	3

Подобные таблицы составляются для каждого класса множеств, которые приведены в прил. 10. Зная расположение множеств M_i, P_i, L_i в ячейках многомерного пространства координат $a_3a_4x_3$ для каждого подкласса в каждом разряде a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, на основании этих таблиц и табл. 2.2 определяются все повороты относительно осей этого пространства, которые необходимо выполнить для того, чтобы базовые логические функции, например для класса совершенных кодов ($M_1 – M_8$) – $F_1(a_3a_4x_3)$, $F_2(a_3a_4x_3)$, $F_3(a_3a_4x_3)$, $F_4(a_3a_4x_3)$, были использованы для покрытия конкретных фигур подклассов. Все эти повороты для каждого класса приведены в прил. 10.

Следовательно, необходимо определить все базовые логические функции, определяющие покрытие соответствующих фигур для каждого класса совершенных кодов.

При нумерации этих функций (см. табл. 2.1) для каждого разряда сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые будут представлены нами в подразд. 2.3.1–2.3.6, первым будет указываться номер соответствующего раздела, вторым – порядковый номер сигналов разрядов базовой логической функции. В первых двух классах ($M_1 – M_8$), ($M_9 – M_{16}$), где базовых функций по одной $F(a_3\,a_4\,x_3)$ и $G(a_3\,a_4\,x_3)$, таких номеров по четыре, в третьем и четвертом классах ($M_{17} – M_{20}$), ($M_{21} – M_{22}$), где базовых функций по три $H(a_3\,a_4\,x_3)$, $Q(a_3\,a_4\,x_3)$, $S(a_3\,a_4\,x_3)$, таких номеров будет по двенадцать, а в пятом и шестом классах ($M_{25} – M_{32}$), ($M_{33} – M_{40}$), где так же, как в первых двух классах, содержится по одной базовой функции, – по четыре.

2.3.1. Логические функции класса множеств ($M_1 – M_8$)

На основании фигур рис. 2.3 несложно определить, что для сигнала a'_1 множества M_1, M_4, M_6, M_7 являются подмножествами множеств M_2, M_3, M_5, M_8. Эти соотношения представляются следующими выражениями: $M_2 \subset M_1$, $M_2 \subset M_4$, $M_2 \subset M_6$; $M_3 \subset M_1$, $M_3 \subset M_4$, $M_3 \subset M_7$; $M_5 \subset M_1$, $M_5 \subset M_6$, $M_5 \subset M_7$; $M_8 \subset M_4$, $M_8 \subset M_6$, $M_8 \subset M_7$.

Принципиальная схема для сигнала a'_1 определяется логической зависимостью

$$a'_1 = F_1(a_3a_4x_3) = M_1\underline{a}_3\underline{a}_4 \vee M_2a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_3\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee M_4a_3a_4 \vee M_5\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee \vee M_6a_3\underline{a}_4 \vee M_7\underline{a}_3a_4 \vee M_8a_3a_4x_3. \quad (2.3.1.1)$$

Эта логическая функция $F_1(a_3a_4x_3)$ является дизъюнкцией восьмого ранга и состоит из четырех конъюнкций третьего ранга и четырех конъюнкций четвертого ранга. Обозначим такую принципиальную схему под именем «первая». Соотношения множеств M_i позволяют в функции (2.3.1.1) выполнять следующие подстановки конъюнкций третьего ранга:

$$M_1\underline{a}_3\underline{a}_4 \equiv M_1\underline{a}_3\underline{x}_3 \equiv M_1\underline{a}_4\underline{x}_3;\ M_4a_3a_4 \equiv M_4a_3\underline{x}_3 \equiv M_4a_4\underline{x}_3;$$
$$M_6a_3\underline{a}_4 \equiv M_6a_3x_3 \equiv M_6\underline{a}_4x_3;\ M_7\underline{a}_3a_4 \equiv M_7\underline{a}_3x_3 \equiv M_4a_4x_3.$$

Следовательно, число эквивалентных функций $F_1(a_3a_4x_3)$ будет определяться числом $3^3 = 81$.

Для сигнала a'_2 все множества P_i не имеют взаимных подмножеств, следовательно, логическая функция $F_2(a_3a_4x_3)$ будет являться дизъюнкцией восьмого ранга и состоит из восьми конъюнкций четвертого ранга. Обозначим такую принципиальную схему, соответствующую этой функции, под именем «вторая».

$$a'_2 = F_2(a_3a_4x_3) = P_1\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_2a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_3\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee P_4a_3a_4\underline{x}_3 \vee P_5\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee \vee P_6a_3\underline{a}_4x_3 \vee P_7\underline{a}_3a_4x_3 \vee P_8a_3a_4x_3. \quad (2.3.1.2)$$

Для сигнала a'_3 множества L_1, L_2, L_3, L_4 – это подмножества множеств $\underline{L}_8$, $\underline{L}_7$, $\underline{L}_6$, $\underline{L}_5$ ($\underline{L}_8 \subset L_1$, $\underline{L}_7 \subset L_2$, $\underline{L}_6 \subset L_3$, $\underline{L}_5 \subset L_4$), а логическая функция $F_3(a_3a_4x_3)$ представляется дизъюнкцией восьмого ранга и состоит из четырех конъюнкций третьего ранга и четырех конъюнкций четвертого ранга и имеет имя «первая». Данная логическая функция не имеет эквивалентной записи.

$$a'_3 = F_3(a_3a_4x_3) = L_1\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_8a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee L_2a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_7a_3a_4\underline{x}_3 \vee L_3\underline{a}_4x_3 \vee \underline{L}_6a_3\underline{a}_4x_3 \vee \vee L_4\underline{a}_3a_4 \vee \underline{L}_5a_3a_4x_3. \quad (2.3.1.3)$$

Для сигнала a'_4 множества L_7, L_2, L_5, L_4 – это подмножества множеств $\underline{L}_8$, $\underline{L}_1$, $\underline{L}_6$, $\underline{L}_3$ ($\underline{L}_8 \subset L_7$, $\underline{L}_1 \subset L_2$, $\underline{L}_6 \subset L_5$, $\underline{L}_3 \subset L_4$), а логическая функция $F_3(a_3a_4x_3)$ представляется дизъюнкцией восьмого ранга и состоит из четырех конъюнкций третьего ранга и четырех конъюнкций четвертого ранга с именем функции без эквивалентной записи «первая».

$$a'_4 = F_4(a_3a_4x_3) = L_7\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee L_2a_3\underline{x}_3 \vee \underline{L}_8\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_1a_3a_4\underline{x}_3 \vee L_5\underline{a}_3x_3 \vee L_4a_3x_3 \vee \vee \underline{L}_6\underline{a}_3a_4x_3 \vee \underline{L}_3a_3a_4x_3. \quad (2.3.1.4)$$

Все логические функции от i = 1 до i = 4 [$F_i(a_3\,a_4\,x_3)$, $F_i(a_4a_3x_3)$, $F_i(x_3a_4a_3)$, $F_i(a_3x_3\,a_4)$, $F_i(a_4x_3a_3)$, $F_i(x_3a_3a_4)$] подклассов класса множеств (M_1 – M_8) определяются зависимостями (2.3.1.1) – (2.3.1.4), где осуществляется соответствующая замена входных сигналов относительно базовой логической функции $F_i(a_3a_4x_3)$ кода N 1 в соответствии с прил. 10 этой главы.

2.3.2. Логические функции класса множеств (M_9 – M_{16})

В качестве базовых логических функций подклассов класса множеств (M_9 – M_{16}) в соответствии с табл. 2.1 нами используются логические функции $G_1(a_3a_4x_3)$ – $G_4(a_3a_4x_3)$ кода N 9.

На рис. 2.4 приведены геометрические образы сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые эквивалентны соответственно логическим функциям этих исправленных сигналов – $G_1(a_3a_4x_3)$, $G_2(a_3a_4x_3)$, $G_3(a_3a_4x_3)$, $G_4(a_3a_4x_3)$.

На основании фигур рис. 2.4 следует, что для сигнала первого разряда a'_1 множества M_9 –M_{16} не имеют взаимных подмножеств, следовательно, логическая функция $G_1(a_3a_4x_3)$ является дизъюнкцией восьмого ранга и состоит из восьми конъюнкций четвертого ранга и функция (2.3.2.1), как условились ранее, имеет имя «вторая».

$$a'_1 = G_1(a_3a_4x_3) = M_9\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{10}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{11}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee M_{12}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee M_{13}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{14}a_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{15}\underline{a}_3a_4x_3 \vee M_{16}a_3a_4x_3. \quad (2.3.2.1)$$

Для сигнала a'_2 множества P_9, P_{12}, P_{14}, P_{15} являются подмножествами множеств P_{10}, P_{11}, P_{13}, P_{16}. Эти соотношения представляются следующими выражениями: $P_{10} \subset P_9$, $P_{10} \subset P_{14}$, $P_{10} \subset P_{12}$; $P_{11} \subset P_9$, $P_{11} \subset P_{12}$, $P_{11} \subset P_{15}$; $P_{13} \subset P_9$, $P_{13} \subset P_{14}$, $P_{13} \subset P_{15}$; $P_{16} \subset P_{14}$, $P_{13} \subset P_{15}$, $P_{13} \subset P_{12}$.

Принципиальная схема для сигнала a'_2 определяется логической зависимостью

$$a'_2 = G_2(a_3a_4x_3) = P_9\underline{a}_3\underline{a}_4 \vee P_{10}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{11}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee P_{12}a_3a_4 \vee \vee P_{13}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{14}a_3\underline{a}_4 \vee P_{15}\underline{a}_3a_4 \vee P_{16}a_3a_4x_3. \quad (2.3.2.2)$$

Эта логическая функция $G_2(a_3a_4x_3)$ является дизъюнкцией восьмого ранга и состоит из четырех конъюнкций третьего ранга, четырех конъюнкций четвертого ранга, а функция обозначается как «первая». Соотношения множеств P_i позволяют в функции (2.3.2.2) выполнять подстановки конъюнкций третьего ранга

$$P_9\underline{a}_3\underline{a}_4 \equiv P_9\underline{a}_3\underline{x}_3 \equiv P_9\underline{a}_4\underline{x}_3;\ P_{12}a_3a_4 \equiv P_{12}a_3\underline{x}_3 \equiv P_{12}a_4\underline{x}_3;$$
$$P_{14}a_3\underline{a}_4 \equiv P_{14}a_3x_3 \equiv P_{14}\underline{a}_4x_3;\ P_{15}\underline{a}_3a_4 \equiv P_{15}\underline{a}_3x_3 \equiv P_{15}a_4x_3,$$

что гарантирует получение 81 эквивалентной схемы.

Для сигнала a'_3 множества L_9, L_{10}, L_{11}, L_{12} выступают как подмножества множеств $\underline{L}_{13}$, $\underline{L}_{14}$, $\underline{L}_{15}$, $\underline{L}_{16}$ ($\underline{L}_{13} \subset L_{10}$, $\underline{L}_{14} \subset L_9$, $\underline{L}_{15} \subset L_{12}$, $\underline{L}_{16} \subset L_{11}$), а логическая функция $G_3(a_3a_4x_3)$ представляется дизъюнкцией восьмого ранга и состоит из четырех конъюнкций третьего ранга и четырех конъюнкций четвертого ранга (2.3.2.3) с именем функции «первая» без эквивалентной записи.

$$a'_3 = G_3(a_3a_4x_3) = L_9\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{14}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee L_{10}a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{13}a_3a_4\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ L_{11}\underline{a}_4x_3 \vee \underline{L}_{16}a_3\underline{a}_4x_3 \vee L_{12}\underline{a}_3a_4 \vee \underline{L}_{15}a_3a_4x_3. \qquad (2.3.2.3)$$

Для сигнала a'_4 множества L_{10}, L_{12}, L_{13}, L_{15} выступают как подмножества множеств $\underline{L}_9$, $\underline{L}_{11}$, $\underline{L}_{14}$, $\underline{L}_{16}$ ($\underline{L}_9 \subset L_{10}$, $\underline{L}_{11} \subset L_{12}$, $\underline{L}_{14} \subset L_{13}$, $\underline{L}_{16} \subset L_{15}$), а логическая функция $G_4(a_3a_4x_3)$ представляется дизъюнкцией восьмого ранга и состоит из четырех конъюнкций третьего ранга и четырех конъюнкций четвертого ранга (2.3.2.4) с именем функции «первая» без эквивалентной записи.

$$a'_4 = G_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3) = L_{13}\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee L_{10}a_3\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{14}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_9a_3a_4\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ L_{15}\underline{a}_3x_3 \vee L_{12}a_3x_3 \vee \underline{L}_{16}\underline{a}_3a_4x_3 \vee \underline{L}_{11}a_3a_4x_3. \qquad (2.3.2.4)$$

Все логические функции от i = 1 до i = 4 [$G_i(a_3\ a_4\ x_3)$, $G_i(a_4a_3x_3)$, $G_i(x_3a_4a_3)$, $G_i(a_3x_3\ a_4)$, $G_i(a_4x_3a_3)$, $G_i(x_3a_3a_4)$] подклассов класса множеств ($M_1 - M_8$) определяются зависимостями (2.3.2.1) – (2.3.2.4), где осуществляется соответствующая замена входных сигналов относительно базовой логической функции $G_i(a_3a_4x_3)$ кода N 9 в соответствии с прил. 10 этой главы.

N 9

a_4

a_3

a_2

a_1

x_1

x_2

x_3

00	00	00	03	00	13	06	07	00	13	10	11	13	13	14	13
00	01	10	07	04	07	07	07	10	09	10	10	12	13	10	07
00	01	06	11	06	05	06	06	08	11	11	11	12	13	06	11
01	01	02	01	12	01	06	07	12	01	10	11	12	12	12	15
00	03	03	03	04	05	14	03	08	09	14	03	14	13	14	14
04	09	02	03	04	04	04	07	09	09	10	09	04	09	14	15
08	05	02	03	05	05	06	05	08	08	08	11	08	05	14	15
02	01	02	02	04	05	02	15	08	09	02	15	12	15	15	15

0	3	7	4
5	6	2	1
6	5	1	2
3	0	4	7

			*		*		*		*		*	*	*		*
	*		*		*	*	*		*				*		*
	*		*		*				*	*	*		*		*
*	*		*		*		*		*		*				*
	*	*	*		*		*		*		*		*		
	*		*				*	*	*		*		*		*
	*		*	*	*		*				*		*		*
	*				*		*		*		*		*	*	*

a'_1

			*			*	*				*			*	
		*	*		*	*	*	*		*	*			*	*
		*	*	*		*	*		*	*	*			*	*
		*				*	*			*	*				*
	*	*	*			*	*			*	*	*		*	*
		*	*				*			*				*	*
		*	*			*					*			*	*
*		*	*			*	*			*	*		*	*	*

a'_2

					*	*	*		*			*	*	*	*
			*	*	*	*	*					*	*		*
		*		*	*	*	*					*	*	*	
				*	*	*	*	*				*	*	*	
				*		*	*	*				*	*	*	*
				*	*	*				*		*	*	*	*
*				*	*	*	*					*		*	*
	*			*	*	*	*						*	*	*
				*	*		*				*	*	*	*	*

a'_3

					*				*	*	*	*	*	*	*
		*						*	*	*	*	*	*	*	
			*					*	*	*	*	*	*		*
				*				*		*	*	*	*	*	*
						*		*	*	*		*	*	*	*
	*							*	*	*	*		*	*	*
*								*	*	*	*	*		*	*
							*	*	*		*	*	*	*	*

a'_4

a_4

a_3

x_3

N 9

M_9	M_{10}	M_{11}	M_{12}
M_{13}	M_{14}	M_{15}	M_{16}

a'_1

$G_1(a_3a_4x_3)$

P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}
P_{13}	P_{14}	P_{15}	P_{16}

a'_2

$G_2(a_3a_4x_3)$

L_9	$\underline{L}_{14}$	L_{10}	$\underline{L}_{13}$
L_{11}	$\underline{L}_{16}$	L_{12}	$\underline{L}_{15}$

a'_3

$G_3(a_3a_4x_3)$

L_{13}	L_{10}	$\underline{L}_{14}$	$\underline{L}_9$
L_{15}	L_{12}	$\underline{L}_{16}$	$\underline{L}_{11}$

a'_4

$G_4(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.4

2.3.3. Логические функции класса множеств ($M_{17} – M_{20}$)

Шесть подклассов класса множеств ($M_{17} – M_{20}$) определяются в соответствии с табл. 2.1 тремя группами логических функций первого и второго подклассов – H, третьего и четвертого – Q, пятого и шестого – S. Для каждой группы подклассов используются свои базовые логические функции.

В качестве базовой логической функции первого и второго подклассов класса множеств ($M_9 – M_{16}$) используются логические функции $H_1(a_3a_4x_3)$ – $H_4(a_3a_4x_3)$ кода N 21.

На рис. 2.5 приведены геометрические образы сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые эквивалентны соответственно логическим функциям этих исправленных сигналов – $H_1(a_3a_4x_3)$, $H_2(a_3a_4x_3)$, $H_3(a_3a_4x_3)$, $H_4(a_3a_4x_3)$.

На основании фигур рис. 2.5 следует, что для сигналов первого и второго разрядов a'_1, a'_2 множества ($M_{17} – M_{20}$) и ($P_{17} – P_{20}$) не имеют взаимных подмножеств, следовательно, логические функции $H_1(a_3a_4x_3)$, $H_2(a_3a_4x_3)$ (2.3.3.1), (2.3.3.2) имеют имя «вторая».

$$a'_1 = H_1(a_3a_4x_3) = M_{17}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{19}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{18}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee M_{20}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee M_{20}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{18}a_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{19}\underline{a}_3a_4x_3 \vee M_{17}a_3a_4x_3, \quad (2.3.3.1)$$

$$a'_2 = H_2(a_3a_4x_3) = P_{17}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{19}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{18}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee P_{20}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee P_{20}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{18}a_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{19}\underline{a}_3a_4x_3 \vee P_{17}a_3a_4x_3. \quad (2.3.3.2)$$

Для сигнала третьего разряда a'_3 множества L_{17}, L_{18}, L_{19}, L_{20} выступают как подмножества множеств $\underline{L}_{18}$, $\underline{L}_{17}$, $\underline{L}_{20}$, $\underline{L}_{19}$ ($\underline{L}_{18} \subset L_{17}$, $\underline{L}_{17} \subset L_{18}$, $\underline{L}_{20} \subset L_{19}$, $\underline{L}_{19} \subset L_{20}$), а логическая функция $H_3(a_3a_4x_3)$ (2.3.3.3) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

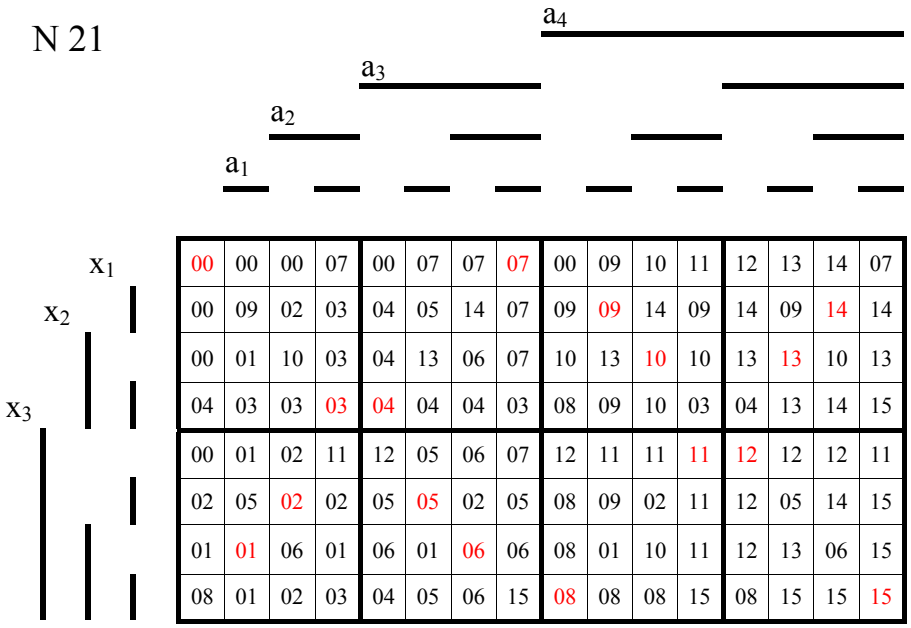
$$a'_3 = H_3(a_3a_4x_3) = L_{19}\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{20}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee L_{18}a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{17}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{17}\underline{a}_4x_3 \vee \underline{L}_{18}a_3\underline{a}_4x_3 \vee L_{20}\underline{a}_3a_4 \vee \underline{L}_{19}a_3a_4x_3. \quad (2.3.3.3)$$

Для сигнала a'_4 множества L_{17}, L_{18}, L_{19}, L_{20} выступают как подмножества множеств $\underline{L}_{20}$, $\underline{L}_{19}$, $\underline{L}_{18}$, $\underline{L}_{17}$ ($\underline{L}_{20} \subset L_{17}$, $\underline{L}_{19} \subset L_{18}$, $\underline{L}_{18} \subset L_{19}$, $\underline{L}_{17} \subset L_{20}$), а логическая функция $H_4(a_3a_4x_3)$ (2.3.3.4) называется именем «первая» без эквивалентной записи.

$$a'_4 = H_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3) = L_{17}\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee L_{18}a_3\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{20}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{19}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{19}\underline{a}_3x_3 \vee L_{20}a_3x_3 \vee \underline{L}_{18}\underline{a}_3a_4x_3 \vee \underline{L}_{17}a_3a_4x_3. \quad (2.3.3.4)$$

Сигналы a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 в остальных номерах кодов первого подкласса, а также номера кодов второго подкласса класса множеств ($M_{17} – M_{20}$) определяются по выражениям (2.3.3.1) – (2.3.3.4), где осуществляется взаимная замена сигналов a_3, a_4, x_3 относительно базовой логической функции $H_i(a_3a_4x_3)$ кода N 21 в соответствии с прил. 10 этой главы.

N 21



00	00	00	07	00	07	07	07	00	09	10	11	12	13	14	07
00	09	02	03	04	05	14	07	09	09	14	09	14	09	14	14
00	01	10	03	04	13	06	07	10	13	10	10	13	13	10	13
04	03	03	03	04	04	04	03	08	09	10	03	04	13	14	15
00	01	02	11	12	05	06	07	12	11	11	11	12	12	12	11
02	05	02	02	05	05	02	05	08	09	02	11	12	05	14	15
01	01	06	01	06	01	06	06	08	01	10	11	12	13	06	15
08	01	02	03	04	05	06	15	08	08	08	15	08	15	15	15

0	6	5	3
3	5	6	0
7	1	2	4
4	2	1	7

			*		*	*	*		*		*		*		*
	*		*		*		*	*	*		*		*		
	*		*		*		*		*			*	*		*
	*	*	*				*		*		*		*		*
	*		*		*		*		*	*	*				*
	*			*	*		*		*		*		*		*
*	*		*		*				*		*		*		*
	*		*		*		*				*		*	*	*

a'_1

			*		*	*	*			*	*			*	*
		*	*			*	*			*		*		*	*
		*	*			*	*	*		*	*			*	
	*	*	*				*			*	*			*	*
		*	*			*	*		*	*	*				*
*		*	*			*				*	*			*	*
		*		*		*	*			*	*			*	*
		*	*			*	*				*		*	*	*

a'_2

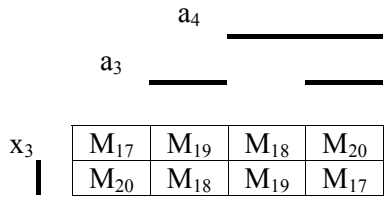
			*		*	*	*					*	*	*	*
				*	*	*	*			*		*		*	*
				*					*			*	*		*
*				*	*	*						*	*	*	*
				*	*	*	*	*				*			*
	*			*	*	*	*			*		*		*	
		*			*					*		*	*		*
				*	*	*						*	*	*	*

a'_3

									*	*	*	*	*	*	
	*					*		*	*	*	*	*	*	*	*
		*			*			*	*	*	*	*	*	*	*
								*	*	*			*	*	*
			*	*				*	*	*	*	*	*	*	*
								*	*		*	*		*	*
								*		*	*	*	*		*
*							*	*	*	*	*	*	*	*	*

a'_4

N 21



M_{17}	M_{19}	M_{18}	M_{20}
M_{20}	M_{18}	M_{19}	M_{17}

a'_1

$H_1(a_3a_4x_3)$

P_{17}	P_{19}	P_{18}	P_{20}
P_{20}	P_{18}	P_{19}	P_{17}

a'_2

$H_2(a_3a_4x_3)$

L_{19}	$\underline{L}_{20}$	L_{18}	$\underline{L}_{17}$
L_{17}	$\underline{L}_{18}$	L_{20}	$\underline{L}_{19}$

a'_3

$H_3(a_3a_4x_3)$

L_{17}	L_{18}	$\underline{L}_{20}$	$\underline{L}_{19}$
L_{19}	L_{20}	$\underline{L}_{18}$	$\underline{L}_{17}$

a'_4

$H_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3)$

Рис. 2.5

В качестве базовой логической функции третьего и четвертого подклассов класса множеств (M_9 – M_{16}) используются логические функции $Q_1(a_3a_4x_3)$ – $Q_4(a_3a_4x_3)$ кода N 67.

На рис. 2.6 приведены геометрические образы сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые эквивалентны соответственно логическим функциям этих исправленных сигналов – $Q_1(a_3a_4x_3)$, $Q_2(a_3a_4x_3)$, $Q_3(a_3a_4x_3)$, $Q_4(a_3a_4x_3)$.

На основании фигур рис. 2.6 следует, что для сигналов первого и второго разрядов a'_1, a'_2 множества (M_{17} – M_{20}) и (P_{17} – P_{20}) не имеют взаимных подмножеств, следовательно, логические функции $Q_1(a_3a_4x_3)$, $Q_2(a_3a_4x_3)$ (2.3.3.5), (2.3.3.6) имеют имя «вторая».

$$a'_1 = Q_1(a_3a_4x_3) = M_{17}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{20}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{19}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee M_{18}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee M_{18}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{19}a_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{20}\underline{a}_3a_4x_3 \vee M_{17}a_3a_4x_3, \quad (2.3.3.5)$$

$$a'_2 = Q_2(a_3a_4x_3) = P_{17}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{20}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{19}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee P_{18}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee P_{18}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{19}a_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{20}\underline{a}_3a_4x_3 \vee P_{17}a_3a_4x_3. \quad (2.3.3.6)$$

Для сигнала третьего разряда a'_3 множества L_{17}, L_{18}, L_{19}, L_{20} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{19}$, $\underline{L}_{20}$, $\underline{L}_{17}$, $\underline{L}_{18}$ ($\underline{L}_{19} \subset L_{17}$, $\underline{L}_{20} \subset \subset L_{18}$, $\underline{L}_{17} \subset L_{19}$, $\underline{L}_{18} \subset L_{20}$), а логическая функция $Q_3(a_3a_4x_3)$ (2.3.3.7) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

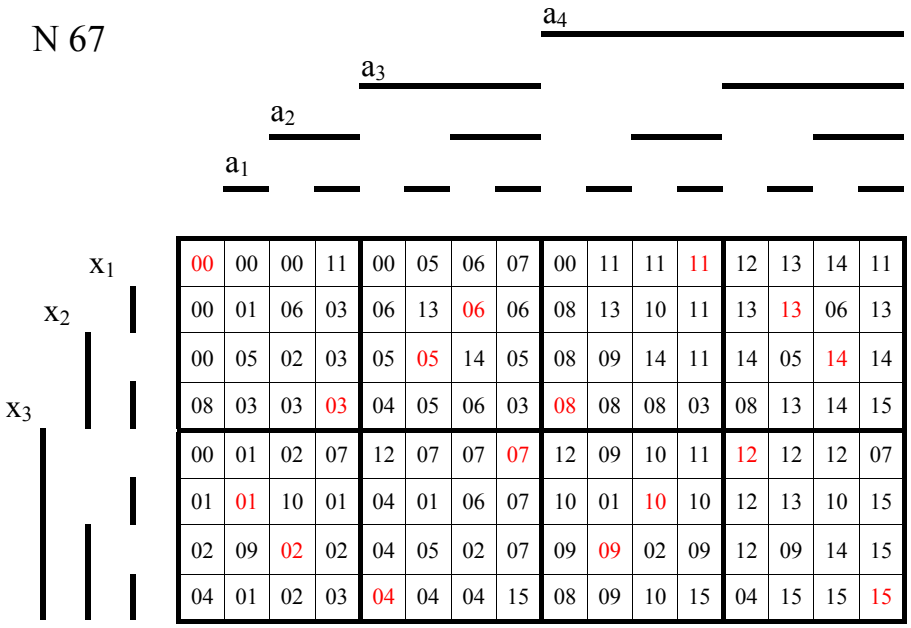
$$a'_3 = Q_3(a_3a_4x_3) = L_{18}\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{20}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee L_{17}a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{19}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{19}\underline{a}_4x_3 \vee \underline{L}_{17}a_3\underline{a}_4x_3 \vee L_{20}\underline{a}_3a_4 \vee \underline{L}_{18}a_3a_4x_3. \quad (2.3.3.7)$$

Для сигнала четвертого разряда a'_4 множества L_{17}, L_{18}, L_{19}, L_{20} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{18}$, $\underline{L}_{17}$, $\underline{L}_{20}$, $\underline{L}_{19}$ ($\underline{L}_{18} \subset L_{17}$, $\underline{L}_{17} \subset \subset L_{18}$, $\underline{L}_{20} \subset L_{19}$, $\underline{L}_{19} \subset L_{20}$), а логическая функция $Q_4(a_3a_4x_3)$ (2.3.3.8) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

$$a'_4 = Q_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3) = L_{19}\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee L_{17}a_3\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{20}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{18}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{18}\underline{a}_3x_3 \vee L_{20}a_3x_3 \vee \underline{L}_{17}\underline{a}_3a_4x_3 \vee \underline{L}_{19}a_3a_4x_3. \quad (2.3.3.8)$$

Сигналы a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 в остальных номерах кодов третьего подкласса, а также номера кодов четвертого подкласса класса множеств (M_{17} – M_{20}) определяются по выражениям (2.3.3.5) – (2.3.3.8), где осуществляется взаимная замена сигналов a_3, a_4, x_3 относительно базовой логической функции $Q_i(a_3a_4x_3)$ кода N 67 в соответствии с прил. 10 этой главы.

N 67



00	00	00	11	00	05	06	07	00	11	11	11	12	13	14	11
00	01	06	03	06	13	06	06	08	13	10	11	13	13	06	13
00	05	02	03	05	05	14	05	08	09	14	11	14	05	14	14
08	03	03	03	04	05	06	03	08	08	08	03	08	13	14	15
00	01	02	07	12	07	07	07	12	09	10	11	12	12	12	07
01	01	10	01	04	01	06	07	10	01	10	10	12	13	10	15
02	09	02	02	04	05	02	07	09	09	02	09	12	09	14	15
04	01	02	03	04	04	04	15	08	09	10	15	04	15	15	15

0	5	6	3
7	2	1	4
3	6	5	0
4	1	2	7

			*		*		*		*	*	*		*		*
	*		*		*				*		*	*	*		*
	*		*	*	*		*		*		*		*		
	*	*	*		*		*				*		*		*
	*		*		*	*	*		*		*				*
*	*		*		*		*		*				*		*
	*				*		*	*	*		*		*		*
	*		*				*		*		*		*	*	*

a'_1

			*			*	*		*	*	*			*	*
		*	*	*		*	*			*	*			*	
		*	*			*				*	*	*		*	*
	*	*	*			*	*				*			*	*
		*	*		*	*	*			*	*				*
		*				*	*	*		*	*			*	*
*		*	*			*	*			*				*	*
		*	*				*			*	*		*	*	*

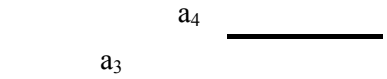
a'_2

					*	*	*					*	*	*	
		*		*	*	*	*		*			*	*	*	*
	*			*	*	*	*			*		*	*	*	*
				*	*	*							*	*	*
			*	*	*	*	*	*				*	*	*	*
				*	*	*	*		*			*	*	*	*
				*								*	*		*
*				*	*	*	*				*	*	*	*	*

a'_3

			*						*	*	*	*	*	*	*
					*			*	*	*	*	*	*		*
						*		*	*	*	*	*		*	*
*								*	*	*		*	*	*	*
				*				*	*	*	*	*	*	*	
		*						*		*	*	*	*	*	*
	*							*	*		*	*	*	*	*
							*	*	*	*	*		*	*	*

a'_4



N 67

M_{17}	M_{20}	M_{19}	M_{18}
M_{18}	M_{19}	M_{20}	M_{17}

a'_1 $Q_1(a_3a_4x_3)$

P_{17}	P_{20}	P_{19}	P_{18}
P_{18}	P_{19}	P_{20}	P_{17}

a'_2 $Q_2(a_3a_4x_3)$

L_{18}	$\underline{L}_{20}$	L_{17}	$\underline{L}_{19}$
L_{19}	$\underline{L}_{17}$	L_{20}	$\underline{L}_{18}$

a'_3 $Q_3(a_3a_4x_3)$

L_{19}	L_{17}	$\underline{L}_{20}$	$\underline{L}_{18}$
L_{18}	L_{20}	$\underline{L}_{17}$	$\underline{L}_{19}$

a'_4 $Q_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3)$

Рис. 2.6

В качестве базовой логической функции пятого и шестого подклассов класса множеств (M_9 – M_{16}) используются логические функции $S_1(a_3a_4x_3)$ – $S_4(a_3a_4x_3)$ кода N 70.

На рис. 2.7 приведены геометрические образы сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые эквивалентны соответственно логическим функциям этих исправленных сигналов – $S_1(a_3a_4x_3)$, $S_2(a_3a_4x_3)$, $S_3(a_3a_4x_3)$, $S_4(a_3a_4x_3)$ для пятого подкласса.

На основании фигур рис. 2.7 следует, что для сигналов первого и второго разрядов a'_1, a'_2 множества (M_{17} – M_{20}) и (P_{17} – P_{20}) не имеют взаимных подмножеств, следовательно, логические функции $S_1(a_3a_4x_3)$, $S_2(a_3a_4x_3)$ (2.3.3.9) – (2.3.3.10) имеют имя «вторая».

$$a'_1 = S_1(a_3a_4x_3) = M_{20}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{17}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{18}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee M_{19}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee M_{19}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{18}a_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{17}\underline{a}_3a_4x_3 \vee M_{20}a_3a_4x_3, \quad (2.3.3.9)$$

$$a'_2 = S_2(a_3a_4x_3) = P_{20}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{17}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{18}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee P_{19}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee P_{19}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{18}a_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{17}\underline{a}_3a_4x_3 \vee P_{20}a_3a_4x_3. \quad (2.3.3.10)$$

Для сигнала третьего разряда a'_3 множества L_{17}, L_{18}, L_{19}, L_{20} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{19}$, $\underline{L}_{20}$, $\underline{L}_{17}$, $\underline{L}_{18}$ ($\underline{L}_{19} \subset L_{17}$, $\underline{L}_{20} \subset \subset L_{18}$, $\underline{L}_{17} \subset L_{19}$, $\underline{L}_{18} \subset L_{20}$), а логическая функция $S_3(a_3a_4x_3)$ (2.3.3.11) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

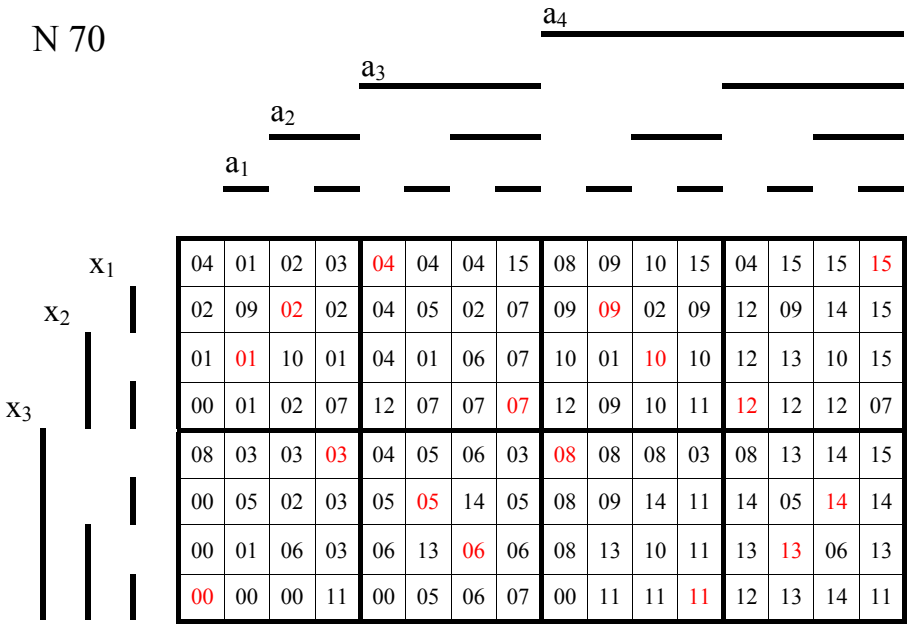
$$a'_3 = S_3(a_3a_4x_3) = L_{20}\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{18}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee L_{19}a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{17}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{17}\underline{a}_4x_3 \vee \underline{L}_{19}a_3\underline{a}_4x_3 \vee L_{18}\underline{a}_3a_4 \vee \underline{L}_{20}a_3a_4x_3. \quad (2.3.3.11)$$

Для сигнала четвертого разряда a'_4 множества L_{17}, L_{18}, L_{19}, L_{20} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{18}$, $\underline{L}_{17}$, $\underline{L}_{20}$, $\underline{L}_{19}$ ($\underline{L}_{18} \subset L_{17}$, $\underline{L}_{17} \subset \subset L_{18}$, $\underline{L}_{20} \subset L_{19}$, $\underline{L}_{19} \subset L_{20}$), а логическая функция $S_4(a_3a_4x_3)$ (2.3.3.12) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

$$a'_4 = S_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3) = L_{17}\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee L_{19}a_3\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{18}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{20}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{20}\underline{a}_3x_3 \vee L_{18}a_3x_3 \vee \underline{L}_{19}\underline{a}_3a_4x_3 \vee \underline{L}_{17}a_3a_4x_3. \quad (2.3.3.12)$$

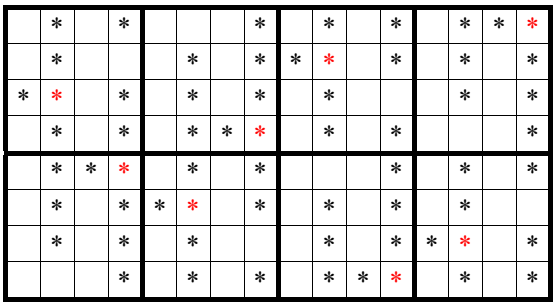
Сигналы a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 в остальных номерах кодов пятого подкласса, а также номера кодов шестого подкласса класса множеств (M_{17} – M_{20}) определяются по выражениям (2.3.3.9) – (2.3.3.12), где осуществляется взаимная замена сигналов a_3, a_4, x_3 относительно базовой логической функции $S_i(a_3a_4x_3)$ кода N 70 в соответствии с прил. 10 этой главы.

N 70

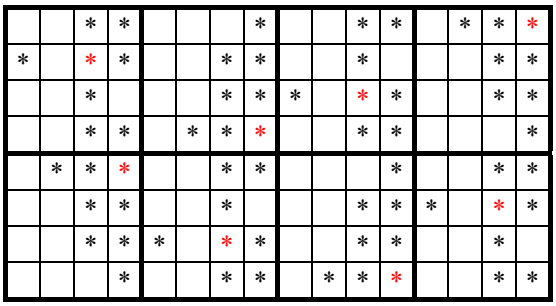


04	01	02	03	04	04	04	15	08	09	10	15	04	15	15	15
02	09	02	02	04	05	02	07	09	09	02	09	12	09	14	15
01	01	10	01	04	01	06	07	10	01	10	10	12	13	10	15
00	01	02	07	12	07	07	07	12	09	10	11	12	12	12	07
08	03	03	03	04	05	06	03	08	08	08	03	08	13	14	15
00	05	02	03	05	05	14	05	08	09	14	11	14	05	14	14
00	01	06	03	06	13	06	06	08	13	10	11	13	13	06	13
00	00	00	11	00	05	06	07	00	11	11	11	12	13	14	11

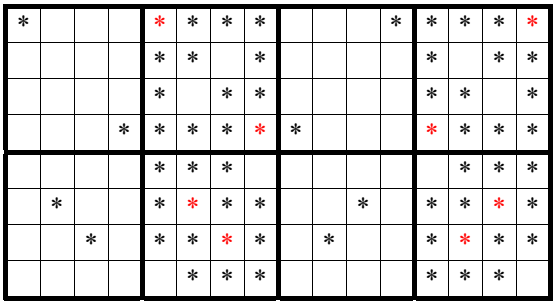
7	2	1	4
0	5	6	3
4	1	2	7
3	6	5	0



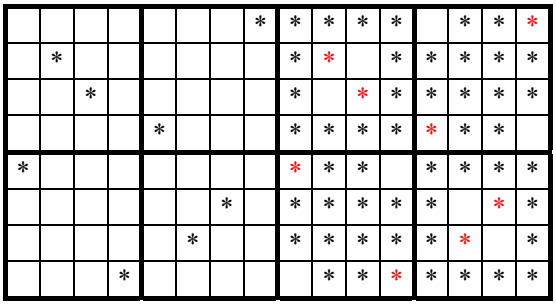
a'_1



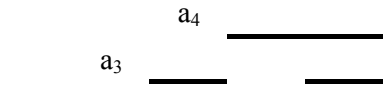
a'_2



a'_3



a'_4



N 70

M_{20}	M_{17}	M_{18}	M_{19}
M_{19}	M_{18}	M_{20}	M_{20}

a'_1 $S_1(a_3a_4x_3)$

P_{20}	P_{17}	P_{18}	P_{19}
P_{19}	P_{18}	P_{17}	P_{20}

a'_2 $S_2(a_3a_4x_3)$

L_{20}	$\underline{L}_{18}$	L_{19}	$\underline{L}_{17}$
L_{17}	$\underline{L}_{19}$	L_{18}	$\underline{L}_{20}$

a'_3 $S_3(a_3a_4x_3)$

L_{17}	L_{19}	$\underline{L}_{18}$	$\underline{L}_{20}$
L_{20}	L_{18}	$\underline{L}_{19}$	$\underline{L}_{17}$

a'_4 $S_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3)$

Рис. 2.7

2.3.4. Логические функции класса множеств (M_{21} – M_{24})

Пять подклассов класса множеств (M_{21} – M_{24}) определяются в соответствии с табл. 2.1 тремя группами логических функций первого и второго подклассов – T, третьего – U, четвертого и пятого – V. Для каждой группы подклассов используются свои базовые логические функции.

В качестве базовой логической функции первого и второго подклассов класса множеств (M_9 – M_{16}) используются логические функции $T_1(a_3a_4x_3)$ – $T_4(a_3a_4x_3)$ кода N 22.

На рис. 2.8 приведены геометрические образы сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые эквивалентны соответственно логическим функциям этих исправленных сигналов – $T_1(a_3a_4x_3)$, $T_2(a_3a_4x_3)$, $T_3(a_3a_4x_3)$, $T_4(a_3a_4x_3)$.

На основании фигур рис. 2.8 следует, что для сигналов первого и второго разрядов a'_1, a'_2 множества (M_{21} – M_{24}) и (P_{21} – P_{24}) не имеют взаимных подмножеств, следовательно, логические функции $T_1(a_3a_4x_3)$, $T_2(a_3a_4x_3)$ (2.3.4.1), (2.3.4.2) имеют имя «вторая».

$$a'_1 = T_1(a_3a_4x_3) = M_{21}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{22}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{23}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee M_{24}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee M_{24}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{23}a_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{22}\underline{a}_3a_4x_3 \vee M_{21}a_3a_4x_3, \quad (2.3.4.1)$$

$$a'_2 = T_2(a_3a_4x_3) = P_{21}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{22}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{23}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee P_{24}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee P_{24}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{23}a_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{22}\underline{a}_3a_4x_3 \vee P_{21}a_3a_4x_3. \quad (2.3.4.2)$$

Для сигнала третьего разряда a'_3 множества L_{21}, L_{22}, L_{23}, L_{24} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{24}$, $\underline{L}_{23}$, $\underline{L}_{22}$, $\underline{L}_{21}$ ($\underline{L}_{24} \subset L_{21}$, $\underline{L}_{23} \subset L_{22}$, $\underline{L}_{22} \subset L_{23}$, $\underline{L}_{21} \subset L_{24}$), а логическая функция $T_3(a_3a_4x_3)$ (2.3.4.3) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

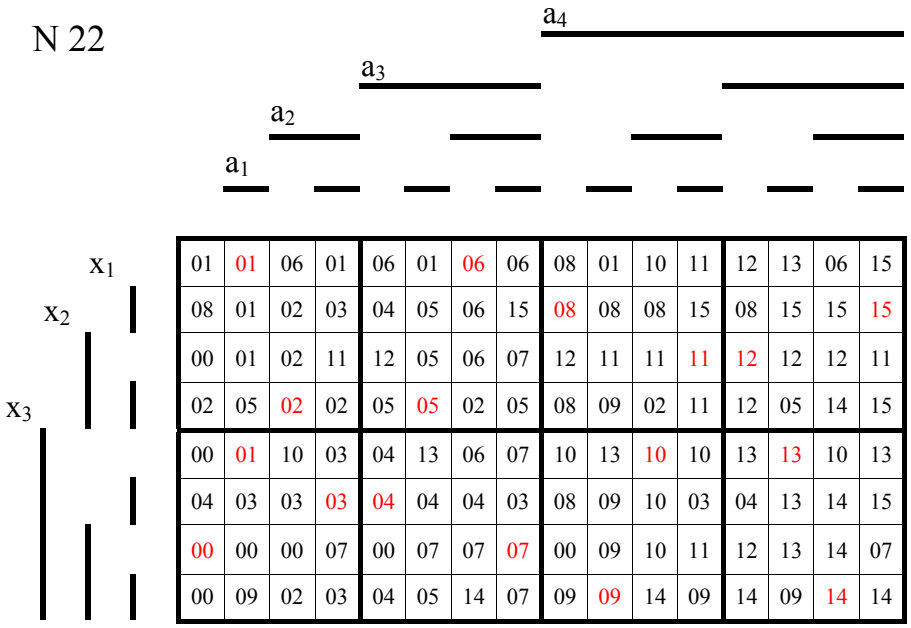
$$a'_3 = T_3(a_3a_4x_3) = L_{21}\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{24}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee L_{22}a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{23}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{23}\underline{a}_4x_3 \vee \underline{L}_{22}a_3\underline{a}_4x_3 \vee L_{24}\underline{a}_3a_4 \vee \underline{L}_{21}a_3a_4x_3. \quad (2.3.4.3)$$

Для сигнала четвертого разряда a'_4 множества L_{21}, L_{22}, L_{23}, L_{24} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{22}$, $\underline{L}_{21}$, $\underline{L}_{24}$, $\underline{L}_{23}$ ($\underline{L}_{22} \subset L_{21}$, $\underline{L}_{21} \subset L_{22}$, $\underline{L}_{24} \subset L_{23}$, $\underline{L}_{23} \subset L_{24}$), а логическая функция $T_4(a_3a_4x_3)$ (2.3.4.4) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

$$a'_4 = T_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3) = L_{23}\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee L_{22}a_3\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{24}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{21}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{21}\underline{a}_3x_3 \vee L_{24}a_3x_3 \vee \underline{L}_{22}\underline{a}_3a_4x_3 \vee \underline{L}_{23}a_3a_4x_3. \quad (2.3.4.4)$$

Сигналы a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 в остальных номерах кодов первого подкласса, а также номера кодов второго подкласса класса множеств (M_{21} – M_{24}) определяются по выражениям (2.3.4.1) – (2.3.4.4), где осуществляется взаимная замена сигналов a_3, a_4, x_3 относительно базовой логической функции $T_i(a_3a_4x_3)$ кода N 22 в соответствии с прил. 10 этой главы.

N 22



01	01	06	01	06	01	06	06	08	01	10	11	12	13	06	15
08	01	02	03	04	05	06	15	08	08	08	15	08	15	15	15
00	01	02	11	12	05	06	07	12	11	11	11	12	12	12	11
02	05	02	02	05	05	02	05	08	09	02	11	12	05	14	15
00	01	10	03	04	13	06	07	10	13	10	10	13	13	10	13
04	03	03	03	04	04	04	03	08	09	10	03	04	13	14	15
00	00	00	07	00	07	07	07	00	09	10	11	12	13	14	07
00	09	02	03	04	05	14	07	09	09	14	09	14	09	14	14

6	0	3	5
5	3	0	6
1	7	4	2
2	4	7	1

*	*		*		*				*		*		*		*
	*		*		*		*				*		*	*	*
	*		*		*		*		*	*	*				*
	*			*	*		*		*		*		*		*
	*		*		*		*		*			*	*		*
	*	*	*				*		*		*		*		*
			*		*	*	*		*				*		*
	*		*		*		*	*	*		*		*		

a'_1

		*		*		*	*			*	*			*	*
		*	*			*	*				*		*	*	*
		*	*			*	*		*	*	*				*
*		*	*			*				*	*			*	*
		*	*			*	*	*		*	*			*	
	*	*	*				*			*	*			*	*
			*		*	*	*			*	*			*	*
		*	*			*	*			*		*		*	*

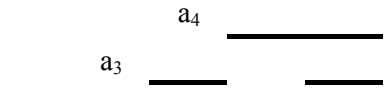
a'_2

		*		*		*	*					*	*	*	*
				*	*	*	*				*		*	*	*
				*	*	*	*	*				*	*	*	
	*			*	*		*					*	*	*	*
				*	*	*	*		*			*	*		
				*	*	*	*	*				*	*		
*												*	*		
												*	*	*	*

a'_3

								*		*	*	*	*		*
*							*	*	*	*	*	*	*	*	*
			*	*				*	*	*	*	*	*	*	*
								*	*		*	*		*	*
		*			*			*	*	*	*	*	*	*	*
								*	*	*			*	*	*
									*	*	*	*	*	*	
	*					*		*	*	*	*	*	*	*	*

a'_4



N 22

M_{21}	M_{22}	M_{23}	M_{24}
M_{24}	M_{23}	M_{22}	M_{21}

a'_1 $T_1(a_3a_4x_3)$

P_{21}	P_{22}	P_{23}	P_{24}
P_{24}	P_{23}	P_{22}	P_{21}

a'_2 $T_2(a_3a_4x_3)$

L_{21}	$\underline{L}_{24}$	L_{22}	$\underline{L}_{23}$
L_{23}	$\underline{L}_{22}$	L_{24}	$\underline{L}_{21}$

a'_3 $T_3(a_3a_4x_3)$

L_{23}	L_{22}	$\underline{L}_{24}$	$\underline{L}_{21}$
L_{21}	L_{24}	$\underline{L}_{22}$	$\underline{L}_{23}$

a'_4 $T_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3)$

Рис. 2.8

В качестве базовой логической функции третьего подкласса класса множеств (M_{21} – M_{24}) используются логические функции $U_1(a_3a_4x_3)$ – $U_4(a_3a_4x_3)$ кода N 26.

На рис. 2.9 приведены геометрические образы сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые эквивалентны соответственно логическим функциям этих исправленных сигналов – $U_1(a_3a_4x_3)$, $U_2(a_3a_4x_3)$, $U_3(a_3a_4x_3)$, $U_4(a_3a_4x_3)$.

На основании фигур рис. 2.9 следует, что для сигналов первого и второго разрядов a'_1, a'_2 множества (M_{21} – M_{24}) и (P_{21} – P_{24}) не имеют взаимных подмножеств, следовательно, логические функции $U_1(a_3a_4x_3)$, $U_2(a_3a_4x_3)$ (2.3.4.5), (2.3.4.6) имеют имя «вторая».

$$a'_1 = U_1(a_3a_4x_3) = M_{23}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{24}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{21}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee M_{22}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee M_{22}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{21}a_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{24}\underline{a}_3a_4x_3 \vee M_{23}a_3a_4x_3, \quad (2.3.4.5)$$

$$a'_2 = U_2(a_3a_4x_3) = P_{23}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{24}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{21}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee P_{22}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee P_{22}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{21}a_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{24}\underline{a}_3a_4x_3 \vee P_{23}a_3a_4x_3. \quad (2.3.4.6)$$

Для сигнала третьего разряда a'_3 множества L_{21}, L_{22}, L_{23}, L_{24} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{24}$, $\underline{L}_{23}$, $\underline{L}_{22}$, $\underline{L}_{21}$ ($\underline{L}_{24} \subset L_{21}$, $\underline{L}_{23} \subset L_{22}$, $\underline{L}_{22} \subset L_{23}$, $\underline{L}_{21} \subset L_{24}$), а логическая функция $U_3(a_3a_4x_3)$ (2.3.4.7) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

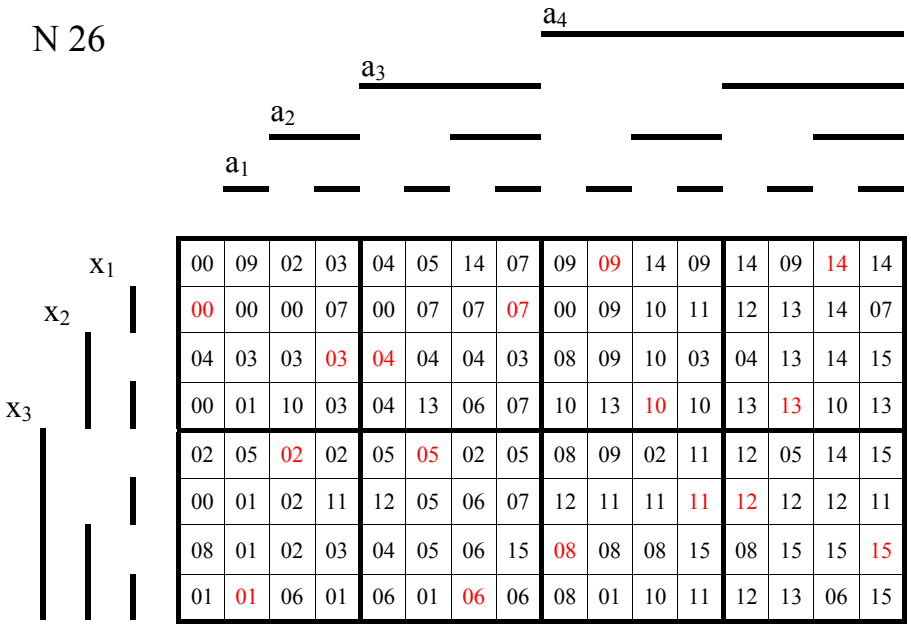
$$a'_3 = U_3(a_3a_4x_3) = L_{22}\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{23}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee L_{21}a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{24}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{24}\underline{a}_4x_3 \vee \underline{L}_{21}a_3\underline{a}_4x_3 \vee L_{23}\underline{a}_3a_4 \vee \underline{L}_{22}a_3a_4x_3. \quad (2.3.4.7)$$

Для сигнала четвертого разряда a'_4 множества L_{21}, L_{22}, L_{23}, L_{24} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{22}$, $\underline{L}_{21}$, $\underline{L}_{24}$, $\underline{L}_{23}$ ($\underline{L}_{22} \subset L_{21}$, $\underline{L}_{21} \subset L_{22}$, $\underline{L}_{24} \subset L_{23}$, $\underline{L}_{23} \subset L_{24}$), а логическая функция $U_4(a_3a_4x_3)$ (2.3.4.8) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

$$a'_4 = U_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3) = L_{24}\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee L_{21}a_3\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{23}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{22}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{22}\underline{a}_3x_3 \vee L_{23}a_3x_3 \vee \underline{L}_{21}\underline{a}_3a_4x_3 \vee \underline{L}_{24}a_3a_4x_3. \quad (2.3.4.8)$$

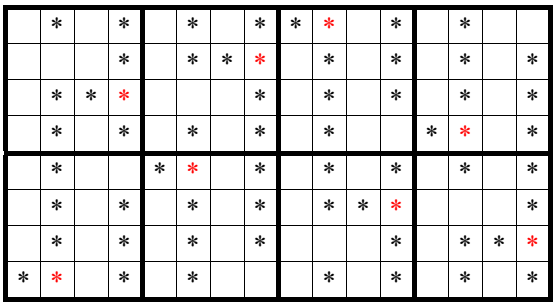
Сигналы a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 в N 161 этого подкласса определяются по выражениям (2.3.4.5) – (2.3.4.8), где осуществляется взаимная замена сигналов a_3, a_4, x_3 в соответствии с прил. 10 этой главы.

N 26

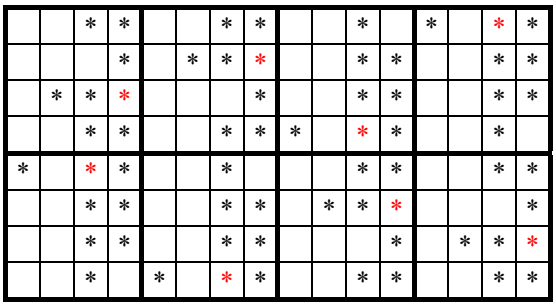


00	09	02	03	04	05	14	07	09	09	14	09	14	09	14	14
00	00	00	07	00	07	07	07	00	09	10	11	12	13	14	07
04	03	03	03	04	04	04	03	08	09	10	03	04	13	14	15
00	01	10	03	04	13	06	07	10	13	10	10	13	13	10	13
02	05	02	02	05	05	02	05	08	09	02	11	12	05	14	15
00	01	02	11	12	05	06	07	12	11	11	11	12	12	12	11
08	01	02	03	04	05	06	15	08	08	08	15	08	15	15	15
01	01	06	01	06	01	06	06	08	01	10	11	12	13	06	15

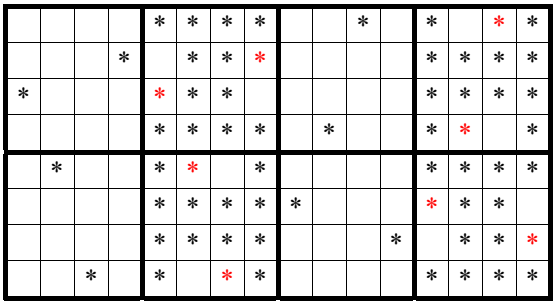
1	7	4	2
2	4	7	1
6	0	3	5
5	3	0	6



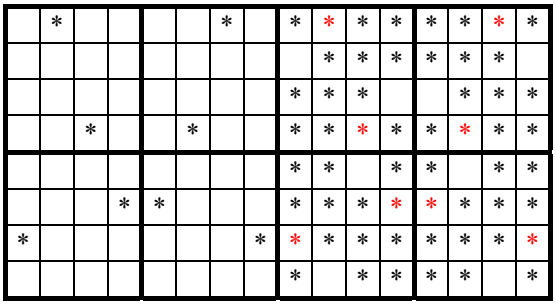
a'_1



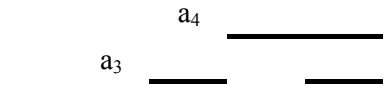
a'_2



a'_3



a'_4



N 26

M_{23}	M_{24}	M_{21}	M_{22}
M_{22}	M_{21}	M_{24}	M_{23}

a'_1 $U_1(a_3a_4x_3)$

P_{23}	P_{24}	P_{21}	P_{22}
P_{22}	P_{21}	P_{24}	P_{23}

a'_2 $U_2(a_3a_4x_3)$

L_{22}	$\underline{L}_{23}$	L_{21}	$\underline{L}_{24}$
L_{24}	$\underline{L}_{21}$	L_{23}	$\underline{L}_{22}$

a'_3 $U_3(a_3a_4x_3)$

L_{24}	L_{21}	$\underline{L}_{23}$	$\underline{L}_{22}$
L_{22}	L_{23}	$\underline{L}_{21}$	$\underline{L}_{24}$

a'_4 $U_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3)$

Рис. 2.9

В качестве базовой логической функции четвертого подкласса класса множеств (M_{21} – M_{24}) используются логические функции $V_1(a_3a_4x_3)$ – $V_4(a_3a_4x_3)$ кода N 68.

На рис. 2.10 приведены геометрические образы сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые эквивалентны соответственно логическим функциям этих исправленных сигналов – $V_1(a_3a_4x_3)$, $V_2(a_3a_4x_3)$, $V_3(a_3a_4x_3)$, $V_4(a_3a_4x_3)$.

На основании фигур рис. 2.9 следует, что для сигналов первого и второго разрядов a'_1, a'_2 множества (M_{21} – M_{24}) и (P_{21} – P_{24}) не имеют взаимных подмножеств, следовательно, логические функции $V_1(a_3a_4x_3)$, $V_2(a_3a_4x_3)$ (2.3.4.9), (2.3.4.10) имеют имя «вторая».

$$a'_1 = V_1(a_3a_4x_3) = M_{21}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{24}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{22}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee M_{23}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee M_{23}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{22}a_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{24}\underline{a}_3a_4x_3 \vee M_{21}a_3a_4x_3, \quad (2.3.4.9)$$

$$a'_2 = V_2(a_3a_4x_3) = P_{21}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{24}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{22}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee P_{23}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee P_{23}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{22}a_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{24}\underline{a}_3a_4x_3 \vee P_{21}a_3a_4x_3. \quad (2.3.4.10)$$

Для сигнала третьего разряда a'_3 множества L_{21}, L_{22}, L_{23}, L_{24} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{23}$, $\underline{L}_{24}$, $\underline{L}_{21}$, $\underline{L}_{22}$ ($\underline{L}_{23} \subset L_{21}$, $\underline{L}_{24} \subset L_{22}$, $\underline{L}_{21} \subset L_{23}$, $\underline{L}_{22} \subset L_{24}$), а логическая функция $V_3(a_3a_4x_3)$ (2.3.4.11) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

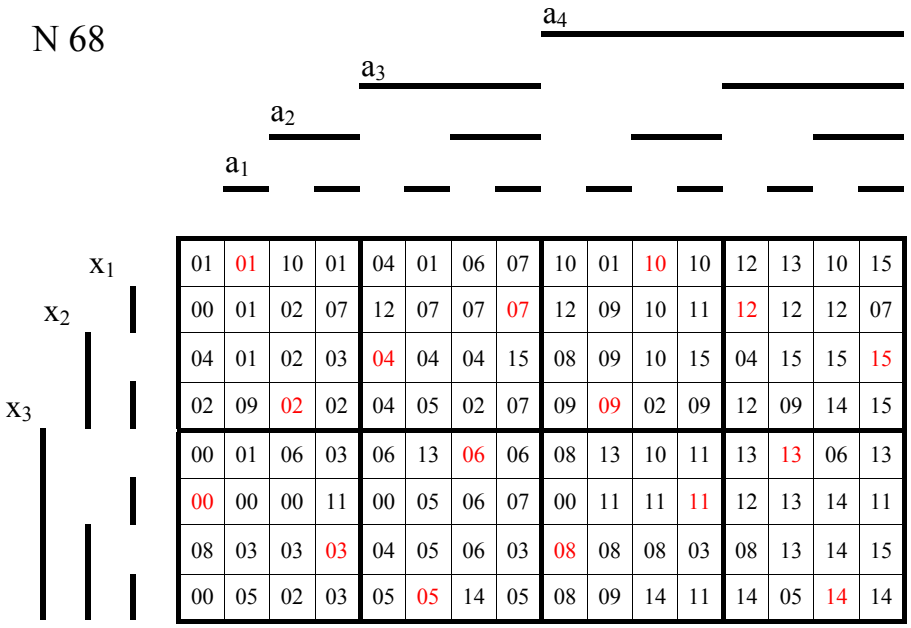
$$a'_3 = V_3(a_3a_4x_3) = L_{22}\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{24}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee L_{23}a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{21}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{21}\underline{a}_4x_3 \vee \underline{L}_{23}a_3\underline{a}_4x_3 \vee L_{24}\underline{a}_3a_4 \vee \underline{L}_{22}a_3a_4x_3. \quad (2.3.4.11)$$

Для сигнала четвертого разряда a'_4 множества L_{21}, L_{22}, L_{23}, L_{24} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{24}$, $\underline{L}_{23}$, $\underline{L}_{22}$, $\underline{L}_{21}$ ($\underline{L}_{24} \subset L_{21}$, $\underline{L}_{23} \subset L_{22}$, $\underline{L}_{22} \subset L_{23}$, $\underline{L}_{21} \subset L_{24}$), а логическая функция $V_4(a_3a_4x_3)$ (2.3.4.12) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

$$a'_4 = V_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3) = L_{21}\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee L_{23}a_3\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{24}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{22}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{22}\underline{a}_3x_3 \vee L_{24}a_3x_3 \vee \underline{L}_{23}\underline{a}_3a_4x_3 \vee \underline{L}_{21}a_3a_4x_3. \quad (2.3.4.12)$$

Сигналы a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 в остальных номерах всех кодов четвертого подкласса, множеств (M_{21} – M_{24}) определяются по выражениям (2.3.4.9) – (2.3.4.12), где осуществляется взаимная замена сигналов a_3, a_4, x_3 относительно базовой логической функции $V_i(a_3a_4x_3)$ кода N 68 в соответствии с прил. 10 этой главы.

N 68



01	01	10	01	04	01	06	07	10	01	10	10	12	13	10	15
00	01	02	07	12	07	07	07	12	09	10	11	12	12	12	07
04	01	02	03	04	04	04	15	08	09	10	15	04	15	15	15
02	09	02	02	04	05	02	07	09	09	02	09	12	09	14	15
00	01	06	03	06	13	06	06	08	13	10	11	13	13	06	13
00	00	00	11	00	05	06	07	00	11	11	11	12	13	14	11
08	03	03	03	04	05	06	03	08	08	08	03	08	13	14	15
00	05	02	03	05	05	14	05	08	09	14	11	14	05	14	14

5	0	3	6
2	7	4	1
6	3	0	5
1	4	7	2

*	*		*		*		*		*				*		*
	*		*		*	*	*		*		*				*
	*		*				*		*		*		*	*	*
	*				*		*	*	*		*		*		*
	*		*		*				*		*	*	*		*
			*		*		*		*	*	*		*		*
	*	*	*		*		*				*		*		*
	*		*	*	*		*		*		*		*		

a'1

		*				*	*	*		*	*			*	*
		*	*		*	*	*			*	*				*
		*	*				*			*	*		*	*	*
*		*	*			*	*			*				*	*
		*	*	*		*	*			*	*			*	
			*			*	*		*	*	*			*	*
	*	*	*			*	*				*			*	*
		*	*			*				*	*	*		*	*

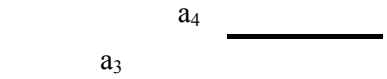
a'2

				*		*	*					*	*		*
			*	*	*	*	*	*				*	*	*	*
*				*	*	*	*				*	*	*	*	*
				*	*		*					*		*	*
		*		*	*	*	*		*			*	*	*	*
				*	*	*						*			
					*	*	*						*	*	*
	*			*	*	*	*			*		*	*	*	*

a'3

		*						*		*	*	*	*	*	*
				*				*	*	*	*	*	*	*	
							*	*	*	*	*		*	*	*
	*							*	*		*	*	*	*	*
					*			*	*	*	*	*	*		*
							*				*	*	*		
*								*	*	*		*	*	*	*
						*		*	*	*	*	*		*	*

a'4



N 68

M_{21}	M_{24}	M_{22}	M_{23}
M_{23}	M_{22}	M_{24}	M_{21}

a'1 $V_1(a_3a_4x_3)$

P_{21}	P_{24}	P_{22}	P_{23}
P_{23}	P_{22}	P_{24}	P_{21}

a'2 $V_2(a_3a_4x_3)$

L_{22}	$\underline{L}_{24}$	L_{23}	$\underline{L}_{21}$
L_{21}	$\underline{L}_{23}$	L_{24}	$\underline{L}_{22}$

a'3 $V_3(a_3a_4x_3)$

L_{21}	L_{23}	$\underline{L}_{24}$	$\underline{L}_{22}$
L_{22}	L_{24}	$\underline{L}_{23}$	$\underline{L}_{21}$

a'4 $V_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3)$

Рис. 2.10

2.3.5. Логические функции класса множеств ($M_{25} – M_{32}$)

В качестве базовых логических функций подклассов класса множеств ($M_{25} – M_{32}$) в соответствии с табл. 2.1 нами используются логические функции $W_1(a_3a_4x_3) – W_4(a_3a_4x_3)$ кода N 27.

На рис. 2.11 приведены геометрические образы сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые эквивалентны соответственно логическим функциям этих исправленных сигналов – $W_1(a_3a_4x_3)$, $W_2(a_3a_4x_3)$, $W_3(a_3a_4x_3)$, $W_4(a_3a_4x_3)$.

На основании фигур рис. 2.11 следует, что для сигнала первого разряда a'_1 множества ($M_{25} –M_{32}$), а также ($P_{25} –P_{32}$) не имеют взаимных подмножеств, следовательно, логические функции $W_1(a_3a_4x_3)$, $W_2(a_3a_4x_3)$ являют дизъюнкциями восьмого ранга и состоят из восьми конъюнкций четвертого ранга и функции (2.3.5.1), (2.3.5.2) имеют имя «вторая».

$$a'_1 = W_1(a_3a_4x_3) = M_{25}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{26}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{27}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee M_{28}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee M_{29}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{30}a_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{31}\underline{a}_3a_4x_3 \vee M_{32}a_3a_4x_3, \quad (2.3.5.1)$$

$$a'_2 = W_2(a_3a_4x_3) = P_{25}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{26}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{27}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee P_{28}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee P_{29}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{30}a_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{31}\underline{a}_3a_4x_3 \vee P_{32}a_3a_4x_3. \quad (2.3.5.2)$$

Для сигнала третьего разряда a'_3 множества L_{25}, L_{26}, L_{27}, L_{28} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{31}$, $\underline{L}_{32}$, $\underline{L}_{29}$, $\underline{L}_{30}$ ($\underline{L}_{31} \subset L_{25}$, $\underline{L}_{32} \subset L_{26}$, $\underline{L}_{29} \subset L_{27}$, $\underline{L}_{30} \subset L_{28}$), а логическая функция $W_3(a_3a_4x_3)$ (2.3.5.3) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

$$a'_3 = W_3(a_3a_4x_3) = L_{25}\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{31}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee L_{26}a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{32}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{27}\underline{a}_4x_3 \vee \underline{L}_{29}a_3\underline{a}_4x_3 \vee L_{28}\underline{a}_3a_4 \vee \underline{L}_{30}a_3a_4x_3. \quad (2.3.5.3)$$

Для сигнала четвертого разряда a'_4 множества L_{26}, L_{28}, L_{30}, L_{32} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{25}$, $\underline{L}_{27}$, $\underline{L}_{29}$, $\underline{L}_{31}$ ($\underline{L}_{25} \subset L_{26}$, $\underline{L}_{27} \subset L_{28}$, $\underline{L}_{29} \subset L_{30}$, $\underline{L}_{31} \subset L_{32}$), а логическая функция $W_4(a_3a_4x_3)$ (2.3.5.4) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

$$a'_4 = W_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3) = L_{32}\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee L_{26}a_3\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{31}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{25}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{30}\underline{a}_3x_3 \vee L_{28}a_3x_3 \vee \underline{L}_{29}\underline{a}_3a_4x_3 \vee \underline{L}_{27}a_3a_4x_3. \quad (2.3.5.4)$$

Все логические функции от i = 1 до i = 4 [$W_i(a_3a_4x_3)$, $W_i(a_4a_3x_3)$, $W_i(a_3x_3a_4)$, $W_i(x_3a_3a_4)$] подклассов класса множеств ($M_{25} – M_{32}$) определяются зависимостями (2.3.5.1) – (2.3.5.4), где осуществляется соответствующая замена входных сигналов относительно базовой логической функции $W_i(a_3a_4x_3)$ кода N 27 в соответствии с прил. 10 этой главы.

N 27

a_4

a_3

a_2

a_1

x_1

x_2

x_3

00	00	00	03	00	05	14	07	00	09	14	11	14	13	14	14
00	09	02	07	04	07	07	07	09	09	10	09	12	09	14	07
00	03	03	03	04	13	06	03	08	13	10	03	13	13	14	13
04	01	10	03	04	04	04	07	10	09	10	10	04	13	10	15
00	05	02	11	05	05	06	05	08	11	11	11	12	05	14	11
02	01	02	02	12	05	02	07	12	09	02	11	12	12	12	15
08	01	06	03	06	05	06	06	08	08	08	11	08	13	06	15
01	01	02	01	04	01	06	15	08	01	10	15	12	15	15	15

0	7	5	2
3	4	6	1
6	1	3	4
5	2	0	7

			*		*		*		*		*		*		
	*		*		*	*	*	*	*		*		*		*
	*	*	*		*		*		*		*	*	*		*
	*		*				*		*				*		*
	*		*	*	*		*		*	*	*		*		*
	*				*		*		*		*				*
	*		*		*						*		*		*
*	*		*		*		*		*		*		*	*	*

a'_1

			*			*	*			*	*	*		*	*
		*	*		*	*	*			*				*	*
	*	*	*			*	*			*	*			*	
		*	*				*	*		*	*			*	*
		*	*			*			*	*	*			*	*
*		*	*			*	*			*	*				*
		*	*	*		*	*				*			*	*
		*				*	*			*	*		*	*	*

a'_2

					*	*	*			*		*	*	*	*
			*	*	*	*	*					*		*	*
				*	*	*			*			*	*	*	*
*				*	*	*	*					*	*		*
	*			*	*	*	*					*	*	*	
				*	*	*	*					*	*		
				*	*	*			*			*	*	*	*
*				*	*	*	*					*	*		*

a'_3

						*			*	*	*	*	*	*	*
	*							*	*	*	*	*	*	*	
					*			*	*	*		*	*	*	*
		*						*	*	*	*		*	*	*
				*				*	*	*	*	*		*	*
*								*	*	*	*	*	*		*
							*	*		*	*	*	*	*	*

a'_4

a_4

a_3

x_3

N 27

M_{25}	M_{26}	M_{27}	M_{28}
M_{29}	M_{30}	M_{31}	M_{32}

a'_1 $W_1(a_3a_4x_3)$

P_{25}	P_{26}	P_{27}	P_{28}
P_{29}	P_{30}	P_{31}	P_{32}

a'_2 $W_2(a_3a_4x_3)$

L_{25}	$\underline{L}_{31}$	L_{26}	$\underline{L}_{32}$
L_{27}	$\underline{L}_{29}$	L_{28}	$\underline{L}_{30}$

a'_3 $W_3(a_3a_4x_3)$

L_{32}	L_{26}	$\underline{L}_{31}$	$\underline{L}_{25}$
L_{30}	L_{28}	$\underline{L}_{29}$	$\underline{L}_{27}$

a'_4 $W_4(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.11

2.3.6. Логические функции класса множеств ($M_{33} – M_{40}$)

В качестве базовых логических функций подклассов класса множеств ($M_{33} – M_{40}$) в соответствии с табл. 2.1 нами используются логические функции $Y_1(a_3a_4x_3) – Y_4(a_3a_4x_3)$ кода N 53.

На рис. 2.12 приведены геометрические образы сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, которые эквивалентны соответственно логическим функциям этих исправленных сигналов – $Y_1(a_3a_4x_3)$, $Y_2(a_3a_4x_3)$, $Y_3(a_3a_4x_3)$, $Y_4(a_3a_4x_3)$.

На основании фигур рис. 2.12 следует, что для сигнала первого разряда a'_1 множества ($M_{33} – M_{40}$), а также ($P_{33} – P_{40}$) не имеют взаимных подмножеств, следовательно, логические функции $Y_1(a_3a_4x_3)$, $Y_2(a_3a_4x_3)$ являются дизъюнкциями восьмого ранга и состоят из восьми конъюнкций четвертого ранга и функции (2.3.6.1), (2.3.6.2) имеют имя «вторая».

$$a'_1 = Y_1(a_3a_4x_3) = M_{33}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{34}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee M_{35}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee M_{36}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee M_{37}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{38}a_3\underline{a}_4x_3 \vee M_{39}\underline{a}_3a_4x_3 \vee M_{40}a_3a_4x_3, \quad (2.3.6.1)$$

$$a'_2 = Y_2(a_3a_4x_3) = P_{33}\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{34}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee P_{35}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee P_{36}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee P_{37}\underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{38}a_3\underline{a}_4x_3 \vee P_{39}\underline{a}_3a_4x_3 \vee P_{40}a_3a_4x_3. \quad (2.3.6.2)$$

Для сигнала третьего разряда a'_3 множества L_{33}, L_{34}, L_{35}, L_{36} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{38}$, $\underline{L}_{37}$, $\underline{L}_{40}$, $\underline{L}_{39}$ ($\underline{L}_{38} \subset L_{33}$, $\underline{L}_{37} \subset L_{34}$, $\underline{L}_{40} \subset L_{35}$, $\underline{L}_{39} \subset L_{36}$), а логическая функция $Y_3(a_3a_4x_3)$ (2.3.6.3) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

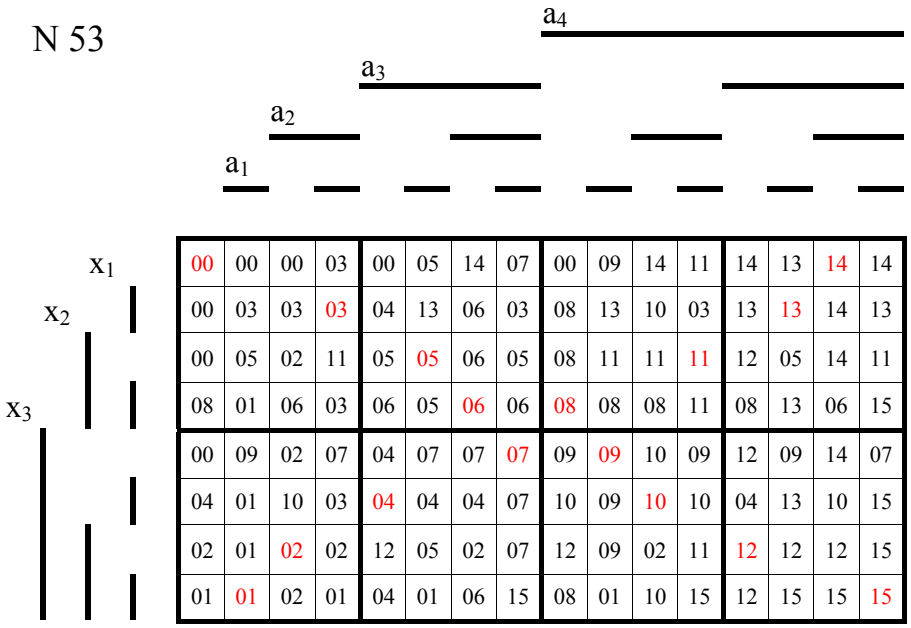
$$a'_3 = Y_3(a_3a_4x_3) = L_{33}\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{38}a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee L_{34}a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{37}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{35}\underline{a}_4x_3 \vee \underline{L}_{40}a_3\underline{a}_4x_3 \vee L_{36}\underline{a}_3a_4 \vee \underline{L}_{39}a_3a_4x_3. \quad (2.3.6.3)$$

Для сигнала четвертого разряда a'_4 множества L_{34}, L_{36}, L_{37}, L_{39} выступают соответственно как подмножества множеств $\underline{L}_{33}$, $\underline{L}_{35}$, $\underline{L}_{38}$, $\underline{L}_{40}$ ($\underline{L}_{33} \subset L_{34}$, $\underline{L}_{35} \subset L_{36}$, $\underline{L}_{38} \subset L_{37}$, $\underline{L}_{40} \subset L_{39}$), а логическая функция $Y_4(a_3a_4x_3)$ (2.3.6.4) представляется именем «первая» без эквивалентной записи.

$$a'_4 = Y_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3) = L_{37}\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee L_{34}a_3\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{38}\underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee \underline{L}_{33}a_3a_4\underline{x}_3 \vee \vee L_{39}\underline{a}_3x_3 \vee L_{36}a_3x_3 \vee \underline{L}_{40}\underline{a}_3a_4x_3 \vee \underline{L}_{35}a_3a_4x_3. \quad (2.3.6.4)$$

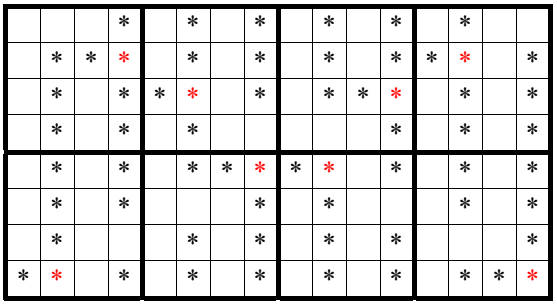
Все логические функции от i = 1 до i = 4 [$Y_i(a_3a_4x_3)$, $Y_i(a_4a_3x_3)$, $Y_i(x_3\,a_4\,a_3)$, $Y_i(a_4\,x_3\,a_3)$] подклассов класса множеств ($M_{33} – M_{40}$) определяются зависимостями (2.3.6.1) – (2.3.6.4), где осуществляется соответствующая замена входных сигналов относительно базовой логической функции $Y_i(a_3a_4x_3)$ кода N 53 в соответствии с прил. 10 этой главы.

N 53

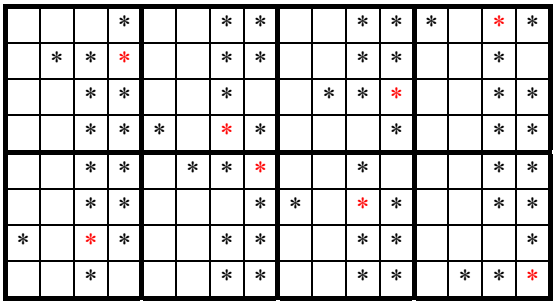


00	00	00	03	00	05	14	07	00	09	14	11	14	13	14	14
00	03	03	03	04	13	06	03	08	13	10	03	13	13	14	13
00	05	02	11	05	05	06	05	08	11	11	11	12	05	14	11
08	01	06	03	06	05	06	06	08	08	08	11	08	13	06	15
00	09	02	07	04	07	07	07	09	09	10	09	12	09	14	07
04	01	10	03	04	04	04	07	10	09	10	10	04	13	10	15
02	01	02	02	12	05	02	07	12	09	02	11	12	12	12	15
01	01	02	01	04	01	06	15	08	01	10	15	12	15	15	15

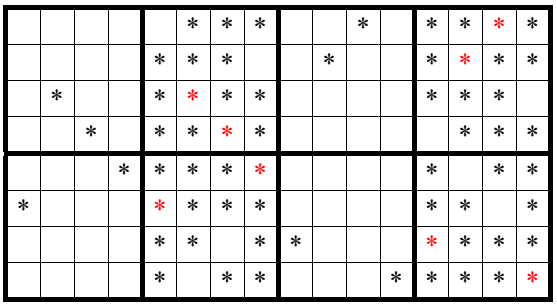
0	7	6	1
5	2	3	4
3	4	5	2
6	1	0	7



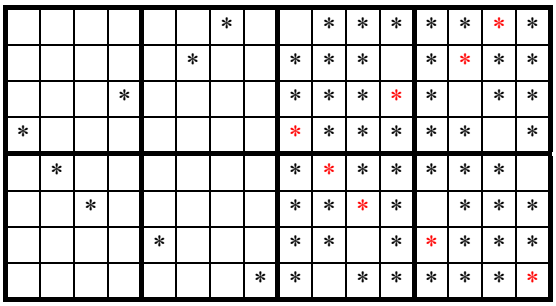
a'1



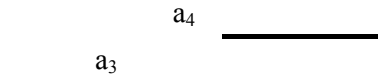
a'2



a'3



a'4



N 53

M_{33}	M_{34}	M_{35}	M_{36}
M_{37}	M_{38}	M_{39}	M_{40}

$Y_1(a_3a_4x_3)$

a'1

P_{33}	P_{34}	P_{35}	P_{36}
P_{37}	P_{38}	P_{39}	P_{40}

$Y_2(a_3a_4x_3)$

a'2

L_{33}	$\underline{L}_{38}$	L_{34}	$\underline{L}_{37}$
L_{35}	$\underline{L}_{40}$	L_{36}	$\underline{L}_{39}$

$Y_3(a_3a_4x_3)$

a'3

L_{37}	L_{34}	$\underline{L}_{38}$	$\underline{L}_{33}$
L_{39}	L_{36}	$\underline{L}_{40}$	$\underline{L}_{35}$

$Y_4(a_3a_4x_3)$

a'4

Рис. 2.12

2.4. Определение логических функций поворотами базовых цифро-векторных множеств

Представленные выше алгоритмы формирования информационных сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 обладают предельно возможным быстродействием, но в ряде случаев в таком быстродействии нет необходимости. Симметрия цифровекторного пространства координат $a_1 - a_4$, $x_1 - x_3$ и симметрия множеств M_i, P_i, L_i (см. прил. 9), которые составляют геометрические образы этих исправленных сигналов, позволяют синтезировать более простые алгоритмы с меньшими аппаратурными затратами. При этом быстродействие уменьшается незначительно.

В [2] подобный «алгоритм поворотов» был реализован автором для исправления одиночных ошибок совершенного кода основания n = 2048 (i = 11, k = 4). Рассмотрение более простых примеров исправления ошибок совершенных кодов основания n = 16 (i = 4, k = 3) позволит также лучше понять и пример [2].

Для пояснения этого утверждения рассмотрим, например, по одному коду из первых трех классов ($M_1 - M_8$), ($M_9 - M_{16}$), ($M_{17} - M_{20}$). Это коды их первых подклассов кодов N 1, N 9, N 21.

Все множества M_i, P_i, L_i в координатах a_1,a_2,x_1,x_2 могут быть определены из пяти базовых множеств M_1, M_9, M_{17}, L_1, L_{17}, где M_1 и L_1 инвариантны к 12 поворотам относительно этих координат, $M_9 - 2$, $M_{17} - 6$, $L_{17} - 48$. Наиболее простыми по технической реализации являются повороты, которые осуществляются инверсией сигналов a_1,a_2,x_1,x_2. Именно такие повороты будут использоваться нами в этом подразделе при синтезе всех логических схем исправления ошибок.

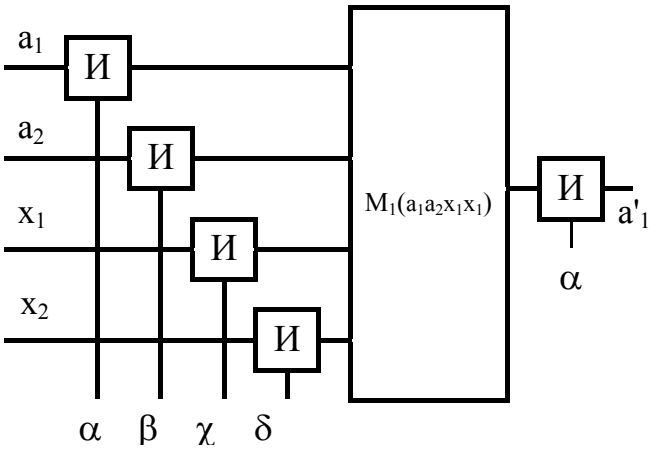


Рис. 2.13

На рис. 2.13 на примере такого поворота базовой фигуры множества M_1 приведена блок-схема его реализации. Сигналы a_1, a_2, x_1, x_2 подаются через инверторы И на вход базового блока $M_1(a_1a_2x_1x_1)$, принципиальная схема которого определяется выражением (2.2.1). На выходе этого базового блока также установлен, если имеется потребность инвертирования выходного сигнала, инвертор И.

Управление этими пятью инверторами осуществляется сигналами, которые будем обозначать буквами греческого алфавита, например: $\alpha\ \beta\ \chi\ \delta\ \alpha$.

Для инвертора, пропускающего на вход базового блока, например, сигнал a_1 он при управляющем сигнале $\alpha = 0$ проходит в прямой последователь-

ности (a_1, $\underline{a}_1$), а при сигнале $\alpha = 1$ – в обратной последовательности ($\underline{a}_1$, a_1) и т.д.

2.4.1. Функции поворотов кода N 1 класса (M_1 – M_8)

В соответствии с рис. 2.3 в ячейках цифровых координат a_3,a_4,x_3 для кода N 1 расположение множеств M_1(1 2 3 4) – M_8(1 2 3 4), P_1(1 2 3 4) – P_8(1 2 3 4), L_1(1 2 3 4) – L_8(1 2 3 4), определяющее исправленные сигналы информационных разрядов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, представляется рис. 2.14.

M_1(1 2 3 4)	M_2(1 2 3 4)	M_3(1 2 3 4)	M_4(1 2 3 4)
M_5(1 2 3 4)	M_6(1 2 3 4)	M_7(1 2 3 4)	M_8(1 2 3 4)

$a'_1 = F_1(a_3a_4x_3)$

P_1(1 2 3 4)	P_2(1 2 3 4)	P_3(1 2 3 4)	P_4(1 2 3 4)
P_5(1 2 3 4)	P_6(1 2 3 4)	P_7(1 2 3 4)	P_8(1 2 3 4)

$a'_2 = F_2(a_3a_4x_3)$

L_1(1 2 3 4)	$\underline{L}_8$(1 2 3 4)	L_2(1 2 3 4)	$\underline{L}_7$(1 2 3 4)
L_3(1 2 3 4)	$\underline{L}_6$(1 2 3 4)	L_4(1 2 3 4)	$\underline{L}_5$(1 2 3 4)

$a'_3 = F_3(a_3a_4x_3)$

L_7(1 2 3 4)	L_2(1 2 3 4)	$\underline{L}_8$(1 2 3 4)	$\underline{L}_1$(1 2 3 4)
L_5(1 2 3 4)	L_4(1 2 3 4)	$\underline{L}_6$(1 2 3 4)	$\underline{L}_3$(1 2 3 4)

$a'_4 = F_4(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.14

На этом представлении многомерных фигур исправленных информационных сигналов, как и прежде, приняты следующие замены обозначений аргументов (координат): $a_1 \equiv 1$, $a_2 \equiv 2$, $x_1 \equiv 3$, $x_2 \equiv 4$.

Выполним замену всех множеств в ячейках рис. 2.14 на базовые множества M_1(1 2 3 4), M_9(1 2 3 4), L_1(1 2 3 4) с необходимым инвертированием сигналов a_1, a_2, x_1, x_2 (рис. 2.15), которые выберем из многочисленных вариантов этого инвертирования, представленного в прил. 9. Выбор этих вариантов осуществляется, например, по принципу минимального числа инвертирования этих сигналов.

M_1(1 2 3 4)	$\underline{M}_1$($\underline{1}$ 2 3 $\underline{4}$)	$\underline{M}_1$ ($\underline{1}$ 2 3 $\underline{4}$)	M_1(1 $\underline{2}$ 3 4)
$\underline{M}_1$($\underline{1}$ $\underline{2}$ 3 4)	M_1(1 $\underline{2}$ 3 $\underline{4}$)	M_1(1 $\underline{2}$ $\underline{3}$ 4)	$\underline{M}_1$ ($\underline{1}$ 2 3 4)

$a'_1 = F_1(a_3a_4x_3)$

M_9(2 1 3 4)	M_9($\underline{2}$ 1 3 $\underline{4}$)	M_9($\underline{2}$ 1 $\underline{3}$ 4)	M_9(2 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$)
M_9($\underline{2}$ 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$)	M_9(2 1 $\underline{3}$ 4)	M_9(2 1 3 $\underline{4}$)	M_9($\underline{2}$ 1 3 4)

$a'_2 = F_2(a_3a_4x_3)$

L_1(1 2 3 4)	$\underline{L}_1$($\underline{1}$ 2 3 $\underline{4}$)	L_1($\underline{1}$ 2 $\underline{3}$ 4)	$\underline{L}_1$(1 $\underline{2}$ 3 4)
L_1($\underline{1}$ $\underline{2}$ 3 4)	$\underline{L}_1$(1 2 $\underline{3}$ 4)	L_1(1 2 3 $\underline{4}$)	$\underline{L}_1$($\underline{1}$ 2 3 4)

$a'_3 = F_3(a_3a_4x_3)$

L_1(1 $\underline{2}$ 3 4)	L_1($\underline{1}$ 2 $\underline{3}$ 4)	$\underline{L}_1$($\underline{1}$ 2 3 $\underline{4}$)	$\underline{L}_1$(1 2 3 4)
L_1($\underline{1}$ 2 3 4)	L_1(1 2 3 $\underline{4}$)	$\underline{L}_1$(1 2 $\underline{3}$ 4)	$\underline{L}_1$($\underline{1}$ $\underline{2}$ 3 4)

$a'_4 = F_4(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.15

Приведенные на рис. 2.15 геометрические образы этих базовых множеств в координатах $a_3a_4x_3$ позволяют определить все необходимые инвертирования сигналов a_1, a_2, x_1, x_2 в зависимости от входных сигналов a_3, a_4, x_3 для каждой из определяемых нами функций $a'_1 = F_1(a_3a_4x_3)$, $a'_2 = F_2(a_3a_4x_3)$, $a'_3 = F_3(a_3a_4x_3)$, $a'_4 = F_4(a_3a_4x_3)$.

Для функции $a'_1 = F_1(a_3a_4x_3)$ на рис. 2.16 приведены геометрические образы сигналов α, β, χ, δ в координатах $a_3a_4x_3$, которые имеют геометрическое

имя (.**.*..*), (…****.), (……*.), (.**..*..) и управляют инверторами И соответственно для M_1 и a_1, a_2, x_1, x_2.

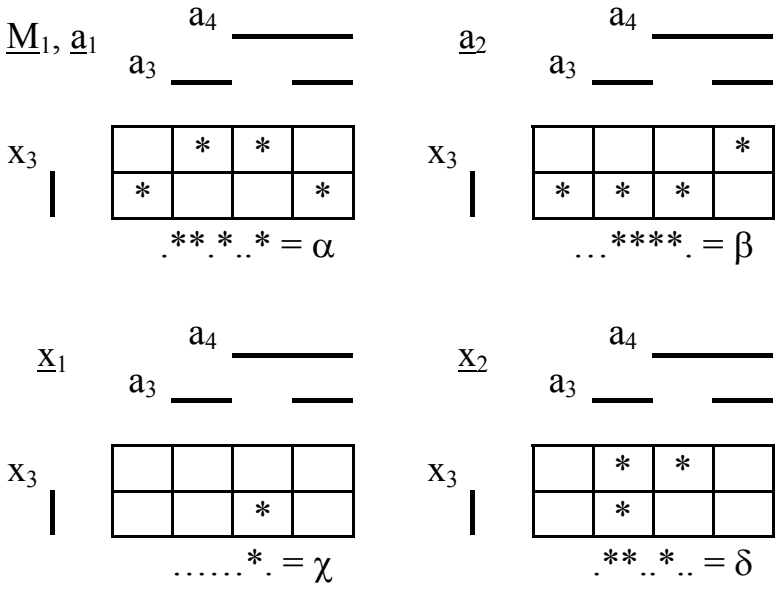


Рис. 2.16

Эти сигналы изображены на блок-схеме рис. 2.13, которая отражает выполнение необходимого инвертирования входных и выходного сигналов базового блока $M_1(a_1a_2x_1x_1)$ для формирования функции $a'_1 = F_1(a_3a_4x_3)$.

Логические зависимости сигналов α, β, χ, δ весьма просты:

$$\alpha = \underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee a_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee \underline{a}_3a_4\underline{x}_3 \vee a_3a_4x_3, \qquad (2.4.1.1)$$

$$\beta = \underline{a}_3x_3 \vee \underline{a}_4x_3 \vee a_3a_4\underline{x}_3, \qquad (2.4.1.2)$$

$$\chi = \underline{a}_3a_4x_3, \qquad (2.4.1.3)$$

$$\delta = a_3\underline{a}_4 \vee \underline{a}_3a_4\underline{x}_3\ . \qquad (2.4.1.4)$$

Для функции $a'_2 = F_2(a_3a_4x_3)$ геометрические образы сигналов, управлящие соответствующими инверторами, приведены на рис. 2.17, а блок-схема реализации этого принципа управления – на рис. 2.18.

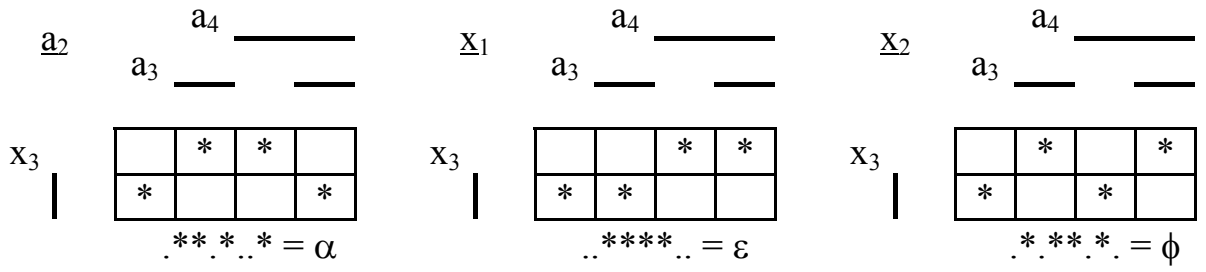


Рис. 2.17

Сигналы α, ε, ϕ управляют инверторами на входных шинах базового блока $M_9(2\ 1\ 3\ 4)$ соответственно для сигналов a_2, x_1, x_2. На выходе базового блока нет необходимости установки инвертора, а в блок-схеме рис. 2.18 появились новые управляющие инверторами сигналы:

$$\varepsilon = a_4\underline{x}_3 \vee \underline{a}_4 x_3, \qquad (2.4.1.5)$$

$$\phi = a_3\underline{x}_3 \vee \underline{a}_3 x_3. \qquad (2.4.1.6)$$

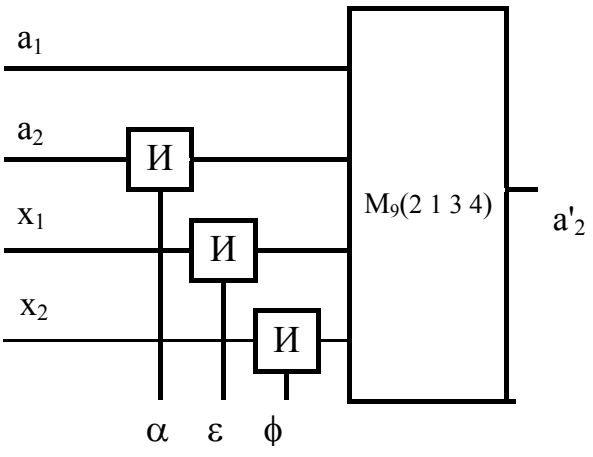


Рис. 2.18

Для функции $a'_3 = F_3(a_3a_4x_3)$ геометрические образы сигналов, управляющие соответствующими инверторами на входных и выходной шинах базового блока $L_1(a_1a_2x_1x_1)$, приведены на рис. 2.19, а блок-схема реализации этого принципа управления – на рис. 2.20.

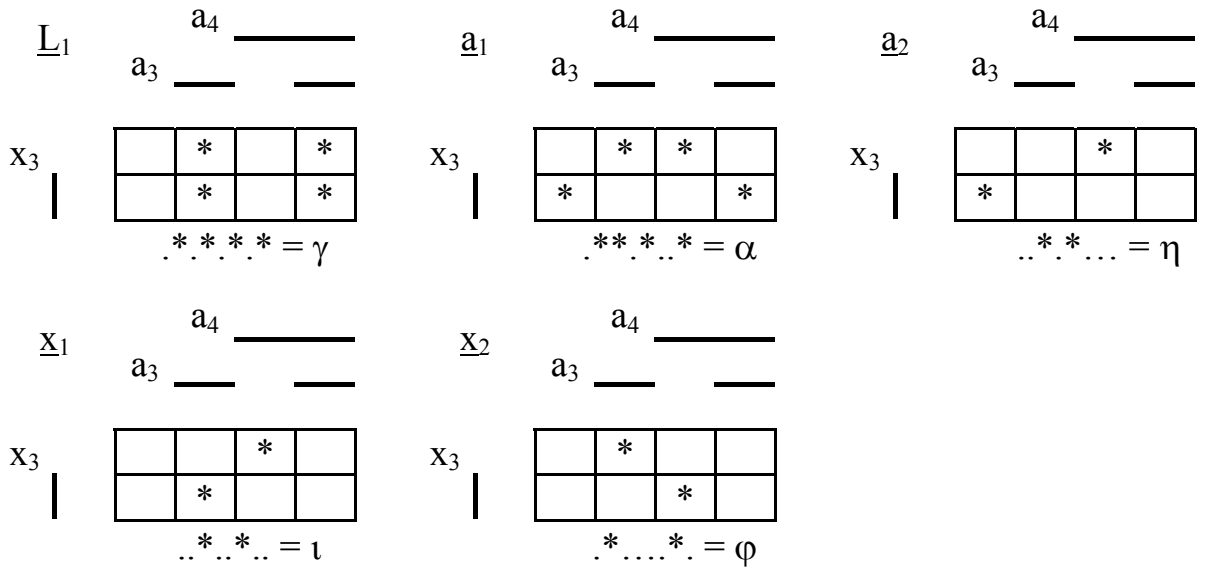


Рис. 2.19

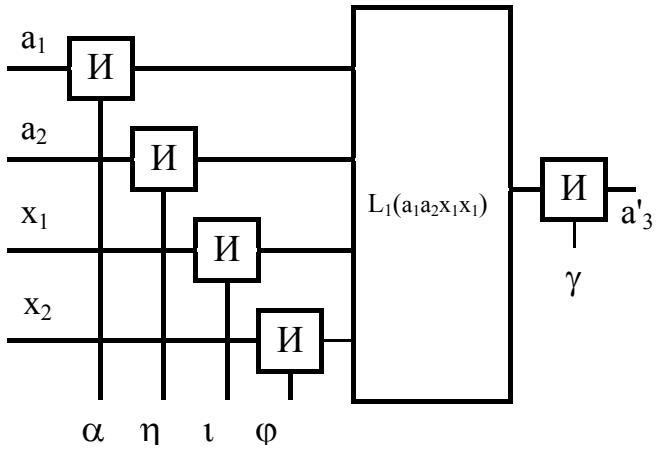


Рис. 2.20

Для этой функции новыми управляющими инверторами сигналами будут

$$\eta = a_4\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee \underline{a}_4\underline{a}_3 x_3, \qquad (2.4.1.7)$$

$$\iota = a_4\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee \underline{a}_4 a_3 x_3, \qquad (2.4.1.8)$$

$$\varphi = \underline{a}_4 a_3\underline{x}_3 \vee a_4\underline{a}_3 x_3, \qquad (2.4.1.9)$$

а сигнал, управляющий выходом базового блока, совпадает с входным сигналом

$$\gamma = a_3. \qquad (2.4.1.10)$$

Для функции $a'_4 = F_4(a_3a_4x_3)$ геометрические образы сигналов, управляющие соответствующими инверторами на входных и выходной шинах базового блока $L_1(a_1a_2x_1x_1)$, определяемые, как и раньше, на основании геометрических образов рис. 2.15, приведены на рис. 2.21, а блок-схема реализации этого принципа управления – на рис. 2.22.

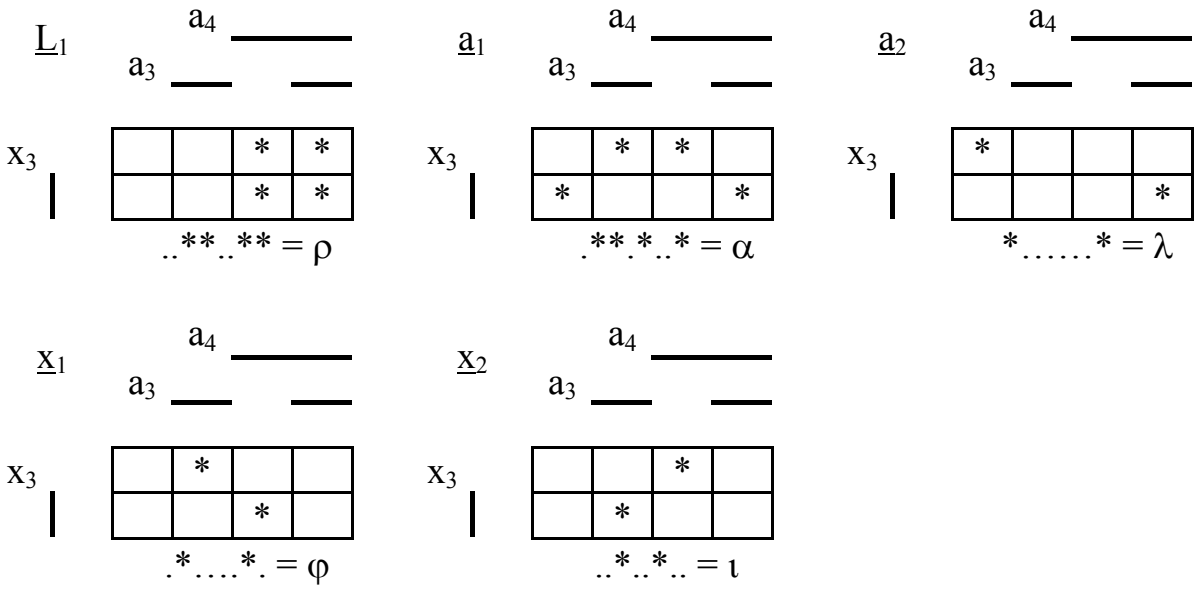


Рис. 2.21

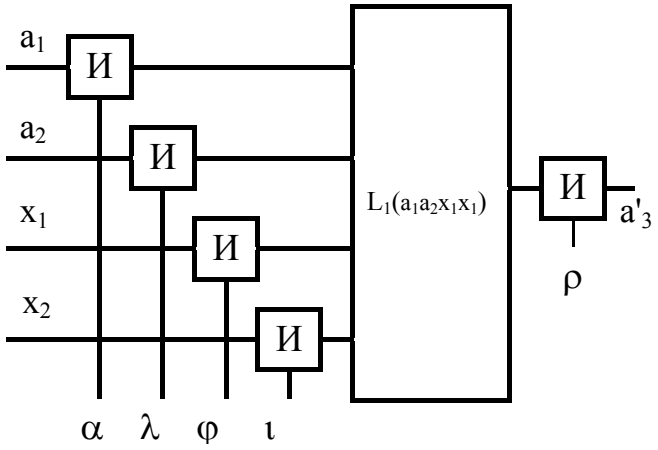


Рис. 2.22

Для функции $a'_4 = F_4(a_3a_4x_3)$ новыми сигналами, управляющими инверторами, являются

$$\rho = a_4, \qquad (2.4.1.11)$$

$$\lambda = \underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_3 \vee a_3a_4x_3. \qquad (2.4.1.12)$$

Все сигналы, управляющие инверторами в блок-схемах формирования логических функций $a'_1 = F_1(a_3a_4x_3)$ – $a'_4 = \ = F_4(a_3a_4x_3)$, реализуются в едином блоке для каждого кода, а логические функции сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 представляются зависимостями (2.3.1.1) – (2.3.1.4).

При этом геометрические образы сигналов, управляющие соответствующими инверторами на входных и выходной шинах конкретного базового блока, полностью определяют блок-схему реализации представленного здесь «алгоритма поворотов», и по этой причине такие блок-схемы в дальнейшем не будем представлять.

2.4.2. Функции поворотов кода N 9 класса (M_9 – M_{16})

В соответствии с рис. 2.4 в ячейках цифровых координат a_3,a_4,x_3 для кода N 9 расположение геометрических образов множеств M_9(1 2 3 4) – M_{16}(1 2 3 4), P_9(1 2 3 4) – P_{16}(1 2 3 4), L_1(1 2 3 4) – L_8(1 2 3 4), определяющее исправленные сигналы информационных разрядов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, представляется рис. 2.23.

M_9(1 2 3 4)	M_{10}(1 2 3 4)	M_{11}(1 2 3 4)	M_{12}(1 2 3 4)
M_{13}(1 2 3 4)	M_{14}(1 2 3 4)	M_{15}(1 2 3 4)	M_{16}(1 2 3 4)

$a'_1 = G_1(a_3a_4x_3)$

P_9(1 2 3 4)	P_{10}(1 2 3 4)	P_{11}(1 2 3 4)	P_{12}(1 2 3 4)
P_{13}(1 2 3 4)	P_{14}(1 2 3 4)	P_{15}(1 2 3 4)	P_{16}(1 2 3 4)

$a'_2 = G_2(a_3a_4x_3)$

L_9(1 2 3 4)	$\underline{L}_{14}$(1 2 3 4)	L_{10}(1 2 3 4)	$\underline{L}_{13}$(1 2 3 4)
L_{11}(1 2 3 4)	$\underline{L}_{16}$(1 2 3 4)	L_{12}(1 2 3 4)	$\underline{L}_{15}$(1 2 3 4)

$a'_3 = G_3(a_3a_4x_3)$

L_{13}(1 2 3 4)	L_{10}(1 2 3 4)	$\underline{L}_{14}$(1 2 3 4)	$\underline{L}_9$(1 2 3 4)
L_{15}(1 2 3 4)	L_{12}(1 2 3 4)	$\underline{L}_{16}$(1 2 3 4)	$\underline{L}_{11}$(1 2 3 4)

$a'_4 = G_4(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.23

Выполним замену всех множеств в ячейках четырех трехмерных пространств для сигналов $a'_1 = G_1(a_3a_4x_3)$ – $a'_4 = G_4(a_3a_4x_3)$ рис. 2.23 на базовые множества M_9(1 2 3 4), M_1(1 2 3 4), L_1(1 2 3 4) с необходимым инвертированием сигналов a_1, a_2, x_1, x_2, которые непосредственно следуют из прил. 9. Результаты этой замены приведены на рис. 2.24.

M_9(1 2 3 4)	M_9(1 $\underline{2}$ 3 $\underline{4}$)	M_9(1 $\underline{2}$ $\underline{3}$ 4)	M_9(1 2 $\underline{3}$ $\underline{4}$)
M_9(1 $\underline{2}$ $\underline{3}$ $\underline{4}$)	M_9(1 2 $\underline{3}$ 4)	M_9(1 2 3 $\underline{4}$)	M_9(1 $\underline{2}$ 3 4)

$a'_1 = G_1(a_3a_4x_3)$

M_1(2 1 3 4)	$\underline{M}_1$(2 $\underline{1}$ 3 $\underline{4}$)	$\underline{M}_1$(2 $\underline{1}$ $\underline{3}$ 4)	M_1($\underline{2}$ 1 3 4)
$\underline{M}_1$($\underline{2}$ $\underline{1}$ 3 4)	M_1(2 1 $\underline{3}$ 4)	M_1(2 1 3 $\underline{4}$)	$\underline{M}_1$(2 $\underline{1}$ 3 4)

$a'_2 = G_2(a_3a_4x_3)$

L_1(2 1 3 4)	$\underline{L}_1$(2 $\underline{1}$ 3 $\underline{4}$)	L_1(2 $\underline{1}$ $\underline{3}$ 4)	$\underline{L}_1$($\underline{2}$ 1 3 4)
L_1($\underline{2}$ $\underline{1}$ 3 4)	$\underline{L}_1$(2 1 $\underline{3}$ 4)	L_1(2 1 3 $\underline{4}$)	$\underline{L}_1$(2 $\underline{1}$ 3 4)

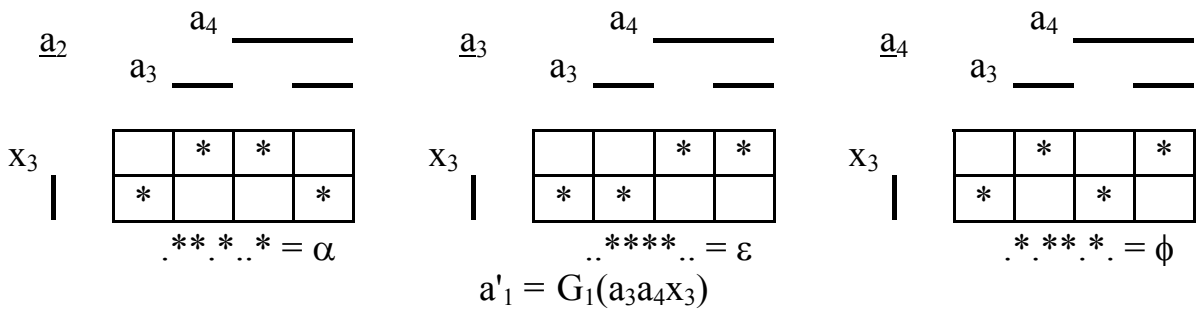
$a'_3 = G_3(a_3a_4x_3)$

L_1($\underline{2}$ 1 3 4)	L_1(2 $\underline{1}$ $\underline{3}$ 4)	$\underline{L}_1$(2 $\underline{1}$ 3 $\underline{4}$)	$\underline{L}_1$(2 1 3 4)
L_1(2 $\underline{1}$ 3 4)	L_1(2 1 3 $\underline{4}$)	$\underline{L}_1$(2 1 $\underline{3}$ 4)	$\underline{L}_1$($\underline{2}$ $\underline{1}$ 3 4)

$a'_4 = G_4(a_3a_4x_3)$

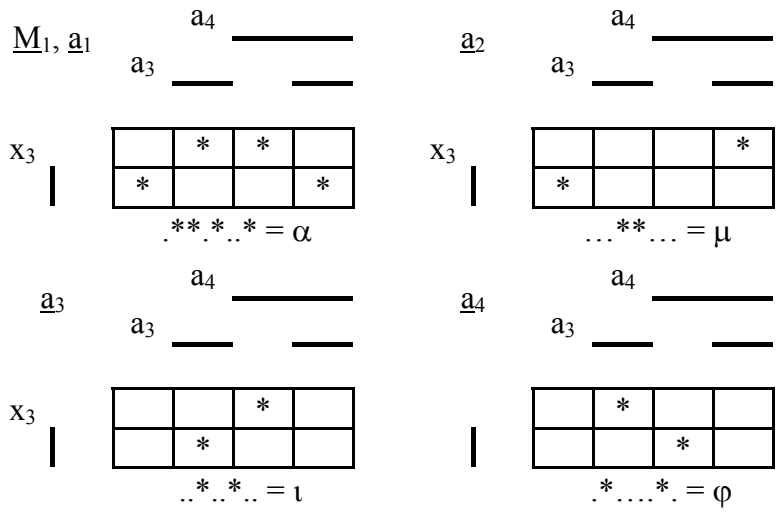
Рис. 2.24

Логические функции сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 здесь представляются зависимостями (2.3.2.1) – (2.3.2.4), а сигналы управления инверторами на входных и выходных шинах блоков этих логических функций изображены соответственно на рис. 2.25–2.28.



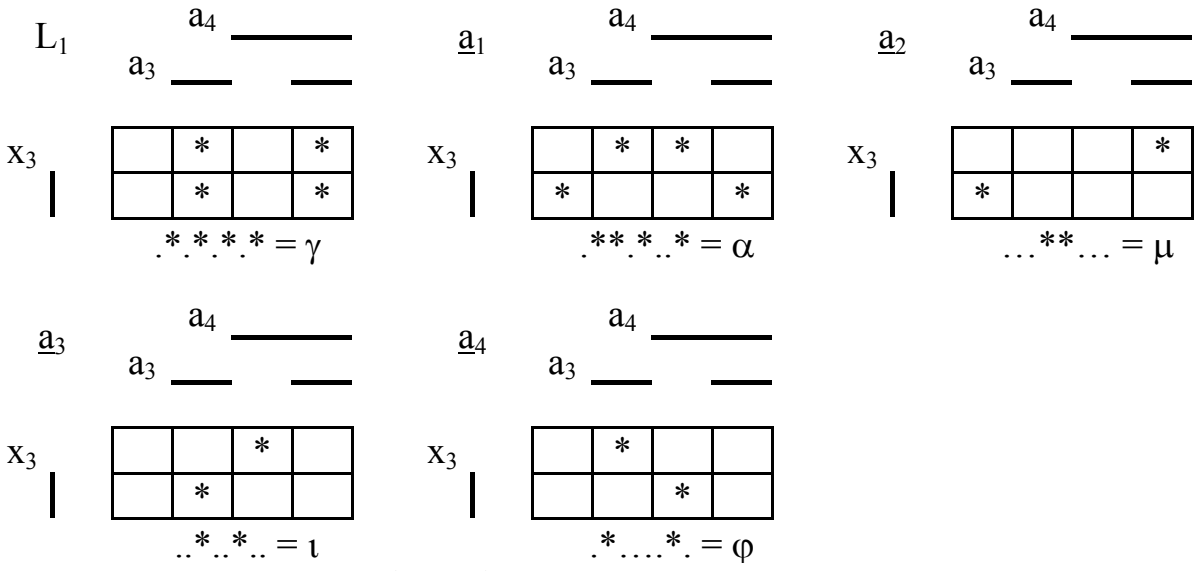
$a'_1 = G_1(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.25



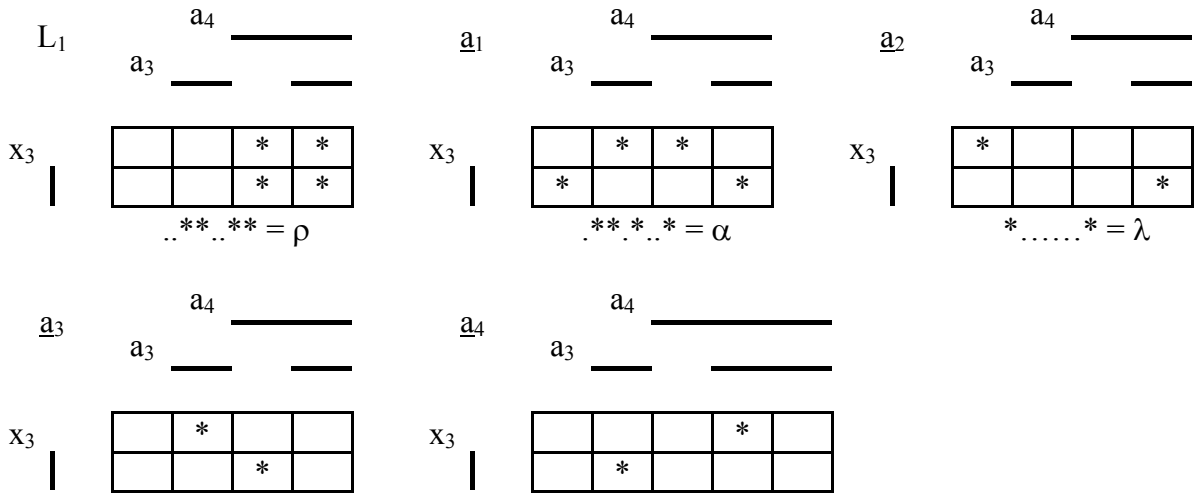
$a'_2 = G_2(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.26



$a'_3 = G_3(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.27



$a'_4 = G_4(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.28

Из сигналов управления инверторами новым, по отношению к аналогичным сигналам кода N 1, является сигнал

$$\mu = \underline{a}_3\underline{a}_4x_3 \vee a_3a_4\underline{x}_3. \qquad (2.4.1.13)$$

2.4.3. Функции поворотов кода N 21 класса ($M_{17} – M_{20}$)

В соответствии с рис. 2.5 в ячейках цифровых координат a_3,a_4,x_3 для кода N 21 расположение геометрических образов множеств $M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$ – $M_{20}(1\ 2\ 3\ 4)$, $P_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$ – $P_{20}(1\ 2\ 3\ 4)$, $L_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$ – $L_{20}(1\ 2\ 3\ 4)$, определяющее исправленные сигналы информационных разрядов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, представляется рис. 2.29.

$M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$	$M_{19}(1\ 2\ 3\ 4)$	$M_{18}(1\ 2\ 3\ 4)$	$M_{20}(1\ 2\ 3\ 4)$
$M_{20}(1\ 2\ 3\ 4)$	$M_{18}(1\ 2\ 3\ 4)$	$M_{19}(1\ 2\ 3\ 4)$	$M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$

$a'_1 = H_1(a_3a_4x_3)$

$P_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$	$P_{19}(1\ 2\ 3\ 4)$	$P_{18}(1\ 2\ 3\ 4)$	$P_{20}(1\ 2\ 3\ 4)$
$P_{20}(1\ 2\ 3\ 4)$	$P_{18}(1\ 2\ 3\ 4)$	$P_{19}(1\ 2\ 3\ 4)$	$P_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$

$a'_2 = H_2(a_3a_4x_3)$

$L_{19}(1\ 2\ 3\ 4)$	$\underline{L}_{20}(1\ 2\ 3\ 4)$	$L_{18}(1\ 2\ 3\ 4)$	$\underline{L}_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$
$L_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$	$\underline{L}_{18}(1\ 2\ 3\ 4)$	$L_{20}(1\ 2\ 3\ 4)$	$\underline{L}_{19}(1\ 2\ 3\ 4)$

$a'_3 = H_3(a_3a_4x_3)$

$L_{17}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4))$	$L_{18}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4))$	$\underline{L}_{20}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4))$	$\underline{L}_{19}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4))$
$L_{19}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4))$	$L_{20}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4))$	$\underline{L}_{18}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4))$	$\underline{L}_{17}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)$

$a'_4 = H_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3)$

Рис. 2.29

Выполним замену всех множеств в ячейках четырех трехмерных пространств для сигналов $a'_1 = G_1(a_3a_4x_3)$ – $a'_4 = G_4(a_3a_4x_3)$ рис. 2.29 на базовые множества $M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$, , $L_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$ с необходимым инвертированием сигналов a_1, a_2, x_1, x_2, которые непосредственно следуют из прил. 9. Результаты этой замены приведены на рис. 2.30.

$M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$	$M_{17}(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})$	$M_{17}(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4})$	$M_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4)$
$M_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4)$	$M_{17}(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4})$	$M_{17}(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})$	$M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$

$a'_1 = H_1(a_3a_4x_3)$

$M_{17}(2\ 1\ 3\ 4)$	$M_{17}(2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})$	$M_{17}(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4)$	$M_{17}(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})$
$M_{17}(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})$	$M_{17}(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4)$	$M_{17}(2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})$	$M_{17}(2\ 1\ 3\ 4)$

$a'_2 = H_2(a_3a_4x_3)$

$L_{17}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})$	$\underline{L}_{17}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)$	$L_{17}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)$	$\underline{L}_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$
$L_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$	$\underline{L}_{17}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)$	$L_{17}(1\ 2\ \underline{3}\ 4)$	$\underline{L}_{17}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})$

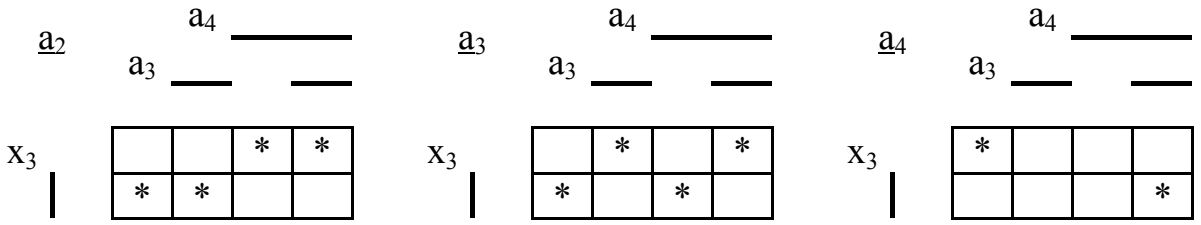
$a'_3 = H_3(a_3a_4x_3)$

$L_{17}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)$	$L_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$	$\underline{L}_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4)$	$\underline{L}_{17}(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4})$
$L_{17}(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4})$	$L_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4)$	$\underline{L}_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$	$\underline{L}_{17}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)$

$a'_4 = H_4(\underline{a}_3\underline{a}_4x_3)$

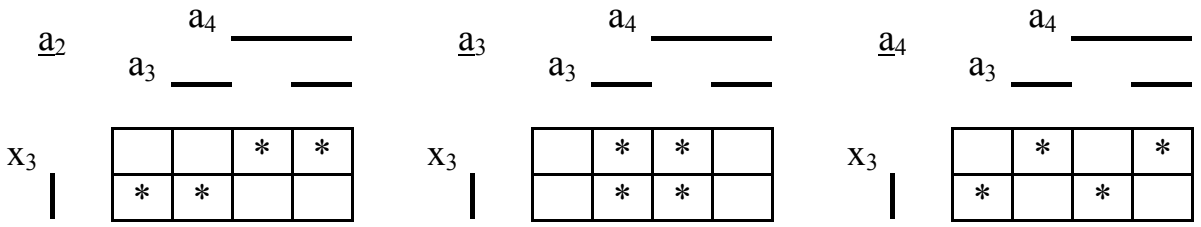
Рис. 2.30

Логические функции сигналов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 для этого кода представляются зависимостями (2.3.3.5) – (2.3.3.8), а сигналы управления инверторами на входных и выходных шинах блоков этих логических функций изображены соответственно на рис. 2.31–2.34.



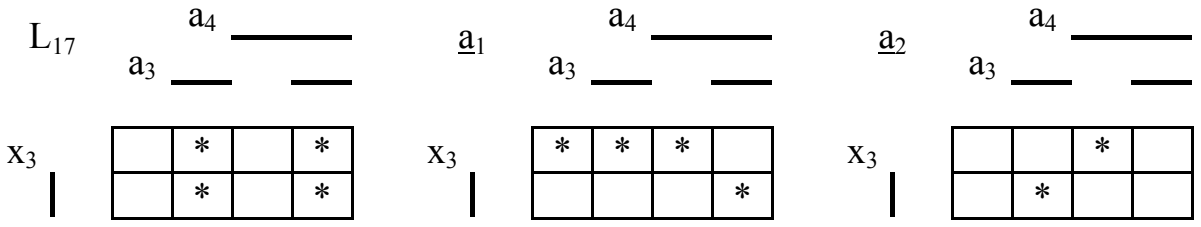
$a'_1 = H_1(a_3a_4x_3)$

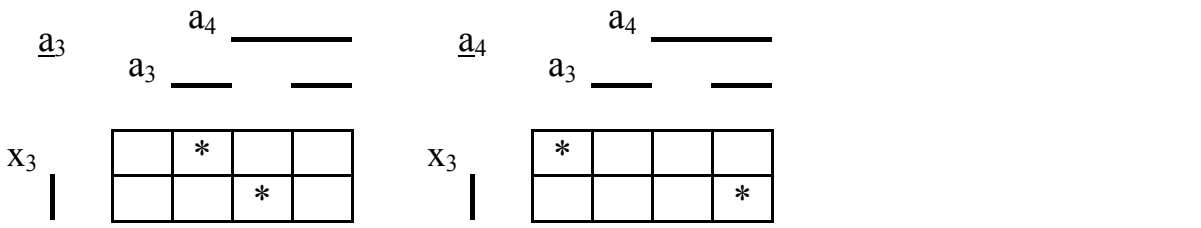
Рис. 2.31



$a'_2 = H_2(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.32





$a'_3 = H_3(a_3a_4x_3)$

Рис. 2.33

Из сигналов управления инверторами новыми, по отношению к аналогичным сигналам кодов N 1 и N 9, здесь являются сигналы ν, θ, и σ:

$$\nu = a_3\underline{a}_4 \vee \underline{a}_3a_4, \qquad (2.4.1.14)$$

$$\theta = \underline{a}_3\underline{x}_3 \vee \underline{a}_4\underline{x}_3 \vee a_3a_4x_3, \qquad (2.4.1.15)$$

где сигнал σ совпадает с инверсией входного сигнала a_3 ($\sigma = \underline{a}_3$). (2.4.1.16)

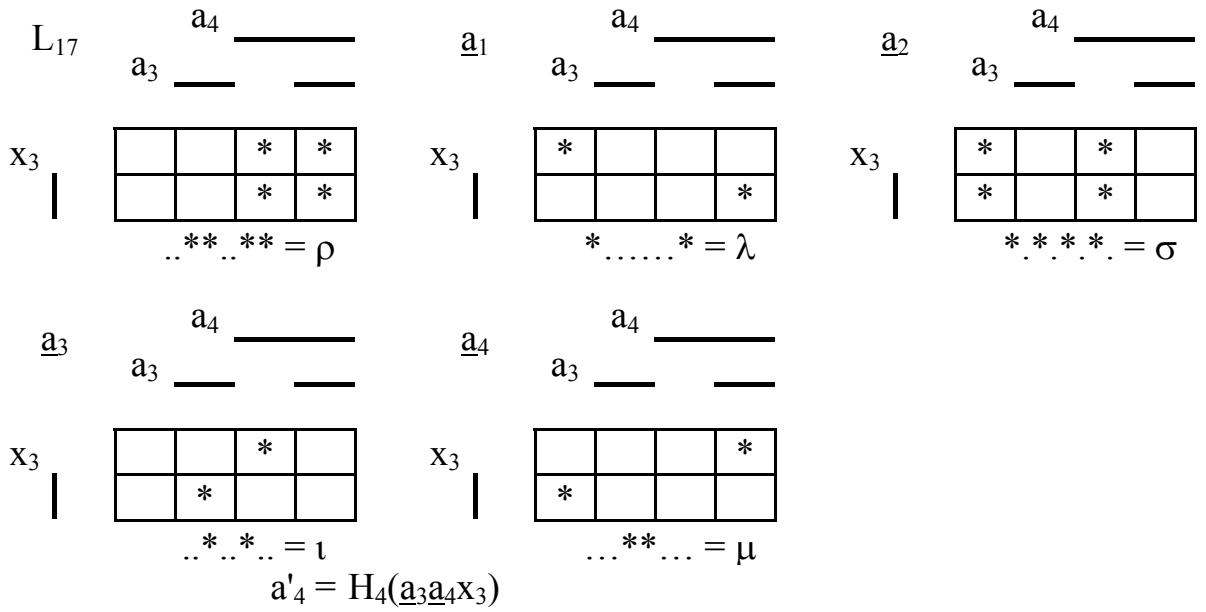


Рис. 2.34

Из рассмотренных в этом разделе базовых логических функций на примере функций $F_i(a_3a_4x_3)$, $G_i(a_3a_4x_3)$, $H_i(a_3a_4x_3)$, которые характеризуются покрытием геометрических образов исправленных сигналов разрядов a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 кодов N 1, N 9, N 21, очевидна реализация аналогичных логических функций кодов соответствующих подгрупп этих классов, определяемых прил. 10.

В соответствии с этим приложением логические функции $F_i(a_3a_4x_3)$ для соответствующих им кодов определяются данными табл. 2.4, где отмечена необходимость инвертирования сигналов a_3, a_4, x_3 на входных шинах конкретных блок-схем для того, чтобы они могли работать в этих кодах.

Аналогичным образом составляются табл. 2.5, 2.6 соответственно для логических функций $G_i(a_3a_4x_3)$, $H_i(a_3a_4x_3)$.

Все изложенное в этом разделе может быть выполнено для всех базовых логических функций, представленных в табл. 2.1. Это – базовые функции под обозначениями F_i, G_i, H_i, Q_i, S_i, T_i, U_i, V_i, W_i, Y_i при различном сочетании входных сигналов $(a_3\, a_4\, x_3)$, $(a_4\, a_3\, x_3)$, $(x_3\, a_4\, a_3)$, $(a_3\, x_3\, a_4)$, $(a_4\, x_3\, a_3)$, $(x_3\, a_3\, a_4)$.

Таким образом, зная базовые логические функции кодов, путем простого инвертирования этих входных сигналов нетрудно определить все логические функции исправления одиночных ошибок в четырех разрядах всех 192 совершенных кодов основания n = 16. При этом переключение работы с одного кода на другой в каждой подгруппе может осуществляться в автоматическом режиме простым инвертированием сигналов a_3, a_4, x_3.

С практической точки зрения наиболее важны многочисленные коды групп $M_1 – M_8$, $M_9 – M_{16}$, $M_{25} – M_{32}$, $M_{33} – M_{40}$, которым соответствуют базовые логические функции F_i, G_i, W_i, Y_i. Поэтому необходимо дополнительно представить таблицы, которые определяют инвертирование сигналов $a_3\, a_4\, x_3$ для функции W_i, Y_i, – это табл. 2.7, 2.8.

Таблица 2.4

	N 1	N 2	N 3	N 4	N 5	N 6	N 7	N 8
$F_i(a_3a_4x_3)$	a_3	$\underline{a}_3$	$\underline{a}_3$	$\underline{a}_3$	a_3	a_3	a_3	$\underline{a}_3$
	a_4	$\underline{a}_4$	$\underline{a}_4$	a_4	$\underline{a}_4$	a_4	$\underline{a}_4$	a_4
	x_3	$\underline{x}_3$	x_3	x_3	x_3	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_3$

Таблица 2.5

	N 9	N 10	N 11	N 12	N 13	N 14	N 157	N 158
$G_i(a_3a_4x_3)$	a_3	$\underline{a}_3$	$\underline{a}_3$	$\underline{a}_3$	a_3	a_3	a_3	$\underline{a}_3$
	a_4	$\underline{a}_4$	$\underline{a}_4$	a_4	$\underline{a}_4$	a_4	$\underline{a}_4$	a_4
	x_3	x_3	$\underline{x}_3$	x_3	x_3	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_3$

Таблица 2.6

	N 21	N 24	N 25	N 162
$H_i(a_3a_4x_3)$	a_3	$\underline{a}_3$	a_3	$\underline{a}_3$
	a_4	a_4	$\underline{a}_4$	$\underline{a}_4$
	x_3	x_3	x_3	x_3

Таблица 2.7

	N 27	N 28	N 29	N 30	N 31	N 32	N 33	N 34
$W_i(a_3a_4x_3)$	a_3	$\underline{a}_3$	$\underline{a}_3$	$\underline{a}_3$	a_3	a_3	a_3	$\underline{a}_3$
	a_4	a_4	$\underline{a}_4$	a_4	$\underline{a}_4$	$\underline{a}_4$	a_4	$\underline{a}_4$
	x_3	$\underline{x}_3$	x_3	x_3	x_3	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_3$

Таблица 2.8

	N 53	N 54	N 55	N 56	N 57	N 58	N 59	N 60
$Y_i(a_3a_4x_3)$	a_3	a_3	$\underline{a}_3$	$\underline{a}_3$	a_3	$\underline{a}_3$	$\underline{a}_3$	a_3
	a_4	$\underline{a}_4$	$\underline{a}_4$	a_4	$\underline{a}_4$	a_4	$\underline{a}_4$	a_4
	x_3	$\underline{x}_3$	x_3	x_3	x_3	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_3$

Что труднее всего на свете видеть своими глазами? То, что лежит перед нами.

И.В. Гёте

Глава 3

КВАЗИСОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ ОСНОВАНИЯ n = 8 (i = 3, k = 3)

Квазисовершенные коды различных оснований систем счисления располагаются в рядах между совершенными кодами оснований $n = 2^4, 2^{11}, 2^{26}, 2^{57}, \ldots$. Квазисовершенный код основания n = 8 имеет практическое значение по двум причинам. Во-первых, исправление одиночных ошибок в числе, составленном из большего числа разрядов, позволяет исправлять одновременно их большее число. Во-вторых, информационная и контрольная части этого квазисовершенного кода равны по системе счисления и, следовательно, его применение в устройствах машинной арифметики позволяет выполнять все арифметические операции в каждой из этих частей автономно.

3.1. Алгоритмы формирования классов квазисовершенных кодов

Синтез любого квазисовершенного кода основания системы счисления n = 8, зная совершенный код основания системы счисления n = 16, не представляет какой-либо сложности. Все 192 совершенных кода основания n = 16 соответствующими геометрическими преобразованиями могут быть превращены в квазисовершенные коды основания системы счисления n = 8 и представлены в новом многомерном цифро-векторном пространстве координат a_1, a_2, a_3, x_1, x_2, x_3.

Совершенный код основания n = 16

N 1

00	00	00	03	00	05	14	07	00	09	14	11	14	13	14	14
00	09	02	07	04	07	07	07	09	09	10	09	12	09	14	07
00	05	02	11	05	05	06	05	08	11	11	11	12	05	14	11
02	01	02	02	12	05	02	07	12	09	02	11	12	12	12	15
00	03	03	03	04	13	06	03	08	13	10	03	13	13	14	13
04	01	10	03	04	04	04	07	10	09	10	10	04	13	10	15
08	01	06	03	06	05	06	06	08	08	08	11	08	13	06	15
01	01	02	01	04	01	06	15	08	01	10	15	12	15	15	15

0	7	3	4
5	2	6	1
6	1	5	2
3	4	0	7

Рис. 3.1

Выполним эти преобразования на примере совершенного кода N 1. Обратимся к рис. 3.1, где в ячейках многомерного пространства координат a_1, a_2, a_3, a_4, x_1, x_2, x_3, располагаются штатные кодовые комбинации (00–15) информационной части кода, а также эти же кодовые комбинации с одиночной ошибкой (00–15). На этом же рисунке в ячейках многомерного пространства информационных координат a_1, a_2, a_3, a_4 размещены кодовые комбинации контрольной части кода (0–7).

Для перехода к синтезированному квазисовершенному коду основания n = 8 необходимо на рис. 3.1 удалить все столбцы и строки, которые покрываются сигналом a_4, а также удалить в ячейках пространства координат a_1, a_2, a_3, a_4, x_1, x_2, x_3 кодовые комбинации, соответствующие только основанию системы счисления n = 16 (08–15). Эти последние ячейки остаются пустыми либо в них ставится знак «точка».

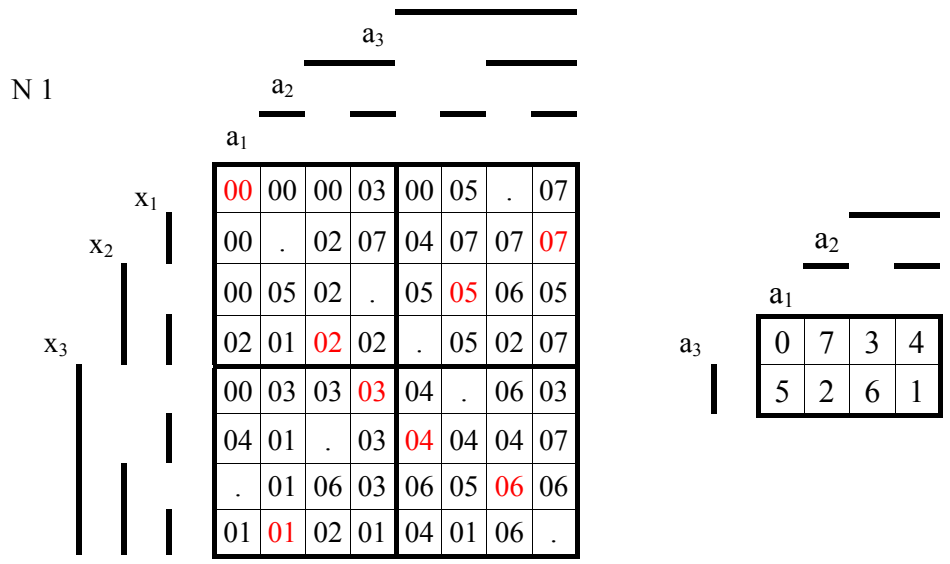


Рис. 3.2

Эти преобразования, образующие квазисовершенный код основания n = 8, представлены на рис. 3.2, где в ячейках соответствующих пространств имеются все необходимые кодовые комбинации, позволяющие определить заполнение ячеек этих пространств соответственно кодовыми комбинациями для исправленных сигналов информационной ($a'_1 = 01 \vee 03 \vee 05 \vee 07$, $a'_2 = 02 \vee 03 \vee 06 \vee 07$, $a'_3 = 04 \vee 05 \vee 06 \vee 07$) и контрольной ($x'_1 = 1 \vee 3 \vee 5 \vee 7$, $x'_2 = 2 \vee 3 \vee 6 \vee 7$, $x'_3 = 4 \vee 5 \vee 6 \vee 7$) частей квазисовершенного кода.

Дальнейший ход геометрических представлений квазисовершенного кода заключается в полном заполнении ячеек многомерного пространства для этих сигналов, что отражено на рис. 3.3. На этом рисунке в дополнение к рис. 3.2 в этих же координатах представлены заполнение ячеек штатными и ошибочными контрольными кодовыми комбинациями, а также все исправляемые сигналы a'_1, x'_1, a'_2, x'_2, a'_3, x'_3.

В прил. 3.1 этой главы приведены подобные рисунки для всех 192 квазисовершенных кодов этого основания системы счисления.

N 1

a_3

a_2

a_1

x_1

x_2

x_3

00	00	00	03	00	05		07	0	0	0	4	0	2		1
00		02	07	04	07	07	07	0		3	1	5	1	1	1
00	05	02		05	05	06	05	0	2	3		2	2	6	2
02	01	02	02		05	02	07	3	7	3	3		2	3	1
00	03	03	03	04		06	03	0	4	4	4	5		6	4
04	01		03	04	04	04	07	5	7		4	5	5	5	1
	01	06	03	06	05	06	06		7	6	4	6	2	6	6
01	01	02	01	04	01	06		7	7	3	7	5	7	6	

0	7	3	4
5	2	6	1

			03		05		07								1
			07		07	07	07			3	1	5	1	1	1
	05			05	05		05			3					
	01				05		07	3	7	3	3			3	1
	03	03	03				03					5			
	01		03				07	5	7			5	5	5	1
	01		03		05				7						
01	01		01		01			7	7	3	7	5	7		

a'_1, x'_1

			03				07						2		
		02	07		07	07	07			3					
		02				06			2	3		2	2	6	2
02		02	02			02	07	3	7	3	3		2	3	
	03	03	03			06	03							6	
			03				07		7						
		06	03	06		06	06		7	6		6	2	6	6
		02				06		7	7	3	7		7	6	

a'_2, x'_2

					05		07				4				
			07	04	07	07	07					5			
	05			05	05	06	05							6	
					05		07		7						
				04		06			4	4	4	5		6	4
04				04	04	04	07	5	7		4	5	5	5	
		06		06	05	06	06		7	6	4	6		6	6
				04		06		7	7		7	5	7	6	

a'_3, x'_3

Рис. 3.3

В развитии этого геометрического представления исправляемых сигналов информационной и контрольной частей квазисовершенного кода на рис. 3.4 кодовые комбинации заменены звездочками, что позволяет множества в координатах a_1, a_2, x_1, x_2 записать в обозначениях: для первого информационного разряда – M_1, M_2, M_3, M_4; для второго – P_1, P_2, P_3, P_4, для третьего – L_1, L_2, L_3, L_4 и, соответственно, для контрольных разрядов m_1, m_2, m_3, m_4; l_1, l_2, l_3, l_4; P_9, P_3, P_{61}, P_{62}. Геометрическая наглядность этих множеств позволяет определить все необходимые нам для составления логических зависимостей включения этих множеств, т.е. определение их взаимных подмножеств (для кода N 1 – это следующее соотношения множеств: $M_2 \subset M_1$, $M_3 \subset M_1$; $L_2 \subset L_1$, $L_4 \subset L_3$; $L_{61} \subset L_9$, $L_{62} \subset L_3$).

В прил. 3.2 приведены такие же геометрические представления исправляемых сигналов информационной и контрольной частей квазисовершенного кода для всех 192 кодов этого основания системы счисления.

N 1

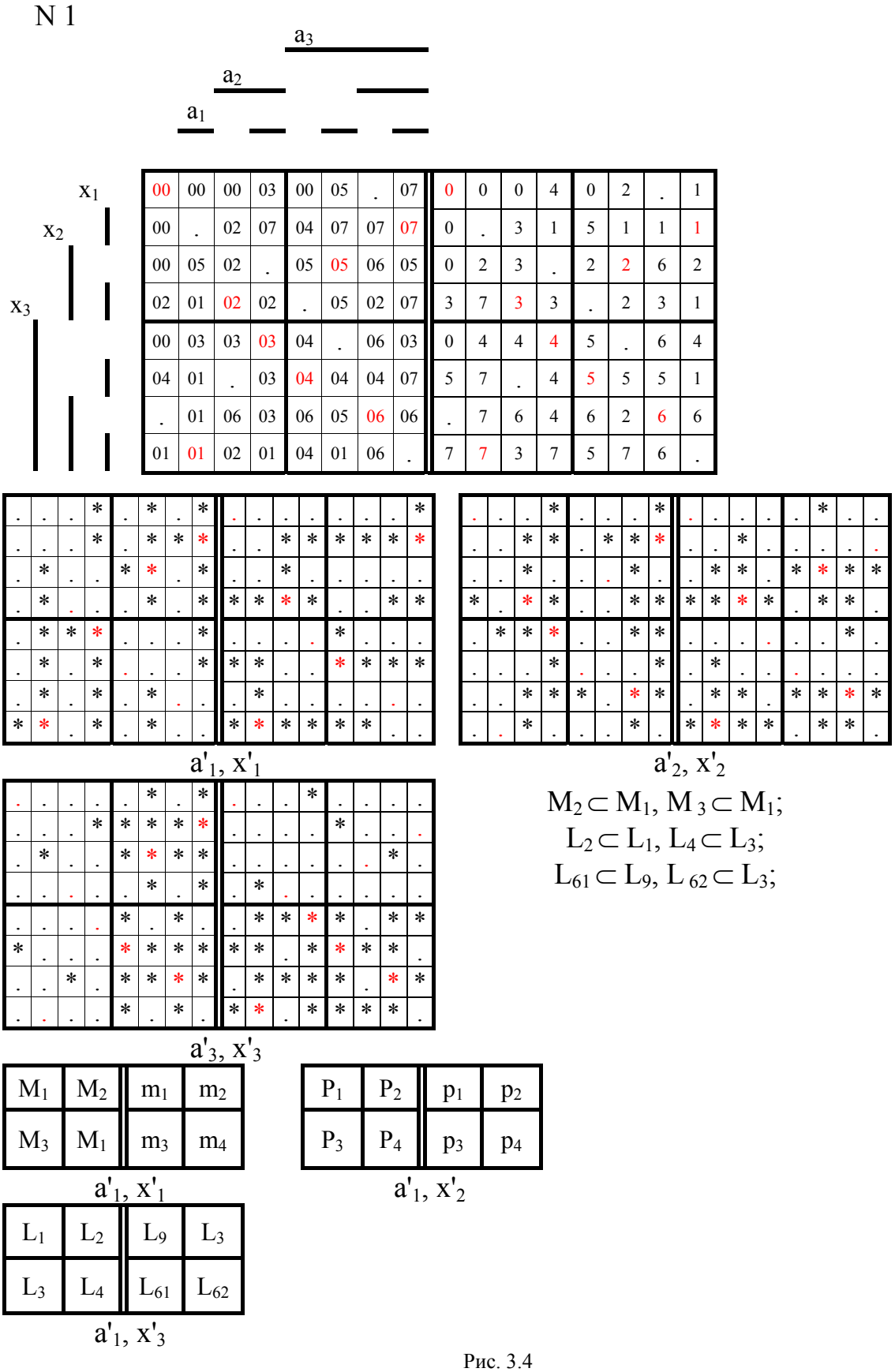


Рис. 3.4

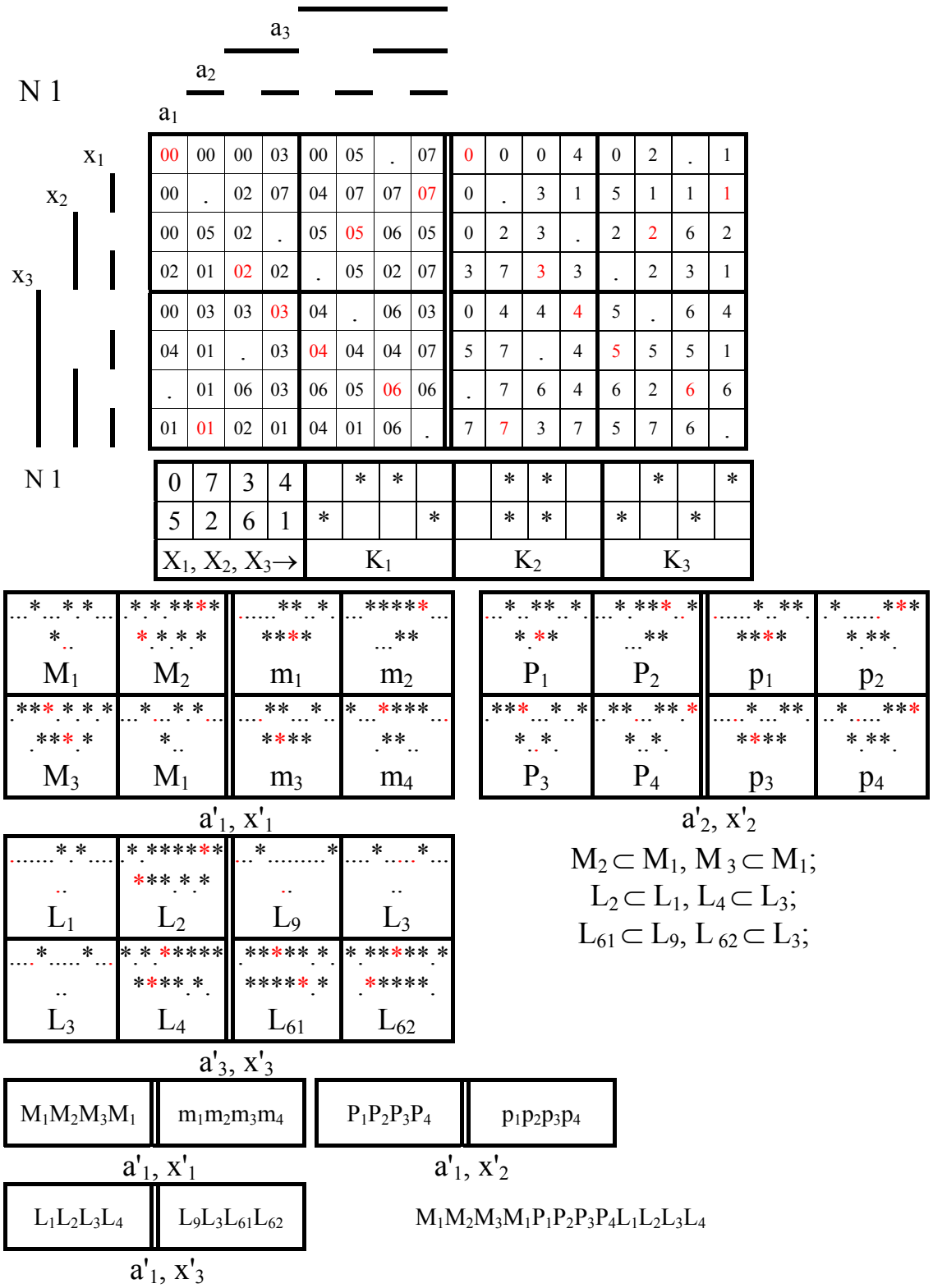


Рис. 3.5

$$a'_1 = M_1 \vee M_2 a_3 \underline{x}_3 \vee M_3 \underline{a}_3 x_3;$$
$$a'_2 = P_1 \underline{a}_3 \underline{x}_3 \vee P_2 a_3 \underline{x}_3 \vee P_3 a_3 \underline{x}_3 \vee P_4 a_3 x_3;$$
$$a'_3 = L_1 \underline{x}_3 \vee L_2 a_3 \underline{x}_3 \vee L_3 x_3 \vee L_4 a_3 x_3. \qquad (3.1.1)$$

Более полная информация о квазисовершенном коде N 1 содержится на рис. 3.5.

На этом рисунке в дополнение к данным рис. 3.4 приведены: геометрические образы формирования сигналов контрольных разрядов $X_1 = K_1$, $X_2 = K_2$, $X_3 = K_3$; «геометрические имена» всех множеств, что позволяет вести их поиск во всех 192 квазисовершенных кодах этого основания системы счисления; имена исправляемых разрядов информационной ($M_1M_2M_3M_1$, $P_1P_2P_3P_4$, $L_1L_2L_3L_4$) и контрольной ($m_1m_2m_3m_4$, $p_1p_2p_3p_4$, $L_9L_3L_{61}L_{62}$) частей этого кода; полное имя информационной части кода, а также логические зависимости исправленных информационных сигналов a'_1, a'_2, a'_3.

Аналогичные данные для всех кодов представлены в прил. 3.3 этой главы. Из этого приложения видно, что для формирования контрольных разрядов X_1, X_2, X_3 для всех квазисовершенных кодов здесь необходимо знать геометрические образы только четырех множества K_1, K_2, K_3, K_4 (рис. 3.6), логические зависимости которых из этих образов очевидны:

$K_1 = \underline{a_1}\underline{a_2}a_3 \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_3} \vee \underline{a_1}a_2\underline{a_3} \vee a_1a_2a_3$, $K_2 = a_1\underline{a_2} \vee \underline{a_1}a_2$, $K_3 = \underline{a_3}a_1 \vee a_3\underline{a_1}$,

$K_4 = \underline{a_3}a_2 \vee a_3\underline{a_2}$.

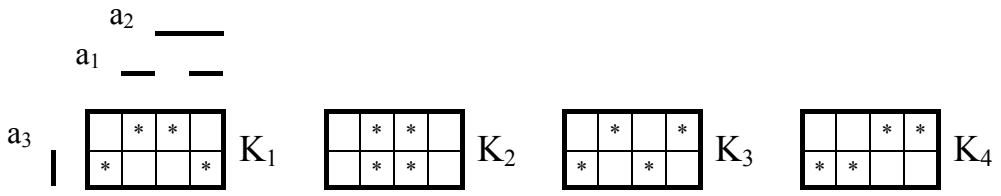


Рис. 3.6

В прил. 3.3 квазисовершенные коды, опережая последовательность изложения материала, разбиты на классы, где к одному классу относятся квазисовершенные коды, имеющие одинаковые фигуры в координатах a_1, a_2, x_1, x_2, которые определенным образом для данного класса размещаются в ячейках двухмерного пространства координат a_3, x_3. Причем сначала, перед разбивкой на классы, последовательно обозначаются множества M_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$) информационной части кода для сигнала первого разряда a'_1, которые по их «геометрическим именам» проставляются в пространстве координат для всех остальных сигналов x'_1, a'_2, x'_2, a'_3, x'_3.

После размещения этих множеств во всех 192 кодах начинается последовательное размещение множеств P_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$) информационной части кода для сигнала второго разряда a'_2, которые по их «геометрическим именам» проставляются в пространстве координат a_3, x_3 для всех остальных сигналов x'_1, x'_2, a'_3, x'_3.

Подобная процедура производится также для третьего информационного разряда a'_3, где в свободные ячейки пространства координат a_3, x_3 записываются множества L_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$), аналогичным образом это заполнение производится и для контрольной части кода. По мере последовательного заполнения ячеек пространств a_3, x_3 все меньше этих ячеек остаются свободными для заполнения соответствующими множествами m_i, p_i, l_i.

После заполнения всех ячеек пространств сигналов a'_1, a'_2, a'_3, x'_1, x'_2, x'_3 определяются все множества: для a'_1 это 58 множеств M_i, для a'_2 – 48 мно-

жеств P_i, для a'_3 – 78 множеств L_i, для x'_1 – 58 множеств m_i, для x'_2 – 58 множеств p_i, для x'_3 – 12 множеств l_i.

В прил. 3.4 приведены все отмеченные выше множества, где для каждого из них даются геометрический образ и его «геометрическое имя». Например, множество M_1 – это его имя (рис. 3.7), которое имеет геометрический образ и «геометрическое имя» – (…*…*.*…*..). Эти «геометрические имена» могут быть использованы для определения всех базовых логических функций, которые при соответствующих поворотах координат a_1, a_2, x_1, x_2 позволяют определить все необходимые множества в этих координатах.

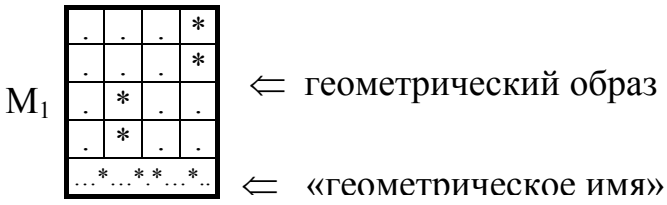


Рис. 3.7

3.2. Базовые логические функции информационной части квазисовершенного кода основания n = 8

Для определения базовых логических функций в координатах a_1, a_2, x_1, x_2 необходимо воспользоваться табл. 1.1, 1.2 прил. 1.1 первой главы, где, последовательно размещая в первую ячейку пространства табл. 1.1 геометрический образ, например, базового множества M_1 (рис. 3.8), найдем все производные от него множества.

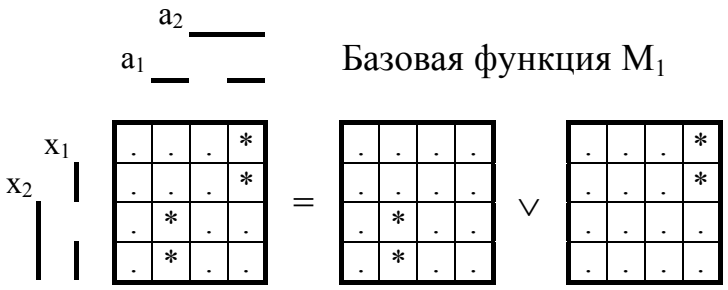


Рис. 3.8

$$M_1 = F(a_1a_2x_1x_2) \equiv F(1234) = a_1\underline{a_2}x_2 \vee a_1a_2\underline{x_2} \qquad (3.1.2)$$

$a_1 \equiv 1$, $a_2 \equiv 2$, $x_1 \equiv 3$, $x_2 \equiv 4$.

Результат этих поисков представлен в прил. 3.5, а производные функции от базового множества M_1(1 2 3 4, 1 2 $\underline{3}$ 4, 1 $\underline{2}$ $\underline{3}$ $\underline{4}$, 1 $\underline{2}$ 3 $\underline{4}$, 1 4 3 2, 1 4 $\underline{3}$ 2, 1 $\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$, 1 $\underline{4}$ 3 $\underline{2}$) определяются следующими поворотами координат базовой функции:

$M_5 = M_1$(1 $\underline{2}$ 3 4, 1 2 3 $\underline{4}$, 1 2 $\underline{3}$ $\underline{4}$, 1 $\underline{2}$ $\underline{3}$ 4, 1 $\underline{4}$ 3 2, 1 4 3 $\underline{2}$, 1 4 $\underline{3}$ $\underline{2}$, 1 $\underline{4}$ $\underline{3}$ 2);
$M_{15} = M_1$(1 3 2 4, 1 $\underline{3}$ 2 4, 1 $\underline{3}$ $\underline{2}$ $\underline{4}$, 1 3 $\underline{2}$ $\underline{4}$, 1 3 4 2, 1 $\underline{3}$ 4 2, 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$ $\underline{2}$, 1 3 $\underline{4}$ $\underline{2}$);
$M_{16} = M_1$(1 3 $\underline{2}$ 4, 1 3 2 $\underline{4}$, 1 $\underline{3}$ 2 $\underline{4}$, 1 $\underline{3}$ $\underline{2}$ 4, 1 3 $\underline{4}$ 2, 1 3 4 $\underline{2}$, 1 $\underline{3}$ 4 $\underline{2}$, 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$ 2);
$M_{41} = M_1$(1 2 4 3, 1 2 4 $\underline{3}$, 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$, 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$ 3, 1 4 2 3, 1 4 2 $\underline{3}$, 1 $\underline{4}$ $\underline{2}$ $\underline{3}$, 1 $\underline{4}$ $\underline{2}$ 3);
$M_{54} = M_1$(1 $\underline{2}$ 4 3, 1 2 $\underline{4}$ 3, 1 2 $\underline{4}$ $\underline{3}$, 1 $\underline{2}$ 4 $\underline{3}$, 1 $\underline{4}$ 2 3, 1 4 $\underline{2}$ 3, 1 4 $\underline{2}$ $\underline{3}$, 1 $\underline{4}$ 2 $\underline{3}$);

$P_9 = M_1(2\ 1\ 3\ 4,\ 2\ 1\ \underline{3}\ 4,\ \underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4},\ \underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ 4\ 1\ 3\ 2,\ 4\ 1\ \underline{3}\ 2,\ \underline{4}\ 1\ 3\ \underline{2},\ \underline{4}\ 1\ \underline{3}\ \underline{2});$
$P_{12} = M_1(\underline{2}\ 1\ 3\ 4,\ 2\ 1\ 3\ \underline{4},\ 2\ 1\ \underline{3}\ 4,\ 2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{4}\ 1\ 3\ 2,\ 4\ 1\ 3\ \underline{2},\ 4\ 1\ \underline{3}\ 2,\ 4\ 1\ \underline{3}\ \underline{2});$
$P_{39} = M_1(3\ 1\ 2\ 4,\ \underline{3}\ 1\ 2\ 4,\ \underline{3}\ 1\ \underline{2}\ \underline{4},\ 3\ 1\ \underline{2}\ \underline{4},\ 3\ 1\ 4\ 2,\ \underline{3}\ 1\ 4\ 2,\ \underline{3}\ 1\ \underline{4}\ \underline{2},\ 3\ 1\ \underline{4}\ \underline{2});$
$P_{40} = M_1(3\ 1\ \underline{2}\ 4,\ 3\ 1\ 2\ \underline{4},\ \underline{3}\ 1\ \underline{2}\ 4,\ \underline{3}\ 1\ 2\ \underline{4},\ 3\ 1\ \underline{4}\ 2,\ 3\ 1\ 4\ \underline{2},\ \underline{3}\ 1\ \underline{4}\ 2,\ \underline{3}\ 1\ 4\ \underline{2});$

$\underline{L}_2 = M_1(\underline{1}\ 3\ \underline{2}\ 4,\ \underline{1}\ 3\ 2\ \underline{4},\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2\ \underline{4},\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4,\ \underline{1}\ 3\ \underline{4}\ 2,\ \underline{1}\ 3\ 4\ \underline{2},\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4\ 2,\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2);$
$\underline{L}_{10} = M_1(\underline{1}\ 3\ 2\ 4,\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2\ 4,\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{1}\ 3\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{1}\ 3\ 4\ 2,\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4\ 2,\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{1}\ 3\ \underline{4}\ \underline{2});$
$\underline{L}_{14} = M_1(\underline{3}\ \underline{1}\ 2\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4},\ 3\ \underline{1}\ 2\ \underline{4},\ 3\ \underline{1}\ \underline{2}\ 4,\ \underline{3}\ \underline{1}\ 4\ \underline{2},\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2},\ 3\ \underline{1}\ 4\ \underline{2},\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2);$
$\underline{L}_{25} = M_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4,\ \underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4},\ \underline{1}\ 2\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4,\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3\ 2,\ \underline{1}\ 4\ 3\ \underline{2},\ \underline{1}\ 4\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2);$
$\underline{L}_{27} = M_1(\underline{1}\ 2\ 3\ 4,\ \underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4,\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{1}\ \underline{2}\ 3\ \underline{4},\ \underline{1}\ 4\ 3\ 2,\ \underline{1}\ 4\ \underline{3}\ 2,\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3\ \underline{2});$
$\underline{L}_{77} = M_1(\underline{4}\ \underline{1}\ 2\ 3,\ 4\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3},\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2\ \underline{3},\ 4\ \underline{1}\ \underline{2}\ 3,\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4\ 3,\ 2\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4\ \underline{3},\ 2\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3);$
$\underline{L}_{78} = M_1(\underline{4}\ 1\ 2\ 3,\ 4\ 1\ \underline{2}\ 3,\ \underline{4}\ 1\ 2\ \underline{3},\ 4\ 1\ \underline{2}\ \underline{3},\ \underline{2}\ 1\ 4\ 3,\ 2\ 1\ \underline{4}\ 3,\ \underline{2}\ 1\ 4\ \underline{3},\ 2\ 1\ \underline{4}\ \underline{3});$
$\underline{L}_{79} = M_1(4\ \underline{1}\ 2\ 3,\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3},\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2}\ 3,\ 4\ \underline{1}\ 2\ \underline{3},\ 2\ \underline{1}\ 4\ 3,\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3,\ 2\ \underline{1}\ 4\ \underline{3});$
$\underline{L}_{80} = M_1(4\ 1\ 2\ 3,\ 4\ 1\ 2\ \underline{3},\ \underline{4}\ 1\ \underline{2}\ 3,\ \underline{4}\ 1\ \underline{2}\ \underline{3},\ 2\ 1\ 4\ 3,\ 2\ 1\ 4\ \underline{3},\ \underline{2}\ 1\ \underline{4}\ 3,\ \underline{2}\ 1\ \underline{4}\ \underline{3});$
$\underline{L}_{42} = M_1(\underline{2}\ 3\ \underline{1}\ 4,\ 2\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{1}\ 4,\ 2\ 3\ \underline{1}\ \underline{4},\ \underline{4}\ 3\ \underline{1}\ 2,\ 4\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1}\ 2,\ 4\ 3\ \underline{1}\ \underline{2});$
$\underline{L}_{44} = M_1(\underline{2}\ 3\ 1\ 4,\ 2\ 3\ 1\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{3}\ 1\ 4,\ 2\ \underline{3}\ 1\ \underline{4},\ \underline{4}\ 3\ 1\ 2,\ 4\ 3\ 1\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{3}\ 1\ 2,\ 4\ \underline{3}\ 1\ \underline{2});$
$\underline{L}_{48} = M_1(2\ 3\ 1\ 4,\ 2\ \underline{3}\ 1\ 4,\ \underline{2}\ 3\ 1\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{3}\ 1\ \underline{4},\ 4\ 3\ 1\ 2,\ 4\ \underline{3}\ 1\ 2,\ \underline{4}\ 3\ 1\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{3}\ 1\ 2);$
$\underline{L}_{53} = M_1(\underline{2}\ \underline{1}\ 3\ 4,\ 2\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4,\ 2\ \underline{1}\ 3\ \underline{4},\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3\ 2,\ 4\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2,\ 4\ \underline{1}\ 3\ \underline{2});$
$\underline{L}_{54} = M_1(\underline{2}\ 1\ 3\ 4,\ 2\ 1\ 3\ \underline{4},\ \underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4,\ 2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{4}\ 1\ 3\ 2,\ 4\ 1\ 3\ \underline{2},\ \underline{4}\ 1\ \underline{3}\ 2,\ 4\ 1\ \underline{3}\ \underline{2});$
$\underline{L}_{55} = M_1(2\ \underline{1}\ 3\ 4,\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{1}\ 3\ \underline{4},\ 2\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4,\ 4\ \underline{1}\ 3\ 2,\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3\ \underline{2},\ 4\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2);$
$\underline{L}_{56} = M_1(2\ 1\ 3\ 4,\ 2\ 1\ \underline{3}\ 4,\ \underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4},\ \underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ 4\ 1\ 3\ 2,\ 4\ 1\ \underline{3}\ 2,\ \underline{4}\ 1\ 3\ \underline{2},\ \underline{4}\ 1\ \underline{3}\ \underline{2});$
$\underline{L}_{57} = M_1(\underline{3}\ 2\ \underline{1}\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4,\ 3\ 2\ \underline{1}\ \underline{4},\ 3\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4,\ \underline{3}\ 4\ \underline{1}\ \underline{2},\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2,\ 3\ 4\ \underline{1}\ \underline{2},\ 3\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2);$
$\underline{L}_{58} = M_1(3\ \underline{2}\ 4\ 1,\ 3\ 2\ \underline{4}\ 1,\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4\ 1,\ \underline{3}\ 2\ \underline{4}\ 1,\ 3\ \underline{4}\ 2\ 1,\ 3\ 4\ \underline{2}\ 1,\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2\ 1,\ \underline{3}\ 4\ \underline{2}\ 1);$
$\underline{L}_{59} = M_1(3\ 2\ \underline{1}\ 4,\ \underline{3}\ 2\ \underline{1}\ 4,\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4},\ 3\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4},\ 3\ 4\ \underline{1}\ 2,\ \underline{3}\ 4\ \underline{1}\ 2,\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2},\ 3\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2});$
$\underline{L}_{60} = M_1(3\ 2\ 4\ 1,\ \underline{3}\ 2\ 4\ 1,\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1,\ 3\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1,\ 3\ 4\ 2\ 1,\ \underline{3}\ 4\ 2\ 1,\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1,\ 3\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1);$
$\underline{L}_{61} = M_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 4\ 3,\ \underline{1}\ 2\ \underline{4}\ 3,\ \underline{1}\ 2\ \underline{4}\ 3,\ \underline{1}\ \underline{2}\ 4\ \underline{3},\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2\ 3,\ \underline{1}\ 4\ \underline{2}\ 3,\ \underline{1}\ 4\ \underline{2}\ 3,\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2\ \underline{3});$
$\underline{L}_{63} = M_1(\underline{1}\ 2\ 4\ 3,\ \underline{1}\ 2\ 4\ \underline{3},\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3,\ \underline{1}\ 4\ 2\ 3,\ \underline{1}\ 4\ 2\ \underline{3},\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3},\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2}\ 3);$
$\underline{L}_{66} = M_1(\underline{4}\ 3\ 2\ \underline{1},\ 4\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2\ \underline{1},\ 4\ 3\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{2}\ 3\ 4\ \underline{1},\ 2\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1},\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4\ \underline{1},\ 2\ 3\ \underline{4}\ \underline{1});$
$\underline{L}_{68} = M_1(\underline{4}\ 3\ 2\ 1,\ 4\ 3\ \underline{2}\ 1,\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2\ 1,\ 4\ \underline{3}\ \underline{2}\ 1,\ \underline{2}\ 3\ 4\ 1,\ 2\ 3\ \underline{4}\ 1,\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4\ 1,\ 2\ \underline{3}\ \underline{4}\ 1);$
$\underline{L}_{70} = M_1(4\ 3\ 2\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{4}\ 3\ \underline{2}\ \underline{1},\ 4\ \underline{3}\ 2\ \underline{1},\ 2\ 3\ 4\ \underline{1},\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1},\ \underline{2}\ 3\ \underline{4}\ \underline{1},\ 2\ \underline{3}\ 4\ \underline{1});$
$\underline{L}_{72} = M_1(4\ 3\ 2\ 1,\ 4\ \underline{3}\ 2\ 1,\ \underline{4}\ 3\ \underline{2}\ 1,\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2}\ 1,\ 2\ 3\ 4\ 1,\ 2\ \underline{3}\ 4\ 1,\ \underline{2}\ 3\ \underline{4}\ 1,\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4}\ 1);$
$\underline{L}_{77} = M_1(\underline{4}\ \underline{1}\ 2\ 3,\ 4\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3},\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2\ \underline{3},\ 4\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3},\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4\ 3,\ 2\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{2}\ 1\ 4\ \underline{3},\ 2\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3});$
$\underline{L}_{78} = M_1(\underline{4}\ 1\ 2\ 3,\ 4\ 1\ \underline{2}\ 3,\ \underline{4}\ 1\ 2\ \underline{3},\ 4\ 1\ \underline{2}\ \underline{3},\ 2\ 1\ 4\ 3,\ 2\ 1\ 4\ 3,\ 2\ 1\ 4\ 3,\ 2\ 1\ 4\ 3);$
$\underline{L}_{79} = M_1(4\ \underline{1}\ 2\ 3,\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3},\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2}\ 3,\ 4\ \underline{1}\ 2\ \underline{3},\ 2\ \underline{1}\ 4\ 3,\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3,\ 2\ \underline{1}\ 4\ \underline{3});$
$\underline{L}_{80} = M_1(4\ 1\ 2\ 3,\ 4\ 1\ 2\ \underline{3},\ \underline{4}\ 1\ \underline{2}\ 3,\ \underline{4}\ 1\ \underline{2}\ \underline{3},\ 2\ 1\ 4\ 3,\ 2\ 1\ 4\ \underline{3},\ \underline{2}\ 1\ \underline{4}\ 3,\ \underline{2}\ 1\ \underline{4}\ \underline{3});$
$\underline{L}_{85} = M_1(\underline{3}\ 2\ \underline{4}\ \underline{1},\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4\ \underline{1},\ 3\ 2\ \underline{4}\ \underline{1},\ 3\ \underline{2}\ 4\ \underline{1},\ \underline{3}\ 4\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2\ \underline{1},\ 3\ 4\ \underline{2}\ \underline{1},\ 3\ \underline{4}\ 2\ \underline{1});$
$\underline{L}_{86} = M_1(3\ \underline{2}\ 4\ 1,\ 3\ 2\ \underline{4}\ 1,\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4\ 1,\ \underline{3}\ 2\ \underline{4}\ 1,\ 3\ \underline{4}\ 2\ 1,\ 3\ 4\ \underline{2}\ 1,\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2\ 1,\ \underline{3}\ 4\ \underline{2}\ 1);$
$\underline{L}_{87} = M_1(3\ 2\ 4\ \underline{1},\ \underline{3}\ 2\ 4\ \underline{1},\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1},\ 3\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1},\ 3\ 4\ 2\ \underline{1},\ \underline{3}\ 4\ 2\ \underline{1},\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1},\ 3\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1});$
$\underline{L}_{88} = M_1(3\ 2\ 4\ 1,\ \underline{3}\ 2\ 4\ 1,\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1,\ 3\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1,\ 3\ 4\ 2\ 1,\ \underline{3}\ 4\ 2\ 1,\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1,\ 3\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1).$

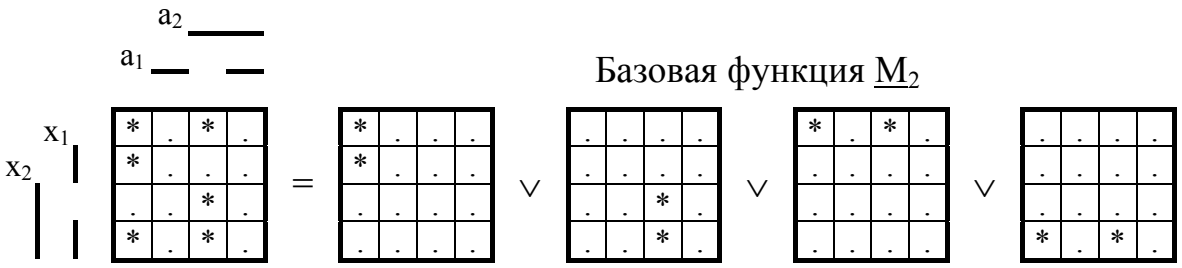


Рис. 3.9

$\underline{M_2} = F(a_1a_2x_1x_2) \equiv F(1234) = \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{x_2} \vee \underline{a_1}a_2x_2 \vee \underline{x_1}\underline{x_2}\underline{a_1} \vee x_1x_2\underline{a_1}$ (3.1.3)

$a_1 \equiv 1, \quad a_2 \equiv 2, \quad x_1 \equiv 3, \quad x_2 \equiv 4.$

Второй базовой функцией является функция $\underline{M_2}$(1 2 3 4, 1 3 2 4, 1 4 $\underline{3}$ 2, 1 $\underline{2}$ 4 3, 1 $\underline{3}$ 4 2, 1 4 $\underline{2}$ 3, 1 $\underline{2}$ $\underline{3}$ $\underline{4}$, 1 $\underline{3}$ $\underline{2}$ $\underline{4}$, 1 $\underline{4}$ 3 $\underline{2}$, 1 2 $\underline{4}$ $\underline{3}$, 1 3 $\underline{4}$ $\underline{2}$, 1 $\underline{4}$ 2 $\underline{3}$). Эта функция (рис. 3.9) имеет в соответствии прил. 3.6 следующие производные функции:

$\underline{M_3} = \underline{M_2}$(1 2 $\underline{3}$ 4, 1 3 $\underline{2}$ 4, 1 4 3 2, 1 2 4 $\underline{3}$, 1 3 4 $\underline{2}$, 1 4 2 3,
1 $\underline{2}$ 3 $\underline{4}$, 1 $\underline{3}$ 2 $\underline{4}$, 1 $\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$, 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$ 3, 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$ 2, 1 $\underline{4}$ $\underline{2}$ $\underline{3}$);

$\underline{M_4} = \underline{M_2}$(1 2 3 $\underline{4}$, 1 3 2 $\underline{4}$, 1 $\underline{4}$ 3 2, 1 2 $\underline{4}$ 3, 1 3 $\underline{4}$ 2, 1 $\underline{4}$ 2 3,
1 $\underline{2}$ $\underline{3}$ 4, 1 $\underline{3}$ $\underline{2}$ 4, 1 4 $\underline{3}$ $\underline{2}$, 1 $\underline{2}$ 4 $\underline{3}$, 1 $\underline{3}$ 4 $\underline{2}$, 1 4 $\underline{2}$ $\underline{3}$);

$\underline{M_6} = \underline{M_2}$(1 $\underline{2}$ 3 4, 1 $\underline{3}$ 2 4, 1 4 3 $\underline{2}$, 1 2 4 3, 1 3 4 2, 1 4 2 $\underline{3}$,
1 2 $\underline{3}$ $\underline{4}$, 1 3 $\underline{2}$ $\underline{4}$, 1 $\underline{4}$ $\underline{3}$ 2, 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$, 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$ $\underline{2}$, 1 $\underline{4}$ $\underline{2}$ 3);

$\underline{P_{10}} = \underline{M_2}$(2 1 3 4, 3 1 2 4, 4 1 $\underline{2}$ 3, $\underline{2}$ 1 4 3, $\underline{3}$ 1 4 2, 4 1 $\underline{3}$ 2,
$\underline{2}$ 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$, $\underline{3}$ 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$, $\underline{4}$ 1 2 $\underline{3}$, 2 1 $\underline{4}$ $\underline{3}$, 3 1 $\underline{4}$ $\underline{2}$, $\underline{4}$ 1 3 $\underline{2}$);

$\underline{P_{11}} = \underline{M_2}$(2 1 $\underline{3}$ 4, 3 1 $\underline{2}$ 4, 4 1 2 3, 2 1 4 $\underline{3}$, 3 1 4 $\underline{2}$, 4 1 3 2,
$\underline{2}$ 1 3 $\underline{4}$, $\underline{3}$ 1 2 $\underline{4}$, $\underline{4}$ 1 $\underline{2}$ $\underline{3}$, $\underline{2}$ 1 $\underline{4}$ 3, $\underline{3}$ 1 $\underline{4}$ 2, $\underline{4}$ 1 $\underline{3}$ $\underline{2}$);

$\underline{P_{13}} = \underline{M_2}$($\underline{2}$ 1 3 4, $\underline{3}$ 1 2 4, 4 1 2 $\underline{3}$, 2 1 4 3, 3 1 4 2, 4 1 3 $\underline{2}$,
2 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$, 3 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$, $\underline{4}$ 1 $\underline{2}$ 3, $\underline{2}$ 1 $\underline{4}$ $\underline{3}$, $\underline{3}$ 1 $\underline{4}$ $\underline{2}$, $\underline{4}$ 1 $\underline{3}$ 2);

$\underline{P_{14}} = \underline{M_2}$(2 1 3 $\underline{4}$, 3 1 2 $\underline{4}$, $\underline{4}$ 1 2 3, 2 1 $\underline{4}$ 3, 3 1 $\underline{4}$ 2, $\underline{4}$ 1 3 2,
$\underline{2}$ 1 $\underline{3}$ 4, $\underline{3}$ 1 $\underline{2}$ 4, 4 1 $\underline{2}$ $\underline{3}$, $\underline{2}$ 1 4 $\underline{3}$, $\underline{3}$ 1 4 $\underline{2}$, 4 1 $\underline{3}$ $\underline{2}$).

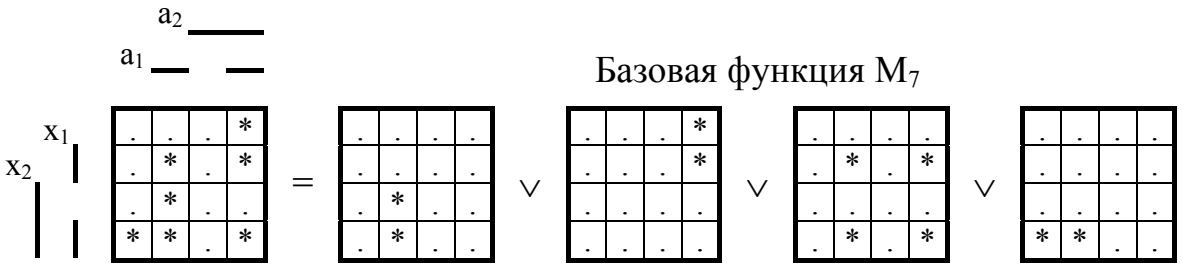


Рис. 3.10

$M_7 = F(a_1a_2x_1x_2) \equiv F(1234) = a_1\underline{a_2}x_2 \vee a_1a_2\underline{x_2} \vee a_1x_1 \vee x_1x_2\underline{a_2}$ (3.1.4)

$a_1 \equiv 1, \quad a_2 \equiv 2, \quad x_1 \equiv 3, \quad x_2 \equiv 4.$

Третьей базовой функцией является функция M_7(1 2 3 4, 1 $\underline{4}$ 3 $\underline{2}$) (рис. 3.10). Производные базовой функции M_7 (прил. 3.7) представляются следующими поворотами координат:

$M_8 = M_7(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4},\ 1\ 4\ 3\ 2)$;
$M_9 = M_7(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4},\ 1\ 4\ \underline{3}\ 2)$; $M_{10} = M_7(1\ 2\ \underline{3}\ 4,\ 1\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2})$;
$M_{11} = M_7(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4},\ 1\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2)$; $M_{12} = M_7(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4,\ 1\ 4\ \underline{3}\ \underline{2})$;
$M_{13} = M_7(1\ \underline{2}\ 3\ 4,\ 1\ 4\ 3\ \underline{2})$; $M_{14} = M_7(1\ 2\ 3\ \underline{4},\ 1\ \underline{4}\ 3\ 2)$;
$M_{33} = M_7(1\ 3\ 2\ 4,\ 1\ 3\ \underline{4}\ \underline{2})$; $M_{34} = M_7(1\ 3\ \underline{2}\ \underline{4},\ 1\ 3\ 4\ 2)$;
$M_{35} = M_7(1\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4},\ 1\ \underline{3}\ 4\ 2)$; $M_{36} = M_7(1\ \underline{3}\ 2\ 4,\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2})$;
$M_{37} = M_7(1\ \underline{3}\ 2\ \underline{4},\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2)$; $M_{38} = M_7(1\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4,\ 1\ \underline{3}\ 4\ \underline{2})$;
$M_{39} = M_7(1\ 3\ \underline{2}\ 4,\ 1\ 3\ 4\ \underline{2})$; $M_{40} = M_7(1\ 3\ 2\ \underline{4},\ 1\ 3\ \underline{4}\ 2)$;
$M_{42} = M_7(1\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3,\ 1\ \underline{4}\ 2\ 3)$; $M_{43} = M_7(1\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3,\ 1\ 4\ 2\ 3)$;
$M_{44} = M_7(1\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3},\ 1\ 4\ 2\ \underline{3})$; $M_{45} = M_7(1\ 2\ 4\ \underline{3},\ 1\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3})$;
$M_{55} = M_7(1\ \underline{2}\ 4\ 3,\ 1\ 4\ \underline{2}\ 3)$; $M_{56} = M_7(1\ 2\ \underline{4}\ 3,\ 1\ \underline{4}\ 2\ 3)$;
$M_{57} = M_7(1\ 2\ \underline{4}\ \underline{3},\ 1\ \underline{4}\ 2\ \underline{3})$; $M_{58} = M_7(1\ \underline{2}\ 4\ \underline{3},\ 1\ 4\ \underline{2}\ \underline{3})$;

$P_1 = M_7(2\ 1\ 3\ 4,\ \underline{4}\ 1\ 3\ 2)$; $P_2 = M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4},\ 4\ 1\ 3\ 2)$;
$P_3 = M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ 4\ 1\ \underline{3}\ 2)$; $P_4 = M_7(2\ 1\ \underline{3}\ 4,\ \underline{4}\ 1\ \underline{3}\ \underline{2})$;
$P_5 = M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ 4,\ 4\ 1\ 3\ \underline{2})$; $P_6 = M_7(2\ 1\ 3\ \underline{4},\ \underline{4}\ 1\ 3\ 2)$;
$P_7 = M_7(2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{4}\ 1\ \underline{3}\ 2)$; $P_8 = M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4,\ 4\ 1\ \underline{3}\ \underline{2})$;
$P_{31} = M_7(3\ 1\ 2\ 4,\ 3\ 1\ \underline{4}\ \underline{2})$; $P_{32} = M_7(3\ 1\ \underline{2}\ \underline{4},\ 3\ 1\ 4\ 2)$;
$P_{33} = M_7(\underline{3}\ 1\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{3}\ 1\ 4\ 2)$; $P_{34} = M_7(\underline{3}\ 1\ 2\ 4,\ \underline{3}\ 1\ \underline{4}\ \underline{2})$;
$P_{35} = M_7(\underline{3}\ 1\ 2\ \underline{4},\ \underline{3}\ 1\ \underline{4}\ 2)$; $P_{36} = M_7(\underline{3}\ 1\ \underline{2}\ 4,\ \underline{3}\ 1\ 4\ \underline{2})$;
$P_{37} = M_7(3\ 1\ \underline{2}\ 4,\ 3\ 1\ 4\ \underline{2})$; $P_{38} = M_7(3\ 1\ 2\ \underline{4},\ 3\ 1\ \underline{4}\ 2)$.

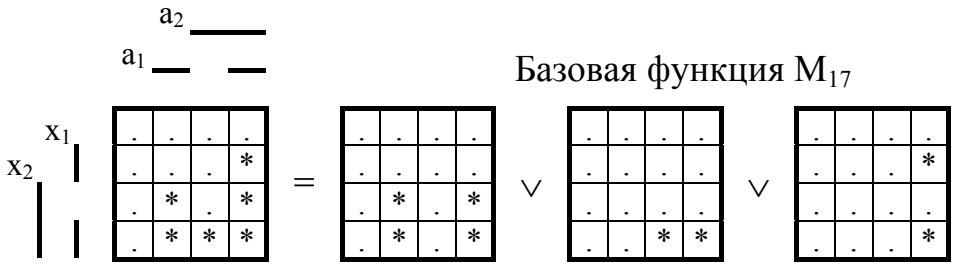


Рис. 3.11

$$M_{17} = F(a_1a_2x_1x_2) \equiv F(1234) = a_1x_2 \vee a_2x_1x_2 \vee a_1a_2x_1 \qquad (3.1.5)$$
$a_1 \equiv 1,\quad a_2 \equiv 2,\quad x_1 \equiv 3,\quad x_2 \equiv 4.$

Четвертой базовой функцией является функция $M_{17}(1\ 2\ 3\ 4,\ 1\ 4\ 3\ 2)$ (рис. 3.11), которая в соответствии с прил. 3.8 имеет следующие производные функции:

$M_{18} = M_{17}(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4},\ 1\ 4\ \underline{3}\ \underline{2})$; $M_{19} = M_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4,\ 1\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2)$;
$M_{20} = M_{17}(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4},\ 1\ \underline{4}\ 3\ \underline{2})$; $M_{21} = M_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4},\ 1\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2})$;
$M_{22} = M_{17}(1\ \underline{2}\ 3\ 4,\ 1\ \underline{4}\ 3\ 2)$; $M_{23} = M_{17}(1\ 2\ 3\ \underline{4},\ 1\ 4\ 3\ \underline{2})$;
$M_{24} = M_{17}(1\ 2\ \underline{3}\ 4,\ 1\ 4\ \underline{3}\ 2)$; $M_{25} = M_{17}(1\ \underline{3}\ 2\ 4,\ 1\ \underline{3}\ 4\ 2)$;
$M_{26} = M_{17}(1\ 3\ 2\ \underline{4},\ 1\ 3\ 4\ \underline{2})$; $M_{27} = M_{17}(1\ 3\ \underline{2}\ 4,\ 1\ 3\ \underline{4}\ 2)$;
$M_{25} = M_{17}(1\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4},\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2})$; $M_{26} = M_{17}(1\ 3\ 2\ \underline{4},\ 1\ 3\ 4\ \underline{2})$;
$M_{27} = M_{17}(1\ 3\ \underline{2}\ 4,\ 1\ 3\ \underline{4}\ 2)$; $M_{28} = M_{17}(1\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4},\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2})$;
$M_{29} = M_{17}(1\ 3\ 2\ 4,\ 1\ 3\ 4\ 2)$; $M_{30} = M_{17}(1\ \underline{3}\ 2\ \underline{4},\ 1\ \underline{3}\ 4\ \underline{2})$;
$M_{31} = M_{17}(1\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4,\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2)$; $M_{32} = M_{17}(1\ 3\ \underline{2}\ \underline{4},\ 1\ 3\ \underline{4}\ \underline{2})$;

$M_{46} = M_{17}(1\ 2\ 4\ \underline{3},\ 1\ 4\ 2\ \underline{3})$; $M_{47} = M_{17}(1\ 2\ \underline{4}\ 3,\ 1\ 4\ \underline{2}\ 3)$;
$M_{48} = M_{17}(1\ \underline{2}\ 4\ 3,\ 1\ \underline{4}\ 2\ 3)$; $M_{49} = M_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3},\ 1\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3})$;
$M_{50} = M_{17}(1\ \underline{2}\ 4\ \underline{3},\ 1\ \underline{4}\ 2\ \underline{3})$; $M_{51} = M_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3,\ 1\ \underline{4}\ \underline{2}\ 3)$;
$M_{52} = M_{17}(1\ 2\ 4\ 3,\ 1\ 4\ 2\ 3)$; $M_{53} = M_{17}(1\ 2\ \underline{4}\ \underline{3},\ 1\ 4\ \underline{2}\ \underline{3})$;

$P_{15} = M_{17}(\underline{3}\ 1\ 2\ 4,\ \underline{3}\ 1\ 4\ 2)$; $P_{16} = M_{17}(3\ 1\ 2\ \underline{4},\ 3\ 1\ 4\ \underline{2})$;
$P_{17} = M_{17}(3\ 1\ \underline{2}\ 4,\ 3\ 1\ \underline{4}\ 2)$; $P_{18} = M_{17}(\underline{3}\ 1\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{3}\ 1\ \underline{4}\ \underline{2})$;
$P_{19} = M_{17}(3\ 1\ 2\ 4,\ 3\ 1\ 4\ 2)$; $P_{20} = M_{17}(\underline{3}\ 1\ 2\ \underline{4},\ \underline{3}\ 1\ 4\ \underline{2})$;
$P_{21} = M_{17}(\underline{3}\ 1\ \underline{2}\ 4,\ \underline{3}\ 1\ \underline{4}\ 2)$; $P_{22} = M_{17}(3\ 1\ \underline{2}\ \underline{4},\ 3\ 1\ \underline{4}\ \underline{2})$;
$P_{23} = M_{17}(4\ 1\ 2\ 3,\ 2\ 1\ 4\ 3)$; $P_{24} = M_{17}(4\ 1\ \underline{2}\ \underline{3},\ 2\ 1\ \underline{4}\ \underline{3})$;
$P_{25} = M_{17}(\underline{4}\ 1\ 2\ \underline{3},\ \underline{2}\ 1\ 4\ \underline{3})$; $P_{26} = M_{17}(\underline{4}\ 1\ \underline{2}\ 3,\ \underline{2}\ 1\ \underline{4}\ 3)$;
$P_{27} = M_{17}(\underline{4}\ 1\ 2\ 3,\ \underline{2}\ 1\ 4\ 3)$; $P_{28} = M_{17}(\underline{4}\ 1\ \underline{2}\ \underline{3},\ \underline{2}\ 1\ \underline{4}\ \underline{3})$;
$P_{29} = M_{17}(4\ 1\ 2\ \underline{3},\ 2\ 1\ 4\ \underline{3})$; $P_{30} = M_{17}(4\ 1\ \underline{2}\ 3,\ 2\ 1\ \underline{4}\ 3)$;
$P_{41} = M_{17}(2\ 1\ \underline{3}\ 4,\ 4\ 1\ \underline{3}\ 2)$; $P_{42} = M_{17}(2\ 1\ 3\ \underline{4},\ 4\ 1\ 3\ \underline{2})$;
$P_{43} = M_{17}(\underline{2}\ 1\ 3\ 4,\ \underline{4}\ 1\ 3\ 2)$; $P_{44} = M_{17}(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{4}\ 1\ \underline{3}\ \underline{2})$;
$P_{45} = M_{17}(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4,\ \underline{4}\ 1\ \underline{3}\ 2)$; $P_{46} = M_{17}(2\ 1\ 3\ \underline{4},\ 4\ 1\ 3\ \underline{2})$;
$P_{47} = M_{17}(2\ 1\ 3\ 4,\ 4\ 1\ 3\ 2)$; $P_{48} = M_{17}(2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ 4\ 1\ \underline{3}\ \underline{2})$.

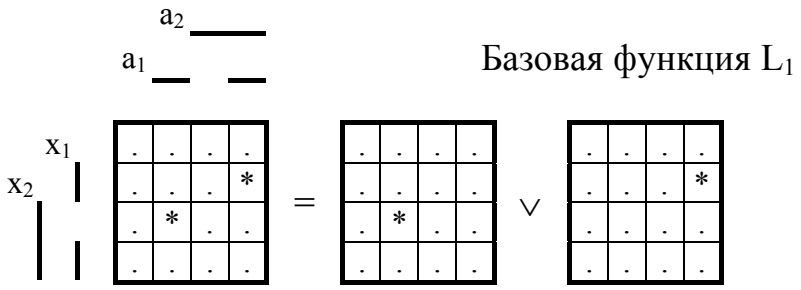


Рис. 3.12

$$L_1 = F(a_1a_2x_1x_2) \equiv F(1234) = a_1\underline{a_2}\underline{x_1}x_2 \vee a_1a_2x_1\underline{x_2} \qquad (3.1.6)$$
$a_1 \equiv 1,\quad a_2 \equiv 2,\quad x_1 \equiv 3,\quad x_2 \equiv 4.$

Пятой базовой функцией является функция $L_1(1\ 2\ 3\ 4,\ 1\ 3\ 2\ 4,\ 1\ 4\ \underline{3}\ 2,\ 1\ \underline{2}\ 4\ 3,\ 1\ \underline{3}\ 4\ 2,\ 1\ 4\ \underline{2}\ 3,\ 1\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4},\ 1\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4},\ 1\ \underline{4}\ 3\ \underline{2},\ 1\ 2\ \underline{4}\ \underline{3},\ 1\ 3\ \underline{4}\ \underline{2},\ 1\ \underline{4}\ 2\ \underline{3})$. Эта функция (рис. 3.12) в соответствии с прил. 3.9 имеет следующие производные функции:

$L_3 = L_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4,\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2\ 4,\ \underline{1}\ 4\ 3\ \underline{2},\ \underline{1}\ 2\ 4\ 3,\ \underline{1}\ 3\ 4\ 2,\ \underline{1}\ 4\ 2\ \underline{3},$
$\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{1}\ 3\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2,\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2}\ 3)$;
$L_5 = L_1(\underline{1}\ 2\ 3\ 4,\ \underline{1}\ 3\ 2\ 4,\ \underline{1}\ 4\ \underline{3}\ 2,\ \underline{1}\ \underline{2}\ 4\ 3,\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4\ 2,\ \underline{1}\ 4\ \underline{2}\ 3,$
$\underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3\ \underline{2},\ \underline{1}\ 2\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{1}\ 3\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2\ \underline{3})$;
$L_6 = L_1(1\ \underline{2}\ 3\ 4,\ 1\ \underline{3}\ 2\ 4,\ 1\ 4\ 3\ \underline{2},\ 1\ 2\ 4\ 3,\ 1\ 3\ 4\ 2,\ 1\ 4\ 2\ \underline{3},$
$1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4},\ 1\ 3\ \underline{2}\ \underline{4},\ 1\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2,\ 1\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3},\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2},\ 1\ \underline{4}\ \underline{2}\ 3)$;
$L_7 = L_1(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4},\ \underline{1}\ 3\ 2\ \underline{4},\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3\ 2,\ \underline{1}\ 2\ \underline{4}\ 3,\ \underline{1}\ 3\ \underline{4}\ 2,\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2\ 3,$
$\underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4,\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4,\ \underline{1}\ 4\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{1}\ \underline{2}\ 4\ \underline{3},\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4\ \underline{2},\ \underline{1}\ 4\ \underline{2}\ \underline{3})$;
$L_9 = L_1\ (1\ 2\ \underline{3}\ 4,\ 1\ 3\ \underline{2}\ 4,\ 1\ 4\ 3\ 2,\ 1\ 2\ 4\ \underline{3},\ 1\ 3\ 4\ \underline{2},\ 1\ 4\ 2\ 3,$
$1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4},\ 1\ \underline{3}\ 2\ \underline{4},\ 1\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2},\ 1\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3,\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2,\ 1\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3})$;

$L_{11} = L_1(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4,\ \underline{1}\ 3\ \underline{2}\ 4,\ \underline{1}\ 4\ 3\ 2,\ \underline{1}\ 2\ 4\ \underline{3},\ \underline{1}\ 3\ 4\ \underline{2},\ \underline{1}\ 4\ 2\ 3,$
$\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ \underline{4},\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2\ \underline{4},\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3,\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2,\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3});$

$L_{12} = L_1(1\ 2\ 3\ \underline{4},\ 1\ 3\ 2\ \underline{4},\ 1\ \underline{4}\ 3\ 2,\ 1\ 2\ \underline{4}\ 3,\ 1\ 3\ \underline{4}\ 2,\ 1\ \underline{4}\ 2\ 3,$
$1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4,\ 1\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4,\ 1\ 4\ \underline{3}\ \underline{2},\ 1\ \underline{2}\ 4\ \underline{3},\ 1\ \underline{3}\ 4\ \underline{2},\ 1\ 4\ \underline{2}\ \underline{3});$

$L_{13} = L_1(2\ 1\ 3\ 4,\ 3\ 1\ 2\ 4,\ 4\ 1\ \underline{3}\ 2,\ \underline{2}\ 1\ 4\ 3,\ \underline{3}\ 1\ 4\ 2,\ 4\ 1\ \underline{2}\ 3,$
$\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{3}\ 1\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{4}\ 1\ 3\ \underline{2},\ 2\ 1\ \underline{4}\ \underline{3},\ 3\ 1\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{4}\ 1\ 2\ \underline{3});$

$L_{15} = L_1(\underline{2}\ \underline{1}\ 3\ 4,\ \underline{3}\ \underline{1}\ 2\ 4,\ 4\ \underline{1}\ 3\ \underline{2},\ 2\ \underline{1}\ 4\ 3,\ 3\ \underline{1}\ 4\ 2,\ 4\ \underline{1}\ 2\ \underline{3},$
$2\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4},\ 3\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2,\ \underline{2}\ 1\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2}\ 3);$

$L_{17} = L_1(\underline{2}\ 1\ 3\ 4,\ \underline{3}\ 1\ 2\ 4,\ 4\ 1\ 3\ \underline{2},\ 2\ 1\ 4\ 3,\ 3\ 1\ 4\ 2,\ 4\ 1\ 2\ \underline{3},$
$2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ 3\ 1\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{4}\ 1\ \underline{3}\ 2,\ \underline{2}\ 1\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{3}\ 1\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{4}\ 1\ \underline{2}\ 3);$

$L_{18} = L_1(2\ \underline{1}\ 3\ 4,\ 3\ \underline{1}\ 2\ 4,\ 4\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2,\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4\ 3,\ \underline{3}\ \underline{1}\ 4\ 2,\ 4\ \underline{1}\ \underline{2}\ 3,$
$\underline{2}\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3\ \underline{2},\ 2\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3},\ 3\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2\ \underline{3});$

$L_{19} = L_1(2\ \underline{1}\ 3\ \underline{4},\ 3\ \underline{1}\ 2\ \underline{4},\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3\ 2,\ 2\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3,\ 3\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2,\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2\ 3,$
$\underline{2}\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4,\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2}\ 4,\ 4\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4\ \underline{3},\ \underline{3}\ \underline{1}\ 4\ \underline{2},\ 4\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3});$

$L_{21} = L_1(2\ 1\ \underline{3}\ 4,\ 3\ 1\ \underline{2}\ 4,\ 4\ 1\ 3\ 2,\ 2\ 1\ 4\ \underline{3},\ 3\ 1\ 4\ \underline{2},\ 4\ 1\ 2\ 3,$
$\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4},\ \underline{3}\ 1\ 2\ \underline{4},\ \underline{4}\ 1\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{2}\ 1\ \underline{4}\ 3,\ \underline{3}\ 1\ \underline{4}\ 2,\ \underline{4}\ 1\ \underline{2}\ \underline{3});$

$L_{23} = L_1(2\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4,\ 3\ \underline{1}\ \underline{2}\ 4,\ 4\ \underline{1}\ 3\ 2,\ 2\ \underline{1}\ 4\ \underline{3},\ 3\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2,\ 4\ \underline{1}\ 2\ 3,$
$\underline{2}\ \underline{1}\ 3\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{1}\ 2\ \underline{4},\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3,\ \underline{3}\ \underline{1}\ 4\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3});$

$L_{24} = L_1(2\ 1\ 3\ \underline{4},\ 3\ 1\ 2\ \underline{4},\ \underline{4}\ 1\ 3\ 2,\ 2\ 1\ \underline{4}\ 3,\ 3\ 1\ \underline{4}\ 2,\ \underline{4}\ 1\ 2\ 3,$
$\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4,\ \underline{3}\ 1\ \underline{2}\ 4,\ 4\ 1\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{2}\ 1\ 4\ \underline{3},\ \underline{3}\ 1\ 4\ \underline{2},\ 4\ 1\ \underline{2}\ \underline{3});$

$L_{41} = L_1(3\ 2\ 1\ 4,\ 2\ 3\ 1\ 4,\ \underline{3}\ 4\ 1\ 2,\ 4\ \underline{3}\ 1\ 2,\ 4\ \underline{2}\ 1\ 3,\ \underline{2}\ 4\ 1\ 3,$
$\underline{3}\ \underline{2}\ 1\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{3}\ 1\ \underline{4},\ 3\ \underline{4}\ 1\ \underline{2},\ \underline{4}\ 3\ 1\ \underline{2},\ \underline{4}\ 2\ 1\ \underline{3},\ 2\ \underline{4}\ 1\ \underline{3});$

$L_{43} = L_1(3\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4,\ 2\ \underline{3}\ \underline{1}\ 4,\ 3\ 4\ \underline{1}\ \underline{2},\ 4\ 3\ \underline{1}\ 2,\ 4\ 2\ \underline{1}\ 3,\ 2\ 4\ \underline{1}\ \underline{3},$
$\underline{3}\ 2\ \underline{1}\ \underline{4},\ \underline{2}\ 3\ \underline{1}\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2,\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{3},\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3);$

$L_{45} = L_1(\underline{3}\ 2\ 1\ 4,\ \underline{2}\ 3\ 1\ 4,\ 3\ 4\ 1\ 2,\ 4\ 3\ 1\ \underline{2},\ 4\ 2\ 1\ \underline{3},\ 2\ 4\ 1\ 3,$
$3\ \underline{2}\ 1\ \underline{4},\ 2\ \underline{3}\ 1\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{4}\ 1\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{3}\ 1\ 2,\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1\ 3,\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1\ \underline{3});$

$\underline{L}_{46} = L_1(\underline{3}\ 2\ \underline{1}\ 4,\ \underline{2}\ 3\ \underline{1}\ 4,\ 3\ 4\ \underline{1}\ 2,\ 4\ 3\ \underline{1}\ \underline{2},\ 4\ 2\ \underline{1}\ \underline{3},\ 2\ 4\ \underline{1}\ 3,$
$3\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4},\ 2\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1}\ 2,\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1}\ 3,\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3});$

$L_{47} = L_1(3\ 2\ \underline{1}\ \underline{4},\ 2\ 3\ \underline{1}\ \underline{4},\ 3\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2,\ \underline{4}\ 3\ \underline{1}\ 2,\ \underline{4}\ 2\ \underline{1}\ 3,\ 2\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3,$
$\underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4,\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{1}\ 4,\ \underline{3}\ 4\ \underline{1}\ \underline{2},\ 4\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2},\ 4\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{3},\ \underline{2}\ 4\ \underline{1}\ \underline{3});$

$L_{49} = L_1(3\ \underline{2}\ 1\ 4,\ 2\ \underline{3}\ 1\ 4,\ 3\ 4\ 1\ \underline{2},\ 4\ 3\ 1\ 2,\ 4\ 2\ 1\ 3,\ 2\ 4\ 1\ \underline{3},$
$\underline{3}\ 2\ 1\ \underline{4},\ \underline{2}\ 3\ 1\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{4}\ 1\ 2,\ \underline{4}\ \underline{3}\ 1\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1\ \underline{3},\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1\ 3);$

$L_{50} = L_1(3\ 2\ \underline{1}\ 4,\ 2\ 3\ \underline{1}\ 4,\ \underline{3}\ 4\ \underline{1}\ 2,\ 4\ \underline{3}\ \underline{1}\ 2,\ 4\ \underline{2}\ \underline{1}\ 3,\ \underline{2}\ 4\ \underline{1}\ 3,$
$\underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4},\ 3\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2},\ \underline{4}\ 3\ \underline{1}\ \underline{2},\ \underline{4}\ 2\ \underline{1}\ \underline{3},\ 2\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3});$

$L_{51} = L_1(\underline{3}\ 2\ \underline{1}\ 4,\ \underline{2}\ 3\ \underline{1}\ 4,\ 3\ 4\ \underline{1}\ 2,\ 4\ 3\ \underline{1}\ \underline{2},\ 4\ 2\ \underline{1}\ \underline{3},\ 2\ 4\ \underline{1}\ 3,$
$3\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4},\ 2\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1}\ 2,\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1}\ 3,\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3});$

$L_{52} = L_1(3\ 2\ 1\ \underline{4},\ 2\ 3\ 1\ \underline{4},\ 3\ \underline{4}\ 1\ 2,\ \underline{4}\ 3\ 1\ 2,\ \underline{4}\ 2\ 1\ 3,\ 2\ \underline{4}\ 1\ 3,$
$\underline{3}\ \underline{2}\ 1\ 4,\ \underline{2}\ \underline{3}\ 1\ 4,\ \underline{3}\ 4\ 1\ \underline{2},\ 4\ \underline{3}\ 1\ \underline{2},\ 4\ \underline{2}\ 1\ \underline{3},\ \underline{2}\ 4\ 1\ \underline{3});$

$L_{67} = L_1(3\ 2\ 4\ \underline{1},\ 2\ 3\ 4\ \underline{1},\ \underline{3}\ 4\ 2\ \underline{1},\ 4\ \underline{3}\ 2\ \underline{1},\ 4\ \underline{2}\ 3\ \underline{1},\ \underline{2}\ 4\ 3\ \underline{1},$
$\underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1},\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1},\ 3\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{4}\ 3\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{4}\ 2\ \underline{3}\ \underline{1},\ 2\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1});$

$L_{69} = L_1(3\ 2\ \underline{4}\ 1,\ 2\ 3\ \underline{4}\ 1,\ 3\ \underline{4}\ 2\ 1,\ \underline{4}\ 3\ 2\ 1,\ \underline{4}\ 2\ 3\ 1,\ 2\ \underline{4}\ 3\ 1,$
$\underline{3}\ \underline{2}\ 4\ 1,\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4\ 1,\ \underline{3}\ 4\ \underline{2}\ 1,\ 4\ \underline{3}\ \underline{2}\ 1,\ 4\ \underline{2}\ \underline{3}\ 1,\ \underline{2}\ 4\ \underline{3}\ 1);$

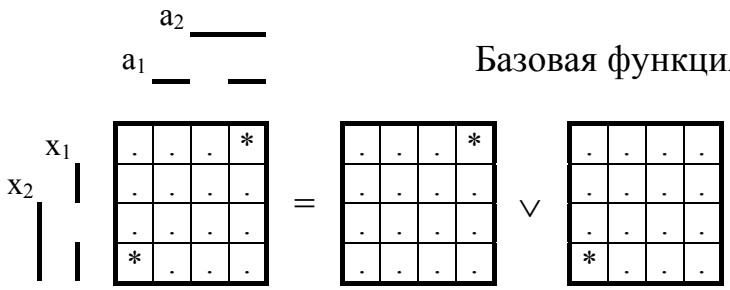
$L_{71} = L_1(\underline{3}\ 2\ 4\ \underline{1},\ \underline{2}\ 3\ 4\ \underline{1},\ 3\ 4\ 2\ \underline{1},\ 4\ 3\ \underline{2}\ \underline{1},\ 4\ 2\ \underline{3}\ \underline{1},\ 2\ 4\ 3\ \underline{1},$
$3\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1},\ 2\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1},\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{2}\ 3\ \underline{1},\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1});$

$L_{73} = L_1(3\ 2\ 4\ 1,\ 2\ 3\ 4\ 1,\ \underline{3}\ 4\ 2\ 1,\ 4\ \underline{3}\ 2\ 1,\ 4\ \underline{2}\ 3\ 1,\ \underline{2}\ 4\ 3\ 1,$
$\underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1,\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4}\ 1,\ 3\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1,\ \underline{4}\ 3\ \underline{2}\ 1,\ \underline{4}\ 2\ \underline{3}\ 1,\ 2\ \underline{4}\ \underline{3}\ 1);$

$L_{74} = L_1(3\ \underline{2}\ 4\ \underline{1},\ 2\ \underline{3}\ 4\ \underline{1},\ 3\ 4\ \underline{2}\ \underline{1},\ 4\ 3\ 2\ \underline{1},\ 4\ 2\ 3\ \underline{1},\ 2\ 4\ \underline{3}\ \underline{1},$
$\underline{3}\ 2\ \underline{4}\ \underline{1},\ \underline{2}\ 3\ \underline{4}\ \underline{1},\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{1},\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3\ \underline{1});$

$L_{75} = L_1(3\ 2\ \underline{4}\ \underline{1},\ 2\ 3\ \underline{4}\ \underline{1},\ 3\ \underline{4}\ 2\ \underline{1},\ \underline{4}\ 3\ 2\ \underline{1},\ \underline{4}\ 2\ 3\ \underline{1},\ 2\ \underline{4}\ 3\ \underline{1},$
$\underline{3}\ \underline{2}\ 4\ \underline{1},\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4\ \underline{1},\ \underline{3}\ 4\ \underline{2}\ \underline{1},\ 4\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1},\ 4\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{1},\ \underline{2}\ 4\ \underline{3}\ \underline{1});$

$L_{76} = L_1(\underline{3}\ 2\ 4\ 1,\ \underline{2}\ 3\ 4\ 1,\ 3\ 4\ 2\ 1,\ 4\ 3\ \underline{2}\ 1,\ 4\ 2\ \underline{3}\ 1,\ 2\ 4\ 3\ 1,$
$3\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1,\ 2\ \underline{3}\ \underline{4}\ 1,\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1,\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2\ 1,\ \underline{4}\ \underline{2}\ 3\ 1,\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3}\ 1).$



Базовая функция L_{29}

Рис. 3.13

$$L_{29} = F(a_1a_2x_1x_2) \equiv F(1234) = a_1a_2\underline{x}_1\underline{x}_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2x_1x_2 \qquad (3.1.7)$$

$a_1 \equiv 1,\quad a_2 \equiv 2,\quad x_1 \equiv 3,\quad x_2 \equiv 4.$

Шестой базовой функцией является функция L_{29} (рис. 3.13), производные функции которой представлены в прил. 3.10.

Производные базовой функции

$L_{29}(1\ 2\ 3\ 4,\ 2\ 1\ 3\ 4,\ \underline{3}\ 2\ \underline{1}\ 4,\ 4\ 3\ 2\ 1,\ \underline{1}\ 3\ 2\ \underline{4},\ \underline{2}\ 3\ 1\ \underline{4},$
$\underline{3}\ 1\ \underline{2}\ 4,\ \underline{4}\ 2\ 3\ \underline{1},\ \underline{1}\ 4\ \underline{3}\ 2,\ \underline{2}\ 4\ \underline{3}\ 1,\ 3\ 4\ 1\ 2,\ \underline{4}\ 1\ \underline{2}\ 3,$
$\underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4},\ 3\ \underline{2}\ 1\ \underline{4},\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1},\ 1\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4,\ 2\ \underline{3}\ \underline{1}\ 4,$
$3\ \underline{1}\ 2\ \underline{4},\ 4\ \underline{2}\ \underline{3}\ 1,\ 1\ \underline{4}\ 3\ \underline{2},\ 2\ \underline{4}\ 3\ \underline{1},\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2},\ 4\ \underline{1}\ 2\ \underline{3},$
$1\ 2\ 4\ 3,\ 2\ 1\ 4\ 3,\ \underline{3}\ 2\ \underline{4}\ 1,\ 4\ 3\ 1\ 2,\ \underline{1}\ 3\ \underline{4}\ 2,\ \underline{2}\ 3\ \underline{4}\ 1,$
$\underline{3}\ 1\ 4\ \underline{2},\ \underline{4}\ 2\ \underline{1}\ 3,\ \underline{1}\ 4\ 2\ \underline{3},\ \underline{2}\ 4\ 1\ \underline{3},\ 3\ 4\ 2\ 1,\ \underline{4}\ 1\ 3\ \underline{2},$
$\underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3},\ 3\ \underline{2}\ 4\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2},\ 1\ \underline{3}\ 4\ \underline{2},\ 2\ \underline{3}\ 4\ \underline{1},$
$3\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2,\ 4\ 2\ 1\ \underline{3},\ 1\ \underline{4}\ \underline{2}\ 3,\ 2\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3,\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1},\ 4\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2)$

следующие:

$L_{31} = L_{29}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4},\ \underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{2}\ 1\ 4,\ \underline{4}\ 3\ 2\ \underline{1},\ 1\ 3\ 2\ 4,\ 2\ 3\ 1\ 4,$
$\underline{3}\ \underline{1}\ 2\ 4,\ 4\ 2\ 3\ 1,\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3\ 2,\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3\ 1,\ \underline{3}\ 4\ 1\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2\ 3,$
$1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4,\ 2\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4,\ 3\ 2\ \underline{1}\ \underline{4},\ 4\ \underline{3}\ \underline{2}\ 1,\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4},$
$3\ 1\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{1},\ 1\ 4\ \underline{3}\ \underline{2},\ 2\ 4\ \underline{3}\ \underline{1},\ 3\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2,\ 4\ 1\ \underline{2}\ \underline{3},$
$\underline{1}\ 2\ 4\ \underline{3},\ \underline{2}\ 1\ 4\ \underline{3},\ 3\ 2\ 4\ 1,\ \underline{4}\ 3\ 1\ \underline{2},\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4\ 2,\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4\ 1,$
$3\ 1\ 4\ 2,\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1\ 3,\ 1\ 4\ 2\ 3,\ 2\ 4\ 1\ 3,\ \underline{3}\ 4\ 2\ \underline{1},\ 4\ 1\ 3\ 2,$
$1\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3,\ 2\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3,\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1},\ 4\ \underline{3}\ \underline{1}\ 2,\ 1\ 3\ \underline{4}\ \underline{2},\ 2\ 3\ \underline{4}\ \underline{1},$
$\underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2},\ 4\ 2\ \underline{1}\ \underline{3},\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3},\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3},\ 3\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1,\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2});$

$L_{32} = L_{29}(\underline{1}\ 2\ 3\ 4,\ \underline{2}\ 1\ 3\ 4,\ 3\ 2\ \underline{1}\ 4,\ \underline{4}\ 3\ 2\ 1,\ 1\ 3\ 2\ \underline{4},\ 2\ 3\ 1\ \underline{4},$
$3\ 1\ \underline{2}\ 4,\ 4\ 2\ 3\ \underline{1},\ 1\ 4\ \underline{3}\ 2,\ 2\ 4\ \underline{3}\ 1,\ \underline{3}\ 4\ 1\ 2,\ 4\ 1\ \underline{2}\ 3,$

$1\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4},\ 2\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{2}\ 1\ \underline{4},\ 4\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4,\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{1}\ 4,$
$\underline{3}\ \underline{1}\ 2\ \underline{4},\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3}\ 1,\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3\ \underline{2},\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3\ \underline{1},\ 3\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2\ \underline{3},$
$\underline{1}\ 2\ 4\ 3,\ \underline{2}\ 1\ 4\ 3,\ 3\ 2\ 4\ \underline{1},\ \underline{4}\ 3\ 1\ 2,\ 1\ 3\ \underline{4}\ 2,\ 2\ 3\ \underline{4}\ 1,$
$3\ 1\ 4\ \underline{2},\ 4\ 2\ \underline{1}\ 3,\ 1\ 4\ 2\ 3,\ 2\ 4\ 1\ \underline{3},\ \underline{3}\ 4\ 2\ 1,\ 4\ 1\ 3\ \underline{2},$
$1\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3},\ 2\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1,\ 4\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2},\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4\ \underline{2},\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4\ \underline{1},$
$\underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2,\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1\ \underline{3},\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3},\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3,\ 3\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2);$

$L_{34}= L_{29}(1\ 2\ 3\ \underline{4},\ 2\ 1\ 3\ \underline{4},\ 3\ \underline{2}\ 1\ 4,\ 4\ 3\ 2\ 1,\ \underline{1}\ 3\ 2\ 4,\ \underline{2}\ 3\ 1\ 4,$
$3\ \underline{1}\ 2\ 4,\ \underline{4}\ 2\ 3\ 1,\ 1\ \underline{4}\ 3\ 2,\ 2\ \underline{4}\ 3\ 1,\ 3\ 4\ 1\ \underline{2},\ 4\ \underline{1}\ 2\ 3,$
$\underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4,\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4,\ \underline{3}\ 2\ \underline{1}\ \underline{4},\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1},\ 1\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4},\ 2\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4},$
$\underline{3}\ 1\ \underline{2}\ \underline{4},\ 4\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{1},\ \underline{1}\ 4\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{2}\ 4\ \underline{3}\ \underline{1},\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2,\ \underline{4}\ 1\ \underline{2}\ 3,$
$1\ 2\ 4\ \underline{3},\ 2\ 1\ 4\ \underline{3},\ \underline{3}\ 2\ 4\ 1,\ 4\ 3\ 1\ \underline{2},\ 1\ \underline{3}\ 4\ 2,\ 2\ \underline{3}\ 4\ 1,$
$\underline{3}\ 1\ 4\ 2,\ 4\ \underline{2}\ 1\ 3,\ \underline{1}\ 4\ 2\ 3,\ \underline{2}\ 4\ 1\ 3,\ 3\ 4\ 2\ \underline{1},\ \underline{4}\ 1\ 3\ 2,$
$\underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3,\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3,\ 3\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1}\ 2,\ \underline{1}\ 3\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{2}\ 3\ \underline{4}\ \underline{1},$
$3\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{4}\ 2\ \underline{1}\ \underline{3},\ 1\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3},\ 2\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3},\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2}\ 1,\ 4\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2});$

$L_{35} = L_{29}(1\ \underline{2}\ 3\ 4,\ 2\ \underline{1}\ 3\ 4,\ 3\ 2\ 1\ \underline{4},\ 4\ \underline{3}\ 2\ 1,\ 1\ 3\ \underline{2}\ 4,\ 2\ 3\ \underline{1}\ 4,$
$3\ 1\ 2\ \underline{4},\ 4\ 2\ \underline{3}\ 1,\ 1\ 4\ 3\ \underline{2},\ 2\ 4\ 3\ \underline{1},\ 3\ \underline{4}\ 1\ 2,\ 4\ 1\ 2\ \underline{3},$
$\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4,\ \underline{4}\ 3\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{3}\ 1\ \underline{4},$
$\underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2}\ 4,\ \underline{4}\ \underline{2}\ 3\ \underline{1},\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2,\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3}\ 1,\ \underline{3}\ 4\ \underline{1}\ \underline{2},\ 4\ \underline{1}\ \underline{2}\ 3,$
$1\ \underline{2}\ 4\ 3,\ 2\ \underline{1}\ 4\ 3,\ 3\ 2\ \underline{4}\ 1,\ 4\ \underline{3}\ 1\ 2,\ 1\ 3\ 4\ \underline{2},\ 2\ 3\ 4\ \underline{1},$
$3\ 1\ \underline{4}\ 2,\ 4\ 2\ 1\ \underline{3},\ 1\ 4\ \underline{2}\ 3,\ 2\ 4\ \underline{1}\ 3,\ 3\ \underline{4}\ 2\ 1,\ 4\ 1\ \underline{3}\ 2,$
$\underline{1}\ 2\ \underline{4}\ \underline{3},\ \underline{2}\ 1\ \underline{4}\ \underline{3},\ 3\ \underline{2}\ 4\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{3}\ 1\ \underline{2},\ 1\ 3\ 4\ \underline{2},\ 2\ 3\ 4\ \underline{1},$
$3\ 1\ 4\ \underline{2},\ 4\ 2\ 1\ \underline{3},\ 1\ 4\ \underline{2}\ 3,\ 2\ 4\ 1\ \underline{3},\ \underline{3}\ 4\ \underline{2}\ 1,\ \underline{4}\ 1\ 3\ \underline{2});$

$L_{37} = L_{29}(1\ 2\ \underline{3}\ 4,\ 2\ 1\ \underline{3}\ 4,\ \underline{3}\ 2\ 1\ 4,\ 4\ 3\ \underline{2}\ 1,\ 1\ \underline{3}\ 2\ 4,\ 2\ \underline{3}\ 1\ 4,$
$\underline{3}\ 1\ 2\ 4,\ 4\ \underline{2}\ 3\ 1,\ \underline{1}\ 4\ 3\ 2,\ \underline{2}\ 4\ 3\ 1,\ 3\ 4\ \underline{1}\ 2,\ \underline{4}\ 1\ 2\ 3,$
$\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{1}\ 3\ \underline{4},\ 3\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4},\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2\ \underline{1},\ \underline{1}\ 3\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{2}\ 3\ \underline{1}\ \underline{4},$
$3\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4},\ \underline{4}\ 2\ 3\ \underline{1},\ 1\ \underline{4}\ 3\ 2,\ 2\ \underline{4}\ 3\ \underline{1},\ 3\ 4\ \underline{1}\ \underline{2},\ 4\ \underline{1}\ \underline{2}\ 3,$
$1\ \underline{2}\ \underline{4}\ 3,\ 2\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3,\ 3\ \underline{2}\ 4\ 1,\ 4\ 3\ \underline{1}\ 2,\ \underline{1}\ 3\ 4\ 2,\ \underline{2}\ 3\ 4\ 1,$
$3\ 1\ 4\ 2,\ 4\ 2\ 1\ 3,\ 1\ 4\ 2\ 3,\ 2\ 4\ 1\ 3,\ 3\ 4\ 2\ 1,\ 4\ 1\ 3\ 2,$
$\underline{1}\ 2\ 4\ \underline{3},\ \underline{2}\ 1\ 4\ \underline{3},\ 3\ 2\ 4\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{3}\ 1\ \underline{2},\ \underline{1}\ 3\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{2}\ 3\ \underline{4}\ \underline{1},$
$3\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1}\ 3,\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2\ \underline{3},\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1\ \underline{3},\ \underline{3}\ 4\ \underline{2}\ \underline{1},\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3\ \underline{2});$

$L_{38} = L_{29}(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4},\ \underline{2}\ \underline{1}\ 3\ 4,\ \underline{3}\ 2\ 1\ \underline{4},\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2\ 1,\ \underline{1}\ 3\ \underline{2}\ 4,\ \underline{2}\ 3\ \underline{1}\ 4,$
$\underline{3}\ 1\ 2\ \underline{4},\ \underline{4}\ 2\ \underline{3}\ 1,\ \underline{1}\ 4\ 3\ \underline{2},\ \underline{2}\ 4\ 3\ \underline{1},\ \underline{3}\ \underline{4}\ 1\ 2,\ \underline{4}\ 1\ 2\ \underline{3},$
$\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4,\ 2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4},\ 3\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4,\ 4\ 3\ \underline{2}\ \underline{1},\ 1\ \underline{3}\ 2\ \underline{4},\ 2\ \underline{3}\ 1\ \underline{4},$
$3\ \underline{1}\ \underline{2}\ 4,\ 4\ \underline{2}\ 3\ \underline{1},\ 1\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2,\ 2\ \underline{4}\ \underline{3}\ 1,\ 3\ 4\ \underline{1}\ \underline{2},\ 4\ \underline{1}\ \underline{2}\ 3,$
$\underline{1}\ \underline{2}\ 4\ 3,\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4\ 3,\ \underline{3}\ 2\ \underline{4}\ 1,\ \underline{4}\ \underline{3}\ 1\ 2,\ \underline{1}\ 3\ 4\ \underline{2},\ \underline{2}\ 3\ 4\ \underline{1},$
$\underline{3}\ 1\ \underline{4}\ 2,\ \underline{4}\ 2\ 1\ \underline{3},\ \underline{1}\ 4\ \underline{2}\ \underline{3},\ \underline{2}\ 4\ 1\ \underline{3},\ \underline{3}\ 4\ 2\ \underline{1},\ \underline{4}\ 1\ \underline{3}\ 2,$
$1\ 2\ \underline{4}\ \underline{3},\ 2\ 1\ \underline{4}\ \underline{3},\ 3\ \underline{2}\ 4\ \underline{1},\ 4\ 3\ \underline{1}\ \underline{2},\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2,\ 2\ \underline{3}\ \underline{4}\ 1,$
$3\ \underline{1}\ 4\ \underline{2},\ 4\ \underline{2}\ 1\ 3,\ 1\ \underline{4}\ 2\ \underline{3},\ 2\ \underline{4}\ 1\ \underline{3},\ 3\ 4\ \underline{2}\ \underline{1},\ 4\ \underline{1}\ 3\ \underline{2});$

$L_{40} = L_{29}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4,\ \underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4,\ 3\ 2\ 1\ 4,\ \underline{4}\ 3\ \underline{2}\ 1,\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2\ 4,\ \underline{2}\ \underline{3}\ 1\ 4,$
$3\ 1\ 2\ 4,\ \underline{4}\ \underline{2}\ 3\ 1,\ 1\ 4\ 3\ 2,\ 2\ 4\ 3\ 1,\ \underline{3}\ 4\ \underline{1}\ 2,\ 4\ 1\ 2\ 3,$
$1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4},\ 2\ \underline{1}\ 3\ \underline{4},\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4},\ 4\ \underline{3}\ 2\ \underline{1},\ 1\ 3\ \underline{2}\ \underline{4},\ 2\ 3\ \underline{1}\ \underline{4},$
$\underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4},\ 4\ 2\ \underline{3}\ \underline{1},\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2},\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1},\ 3\ \underline{4}\ 1\ \underline{2},\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3},$
$\underline{1}\ 2\ \underline{4}\ 3,\ \underline{2}\ 1\ \underline{4}\ 3,\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4\ 1,\ \underline{4}\ 3\ \underline{1}\ 2,\ 1\ 3\ 4\ 2,\ 2\ 3\ 4\ 1,$
$\underline{3}\ \underline{1}\ 4\ 2,\ 4\ 2\ 1\ 3,\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2\ 3,\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1\ 3,\ 3\ \underline{4}\ 2\ 1,\ 4\ 1\ \underline{3}\ 2,$
$1\ \underline{2}\ 4\ \underline{3},\ 2\ \underline{1}\ 4\ \underline{3},\ 3\ 2\ \underline{4}\ \underline{1},\ 4\ \underline{3}\ 1\ \underline{2},\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2,\ 2\ \underline{3}\ \underline{4}\ 1,$
$3\ 1\ \underline{4}\ \underline{2},\ \underline{4}\ 2\ \underline{1}\ \underline{3},\ 1\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3},\ 2\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3,\ \underline{3}\ \underline{4}\ 2\ \underline{1},\ 4\ 1\ \underline{3}\ \underline{2}).$

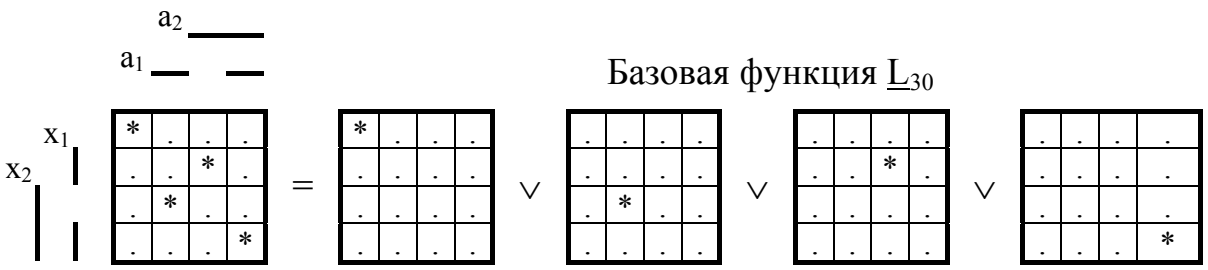


Рис. 3.14

$$\underline{L}_{30} = F(a_1a_2x_1x_2) \equiv F(1234) = \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{x}_1\underline{x}_2 \vee a_1\underline{a}_2\underline{x}_1x_2 \vee \underline{a}_1a_2x_1\underline{x}_2 \vee a_1a_2x_1x_2 \qquad (3.1.8)$$

$a_1 \equiv 1, \quad a_2 \equiv 2, \quad x_1 \equiv 3, \quad x_2 \equiv 4.$

Седьмая базовая функция (рис. 3.14)

$\underline{L}_{30}$(1 2 3 4, 4 3 2 1, 1 3 2 4, 4 2 3 1, 3 4 1 2, 2 1 4 3, 3 1 4 2, 2 4 1 3,
$\underline{1}$ 2 3 $\underline{4}$, $\underline{4}$ 3 2 $\underline{1}$, $\underline{1}$ 3 2 $\underline{4}$, $\underline{4}$ 2 3 $\underline{1}$, $\underline{3}$ 4 1 $\underline{2}$, $\underline{2}$ 1 4 $\underline{3}$, $\underline{3}$ 1 4 $\underline{2}$, $\underline{2}$ 4 1 $\underline{3}$,
$\underline{1}$ $\underline{2}$ $\underline{3}$ $\underline{4}$, $\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$ $\underline{1}$, $\underline{1}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$ $\underline{4}$, $\underline{4}$ $\underline{2}$ $\underline{3}$ $\underline{1}$, $\underline{3}$ $\underline{4}$ $\underline{1}$ $\underline{2}$, $\underline{2}$ $\underline{1}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$, $\underline{3}$ $\underline{1}$ $\underline{4}$ $\underline{2}$, $\underline{2}$ $\underline{4}$ $\underline{1}$ $\underline{3}$,
1 $\underline{2}$ $\underline{3}$ 4, 4 $\underline{3}$ $\underline{2}$ 1, 1 $\underline{3}$ $\underline{2}$ 4, 4 $\underline{2}$ $\underline{3}$ 1, 3 $\underline{4}$ $\underline{1}$ 2, 2 $\underline{1}$ $\underline{4}$ 3, 3 $\underline{1}$ $\underline{4}$ 2, 2 $\underline{4}$ $\underline{1}$ 3)

по аналогии с представленными выше процедурами образует производные функции (прил. 3.11), которые представляются следующими поворотами координат:

$\underline{L}_{33}$ = $\underline{L}_{30}$($\underline{1}$ 2 3 4, $\underline{4}$ 3 2 1, $\underline{1}$ 3 2 4, $\underline{4}$ 2 3 1, $\underline{3}$ 4 1 2, $\underline{2}$ 1 4 3, $\underline{3}$ 1 4 2, $\underline{2}$ 4 1 3,
1 2 3 $\underline{4}$, 4 3 2 $\underline{1}$, 1 3 2 $\underline{4}$, 4 2 3 $\underline{1}$, 3 4 1 $\underline{2}$, 2 1 4 $\underline{3}$, 3 1 4 $\underline{2}$, 2 4 1 $\underline{3}$,
1 $\underline{2}$ $\underline{3}$ $\underline{4}$, 4 $\underline{3}$ $\underline{2}$ $\underline{1}$, 1 $\underline{3}$ $\underline{2}$ $\underline{4}$, 4 $\underline{2}$ $\underline{3}$ $\underline{1}$, 3 $\underline{4}$ $\underline{1}$ $\underline{2}$, 2 $\underline{1}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$, 3 $\underline{1}$ $\underline{4}$ $\underline{2}$, 2 $\underline{4}$ $\underline{1}$ $\underline{3}$,
$\underline{1}$ $\underline{2}$ $\underline{3}$ 4, $\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$ 1, $\underline{1}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$ 4, $\underline{4}$ $\underline{2}$ $\underline{3}$ 1, $\underline{3}$ $\underline{4}$ $\underline{1}$ 2, $\underline{2}$ $\underline{1}$ $\underline{4}$ 3, $\underline{3}$ $\underline{1}$ $\underline{4}$ 2, $\underline{2}$ $\underline{4}$ $\underline{1}$ 3);

$\underline{L}_{36}$ = $\underline{L}_{30}$(1 $\underline{2}$ 3 4, 4 $\underline{3}$ 2 1, 1 $\underline{3}$ 2 4, 4 $\underline{2}$ 3 1, 3 $\underline{4}$ 1 2, 2 $\underline{1}$ 4 3, 3 $\underline{1}$ 4 2, 2 $\underline{4}$ 1 3,
1 2 $\underline{3}$ 4, 4 3 $\underline{2}$ 1, 1 3 $\underline{2}$ 4, 4 2 $\underline{3}$ 1, 3 4 $\underline{1}$ 2, 2 1 $\underline{4}$ 3, 3 1 $\underline{4}$ 2, 2 4 $\underline{1}$ 3,
$\underline{1}$ 2 $\underline{3}$ $\underline{4}$, $\underline{4}$ 3 $\underline{2}$ $\underline{1}$, $\underline{1}$ 3 $\underline{2}$ $\underline{4}$, $\underline{4}$ 2 $\underline{3}$ $\underline{1}$, $\underline{3}$ 4 $\underline{1}$ $\underline{2}$, $\underline{2}$ 1 $\underline{4}$ $\underline{3}$, $\underline{3}$ 1 $\underline{4}$ $\underline{2}$, $\underline{2}$ 4 $\underline{1}$ $\underline{3}$,
$\underline{1}$ $\underline{2}$ 3 $\underline{4}$, $\underline{4}$ $\underline{3}$ 2 $\underline{1}$, $\underline{1}$ $\underline{3}$ 2 $\underline{4}$, $\underline{4}$ $\underline{2}$ 3 $\underline{1}$, $\underline{3}$ $\underline{4}$ 1 $\underline{2}$, $\underline{2}$ $\underline{1}$ 4 $\underline{3}$, $\underline{3}$ $\underline{1}$ 4 $\underline{2}$, $\underline{2}$ $\underline{4}$ 1 $\underline{3}$);

$\underline{L}_{39}$ = $\underline{L}_{30}$($\underline{1}$ $\underline{2}$ 3 4, $\underline{4}$ $\underline{3}$ 2 1, $\underline{1}$ $\underline{3}$ 2 4, $\underline{4}$ $\underline{2}$ 3 1, $\underline{3}$ $\underline{4}$ 1 2, $\underline{2}$ $\underline{1}$ 4 3, $\underline{3}$ $\underline{1}$ 4 2, $\underline{2}$ $\underline{4}$ 1 3,
$\underline{1}$ 2 $\underline{3}$ 4, $\underline{4}$ 3 $\underline{2}$ 1, $\underline{1}$ 3 $\underline{2}$ 4, $\underline{4}$ 2 $\underline{3}$ 1, $\underline{3}$ 4 $\underline{1}$ 2, $\underline{2}$ 1 $\underline{4}$ 3, $\underline{3}$ 1 $\underline{4}$ 2, $\underline{2}$ 4 $\underline{1}$ 3,
1 2 $\underline{3}$ $\underline{4}$, 4 3 $\underline{2}$ 1, 1 3 $\underline{2}$ $\underline{4}$, 4 2 $\underline{3}$ $\underline{1}$, 3 4 $\underline{1}$ $\underline{2}$, 2 1 $\underline{4}$ $\underline{3}$, 3 1 $\underline{4}$ $\underline{2}$, 2 4 $\underline{1}$ $\underline{3}$,
1 $\underline{2}$ 3 $\underline{4}$, 4 $\underline{3}$ 2 $\underline{1}$, 1 $\underline{3}$ 2 $\underline{4}$, 4 $\underline{2}$ 3 $\underline{1}$, 3 $\underline{4}$ 1 $\underline{2}$, 2 $\underline{1}$ 4 $\underline{3}$, 3 $\underline{1}$ 4 $\underline{2}$, 2 $\underline{4}$ 1 $\underline{3}$);

$\underline{L}_{39}$ = $\underline{L}_{30}$($\underline{1}$ $\underline{2}$ 3 4, $\underline{4}$ $\underline{3}$ 2 1, $\underline{1}$ $\underline{3}$ 2 4, $\underline{4}$ $\underline{2}$ 3 1, $\underline{3}$ $\underline{4}$ 1 2, $\underline{2}$ $\underline{1}$ 4 3, $\underline{3}$ $\underline{1}$ 4 2, $\underline{2}$ $\underline{4}$ 1 3,
$\underline{1}$ 2 $\underline{3}$ 4, $\underline{4}$ 3 $\underline{2}$ 1, $\underline{1}$ 3 $\underline{2}$ 4, $\underline{4}$ 2 $\underline{3}$ 1, $\underline{3}$ 4 $\underline{1}$ 2, $\underline{2}$ 1 $\underline{4}$ 3, $\underline{3}$ 1 $\underline{4}$ 2, $\underline{2}$ 4 $\underline{1}$ 3,
1 2 $\underline{3}$ $\underline{4}$, 4 3 $\underline{2}$ 1, 1 3 $\underline{2}$ $\underline{4}$, 4 2 $\underline{3}$ $\underline{1}$, 3 4 $\underline{1}$ $\underline{2}$, 2 1 $\underline{4}$ $\underline{3}$, 3 1 $\underline{4}$ $\underline{2}$, 2 4 $\underline{1}$ $\underline{3}$,
1 $\underline{2}$ 3 $\underline{4}$, 4 $\underline{3}$ 2 $\underline{1}$, 1 $\underline{3}$ 2 $\underline{4}$, 4 $\underline{2}$ 3 $\underline{1}$, 3 $\underline{4}$ 1 $\underline{2}$, 2 $\underline{1}$ 4 $\underline{3}$, 3 $\underline{1}$ 4 $\underline{2}$, 2 $\underline{4}$ 1 $\underline{3}$);

$\underline{L}_{81}$ = $\underline{L}_{30}$(2 1 3 4, 3 1 2 4, 2 4 3 1, 1 2 4 3, 4 3 1 2, 1 3 4 2, 4 2 1 3, 3 4 2 1,
$\underline{2}$ 1 $\underline{3}$ 4, $\underline{3}$ 1 $\underline{2}$ 4, $\underline{2}$ 4 $\underline{3}$ 1, $\underline{1}$ 2 $\underline{4}$ 3, $\underline{4}$ 3 $\underline{1}$ 2, $\underline{1}$ 3 $\underline{4}$ 2, $\underline{4}$ 2 $\underline{1}$ 3, $\underline{3}$ 4 $\underline{2}$ 1,
$\underline{2}$ $\underline{1}$ $\underline{3}$ $\underline{4}$, $\underline{3}$ $\underline{1}$ $\underline{2}$ $\underline{4}$, $\underline{2}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{1}$, $\underline{1}$ $\underline{2}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$, $\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{1}$ $\underline{2}$, $\underline{1}$ $\underline{3}$ $\underline{4}$ $\underline{2}$, $\underline{4}$ $\underline{2}$ $\underline{1}$ $\underline{3}$, $\underline{3}$ $\underline{4}$ $\underline{2}$ 1,
2 $\underline{1}$ 3 $\underline{4}$, 3 $\underline{1}$ 2 $\underline{4}$, 2 $\underline{4}$ 3 $\underline{1}$, 1 $\underline{2}$ 4 $\underline{3}$, 4 $\underline{3}$ 1 $\underline{2}$, 1 $\underline{3}$ 4 $\underline{2}$, 4 $\underline{2}$ 1 $\underline{3}$, 3 $\underline{4}$ 2 $\underline{1}$);

$\underline{L}_{82}$ = $\underline{L}_{30}$($\underline{2}$ 1 3 4, $\underline{3}$ 1 2 4, $\underline{2}$ 4 3 1, $\underline{1}$ 2 4 3, $\underline{4}$ 3 1 2, $\underline{1}$ 3 4 2, $\underline{4}$ 2 1 3, $\underline{3}$ 4 2 1,
2 1 $\underline{3}$ 4, 3 1 $\underline{2}$ 4, 2 4 $\underline{3}$ 1, 1 2 $\underline{4}$ 3, 4 3 $\underline{1}$ 2, 1 3 $\underline{4}$ 2, 4 2 $\underline{1}$ 3, 3 4 $\underline{2}$ 1,
2 $\underline{1}$ $\underline{3}$ $\underline{4}$, 3 $\underline{1}$ $\underline{2}$ $\underline{4}$, 2 $\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{1}$, 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$, 4 $\underline{3}$ $\underline{1}$ $\underline{2}$, 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$ $\underline{2}$, 4 $\underline{2}$ $\underline{1}$ $\underline{3}$, 3 $\underline{4}$ $\underline{2}$ $\underline{1}$,
$\underline{2}$ $\underline{1}$ 3 $\underline{4}$, $\underline{3}$ $\underline{1}$ 2 $\underline{4}$, $\underline{2}$ $\underline{4}$ 3 $\underline{1}$, $\underline{1}$ $\underline{2}$ 4 $\underline{3}$, $\underline{4}$ $\underline{3}$ 1 $\underline{2}$, $\underline{1}$ $\underline{3}$ 4 $\underline{2}$, $\underline{4}$ $\underline{2}$ 1 $\underline{3}$, $\underline{3}$ $\underline{4}$ 2 $\underline{1}$);

$\underline{L}_{83} = \underline{L}_{30}$(2 $\underline{1}$ 3 4, 3 $\underline{1}$ 2 4, 2 $\underline{4}$ 3 1, 1 $\underline{2}$ 4 3, 4 $\underline{3}$ 1 2, 1 $\underline{3}$ 4 2, 4 $\underline{2}$ 1 3, 3 $\underline{4}$ 2 1,
2 1 3 $\underline{4}$, 3 1 2 $\underline{4}$, 2 4 3 $\underline{1}$, 1 2 4 $\underline{3}$, 4 3 1 $\underline{2}$, 1 3 4 $\underline{2}$, 4 2 1 $\underline{3}$, 3 4 2 $\underline{1}$,
$\underline{2}$ 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$, $\underline{3}$ 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$, $\underline{2}$ 4 $\underline{3}$ $\underline{1}$, $\underline{1}$ 2 $\underline{4}$ $\underline{3}$, $\underline{4}$ 3 $\underline{1}$ $\underline{2}$, $\underline{1}$ 3 $\underline{4}$ $\underline{2}$, $\underline{4}$ 2 $\underline{1}$ $\underline{3}$, $\underline{3}$ 4 $\underline{2}$ $\underline{1}$,
$\underline{2}$ $\underline{1}$ $\underline{3}$ 4, $\underline{3}$ $\underline{1}$ $\underline{2}$ 4, $\underline{2}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$ 1, $\underline{1}$ $\underline{2}$ $\underline{4}$ 3, $\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{1}$ 2, $\underline{1}$ $\underline{3}$ $\underline{4}$ 2, $\underline{4}$ $\underline{2}$ $\underline{1}$ 3, $\underline{3}$ $\underline{4}$ $\underline{2}$ 1);

$\underline{L}_{84} = \underline{L}_{30}$($\underline{2}$ $\underline{1}$ 3 4, $\underline{3}$ $\underline{1}$ 2 4, $\underline{2}$ $\underline{4}$ 3 1, $\underline{1}$ $\underline{2}$ 4 3, $\underline{4}$ $\underline{3}$ 1 2, $\underline{1}$ $\underline{3}$ 4 2, $\underline{4}$ $\underline{2}$ 1 3, $\underline{3}$ $\underline{4}$ 2 1,
$\underline{2}$ 1 3 $\underline{4}$, $\underline{3}$ 1 2 $\underline{4}$, $\underline{2}$ 4 3 $\underline{1}$, $\underline{1}$ 2 4 $\underline{3}$, $\underline{4}$ 3 1 $\underline{2}$, $\underline{1}$ 3 4 $\underline{2}$, $\underline{4}$ 2 1 $\underline{3}$, $\underline{3}$ 4 2 $\underline{1}$,
2 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$, 3 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$, 2 4 $\underline{3}$ $\underline{1}$, 1 2 $\underline{4}$ $\underline{3}$, 4 3 $\underline{1}$ $\underline{2}$, 1 3 $\underline{4}$ $\underline{2}$, 4 2 $\underline{1}$ $\underline{3}$, 3 4 $\underline{2}$ $\underline{1}$,
2 $\underline{1}$ $\underline{3}$ 4, 3 $\underline{1}$ $\underline{2}$ 4, 2 $\underline{4}$ $\underline{3}$ 1, 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$ 3, 4 $\underline{3}$ $\underline{1}$ 2, 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$ 2, 4 $\underline{2}$ $\underline{1}$ 3, 3 $\underline{4}$ $\underline{2}$ 1).

3.3. Классы квазисовершенных кодов основания n = 8

Разбивка на классы квазисовершенных кодов выполняется аналогично совершенным кодам, где к одному классу нами относятся квазисовершенные коды, имеющие применительно к сигналу первого разряда a'_1 одинаковые фигуры M_1 – M_{58} в координатах a_3, x_3. В прил. 3.3 приведены эти классы квазисовершенных кодов, которых больше, чем классов совершенных кодов основания n = 16. Все эти классы сведены в отдельное прил. 3.12, и в каждом коде для сигналов a'_1, a'_2, a'_3 отмечается код, где эти сигналы одинаковые. Например, в коде N 1 логическое выражение сигнала a'_1 такое же, как в коде N 52; логическое выражение сигнала a'_2 – как в коде N 56; логическое выражение сигнала a'_3 – как в коде N 81, и т.д.

Все номера кодов, составляющие определенный класс квазисовершенных кодов этого основания, представлены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Класс кода	Номера кодов, N
$M_1\,M_2\,M_3\,M_1$	1, 6, 4, 8, 47, 167, 50, 52
$M_4\,M_5\,M_5\,M_6$	2, 3, 5, 7, 48, 168, 49, 51
$M_{15}\,M_2\,M_6M_{15}$	15, 159, 17, 18, 125, 185, 127, 128
$M_4\,M_{16}\,M_{16}\,M_3$	16, 160, 19, 20, 126, 186, 129, 130
$M_{41}\,M_6\,M_3\,M_{41}$	79, 84, 82, 86, 93, 177, 96, 98
$M_4\,M_{54}\,M_{54}\,M_2$	80, 81, 83, 85, 94, 178, 95, 97
$M_{17}\,M_{18}\,M_{19}\,M_{20}$	21, 162, 24, 25, 29, 34, 31, 32
$M_{33}\,M_{34}\,M_{35}\,M_{36}$	41, 165, 43, 44, 73, 173, 75, 76
$M_{37}\,M_{38}\,M_{39}\,M_{40}$	42, 166, 45, 46, 74, 174, 77, 78
$M_{46}\,M_{47}\,M_{48}\,M_{49}$	131, 137, 132, 134, 146, 189, 147, 150
$M_{50}\,M_{51}\,M_{52}\,M_{53}$	131, 138, 135, 136, 145, 190, 148, 149
$M_7M_8\,M_9\,M_{10}$	9, 14, 12, 158, 53, 60, 56, 58, 61, 66, 64, 169, 151, 192, 154, 156
$M_{11}\,M_{12}\,M_{13}\,M_{14}$	10, 11, 13, 157, 54, 57, 55, 59, 62, 65, 63, 170, 152, 191, 153, 155

Продолжение табл. 3.1

$M_{25}\,M_{26}\,M_{27}\,M_{28}$	35, 40, 36, 38, 68, 171, 69, 72, 100, 179, 101, 104, 139, 144, 140, 142
$M_{29}\,M_{30}M_{31}\,M_{32}$	37, 164, 39, 163, 67, 172, 70, 71, 99, 180, 102, 103, 141, 188, 143, 187
$M_{42}M_{43}\,M_{44}\,M_{45}$	87, 92, 90, 176, 105, 112, 108, 11, 113, 118, 116, 181, 119, 184, 122, 124
$M_{57}\,M_{58}\,M_{55}\,M_{56}$	88, 89, 91, 175, 106, 109, 107, 111, 115, 182, 117, 114, 120, 183, 121, 123

Следующим шагом в упрощении логических выражений сигналов a'_1, a'_2, a'_3 является замена всех многочисленных множеств $M_1 - M_{58}$, $P_1 - P_{48}$, $L_1 - L_{88}$, входящих в эти логические зависимости, на базовые множества (логические функции) M_1, $\underline{M}_1$, M_7, M_{17}, L_1, L_{29}, $\underline{L}_{30}$.

Эта процедура, основанная на данных предыдущего раздела, проста и может быть выполнена читателем самостоятельно. Для более четкого ее понимания приведем это только для класса множеств $M_1M_2M_3M_1$:

код N 1

$a'_1 = M_1 \vee M_2a_3\underline{x}_3 \vee M_3\underline{a}_3x_3;$ N 52

$a'_2 = P_1\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee P_2a_3\underline{x}_3 \vee P_3a_3\underline{x}_3 \vee P_4a_3x_3;$ N 56

$a'_3 = L_1\underline{x}_3 \vee L_2a_3\underline{x}_3 \vee L_3x_3 \vee L_4a_3x_3.$ N 81

код N 6

$a'_1 = M_1 \vee M_2a_3x_3 \vee M_3\underline{a}_3\underline{x}_3;$ N 50

$a'_2 = P_1\underline{a}_3x_3 \vee P_2a_3x_3 \vee P_3\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee P_4a_3\underline{x}_3;$ N 58

$a'_3 = L_1x_3 \vee L_2a_3x_3 \vee L_3\underline{x}_3 \vee L_4a_3\underline{x}_3.$ N 80

код N 4

$a'_1 = M_1 \vee M_2\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee M_3a_3x_3;$ N 167

$a'_2 = P_1a_3\underline{x}_3 \vee P_2\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee P_3a_3x_3 \vee P_4\underline{a}_3x_3;$ N 53

$a'_3 = L_7\underline{x}_3 \vee L_8a_3\underline{x}_3 \vee L_9x_3 \vee L_{10}a_3x_3.$ N 82

код N 8

$a'_1 = M_1 \vee M_2\underline{a}_3x_3 \vee M_3a_3\underline{x}_3;$ N 47

$a'_2 = P_1a_3x_3 \vee P_2\underline{a}_3x_3 \vee P_3a_3\underline{x}_3 \vee P_4\underline{a}_3\underline{x}_3;$ N 60

$a'_3 = L_7x_3 \vee L_8a_3x_3 \vee L_9\underline{x}_3 \vee L_{10}a_3\underline{x}_3.$ N 86

код N 47

$a'_1 = M_1 \vee M_2\underline{a}_3x_3 \vee M_3a_3\underline{x}_3;$ N 8

$a'_2 = P_1\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee P_2\underline{a}_3x_3 \vee P_3a_3\underline{x}_3 \vee P_4a_3x_3;$ N 192

$a'_3 = L_3x_3 \vee L_{62}a_3x_3 \vee L_9\underline{x}_3 \vee L_{61}a_3\underline{x}_3.$ N 186

код N 167

$a'_1 = M_1 \vee M_2\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee M_3a_3x_3;$ N 4

$a'_2 = P_1\underline{a}_3x_3 \vee P_2\underline{a}_3\underline{x}_3 \vee P_3a_3x_3 \vee P_4a_3\underline{x}_3;$ N 151

$a'_3 = L_3\underline{x}_3 \vee L_{62}a_3\underline{x}_3 \vee L_9x_3 \vee L_{61}a_3x_3.$ N 126

код N 50

$a'_1 = M_1 \vee M_2 a_3 x_3 \vee M_3 \underline{a_3} \underline{x_3}$; N 6

$a'_2 = P_1 a_3 \underline{x_3} \vee P_2 a_3 x_3 \vee P_3 \underline{a_3} \underline{x_3} \vee P_4 \underline{a_3} x_3$; N 156

$a'_3 = L_1 x_3 \vee L_{63} a_3 x_3 \vee L_7 \underline{x_3} \vee L_{64} a_3 \underline{x_3}$. N 75

код N 52

$a'_1 = M_1 \vee M_2 a_3 \underline{x_3} \vee M_3 \underline{a_3} x_3$; N 1

$a'_2 = P_1 a_3 x_3 \vee P_2 a_3 \underline{x_3} \vee P_3 \underline{a_3} x_3 \vee P_4 \underline{a_3} \underline{x_3}$; N 154

$a'_3 = L_1 \underline{x_3} \vee L_{63} a_3 \underline{x_3} \vee L_7 x_3 \vee L_{64} a_3 x_3$. N 127

Принимая, как и раньше, сокращенную запись логических функций базовых множеств $M_1(a_1\ a_2\ x_1\ x_2) \equiv M_1(1\ 2\ 3\ 4)$, $M_2(a_1\ a_2\ x_1\ x_2) \equiv M_2(1\ 2\ 3\ 4)$, $L_1(a_1\ a_2\ x_1\ x_2) \equiv L_1(1\ 2\ 3\ 4)$, а также учитывая соответствующие повороты этих множеств относительно координат пространства $a_1 a_2 x_1 x_2$, приведенные в предыдущем разделе, определим один из многочисленных вариантов выбора поворотов остальные множества для нашего класса:

$M_3 = M_2(1\ 2\ \underline{3}\ 4)$, $P_1 = M_7(2\ 1\ 3\ 4)$, $P_2 = M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})$, $P_3 = M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})$,
$P_4 = M_7(2\ 1\ \underline{3}\ 4)$, $L_2 = M_1(\underline{1}\ 3\ \underline{2}\ 4)$, $L_3 = L_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)$, $L_4 = M_1(1\ 3\ \underline{2}\ 4)$,
$L_7 = L_1(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})$, $L_8 = M_1(1\ 3\ 2\ 4)$, $L_9 = L_1(1\ 2\ \underline{3}\ 4)$, $L_{10} = M_1(\underline{1}\ 3\ 2\ 4)$,
$L_{62} = M_1(1\ 2\ \underline{4}\ 3)$, $L_{61} = M_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 4\ 3)$, $L_{63} = M_1(\underline{1}\ 2\ 4\ 3)$, $L_{64} = M_1(1\ 2\ 4\ 3)$.

Тогда логические зависимости для сигналов a'_1, a'_2, a'_3 данного класса будут записаны следующим образом:

код N 1

$a'_1 = M_1(1\ 2\ 3\ 4) \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4) a_3 \underline{x_3} \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ 4) \underline{a_3} x_3$; N 52

$a'_2 = M_7(2\ 1\ 3\ 4) \underline{a_3} \underline{x_3} \vee M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4}) a_3 \underline{x_3} \vee M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}) a_3 \underline{x_3} \vee M_7(2\ 1\ \underline{3}\ 4) a_3 x_3$; N 56

$a'_3 = L_1(1\ 2\ 3\ 4) \underline{x_3} \vee M_1(\underline{1}\ 3\ \underline{2}\ 4) a_3 \underline{x_3} \vee L_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4) x_3 \vee M_1(1\ 3\ \underline{2}\ 4) a_3 x_3$. N 81

код N 6

$a'_1 = M_1(1\ 2\ 3\ 4) \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4) a_3 x_3 \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ 4) \underline{a_3} \underline{x_3}$; N 50

$a'_2 = M_7(2\ 1\ 3\ 4) \underline{a_3} x_3 \vee M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4}) a_3 x_3 \vee M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}) \underline{a_3} \underline{x_3} \vee M_7(2\ 1\ \underline{3}\ 4) a_3 \underline{x_3}$; N 58

$a'_3 = L_1(1\ 2\ 3\ 4) x_3 \vee M_1(\underline{1}\ 3\ \underline{2}\ 4) a_3 x_3 \vee L_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4) \underline{x_3} \vee M_1(1\ 3\ \underline{2}\ 4) a_3 \underline{x_3}$. N 80

код N 4

$a'_1 = M_1(1\ 2\ 3\ 4) \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4) \underline{a_3} \underline{x_3} \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ 4) a_3 x_3$; N 167

$a'_2 = M_7(2\ 1\ 3\ 4) a_3 \underline{x_3} \vee M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4}) \underline{a_3} \underline{x_3} \vee M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}) a_3 x_3 \vee M_7(2\ 1\ \underline{3}\ 4) \underline{a_3} x_3$; N 53

$a'_3 = L_1(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4}) \underline{x_3} \vee M_1(1\ 3\ 2\ 4) a_3 \underline{x_3} \vee L_1(1\ 2\ \underline{3}\ 4) x_3 \vee M_1(\underline{1}\ 3\ 2\ 4) a_3 x_3$. N 82

код N 8

$a'_1 = M_1(1\ 2\ 3\ 4) \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4) \underline{a_3} x_3 \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ 4) a_3 \underline{x_3}$; N 47

$a'_2 = M_7(2\ 1\ 3\ 4) a_3 x_3 \vee M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4}) \underline{a_3} x_3 \vee M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}) a_3 \underline{x_3} \vee M_7(2\ 1\ \underline{3}\ 4) \underline{a_3} \underline{x_3}$; N 60

$a'_3 = L_1(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4}) x_3 \vee M_1(1\ 3\ 2\ 4) a_3 x_3 \vee L_1(1\ 2\ \underline{3}\ 4) \underline{x_3} \vee M_1(\underline{1}\ 3\ 2\ 4) a_3 \underline{x_3}$. N 86

код N 47

$a'_1 = M_1(1\ 2\ 3\ 4) \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4) \underline{a_3} x_3 \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ 4) a_3 \underline{x_3}$; N 8

$a'_2 = M_7(2\ 1\ 3\ 4) \underline{a_3} \underline{x_3} \vee M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4}) \underline{a_3} x_3 \vee M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4}) a_3 \underline{x_3} \vee M_7(2\ 1\ \underline{3}\ 4) a_3 x_3$; N 192

$a'_3 = L_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4) x_3 \vee M_1(1\ 2\ \underline{4}\ 3) a_3 x_3 \vee L_1(1\ 2\ \underline{3}\ 4) \underline{x_3} \vee M_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 4\ 3) a_3 \underline{x_3}$. N 186

код N 167

$a'_1 = M_1(1\ 2\ 3\ 4) \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4)\underline{a_3}\underline{x_3} \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ 4)a_3x_3;$ N 4

$a'_2 = M_7(2\ 1\ 3\ 4)\underline{a_3}x_3 \vee M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})\underline{a_3}\underline{x_3} \vee M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})a_3x_3 \vee M_7(2\ 1\ \underline{3}\ 4)a_3\underline{x_3};$ N 151

$a'_3 = L_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)\underline{x_3} \vee M_1(1\ 2\ \underline{4}\ 3)a_3\underline{x_3} \vee L_1(1\ 2\ \underline{3}\ 4)x_3 \vee M_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 4\ 3)a_3x_3.$ N 126

код N 50

$a'_1 = M_1(1\ 2\ 3\ 4) \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4)a_3x_3 \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ 4)\underline{a_3}\underline{x_3};$ N 6

$a'_2 = M_7(2\ 1\ 3\ 4)a_3\underline{x_3} \vee M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})a_3x_3 \vee M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})\underline{a_3}\underline{x_3} \vee M_7(2\ 1\ \underline{3}\ 4)\underline{a_3}x_3;$ N 156

$a'_3 = L_1(1\ 2\ 3\ 4)x_3 \vee M_1(\underline{1}\ 2\ 4\ 3)a_3x_3 \vee L_1(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})\underline{x_3} \vee M_1(1\ 2\ 4\ 3)a_3\underline{x_3}.$ N 75

код N 52

$a'_1 = M_1(1\ 2\ 3\ 4) \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4)a_3\underline{x_3} \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ 4)\underline{a_3}x_3;$ N 1

$a'_2 = M_7(2\ 1\ 3\ 4)a_3x_3 \vee M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})a_3\underline{x_3} \vee M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})\underline{a_3}x_3 \vee M_7(2\ 1\ \underline{3}\ 4)\underline{a_3}\underline{x_3};$ N 154

$a'_3 = L_1(1\ 2\ 3\ 4)\underline{x_3} \vee M_1(\underline{1}\ 2\ 4\ 3)a_3\underline{x_3} \vee L_1(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})x_3 \vee M_1(1\ 2\ 4\ 3)a_3x_3.$ N 127

Все эти логические зависимости могут быть схемно реализованы, как и для любого совершенного кода, тремя вариантами, отличающимися быстродействием и затратами оборудования.

Первый вариант максимального быстродействия и больших аппаратурных затрат технически весьма прост: это непосредственная подстановка известных логических зависимостей базовых множеств M_1, M_2, M_7, L_1 (3.1.2), (3.1.3), (3.1.4), (3.1.6) в эти выражения для каждого кода.

Второй вариант – это решение нашей задачи в два этапа. На первом этапе находятся базовые множества, а на втором – выполняется непосредственное определение представленных выше логических зависимостей.

Третий вариант – реализация логических функций поворотами базовых цифро-векторных множеств подобно тому, как это было выполнено выше для совершенного кода основания n = 16. Это вариант менее быстродействующий, требующий меньших аппаратурных затрат и позволяющий его реализовать непосредственно для всего класса кодов. Все необходимые данные для выполнения этого варианта понятны на нашем примере: все логические зависимости для каждого из сигналов класса a'_1, a'_2, a'_3 имеют одинаковую структуру и для каждого из кодов этого класса определены данные поворота соответствующих координат. Например, для всех кодов класса в сигналах a'_1 используются множества $M_1(1\ 2\ 3\ 4)$, $M_2(1\ 2\ 3\ 4)$, $M_2(1\ 2\ \underline{3}\ 4)$; в сигналах a'_2 – $M_7(2\ 1\ 3\ 4)$, $M_7(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})$, $M_7(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})$, $M_7(2\ 1\ \underline{3}\ 4)$. Для сигналов a'_3 в кодах N 1, N 6 используются множества $L_1(1\ 2\ 3\ 4)$, $L_1(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)$, $M_1(\underline{1}\ 3\ \underline{2}\ 4)$, $M_1(1\ 3\ \underline{2}\ 4)$; в кодах N 4, N 8 – множества $L_1(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})$, $L_1(1\ 2\ \underline{3}\ 4)$, $M_1(1\ 3\ 2\ 4)$, $M_1(\underline{1}\ 3\ 2\ 4)$.

Что не сделано до конца, вообще не сделано.
К.Ф. Гаусс

Глава 4

КВАЗИСОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ ОСНОВАНИЯ n = 4 (i = 2, k = 3)

Алгоритм синтеза квазисовершенных кодов основания n = 4 полностью совпадает с предыдущим разделом, что позволяет более кратко изложить этот синтез. В его основу положены квазисовершенные коды основания n = = 8, где 192 кода этого основания соответствующими геометрическими преобразованиями превращаются в квазисовершенные коды основания системы счисления n = 4 и представляются в новом многомерном цифро-векторном пространстве координат a_1, a_2, x_1, x_2, x_3.

4.1. Алгоритмы синтеза квазисовершенных кодов

На первом этапе синтеза квазисовершенных кодов необходимо удалить все столбцы и строки в кодах основания n = 8, которые покрываются сигналом a_3, а также удалить в ячейках пространства координат a_1, a_2, x_1, x_2, x_3 кодовые комбинации, соответствующие только основанию системы счисления n = 8 (05–07).

Эти преобразования позволяют определить заполнение ячеек этих пространств соответственно кодовыми комбинациями для исправленных сигналов информационной ($a'_1 = 01 \vee 03$ $a'_2 = 02 \vee 03$) и контрольной ($x'_1 = 1 \vee 3 \vee \vee 5 \vee 7$, $x'_2 = 2 \vee 3 \vee 6 \vee 7$, $x'_3 = 4 \vee 5 \vee 6 \vee 7$) частей квазисовершенного кода звездочками. Аналогичным образом в пространстве координат a_1, a_2 определяются геометрические образы формирования сигналов контрольных разрядов x_1, x_2, x_3.

На втором этапе осуществляется разбивка кодов на классы, где к одному классу относятся квазисовершенные коды, имеющие одинаковые фигуры в координатах a_1, a_2, x_1, x_2, которые определенным образом для данного класса размещаются в ячейках одномерного пространства координат x_3. Причем сначала, перед разбивкой на классы, последовательно обозначаются множества M_i (i = 1, 2, 3, …) информационной части кода для сигнала первого разряда a'_1, которые по их «геометрическим именам» проставляются в одномерном пространстве координат для всех остальных сигналов x'_1, a'_2, x'_2, x'_3.

После размещения этих множеств во всех 192 кодах начинается последовательное размещение множеств P_i (i = 1, 2, 3, …) информационной части кода для сигнала второго разряда a'_2, которые по их «геометрическим именам» проставляются в одномерном пространстве координат x_3 для всех остальных сигналов x'_1, x'_2, a'_3, x'_3.

Подобная процедура производится также для контрольной части кода. По мере последовательного заполнения ячеек пространств x_3 все меньше этих ячеек остаются свободными для заполнения соответствующими множествами m_i, p_i, l_i.

На третьем этапе производится последовательное удаление одинаковых квазисовершенных кодов, что приводит к 96 квазисовершенным кодам, разбитым на 16 классов. Все эти классы квазисовершенных кодов основания $n = 4$ представлены в прил. 4.1.

В качестве примера на рис. 4.1 приведен код N 1 из этого приложения, где в многомерном пространстве координат a_1, a_2, x_1, x_2, x_3 приведены геометрические образы сигналов a'_1, x'_1 a'_2, x'_2, x'_3.

Сигналы информационной части кода представляются здесь именем $M_1M_2P_1P_2$, составленным из множеств в координатах a_1, a_2, x_1, x_2. Здесь же представлены «геометрические имена» этих множеств.

Учитывая взаимное соотношение этих множеств ($M_2 \subset M_1$), сигналы a'_1, a'_2 определяются выражениями

$$a'_1 = M_1 \vee M_2x_3,$$
$$a'_2 = P_1\underline{x_3} \vee P_2x_3. \qquad (4.1)$$

Сигналы контрольных разрядов x_1, x_2, x_3 всех 96 квазисовершенных кодов определяются здесь только тремя прямыми и инверсными сигналами $K_1 = a_1\underline{a_2} \vee \underline{a_1}a_2$, $K_2 = a_1$, $K_3 = a_2$.

Для кода N 1 это

$$x_1 = x_2 = K_1,\ x_3 = K_2.$$

Все эти данные приведены для каждого квазисовершенного кода основания $n = 4$ в прил. 4.1.

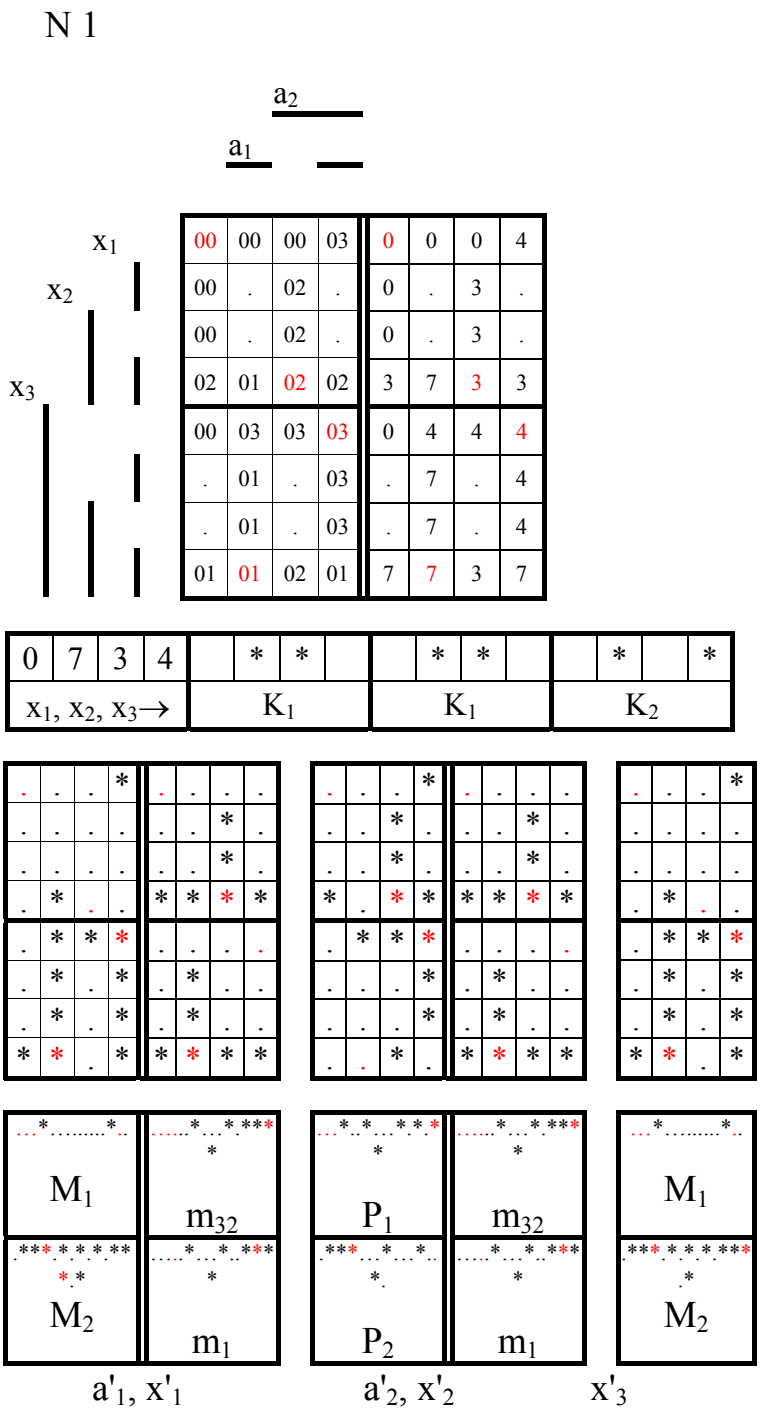


Рис. 4.1

На четвертом этапе синтеза осуществляется группировка множеств (M_1 – M_{32}, P_1 – P_{32}, m_1 –m_{32}, p_1 – p_{30}, l_1 – l_{45}) в координатах a_1, a_2, x_1, x_2, составляющих исправленные сигналы информационной и контрольной частей кода, а также определение базовых фигур для множеств информационной части кода. Причем, как и прежде, не будем выполнять последнее действие для контрольной части кода.

В прил. 4.2 приведены для каждого из разрядов геометрические образы отмеченных выше множеств и их «геометрические имена». Эти «имена» позволяют найти все повороты базовых фигур, которые определяют множества M_1 – M_{32}, P_1 – P_{32}.

Таких базовых фигур четыре:

$$M_1(a_1a_2x_1x_2) = M_1(1\ 2\ 3\ 4) = a_1a_2\underline{x}_1\underline{x}_2 \vee a_1\underline{a}_2x_1x_2; \quad (4.2)$$

$$\underline{M}_2(a_1a_2x_1x_2) = \underline{M}_2(1\ 2\ 3\ 4) = \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{x}_1 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{x}_2 \vee \underline{a}_1a_2x_1 \vee \underline{a}_1a_2x_2; \quad (4.3)$$

$$M_9(a_1a_2x_1x_2) = M_9(1\ 2\ 3\ 4) = \underline{a}_2x_1x_2 \vee a_1\underline{a}_2x_1 \vee a_1\underline{a}_2x_2 \vee a_1x_1x_2 \vee a_1a_2\underline{x}_1\underline{x}_2; \quad (4.4)$$

$$M_{17}(a_1a_2x_1x_2) = M_{17}(1\ 2\ 3\ 4) = a_1x_2 \vee a_2x_1x_2 \vee a_1a_2x_1. \quad (4.5)$$

Из этих логических выражений очевидно, что минимальные аппаратурные затраты имеет последнее множество $M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$.

Все эти базовые фигуры с их геометрическими образами и «геометрическими именами» представлены соответственно в прил. 4.3–4.6.

Пятый этап синтеза заключается в замене множеств M_1 –M_{32}, P_1 – P_{32} на базовые множества из прил. 4.3–4.6. Большое количество возможных поворотов базовых множеств, когда множества M_1 – M_{32}, P_1 – P_{32} инвариантны к этим поворотам, определяет значительное число вариантов таких замен. Какие комбинации этих замен являются оптимальными, исходя из минимизации аппаратурных затрат, остается пока нерешенным. Поэтому в прил. 4.7 для каждого квазисовершенного кода осуществлены эвристические замены отмеченных выше множеств. Эта операция позволяет определить логические зависимости для исправления информационных разрядов a'_1, a'_2 в каждом коде из 16 классов: M_1M_2 (N 1, 6, 19, 20, 50, 52); M_3M_4 (N 2, 3, 16, 160, 48, 168); M_5M_6 (N 4, 8, 17, 18, 47, 167); M_7M_8 (N 5, 7, 15, 159, 49, 51); M_9M_{10} (N 9, 14, 45, 46, 77, 78); $M_{11}M_{12}$ (N 10, 11, 42, 166, 74, 174); $M_{14}M_{13}$ (N 12, 158, 43, 44, 73, 173); $M_{15}M_{16}$ (N 13, 157, 41, 165, 75, 76); $M_{17}M_{18}$ (N 21, 162, 29, 34, 37, 164); $M_{19}M_{20}$ (N 22, 161, 28, 30, 36, 38); $M_{21}M_{22}$ (N 23, 26, 27, 33, 35, 40), $M_{23}M_{24}$ (N 24, 25, 31, 32, 39, 163), $M_{25}M_{26}$ (N 53, 60, 61, 66, 69, 72); $M_{27}M_{28}$ (N 54, 57, 62, 65, 68, 171); $M_{29}M_{30}$ (N 55, 59, 63, 170, 67, 172); $M_{31}M_{32}$ (N 56, 58, 64, 169, 70, 71).

Разбивка на классы квазисовершенных кодов выполнена здесь аналогично совершенным кодам, где к одному классу отнесены квазисовершен-

ные коды, имеющие применительно к сигналу первого разряда a'_1 одинаковые фигуры $M_1 – M_{58}$ в координате x_3.

Все эти логические зависимости, представленные в прил. 4.7, могут быть схемно реализованы, как и прежде, тремя вариантами, отличающимися быстродействием и затратами оборудования.

4.2. Новые классы квазисовершенных кодов основания n = 4

Анализ представленных выше классов показывает, что число классов квазисовершенных кодов основания n = 4 может быть уменьшено. Это возможно осуществить, если после пятого этапа синтеза изменить принцип разделения кодов на классы и к одному классу относить квазисовершенные коды, имеющие во всех сигналах первого и второго разрядов a'_1, a'_2 фигуры множеств с одинаковыми первообразными базовыми множествами.

В прил. 4.8 представлено это разбиение на 12 классов:

M_1(1 2 3 4) M_2(1 2 3 4)M_9(2 1 3 4), [N 2, 5, 4, 6, 3, 7, 8, 1];
M_1(1 2 3 4)M_2(1 2 3 4)M_{17}(2 1 3 4), [N 18, 19, 16, 159, 17, 20, 160, 15];
M_1(1 2 3 4)M_2(1 2 3 4)M_{17}(3 4 1 2), [N 51, 48, 50, 167, 49, 168, 52, 47];
M_9(1 2 3 4)M_1(2 1 3 4)M_2(2 1 3 4), [N 11, 13, 12, 14, 10, 157, 158, 9];
M_{17}(1 2 4 3)M_1(2 1 3 4)M_2(2 1 3 4), [N 65, 63, 64, 66, 62, 170, 169, 61];
M_{17}(1 2 3 4)M_1(2 1 3 4)M_2(2 1 3 4), [N 38, 39, 37, 40, 36, 163, 164, 35];
M_9(1 2 3 4)M_{17}(2 1 3 4), [N 43, 45, 42, 165, 44, 46, 166, 41];
M_9(1 2 3 4)M_{17}(3 4 1 2), [N 75, 74, 77, 173, 76, 174, 78, 73];
M_{17}(1 2 3 4)M_9(2 1 3 4), [N 28, 31, 29, 33, 30, 32, 34, 27];
M_{17}(1 2 4 3)M_9(2 1 3 4), [N 54, 55, 56, 60, 57, 59, 58, 53];
M_{17}(1 2 4 3)M_{17}(2 1 3 4), [N 70, 69, 68, 172, 71, 72, 171, 67];
M_{17}(1 2 3 4)M_{17}(3 4 1 2), [N 25, 22, 23, 162, 24, 161, 26, 21].

Из этого представления классов и логических зависимостей (4.2) – (4.5) очевидно, что минимальные аппаратурные затраты по определению сигналов a'_1, a'_2 имеют коды M_{17}(1 2 4 3)M_{17}(2 1 3 4), M_{17}(1 2 3 4)M_{17}(3 4 1 2).

В качестве показательного примера рассмотрим квазисовершенные коды класса M_{17}(1 2 3 4)M_{17}(3 4 1 2), из которого будут очевидны на основании прил. 4.8 все варианты определения сигналов a'_1, a'_2 кодов остальных классов.

В табл. 4.1 приведены номера кодов класса M_{17}(1 2 3 4)M_{17}(3 4 1 2) и логические зависимости сигналов a'_1, a'_2, а также сигналы кодирования контрольных разрядов x_1, x_2, x_3, которые определяются значениями K_1, K_2, K_3 ($K_1 = a_1\underline{a_2} \vee \underline{a_1}a_2$, $K_2 = a_1$, $K_3 = a_2$). Причем номера кодов, сохраненные от совершенных кодов основания n = 16, расставлены в этой таблице по порядку и принципу двоичного кодирования сигналов K_1, K_2, K_3. Эта нумерация представлена цифрами в курсивной записи: *0–7*.

Таблица 4.1

N 25	$a'_1 = M_{17}(1\ 2\ \underline{3}\ 4)x_3 \vee M_{17}(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4})\underline{x}_3$ $a'_2 = M_{17}(3\ 4\ \underline{1}\ \underline{2})x_3 \vee M_{17}(\underline{3}\ 4\ \underline{1}\ 2)\underline{x}_3$	$x_1 = \underline{K}_3,\ x_2 = \underline{K}_2,\ x_3 = \underline{K}_1$	*0*
N 22	$a'_1 = M_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4})\underline{x}_3 \vee M_{17}(1\ 2\ 3\ \underline{4})x_3$ $a'_2 = M_{17}(\underline{3}\ 4\ 1\ 2)\underline{x}_3 \vee M_{17}(3\ 4\ 1\ \underline{2})x_3$	$x_1 = K_3,\ x_2 = \underline{K}_2,\ x_3 = \underline{K}_1$	*1*
N 23	$a'_1 = M_{17}(1\ \underline{2}\ 3\ 4)\underline{x}_3 \vee M_{17}(1\ 2\ \underline{3}\ 4)x_3$ $a'_2 = M_{17}(\underline{3}\ 4\ \underline{1}\ \underline{2})\underline{x}_3 \vee M_{17}(3\ 4\ \underline{1}\ 2)x_3$	$x_1 = \underline{K}_3,\ x_2 = K_2,\ x_3 = \underline{K}_1$	*2*
N 162	$a'_1 = M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)x_3 \vee M_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4)\underline{x}_3$ $a'_2 = M_{17}(3\ 4\ 1\ 2)x_3 \vee M_{17}(\underline{3}\ 4\ 1\ \underline{2})\underline{x}_3$	$x_1 = K_3,\ x_2 = K_2,\ x_3 = \underline{K}_1$	*3*
N 24	$a'_1 = M_{17}(1\ 2\ \underline{3}\ 4)\underline{x}_3 \vee M_{17}(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4})x_3$ $a'_2 = M_{17}(3\ 4\ \underline{1}\ \underline{2})\underline{x}_3 \vee M_{17}(\underline{3}\ 4\ \underline{1}\ 2)x_3$	$x_1 = \underline{K}_3,\ x_2 = \underline{K}_2,\ x_3 = K_1$	*4*
N 161	$a'_1 = M_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4})x_3 \vee M_{17}(1\ 2\ 3\ \underline{4})\underline{x}_3$ $a'_2 = M_{17}(\underline{3}\ 4\ 1\ 2)x_3 \vee M_{17}(3\ 4\ 1\ \underline{2})\underline{x}_3$	$x_1 = K_3,\ x_2 = \underline{K}_2,\ x_3 = K_1$	*5*
N 26	$a'_1 = M_{17}(1\ \underline{2}\ 3\ 4)x_3 \vee M_{17}(1\ 2\ \underline{3}\ 4)\underline{x}_3$ $a'_2 = M_{17}(\underline{3}\ 4\ \underline{1}\ \underline{2})x_3 \vee M_{17}(3\ 4\ \underline{1}\ 2)\underline{x}_3$	$x_1 = \underline{K}_3,\ x_2 = K_2,\ x_3 = K_1$	*6*
N 21	$a'_1 = M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)\underline{x}_3 \vee M_{17}(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4)x_3$ $a'_2 = M_{17}(3\ 4\ 1\ 2)\underline{x}_3 \vee M_{17}(\underline{3}\ 4\ 1\ \underline{2})x_3$	$x_1 = K_3,\ x_2 = K_2,\ x_3 = K_1$	*7*

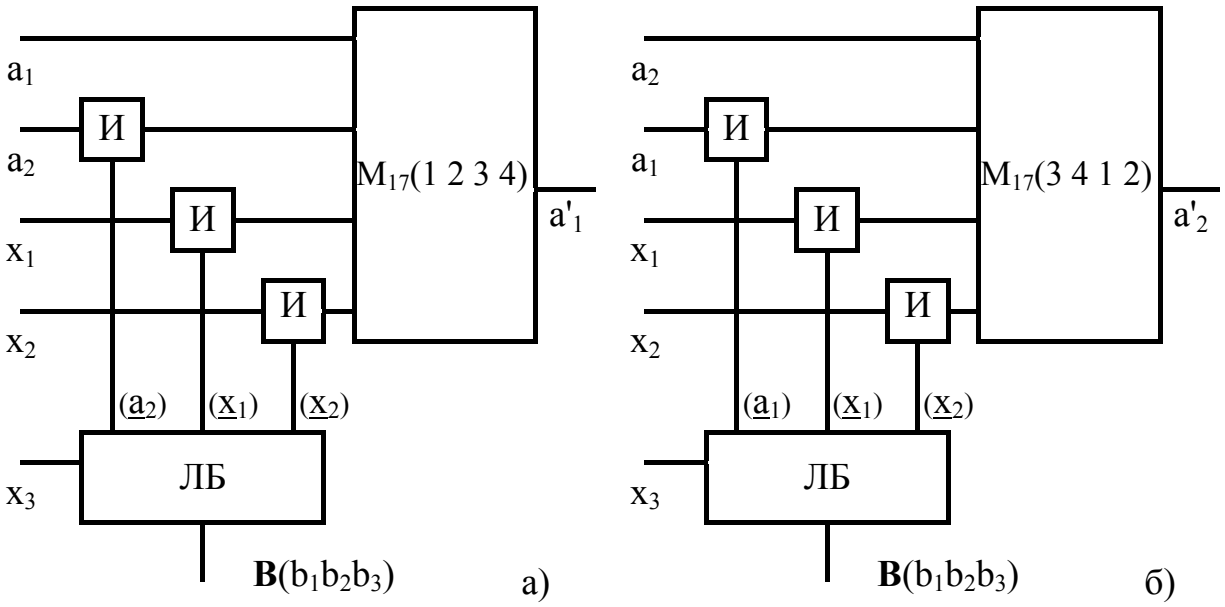


Рис. 4.2

Все логические зависимости сигналов a'_1, a'_2 для каждого кода могут быть схемно реализованы тремя вариантами, как это было представлено ранее, но здесь мы рассмотрим только третий вариант – наиболее удачный с точки зрения минимальных затрат при автоматическом переключении режимов реализации логических функций a'_1, a'_2 одновременно для всех кодов этого класса соответствующими инвертирующими поворотами базовых цифро-векторных множеств $M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$ и $M_{17}(3\ 4\ 1\ 2)$.

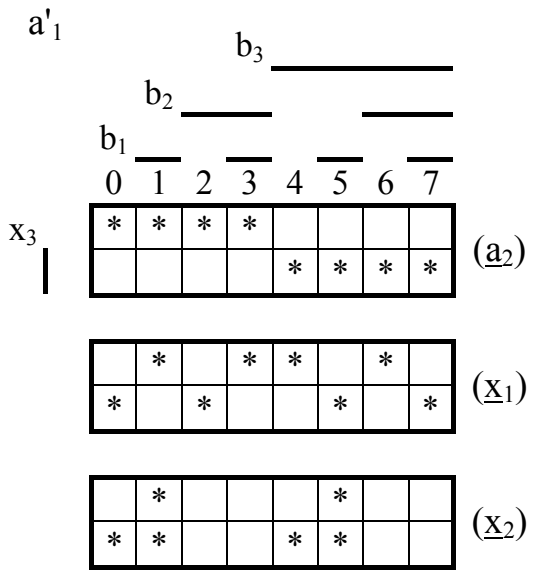


Рис. 4.3а

$(\underline{a}_2) = b_3x_3 \vee \underline{b}_3\underline{x}_3$;
$(\underline{x}_1) = b_1\underline{b}_3\underline{x}_3 \vee \underline{b}_1\underline{b}_3x_3 \vee \underline{b}_1b_3\underline{x}_3 \vee b_1b_3x_3$;
$(\underline{x}_2) = \underline{b}_1\underline{b}_2x_3 \vee b_1\underline{b}_2$. (4.6)

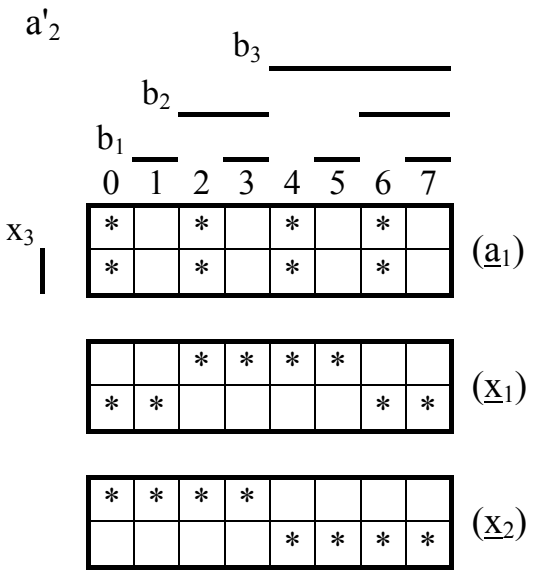


Рис. 4.3б

$(\underline{a}_1) = \underline{b}_1$;
$(\underline{x}_1) = b_2\underline{b}_3\underline{x}_3 \vee \underline{b}_2\underline{b}_3x_3 \vee \underline{b}_2b_3\underline{x}_3 \vee b_2b_3x_3$;
$(\underline{x}_2) = b_3x_3 \vee \underline{b}_3\underline{x}_3$. (4.7)

На рис. 4.2, *а, б* приведены соответственно функциональные блок-схемы, реализующие формирование сигналов a'_1, a'_2, где блоки И являются простыми управляемыми соответственно сигналами $(\underline{a}_2)$, $(\underline{x}_1)$, $(\underline{x}_2)$; $(\underline{a}_1)$, $(\underline{a}_2)$, $(\underline{x}_2)$ инверторами, а функциональные блоки определяются выражениями

$$M_{17}(1\ 2\ 3\ 4) = a_1x_2 \vee a_2x_1x_2 \vee a_1a_2x_1 \text{ и } M_{17}(3\ 4\ 1\ 2) = x_1a_2 \vee x_2a_1a_2 \vee x_1x_2a_1.$$

Переключение для работы с определенным кодом в этом классе осуществляется для выходных функционалов a'_1, a'_2 соответственно сигналами $\mathbf{B}(b_1b_2b_3)$.

Геометрические фигуры и соответствующие им логические зависимости (4.6) для сигналов $(\underline{a}_2)$, $(\underline{x}_1)$, $(\underline{x}_2)$, управляющие инверторами на рис. 4.2, *а*), приведены на рис. 4.3а), а геометрические фигуры и логические зависимости (4.7) для сигналов $(\underline{a}_1)$, $(\underline{x}_1)$, $(\underline{x}_2)$, управляющие инверторами на рис. 4.2, *б*, представлены на рис. 4.3б.

Таким образом, любой из квазисовершенных кодов данного класса может быть использован по внешнему сигналу для исправления одиночных ошибок. Эти возможности кодов не имеют принципиального значения для задач исправления ошибок, где все коды данного класса равноценны, но для шифрования информации это качество трудно переоценить.

Сперва собирать факты и только после этого связывать их мыслью.

Аристотель

Глава 5
КВАЗИСОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ ОСНОВАНИЙ $n = 32$, $n = 64$

Квазисовершенные коды оснований систем счисления $n = 2^{10}, 2^9, \ldots, 2^5$ являются производными от совершенного кода основания системы счисления $n = 2^{11}$. Число совершенных кодов этого основания $s_{11} = 638\,668\,800$, и, очевидно, не представляется возможным их все рассмотреть без полной автоматизации синтеза этих кодов. Это также относится и ко всем квазисовершенным кодам оснований систем счисления $n = 2^{10}, 2^9, \ldots, 2^5$.

По этой причине ограничимся известными 192 совершенными кодами основания $n = 2^4$ и возьмем их за основу формирования, например, такого же количества квазисовершенных кодов оснований $n = 2^5, 2^6$.

В [2] предложен алгоритм синтеза совершенного кода основания $n = 2^{11}$. Этот алгоритм поясняется рис. 5.1, где в ячейках цифро-векторного пространства координат $a_5 - a_{11}$ размещены «геометрические» фигуры $\sigma_1 - \sigma_8$ кодовых комбинаций (цифр 0–7) контрольных разрядов x_1, x_2, x_3 в координатах a_1, a_2, a_3, a_4.

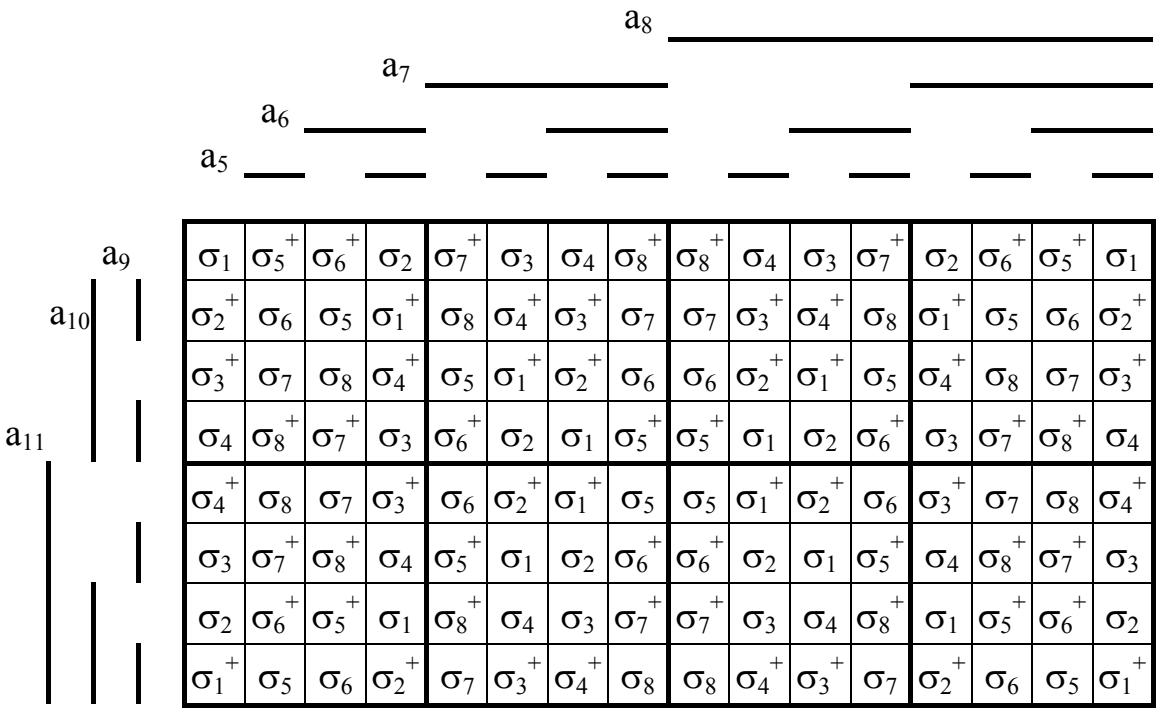


Рис. 5.1

В определенных ячейках этого цифрового пространства рядом с обозначениями фигур $\sigma_1 - \sigma_8$ установлен вверху знак «плюс» ($^+$). Постановка этого знака означает, что фигуры $\sigma_1 - \sigma_8$, которые представляют определенные коды основания $n = 2^4$ цифрами контрольной части систематического кода этого основания, должны увеличиться на восемь единиц. В табл. 5.1 приведены значения цифр 0–7 контрольных разрядов для каждой из фигур $\sigma_1 - \sigma_8$.

Таблица 5.1

σ_i, σ_i^+	Цифры контрольных разрядов								Контрольные разряды
σ_1	0	1	2	3	4	5	6	7	$x_1\ x_2\ x_3$
$\sigma_1^+(\sigma_1+8)$	8	9	10	11	12	13	14	15	
σ_2	1	0	3	2	5	4	7	6	$\underline{x}_1\ x_2\ x_3$
$\sigma_2^+(\sigma_2+8)$	9	8	11	10	13	12	15	14	
σ_3	2	3	0	1	6	7	4	5	$x_1\ \underline{x}_2\ x_3$
$\sigma_3^+(\sigma_3+8)$	10	11	8	9	14	15	12	13	
σ_4	3	2	1	0	7	6	5	4	$\underline{x}_1\ \underline{x}_2\ x_3$
$\sigma_4^+(\sigma_4+8)$	11	10	9	8	15	14	13	12	
σ_5	4	5	6	7	0	1	2	3	$x_1\ x_2\ \underline{x}_3$
$\sigma_5^+(\sigma_5+8)$	12	13	14	15	8	9	10	11	
σ_6	5	4	7	6	1	0	3	2	$\underline{x}_1\ x_2\ \underline{x}_3$
$\sigma_6^+(\sigma_6+8)$	13	12	15	14	9	8	11	10	
σ_7	6	7	4	5	2	3	0	1	$x_1\ \underline{x}_2\ \underline{x}_3$
$\sigma_7^+(\sigma_7+8)$	14	15	12	13	10	11	8	9	
σ_8	7	6	5	4	3	2	1	0	$\underline{x}_1\ \underline{x}_2\ \underline{x}_3$
$\sigma_8^+(\sigma_8+8)$	15	14	13	12	11	10	9	8	

Для квазисовершенных кодов оснований $n = 2^5$, 2^6 в соответствии с данными рис. 5.1 необходимо знание только четырех фигур (σ_1, σ_5^+, σ_6^+, σ_2), которые в табл. 5.1 отмечены красным цветом. На примере кода N 1 в соответствии с табл. 5.1 представим кодовые комбинации информационной и контрольной частей кода основания $n = 2^6$. Эти кодовые комбинации определяются данными рис. 5.2. На этом рисунке все цифро-векторное пространство в координатах $a_5 - a_{11}$ разбито на четыре части пространств координат $a_1 - a_4$ соответственно для σ_1, σ_5^+, σ_6^+, σ_2, где первая часть – это данные совершенного кода N 1 основания $n = 2^4$.

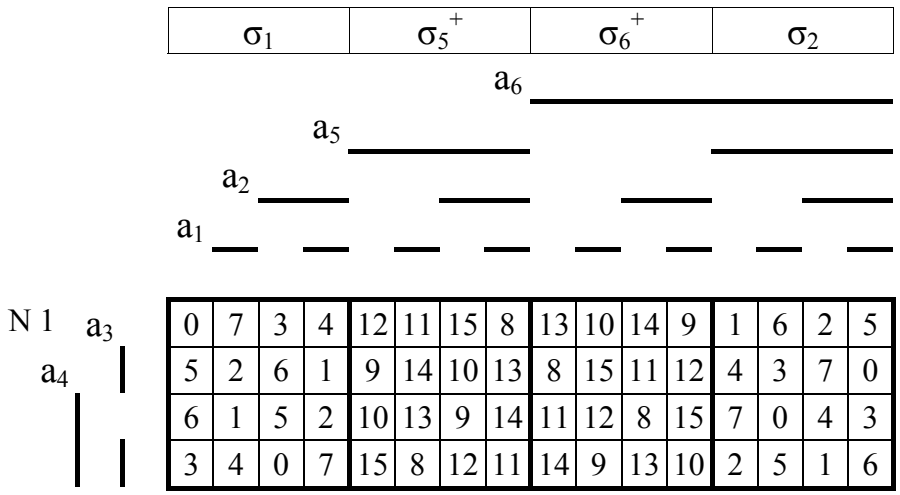


Рис. 5.2

Вторая часть σ_5^+ пространства формируется из первой его части в соответствии с данными табл. 5.1, где цифра 0 заменяется цифрой 12, цифра 7 – цифрой 11, цифра 3 – цифрой 15 и т.д. Третья часть σ_6^+ пространства формируется также из первой его части, где цифра 0 заменяется цифрой 13, цифра 7 – цифрой 10, цифра 3 – цифрой 14 и т.д. В полной аналогии с изложенным выше четвертая часть σ_2 пространства формируется также из первой его части, где цифра 0 заменяется цифрой 1, цифра 7 – цифрой 6, цифра 3 – цифрой 2 и т.д.

Таким образом, становятся известными соотношения кодовых комбинаций информационной части квазисовершенного кода, которые обозначим трехзначными цифрами, и контрольной части кода (двухзначные цифры). Эти соответствия представляются для кода N 1, например, основания $n = 2^5$, табл. 5.2.

Таблица 5.2

000	001	002	003	016	017	018	019
004	005	006	007	020	021	022	023
008	009	010	011	024	025	026	027
012	013	014	015	028	029	030	031

00	07	03	04	12	11	15	08
05	02	06	01	9	14	10	13
06	01	05	02	10	13	9	14
03	04	00	07	15	08	12	11

Принятая нами нумерация ячеек цифро-векторного пространства всегда неизменна, соответствует кодовым комбинациям информационной части совершенных (квазисовершенных) кодов и, следовательно, в дальнейшем может не упоминаться.

В прил. 5.1 приведены аналогично рис. 5.2 значения контрольных цифр для всех 192 квазисовершенных кодов основания $n = 2^6$. Эти же данные используются для квазисовершенных кодов основания $n = 2^5$, где необходимо только убрать столбцы, соответствующие информационному разряду a_6.

Из прил. 5.1 непосредственно определяются в координатах $a_1 – a_6$ геометрические фигуры, соответствующие логическим схемам кодирующих блоков. Эти данные для x_1, x_2, x_3, x_4 приведены соответственно в прил. 5.2–5.5.

Например, для кода N 99 эти данные представляются рис. 5.3.

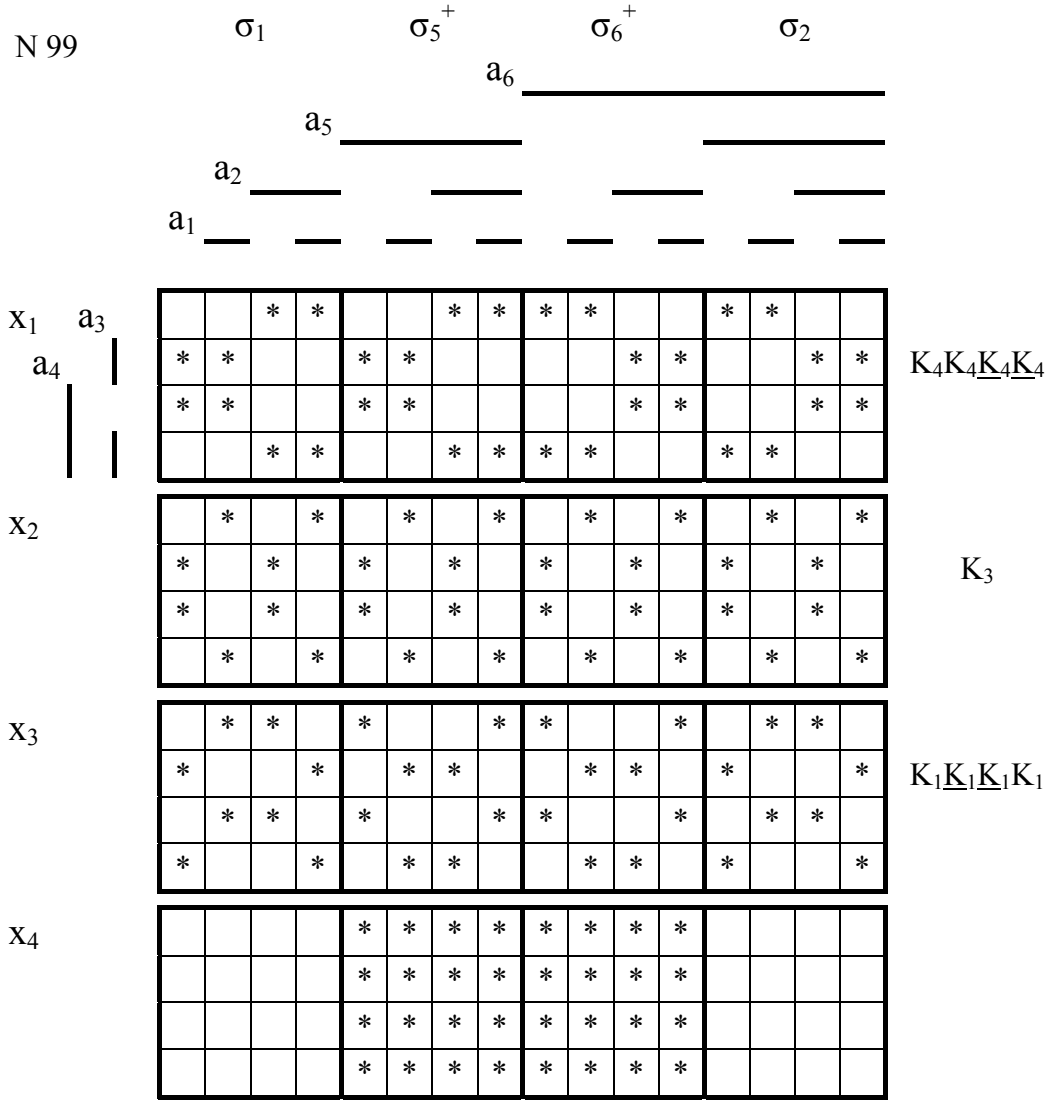


Рис. 5.3

Входящие в эти геометрические образы всех 192 квазисовершенных кодов основания $n = 2^6$ фигуры K_1, K_2, K_3, K_4 определяются следующими логическими выражениями:

$$K_1 = a_1\underline{a}_2\underline{a}_3 \vee \underline{a}_1a_2\underline{a}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3 \vee a_1a_2a_3; \quad (5.1)$$

$$K_2 = a_1\underline{a}_2\underline{a}_4 \vee \underline{a}_1a_2\underline{a}_4 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_4 \vee a_1a_2a_4; \quad (5.2)$$

$$K_3 = a_1\underline{a}_3\underline{a}_4 \vee \underline{a}_1a_3\underline{a}_4 \vee \underline{a}_1\underline{a}_3a_4 \vee a_1a_3a_4; \quad (5.3)$$

$$K_4 = a_2\underline{a}_3\underline{a}_4 \vee \underline{a}_2a_3\underline{a}_4 \vee \underline{a}_2\underline{a}_3a_4 \vee a_2a_3a_4. \quad (5.4)$$

В прил. 5.6 для всех 192 квазисовершенных кодов основания $n = 2^6$ приведены логические зависимости формирования контрольных разрядов $x_1 – x_4$, а в прил. 5.7 для этих кодов представлено «слово состояния» кода, которое

позволяет определить по нему в режиме поиска, например Microsoft Word, принадлежность кода к определенному классу.

Для квазисовершенного кода основания $n = 2^5$ прил. 5.6 и 5.7 преобразуются в одно приложение 5.8, где в исходных прил. 5.6 и 5.7 принято $a_6 = 0$. В этом новом приложении «слово состояния» также позволяет определить принадлежность кода к определенному классу.

Вследствие того, что алгоритм преобразования совершенного кода основания $n = 2^4$ в квазисовершенные коды оснований $n = 2^5$, 2^6 одинаковый для всех квазисовершенных кодов, то номера их классов совпадают с номерами кодов в аналогичных классах совершенных кодов второй главы (см. табл. 2.1).

Из всех квазисовершенных кодов рассмотрим только один код, например N 99 (класс $M_{17} – M_{20}$ совершенного кода), из которого читатель может самостоятельно синтезировать любой квазисовершенный код.

5.1. Код основания n = 32 (i = 5, k = 4)

Для квазисовершенного кода N 99 этого основания зависимость между информационными кодовыми комбинациями (000–031) и контрольными кодовыми комбинациями (00–15) в соответствии с прил. 5.1 представляется табл. 5.3.

Таблица 5.3

000	001	002	003	016	017	018	019
004	005	006	007	020	021	022	023
008	009	010	011	024	025	026	027
012	013	014	015	028	029	030	031

00	06	05	03	12	10	09	15
07	01	02	04	11	13	14	08
03	05	06	00	15	09	10	12
04	02	01	07	08	14	13	11

В соответствии с этим представлением геометрические образы сигналов контрольных разрядов $x_1 – x_4$, определяющие кодирующее устройство, изображаются в пространстве координат $a_1 – a_5$ на рис. 5.4. Каждый контрольный разряд (множество) и соответственно его геометрический образ состоит из двух частей (подмножеств) в координатах $a_1 – a_4$. Эти подмножества имеют «геометрическое имя» и являются фигурами K_1, K_2, K_3 для $x_1 – x_3$, а сигнал x_4 составлен из пустого L0 и универсального L1 множеств. На этом рисунке приведены «геометрические имена» и логические зависимости для сигналов $x_1 – x_4$.

N 99

a_5																																			
a_2																																			
a_1																																			
a_3			*	*			*	*		*		*		*		*		*	*		*			*					*	*	*	*
a_4	*	*			*	*			*		*		*		*		*			*		*	*						*	*	*	*
	*	*			*	*			*		*		*		*			*	*		*			*					*	*	*	*
			*	*			*	*		*		*		*		*	*			*		*	*						*	*	*	*
	..****..**....**				..****..**....**				.*.**.*.*..*.*				.*.**.*.*..*.*				.***.*.***..*				.***.*.***..*				L0		L1			
	$x_1 = K_2$								$x_2 = K_3$								$x_3 = K_1\underline{a}_5 \vee \underline{K}_1 a_5$								$x_4 = a_5$							

Рис. 5.4

Зависимость между информационными и контрольными кодовыми комбинациями рис. 5.5 позволяет разместить в ячейках пространства координат $a_1 - a_5$, $x_1 - x_4$ безошибочные информационные кодовые комбинации (обозначены цифрами красного цвета 0 – 31). В остальных ячейках этого пространства размещены эти цифры черного цвета, которые соответствуют кодовым комбинациям с одиночной ошибкой. Соответствие между безошибочными и комбинациями с одиночной ошибкой, которые использованы при таком заполнении ячеек пространства (рис. 5.5), приведены в прил. 5.9.

a'_i

x_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
x_2 0	0	0	0	11	0	5	6	7	0	11	11	11	12	13	14	11	0							23				11	28			
1	0	5	2	3	5	5	14	5	8	9	14	11	14	5	14	14			18			5				25					14	
x_3 2	0	1	6	3	6	13	6	6	8	13	10	11	13	13	6	13		17					6				26			13		
3	8	3	3	3	4	5	6	3	8	8	8	3	8	13	14	15				3	20				8							31
4	0	1	2	7	12	7	7	7	12	9	10	11	12	12	12	7	16							7				27	12			
5	2	9	2	2	4	5	2	7	9	9	2	9	12	9	14	15			2			21				9					30	
x_4 6	1	1	10	1	4	1	6	7	10	1	10	10	12	13	10	15		1					22				10			29		
7	4	1	2	3	4	4	4	15	8	9	10	15	4	15	15	15				19	4				24							15
8	0							23				11	28				16	17	18	23	28	23	23	23	28	25	26	27	28	28	28	23
9			18			5				25					14		18	25	18	18	20	21	18	23	25	25	18	25	28	25	30	31
10		17					6				26			13			17	17	26	17	20	17	22	23	26	17	26	26	28	29	26	31
11				3	20				8							31	20	17	18	19	20	20	20	31	24	25	26	31	20	31	31	31
12	16							7				27	12				16	16	16	27	16	21	22	23	16	27	27	27	28	29	30	27
13			2			21				9					30		16	21	18	19	21	21	30	21	24	25	30	27	30	21	30	30
14		1					22				10			29			16	17	22	19	22	29	22	22	24	29	26	27	29	29	22	29
15				19	4				24							15	24	19	19	19	20	21	22	19	24	24	24	19	24	29	30	31

Рис. 5.5

Следующий шаг формирования геометрических образов исправленных сигналов $a'_1 – a'_5$ заключается в простой замене кодовых комбинаций для этих сигналов на звездочки (*) в соответствии с общеизвестными зависимостями

$$a_1 = 1 \vee 3 \vee 5 \vee 7 \vee 9 \vee 11 \vee 13 \vee 15 \vee 17 \vee 19 \vee 21 \vee 23 \vee 25 \vee 27 \vee 29 \vee 31;$$
$$a_2 = 2 \vee 3 \vee 6 \vee 7 \vee 10 \vee 11 \vee 14 \vee 15 \vee 18 \vee 19 \vee 22 \vee 23 \vee 26 \vee 27 \vee 30 \vee 31;$$
$$a_3 = 4 \vee 5 \vee 6 \vee 7 \vee 12 \vee 13 \vee 14 \vee 15 \vee 20 \vee 21 \vee 22 \vee 23 \vee 28 \vee 29 \vee 30 \vee 31;$$
$$a_4 = 8 \vee 9 \vee 10 \vee 11 \vee 12 \vee 13 \vee 14 \vee 15 \vee 24 \vee 25 \vee 26 \vee 27 \vee 28 \vee 29 \vee 30 \vee 31.$$

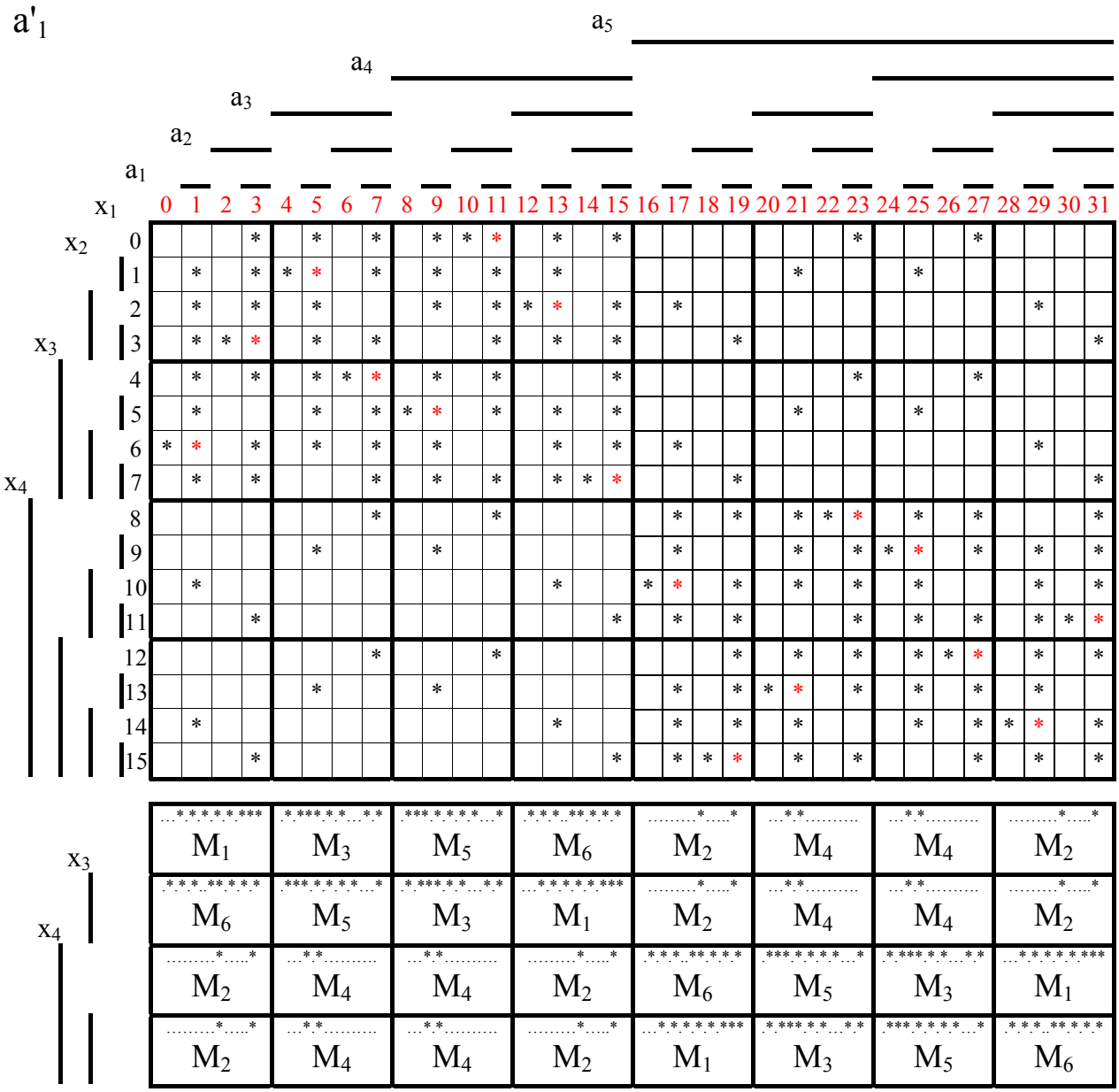


Рис. 5.6

$$a'_1 = M_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee M_1a_3a_4\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_1a_3a_4a_5\underline{x_3}x_4 \vee M_1\underline{a_3}\underline{a_4}a_5x_3x_4 \vee$$
$$\vee M_2\underline{a_3}\underline{a_4}a_5 \vee M_2a_3a_4a_5 \vee M_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5} \vee M_2a_3a_4\underline{a_5} \vee$$
$$\vee M_3a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee M_3\underline{a_3}a_4\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_3\underline{a_3}a_4a_5\underline{x_3}x_4 \vee M_3a_3\underline{a_4}a_5x_3x_4 \vee$$
$$\vee M_4a_3\underline{a_4}a_5 \vee M_4\underline{a_3}a_4a_5 \vee M_4a_3\underline{a_4}\underline{a_5} \vee M_4\underline{a_3}a_4\underline{a_5} \vee$$
$$\vee M_5\underline{a_3}a_4\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee M_5a_3\underline{a_4}\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_5a_3\underline{a_4}a_5\underline{x_3}x_4 \vee M_5\underline{a_3}a_4a_5x_3x_4 \vee$$
$$\vee M_6a_3a_4\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee M_6\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_6\underline{a_3}\underline{a_4}a_5\underline{x_3}x_4 \vee M_6a_3a_4a_5x_3x_4. \qquad (5.1.1)$$

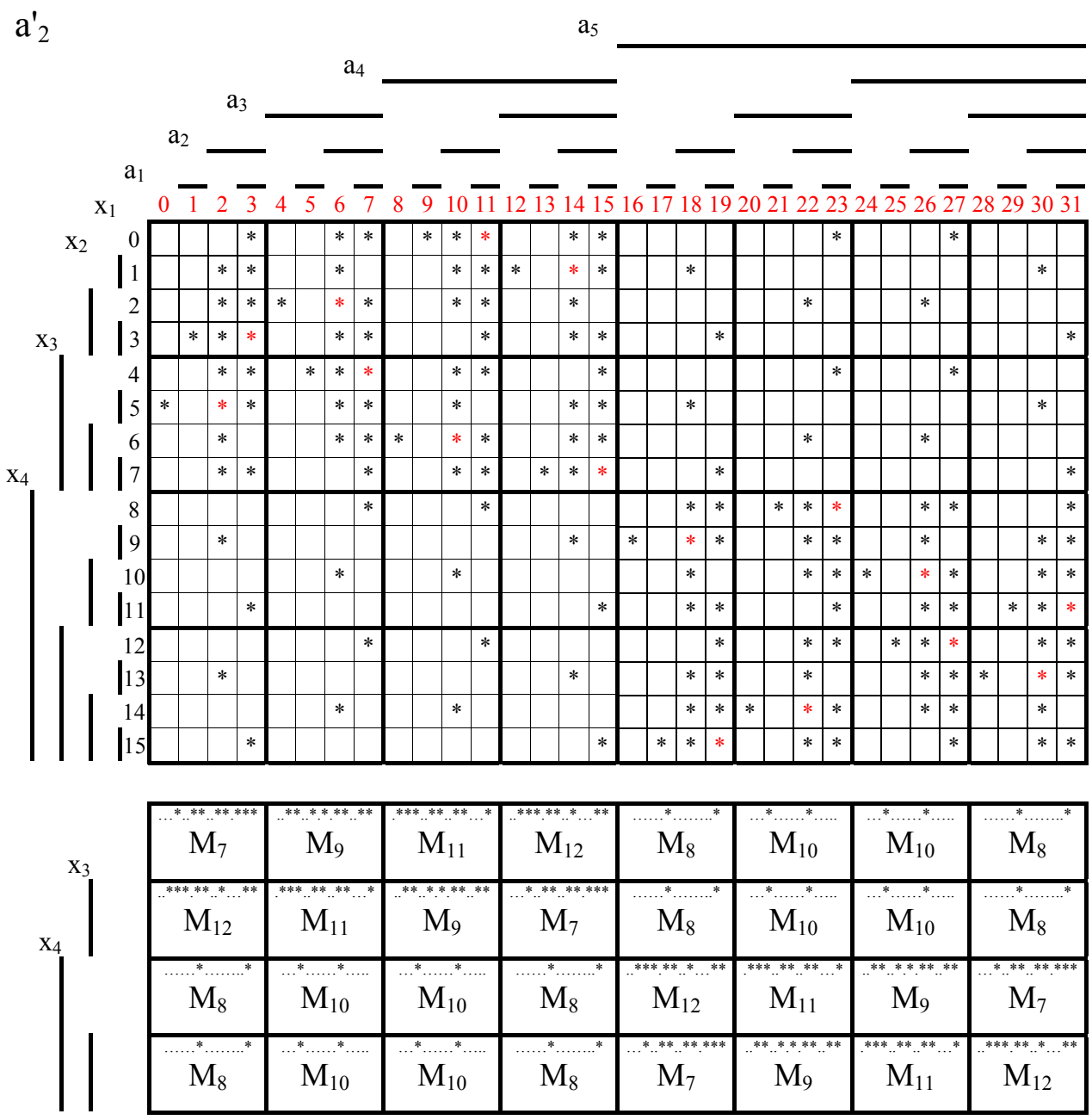


Рис. 5.7

$$
\begin{aligned}
a'_2 = {} & M_7\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee M_7a_3a_4\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_7a_3a_4a_5\underline{x_3}x_4 \vee M_7\underline{a_3}\underline{a_4}a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_8\underline{a_3}\underline{a_4}a_5 \vee M_8a_3a_4a_5 \vee M_8\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5} \vee M_8a_3a_4\underline{a_5} \vee \\
& \vee M_9a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee M_9\underline{a_3}a_4\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_9\underline{a_3}a_4a_5\underline{x_3}x_4 \vee M_9a_3\underline{a_4}a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{10}a_3\underline{a_4}a_5 \vee M_{10}\underline{a_3}a_4a_5 \vee M_{10}a_3\underline{a_4}\underline{a_5} \vee M_{10}\underline{a_3}a_4\underline{a_5} \vee \\
& \vee M_{11}\underline{a_3}a_4\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee M_{11}a_3\underline{a_4}\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_{11}a_3\underline{a_4}a_5\underline{x_3}x_4 \vee M_{11}\underline{a_3}a_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{12}a_3a_4\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee M_{12}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_{12}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5\underline{x_3}x_4 \vee M_{12}a_3a_4a_5x_3x_4. \qquad (5.1.2)
\end{aligned}
$$

a'_3

x_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
x_2 0						*	*	*					*	*	*									*					*			
1		*			*	*	*	*			*		*	*	*	*						*									*	
2			*		*	*	*	*		*			*	*	*	*							*							*		
x_3 3					*	*	*							*	*	*					*											*
4				*	*	*	*	*	*				*	*	*	*								*					*			
5					*	*		*					*		*	*						*									*	
6					*		*	*					*	*		*							*							*		
x_4 7	*				*	*	*	*				*	*	*	*	*					*											*
8								*					*							*	*	*	*	*	*				*	*	*	*
9						*									*						*	*		*					*		*	*
10							*							*							*		*	*					*	*		*
11					*											*	*				*	*	*	*				*	*	*	*	*
12								*					*									*	*	*					*	*	*	
13						*									*			*			*	*	*	*			*		*	*	*	*
14							*							*					*		*	*	*	*		*			*	*	*	*
15					*											*					*	*	*								*	*	*

x_3	M_{15}	M_{16}	M_{13}	M_{14}	L0	M_{17}	L0	M_{18}
x_4	M_{14}	M_{13}	M_{16}	M_{15}	L0	M_{17}	L0	M_{18}
	L0	M_{17}	L0	M_{18}	M_{14}	M_{13}	M_{16}	M_{15}
	L0	M_{17}	L0	M_{18}	M_{15}	M_{16}	M_{13}	M_{14}

Рис. 5.8

$$
\begin{aligned}
a'_3 = {} & M_{13}a_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_{13}a_4a_5x_3x_4 \vee \underline{M}_{13}a_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{13}a_3\underline{a}_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee \\
& \vee M_{14}\underline{a}_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee M_{14}\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_3x_4 \vee \underline{M}_{14}a_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{14}a_3a_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{15}\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_{15}\underline{a}_4a_5x_3x_4 \vee \underline{M}_{15}a_3a_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{15}a_3a_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee \\
& \vee M_{16}a_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee M_{16}a_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee \underline{M}_{16}a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{16}a_3\underline{a}_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{17}a_3\underline{a}_4a_5 \vee M_{17}a_3\underline{a}_4\underline{a}_5 \vee M_{18}a_3a_4a_5 \vee M_{18}a_3a_4\underline{a}_5;
\end{aligned}
\qquad (5.1.3)
$$

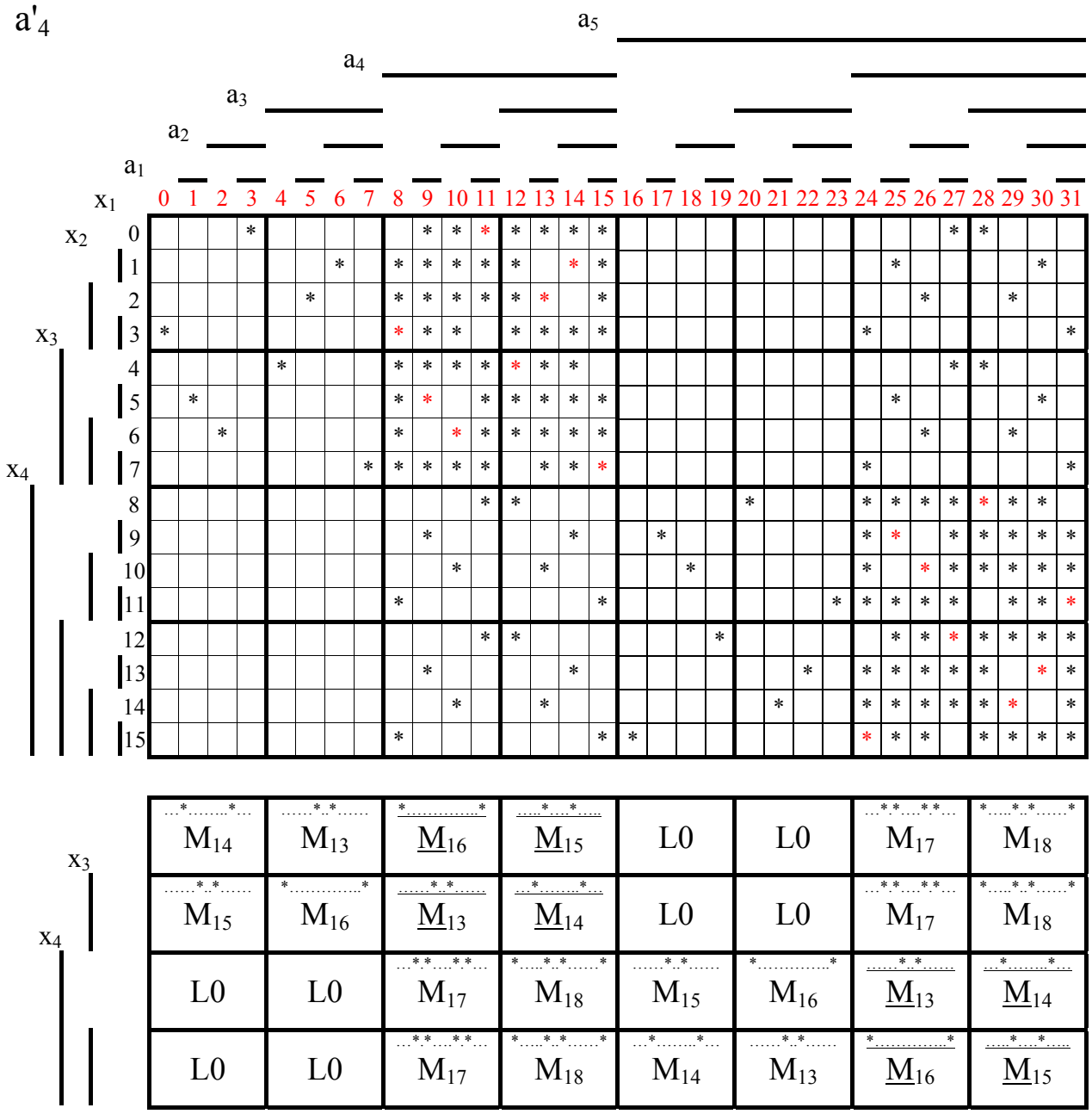


Рис. 5.9

$$
\begin{aligned}
a'_4 = {} & M_{13}a_3\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_{13}a_3a_5x_3x_4 \vee \underline{M}_{13}\underline{a}_3a_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{13}\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee \\
& \vee M_{14}\underline{a}_3\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_{14}\underline{a}_3a_5x_3x_4 \vee \underline{M}_{14}a_3a_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{14}a_3a_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee \\
& \vee M_{15}\underline{a}_3\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee M_{15}\underline{a}_3a_5\underline{x}_3x_4 \vee \underline{M}_{15}a_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{15}a_3a_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{16}a_3\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee M_{16}a_3a_5\underline{x}_3x_4 \vee \underline{M}_{16}\underline{a}_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{16}\underline{a}_3a_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{17}\underline{a}_3a_4a_5 \vee M_{17}\underline{a}_3a_4\underline{a}_5 \vee M_{18}a_3a_4a_5 \vee M_{18}a_3a_4\underline{a}_5;
\end{aligned}
\qquad (5.1.4)
$$

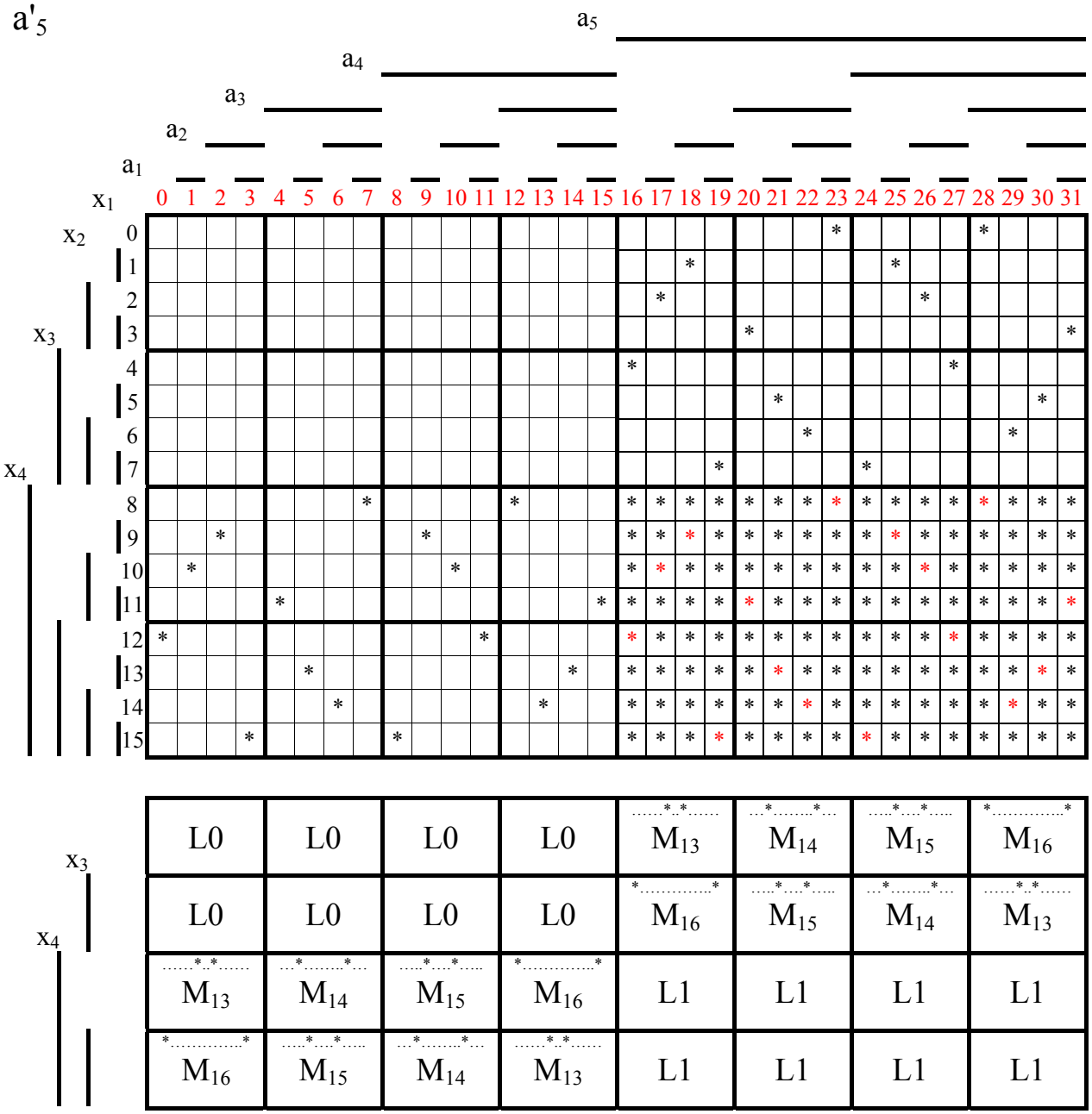
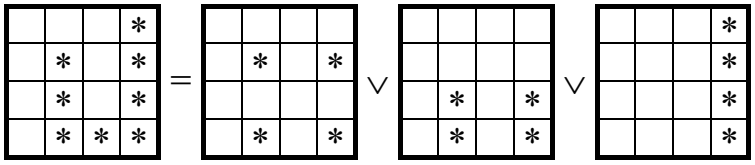


Рис. 5.10

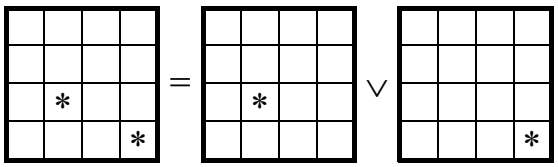
$$a'_5 = a_5x_4 \vee M_{13}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5\underline{x_3} \vee M_{13}a_3a_4a_5x_3 \vee M_{13}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_3}x_4 \vee M_{13}a_3a_4x_3x_4 \vee$$
$$\vee M_{14}a_3\underline{a_4}a_5\underline{x_3} \vee M_{14}\underline{a_3}a_4a_5x_3 \vee M_{14}a_3\underline{a_4}\underline{x_3}x_4 \vee M_{14}\underline{a_3}a_4x_3x_4 \vee$$
$$\vee M_{15}\underline{a_3}a_4a_5\underline{x_3} \vee M_{15}a_3\underline{a_4}a_5x_3 \vee M_{15}\underline{a_3}a_4\underline{x_3}x_4 \vee M_{15}a_3\underline{a_4}x_3x_4 \vee$$
$$\vee M_{16}a_3a_4a_5\underline{x_3} \vee M_{16}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5x_3 \vee M_{16}a_3a_4\underline{x_3}x_4 \vee M_{16}\underline{a_3}\underline{a_4}x_3x_4. \qquad (5.1.5)$$

Полученные таким образом геометрические образы сигналов $a'_1 - a'_5$ изображены соответственно на рис. 5.6–5.10. Эти геометрические фигуры представляют собой множества, состоящие из подмножеств $M_1 - M_{18}$, а также L0, L1. На этих же рисунках приведены также «геометрические имена» подмножеств $M_1 - M_{18}$ и их логические зависимости, выраженные через эти подмножества.

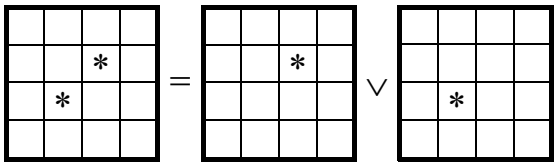
Аналогично тому, как это выполнялось в предыдущих главах, нетрудно определить из подмножеств M_1 – M_{18} базовые фигуры, которые соответствующими поворотами координат a_1 a_2 x_1 x_2 позволяют определить все остальные подмножества. Базовые подмножества следующие:



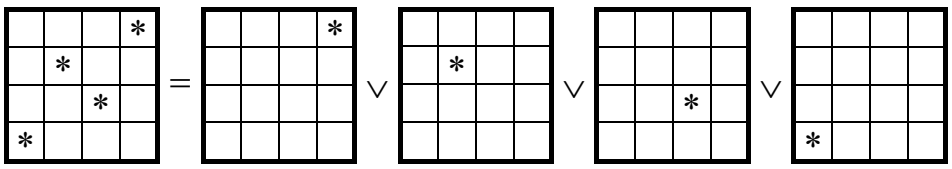
$$M_1\ (a_1a_2\,x_1x_2) = M_1\ (1234) = a_1x_1 \vee a_1x_2 \vee a_1a_2; \qquad (5.1.6)$$



$$M_2(a_1a_2\,x_1x_2) = M_1\ (1234) = a_1\underline{a_2}\,\underline{x_1}x_2 \vee a_1a_2\,x_1x_2; \qquad (5.1.7)$$



$$M_{13}(a_1a_2\,x_1x_2) = M_1\ (1234) = \underline{a_1}a_2\,x_1\underline{x_2} \vee a_1\underline{a_2}\,\underline{x_1}x_2\,; \qquad (5.1.8)$$



$$M_{17}(a_1a_2\,x_1x_2) = M_1\ (1234) = a_1a_2\,\underline{x_1}\underline{x_2} \vee a_1\underline{a_2}\,x_1\underline{x_2} \vee \underline{a_1}a_2\,\underline{x_1}x_2 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\,x_1x_2. \qquad (5.1.9)$$

Размещая каждую из фигур этих подмножеств в головную часть таблиц поиска их симметрий, получим все изменения входных сигналов $(a_1\ a_2\ x_1\ x_2) \equiv$ $\equiv (1\ 2\ 3\ 4)$, которые определяют соответствующие геометрические фигуры, их имена и логические функции, покрывающие эти фигуры. Результаты таких процедур представлены соответственно в прил. 5.10–5.13 настоящей главы.

Из этих приложений составим табл. 5.1.1–5.1.7, которые позволяют определить все подмножества M_1 – M_{18}. Например, запись для подмножества $M_3(M^*_1)$ означает, что логическая зависимость для подмножества M_3 определяется логической зависимостью $M_1(a_1\ a_2\ x_1\ x_2)$, где инвертированы сигналы a_2, x_2, либо логической зависимостью $M_1(a_1\ x_1\ a_2\ x_2)$, в которой инвертированы сигналы x_1, x_2, и т.д.

Таблица 5.1.1

M_1	M_3 (M^*_1)	M_5 (M^*_1)	M_6 (M^*_1)	M_7 (M^*_1)	M_9 (M^*_1)	M_{11} (M^*_1)	M_{12} (M^*_1)
1 2 3 4	1 $\underline{2}$ 3 $\underline{4}$	1 2 $\underline{3}$ $\underline{4}$	1 $\underline{2}$ $\underline{3}$ 4	2 1 3 4	$\underline{2}$ 1 $\underline{3}$ 4	2 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$	$\underline{2}$ 1 3 $\underline{4}$
1 3 2 4	1 $\underline{3}$ 2 $\underline{4}$	1 3 $\underline{2}$ $\underline{4}$	1 $\underline{3}$ $\underline{2}$ 4	3 1 2 4	$\underline{3}$ 1 $\underline{2}$ 4	3 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$	$\underline{3}$ 1 2 $\underline{4}$
1 4 3 2	1 $\underline{4}$ 3 $\underline{2}$	1 4 $\underline{3}$ $\underline{2}$	1 $\underline{4}$ $\underline{3}$ 2	4 1 2 3	$\underline{4}$ 1 $\underline{2}$ 3	4 1 $\underline{2}$ $\underline{3}$	$\underline{4}$ 1 2 $\underline{3}$
1 2 4 3	1 $\underline{2}$ 4 $\underline{3}$	1 2 $\underline{4}$ $\underline{3}$	1 $\underline{2}$ $\underline{4}$ 3	2 1 4 3	$\underline{2}$ 1 $\underline{4}$ 3	2 1 $\underline{4}$ $\underline{3}$	$\underline{2}$ 1 4 $\underline{3}$
1 3 4 2	1 $\underline{3}$ 4 $\underline{2}$	1 3 $\underline{4}$ $\underline{2}$	1 $\underline{3}$ $\underline{4}$ 2	3 1 4 2	$\underline{3}$ 1 $\underline{4}$ 2	3 1 $\underline{4}$ $\underline{2}$	$\underline{3}$ 1 4 $\underline{2}$
1 4 2 3	1 $\underline{4}$ 2 $\underline{3}$	1 4 $\underline{2}$ $\underline{3}$	1 $\underline{4}$ $\underline{2}$ 3	4 1 3 2	$\underline{4}$ 1 $\underline{3}$ 2	4 1 $\underline{3}$ $\underline{2}$	$\underline{4}$ 1 3 $\underline{2}$

Таблица 5.1.2

M_2	M_4 (M^*_2)	M_8 (M^*_2)	M_{10} (M^*_2)
1 2 3 4	1 2 $\underline{3}$ $\underline{4}$	3 4 1 2	$\underline{3}$ 4 $\underline{1}$ 2
4 3 2 1	1 $\underline{2}$ 3 $\underline{4}$	$\underline{3}$ 4 1 $\underline{2}$	$\underline{2}$ 1 $\underline{4}$ 3
1 3 2 4	4 3 $\underline{2}$ $\underline{1}$	2 1 4 3	$\underline{3}$ 1 $\underline{4}$ 2
4 2 3 1	4 $\underline{3}$ 2 $\underline{1}$	$\underline{2}$ 1 4 $\underline{3}$	$\underline{2}$ 4 $\underline{1}$ 3
1 $\underline{2}$ $\underline{3}$ 4	1 3 $\underline{2}$ $\underline{4}$	3 1 4 2	3 4 $\underline{1}$ $\underline{2}$
4 $\underline{3}$ $\underline{2}$ 1	1 $\underline{3}$ 2 $\underline{4}$	$\underline{3}$ 1 4 $\underline{2}$	2 1 $\underline{4}$ $\underline{3}$
1 $\underline{3}$ $\underline{2}$ 4	4 2 $\underline{3}$ $\underline{1}$	2 4 1 3	3 1 $\underline{4}$ $\underline{2}$
4 $\underline{2}$ $\underline{3}$ 1	4 $\underline{2}$ 3 $\underline{1}$	$\underline{2}$ 4 1 $\underline{3}$	2 4 $\underline{1}$ $\underline{3}$

Таблица 5.1.3

M_{13}					
1 2 3 4	1 4 3 2	$\underline{1}$ $\underline{3}$ 4 2	$\underline{1}$ $\underline{2}$ $\underline{3}$ $\underline{4}$	$\underline{1}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$	1 3 $\underline{4}$ $\underline{2}$
$\underline{2}$ $\underline{1}$ 3 4	$\underline{2}$ $\underline{4}$ 3 1	$\underline{2}$ 3 $\underline{4}$ 1	2 1 $\underline{3}$ $\underline{4}$	2 4 $\underline{3}$ $\underline{1}$	2 $\underline{3}$ 4 $\underline{1}$
$\underline{3}$ 2 $\underline{1}$ 4	3 4 1 2	3 1 4 2	3 $\underline{2}$ 1 $\underline{4}$	$\underline{3}$ $\underline{4}$ $\underline{1}$ $\underline{2}$	$\underline{3}$ $\underline{1}$ $\underline{4}$ $\underline{2}$
4 3 2 1	$\underline{4}$ 1 $\underline{2}$ 3	$\underline{4}$ $\underline{2}$ 1 3	$\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$ $\underline{1}$	4 $\underline{1}$ 2 $\underline{3}$	4 2 $\underline{1}$ $\underline{3}$
1 3 2 4	$\underline{1}$ $\underline{2}$ 4 3	$\underline{1}$ 4 $\underline{2}$ 3	$\underline{1}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$ $\underline{4}$	1 2 $\underline{4}$ $\underline{3}$	1 $\underline{4}$ 2 $\underline{3}$
$\underline{2}$ 3 $\underline{1}$ 4	2 1 4 3	2 4 1 3	2 $\underline{3}$ 1 $\underline{4}$	$\underline{2}$ $\underline{1}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$	2 $\underline{4}$ $\underline{1}$ $\underline{3}$
$\underline{3}$ $\underline{1}$ 2 4	$\underline{3}$ 2 $\underline{4}$ 1	$\underline{3}$ $\underline{4}$ 2 1	3 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$	3 $\underline{2}$ 4 $\underline{1}$	3 4 $\underline{2}$ $\underline{1}$
4 2 3 1	$\underline{4}$ $\underline{3}$ 1 2	$\underline{4}$ 1 $\underline{3}$ 2	$\underline{4}$ $\underline{2}$ $\underline{3}$ $\underline{1}$	4 3 $\underline{1}$ $\underline{2}$	4 $\underline{1}$ 3 $\underline{2}$

Таблица 5.1.4

M_{14} (M^*_{13})					
$\underline{1}$ 2 $\underline{3}$ 4	1 4 3 2	$\underline{1}$ 3 4 $\underline{2}$	1 $\underline{2}$ 3 $\underline{4}$	$\underline{1}$ $\underline{4}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$	1 $\underline{3}$ $\underline{4}$ 2
$\underline{2}$ 1 3 $\underline{4}$	$\underline{2}$ 4 3 $\underline{1}$	2 3 4 1	2 $\underline{1}$ $\underline{3}$ 4	2 $\underline{4}$ $\underline{3}$ 1	$\underline{2}$ $\underline{3}$ 4 $\underline{1}$
3 2 1 4	$\underline{3}$ 4 $\underline{1}$ 2	$\underline{3}$ 1 $\underline{4}$ 2	$\underline{3}$ $\underline{2}$ $\underline{1}$ $\underline{4}$	3 $\underline{4}$ 1 $\underline{2}$	3 $\underline{1}$ 4 $\underline{2}$
$\underline{4}$ 3 $\underline{2}$ 1	4 1 2 3	$\underline{4}$ 2 1 $\underline{3}$	4 $\underline{3}$ 2 $\underline{1}$	$\underline{4}$ $\underline{1}$ $\underline{2}$ $\underline{3}$	4 $\underline{2}$ $\underline{1}$ 3
$\underline{1}$ 3 $\underline{2}$ 4	$\underline{1}$ 2 4 $\underline{3}$	1 4 2 3	1 $\underline{3}$ 2 $\underline{4}$	1 $\underline{2}$ $\underline{4}$ 3	$\underline{1}$ $\underline{4}$ $\underline{2}$ $\underline{3}$
2 3 1 4	$\underline{2}$ 1 $\underline{4}$ 3	$\underline{2}$ 4 $\underline{1}$ 3	$\underline{2}$ $\underline{3}$ $\underline{1}$ $\underline{4}$	2 $\underline{1}$ 4 $\underline{3}$	2 $\underline{4}$ 1 $\underline{3}$
$\underline{3}$ 1 2 $\underline{4}$	3 2 4 1	$\underline{3}$ 4 2 $\underline{1}$	3 $\underline{1}$ $\underline{2}$ 4	$\underline{3}$ $\underline{2}$ $\underline{4}$ $\underline{1}$	3 $\underline{4}$ $\underline{2}$ 1
$\underline{4}$ 2 $\underline{3}$ 1	$\underline{4}$ 3 1 $\underline{2}$	4 1 3 2	4 $\underline{2}$ 3 $\underline{1}$	4 $\underline{3}$ $\underline{1}$ 2	$\underline{4}$ $\underline{1}$ $\underline{3}$ $\underline{2}$

Таблица 5.1.5

M_{15} (M^*_{13})					
$\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4$	$\underline{1}\ 4\ 3\ \underline{2}$	$1\ 3\ 4\ 2$	$1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4}$	$1\ \underline{4}\ \underline{3}\ 2$	$\underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2}$
$2\ 1\ 3\ 4$	$2\ 4\ 3\ 1$	$\underline{2}\ 3\ 4\ \underline{1}$	$\underline{2}\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{4}$	$\underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1}$	$2\ \underline{3}\ \underline{4}\ 1$
$\underline{3}\ 2\ 1\ \underline{4}$	$\underline{3}\ \underline{4}\ 1\ 2$	$\underline{3}\ \underline{1}\ 4\ 2$	$3\ \underline{2}\ \underline{1}\ 4$	$3\ 4\ \underline{1}\ \underline{2}$	$3\ 1\ \underline{4}\ \underline{2}$
$\underline{4}\ \underline{3}\ 2\ 1$	$\underline{4}\ 1\ 2\ \underline{3}$	$4\ 2\ 1\ 3$	$4\ 3\ \underline{2}\ \underline{1}$	$4\ \underline{1}\ \underline{2}\ 3$	$\underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{3}$
$\underline{1}\ \underline{3}\ 2\ 4$	$1\ 2\ 4\ 3$	$\underline{1}\ 4\ 2\ \underline{3}$	$1\ 3\ \underline{2}\ \underline{4}$	$\underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4}\ \underline{3}$	$1\ \underline{4}\ \underline{2}\ 3$
$\underline{2}\ 3\ 1\ \underline{4}$	$\underline{2}\ \underline{1}\ 4\ 3$	$\underline{2}\ \underline{4}\ 1\ 3$	$2\ 3\ \underline{1}\ 4$	$2\ 1\ \underline{4}\ \underline{3}$	$2\ 4\ \underline{1}\ \underline{3}$
$3\ 1\ 2\ 4$	$\underline{3}\ 2\ 4\ \underline{1}$	$3\ 4\ 2\ 1$	$\underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4}$	$3\ \underline{2}\ \underline{4}\ 1$	$\underline{3}\ \underline{4}\ \underline{2}\ \underline{1}$
$\underline{4}\ \underline{2}\ 3\ 1$	$4\ 3\ 1\ 2$	$\underline{4}\ 1\ 3\ \underline{2}$	$4\ 2\ \underline{3}\ \underline{1}$	$\underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1}\ \underline{2}$	$4\ \underline{1}\ \underline{3}\ 2$

Таблица 5.1.6

M_{16}(M^*_{13})					
$\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4}$	$\underline{1}\ \underline{4}\ 3\ 2$	$\underline{1}\ 3\ \underline{4}\ 2$	$1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4$	$1\ 4\ \underline{3}\ \underline{2}$	$1\ \underline{3}\ 4\ \underline{2}$
$\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4$	$\underline{2}\ 4\ \underline{3}\ 1$	$\underline{2}\ \underline{3}\ 4\ 1$	$2\ 1\ 3\ \underline{4}$	$2\ \underline{4}\ 3\ \underline{1}$	$2\ 3\ \underline{4}\ \underline{1}$
$\underline{3}\ \underline{2}\ 1\ 4$	$\underline{3}\ 4\ 1\ \underline{2}$	$\underline{3}\ 1\ 4\ \underline{2}$	$3\ 2\ \underline{1}\ \underline{4}$	$3\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2$	$3\ \underline{1}\ \underline{4}\ 2$
$\underline{4}\ 3\ 2\ \underline{1}$	$\underline{4}\ \underline{1}\ 2\ 3$	$\underline{4}\ 2\ \underline{1}\ 3$	$4\ \underline{3}\ \underline{2}\ 1$	$4\ 1\ \underline{2}\ \underline{3}$	$4\ \underline{2}\ 1\ \underline{3}$
$\underline{1}\ 3\ 2\ \underline{4}$	$\underline{1}\ 2\ \underline{4}\ 3$	$\underline{1}\ \underline{4}\ 2\ 3$	$1\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4$	$1\ 2\ 4\ \underline{3}$	$1\ 4\ \underline{2}\ \underline{3}$
$\underline{2}\ \underline{3}\ 1\ 4$	$\underline{2}\ 1\ 4\ \underline{3}$	$\underline{2}\ 4\ 1\ \underline{3}$	$2\ 3\ \underline{1}\ \underline{4}$	$2\ \underline{1}\ \underline{4}\ 3$	$2\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3$
$\underline{3}\ 1\ \underline{2}\ 4$	$\underline{3}\ \underline{2}\ 4\ 1$	$\underline{3}\ 4\ \underline{2}\ 1$	$3\ \underline{1}\ 2\ \underline{4}$	$3\ 2\ \underline{4}\ \underline{1}$	$3\ \underline{4}\ 2\ \underline{1}$
$\underline{4}\ 2\ 3\ \underline{1}$	$\underline{4}\ 3\ \underline{1}\ 2$	$\underline{4}\ \underline{1}\ 3\ 2$	$4\ \underline{2}\ \underline{3}\ 1$	$4\ \underline{3}\ 1\ \underline{2}$	$4\ 1\ \underline{3}\ \underline{2}$

Таблица 5.1.7

M_{17}				M_{18}(M^*_{17})			
$1\ 2\ 3\ 4$	$3\ 4\ 1\ 2$	$\underline{1}\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{4}$	$\underline{3}\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{2}$	$\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4$	$\underline{3}\ \underline{4}\ 12$	$1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4}$	$3\ 4\ \underline{1}\ \underline{2}$
$\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4}$	$\underline{3}\ 4\ 1\ \underline{2}$	$1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4$	$3\ \underline{4}\ \underline{1}\ 2$	$\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4$	$\underline{3}\ 4\ \underline{1}\ 2$	$1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4}$	$3\ \underline{4}\ 1\ \underline{2}$
$4\ 3\ 2\ 1$	$2\ 1\ 4\ 3$	$\underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1}$	$\underline{2}\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{3}$	$\underline{4}\ \underline{3}\ 2\ 1$	$\underline{2}\ \underline{1}\ 4\ 3$	$4\ 3\ \underline{2}\ \underline{1}$	$2\ 1\ \underline{4}\ \underline{3}$
$\underline{4}\ 3\ 2\ \underline{1}$	$\underline{2}\ 1\ 4\ \underline{3}$	$4\ \underline{3}\ \underline{2}\ 1$	$2\ 1\ \underline{4}\ 3$	$\underline{4}\ 3\ \underline{2}\ 1$	$\underline{2}\ 1\ \underline{4}\ 3$	$4\ \underline{3}\ 2\ \underline{1}$	$2\ \underline{1}\ 4\ \underline{3}$
$1\ 3\ 2\ 4$	$3\ 1\ 4\ 2$	$\underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{4}$	$\underline{3}\ \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{2}$	$\underline{1}\ \underline{3}\ 2\ 4$	$\underline{3}\ \underline{1}\ 4\ 2$	$1\ 3\ \underline{2}\ \underline{4}$	$3\ 1\ \underline{4}\ \underline{2}$
$\underline{1}\ 3\ 2\ \underline{4}$	$\underline{3}\ 1\ 4\ \underline{2}$	$1\ \underline{3}\ \underline{2}\ 4$	$3\ \underline{1}\ 4\ 2$	$\underline{1}\ 3\ \underline{2}\ 4$	$\underline{3}\ 1\ \underline{4}\ 2$	$1\ \underline{3}\ 2\ \underline{4}$	$3\ 1\ \underline{4}\ \underline{2}$
$4\ 2\ 3\ 1$	$2\ 4\ 1\ 3$	$\underline{4}\ \underline{2}\ \underline{3}\ \underline{1}$	$\underline{2}\ \underline{4}\ \underline{1}\ \underline{3}$	$\underline{4}\ \underline{2}\ 3\ 1$	$\underline{2}\ \underline{4}\ 1\ 3$	$4\ 2\ \underline{3}\ \underline{1}$	$2\ 4\ \underline{1}\ \underline{3}$
$\underline{4}\ 2\ 3\ \underline{1}$	$\underline{2}\ 4\ 1\ \underline{3}$	$4\ \underline{2}\ \underline{3}\ 1$	$2\ \underline{4}\ \underline{1}\ 3$	$\underline{4}\ 2\ \underline{3}\ 1$	$\underline{2}\ 4\ \underline{1}\ 3$	$4\ \underline{2}\ 3\ \underline{1}$	$2\ \underline{4}\ 1\ \underline{3}$

Выбирая из этих таблиц только инверсные повороты относительно осей координат пространства a_1 a_2 x_1 x_2, получим следующие зависимости подмножеств:

$M_1(1\ 2\ 3\ 4)$, $M_2(1\ 2\ 3\ 4)$, $M_3 = M_1(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4})$, $M_4 = M_2(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})$, $M_5 = M_1(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})$, $M_6 = M_1(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4)$, $M_7 = M_1(2\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4)$, $M_8 = M_2(2\ 1\ 4\ 3)$, $M_9 = M_1(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4)$, $M_{10} = M_2(\underline{2}\ 1\ \underline{4}\ 3)$, $M_{11} = M_1(2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})$, $M_{12} = M_1(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})$, $M_{13}(1\ 2\ 3\ 4)$, $M_{14} = M_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)$, $M_{15} = M_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)$, $M_{16} = M_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})$, $M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)$, $M_{18} = M_{17}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)$.

Эти значения подмножеств подставляются в логические выражения (5.1.1) – (5.1.5), которые сохраняют такую же нумерацию, но со значком (ˈ): – (5.1.1ˈ) – (5.1.5ˈ).

$$
\begin{aligned}
a'_1 = {} & M_1(1\ 2\ 3\ 4)\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_1(1\ 2\ 3\ 4)a_3a_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \\
& \vee M_1(1\ 2\ 3\ 4)a_3a_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee M_1(1\ 2\ 3\ 4)\underline{a}_3\underline{a}_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4)\underline{a}_3\underline{a}_4a_5 \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4)a_3a_4a_5 \vee \\
& \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4)\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5 \vee M_2(1\ 2\ 3\ 4)a_3a_4\underline{a}_5 \vee \\
& \vee M_1(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4})a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_1(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4})\underline{a}_3a_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \\
& \vee M_1(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4})\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee M_1(1\ \underline{2}\ 3\ \underline{4})a_3\underline{a}_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})a_3\underline{a}_4a_5 \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})\underline{a}_3a_4a_5 \vee \\
& \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})a_3\underline{a}_4\underline{a}_5 \vee M_2(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})\underline{a}_3a_4\underline{a}_5 \vee \\
& \vee M_1(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})\underline{a}_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_1(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})a_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \\
& \vee M_1(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})a_3\underline{a}_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee M_1(1\ 2\ \underline{3}\ \underline{4})\underline{a}_3a_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_1(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4)a_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_1(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4)\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \\
& \vee M_1(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4)\underline{a}_3\underline{a}_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee M_1(1\ \underline{2}\ \underline{3}\ 4)a_3a_4a_5x_3x_4; \qquad (5.1.1')
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a'_2 = {} & M_1(2\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4)\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_1(2\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4)a_3a_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \\
& \vee M_1(2\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4)a_3a_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee M_1(2\ \underline{1}\ \underline{3}\ 4)\underline{a}_3\underline{a}_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_2(2\ 1\ 4\ 3)\underline{a}_3\underline{a}_4a_5 \vee M_2(2\ 1\ 4\ 3)a_3a_4a_5 \vee \\
& \vee M_2(2\ 1\ 4\ 3)\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5 \vee M_2(2\ 1\ 4\ 3)a_3a_4\underline{a}_5 \vee \\
& \vee M_1(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4)a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_1(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4)\underline{a}_3a_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \\
& \vee M_1(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4)\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee M_1(\underline{2}\ 1\ \underline{3}\ 4)a_3\underline{a}_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_2(\underline{2}\ 1\ \underline{4}\ 3)a_3\underline{a}_4a_5 \vee M_2(\underline{2}\ 1\ \underline{4}\ 3)\underline{a}_3a_4a_5 \vee \\
& \vee M_2(\underline{2}\ 1\ \underline{4}\ 3)a_3\underline{a}_4\underline{a}_5 \vee M_2(\underline{2}\ 1\ \underline{4}\ 3)\underline{a}_3a_4\underline{a}_5 \vee \\
& \vee M_1(2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})\underline{a}_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_1(2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})a_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \\
& \vee M_1(2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})a_3\underline{a}_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee M_1(2\ 1\ \underline{3}\ \underline{4})\underline{a}_3a_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_1(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})a_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_1(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \\
& \vee M_1(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})\underline{a}_3\underline{a}_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee M_1(\underline{2}\ 1\ 3\ \underline{4})a_3a_4a_5x_3x_4; \qquad (5.1.2')
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a'_3 = {} & M_{13}(1\ 2\ 3\ 4)a_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee M_{13}(1\ 2\ 3\ 4)a_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee \underline{M}_{13}(1\ 2\ 3\ 4)a_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{13}(1\ 2\ 3\ 4)a_3\underline{a}_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)\underline{a}_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_3x_4 \vee \\
& \vee \underline{M}_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)a_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)a_3a_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)\underline{a}_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee M_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)\underline{a}_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee \underline{M}_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)a_3a_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)a_3a_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})a_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})a_4a_5\underline{x}_3x_4 \vee \\
& \vee \underline{M}_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})a_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_3\underline{x}_4 \vee \underline{M}_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})a_3\underline{a}_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)a_3\underline{a}_4a_5 \vee M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)a_3\underline{a}_4\underline{a}_5 \vee \\
& \vee M_{17}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)a_3a_4a_5 \vee M_{17}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)a_3a_4\underline{a}_5; \qquad (5.1.3')
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a'_4 = {} & M_{13}(1\ 2\ 3\ 4)a_3\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee M_{13}(1\ 2\ 3\ 4)a_3a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{13}(1\ 2\ 3\ 4)\underline{a_3}a_4\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_{13}(1\ 2\ 3\ 4)\underline{a_3}a_4a_5\underline{x_3}x_4 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)\underline{a_3}\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)\underline{a_3}a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)a_3a_4\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)a_3a_4a_5\underline{x_3}x_4 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)\underline{a_3}\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)\underline{a_3}a_5\underline{x_3}x_4 \vee \\
& \vee \underline{M}_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)a_3a_4\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee \underline{M}_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)a_3a_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})a_3\underline{a_5}x_3\underline{x_4} \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})a_3a_5\underline{x_3}x_4 \vee \\
& \vee \underline{M}_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})\underline{a_3}a_4\underline{a_5}\underline{x_3}\underline{x_4} \vee \underline{M}_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})\underline{a_3}a_4a_5x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)\underline{a_3}a_4a_5 \vee M_{17}(1\ 2\ 3\ 4)\underline{a_3}a_4\underline{a_5} \vee \\
& \vee M_{17}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)a_3a_4a_5 \vee M_{17}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)a_3a_4\underline{a_5}; \qquad (5.1.4')
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a'_5 = {} & a_5x_4 \vee M_{13}(1\ 2\ 3\ 4)\underline{a_3}\underline{a_4}a_5\underline{x_3} \vee M_{13}(1\ 2\ 3\ 4)a_3a_4a_5x_3 \vee \\
& \vee M_{13}(1\ 2\ 3\ 4)\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_3}x_4 \vee M_{13}(1\ 2\ 3\ 4)a_3a_4x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)a_3\underline{a_4}a_5\underline{x_3} \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)\underline{a_3}a_4a_5x_3 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)a_3\underline{a_4}\underline{x_3}x_4 \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ \underline{3}\ 4)\underline{a_3}a_4x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)\underline{a_3}a_4a_5\underline{x_3} \vee M_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)a_3\underline{a_4}a_5x_3 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)a_3a_4\underline{x_3}x_4 \vee M_{13}(\underline{1}\ \underline{2}\ 3\ 4)a_3\underline{a_4}x_3x_4 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})a_3a_4a_5\underline{x_3} \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})\underline{a_3}\underline{a_4}a_5x_3 \vee \\
& \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})a_3a_4\underline{x_3}x_4 \vee M_{13}(\underline{1}\ 2\ 3\ \underline{4})\underline{a_3}\underline{a_4}x_3x_4. \qquad (5.1.5')
\end{aligned}
$$

Логические зависимости (5.1.1') – (5.1.5') формирования информационных сигналов a'_1 – a'_5 обладают предельно возможным быстродействием, а симметрия базовых подмножеств M_1, M_2, M_{13}, M_{17}, которые составляют геометрические образы этих исправленных сигналов, позволяет синтезировать и более простые алгоритмы с меньшими аппаратурными затратами.

Все сказанное в предыдущем абзаце может быть выполнено читателем для всех представленных в этой главе квазисовершенных кодов этого основания системы счисления. При этом следует также помнить, что 192 квазисовершенных кода – это только маленькая часть подобных кодов.

5.2. Код основания n = 64 (i = 6, k = 4)

Для квазисовершенного кода N 99 этого основания зависимость между информационными кодовыми комбинациями (000–063) и контрольными кодовыми комбинациями (00–15) в соответствии с прил. 5.1 представляется рис. 5.11.

N 99

a_4

a_3

a_2

a_1

a_5

a_6

000	001	002	003	016	017	018	019	032	033	034	035	048	049	050	051
004	005	006	007	020	021	022	023	036	037	038	039	052	053	054	055
008	009	010	011	024	025	026	027	040	041	042	043	056	057	058	059
012	013	014	015	028	029	030	031	044	045	046	047	060	061	062	063

00	06	05	03	12	10	09	15	13	11	08	14	01	07	04	02
07	01	02	04	11	13	14	08	10	12	15	09	06	00	03	05
03	05	06	00	15	09	10	12	14	08	11	13	02	04	07	01
04	02	01	07	08	14	13	11	09	15	12	10	05	03	00	06

Рис. 5.11

Дальнейшее изложение материала этого раздела, учитывая изложенное выше, может выполняться более сжато, пропуская промежуточные этапы формирования соответствующих цифро-векторных множеств.

Зависимость между информационными и контрольными кодовыми комбинациями рис. 5.11 позволяет разместить в ячейках пространства координат a_1 – a_6, x_1 – x_4 безошибочные информационные кодовые комбинации (обозначены цифрами красного цвета 0–63). В остальных ячейках этого пространства размещены эти цифры черного цвета, которые соответствуют кодовым комбинациям с одиночной ошибкой. Соответствие между безошибочными и комбинациями с одиночной ошибкой, которые использованы при таком заполнении ячеек пространства (рис. 5.12), приведены в прил. 5.14.

Формирование геометрических образов исправленных сигналов a'_1 – a'_6 на основании рис. 5.12 производится заменой кодовых комбинаций для этих сигналов на звездочки (*), что представлено ниже соответственно на рис. 5.13–5.18.

N 99

		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
x_1	0	0	0	0	11	0	5	6	7	0	11	11	11	12	13	14	11	0					53		23				11	28		62	
x_2	1	0	5	2	3	5	5	14	5	8	9	14	11	14	5	14	14	48		18			5				25		59			30	
	2	0	1	6	3	6	13	6	6	8	13	10	11	13	13	6	13		17		51			6		56		26			13		
x_3	3	8	3	3	3	4	5	6	3	8	8	8	3	8	13	14	15				3	20		54		8					61		31
	4	0	1	2	7	12	7	7	7	12	9	10	11	12	12	12	7	16		50					7		57		27	12			
	5	2	9	2	2	4	5	2	7	9	9	2	9	12	9	14	15			2			21		55		9			60		30	
	6	1	1	10	1	4	1	6	7	10	1	10	10	12	13	10	15		1			52		22				10			29		63
x_4	7	4	1	2	3	4	4	4	15	8	9	10	15	4	15	15	15		49		19	4				24		58					15
	8	0		34					23		41		11	28				16	17	18	23	28	23	23	23	28	25	26	27	28	28	28	23
	9			18			5		39		25			44		14		18	25	18	18	20	21	18	23	25	25	18	25	28	25	30	31
	10		17			36		6				26			13		47	17	17	26	17	20	17	22	23	26	17	26	26	28	29	26	31
	11		33		3	20				8		42					31	20	17	18	19	20	20	20	31	24	25	26	31	20	31	31	31
	12	16					37		7				27	12		46		16	16	16	27	16	21	22	23	16	27	27	27	28	29	30	27
	13	32		2			21				9		43			30		16	21	18	19	21	21	30	21	24	25	30	27	30	21	30	30
	14		1		35			22		40		10			29			16	17	22	19	22	29	22	22	24	29	26	27	29	29	22	29
	15				19	4		38		24					45		15	24	19	19	19	20	21	22	19	24	24	24	19	24	29	30	31

N 99

		32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
x_1	0	0		34			53				41		11			62		48	53	50	51	53	53	62	53	56	57	62	59	62	53	62	62
x_2	1	48					5		39				59	44		14		48	48	48	59	48	53	54	55	48	59	59	59	60	61	62	59
	2				51	36		6		56					13		47	56	51	51	51	52	53	54	51	56	56	56	51	56	61	62	63
x_3	3		33		3			54		8		42			61			48	49	54	51	54	61	54	54	56	61	58	59	61	61	54	61
	4			50			37		7		57			12		46		50	57	50	50	52	53	50	55	57	57	50	57	60	57	62	63
	5	32		2					55		9		43	60				48	49	50	55	60	55	55	55	60	57	58	59	60	60	62	55
	6		1		35	52				40		10					63	52	49	50	51	52	52	52	63	56	57	58	63	52	63	63	63
x_4	7		49			4		38				58			45		15	49	49	58	49	52	59	54	55	58	49	58	58	60	61	58	63
	8	34	41	34	34	36	37	34	39	41	41	34	41	44	41	46	47			34			53		23		41			28		62	
	9	32	33	34	39	44	39	39	39	44	41	42	43	44	44	44	39	48		18					39		25		59	44			
	10	36	33	34	35	36	36	36	47	40	41	42	47	36	47	47	47		17		51	36				56		26					47
	11	33	33	42	33	36	33	38	39	42	33	42	42	44	45	42	47		33			20		54				42			61		31
	12	32	37	34	35	37	37	46	37	40	41	46	43	46	37	46	46	16		50			37				57		27			46	
	13	32	32	32	43	32	37	38	39	32	43	43	43	44	45	46	43	32					21		55				43	60		30	
	14	40	35	35	35	36	37	38	35	40	40	40	35	40	45	46	47				35	52		22		40					29		63
	15	32	33	38	35	38	45	38	38	40	45	42	43	45	45	38	45		49		19			39		24		58			45		

Рис. 5.12

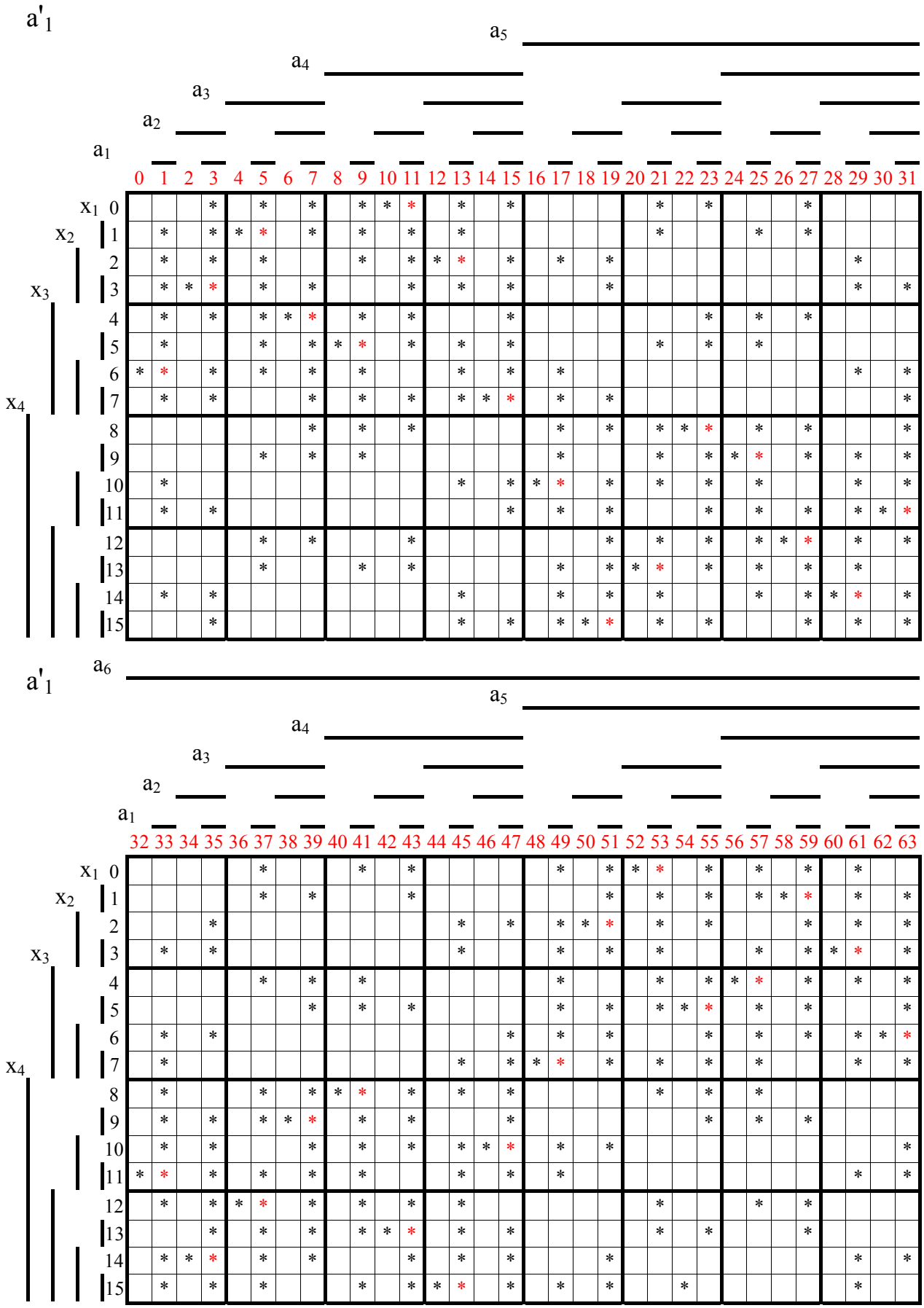

a'1
a5
a4
a3
a2
a1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
x1
x2
x3
x4
a6
a'1
a5
a4
a3
a2
a1
32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63
x1
x2
x3
x4

Рис. 5.13

a'_2 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
x_1 0				*			*	*		*	*	*			*	*								*				*			*	
x_2 1			*	*			*				*	*	*		*	*			*									*			*	
2			*	*	*		*	*			*	*			*					*			*				*					
x_3 3		*	*	*			*	*				*			*	*				*			*									*
4			*	*		*	*	*			*	*				*			*					*				*				
5	*		*	*			*	*			*				*	*			*					*							*	
6			*				*	*	*		*	*			*	*							*				*					*
x_4 7			*	*				*			*	*		*	*	*				*							*					*
8			*					*				*							*	*		*	*	*			*	*				*
9			*					*							*		*		*	*			*	*			*				*	*
10							*				*					*			*				*	*	*		*	*			*	*
11				*							*					*			*	*				*			*	*		*	*	*
12								*				*			*					*			*	*		*	*	*			*	*
13			*									*			*				*	*			*				*	*	*		*	*
14				*			*				*								*	*	*		*	*			*	*			*	
15				*			*									*		*	*	*			*	*				*			*	*

a_6

a'_2 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1

	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
x_1 0			*									*			*				*	*			*				*	*	*		*	*
x_2 1								*				*			*					*			*	*		*	*	*			*	*
2				*			*									*		*	*	*			*	*				*			*	*
x_3 3				*			*				*								*	*	*		*	*			*	*			*	
4			*					*							*		*		*	*			*	*			*				*	*
5			*					*				*							*	*		*	*	*			*	*			*	*
6				*							*					*			*	*				*			*	*		*	*	*
x_4 7							*				*					*			*			*	*	*	*		*	*			*	*
8	*		*	*			*	*			*				*	*			*					*							*	
9			*	*		*	*	*			*	*				*			*					*				*				
10			*	*				*			*	*		*	*	*				*							*					*
11			*				*	*	*		*	*			*	*							*				*					*
12			*	*			*				*	*	*		*	*			*									*			*	
13				*			*	*		*	*	*			*	*								*				*			*	
14		*	*	*			*	*				*			*	*				*			*									*
15			*	*	*		*	*			*	*			*					*			*				*					

Рис. 5.14

a'_3 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1

x_1	x_2	x_3	x_4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
0									*	*	*					*	*	*							*		*					*		*	
	1				*			*	*	*	*			*		*	*	*	*						*									*	
		2				*		*	*	*	*		*			*	*	*	*							*							*		
		3						*	*	*							*	*	*					*		*								*		*
		4						*	*	*	*	*				*	*	*	*								*					*			
		5						*	*		*					*		*	*						*		*					*		*	
		6						*		*	*					*	*		*					*		*								*		*
		7			*	*		*	*	*	*				*	*	*	*	*					*												*
		8									*					*							*	*	*	*	*	*				*	*	*	*	*
		9							*		*					*		*						*	*		*					*		*	*
		10						*		*							*		*					*		*	*					*	*		*
		11						*											*	*				*	*	*	*				*	*	*	*	*
		12							*		*					*		*							*	*	*					*	*	*	
		13							*									*			*			*	*	*	*			*		*	*	*	*
		14								*							*					*		*	*	*	*		*			*	*	*	*
		15						*		*							*		*					*	*	*								*	*

a_6

a'_3 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1

x_1	x_2	x_3	x_4	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
0									*									*			*			*	*	*	*			*		*	*	*	*
	1								*		*					*		*							*	*	*					*	*	*	
		2						*		*							*		*					*	*	*								*	*	*
		3								*							*					*		*	*	*	*		*			*	*	*	*	*
		4							*		*					*		*						*	*		*					*		*	*
		5									*					*							*	*	*	*	*	*	*			*	*	*	*	*
		6						*											*	*				*	*	*	*				*	*	*	*	*	*
		7						*		*							*		*					*		*	*					*	*		*
		8						*	*		*					*		*	*						*		*					*		*	
		9					*	*	*	*	*	*				*	*	*	*								*					*			
		10	*					*	*	*	*				*	*	*	*	*					*											*
		11						*		*	*					*	*		*					*		*								*		*
		12		*				*	*	*	*			*		*	*	*	*						*									*		
		13							*	*	*					*	*	*							*		*					*		*		
		14						*	*	*							*	*	*					*		*								*		*
		15			*			*	*	*	*		*			*	*	*	*							*								*		

Рис. 5.15

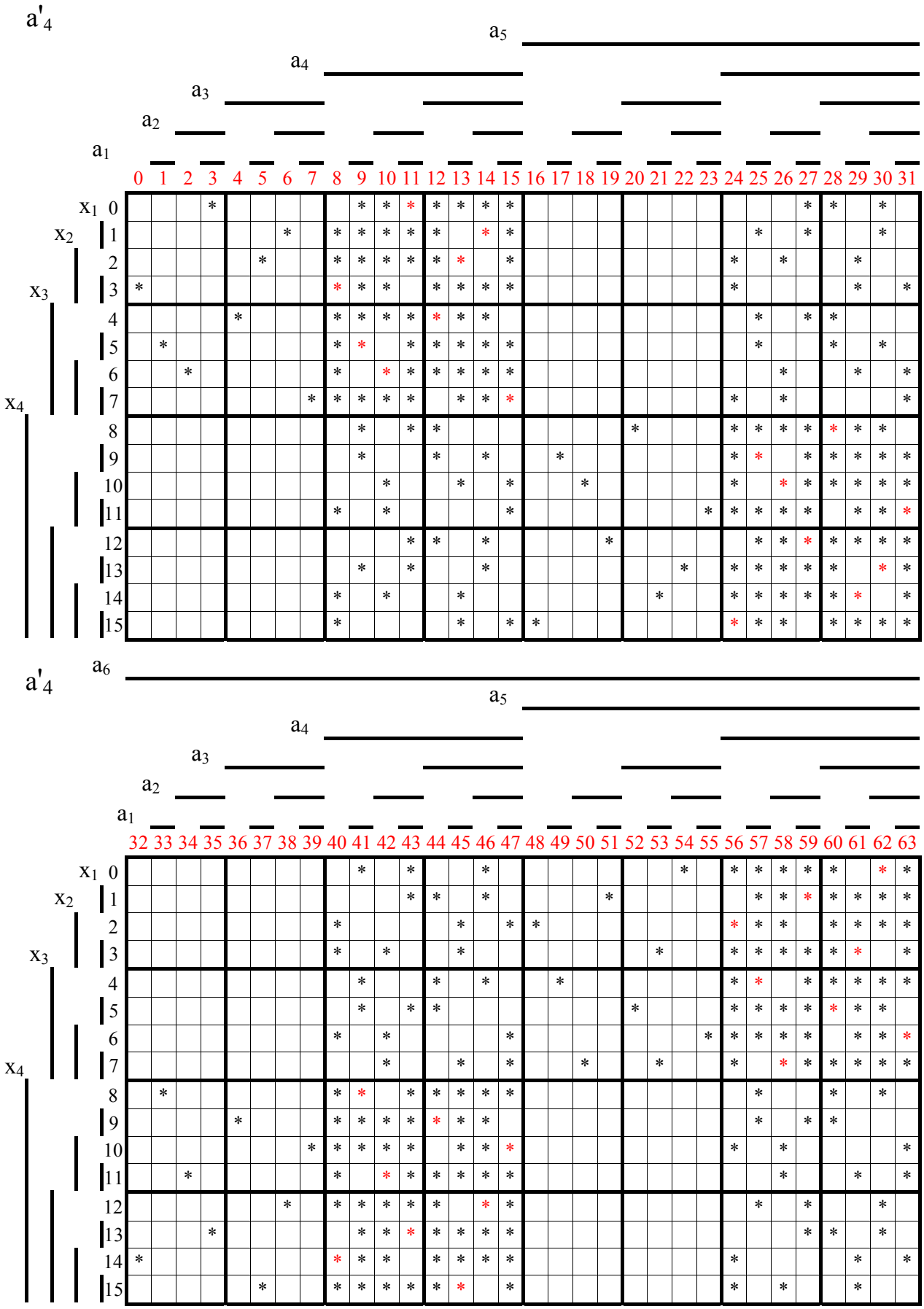

a'4
a5
a4
a3
a2
a1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
x1
x2
x3
x4
a6
a'4
a5
a4
a3
a2
a1
32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63
x1
x2
x3
x4

Рис. 5.16

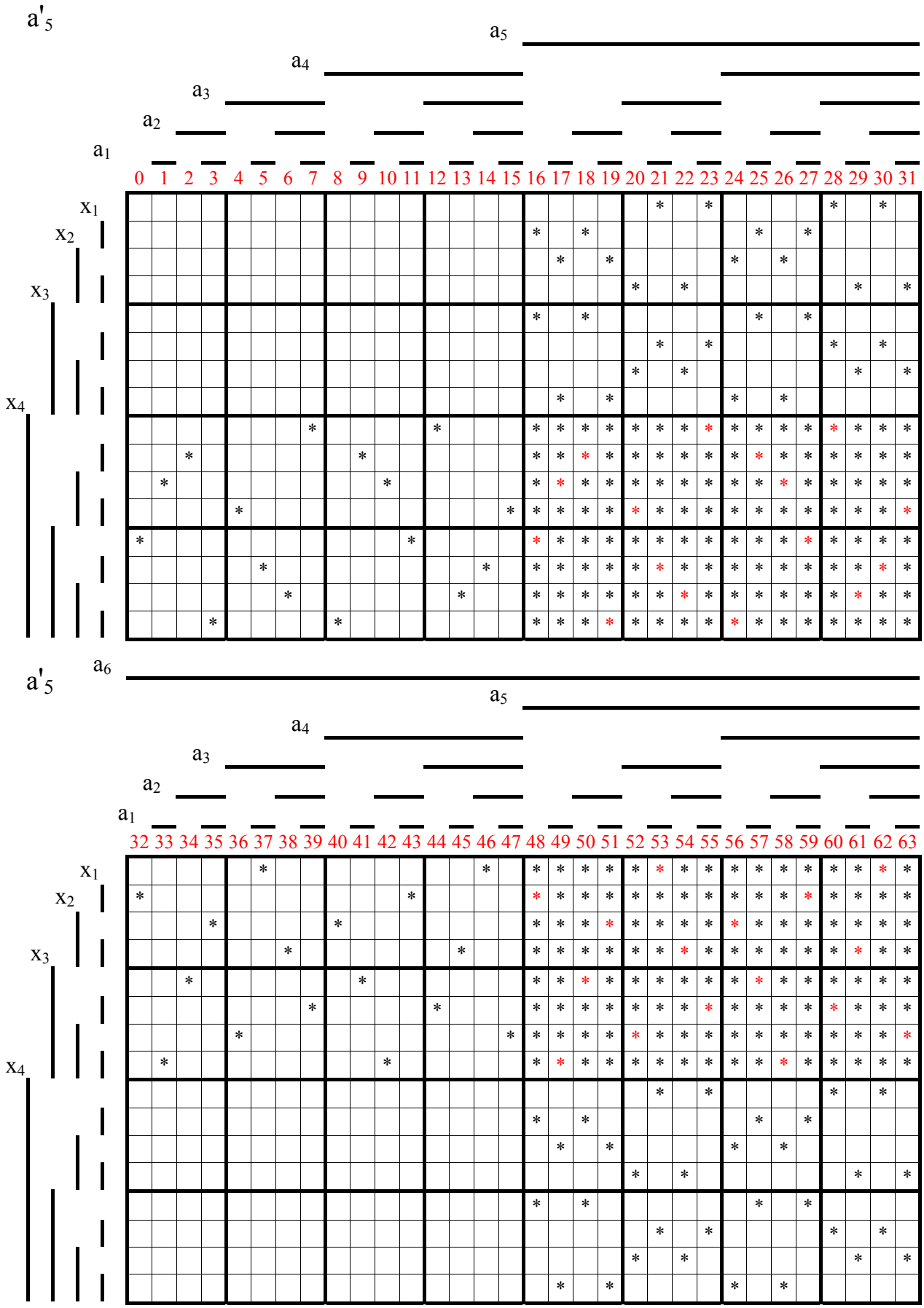

a'5
a5
a4
a3
a2
a1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
x1
x2
x3
x4
a6
a'5
a5
a4
a3
a2
a1
32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63
x1
x2
x3
x4

Рис. 5.17

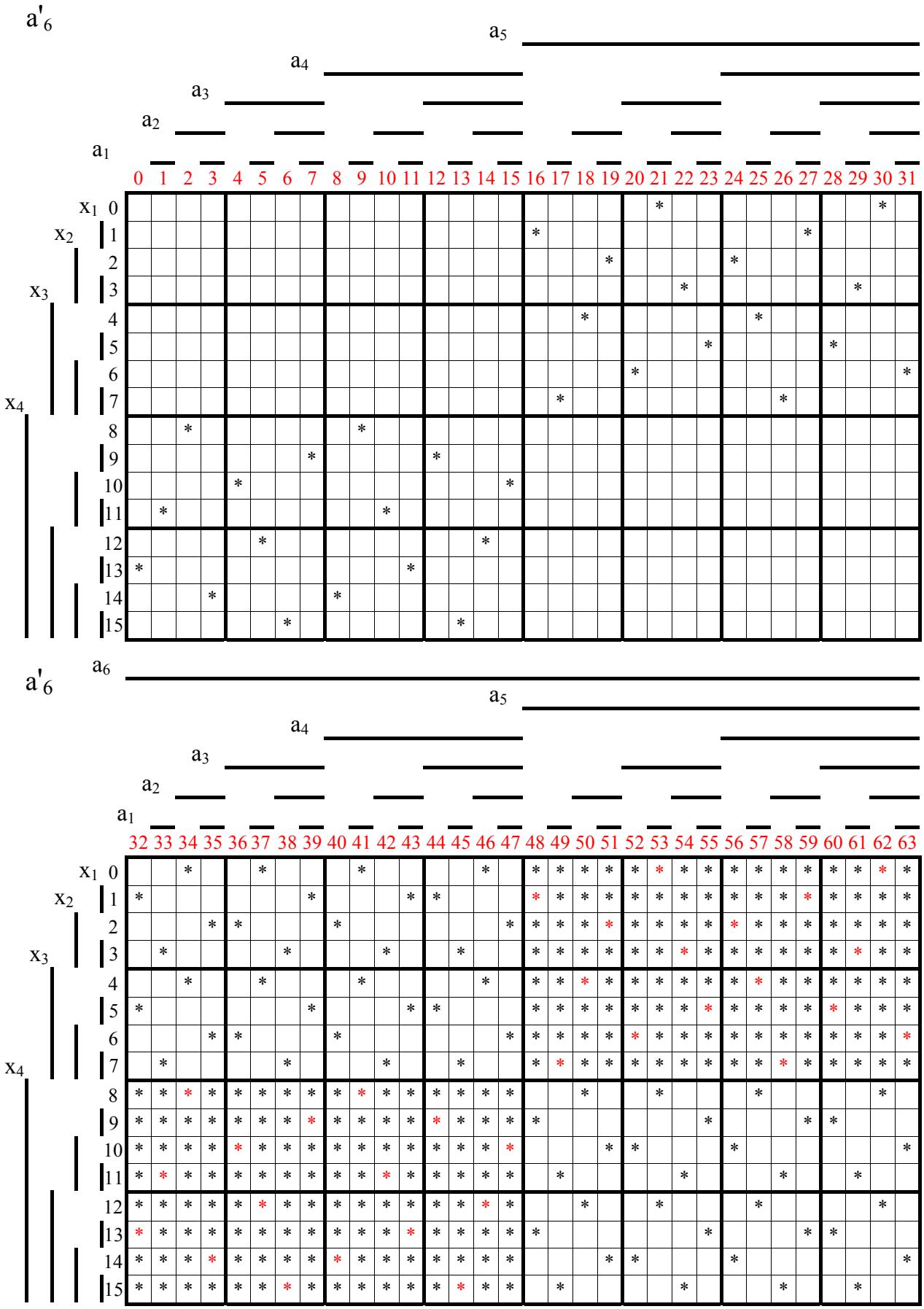

a'6
a5
a4
a3
a2
a1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
x1
x2
x3
x4
a6
a'6
a5
a4
a3
a2
a1
32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63
x1
x2
x3
x4

Рис. 5.18

Лишь та – ошибка, что не исправляется.

Конфуций

Глава 6
СОВЕРШЕННЫЕ МНОГОФАЗНЫЕ КОДЫ

Понятие совершенных и квазисовершенных кодов применительно для многофазных кодов было впервые введено в [2]. Многофазные коды являются неотъемлемой частью многофазных напряжений, которые ведут свою историю с момента создания в 1888 г. М.О. Доливо-Добровольским системы трехфазного напряжения. Предложение рассматривать многофазные напряжения как цифровые системы было предложено автором в 1970 г., и в дальнейшем была разработана вся машинная арифметика многофазных кодов, использованная для электроприводов и систем электропитания.

Необходимость распространить понятие совершенного и квазисовершенного кодов на систематический код, где информационная часть представлена многофазным кодом, связана с тем, что многофазные коды обладают значительной избыточностью, но позволяют исправлять только определенные типы ошибок. Причем возможность исправления большего количества различных типов ошибок и даже пачек ошибок возрастает с увеличением числа фаз, но исправить, например, все одиночные ошибки только в многофазных кодах невозможно. По этой причине к информационным разрядам для исправления всех одиночных ошибок в многофазном коде необходимо добавить контрольные разряды.

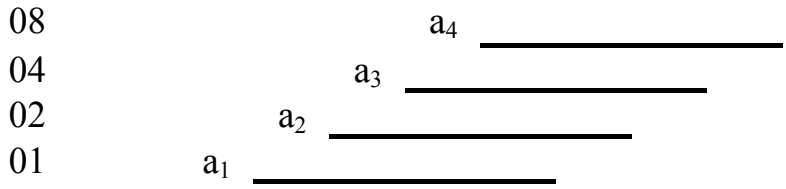
Учитывая, что кодовые комбинации любого многофазного кода могут рассматриваться как совокупность единичных множеств определенных систематических совершенных кодов, синтез совершенных многофазных кодов можно связать с совершенными и квазисовершенными кодами определенных оснований систем счисления.

Причем информационная часть таких многочисленных, например, совершенных многофазных кодов, подобно двоичному принципу кодирования, имеет основной многофазный код. Представляется целесообразным в качестве такого основного многофазного кода принять код в записи Либау – Крейга, структура которого одинакова для четного и нечетного числа фаз. Систематический многофазный код, где число фаз равно числу разрядов совершенных двоичных кодов (4, 11, 26, 57,…), из которого он формируется, мог бы также называться совершенным. Все остальные подобные многофазные коды, где число фаз не совпадает с разрядами совершенных двоичных кодов, следовало бы отнести к числу квазисовершенных кодов. Однако подобное формальное представление систематических многофазных кодов нецелесообразно.

В [2] было показано, что для исправления всех одиночных ошибок многофазных кодов достаточно иметь три контрольных разряда. Все такие сис-

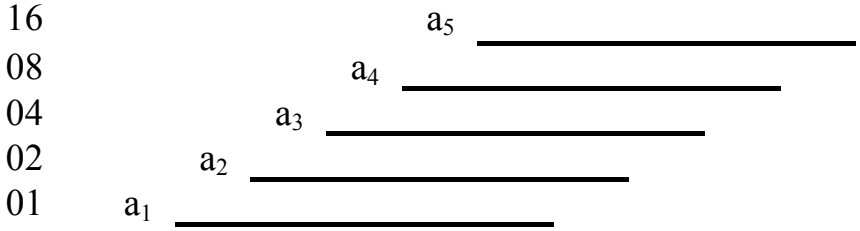
тематические многофазные коды будут называться нами совершенными. В качестве примеров рассмотрим три совершенных многофазных кода: четырехфазный, пятифазный и шестифазный, из которых будет очевидность выполнения этих операций для многофазных кодов любой фазности.

На рис. 6.1–6.3 приведены соответственно эти коды в записи Либау – Крейга и составляющие их кодовые комбинации $W_a(4)$, $W_a(5)$, $W_a(6)$, а также кодовые расстояния $d_a(4)$, $d_a(5)$, $d_a(6)$ между ними.



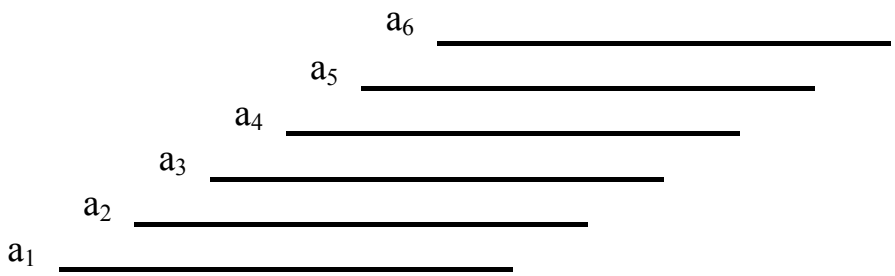
$W_a(4)$		00	01	03	07	15	14	12	08
$d_a(4)$		0	1	2	3	4	3	2	1
			0	1	2	3	4	3	2
				0	1	2	3	4	3
					0	1	2	3	4
						0	1	2	3
							0	1	2
								0	1
									0

Рис. 6.1



$W_a(5)$	00	01	03	07	15	31	30	28	24	16
$d_a(5)$	0	1	2	3	4	5	4	3	2	1
		0	1	2	3	4	5	4	3	2
			0	1	2	3	4	5	4	3
				0	1	2	3	4	5	4
					0	1	2	3	4	5
						0	1	2	3	4
							0	1	2	3
								0	1	2
									0	1
										0

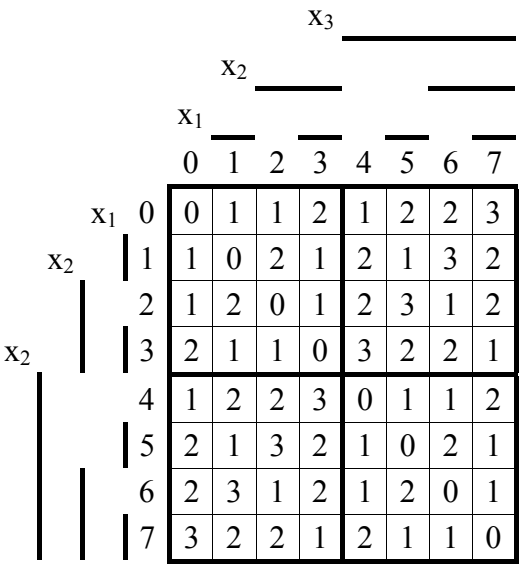
Рис. 6.2



$W_a(6)$	00	01	03	07	15	31	63	62	60	56	48	32
$d_a(6)$	0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
		0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2
			0	1	2	3	4	5	6	5	4	3
				0	1	2	3	4	5	6	5	4
					0	1	2	3	4	5	6	5
						0	1	2	3	4	5	6
							0	1	2	3	4	5
								0	1	2	3	4
									0	1	2	3
										0	1	2
											0	1
												0

Рис. 6.3

Таблица 6.1



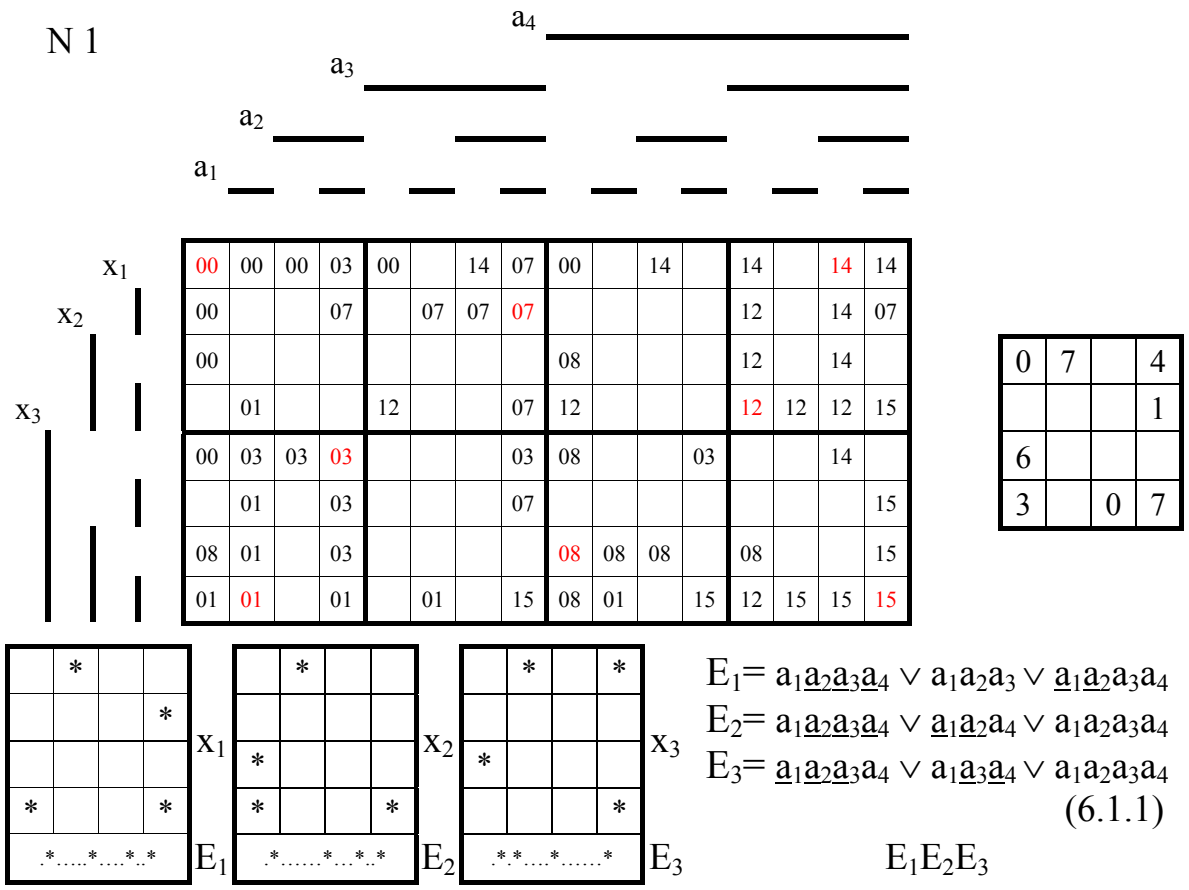
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	1	2	1	2	2	3
1	1	0	2	1	2	1	3	2
2	1	2	0	1	2	3	1	2
3	2	1	1	0	3	2	2	1
4	1	2	2	3	0	1	1	2
5	2	1	3	2	1	0	2	1
6	2	3	1	2	1	2	0	1
7	3	2	2	1	2	1	1	0

Кодовые расстояния d_x

Симметричность многофазных кодов в записи Либау – Крейга определяет и симметричность в записи кодовых расстояний $d_a(m)$ между 2m кодовыми комбинациями: каждая кодовая комбинация имеет это расстояние $d_a(m) = 1$ с последующей по порядку кодовой комбинацией, которое увеличивается на единицу с другими последовательными кодовыми комбинациями вплоть до максимальной кодовой комбинации и в дальнейшем с последовательным уменьшением кодовых расстояний. Задача исправления всех одиночных ошибок заключается в том, чтобы контрольные разряды изменили общие кодовые расстояния систематического многофазного кода до его минимального значения, что определяется следующим соотношением: $d_a(m) + d_x(3) \geq 3$. Все возможные кодовые расстояния $d_x(3)$, которые будут использоваться нами в дальнейшем синтезе совершенных многофазных кодов, определяются табл. 6.1.

6.1. Совершенный четырехфазный код

Для синтеза совершенного четырехфазного кода, исправляющего все одиночные ошибки, могут использоваться все 192 совершенных двоичных кода основания $n = 2^4$, где число контрольных разрядов, как известно, совпадает с совершенным четырехфазным кодом.



$$E_1 = a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4} \vee a_1a_2a_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4$$
$$E_2 = a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4 \vee a_1a_2a_3a_4$$
$$E_3 = \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4 \vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4} \vee a_1a_2a_3a_4 \qquad (6.1.1)$$

Рис. 6.4

В качестве примера синтеза остановимся на совершенном коде N 1. Этот пример поясняется рис. 6.4. В многомерном пространстве координат $a_1 - a_4$, $x_1 - x_3$, где в исходном коде записаны штатные (выделены красным цветом) и ошибочные кодовые комбинации информационной части совершенных двоичных кодов, необходимо для четырехфазного кода оставить только его кодовые комбинации $W(4)_a$ (рис. 6.1). Отсутствие в этом пространстве половины других кодовых комбинаций (02, 04, 05, 06, 09, 10, 11, 13) приводит к изменению соотношения информационных и контрольных кодовых комбинаций, что отражено на этом рисунке в пространстве координат $a_1 - a_4$.

Эти соотношения позволяют построить кодирующее устройство, которое определяется геометрическими образами сигналов контрольных разрядов в координатах $a_1 - a_4$ и общеизвестной зависимости их двоичного представления $x_1 = (1 \vee 3 \vee 5 \vee 7) = E_1$, $x_2 = (2 \vee 3 \vee 6 \vee 7) = E_2$, $x_3 = (4 \vee 5 \vee 6 \vee 7) = E_3$, где красным цветом отмечены кодовые комбинации, отсутствующие в геометрическом образе контрольной части кода.

Сигналы E_1, E_2, E_3, которые имеют также геометрические имена соответственно (.*…..*….*..*), (.*……*…*..*), (.*.*….*……*), определяются логическими зависимостями (6.1.1).

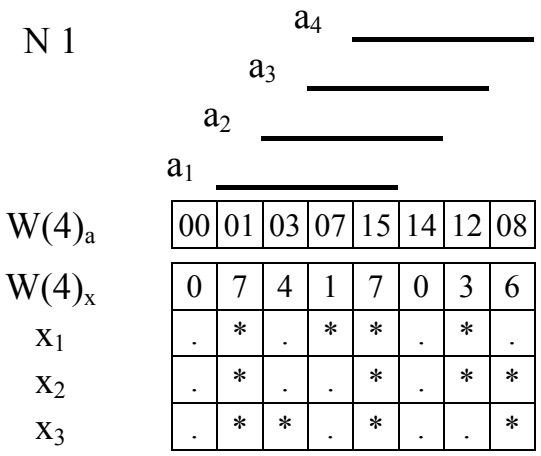


Рис. 6.5

Более простые логические зависимости для кодирующего устройства могут быть получены исходя из геометрического представления многофазности информационной части кода (рис. 6.5), где

$$x_1 = F_1 = a_1\underline{a_2} \vee a_1a_3 \vee \underline{a_2}a_3;$$
$$x_2 = F_2 = a_1\underline{a_2} \vee a_1a_4 \vee \underline{a_2}a_4;$$
$$x_3 = F_3 = a_1\underline{a_3} \vee a_1a_4 \vee \underline{a_2}a_4. \quad (6.1.2)$$

Из штатных и ошибочных кодовых комбинаций информационной части кода рис. 6.4, а также из их составляющих в многофазных сигналах ($a_1 = 01 \vee 03 \vee 07 \vee 15$, $a_2 = 03 \vee 07 \vee 15 \vee 14$, $a_2 = 07 \vee 15 \vee 14 \vee 12$, $a_4 = 15 \vee 14 \vee 12 \vee 08$) непосредственно определяются геометрические образы исправленных сигналов $a'_1 – a'_4$ (рис. 6.6).

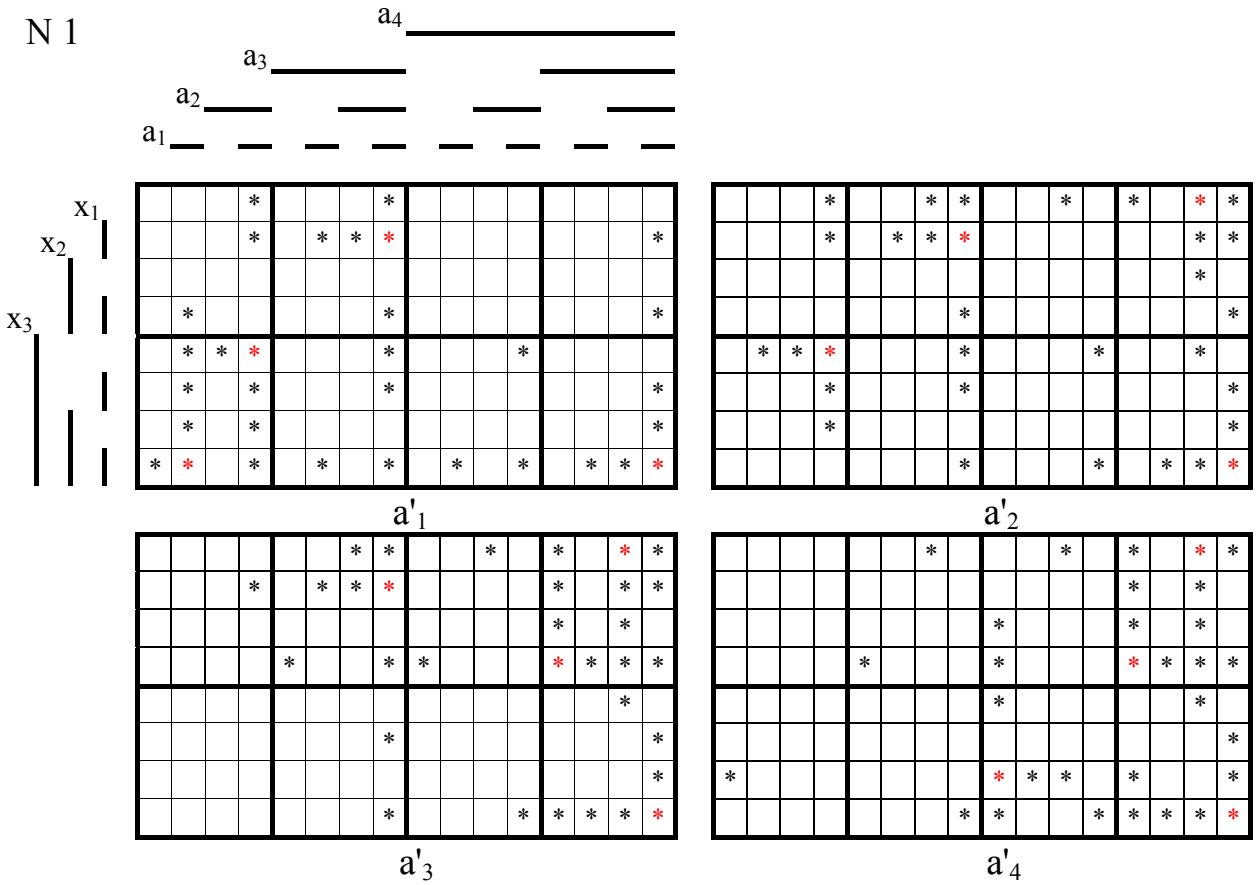


Рис. 6.6

На этом этапе можно было бы остановиться и по геометрическим образам сигналов a'_1 – a'_4 определить их логические зависимости для различных вариантов требуемого схемного быстродействия, что нами выполнялось в предыдущих главах.

Однако многофазные коды позволяют упростить геометрические образы рис. 6.6, если воспользоваться возможностью предварительного исправление, например, части одиночных ошибок, которую представляет геометрия многофазных кодов (способ исправления в многофазности). В четырехфазном коде (см. рис. 6.5) это выполняется для сигнала a'_1 в кодовых комбинациях $W(4)_a$ – 03, 07; для сигнала a'_2 – 07, 15; для сигнала a'_3 – 15, 14; для сигнала a'_4 – 14, 12.

Эти изменения отражены в геометрических образах этих сигналов на рис. 6.7, где соответствующие кодовые комбинации (столбцы) свободны от звездочек рис. 6.6 и выделены желтым цветом.

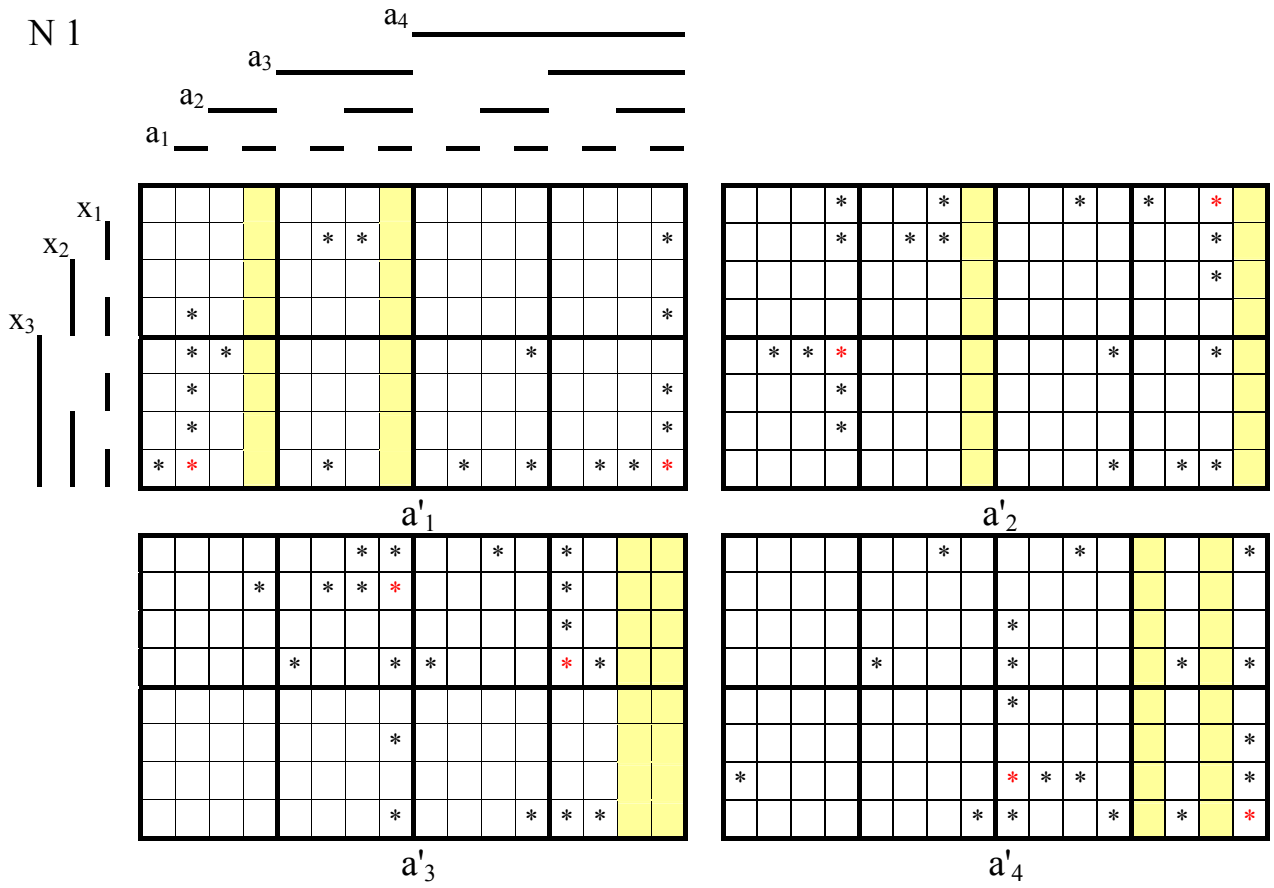


Рис. 6.7

Можно провести сравнение аппаратурных затрат логических выражений, определяющих геометрические образы исправленных сигналов a'_1 – a'_4 рис. 6.6 и 6.7, однако необходимо рассмотреть еще и третий вариант технического решения этой задачи: изменить порядок исправления одиночных ошибок – осуществить исправление в соответствии с геометрией рис. 6.7 и только после этого выполнить операцию исправления кодовых комбинаций по принципу многофазности.

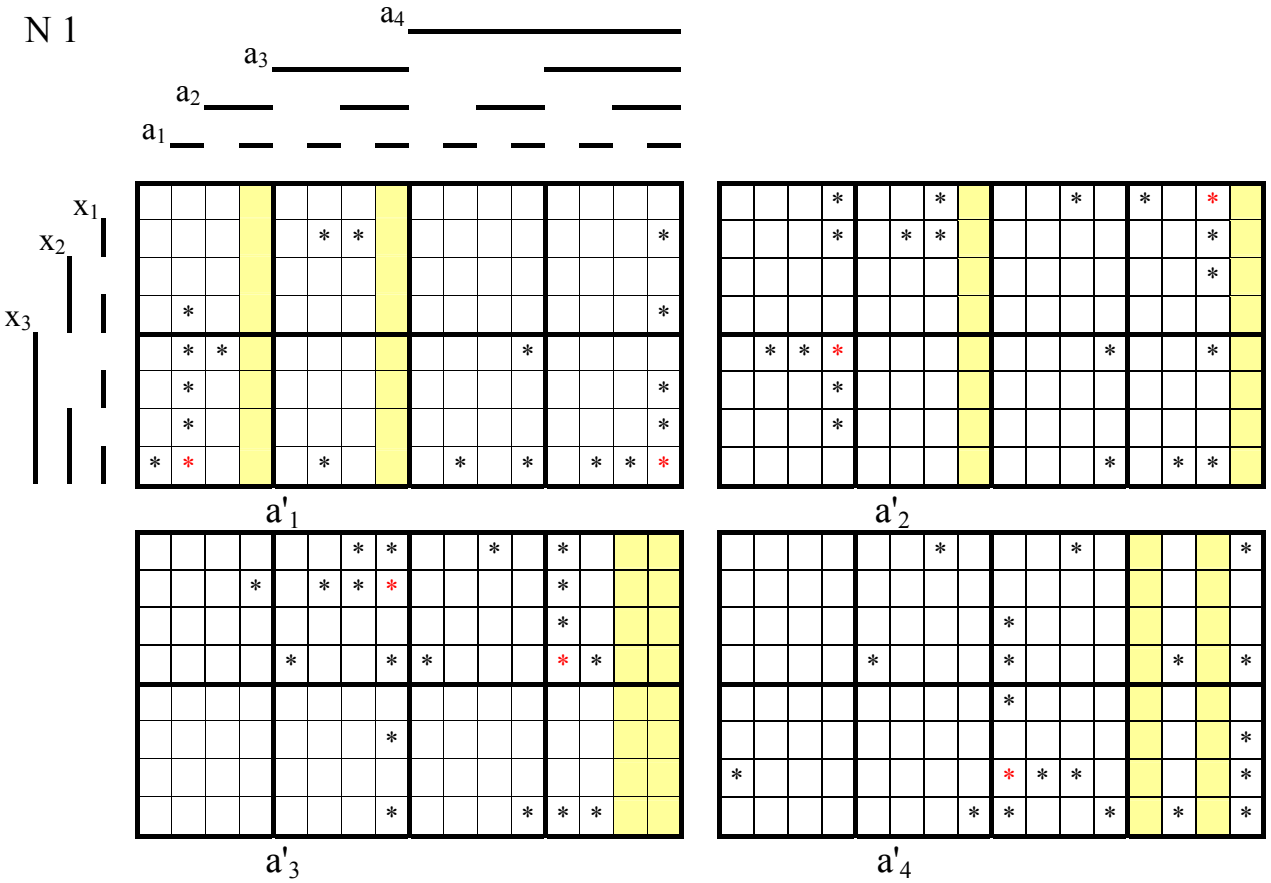


Рис. 6.8

Этот третий вариант позволяет в ячейках выделенных желтым цветом столбцов рис. 6.7 поставить звездочки, которые по способу исправления многофазности в дальнейшем не будут учитываться, но на первом этапе исправления могут быть использованы для упрощения логических выражений для сигналов $a'_1 – a'_4$. Этот вариант реализации схемного решения приведен на рис. 6.8.

Здесь покрытие выделенных цветом столбцов производится только в той их части, которая необходима для формирования других подмножеств с минимальными аппаратурными затратами.

Для сравнения представленных выше вариантов реализации устройства исправления одиночных ошибок по затратам оборудования проведем синтез этих устройств для каждого из них. Этот синтез выполним для предельного быстродействия устройств, когда для покрытия геометрических образов сигналов $a'_1 – a'_4$ используются не только исходные множества в координатах a_1, a_2, x_1, x_2, как выполнялось нами прежде, но и их подмножества в этих координатах, расположенные также в ячейках координат a_3, a_4, x_3, определяющие оптимальные по затратам оборудования соответствующее покрытие во всем цифро-векторном пространстве координат $a_1 – a_4$, $x_1 – x_3$.

Каждое из таких подмножеств в координатах a_1, a_2, x_1, x_2, например расположенное в первой ячейке пространства координат a_3, a_4, x_3 и обозначенное нами здесь как m, может иметь восемь безальтернативных вхождений в другие подмножества, расположенные в остальных ячейках этого пространства (рис. 6.9а).

Каждому из этих вхождений соответствует своя логическая схема покрытия геометрического образа, которая представлена на этом рисунке.

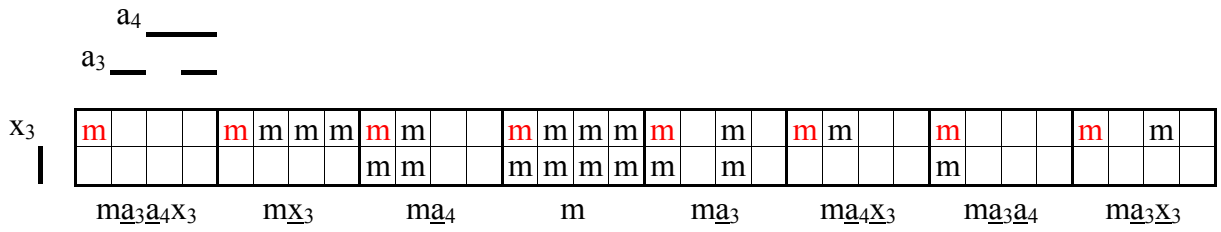


Рис. 6.9а

Альтернативные варианты логических выражений вхождения в другие подмножества поясняются рис. 6.9б.

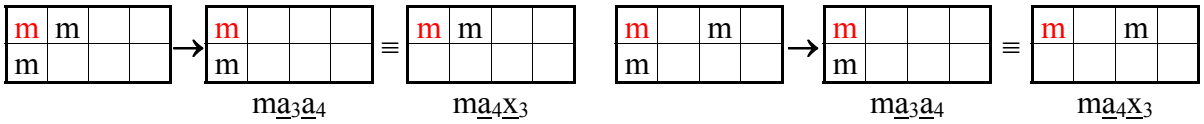


Рис. 6.9б

Аналогичные варианты могут быть представлены, когда подмножество m будет размещено во второй ячейке пространства и т.д. Очевидность такого представления геометрических образов множеств и их логических записей не требует дополнительных разъяснений и будет использоваться в дальнейшем непосредственно при определении сигналов $a'_1 – a'_4$.

Процедура покрытия геометрических образов сигналов $a'_1 – a'_4$ в каждом из вариантов заключается в последовательном пошаговом нахождении для каждого из этих сигналов одинаковых подмножеств в ячейках координат a_3, a_4, x_3, которые задаются их размещениями в соответствии с рис. 6.9. Это определяет многовходовую логическую схему И для каждого из этих шагов.

Все эти варианты (см. рис. 6.6–6.8) определяются разделением на подмножества геометрических образов сигналов $a'_1 – a'_4$, представленным соответственно на рис. 6.10а – 6.10г; рис. 6.11а – 6.11г; рис. 6.12 а – 6.12г.

На рис. 6.10–6.12 для каждого шага реализации покрытия отмечаются соответствующие геометрические образы подмножеств и логические выражения, их определяющие.

Для представления геометрических образов этих подмножеств, составляющих соответствующее множество сигналов $a'_1 – a'_4$, здесь используются знаки – звездочки и, например, черные кружки, которые располагаются в ячейках координат $a_1 – a_4$, $x_1 – x_3$. Применение двух разных знаков (* и •) позволяет представить геометрические образы двух независимых подмножеств на одном изображении сетки этих координат, а также соотнести к ним их логические выражения, перед которыми ставятся соответствующие им знаки.

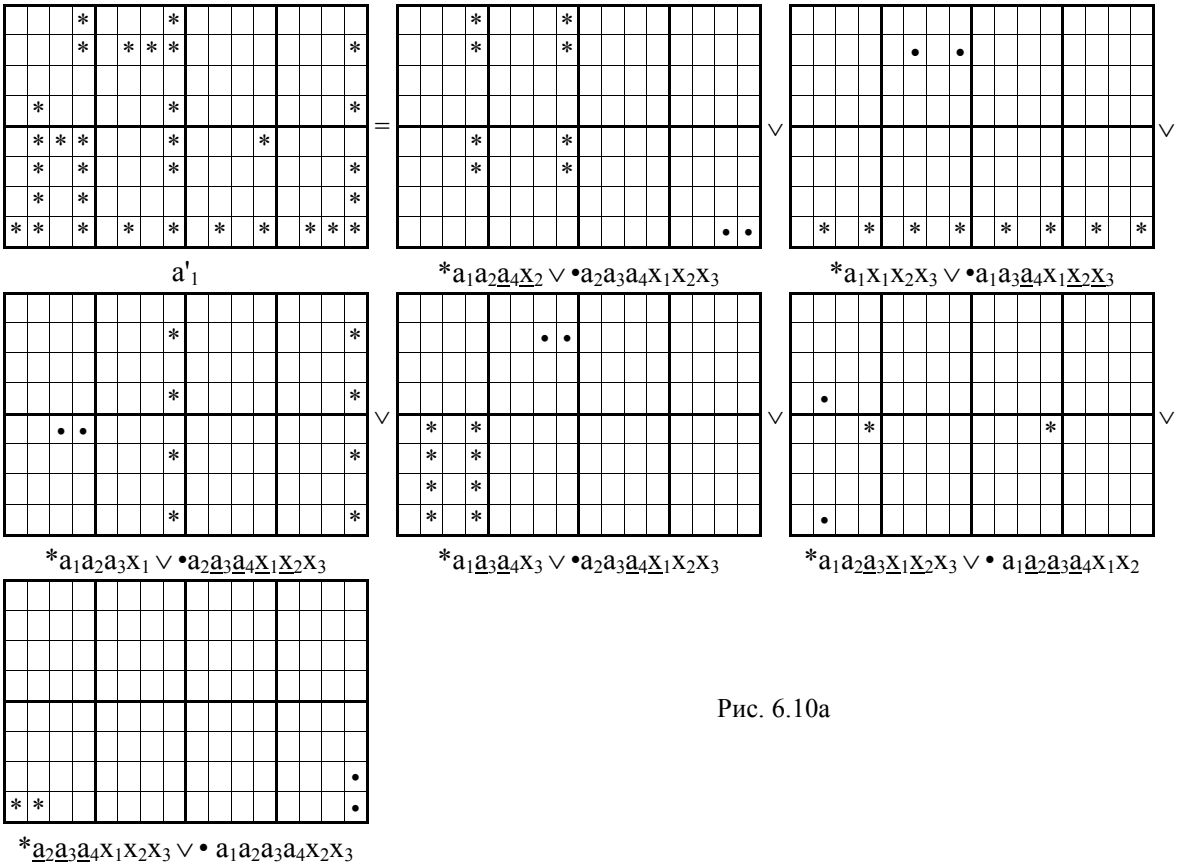


Рис. 6.10а

После каждого шага выделяются, например, цветом звездочки или кружки подмножеств в геометрическом образе сигналов a'_1 – a'_4. Когда на определенном шаге все они изменят свой цвет – синтез закончен и имеется возможность записать логические зависимости (6.1.3) – (6.1.6), (6.1.7) – (6.1.10), (6.1.11) – (6.1.14) исправления многофазных сигналов для всех трех вариантов, а также затраты оборудования – табл. 6.1.1–6.1.3.

В качестве примера такого синтеза в прил. 6.5 представлены шесть шагов реализации покрытия геометрического образа сигнала a'_1, изображенного на рис. 6.10а.

Аппаратурные затраты первого варианта полностью определяются зависимостями (6.1.3) – (6.1.6), а второй и третий варианты требуют дополнительного учета затрат на исправление одиночных ошибок по принципу многофазности. В этом последовательном от основного исправления дополнительном исправлении на каждую фазу необходимо установить три трехвходовые схемы И, объединенные по выходу схемой ИЛИ.

Из-за необходимости последовательного выполнения двух операций исправления одиночных ошибок вторая и третья схемы имеют меньшее быстродействие по сравнению с первым вариантом. Тем не менее затраты оборудования (по общему числу входов) для первого и второго вариантов примерно равны, а третий вариант имеет меньше затрат на 12%.

Следует ожидать, что разница в затратах оборудования будет изменяться при переходе к многофазным кодам с большим числом фаз, в чем нам предстоит убедиться в дальнейшем.

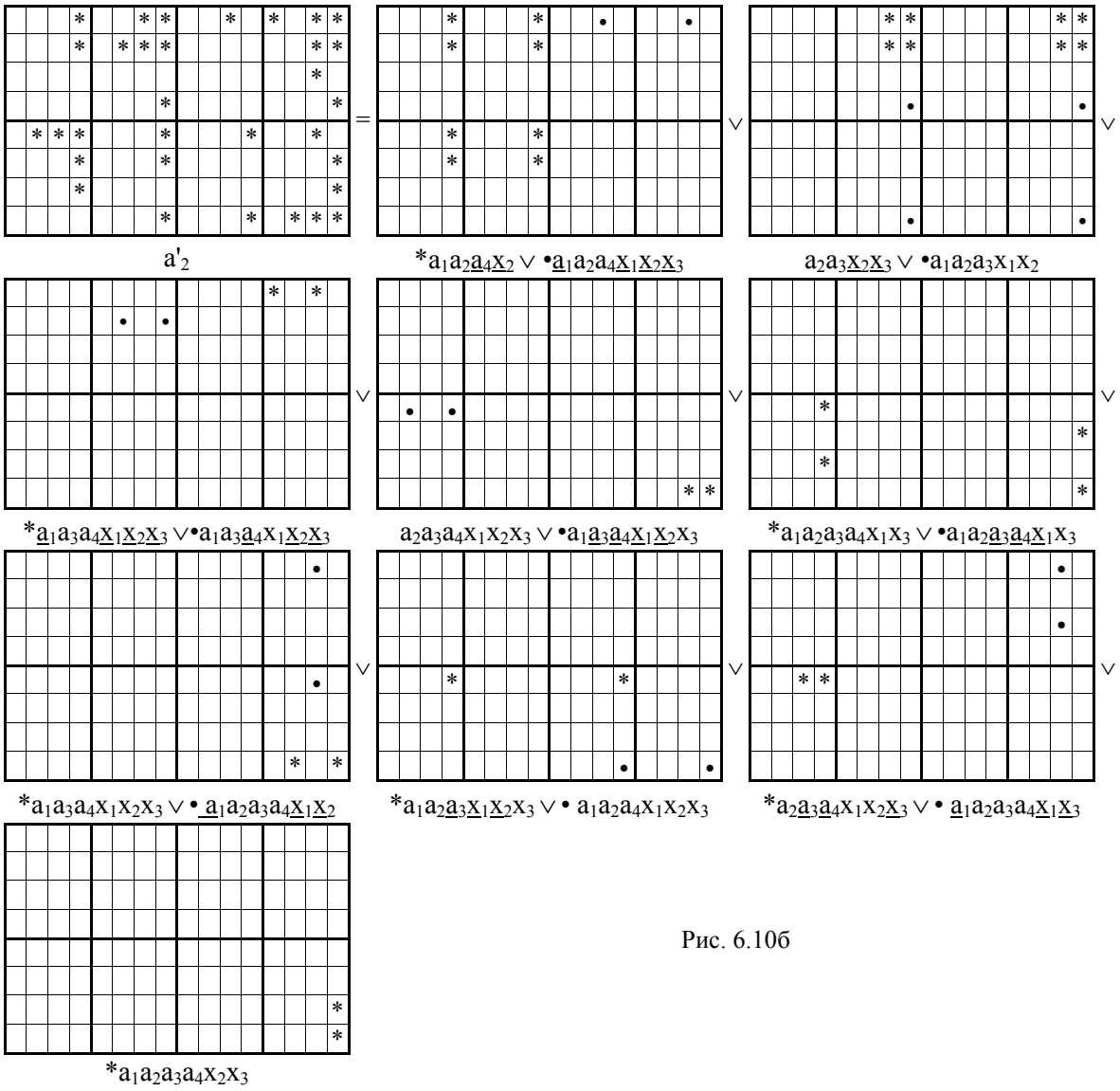
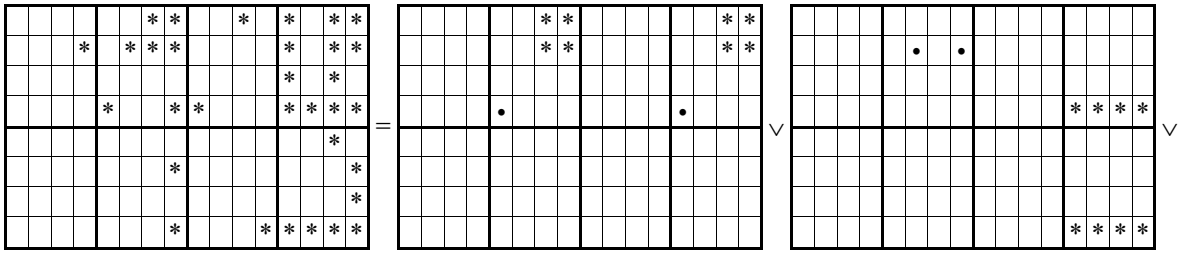


Рис. 6.10б

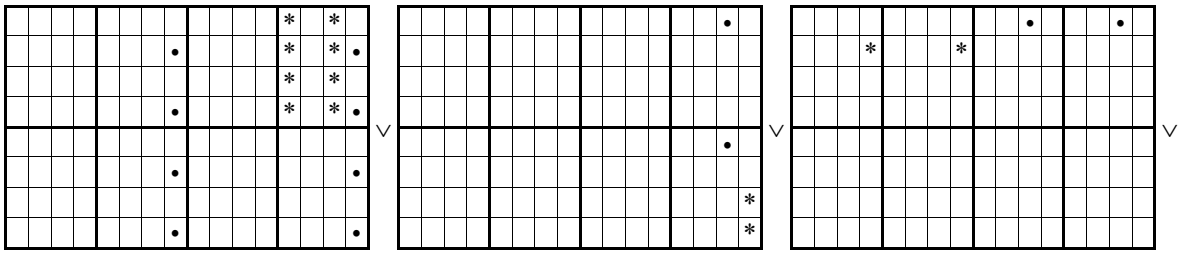
Оценить затраты оборудования для всех других совершенных четырехфазных кодов и нахождение лучшего кода, чем код N 1, предоставляется читателю самостоятельно. Для этого в прил. 6.1 этой главы приведены для всех 192 кодов геометрические и логические зависимости для построения кодирующих устройств, аналогичные коду N 1, а также относящихся к нему рис. 6.5 и формул (6.1.1), (6.1.2), где приведены соответственно зависимости контрольных разрядов в чисто двоичном представлении (E_1, E_2, E_3) и многофазном (F_1, F_2, F_3).

В табл. 1.1 и 1.2 прил. 6.2 представлены все возможные варианты формирования сигналов $E_1 – E_8$, которые определяют контрольные разряды x_1, x_2, x_3.

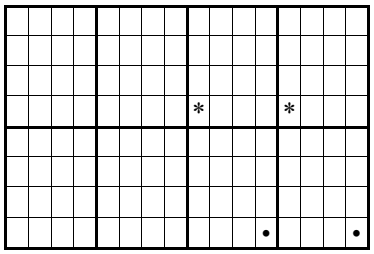
В прил. 6.3 для всех совершенных четырехфазных кодов приведены геометрические образы исправленных сигналов $a'_1 – a'_4$, которые позволят читателю по приведенному выше алгоритму легко определить все эквивалентные им логические зависимости и найти лучший код.



a'_3 $= {}^*a_2a_3\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee {}^\bullet\underline{a}_1\underline{a}_2a_3x_1x_2\underline{x}_3 \vee {}^*a_3a_4x_1x_2 \vee {}^\bullet a_1a_3\underline{a}_4x_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee$

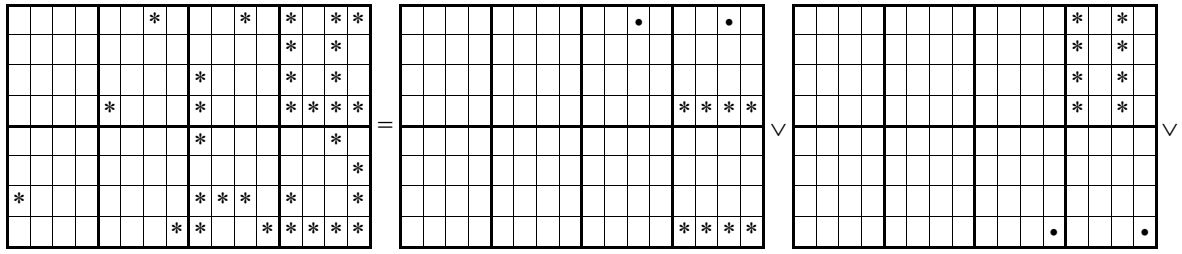


$\vee\ {}^*\underline{a}_1a_3a_4\underline{x}_3 \vee {}^\bullet a_1a_2a_3x_1 \vee {}^*a_1a_2a_3a_4x_2x_3 \vee {}^\bullet\underline{a}_1a_2a_3a_4\underline{x}_1\underline{x}_2 \vee {}^*a_1a_2\underline{a}_4x_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee {}^\bullet\underline{a}_1a_2a_4\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3$

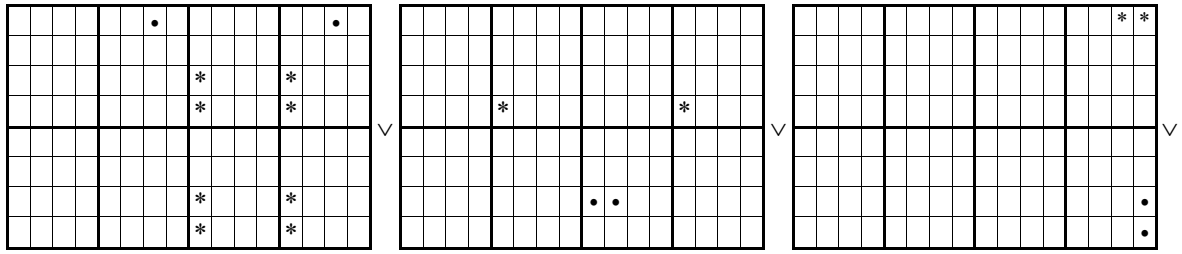


${}^*\underline{a}_1\underline{a}_2a_4x_1x_2\underline{x}_3 \vee {}^\bullet a_1a_2a_4x_1x_2x_3$

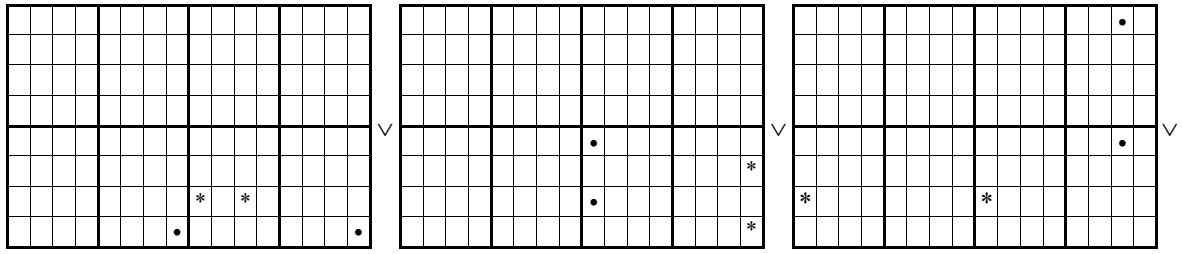
Рис. 6.10в



a'_4 $= {}^*a_3a_4x_1x_2 \vee {}^\bullet\underline{a}_1a_2a_4\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee {}^*\underline{a}_1a_3a_4\underline{x}_3 \vee {}^\bullet a_1a_2a_4x_1x_2x_3 \vee$

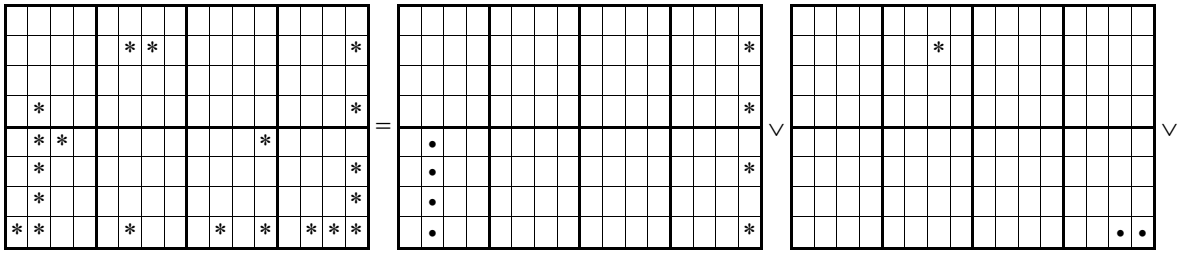


$\vee\ {}^*\underline{a}_1\underline{a}_2a_4x_2 \vee {}^\bullet\underline{a}_1a_2a_3\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee {}^*\underline{a}_1\underline{a}_2a_3x_1x_2\underline{x}_3 \vee {}^\bullet\underline{a}_2\underline{a}_3a_4\underline{x}_1x_2x_3 \vee {}^*a_2a_3a_4\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee {}^\bullet a_1a_2a_3a_4x_2x_3 \vee$

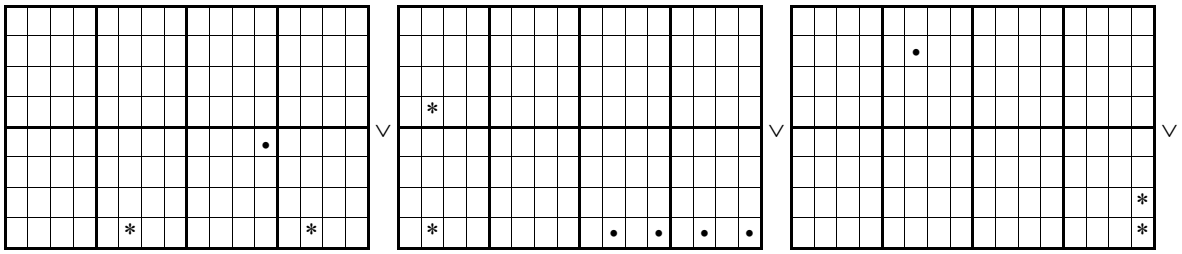


${}^*\underline{a}_1\underline{a}_3a_4\underline{x}_1x_2x_3 \vee {}^\bullet a_1a_2a_3x_1x_2x_3 \vee {}^*a_1a_2a_3a_4x_1x_3 \vee {}^\bullet\underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4\underline{x}_1x_3 \vee {}^*\underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3\underline{x}_1x_2x_3 \vee {}^\bullet\underline{a}_1a_2a_3a_4\underline{x}_1\underline{x}_2$

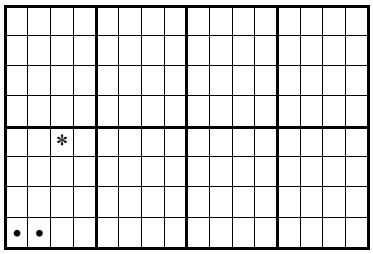
Рис. 6.10г



a'_1 $= {}^*a_1a_2a_3a_4x_1 \vee {}^\bullet a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}x_3 \vee {}^*\underline{a_1}a_2a_3\underline{a_4}\underline{x_1}x_2x_3 \vee {}^\bullet a_2a_3a_4x_1x_2x_3$

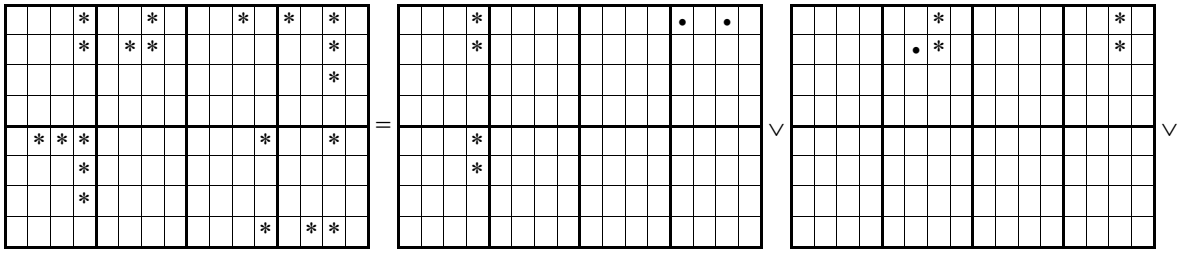


$\vee\ {}^*a_1\underline{a_2}a_3x_1x_2x_3 \vee {}^\bullet a_1a_2\underline{a_3}a_4\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee {}^*a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2 \vee {}^\bullet a_1a_4x_1x_2x_3 \vee {}^*a_1a_2a_3a_4x_2x_3 \vee {}^\bullet a_1\underline{a_2}a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3}$

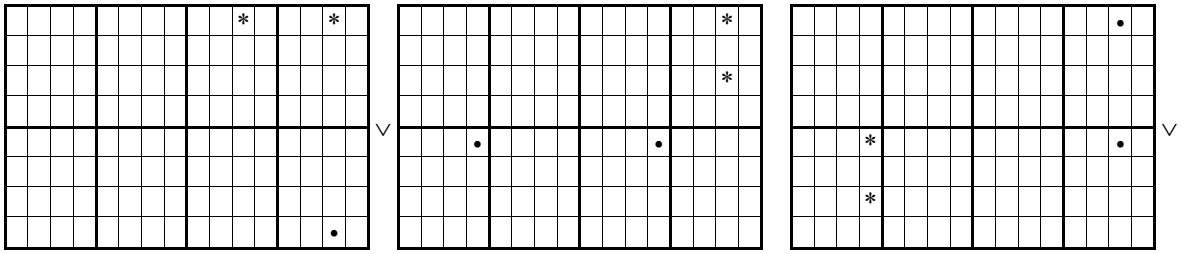


${}^*\underline{a_1}a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee {}^\bullet\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2x_3$

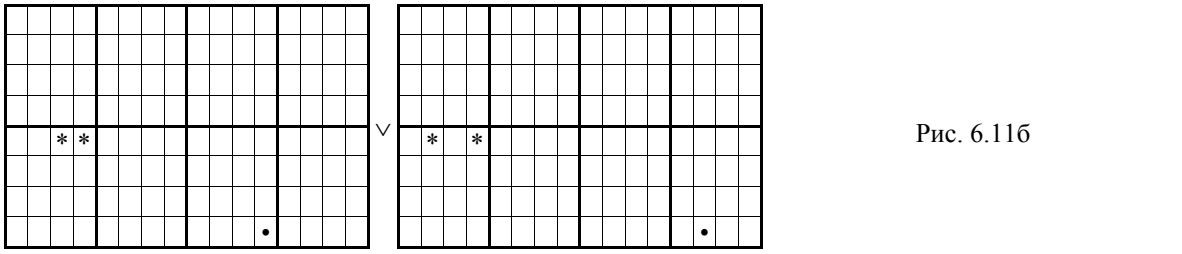
Рис. 6.11а



a'_2 $= {}^*a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_2} \vee {}^\bullet\underline{a_1}a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee {}^*\underline{a_1}a_2a_3\underline{x_2}\underline{x_3} \vee {}^\bullet a_1\underline{a_2}a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3}$



$\vee\ {}^*\underline{a_1}a_2a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee {}^\bullet\underline{a_1}a_2a_3a_4x_1x_2x_3 \vee {}^*\underline{a_1}a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_3} \vee {}^\bullet a_1a_2a_3\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee {}^*a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}x_3 \vee {}^\bullet\ \underline{a_1}a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}$



$\vee\ {}^*a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee {}^\bullet a_1a_2\underline{a_3}a_4x_1x_2x_3 \vee {}^*a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee {}^\bullet a_1\underline{a_2}a_3a_4x_1x_2x_3$

Рис. 6.11б

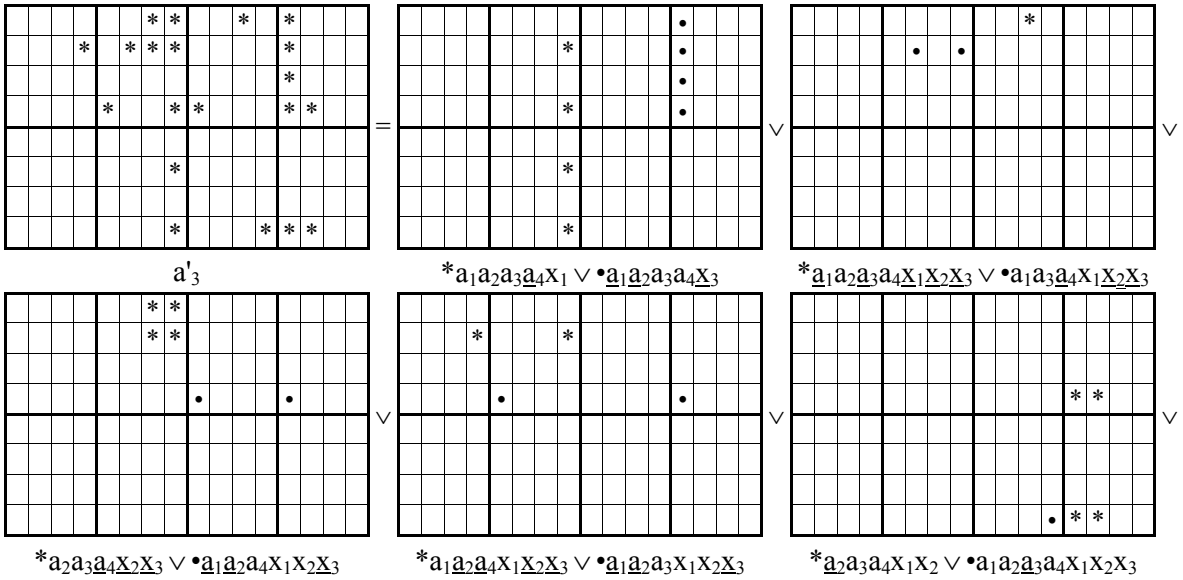


Рис. 6.11в

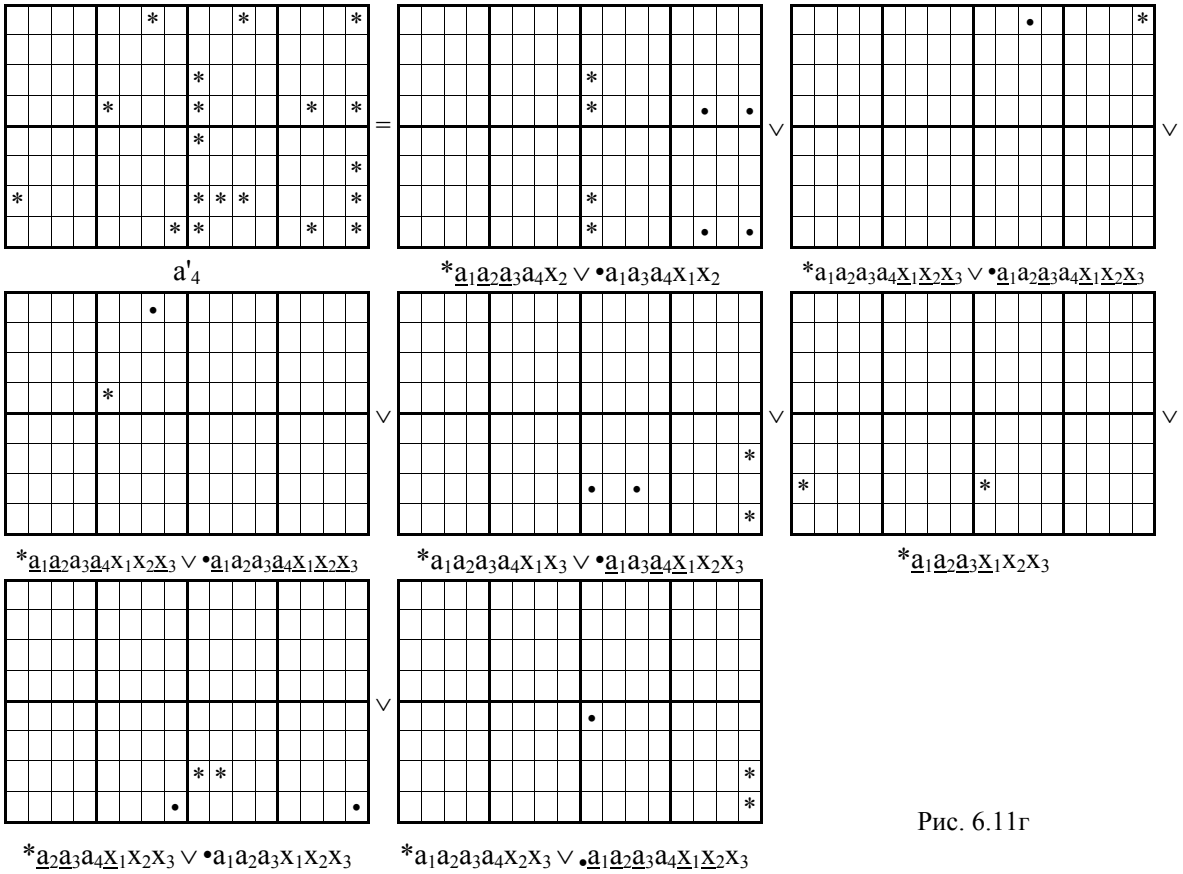
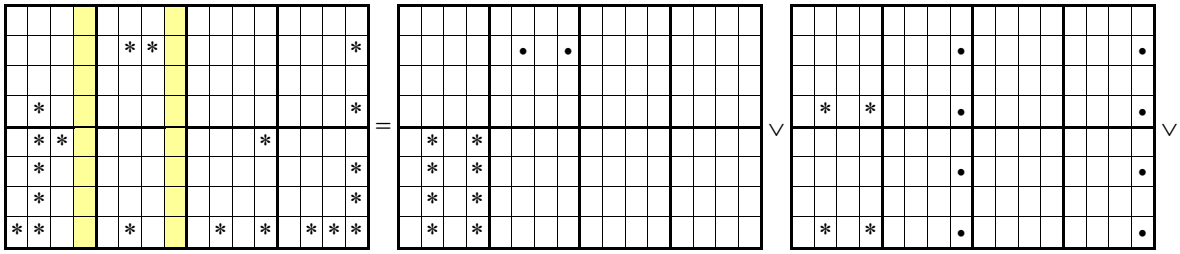
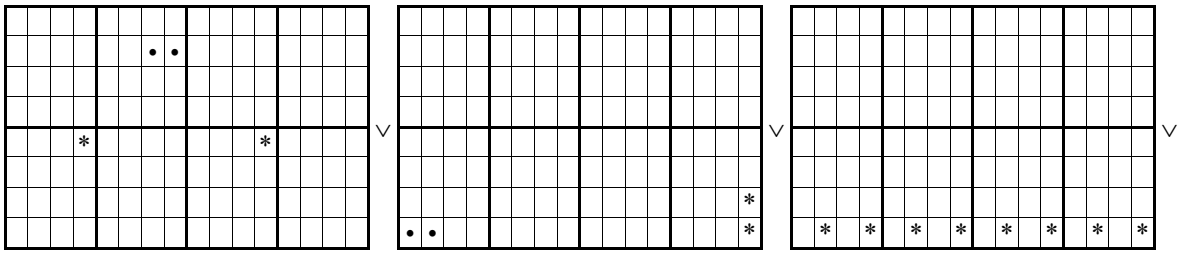


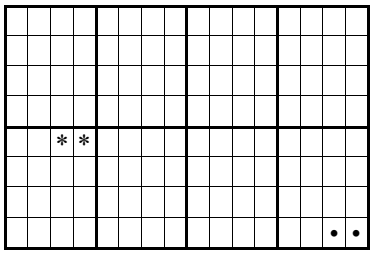
Рис. 6.11г



a'_1 $\quad$ $*a_1\underline{a_3}\underline{a_4}x_3 \vee \bullet a_1a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3}$ $\quad$ $*a_1\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2 \vee \bullet a_1a_2a_3x_1$

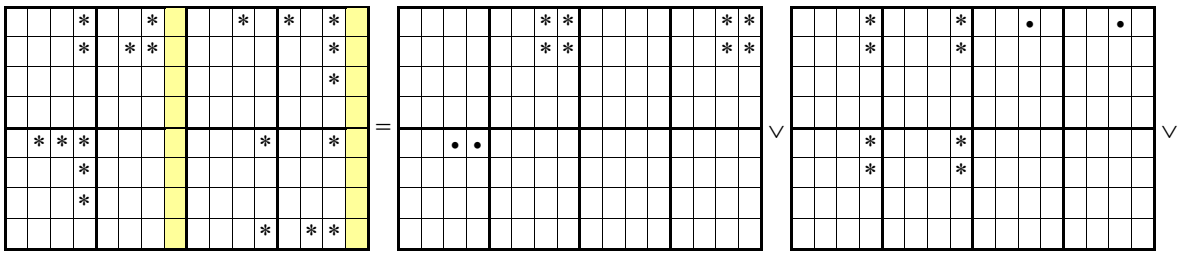


$*a_1a_2\underline{a_3}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \bullet a_2a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3}$ $\quad$ $*a_1a_2a_3a_4x_2x_3 \vee \bullet \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2x_3$ $\quad$ $*a_1x_1x_2x_3$

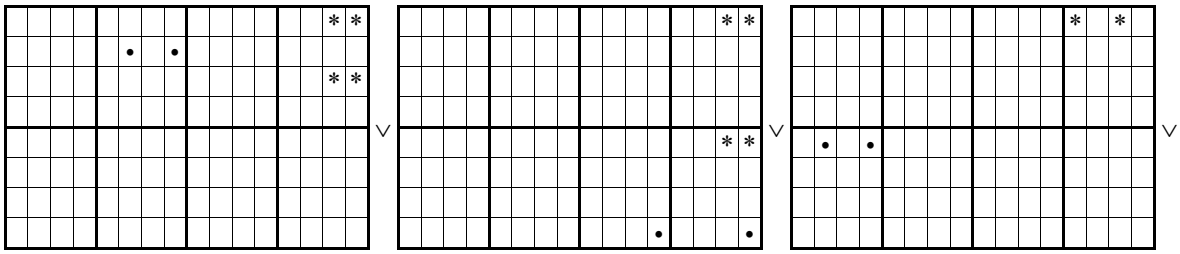


$*a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \bullet a_2a_3a_4x_1x_2x_3$

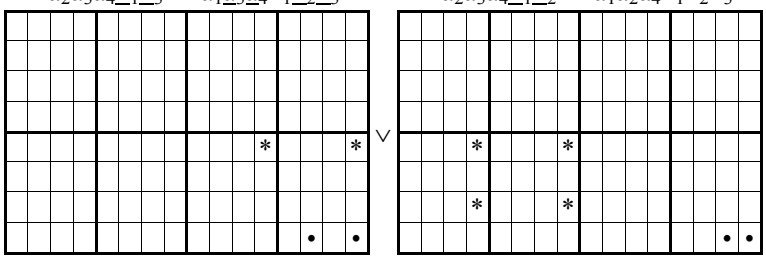
Рис. 6.12а



a'_2 $\quad$ $*a_2a_3\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \bullet a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3$ $\quad$ $*a_1a_2\underline{a_4}\underline{x_2} \vee \bullet \underline{a_1}a_2a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3}$



$*a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_3} \vee \bullet a_1\underline{a_3}\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3}$ $\quad$ $*a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2} \vee \bullet a_1a_2a_4x_1x_2x_3$ $\quad$ $*\underline{a_1}a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \bullet a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3$



$*a_1a_2a_4\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \bullet a_1a_3a_4x_1x_2x_3$ $\quad$ $*a_1a_2\underline{a_4}\underline{x_1}x_3 \vee \bullet a_2a_3a_4x_1x_2x_3$

Рис. 6.12б

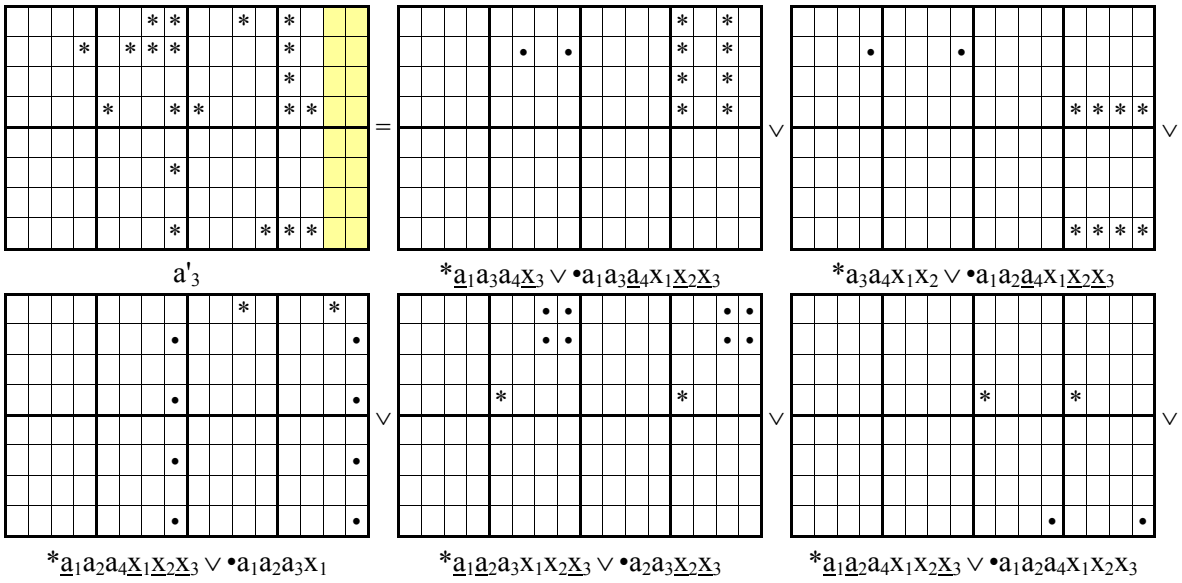


Рис. 6.12в

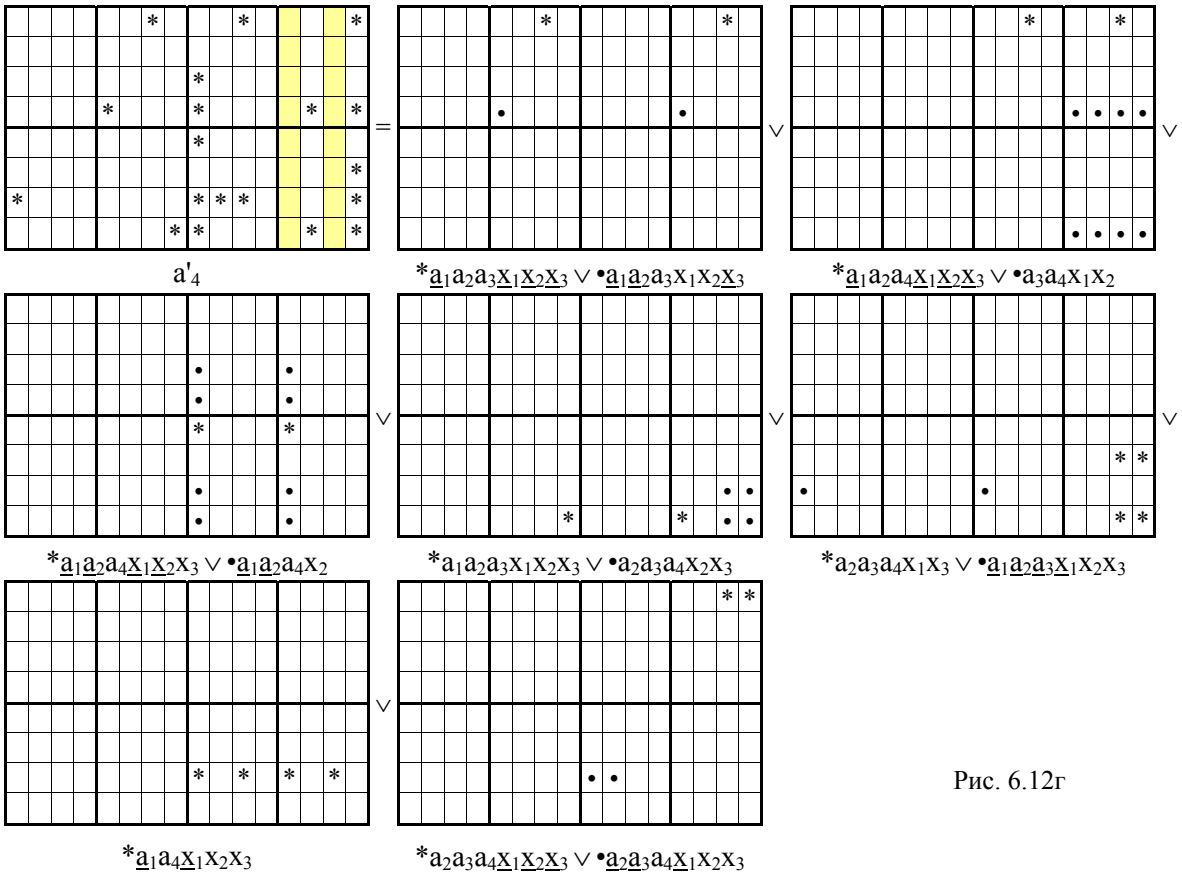


Рис. 6.12г

$$a'_1 = a_1a_2\underline{a_4}\underline{x_2} \vee a_2a_3a_4x_1x_2x_3 \vee a_1x_1x_2x_3 \vee a_1a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3x_1 \vee$$
$$\vee\ a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4}x_3 \vee a_2a_3\underline{a_4}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2 \vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4x_2x_3; \qquad (6.1.3)$$

$$a'_2 = a_1a_2\underline{a_4}\underline{x_2} \vee \underline{a_1}a_2a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2a_3\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3x_1x_2 \vee \underline{a_1}a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ a_1a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4x_1x_2x_3 \vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3a_4x_1x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}x_3 \vee a_1a_3a_4x_1x_2x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2} \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_4x_1x_2x_3 \vee a_2\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4x_2x_3; \qquad (6.1.4)$$

$$a'_3 = a_2a_3\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3x_1x_2\underline{x_3} \vee a_3a_4x_1x_2 \vee a_1a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_3a_4\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3x_1 \vee a_1a_2a_3a_4x_2x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2} \vee a_1a_2\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}a_2a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_4x_1x_2x_3; \qquad (6.1.5)$$

$$a'_4 = a_3a_4x_1x_2 \vee \underline{a_1}a_2a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_3a_4\underline{x_3} \vee a_1a_2a_4x_1x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4x_2 \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}a_2a_3\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_2}\underline{a_3}a_4\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3a_4x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_3}a_4\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4x_1x_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4\underline{x_1}x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}. \qquad (6.1.6)$$

Таблица 6.1.1

	Число входов И	Число схем ИЛИ
a'_1	55	12
a'_2	97	17
a'_3	64	11
a'_4	90	16
	306	56

$$a'_1 = a_1a_2a_3a_4x_1 \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3\underline{a_4}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_2a_3a_4x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1\underline{a_2}a_3x_1x_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a_3}a_4\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2 \vee a_1a_4x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3a_4x_2x_3 \vee a_1\underline{a_2}a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2x_3; \qquad (6.1.7)$$

$$a'_2 = a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_2} \vee \underline{a_1}a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_2}a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}a_2a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4x_1x_2x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_3} \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2} \vee a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2\underline{a_3}a_4x_1x_2x_3$$
$$\vee\ a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1\underline{a_2}a_3a_4x_1x_2x_3; \qquad (6.1.8)$$

$$a'_3 = a_1a_2a_3\underline{a_4}x_1 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2\underline{a_3}a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ a_2a_3\underline{a_4}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ \underline{a_2}a_3a_4x_1x_2 \vee a_1a_2\underline{a_3}a_4x_1x_2x_3; \qquad (6.1.9)$$

$$a'_4 = \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4x_2 \vee a_1a_3a_4x_1x_2 \vee a_1a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2\underline{a_3}a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}\underline{a_2}a_3\underline{a_4}x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4x_1x_3 \vee \underline{a_1}a_3\underline{a_4}\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_2}\underline{a_3}a_4\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4\underline{x_1}\underline{x_2}x_3. \qquad (6.1.10)$$

Таблица 6.1.2

	Число входов И	Число схем ИЛИ
a'_1	73	12
a'_2	86	13
a'_3	58	10
a'_4	81	13
	298	48

$$a'_1 = a_1\underline{a_3}\underline{a_4}x_3 \vee a_1a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2 \vee a_1a_2a_3x_1 \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee a_2a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4x_2x_3 \vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2x_3 \vee a_1x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_2a_3a_4x_1x_2x_3; \qquad (6.1.11)$$

$$a'_2 = a_2a_3\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2\underline{a_4}\underline{x_2} \vee \underline{a_1}a_2a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2} \vee a_1a_2a_4x_1x_2x_3 \vee \underline{a_1}a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_4\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_3a_4x_1x_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a_4}\underline{x_1}x_3 \vee$$
$$\vee a_2a_3a_4x_1x_2x_3; \qquad (6.1.12)$$

$$a'_3 = \underline{a_1}a_3a_4\underline{x_3} \vee a_1a_3\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_3a_4x_1x_2 \vee a_1a_2\underline{a_4}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}a_2a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3x_1 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3x_1x_2\underline{x_3} \vee a_2a_3\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_4x_1x_2x_3; \qquad (6.1.13)$$

$$a'_4 = \underline{a_1}a_2a_3\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_3a_4x_1x_2 \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4x_2 \vee a_1a_2a_3x_1x_2x_3 \vee a_2a_3a_4x_2x_3 \vee a_2a_3a_4x_1x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}a_4\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_2}\underline{a_3}a_4\underline{x_1}x_2x_3. \qquad (6.1.14)$$

Таблица 6.1.3

	Число входов И	Число схем ИЛИ
a'_1	59	11
a'_2	77	14
a'_3	52	10
a'_4	71	13
	259	48

6.2. Совершенный пятифазный код

В [2] было показано, что для исправления всех одиночных ошибок многофазных кодов достаточно иметь три контрольных разряда, и был предложен алгоритм формирования контрольных разрядов для двухфазных и трехфазных кодов. Там же было доказано, что контрольные разряды этих кодов могут быть также использованы для любых многофазных кодов, число фаз которых кратно двум или трем. Алгоритм формирования контрольных разрядов двухфазных и трехфазных кодов использует соотношения между информационными и контрольными кодовыми комбинациями совершенного двоичного кода основания n = 16. Эти же соответствия информационных и контрольных кодовых комбинаций присутствуют в совершенных двухфазных и трехфазных кодах, но поскольку число кодовых комбинаций в этих кодах меньше совершенного двоичного кода основания n = 16, то часть ячеек многомерного пространства для этих кодов остаются пустыми, а последовательность прохождения кодовых комбинаций любых многофазных кодов на второй половине этого пути следования начинается с последней ячейки пространства в направлении к центру (см., например, рис. 6.1–6.3).

В прил. 6.6 приведены соотношения контрольных кодовых комбинаций для всех совершенных двоичных кодов и таких же кодовых комбинаций для двухфазного и трехфазного кодов, представленных в ячейках пространства информационных координат $a_1 – a_4$.

Покажем эти соотношения на примере кода N 1, которые представлены на рис. 6.13.

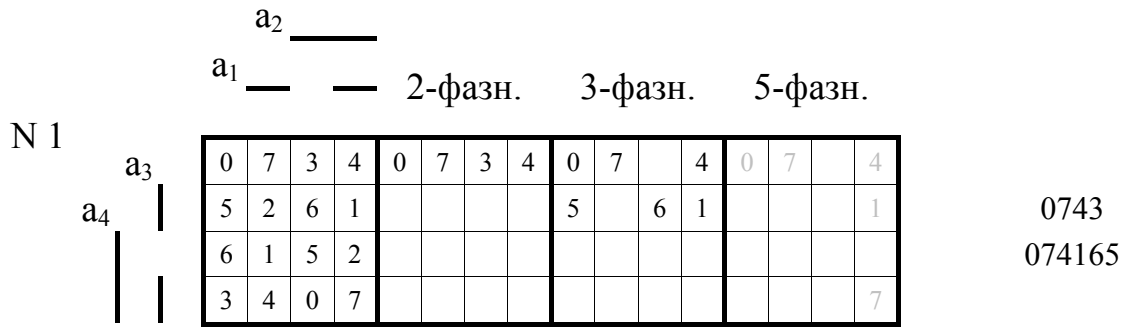


Рис. 6.13

В ячейках первой сетки координат $a_1 – a_4$ расположены контрольные кодовые комбинации двоичного совершенного кода, в ячейках второй сетки этих координат – двухфазного совершенного кода, а в ячейках третьей сетки – трехфазного совершенного кода. Четвертая сетка этих координат предназначается для пятифазного совершенного кода и будет использована нами в дальнейшем изложении. Прохождение контрольных кодовых комбинаций по отмеченному выше правилу для двухфазного кода – 0743, а аналогичное прохождение этих кодовых комбинаций для трехфазного кода – 074165. Эти порядковые номера кодовых комбинаций приведены в прил. 6.6 для каждого из этих совершенных кодов.

Пятифазный код, который не имеет кратных числу фаз двум и трем, не может непосредственно использовать представленные выше совершенные двухфазные и трехфазные коды. Это относится также ко всем кодам, где число фаз определяется простыми числами 5, 7, 11, 13, … . Практически применение подобных многофазных кодов, кроме пятифазного, не представляется необходимым. По этой причине остановимся только на пятифазном коде.

В многомерном цифровом пространстве координат a_1 – a_5 для пятифазного кода в соответствии с рис. 6.2 используются только ячейки с номерами 00, 01, 03, 07, 15, 16, 24, 28, 30, 31. В такие же ячейки второй сетки координат необходимо записать кодовые комбинации контрольных разрядов, которые соответствуют соотношениям контрольных и информационных комбинаций совершенного двоичного кода основания N 16. Это можно выполнить только для первой половины второй сетки координат a_1 – a_5, например, для совершенного кода N 1 (рис. 6.14) записываются кодовые комбинации в последовательности 07417. В ячейки второй половины сетки этих координат заносятся контрольные кодовые комбинации в обратном порядке – 71470. Прохождение же контрольных кодовых комбинаций по представленному выше правилу для пятифазного кода – 0741707417.

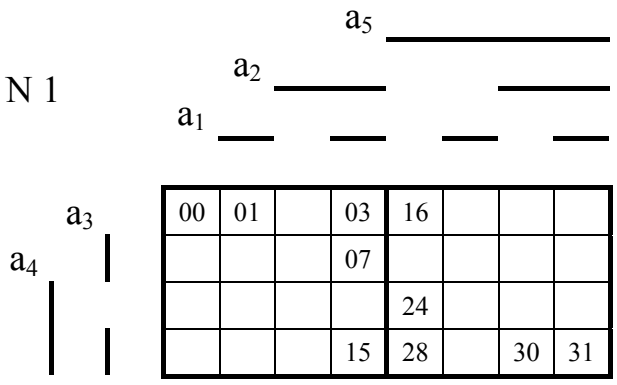


Рис. 6.14

W_i	0	1	3	7	15	31	30	28	24	16
X	0	7	4	1	7	0	7	4	1	7
$d_a(5)$	0	1	2	3	4	5	4	3	2	1
		0	1	2	3	4	5	4	3	2
$d_x(3)$	0	3	1	1	3	0	3	1	1	3
		0	2	2	0	3	0	2	2	0
$d_a(5) + d_x(3)$	0	4	3	4	7	5	7	4	3	3
		0	3	4	3	7	5	6	5	2

Рис. 6.15

Синтезированный подобным образом код должен быть проверен на выполнение требований $d_a(5) + d_x(3) \geq 3$. Эта проверка, которая использует данные табл. 6.1, представлена на рис. 6.15, где показаны только две строки для соответствующих кодовых расстояний.

Из проверки следует, что этот синтезированный код не выполняет необходимых условий – имеется кодовое расстояние $d_a(5) + d_x(3) = 2$.

По этой причине на рис. 6.13, где отведено место в четвертой сетке координат a_1 – a_4 для пятифазного кода, номера контрольных кодовых комбинаций отмечены серым цветом.

Подобную проверку не выдерживают коды вплоть до совершенного кода N 9 (рис. 6.16а, 6.16б), где $d_a(5) + d_x(3) \geq 3$, а прохождение контрольных кодовых комбинаций по представленному выше правилу для этого пятифазного кода – 0341703417 (см. рис. 6.17).

N 9

a_5

a_2

a_1

a_3

a_4

00	01		03	16			
			07				
				24			
			15	28		30	31

0	3		4	7			
			1				
				1			
			7	4		3	0

Рис. 6.16а

W_i	0	1	3	7	15	31	30	28	24	16
X	0	3	4	1	7	0	3	4	1	7
$d_a(5)$	0	1	2	3	4	5	4	3	2	1
		0	1	2	3	4	5	4	3	2
$d_x(3)$	0	2	1	1	3	0	2	1	1	3
		0	3	1	1	2	0	3	1	1
$d_a(5) + d_x(3)$	0	3	3	3	7	5	6	4	3	4
		0	4	5	5	6	5	7	4	3

Рис. 6.16б

a_2

a_1

2-фазн. 3-фазн. 5-фазн.

N 9

a_3

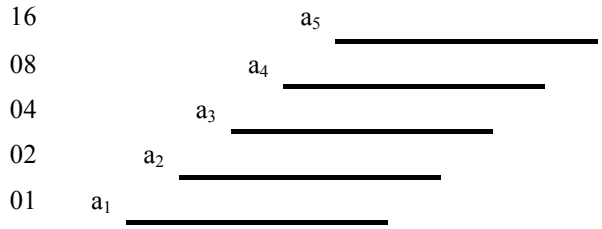
a_4

0	3	7	4	0	3	7	4	0	3		4	0	3		4	
5	6	2	1					5		2	1				1	0347
6	5	1	2													034125
3	0	4	7												7	0341703417

Рис. 6.17

В прил. 6.6 приведены аналогичные данные для всех пятифазных кодов, синтезированных из 192 совершенных двоичных кодов. Из них только 96 кодов превращаются в совершенные пятифазные коды.

В прил. 6.7 приведены все эти синтезированные совершенные пятифазные коды, где в определенных ячейках координат a_1 – a_5 записаны соответствующие информационным кодовым комбинациям контрольные кодовые комбинации.



$W_a(5)$	00	01	03	07	15	31	30	28	24	16
	0	1	2	3	4	5	4	3	2	1
		0	1	2	3	4	5	4	3	2
			0	1	2	3	4	5	4	3
				0	1	2	3	4	5	4
$d_a(5)$					0	1	2	3	4	5
						0	1	2	3	4
							0	1	2	3
								0	1	2
									0	1

X	0	3	4	1	7	0	3	4	1	7	$d_a(5) + d_x(3)$									
	0	2	1	1	3	0	2	1	1	3	0	3	3	4	7	5	6	4	3	4
	0	3	1	2	2	0	3	1	1			0	4	3	5	6	5	7	4	3
		0	2	2	1	3	0	2	2				0	3	4	4	7	5	6	5
$d_x(3)$			0	2	1	1	2	0	2					0	3	3	4	6	5	6
				0	3	1	2	2	0						0	4	3	5	6	5
N 9					0	2	1	1	3							0	3	3	4	7
						0	3	1	1								0	4	3	4
							0	2	2									0	3	4
								0	2										0	3

N 9–14, 41–46, 73–78, 87–92, 119–124, 144, 151–158, 165, 166, 173–176, 183, 184, 191, 192

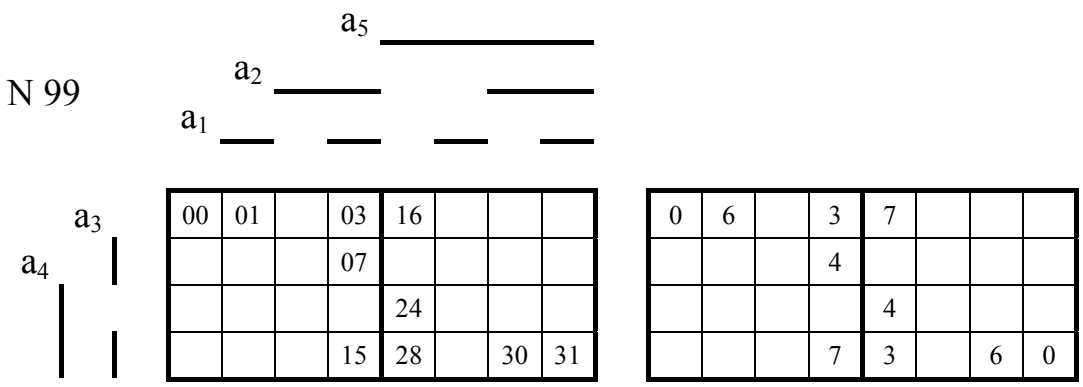
X	0	5	6	1	7	0	5	6	1	7	$d_a(5) + d_x(3)$									
	0	2	2	1	3	0	2	2	1	3	0	3	4	4	7	5	6	5	3	4
	0	2	1	1	2	0	2	1	1			0	3	3	4	6	5	6	4	3
		0	3	1	2	2	0	3	1				0	4	3	5	6	5	7	4
$d_x(3)$			0	2	1	1	3	0	2					0	3	3	4	7	5	6
				0	3	1	1	2	0						0	4	3	4	6	5
N 15					0	2	2	1	3							0	3	4	4	7
						0	2	1	1								0	3	3	4
							0	3	1									0	4	3
								0	2										0	3

N 15–20, 35–40, 67–72, 99–104, 125–130, 139–143, 159, 160, 163, 164, 171, 172, 179, 180, 185–188

Рис. 6.18

Определяя для каждого совершенного пятифазного кода кодовые расстояния контрольной части кода $d_x(3)$, нетрудно видеть, что эти коды по одинаковой структуре этих кодовых расстояний разбиваются на две равные части. На рис. 6.18 для двух представителей кодов этих частей соответственно N 9 и 15 определены, исходя из последовательностей их контрольных кодовых комбинаций (0341703417, 0561705617) и зависимости кодового расстояния $d_x(3)$ от контрольной кодовой комбинации (см. табл. 6.1), значения кодовых расстояний $d_x(3)$ и $d_a(5) + d_x(3)$, а также приведены номера всех кодов для каждой части.

Из всех совершенных пятифазных кодов рассмотрим в качестве примера код N 99, для которого соотношения между кодовыми комбинациями информационной и контрольной частей определяются рис. 6.19.

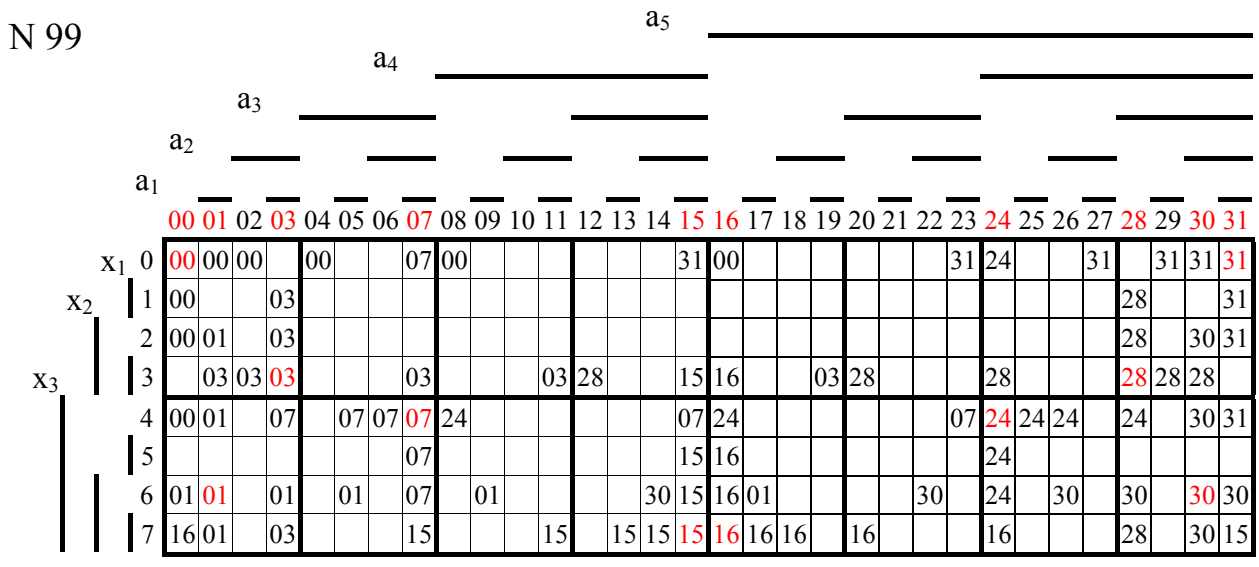


00	01		03	16			
			07				
				24			
			15	28		30	31

0	6		3	7			
			4				
				4			
			7	3		6	0

Рис. 6.19

Эти соотношения позволяют разместить в ячейках цифрового пространства координат $a_1 – a_5$, $x_1 – x_3$ (рис. 6.20) безошибочные информационные кодовые комбинации, которые, как обычно, выделены красным цветом, и эти же кодовые комбинации с одиночной ошибкой, что нами выполнялось неоднократно и не требует дополнительных пояснений.



	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
0	00	00	00		00			07	00							31	00							31	24			31		31	31	31
1	00			03																									28			31
2	00	01		03																									28		30	31
3		03	03	03				03				03	28			15	16			03	28				28				28	28	28	
4	00	01		07		07	07	07	24							07	24							07	24	24	24		24		30	31
5								07								15	16								24							
6	01	01		01		01		07		01					30	15	16	01					30		24		30		30		30	30
7	16	01		03				15				15		15	15	15	16	16	16		16				16				28		30	15

Рис. 6.20

Следующими шагами достаточно освещенного выше синтеза являются определения в этих пяти отдельных пространствах геометрических образов исправленных сигналов $a'_1 – a'_5$. Для каждого из этих многофазных сигналов кодовые комбинации, их составляющие (см. рис. 6.2) – $a'_1 = 01 \vee 03 \vee 07 \vee \vee 15 \vee 31$, $a'_2 = 03 \vee 07 \vee 15 \vee 31 \vee 30$, $a'_3 = 07 \vee 15 \vee 31 \vee 30 \vee 28$, $a'_4 = 15 \vee \vee 31 \vee 30 \vee 28 \vee 24$, $a'_5 = 31 \vee 30 \vee 28 \vee 24 \vee 24$, заменяются в пространстве координат рис. 6.20 на звездочки, что определяет их геометрические образы.

Очевидность этих операций позволяет отнести их полностью в приложения, где представляются геометрические образы сигналов $a'_1 – a'_5$ и логические зависимости их практической реализации. Здесь также рассматриваются, как и прежде, три варианта схемных решений, которые представлены в прил. 6.8–6.10.

В прил. 6.8 приведен первый вариант схемного решения, когда выполняется непосредственное покрытие геометрических образов сигналов $a'_1 – a'_5$. Второй и третий варианты (см. прил. 6.9, 6.10) реализуют возможности соответственно первоначального и заключительного исправления части одиночных ошибок, которую представляет геометрия многофазных кодов.

Для пятифазного кода (см. рис. 6.2) многофазный принцип исправления одиночных ошибок для сигнала a'_1 исправляет все одиночные ошибки в кодовых комбинациях 03, 07, 15; для сигнала a'_2 – 07, 15, 31; для сигнала a'_3 – 15, 31, 30; для сигнала a'_4 – 31, 30, 28; для сигнала a'_5 – 30, 28, 24. Именно эти исправления учитываются во втором и третьем вариантах.

Логические зависимости и затраты оборудования при исправлении информационных сигналов $a'_1 – a'_5$ представляются соответственно для трех вариантов синтеза в выражениях (6.2.1) – (6.2.5), (6.2.6) – (6.2.10), (6.2.11) – (6.2.15) и табл. 6.2.1–6.2.3.

Сравнение затрат оборудования (по общему числу входов) показывает, что для второго варианта их меньше относительно первого на 6%, а третий вариант имеет их меньше относительно первого варианта на 12%. Из этого сравнения применение третьего варианта, если не требуется достижения предельного быстродействия схем исправления одиночных ошибок, наиболее целесообразно.

Формирование сигналов контрольных разрядов, зная соответствие кодовых комбинаций информационной части кода и контрольной, является простой задачей. В прил. 6.11 приведена таблица этого соответствия для всех совершенных пятифазных кодов, которые ниже поясняются на примере кода N 9 из этой таблицы:

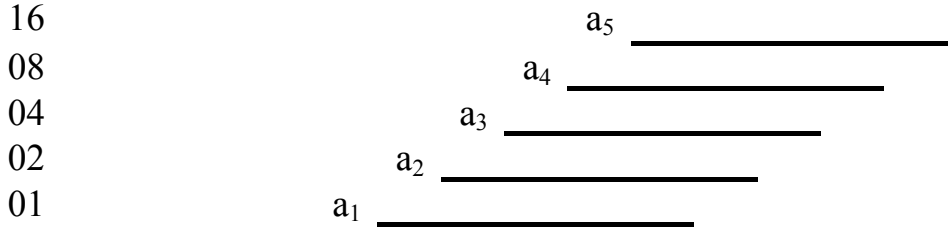
N	X	x_1	x_2	x_3	x_1	x_2	x_3
N 9	0341703417	.*.**.*.**	.*..*.*..*	..*.*..*.*	k_1	k_2	k_3
…							

В первом столбце этой таблицы записывается номер кода – N 9. Во втором – последовательность кодовых комбинаций контрольной части этого кода – 0341703417, которые взяты из прил. 6.7. В последующих трех столбцах приведены «геометрические имена» сигналов контрольных разрядов x_1, x_2, x_3 – (.*.**.*.**), (.*..*.*..*), (.*..*.*..*).

Подобная процедура выполнена и занесена в таблицу прил. 6.11 для всех 96 совершенных пятифазных кодов.

Следующим этапом заполнения таблицы является определение одинаковых «геометрических имен» контрольных разрядов для этих кодов. Число таких «геометрических имен» для всех кодов – восемь, которые обозначены $k_1 – k_8$ и занесены в следующие три столбца этой таблицы.

Для кода N 9 это имена k_1, k_2, k_3, соответствующие «геометрическим именам» сигналов x_1, x_2, x_3, которые на рис. 6.21 соотнесены с кодовыми комбинациями пятифазного кода.



W_i	00	01	03	07	15	31	30	28	24	16
$k_1 = a_1\underline{a}_2 \vee a_3\underline{a}_5 \vee \underline{a}_1a_2 \vee \underline{a}_3a_5$		*		*	*		*		*	*
$k_2 = a_1\underline{a}_2 \vee a_4\underline{a}_5 \vee \underline{a}_1a_2 \vee \underline{a}_4a_5$		*			*		*			*
$k_3 = a_2\underline{a}_3 \vee a_4\underline{a}_5 \vee \underline{a}_2a_3 \vee \underline{a}_4a_5$			*		*			*		*
$k_4 = \underline{a}_1\underline{a}_5 \vee a_2\underline{a}_3 \vee a_1a_5 \vee \underline{a}_2a_3$	*		*			*		*		
$k_5 = \underline{a}_1\underline{a}_5 \vee a_2\underline{a}_4 \vee a_1a_5 \vee \underline{a}_2a_4$	*		*	*		*		*	*	
$k_6 = \underline{a}_2\underline{a}_5 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_2a_5 \vee \underline{a}_3a_4$	*	*		*		*	*		*	
$k_7 = a_1\underline{a}_3 \vee a_4\underline{a}_5 \vee \underline{a}_1a_3 \vee \underline{a}_4a_5$		*	*				*	*		
$k_8 = \underline{a}_1\underline{a}_5 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_1a_5 \vee \underline{a}_3a_4$	*			*		*			*	

Рис. 6.21

Такая процедура выполнена здесь для всех восьми «геометрических имен», из списка которых состоят контрольные сигналы x_1, x_2, x_3, и приведены их логические зависимости от информационных сигналов $a_1 – a_5$. Эти логические выражения показывают одинаковые аппаратурные затраты для всех совершенных пятифазных кодов при кодировании их контрольной части.

В таблице этого приложения номера кодов, имеющие две различные структуры кодовых расстояний $d_x(3)$ (см. рис. 6.18), выделены разным цветом.

$$a'_1 = a_1a_2\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_2 \vee a_1a_2a_3a_4x_1x_2x_3 \vee a_2a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ a_1\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1x_3 \vee a_1a_2\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5x_1x_2x_3 \vee a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a}_5x_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_2a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1\underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2a_3a_4x_1x_2\underline{x}_3 \vee\ a_2a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_3 \vee a_1\underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3; \qquad (6.2.1)$$

$$a'_2 = a_2a_3a_4a_5\underline{x}_1 \vee a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1\underline{x}_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a}_5x_3 \vee a_1a_2a_3\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ a_2a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_4a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee a_1a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_{51}x_2\underline{x}_3 \vee a_1a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee \underline{a}_1a_3a_4a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4x_1x_2\underline{x}_3; \qquad (6.2.2)$$

$$a'_3 = a_2a_3a_4a_5\underline{x}_1 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_4x_1x_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a}_5x_3 \vee a_1a_2a_3\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_4a_5x_1\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee a_2a_3a_4x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1a_3a_4a_5x_2 \vee a_1a_2a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2 \vee$$
$$\vee\ a_1a_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{x}_1\underline{x}_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee a_2a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a}_1a_2a_3a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee a_1a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_4a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a}_1a_2a_4a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_2a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x}_3; \qquad (6.2.3)$$

$$a'_4 = a_1a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1a_3a_4a_5x_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_4\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee a_1a_2a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee a_2a_3a_4a_5\underline{x}_1 \vee$$
$$\vee\ \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_4x_1x_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2 \vee a_1a_2a_3\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_4a_5x_1\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1x_3 \vee a_2a_3a_4x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a}_4a_5x_1x_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4\underline{a}_5x_1x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_4a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_2x_3 \vee a_1a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee\ \underline{a}_2a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_5\underline{x}_1x_2x_3; \qquad (6.2.4)$$

$$a'_5 = a_1a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1a_3a_4a_5x_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_5x_3 \vee a_2a_3a_4a_5\underline{x}_1 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_4x_1x_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_3\underline{a}_4a_5x_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_5x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2 \vee \underline{a}_1a_4a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_4x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a}_1\underline{a}_2a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_4\underline{x}_1x_2x_3 \vee \underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_4a_5x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_4a_5x_1\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1a_3a_4a_5\underline{x}_1x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_2a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_2a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_5\underline{x}_1x_2x_3. \qquad (6.2.5)$$

Таблица 6.2.1

	Число входов И	Число схем ИЛИ
a'_1	138	20
a'_2	145	21
a'_3	145	22
a'_4	168	25
a'_5	166	25
	762	113

$$a'_1 = a_2a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3a_4\underline{a}_5x_1x_2 \vee a_1\underline{a}_2\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1\underline{a}_2a_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1x_2 \vee \underline{a}_1a_2a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee a_1\underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4a_5x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_3a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1\underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1\underline{a}_2a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_3; \qquad (6.2.6)$$

$$a'_2 = \underline{a}_1a_2a_3a_4a_5\underline{x}_1 \vee a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1\underline{x}_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1\underline{a}_2a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a}_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2 \vee a_1\underline{a}_2a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee a_1\underline{a}_2a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2\underline{a}_3a_4\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4x_1x_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a}_1a_2a_3\underline{a}_4a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_4x_1x_2x_3 \vee a_2\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_4\underline{a}_5x_2x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a}_1a_2a_3a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1a_3a_4a_5\underline{x}_1x_2x_3; \qquad (6.2.7)$$

$$a'_3 = a_1a_2a_3\underline{a}_4\underline{x}_1\underline{x}_2 \vee a_1a_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1\underline{a}_2a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_4x_1x_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2\underline{a}_3a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_4a_5x_1\underline{x}_3 \vee a_1a_2\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a}_4a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_4a_5x_2 \vee a_1\underline{a}_2a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a}_4\underline{a}_5x_3 \vee$$
$$\vee a_1\underline{a}_2a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee \underline{a}_2a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee a_2a_3\underline{a}_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_4a_5x_1x_2\underline{x}_3; \qquad (6.2.8)$$

$$a'_4 = a_1\underline{a}_2a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee a_1\underline{a}_2a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee a_2a_3a_4\underline{a}_5x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a}_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2 \vee a_1a_2a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3\underline{a}_4a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_3\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4\underline{a}_5x_1x_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a}_1a_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_2x_3 \vee a_1a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a}_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3; \qquad (6.2.9)$$

$$a'_5 = a_1a_2a_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_4a_5\underline{x}_1 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_3a_4\underline{a}_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4\underline{a}_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_4a_5x_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a}_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee a_1\underline{a}_2a_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_4a_5x_1x_2 \vee \underline{a}_1a_2a_4a_5\underline{x}_1x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_4a_5x_2\underline{x}_3 \vee a_1\underline{a}_2a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x}_3 \vee$$
$$\vee a_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4a_5\underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_5\underline{x}_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1\underline{a}_3\underline{a}_4a_5x_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_4\underline{x}_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_4x_1x_2x_3 \vee \underline{a}_1a_2a_3a_4a_5x_1x_2x_3 \vee \underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_4a_5x_1x_2x_3. \qquad (6.2.10)$$

Таблица 6.2.2

	Число входов И	Число схем ИЛИ
a'_1	138	19
a'_2	163	22
a'_3	131	18
a'_4	154	20
a'_5	138	19
	724	98

$$a'_1 = a_1a_2a_3a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_2 \vee a_1a_2a_4\underline{a_5}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_3a_4\underline{a_5}x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3a_5\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee\ a_1a_2a_4\underline{a_5}x_1x_2x_3 \vee a_1a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ a_2a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_2a_3a_4\underline{a_5}x_1x_2x_3 \vee a_2a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_5}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x_2}\underline{x_3}; \qquad (6.2.11)$$

$$a'_2 = a_2a_3a_4a_5\underline{x_1} \vee a_1a_2\underline{a_4}\underline{a_5}x_1\underline{x_3} \vee a_1a_2\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2\underline{a_5}x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_2a_3a_4x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_2a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}a_3a_4a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2\underline{a_4}\underline{a_5}x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_4a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_3a_4\underline{a_5}x_1x_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a_5}x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2\underline{x_3}; \qquad (6.2.12)$$

$$a'_3 = a_1a_2a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_3a_4a_5x_2 \vee a_1a_2a_3\underline{a_5}x_3 \vee a_1a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_3a_4a_5x_1\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ a_1a_2\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_2a_3a_4\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_4\underline{a_5}x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_2a_3a_4x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}a_2a_4a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_3a_4\underline{a_5}x_1x_2x_3 \vee a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee a_2a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3a_5\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3a_5\underline{x_1}x_2x_3; \qquad (6.2.13)$$

$$a'_4 = a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_4}a_5\underline{x_1}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_3a_4\underline{a_5}x_1x_2x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4a_5x_1\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee\ a_2a_3a_4x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_5\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}a_2a_3a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a_5}x_1x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee\ \underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_4\underline{a_5}x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4a_5x_1x_2\underline{x_3}; \qquad (6.2.14)$$

$$a'_5 = a_2a_3a_4a_5\underline{x_1} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_5x_3 \vee$$
$$\vee\ a_1a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_5x_1x_2 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}a_2a_3a_4\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_2}a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}a_2a_3a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4a_5\underline{x_1}x_3 \vee$$
$$\vee\ \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}x_1x_2x_3 \vee a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_5x_1x_2x_3 \vee a_2a_3a_4a_5x_1x_2x_3. \qquad (6.2.15)$$

Таблица 6.2.3

	Число входов И	Число схем ИЛИ
a'_1	142	21
a'_2	132	20
a'_3	123	19
a'_4	141	20
a'_5	132	20
	670	80

6.3. Совершенный шестифазный код

Из теории цифро-векторных множеств [2], а также представленных выше примеров синтеза совершенных многофазных кодов следует, что если известны соответствия кодовых комбинаций информационной и контрольной частей кода, а также определены кодовые расстояния этих частей кода и их суммарные величины, соответствующие требуемому значению для исправления конкретного типа ошибок, то последующее определение геометрических образов исправляемых сигналов и их логических функций по этим геометрическим образам, как показано выше, не вызывает каких-либо сложностей.

Для формирования контрольных разрядов шестифазного кода могут быть использованы [2] контрольные разряды совершенного двухфазного кода или совершенного трехфазного кода. Следовательно, общее число совершенных шестифазных кодов будет равно 384.

В прил. 6.12 приведены кодовые комбинации контрольных разрядов для всех совершенных шестифазных кодов, а также их кодовые расстояния $d_x(3)$. На рис. 6.22 на примере использования в качестве исходных контрольных разрядов двухфазного и трехфазного совершенных кодов, образованных из совершенного двоичного кода N 1, приведены эти данные.

X	0	7	4	3	0	7	4	3	0	7	4	3
$d_x(3)$ N 1 2-фаз.	0	3	1	2	0	3	1	2	0	3	1	2
		0	2	1	3	0	2	1	3	0	2	1
			0	3	1	2	0	3	1	2	0	3
				0	2	1	3	0	2	1	3	0
					0	3	1	2	0	3	1	2
						0	2	1	3	0	2	1
							0	3	1	2	0	3
								0	2	1	3	0
									0	3	1	2
										0	2	1
											0	3
	031203120312											0

X	0	7	4	1	6	5	0	7	4	1	6	5
$d_x(3)$ N 1 3-фаз.	0	3	1	1	2	2	0	3	1	1	2	2
		0	2	2	1	1	3	0	2	2	1	1
			0	2	1	1	1	2	0	2	1	1
				0	3	1	1	2	2	0	3	1
					0	2	2	1	1	3	0	2
						0	2	1	1	1	2	0
							0	3	1	1	2	2
								0	2	2	1	1
									0	2	1	1
										0	3	1
											0	2
	031122031122											0

Рис. 6.22

При использовании в качестве исходного двухфазного совершенного кода кодовые комбинации контрольной части шестифазного кода будут представлены как 074307430743, а при использовании в этом качестве трехфазного совершенного кода – 074165074165.

В соответствии с данными табл. 6.1 кодовые расстояния $d_x(3)$ для этих двух вариантов синтеза приведены на этом же рисунке для каждого варианта в табличной записи, имена таблиц которых полностью определяются их первыми строками – 031203120312, 031122031122. В прил. 6.12 аналогичные выкладки приведены для всех остальных кодов, где по именам таблиц нетрудно определить все одинаковые таблицы кодовых расстояний для совершенных шестифазных кодов.

Wi	0	1	3	7	15	31	63	62	60	56	48	32
$d_a(6)$	0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
		0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2
			0	1	2	3	4	5	6	5	4	3
				0	1	2	3	4	5	6	5	4
					0	1	2	3	4	5	6	5
						0	1	2	3	4	5	6
							0	1	2	3	4	5
								0	1	2	3	4
									0	1	2	3
										0	1	2
											0	1

X	0	7	4	3	0	7	4	3	0	7	4	3	$d_a(6) + d_x(3)$											
	0	3	1	2	0	3	1	2	0	3	1	2	0	4	3	5	4	8	7	7	4	6	3	3
		0	2	1	3	0	2	1	3	0	2	1		0	3	3	6	4	7	7	8	4	5	3
			0	3	1	2	0	3	1	2	0	3			0	4	3	5	4	8	7	7	4	6
$d_x(3)$				0	2	1	3	0	2	1	3	0				0	3	3	6	4	7	7	8	4
					0	3	1	2	0	3	1	2					0	4	3	5	4	8	7	7
N 1						0	2	1	3	0	2	1						0	3	3	6	0	7	7
							0	3	1	2	0	3							0	4	3	5	4	8
2-фаз.								0	2	1	3	0								0	3	3	6	4
									0	3	1	2									0	4	3	5
										0	2	1										0	3	3
											0	3											0	4

N 1–8, 27–34, 53–60, 79–86, 105–112, 131–138

X	4	2	5	3	4	2	5	3	4	2	5	3	$d_a(6) + d_x(3)$											
	0	2	1	3	0	2	1	3	0	2	1	3	0	3	3	3	4	7	7	8	4	5	3	4
		0	3	1	2	0	3	1	2	0	3	1		0	4	3	5	4	8	7	7	4	6	3
			0	2	1	3	0	2	1	3	0	2			0	3	3	6	4	7	7	8	4	5
$d_x(3)$				0	3	1	2	0	3	1	2	0				0	4	3	5	4	8	7	7	4
					0	2	1	3	0	2	1	3					0	3	3	6	4	7	7	8
N 192						0	3	1	2	0	3	1						0	4	3	5	4	8	7
							0	2	1	3	0	2							0	3	3	6	5	7
2-фаз.								0	3	1	2	0								0	4	3	5	4
									0	2	1	3									0	3	3	6
										0	3	1										0	4	3
											0	2											0	3

N 9–14, 41–46, 73–78, 87–92, 119–124, 151–158, 165, 166, 173–176, 183, 184, 191, 192

X	4	1	7	2	4	1	7	2	4	1	7	2	$d_a(6) + d_x(3)$											
	0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2	0	3	4	5	4	7	8	7	4	5	4	3
		0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2		0	3	4	5	4	7	8	7	4	5	4
			0	2	2	2	0	2	2	2	0	2			0	3	4	5	4	7	8	7	4	5
$d_x(3)$				0	2	2	2	0	2	2	2	0				0	3	4	5	4	7	8	7	4
					0	2	2	2	0	2	2	2					0	3	4	5	4	7	8	7
N 190						0	2	2	2	0	2	2						0	3	4	5	4	7	7
							0	2	2	2	0	2							0	3	4	5	4	7
2-фаз.								0	2	2	2	0								0	3	4	5	4
									0	2	2	2									0	3	4	5
										0	2	2										0	3	4
											0	2											0	3

N 15–26, 35–40, 47–52, 61–72, 93–104, 113–118, 125–130, 139–150, 159–164, 167–172, 177–182, 185–190

Рис. 6.23

X	0	7	4	1	6	5	0	7	4	1	6	5	$d_a(6) + d_x(3)$											
$d_x(3)$ N 1 3-фаз.	0	3	1	1	2	2	0	3	1	1	2	2	0	4	3	4	6	7	6	8	5	4	4	3
		0	2	2	1	1	3	0	2	2	1	1		0	3	4	4	5	8	6	7	6	4	3
			0	2	1	1	1	2	0	2	1	1			0	3	3	4	5	7	6	7	5	4
				0	3	1	1	2	2	0	3	1				0	4	3	4	6	7	6	8	5
					0	2	2	1	1	3	0	2					0	3	4	4	5	8	6	7
						0	2	1	1	1	2	0						0	3	3	4	5	7	6
							0	3	1	1	2	2							0	4	3	4	6	7
								0	2	2	1	1								0	3	4	4	5
									0	2	1	1									0	3	3	4
										0	3	1										0	4	3
											0	2											0	3

N 1–8, 27–34, 53–60, 79–86, 105–112, 131–138

X	4	2	5	0	6	1	4	2	5	0	6	1	$d_a(6) + d_x(3)$											
$d_x(3)$ N 192 3-фаз.	0	2	1	1	1	2	0	2	1	1	1	2	0	3	3	4	5	7	6	7	5	4	3	3
		0	3	1	1	2	2	0	3	1	1	2		0	4	3	4	6	7	6	8	5	4	4
			0	2	2	1	1	3	0	2	2	1			0	3	4	4	5	8	6	7	6	4
				0	2	1	1	1	2	0	2	1				0	3	3	4	5	7	6	7	5
					0	3	1	1	2	2	0	3					0	4	3	4	6	7	6	8
						0	2	2	1	1	3	0						0	3	4	4	5	8	6
							0	2	1	1	0	2							0	3	3	4	4	7
								0	3	1	1	2								0	4	3	4	6
									0	2	2	1									0	3	4	4
										0	2	1										0	3	3
											0	3											0	4

N 9–14, 41–46, 73–78, 87–92, 119–124, 151–158, 165, 166, 173–176, 183, 184, 191, 192

X	4	1	7	4	1	7	4	1	7	4	1	7	$d_a(6) + d_x(3)$											
$d_x(3)$ N 190 3-фаз.	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	3	4	3	6	7	6	7	6	3	4	3
		0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2		0	3	4	3	6	7	6	7	6	5	4
			0	2	2	0	2	2	0	2	2	0			0	3	4	3	6	7	6	7	6	3
				0	2	2	0	2	2	0	2	2				0	3	4	3	6	7	6	7	6
					0	2	2	0	2	2	0	2					0	3	4	3	6	7	6	7
						0	2	2	0	2	2	0						0	3	4	3	6	7	6
							0	2	2	0	2	2							0	3	4	3	6	7
								0	2	2	0	2								0	3	4	3	6
									0	2	2	0									0	3	4	3
										0	2	2										0	3	4
											0	2											0	3

N 21–26, 47–52, 61–66, 93–98, 113–118, 145–150, 161, 162, 165–170, 177, 178, 181, 182, 189, 190

X	2	1	7	0	3	5	2	1	7	0	3	5	$d_a(6) + d_x(3)$											
$d_x(3)$ N 188 3-фаз.	0	2	2	1	1	3	0	2	2	1	1	3	0	3	4	4	5	8	6	7	6	4	3	4
		0	2	1	1	1	2	0	2	1	1	1		0	3	3	4	5	7	6	7	5	4	3
			0	3	1	1	2	2	0	3	1	1			0	4	3	4	6	7	6	8	5	4
				0	2	2	1	1	3	0	2	2				0	3	4	4	5	8	6	7	6
					0	2	1	1	1	2	0	2					0	3	3	4	5	7	6	7
						0	3	1	1	2	2	0						0	4	3	4	6	7	6
							0	2	2	1	1	3							0	3	4	4	5	8
								0	2	1	1	1								0	3	3	4	5
									0	3	1	1									0	4	3	4
										0	2	2										0	3	4
											0	2											0	3

N 15–20, 35–40, 67–72, 99–104, 125–130, 139–144, 159, 160, 163, 164, 171, 172, 79, 80, 185–188

Рис. 6.24

При использовании в качестве исходных двухфазных совершенных кодов все совершенные шестифазные коды разбиваются на три равные части. Для этого варианта синтеза на рис. 6.23 приведены кодовые расстояния для информационной части кода W_i, а также кодовые расстояния контрольной части кода $d_x(3)$ и общие кодовые расстояния $d_a(6) + d_x(3)$ для каждой из этих частей. Для каждой части совершенных шестифазных кодов приведены номера исходных совершенных двухфазных кодов, использованные при их синтезе.

Если в качестве исходных используются трехфазные совершенные коды, то совершенные шестифазные коды разбиваются на четыре равные части. Этот вариант синтеза изображен на рис. 6.24, где аналогично предыдущему варианту приведены кодовые расстояния для информационной части кода W_i, кодовые расстояния контрольной части кода $d_x(3)$, а также общие кодовые расстояния $d_a(6) + d_x(3)$ для каждой из этих частей. Для всех частей совершенных шестифазных кодов приведены номера исходных совершенных трехфазных кодов, использованные при их синтезе. Очевидно, что номера двухфазных и трехфазных совершенных кодов имеют одинаковые номера с образующими их совершенными двоичными кодами основания n = 16.

Формирование сигналов контрольных разрядов, зная соответствие кодовых комбинаций информационной части кода и контрольной для двух вариантов синтеза, позволит провести их сравнение.

Для первого варианта в прил. 6.13 приведена таблица соответствия для всех совершенных шестифазных кодов, сформированных с использованием двухфазных совершенных кодов, которые поясняются на примере кода N 1 из этой таблицы. Первые две строки этой таблицы, соответствующие коду N 1, приведены ниже:

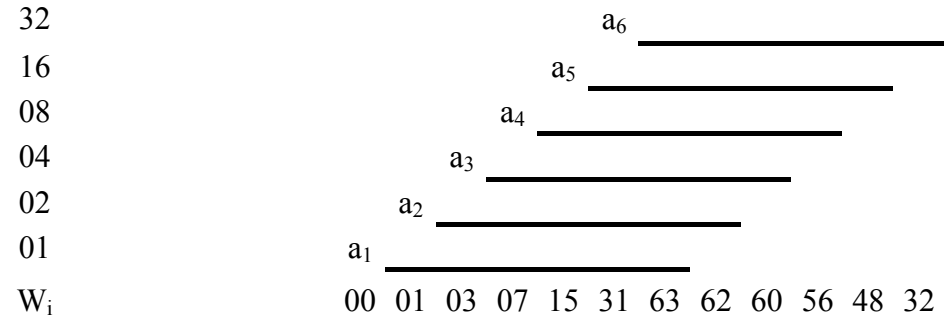
N	X	x_1	x_2	x_3	x_1	x_2	x_3	
N1	074307430743	.*.*.*.*.*	.*.*.*.*.*	.**..**..**.	k_1 (6)	k_1 (6)	k_2(3)	15

В первом столбце этой таблицы записывается номер кода – N 1. Во втором – последовательность кодовых комбинаций контрольной части этого кода – 074307430743. В последующих трех столбцах приведены «геометрические имена» сигналов контрольных разрядов x_1, x_2, x_3 – (.*.**.*.**), (.*..*.*..*), (.*..*.*..*).

Подобная процедура выполнена и занесена в таблицу прил. 6.13 для всех 192 совершенных шестифазных кодов.

Следующим этапом заполнения таблицы является определение одинаковых «геометрических имен» контрольных разрядов для этих кодов. Число таких «геометрических имен» для всех кодов – шесть, которые обозначены $k_1 – k_6$ и занесены в следующие три столбца этой таблицы.

Для кода N 1 это имена $k_1(6)$, $k_1(6)$, $k_2(3)$, соответствующие «геометрическим именам» сигналов x_1, x_2, x_3, которые на рис. 6.25 соотнесены с кодовыми комбинациями шестифазного кода.



$k_1(6) = a_1\underline{a}_2 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_5\underline{a}_6 \vee \underline{a}_1a_2 \vee \underline{a}_3a_4 \vee \underline{a}_5a_6$		*		*		*		*		*		*
$k_2(3) = a_1\underline{a}_3 \vee a_1a_5 \vee \underline{a}_3a_5$		*	*			*	*			*	*	
$k_3(6) = \underline{k}_1(6)$	*		*		*		*		*		*	
$k_4(3) = \underline{k}_2(3)$	*			*	*			*	*			*
$k_5(3) = a_2\underline{a}_4 \vee a_2a_6 \vee \underline{a}_4a_6$			*	*			*	*			*	*
$k_6(3) = \underline{k}_5(3)$	*	*			*	*			*	*		

Рис. 6.25

Такая процедура выполнена здесь для всех шести «геометрических имен», из списка которых состоят контрольные сигналы x_1, x_2, x_3, и приведены их логические зависимости от информационных сигналов $a_1 – a_6$. Эти логические выражения имеют только три значения: $k_1(6)$, $k_2(3)$, $k_5(3)$, где в скобках указано число их конъюнкций, а остальные логические зависимости $k_3(6)$, $k_4(3)$,$k_6(3)$ являются соответственно инверсией первых.

В таблице этого приложения номера кодов, имеющие три различные структуры кодовых расстояний $d_x(3)$ (см. рис. 6.23), выделены соответствующим цветом для каждой из этих частей, а в ячейках последнего столбца таблицы записано общее число конъюнкций в логических зависимостях сигналов контрольных разрядов для каждого кода.

Для второго варианта в прил. 6.14 приведена таблица соответствия для всех совершенных шестифазных кодов, сформированных с использованием трехфазных совершенных кодов, которые поясняются на примере кода N 1 из этой таблицы. Первые две строки этой таблицы , соответствующие коду N 1, приведены ниже:

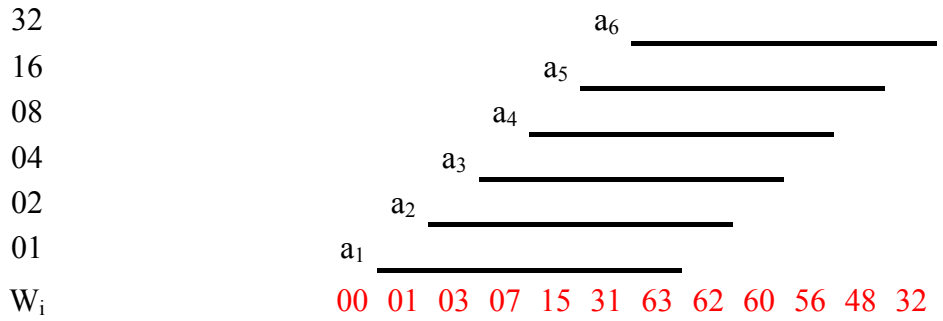
N	X	x_1	x_2	x_3	x_1	x_2	x_3	
N1	074165074165	.*.*.*.*.*.*	.*..*..*..*.	.**.**.**.**	$k_1(6)$	$k_2(4)$	$k_3(4)$	14

В первом столбце этой таблицы записывается код – N 1. Во втором – последовательность кодовых комбинаций контрольной части этого кода – 074307430743. В последующих трех столбцах приведены «геометрические имена» сигналов контрольных разрядов x_1, x_2, x_3 – (.*.*.*.*.*.*), (.*..*..*..*.), (.**.**.**.**).

Подобная процедура выполнена и занесена в таблицу прил. 6.14 для всех 192 совершенных шестифазных кодов.

Следующим этапом заполнения таблицы является определение одинаковых «геометрических имен» контрольных разрядов для этих кодов. Число таких «геометрических имен» для всех кодов – восемь, которые обозначены $k_1 – k_8$ и занесены в следующие три столбца этой таблицы.

Для кода N 1 это имена $k_1(6)$, $k_2(4)$, $k_3(4)$, соответствующие «геометрическим именам» сигналов x_1, x_2, x_3, которые на рис. 6.26 соотнесены с кодовыми комбинациями шестифазного кода.



$k_1(6) = a_1\underline{a}_2 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_5\underline{a}_6 \vee \underline{a}_1a_2 \vee \underline{a}_3a_4 \vee \underline{a}_5a_6$		*		*		*		*		*		*
$k_2(4) = a_1\underline{a}_2 \vee a_4\underline{a}_5 \vee \underline{a}_1a_2 \vee \underline{a}_4a_5$		*			*			*			*	
$k_3(4) = a_1\underline{a}_3 \vee a_4\underline{a}_6 \vee \underline{a}_1a_3 \vee \underline{a}_4a_6$		*	*		*	*		*	*		*	*
$k_4(6) = \underline{k}_1(6)$	*		*		*		*		*		*	
$k_5(4) = \underline{k}_2(4)$	*		*	*		*	*		*	*		*
$k_6(4) = \underline{k}_3(4)$	*			*			*			*		
$k_7(4) = a_2\underline{a}_3 \vee a_5\underline{a}_6 \vee \underline{a}_2a_3 \vee \underline{a}_5a_6$			*			*			*			*
$k_8(4) = \underline{k}_7(4)$	*	*		*	*		*	*		*	*	

Рис. 6.26

Такая процедура выполнена здесь для всех восьми «геометрических имен», из списка которых состоят контрольные сигналы x_1, x_2, x_3, и приведены их логические зависимости от информационных сигналов $a_1 – a_8$. Эти логические выражения имеют здесь четыре значения – $k_1(6)$, $k_2(4)$, $k_3(4)$, $k_7(4)$, где в скобках указано число их конъюнкций, а остальные логические зависимости $k_4(6)$, $k_5(4)$, $k_6(4)$, $k_8(4)$ являются соответственно инверсией первых.

В таблице этого приложения номера кодов, имеющие четыре различные структуры кодовых расстояний $d_x(3)$ (см. рис. 6.24), выделены для каждой из этих структур соответствующим цветом, а в ячейках последнего столбца таблицы, как и прежде, записано общее число конъюнкций в логических зависимостях сигналов контрольных разрядов для каждого совершенного шестифазного кода.

Для определения кода с минимальными аппаратурными затратами при формировании сигналов исправленных информационных разрядов необходимо сравнить применение этих двух вариантов синтеза контрольных разрядов совершенного шестифазного кода, например для кода N 21.

Для этого кода при использовании в качестве исходного двухфазного совершенного кода кодовые комбинации информационных разрядов и кодовые комбинации контрольных разрядов совершенного шестифазного кода представляются их соотношениями, изображенными на рис. 6.27, *а*, *б*.

N 21

a_4 a_3 a_2 a_1

a_5 / a_6																
	00	01	02	03	16	17	18	19	32	33	34	35	48	49	50	51
	04	05	06	07	20	21	22	23	36	37	38	39	52	53	54	55
	08	09	10	11	24	25	26	27	40	41	42	43	56	57	58	59
	12	13	14	15	28	29	30	31	44	45	46	47	60	61	62	63

а) кодовые комбинации информационных разрядов

a_4 a_3 a_2 a_1

a_5 / a_6																
	0	6		3					5				3			
				5												
													6			
				0				6					0		5	3

б) кодовые комбинации контрольных разрядов

Рис. 6.27

На рис. 6.27, *а* в ячейках многомерного цифрового пространства координат $a_1 - a_6$ расставлены кодовые комбинации информационных разрядов, где кодовые комбинации, соответствующие информационной части шестифазного кода, выделены красным цветом.

В этом же многомерном цифровом пространстве на рис. 6.27, *б* в ячейках, соответствующих информационным кодовым комбинациям шестифазного кода (00, 01, 03, 07, 15, 31, 32, 48, 56, 60, 62, 63), по данным прил. 6.12

для кода N 21 занесены кодовые комбинации исходного двухфазного совершенного кода: 0, 6, 3, 5, 0, 6, 5, 3, 6, 0, 5, 3.

N 21

a_5

a_4

a_3

a_2

a_1

		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
x_1	0	00	00	00		00				00							15	00												60			
x_2	1	00			03				07								15																
	2	00	01		03												15																31
x_3	3		03	03	03				03				03					48			03												63
	4	00	01						07								15																31
	5	32			07		07	07	07								07								07							62	
	6	01	01		01		01				01						31		01						31	56			31		31	31	31
	7		01		03				07																								31

		32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
x_1	0	00												60								60				60				60	60	60	
x_2	1	32																48												60		62	63
	2																	48								56				60			63
x_3	3	48			03												63	48	48	48		48			63	48			63		63	63	63
	4	32																								56				60		62	
	5	32	32	32		32			07	32						62		32						62				62			62	62	62
	6		01							56								56								56	56	56		56			31
	7	32																48								56						62	63

Рис. 6.28

На основании данных рис. 6.27, *а*, *б* в ячейки цифрового пространства координат $a_1 – a_6$, $x_1 – x_3$ рис. 6.28 занесены безошибочные информационные кодовые комбинации шестифазного кода (выделены красным цветом), а кодовые комбинации с одиночными ошибками в информационной части шестифазного кода занесены в ячейки этого пространства исходя из данных таблицы одиночных ошибок прил. 6.15.

Дальнейшие шаги по построению геометрических образов исправленных информационных сигналов $a'_1 – a'_6$ в цифровом пространстве этих координат заключаются в размещении звездочек в ячейках пространства, соответствующих простым логическим зависимостям: $a'_1 = 01 \vee 03 \vee 07 \vee 15 \vee 31 \vee 63$, $a'_2 = 07 \vee 15 \vee 31 \vee 63 \vee 62 \vee 60$, $a'_3 = 15 \vee 31 \vee 63 \vee 62 \vee 60 \vee 56$, $a'_4 = 15 \vee \vee 31 \vee 63 \vee 62 \vee 60 \vee 56$, $a'_5 = 31 \vee 63 \vee 62 \vee 60 \vee 56 \vee 48$, $a'_6 = 63 \vee 62 \vee 60 \vee \vee 56 \vee 48 \vee 32$. Ячейки пространства для каждого геометрического образа, где отсутствуют соответствующие этим выражениям кодовые комбинации, остаются пустыми.

В прил. 6.16 приведены геометрические образы сигналов $a'_1 – a'_6$, а также цветом выделены ячейки пространства, где исправление части одиночных ошибок возможно реализовать исходя из геометрии шестифазного кода. Определение логических выражений исправленных информационных сигналов в этом приложении осуществлено на основании их геометрических образов по известному из изложенного в предыдущих разделах принципу и исходя из заключительного исправления части одиночных ошибок, которую представляет геометрия многофазных кодов, поскольку именно этот вариант дал минимальные аппаратурные затраты для пятифазного совершенного кода. Результаты геометрического синтеза этих логических зависимостей следующие:

$$
\begin{aligned}
a'_1 = {} & a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_2 \vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_3a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee a_1a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_2a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee a_1a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee \\
& \vee a_1a_2a_3a_5\underline{a_6}x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee a_1a_2a_3a_4a_5a_6x_1\underline{x_3} \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_5x_2 \vee a_1a_2a_3a_4a_5x_1\underline{x_2}x_3 \vee \\
& \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee a_1a_2a_3a_4a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_5a_6x_1x_2\underline{x_3}; \qquad (6.3.1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a'_2 = {} & a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1 \vee a_1a_2\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_5x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_2a_3a_4a_5a_6x_1 \vee \\
& \vee a_2a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4a_5\underline{a_6}x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_3a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee a_1a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_4\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee \\
& \vee a_1a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{a_6}x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee \\
& \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4x_1x_2\underline{x_3} \vee a_2a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee \\
& \vee a_1a_2a_4a_5\underline{a_6}x_1x_2x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3; \qquad (6.3.2)
\end{aligned}
$$

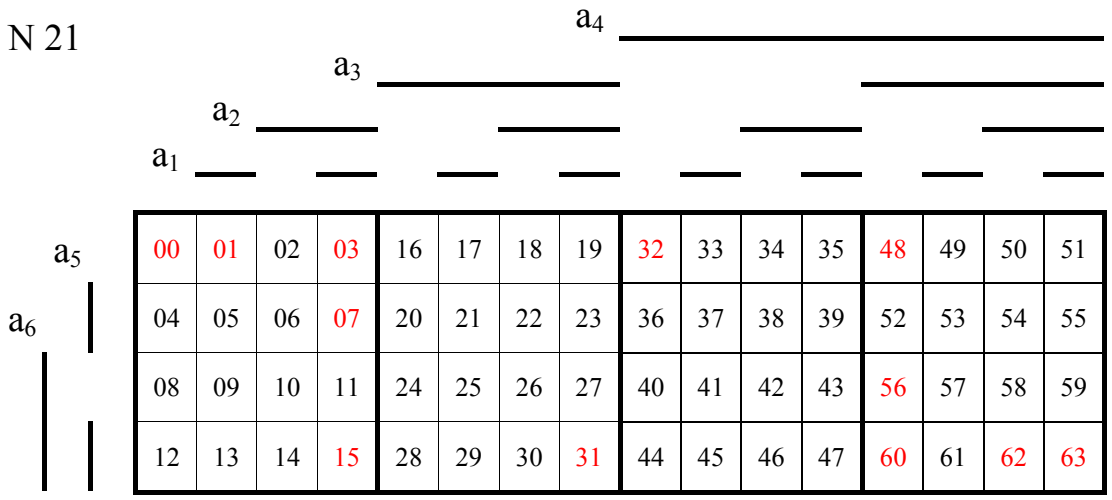
$$
\begin{aligned}
a'_3 = {} & \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a_5}\underline{a_6}x_1\underline{x_2}x_3 \vee \\
& \vee a_2a_3a_4a_5x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_3a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \\
& \vee \underline{a_1}a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3a_4a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_2a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1\underline{x_2}x_3 \vee \\
& \vee a_2a_3a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \\
& \vee a_1a_2a_3a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{a_6}x_1x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \\
& \vee \underline{a_1}a_2a_3a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_3a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3\underline{a_4}\underline{a_5}x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_3a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee a_1a_2a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3; \qquad (6.3.3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a'_4 = {} & a_1a_2a_3a_4\underline{a_6}\underline{x_1} \vee a_1a_2a_3a_4\underline{a_6}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_6\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4a_5a_6\underline{x_1} \vee \\
& \vee a_1a_2a_3a_4a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4a_5x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee a_1a_2a_3a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee a_1a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_6x_1x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee a_2a_3a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_3a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee \\
& \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4a_5a_6x_1x_2x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3; \qquad (6.3.4)
\end{aligned}
$$

$$a'_5 = \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_5x_2 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_5x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3a_4\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_5a_6x_2 \vee a_2a_3a_4a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_5a_6x_1\underline{x_3} \vee$$
$$\vee a_1a_2a_3a_4a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_2}a_3\underline{a_4}a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_3a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_3a_4a_5\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3; \quad (6.3.5)$$

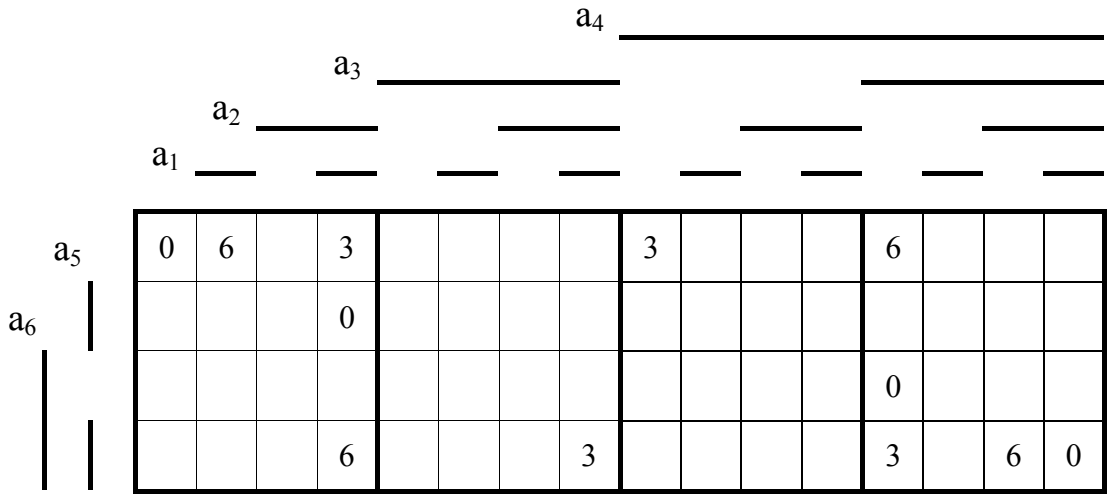
$$a'_6 = \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_1\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_5x_1\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_6x_1 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_3a_4a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_6\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_5a_6x_1 \vee$$
$$\vee a_2a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_2}a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_3}a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_5\underline{a_6}x_1x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_4}\underline{a_5}a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_2}a_3a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}x_3. \quad (6.3.6)$$

N 21



00	01	02	03	16	17	18	19	32	33	34	35	48	49	50	51
04	05	06	07	20	21	22	23	36	37	38	39	52	53	54	55
08	09	10	11	24	25	26	27	40	41	42	43	56	57	58	59
12	13	14	15	28	29	30	31	44	45	46	47	60	61	62	63

а) кодовые комбинации информационных разрядов



0	6		3					3				6			
			0												
												0			
			6				3					3		6	0

б) кодовые комбинации контрольных разрядов

Рис. 6.29

Для кода N 21 при использовании в качестве исходного для формирования контрольных разрядов трехфазного совершенного кода кодовые комбинации информационных разрядов и кодовые комбинации контрольных разрядов совершенного шестифазного кода представляются их соотношениями, изображенными на рис. 6.29, *а* , *б*.

В них информационным кодовым комбинациям (00, 01, 03, 07, 15, 31, 32, 48, 56, 60, 62, 63) по данным прил. 6.12 для кода N 21 поставлены в соответствие кодовые комбинации исходного трехфазного совершенного кода – 0, 6, 3, 0, 6, 3, 3, 6, 0, 3, 6, 0.

Все дальнейшие действия по заполнению многомерного цифрового пространства безошибочными и ошибочными информационными кодовыми комбинациями (рис. 6.30), а также по синтезу геометрических образов исправленных сигналов $a'_1 – a'_6$ и дальнейшему определению по их геометрическим образам логических выражений аналогичны приведенному выше.

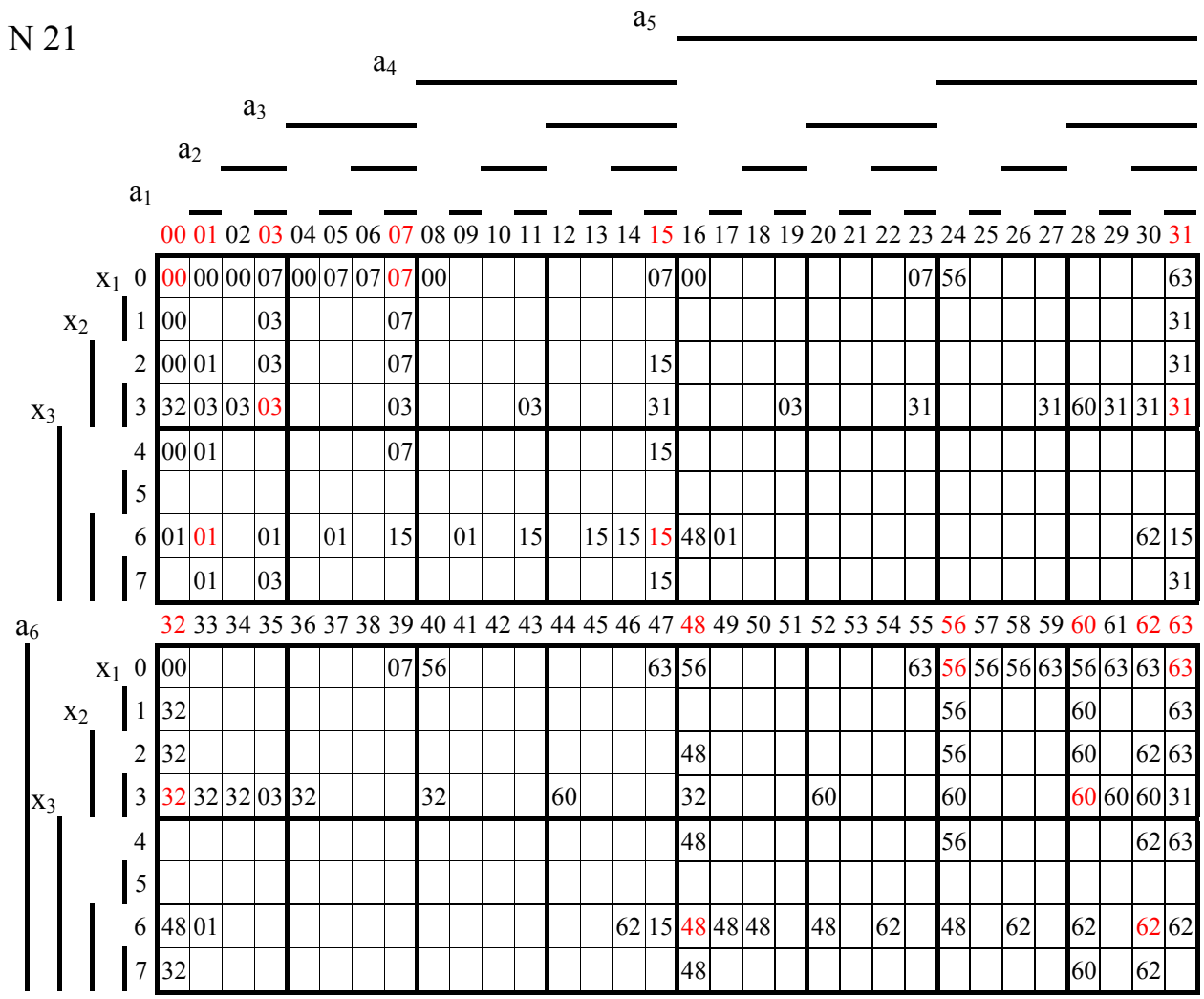


Рис. 6.30

Результаты этого синтеза представлены в прил. 6.17, а логические выражения (6.3.7) – (6.3.12) исправленных информационных сигналов следующие:

$$a'_1 = a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_2 \vee a_1a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee a_2a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4\underline{a_5}\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_3a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x_3} \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee$$
$$\vee a_1\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_2a_3a_4\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_2a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3}; \quad (6.3.7)$$

$$a'_2 = a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3\underline{a_5}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee a_2a_3a_4a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_2a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_2a_3a_4a_5a_6\underline{x_1} \vee a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_2a_3a_4a_5a_6x_1x_2x_3 \vee a_1\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_4\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee a_1a_2a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3; \quad (6.3.8)$$

$$a'_3 = a_1a_2\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_3a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3\underline{a_5}\underline{a_6}x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2 \vee a_1a_2a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_5a_6x_2 \vee a_1a_2a_3\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2} \vee a_1a_2a_3a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee \underline{a_1}a_3a_4a_5a_6x_1\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3\underline{a_5}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_3a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}a_2a_3a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_2a_3\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_4\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3}; \quad (6.3.9)$$

$$a'_4 = a_1a_2a_3a_4\underline{a_6}x_2 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4a_5a_6\underline{x_2} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee a_1a_2a_3a_4\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}x_3 \vee a_1a_2a_3a_4\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee a_1a_2a_3\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee a_1a_2a_4a_5\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}a_2a_4a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_3a_4\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3\underline{a_5}\underline{a_6}\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}a_2a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_5a_6x_1x_2\underline{x_3}; \quad (6.3.10)$$

$$a'_5 = a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_5a_6\underline{x_1} \vee$$
$$\vee a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a_1}a_2\underline{a_3}a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_5\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_5a_6x_2x_3 \vee a_1a_2a_4a_5\underline{a_6}x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_5x_1x_2 \vee a_1a_2a_3a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3; \quad (6.3.11)$$

$$a'_6 = \underline{a_1}\underline{a_2}a_3a_4a_5x_1x_2\underline{x_3} \vee a_4a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_6x_2 \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_5\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}a_2a_3a_4a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}a_4a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee a_2a_3a_4a_5a_6\underline{x_1} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_6x_1\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_2}a_3a_4a_5a_6x_1x_2\underline{x_3} \vee \underline{a_1}\underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}x_1x_2\underline{x_3} \vee a_1a_2a_3a_4a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_1}a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee$$
$$\vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}\underline{a_6}x_1x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_5a_6\underline{x_1}\underline{x_2}\underline{x_3} \vee \underline{a_2}\underline{a_3}\underline{a_4}a_5a_6\underline{x_1}x_2x_3 \vee a_1a_2a_3a_4a_5a_6\underline{x_2}\underline{x_3} \vee$$
$$\vee \underline{a_1}\underline{a_3}\underline{a_4}\underline{a_5}a_6x_1x_2\underline{x_3}. \quad (6.3.12)$$

Результаты сравнения этих двух вариантов синтеза приведены в табл. 6.3.1, где для каждого из исправленных информационных сигналов приведены число входов схем И, число схем ИЛИ, а также их общее значение для этих вариантов.

Таблица 6.3.1

	2-фазн.		3-фазн.	
Сигналы	Входы схем И	Входы схем ИЛИ	Входы схем И	Входы схем ИЛИ
a'_1	195	25	181	24
a'_2	204	26	174	23
a'_3	229	29	182	24
a'_4	211	27	167	22
a'_5	249	32	173	21
a'_6	243	31	157	19
Сумма	1131	170	1034	133

Аксиомы не являются непреложными и неизменными: они в процессе исторического развития знания подлежат проверке, уточнению на опыте и обоснованию.

А.Н. Колмогоров

Глава 7

УПРОЩЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Теория многомерных цифро-векторных множеств неразрывно связана с арифметическими таблицами либо таблицами состояний (истинности), а логические функции, составленные на основании этих таблиц, в алгебре логики принято называть совершенной дизъюнктивной нормальной формой функции. Причем конъюнкции, входящие в эту форму функции, обычно в этой алгебре называют полными импликантами.

В теории многомерных цифро-векторных множеств, в основу которой положен расширенный натуральный ряд чисел, собранный в единую многомерную систему, и в случае, когда используется основной двоичный принцип кодирования цифр для определенного основания системы счисления, полные импликанты – это весовые значения кодовых комбинаций, совпадающие с цифрой в её двоичной записи.

При недвоичном, например многофазном либо ином избыточном принципе кодирования цифр основания системы счисления, весовые значения кодовых комбинаций цифр не являются их двоичной формой записи цифры, и число цифр основания системы счисления здесь всегда меньше всех возможных кодовых комбинаций.

Тем не менее теория многомерных цифро-векторных множеств позволяет весьма просто упрощать её любую совершенную дизъюнктивную нормальную форму записи как при двоичном, так и при любом ином принципе кодирования, что многократно было показано автором в примерах [2] и предыдущих главах. Тем не менее представляет определенный интерес сравнить методы теории многомерных цифро-векторных множеств по упрощению логических функций с другими известными, например аналитическими и геометрическими, методами.

7.1. Аналитические методы упрощения

Первым из аналитических методов упрощения логических функций следует назвать метод Квайна [10], который выполняется в два этапа: на первом этапе реализуются все возможные склеивания импликант, на втором – составляется таблица так называемых простых импликант, на основе которой определяются и вычеркиваются избыточные простые импликанты.

В результате поиска по таблице простых импликант на основе алгебры логики находятся все тупиковые простые минимальные дизъюнктивные нормальные формы функций.

Э.А. Якубайтисом в [11] подробно рассмотрен метод Квайна на примере логической функции $z_1 = 0 \vee 2 \vee 4 \vee 6 \vee 9 \vee 10 \vee 11 \vee 13 \vee \vee 14 \vee 15$, который изложен на трех страницах, и сделан вывод о его громоздкости.

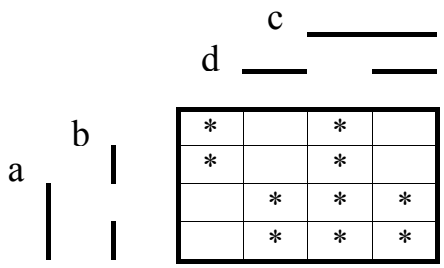


Рис. 7.1

Рассмотрим этот пример методом теории многомерных цифро-векторных множеств.

На рис. 7.1 приведена эта функция в четырехмерном цифровом пространстве координат d, c, b, a, где обозначение аргументов функции (координат пространства) сохранено для наглядности таким же, как в первоисточнике.

Из этого геометрического представления непосредственно следуют две минимальные тупиковые логические функции $z_1(1)$, $z_1(2)$, которые приведены на рис. 7.2. Получение их настолько очевидно, что не требуется каких-либо дополнительных пояснений.

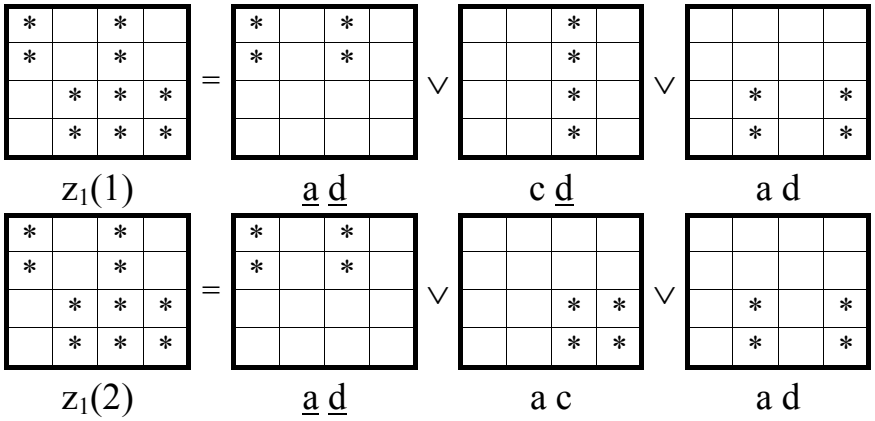


Рис. 7.2

Попытка уменьшить громоздкость метода Квайна была осуществлена Мак-Класки [12]. Этот метод, который стал называться методом Квайна – Мак-Класки, использует не конъюнкции, а номера строк таблицы состояний, т.е. кодовые комбинации. При этом им было введено понятие индекса полной импликанты, равного числу входящих в нее сигналов, не имеющих отрицаний. Такое нововведение позволило Мак-Класки выработать формальное правило, упрощающее запись конъюнкций, и несколько уменьшить перебор вариантов склеивающихся пар на первом этапе. На втором этапе, как и раньше, составляется таблица так называемых простых импликант, на основе которой определяются и вычеркиваются избыточные простые импликанты.

Э.А. Якубайтисом в [11] рассмотрен этот метод Квайна – Мак-Класки на примере другой, более сложной логической функции $z_2 = 0 \vee 2 \vee 5 \vee 6 \vee 10 \vee \vee 11 \vee 12 \vee 13 \vee 14 \vee 15$.

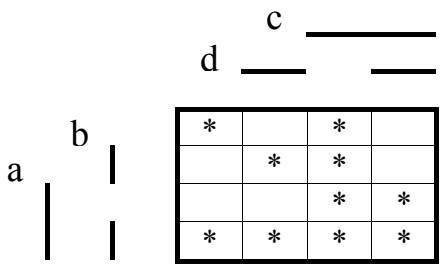


Рис. 7.3

Несмотря на некоторое уменьшение громоздкости, по сравнению с методом Квайна, этот метод также значительно уступает методу многомерных цифро-векторных множеств.

Покажем на этом же примере синтез, используя метод многомерных цифро-векторных множеств, который представлен на рис. 7.3, а определение минимальной тупиковой логической функции поясняется разложением геометрического образа этой функции на элементарные составляющие (рис. 7.4).

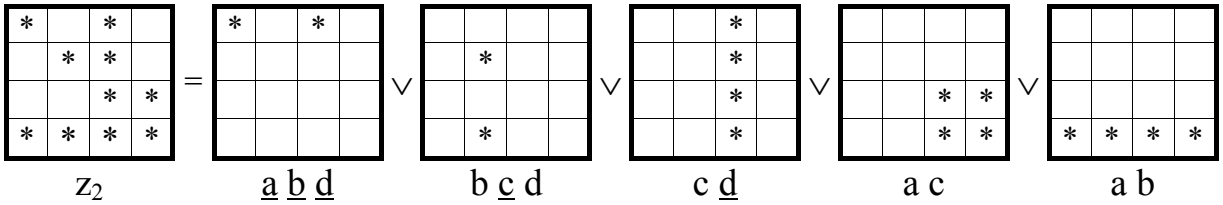


Рис. 7.4

Из рис. 7.4 оптимальное покрытие геометрического образа этой логической функции также очевидно.

В [13] С.В. Яблонским сделана попытка формализации процедуры минимизации булевых функций, где введен индекс простоты L, характеризующий сложность функции, с формулировкой ряда аксиом (неотрицательности, монотонности, выпуклости, инвариантности), а также введен ряд определений и теорем, где изложение алгоритма синтеза минимизации приводится на примере элементарной функции из трех аргументов $z_3 = 0 \vee 1 \vee 3 \vee 4 \vee 5 \vee 7$ (рис. 7.5).

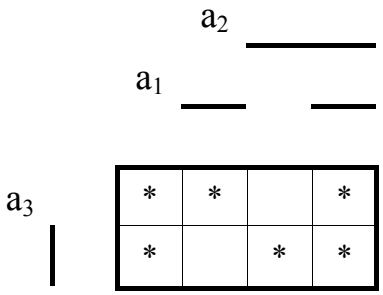


Рис. 7.5

Необходимо отметить громоздкость выполнения алгоритма этого синтеза, которое практически мало чем отличается от метода Квайна – Мак-Класки. В [13] автором справедливо отмечается, что «трудоемкость алгоритма с использованием процедуры упрощений остается весьма значительной» (с. 306).

Решение этого примера методом многомерных цифро-векторных множеств позволяет непосредственно по геометрическому образу (см. рис. 7.5) определить эту минимальную тупиковую логическую функцию, что отражено на рис. 7.6.

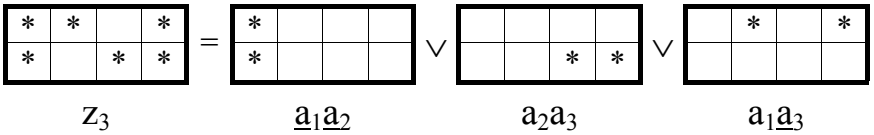


Рис. 7.6

Определения для этой функции числа минимальных тупиковых форм оставим для последующего рассмотрения.

7.2. Геометрические методы упрощения

Задача минимизации логических функций на основе метода многомерных цифро-векторных множеств является комбинированной, где исходная функция, заданная таблицей истинности либо непосредственно логическим выражением, представляется в аналитической форме, а вторая – в геометрической форме.

Известно решение задачи минимизации именно в таком комбинационном плане [13]. Для этого С.В. Яблонскому потребовалось в упомянутой книге привести целый ряд новых определений и доказательств теорем, что вместо упрощения привело к усложнению задачи минимизации логических функций. В этой работе приведено сравнение ряда алгоритмов минимизации и сделан вывод об их эффективности, и, тем не менее, здесь же делается справедливый вывод даже об одном таком «эффективном» алгоритме: «Однако уже даже для функций, зависящих от небольшого числа переменных, алгоритм может оказаться весьма трудоемким и практически непригодным» (с. 321).

Предоставим «чистым» математикам делать вывод о строгости доказательства теорем в этой работе, а рассмотрим только два примера из нее.

Первый, который представляется как «более сложный пример на построение тупиковых дизъюнктивных нормальных форм, используя геометрические соображения» (с. 316), характеризуется логической функцией, заданной в этой работе таблицей истинности.

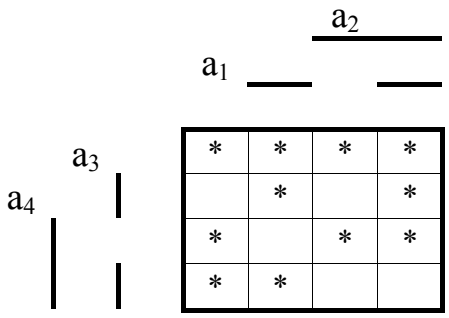


Рис. 7.7

Геометрический образ этой функции в теории многомерных цифро-векторных множеств (рис. 7.7) элементарным образом разлагается на четыре геометрические фигуры (рис. 7.8), определяющие его покрытие и логическую зависимость искомой функции.

Вопрос о наличии или отсутствии других тупиковых нормальных форм этой функции, как и прежде, оставим для последующего рассмотрения, что будет проведено в отдельном разделе этой главы.

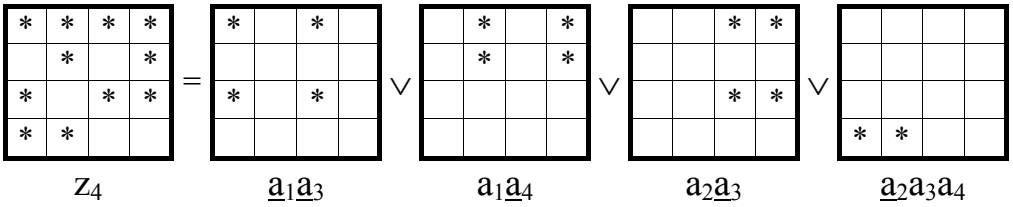


Рис. 7.8

Второй пример, изложение решения которого занимает в этой работе три полных страницы, задается симметричной функцией, геометрический образ которой приведен на рис. 7.9.

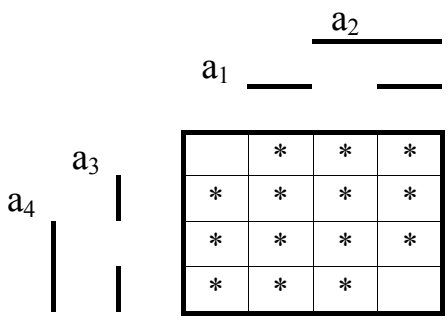


Рис. 7.9

Решение же этого примера методом многомерных цифро-векторных множеств дает разложение геометрического образа исходной логической функции на геометрические составляющие, которые можно также называть подмножествами исходного множества (рис. 7.10) и которые непосредственно сразу определяют первую минимальную тупиковую нормальную дизъюнктивную форму функции z_5.

Очевидная симметрия этого геометрического образа позволяет предполагать, что число таких минимальных форм будет значительным.

Оставим определение всех минимальных форм и для этого примера для последующего рассмотрения.

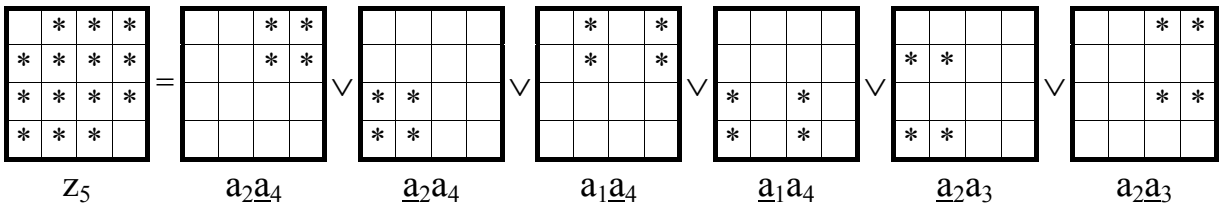


Рис. 7.10

Хотелось бы понять, почему применение наглядной геометрии в [13] не позволило синтезировать оптимальные алгоритмы минимизации логических функций? Хотя, по словам академика А.Д. Александрова, известно, что «понятия, идущие из наглядной геометрии, вообще имеют в современной науке чрезвычайно большое значение… и она позволяет ухватить в одном представлении то, к чему алгебра и анализ приходят последовательными шагами. Там, где удается провести геометрическую точку зрения и геометрический метод, всегда достигается успех настолько существенный, насколько геометрический взгляд соответствует сущности предмета».

По нашему мнению, применение геометрической постановки задачи в [13] заключается в правильном подходе к ее решению, но неудачном выборе представления множеств всех наборов натуральных чисел, характеризующих любую логическую функцию. Эти наборы рассматриваются в книге как множество всех вершин n-мерных кубов, и любой даже такой изящный синтез, который применен здесь, не мог дать желаемого результата, поскольку выбранные исходные n-мерные пространства получаются очень сложными и практически не приспособленными для применения этих алгоритмов на вычислительных машинах.

В теории многомерных цифро-векторных множеств для этой задачи используется другое нумерованное наглядное простое пространство Е.С. Федорова, использование которого с учетом его симметрии, а также с учетом симметрии конкретной арифметической или логической операций позволяет выполнить синтез логических функций в любых системах счисления, в том

числе основной двоичной, и осуществить минимизацию этих логических функций.

Нельзя оставить без внимания использование для минимизации логических функций карт Карно, которые также являются геометрическим вариантом решения этой задачи.

Применение этих карт широко освещено в учебной литературе, где наиболее часто говорится об ограничении их применения числом переменных не более пяти или шести. Карты Карно могут, очевидно, также рассматриваться как определенное заполнение, хотя это не отмечается ни в одной публикации, именно ячеек многомерного цифрового пространства кодовыми комбинациями основного двоичного кода.

Теория многомерных цифро-векторных множеств практически не имеет ограничений по числу таких переменных. В [2] приведено решение задач, где число входных переменных, например, достигает пятнадцати.

В чем причина такого значительного отличия, постараемся разобраться.

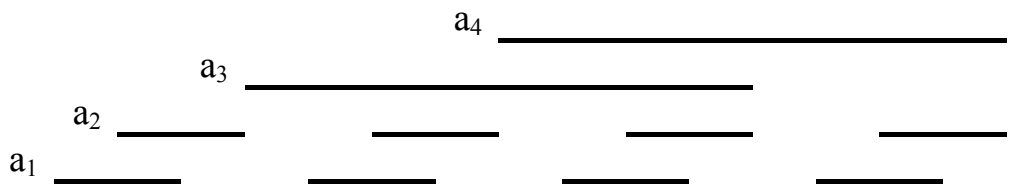
В картах Карно ячейки пространства заполняются таким образом, чтобы при переходе от одной клетки пространства в соседнюю как по горизонтали, так и по вертикали изменялась только одна переменная в двоичной форме записи номера ячейки. Следовательно, в картах Карно нарушается естественный порядок натурального ряда чисел основного двоичного кода при нумерации этих ячеек пространства.

Например, для шести переменных $a_1 - a_6$ соотношения кодовых комбинаций основного двоичного кода, назовем его кодом Карно, определяются табл. 7.1, где кодовые комбинации основного двоичного кода в десятичной записи натуральных чисел представлены красным цветом, а кода Карно – черным.

Таблица 7.1

00/00	01/01	02/03	03/02	16/16	17/17	18/19	19/18
04/04	05/05	06/07	07/06	20/20	21/21	22/23	23/22
08/12	09/13	10/15	11/14	24/28	25/29	26/31	27/30
12/08	13/09	14/11	15/10	28/24	29/25	30/27	31/26
32/32	33/33	34/35	35/34	48/48	49/49	50/51	51/50
36/36	37/37	38/39	39/38	52/52	53/53	54/55	55/54
40/44	41/45	42/47	43/46	56/60	57/61	58/63	59/62
44/40	45/41	46/43	47/42	60/56	61/57	62/59	63/58

В соответствии с этой таблицей на рис. 7.11 графически представлен названный нами код карты Карно, например, для четырех переменных $a_1 - a_4$.



код Карно	00	01	03	02	04	05	07	06	12	13	15	14	08	09	11	10
двоичный код	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15

Рис. 7.11

Из этого представления видно, что данный код может рассматриваться как двухразрядный код основания n = 4, где каждое основание представлено в двухфазном коде. Первый разряд – переменные a_1, a_2, второй разряд – a_3 a_4.

Несложно видеть, что с увеличением числа переменных a_i возрастает только число разрядов при двухфазном представлении каждого из них.

Введенное в теории многомерных цифро-векторных множеств название пространства «цифро-векторное» определяется неразрывной нумерацией ячеек цифрами натурального ряда, что для основного двоичного кода совпадает с их кодовыми комбинациями, а пространство, задаваемое картой Карно, нарушает это положение для двоичного представления информации и может называться поэтому здесь только цифровым. Число таких цифровых пространств $(2^i)!$ (факториал), и код карты Карно – один из них.

Следовательно, карты Карно не применимы для минимизации логических функций, которые формируются из арифметических таблиц для основной двоичной системы счисления, а для чисто логических задач, также неразрывно связанных с двоичной системой счисления, применение карт Карно при большом количестве переменных их только усложняет.

Тем не менее двухфазная неизбыточная система счисления, которой соответствуют карты Карно, широко используется в системах электропривода. В этом случае карты Карно полностью соответствуют цифро-векторному пространству [3], в котором возможно представление всей машинной арифметики. Двухфазный принцип кодирования основания n = 4 представляет альтернативу двоичному кодированию этого основания и может служить основой построения систем счисления еще большего основания. При этом аппаратурные затраты на выполнение всех операций машинной арифметики не уступают двоичному принципу кодирования этого основания системы счисления.

7.3. Алгоритм определения списка логических функций

Поскольку любая логическая функция имеет в многомерном цифро-векторном пространстве свой геометрический образ и «геометрическое имя», то определение числа симметрий этого геометрического образа, когда при определенных поворотах относительно осей симметрии этого пространства ее

фигура остается неизменной, определяет простой алгоритм поиска всех, например тупиковых минимальных форм.

Этот алгоритм заключается в определении нового мысленного положения координат относительно исходного, когда геометрический образ функции и соответственно ее «имя» остаются неизменными, и нахождении среди них всех логических функций, получаемых соответствующей заменой аргументов в исходной функции, но отличных от нее.

Для четырехмерного цифро-векторного пространства (a_1 – a_4) для этой цели служат две таблицы, которые представлены в приложении первой главы: табл. 1.1 (abcdefghiklmnpqr) предназначена для визуального определения всех геометрических образов логических функций и их «имен», а табл. 1.2 (abcdefghiklmnpqr) указывает новое положение координат этих геометрических образов.

Для трехмерного цифро-векторного пространства (a_1 – a_3) аналогичные данные представлены в одной табл. 7.1 (abcdefgh) приложения седьмой главы.

Определим минимальные тупиковые формы для логических функций $z_1 - z_5$, представленных в предыдущих разделах.

Первая логическая функция z_1 сразу была представлена нами двумя тупиковыми формами. Тем не менее проведем формальный поиск ее тупиковых форм по предложенному алгоритму.

Исходная тупиковая логическая функция $z_1(1) = \underline{a_1}\underline{a_4} \vee \underline{a_1}a_2 \vee a_1a_4$, геометрический образ которой изображен на рис. 7.1, используется для замены букв латинского алфавита a, c, e, g, k, l, m, p, q, r в табл 1.1 (abcdefghiklmnpqr) и 1.2 (abcdefghiklmnpqr) на звездочки (*), а остальных букв в этих таблицах – на точки (.), что превращает эти таблицы в новые – табл. 7.2 (**.*.*..***.***) и табл. 7.3 (**.*.*..***.***), которые приведены в приложении седьмой главы.

В каждой из этих таблиц четыре раза встречаются геометрический образ и геометрическое «имя» исходной логической функции. Это соответствует четырем положениям координат: $a_1a_2a_3a_4$, $a_1a_2\underline{a_3}a_4$, $\underline{a_4}a_2a_3\underline{a_1}$, $\underline{a_4}a_2\underline{a_3}\underline{a_1}$.

Поскольку в $z_1(1)$ отсутствует операнд a_3, то остаются только два из них – $a_1a_2a_4$, $\underline{a_4}a_2\underline{a_1}$. Первое положение координат соответствует исходной (первой) тупиковой логической функции, а второе – следующей тупиковой логической функции, которая получается из первой соответствующей заменой координат: $z_1(2) = \underline{a_1}\underline{a_4} \vee a_2a_4 \vee a_1a_4$.

Вторая исходная тупиковая логическая функция $z_2(1) = \underline{a_1}\underline{a_3}\underline{a_4} \vee a_1\underline{a_2}a_3 \vee$ $\vee\ \underline{a_1}a_2 \vee a_2a_4 \vee a_3a_4$, геометрический образ которой изображен на рис. 7.3, используется для замены букв латинского алфавита a, c, f, g, l, m, n, p, q, r в табл. 1.1 (abcdefghiklmnpqr) и 1.2 (abcdefghiklmnpqr) на звездочки (*), а остальных букв в этих таблицах – на точки (.), что превращает эти таблицы в новые – табл. 7.4 (**..**...******) и табл. 7.5 (**..**...******), которые приведены в приложении седьмой главы.

В каждой из этих таблиц два раза встречаются геометрический образ и геометрическое «имя» исходной логической функции $z_2(1)$. Это соответствует следующим положениям координат: $a_1a_2a_3a_4$, $\underline{a_3}a_4\underline{a_1}a_2$, причем второе по-

ложение координат не изменяет исходную тупиковую логическую функцию, следовательно, она одна – $z_2(1)$.

Третья исходная тупиковая логическая функция $z_3(1) = \underline{a}_1\underline{a}_2 \vee a_2a_3 \vee a_1\underline{a}_3$, геометрический образ которой изображен на рис. 7.5, используется для замены соответствующих букв латинского алфавита на звездочки и точки в табл. 7.1 (abcdefgh) приложения седьмой главы в следующую таблицу:

Таблица 7.1 (*. * *. * *)*

..** $a_1a_2a_3$	***..*** $\underline{a}_1a_2a_3$	.******. $a_1\underline{a}_2a_3$	*.****.* $a_1a_2\underline{a}_3$	*.****.* $\underline{a}_1\underline{a}_2a_3$	.******. $\underline{a}_1a_2\underline{a}_3$	***..*** $a_1\underline{a}_2\underline{a}_3$	**.**.** $\underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3$
*.****.* $a_2a_1a_3$	.******. $\underline{a}_2a_1a_3$	***..*** $a_2\underline{a}_1a_3$	**.**.** $a_2a_1\underline{a}_3$	**.**.** $\underline{a}_2\underline{a}_1a_3$	***..*** $\underline{a}_2a_1\underline{a}_3$	.******. $a_2\underline{a}_1\underline{a}_3$	*.****.* $\underline{a}_2\underline{a}_1\underline{a}_3$
..** $a_3a_2a_1$	***..*** $\underline{a}_3a_2a_1$	.******. $a_3\underline{a}_2a_1$	*.****.* $a_3a_2\underline{a}_1$	*.****.* $\underline{a}_3\underline{a}_2a_1$	.******. $\underline{a}_3a_2\underline{a}_1$	***..*** $a_3\underline{a}_2\underline{a}_1$	**.**.** $\underline{a}_3\underline{a}_2\underline{a}_1$
.. $a_1a_3a_2$	**.**.** $\underline{a}_1a_3a_2$	*.****.* $a_1\underline{a}_3a_2$	.******. $a_1a_3\underline{a}_2$	.******. $\underline{a}_1\underline{a}_3a_2$	*.****.* $\underline{a}_1a_3\underline{a}_2$	**.**.** $a_1\underline{a}_3\underline{a}_2$	***..*** $\underline{a}_1\underline{a}_3\underline{a}_2$
*.****.* $a_2a_3a_1$	.******. $\underline{a}_2a_3a_1$	***..*** $a_2\underline{a}_3a_1$	**.**.** $a_2a_3\underline{a}_1$	**.**.** $\underline{a}_2\underline{a}_3a_1$	***..*** $\underline{a}_2a_3\underline{a}_1$	.******. $a_2\underline{a}_3\underline{a}_1$	*.****.* $\underline{a}_2\underline{a}_3\underline{a}_1$
.. $a_3a_1a_2$	**.**.** $\underline{a}_3a_1a_2$	*.****.* $a_3\underline{a}_1a_2$	.******. $a_3a_1\underline{a}_2$	.******. $\underline{a}_3\underline{a}_1a_2$	*.****.* $\underline{a}_3a_1\underline{a}_2$	**.**.** $a_3\underline{a}_1\underline{a}_2$	***..*** $\underline{a}_3\underline{a}_1\underline{a}_2$

В этой таблице двенадцать раз встречаются геометрический образ и геометрическое «имя» исходной логической функции $z_3(1)$. Это соответствует следующим положениям координат: $a_1a_2a_3$, $\underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_3$, $a_2a_1\underline{a}_3$, $\underline{a}_2\underline{a}_1a_3$, $a_3a_2a_1$, $\underline{a}_3\underline{a}_2\underline{a}_1$, $\underline{a}_1a_3a_2$, $a_1\underline{a}_3\underline{a}_2$, $a_2a_3\underline{a}_1$, $\underline{a}_2\underline{a}_3a_1$, $\underline{a}_3a_1a_2$, $a_3\underline{a}_1\underline{a}_2$.

Выполняя повороты в соответствии с этими положениями координат, несложно определить, что эта логическая функция изменяется только два раза, что соответствует двум тупиковым функциям $z_3(1)$, $z_3(2) = a_1a_2 \vee \underline{a}_2\underline{a}_3 \vee \underline{a}_1a_3$.

Первой тупиковой функции $z_3(1)$ соответствуют повороты $a_1a_2a_3$, $a_2a_1\underline{a}_3$, $\underline{a}_2\underline{a}_3a_1$, $\underline{a}_3\underline{a}_2\underline{a}_1$, $\underline{a}_1a_3a_2$, $a_3\underline{a}_1\underline{a}_2$, а остальные – $z_3(2)$.

Четвертая исходная тупиковая логическая функция $z_4(1) = \underline{a}_1\underline{a}_3 \vee a_1\underline{a}_4 \vee$ $\vee\ a_2\underline{a}_3 \vee \underline{a}_2a_3a_4$, геометрический образ которой изображен на рис. 7.7, используется для замены соответствующих букв латинского алфавита в табл. 1.1 (abcdefghiklmnpqr) и 1.2 (abcdefghiklmnpqr) на звездочки и точки, что пре-

вращает эти таблицы в новые – табл. 7.6 (***.*.**.****..) и табл. 7.7 (***.*.**.****..), которые приведены в приложении седьмой главы.

В каждой из этих таблиц геометрический образ и геометрическое «имя» исходной логической функции $z_4(1)$ встречаются только один раз. Эта функция полностью асимметрична и содержит одну тупиковую форму – $z_4(1)$.

Если все предыдущие примеры имеют результаты. совпадающие с первоначальными источниками [11] и [13], то пример для функции $z_5(1)$ отличается от своего исходного решения в [13] и поэтому его следует рассмотреть более детально.

Пятая исходная тупиковая логическая функция $z_5(1) = a_2\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_2 \vee a_1\underline{a}_4 \vee$ $\vee\ a_4\underline{a}_1 \vee a_3\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_3$, геометрический образ которой изображен на рис. 7.9, используется для замены соответствующих букв латинского алфавита в табл. 1.1 (abcdefghiklmnpqr) и 1.2 (abcdefghiklmnpqr) на звездочки и точки в соответствии с ее геометрическим образом, что превращает эти таблицы в новые – табл. 7.8 (.**********.) и 7.9 (.**********.), которые также приведены в приложении седьмой главы.

В каждой из этих таблиц геометрический образ и геометрическое «имя» исходной логической функции $z_5(1)$ встречаются 48 раз. Поскольку эта логическая функция может быть представлена как дизъюнкция трех схем «исключающее ИЛИ», каждая из которых при инвертировании всех аргументов остается неизменной, то вторые половины табл. 7.8, 7.9 могут не учитываться и число новых логических функций сокращается до 24.

Все эти логические функции приведены в табл. 7.2.

Таблица 7.2

1 2 3 4	$a_2\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_2 \vee a_1\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_1 \vee a_3\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_3$	2 1 3 4	$a_1\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_1 \vee a_2\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_2 \vee a_3\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_3$
3 2 1 4	$a_2\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_2 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_3 \vee a_1\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_1$	4 3 2 1	$a_3\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_3 \vee a_4\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_4 \vee a_2\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_2$
1 3 2 4	$a_3\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_3 \vee a_1\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_1 \vee a_2\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_2$	2 3 1 4	$a_3\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_3 \vee a_2\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_2 \vee a_1\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_1$
3 1 2 4	$a_1\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_1 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_3 \vee a_2\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_2$	4 2 3 1	$a_2\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_2 \vee a_4\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_4 \vee a_3\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_3$
1 4 3 2	$a_4\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_4 \vee a_1\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_1 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_3$	2 4 3 1	$a_4\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_4 \vee a_2\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_2 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_3$
3 4 1 2	$a_4\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_4 \vee a_3\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_3 \vee a_1\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_1$	4 1 2 3	$a_1\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_1 \vee a_4\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_2\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_2$
1 2 4 3	$a_2\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_2 \vee a_1\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_1 \vee a_4\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_4$	2 1 4 3	$a_1\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_1 \vee a_2\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_2 \vee a_4\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_4$
3 2 4 1	$a_2\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_2 \vee a_3\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_3 \vee a_4\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_4$	4 3 1 2	$a_3\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_3 \vee a_4\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_4 \vee a_1\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_1$
1 3 4 2	$a_3\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_3 \vee a_1\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_1 \vee a_4\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_4$	2 3 4 1	$a_3\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_3 \vee a_2\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_2 \vee a_4\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_4$
3 1 4 2	$a_1\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_1 \vee a_3\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_3 \vee a_4\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_4$	4 2 1 3	$a_2\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_2 \vee a_4\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_1\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_1$
1 4 2 3	$a_4\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_1\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_1 \vee a_2\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_2$	2 4 1 3	$a_4\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_4 \vee a_2\underline{a}_3 \vee a_3\underline{a}_2 \vee a_1\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_1$
3 4 2 1	$a_4\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_4 \vee a_3\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_3 \vee a_2\underline{a}_4 \vee a_4\underline{a}_2$	4 1 3 2	$a_1\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_1 \vee a_4\underline{a}_2 \vee a_2\underline{a}_4 \vee a_3\underline{a}_1 \vee a_1\underline{a}_3$

Поиск одинаковых функций в этой таблице вручную визуально затруднен из-за большого числа дизъюнкций, не имеющих определенного порядка их размещения в логических формулах табл. 7.2. Автоматизация алгоритма поиска одинаковых дизъюнкций заключается в замене их в табл. 7.2 на буквы алфавита, которые, например, в программе таблиц Microsoft Word сортируются и после этого в таблице находятся одинаковые функции.

Последовательность всех шагов программы этого алгоритма по приведению табл. 7.2 к виду, удобному для автоматического поиска одинаковых ту-

пиковых логических функций, приведена соответственно в изменяемых заполнениях ячеек табл. 7.2.1–7.2.5 прил. 7.2.

Из этого приложения видно, что логические функции, которые в результате соответствующего поворота координат четырехмерного пространства остаются неизменными, представляются восемью группами поворотов относительно исходного положения векторов ($a_1a_2a_3a_4$): ($a_1a_2a_3a_4$, $a_3a_4a_1a_2$), ($a_3a_2a_1a_4$, $a_1a_4a_3a_2$), ($a_3a_1a_4a_2$, $a_4a_2a_3a_1$), ($a_1a_2a_4a_3$, $a_4a_3a_1a_2$), ($a_1a_3a_4a_2$, $a_4a_2a_1a_3$), ($a_1a_3a_2a_4$, $a_2a_4a_1a_3$), ($a_1a_4a_2a_3$, $a_3a_4a_2a_1$), ($a_3a_2a_4a_1$, $a_4a_1a_3a_2$).

Например, первые повороты в этих группах остаются в табл. 7.2, а остальные убираются из этой таблицы (отмечены в ней выделением цвета).

Оставшиеся повороты и соответствующие им логические функции определяют все тупиковые дизъюнктивные формы.

Таким образом, данная логическая функция может быть представлена 16 тупиковыми минимальными дизъюнктивными формами.

Другим вариантом практической реализации этой функции может быть использование в ней трех логических схем «исключающее ИЛИ».

В прил. 7.3 в табл. 7.3.1–7.3.4 приведена последовательность шагов программы алгоритма по приведению табл. 7.2 к виду, удобному для автоматического поиска одинаковых логических функций, когда для их реализации используются схемы «исключающее ИЛИ».

Из прил. 7.3 видно, что логические функции, которые в результате соответствующего поворота координат четырехмерного пространства остаются неизменными, представляются двенадцатью группами поворотов относительно исходного положения векторов ($a_1a_2a_3a_4$): ($a_1a_2a_3a_4$, $a_3a_4a_1a_2$), ($a_3a_2a_1a_4$, $a_1a_4a_3a_2$), ($a_3a_4a_2a_1$, $a_2a_1a_3a_4$), ($a_1a_4a_2a_3$, $a_2a_3a_1a_4$), ($a_3a_1a_4a_2$, $a_4a_2a_3a_1$) ($a_3a_1a_2a_4$, $a_2a_4a_3a_1$), ($a_4a_3a_2a_1$, $a_2a_1a_4a_3$), ($a_1a_2a_4a_3$, $a_4a_3a_1a_2$), ($a_4a_1a_2a_3$, $a_2a_3a_4a_1$), ($a_1a_3a_4a_2$, $a_4a_2a_1a_3$), ($a_1a_3a_4a_4$, $a_2a_4a_1a_3$), ($a_3a_2a_4a_1$, $a_4a_1a_3a_2$).

Так же, как и прежде, например, первые повороты в этих группах остаются в табл. 7.2, а остальные убираются из этой таблицы (отмечены в ней выделением цвета).

Оставшиеся повороты и соответствующие им логические функции определяют эквивалентные по затратам оборудования схемные решения.

Таким образом, данная логическая функция может быть представлена 12 эквивалентными формами.

Третьим вариантом практической схемной реализации этой функции может быть использование в качестве исходных для покрытия геометрического образа логической функции двухмерных образов. Геометрически этот вариант представлен на рис. 7.12.

В этом менее быстродействующем варианте, чем ранее рассмотренные схемные решения, сначала определяются два подмножества функции z_5 – $M_1 = a_1 \vee a_3$, $M_2 = \underline{a}_1 \vee \underline{a}_3$, а затем по разложению геометрического образа этой функции на три других подмножества возможно выполнить реализацию двух минимальных эквивалентных схемных решений реализации функций $z_5(1)$, $z_5(2)$.

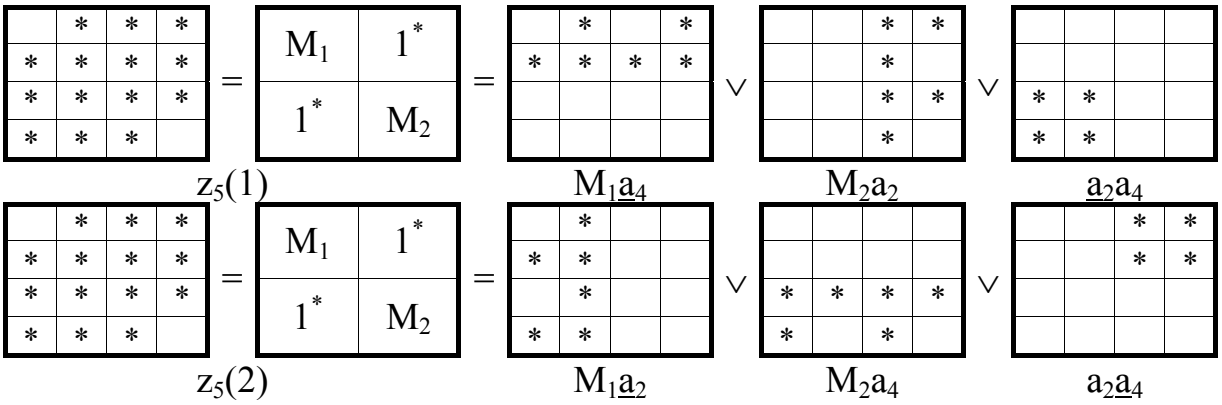


Рис. 7.12

Неоптимальные варианты реализации покрытий геометрического образа логической функции z_5 иллюстрируются рис. 7.13.

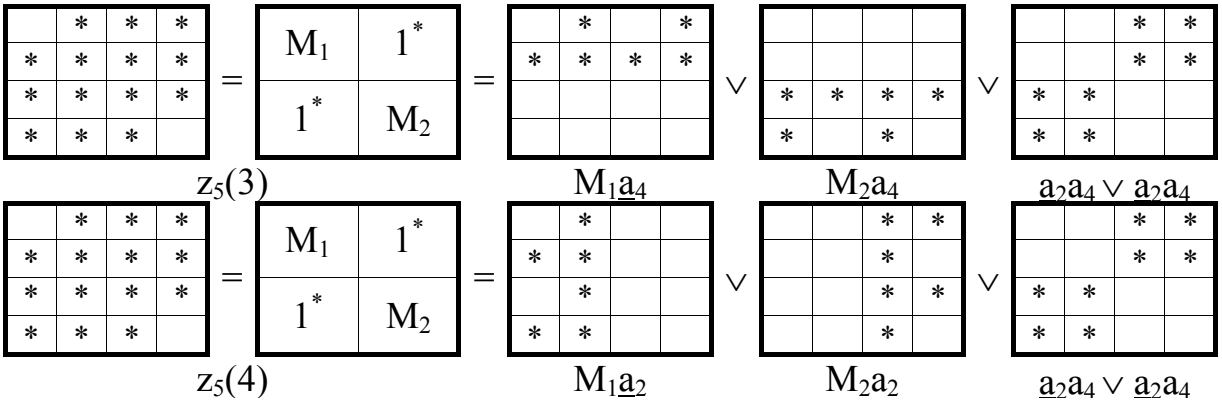


Рис. 7.13

Примененный здесь формальный подход при одинаковом использовании подмножеств M_1 и M_2 для покрытия геометрического образа логической функции дал неоптимальный вариант покрытия $z_5(3)$, $z_5(4)$, что свидетельствует о необходимости всегда учитывать соотношение подмножеств, а именно в данном случае $M_1 \vee M_1 = 1^*$. Только геометрическая наглядность этого соотношения позволила нам легко синтезировать оптимальный список логических функций $z_5(1)$, $z_5(2)$.

Поворот симметричного геометрического образа функции z_5 относительно главной диагонали четырехмерного пространства координат, когда исходный порядок координат $a_1a_2a_3a_4$ изменяется на $a_3a_4a_1a_2$, оставляет неизменным ее геометрический образ, а его составляющие при этом изменяются, что и определяет список из двух равноценных схемных решений отдельно в каждом из этих рисунков.

7.4. Упрощения логических функций в теории многомерных цифро-векторных множеств

Решить задачу в общем формальном виде упрощения логических функций без ограничения числа переменных практически невозможно! При числе переменных i = 15 общее число логических функций уже равно 2^{32768}, и если для упрощения каждой из этих функций затратить одну миллисекунду, потребуется примерно 2 512 308 552 583 217 лет на решение задачи упрощения всех этих функций. Тем не менее в частном конкретном случае возможно решение этой задачи, что было выполнено, например, в [2] при решении задачи исправления всех одиночных и двойных ошибок в совершенном систематическом коде основания $n = 2^{11}$ ($a_1 – a_{11}$, $x_1 – x_4$), а также при синтезе многовходовых сумматоров [8].

Перед решением поставленной выше задачи для любой логической функции желательно определить все возможные симметрии ее геометрического образа в соответствующем многомерном цифро-векторном пространстве. При этом очевидно, что все арифметические операции, а также задачи в системах электропитания и электропривода имеют дело с симметричными составляющими – напряжениями или токами, а симметрия встречается во всех таблицах арифметических вычислений и таблицах истинности для этих применений. Знание симметрии функции значительно облегчает дальнейшую задачу минимизации и особенно поиска всех минимальных тупиковых форм.

Также очевидно, что искать все многочисленные минимальные тупиковые дизъюнктивные формы, если логическая функция имеет один выход, не имеет практического смысла из-за эквивалентности их схемной реализации, когда и одна минимальная тупиковая форма удовлетворяет практику. При многих выходах логической схемы, что всегда имеет место при использовании, например, арифметических таблиц, знание всех минимальных форм может быть использовано для уменьшения аппаратурных затрат при многоуровневом синтезе логических функций. При этом стоит задача из всего ансамбля дизъюнкций минимальных форм выходов логической схемы выбрать их меньшее число, обеспечивающее реализацию всех логических функций выходных сигналов.

Классический подход задачи минимизации логических функций при заполнении ячеек цифро-векторного пространства решается применением для этой цели геометрических фигур – 0(.), 1(*) двух подмножеств одной переменной. Такая постановка задачи обеспечивает максимальное быстродействие схемной реализации, но громоздкость логического выражения даже при минимальной их форме с числом переменных уже более шести весьма значительна.

Уменьшение аппаратурных затрат может решаться при многоуровневом программировании и соответственно заполнением ячеек многомерного цифро-векторного пространства на последнем уровне геометрическими фигурами логических функций, например двух или четырех переменных. При двух

переменных для заполнения ячеек пространства используется 16 базовых подмножеств, а при четырех переменных число этих базовых подмножеств весьма значительно: $M_1 – M_{65536}$.

Именно последний вариант был выбран нами как основной в примерах синтеза логических устройств исправления ошибок в совершенных и квазисовершенных кодах, а также при синтезе многовходовых устройств машинной арифметики. Этот опыт оказался достаточно успешным и может быть использован для решения любых других задач синтеза.

На первом шаге решения этих задач для нахождения базовых подмножеств $M_1 – M_{65536}$ используется заполнение ячеек двухмерных пространств, из которых состоит геометрический образ логической функции большей мерности, геометрическими фигурами (.), (*). Нахождение всех минимальных тупиковых дизъюнктивных форм для этих подмножеств, составляющих все множество геометрического образа логической функции, представляет в настоящее время, как показано выше, тривиальную задачу и, кроме того, даже все эти минимальные тупиковые формы могут быть определены заранее и занесены в память вычислительного комплекса.

На втором шаге решения этих задач рассматриваются геометрические образы в цифро-векторном пространстве на четыре разряда меньшего исходного пространства отдельно для каждого M_i-го базового подмножества. В этом новом пространстве выделяют все ячейки, содержащие это подмножество, и, например, другим цветом ячейки, подмножества геометрических фигур которых включают в себя M_i-е базовое подмножество. Определение вхождения этого базового подмножества (геометрического образа) в другие подмножества (геометрические образы) может находиться визуально либо программно. Нахождение базового подмножества в соответствующей ячейке может отмечаться звездочкой (*), например, черного цвета, а вхождение этого подмножества в другие подмножества – звездочкой красного цвета (*).

Оптимальный, с точки зрения минимальных аппаратурных затрат, геометрический образ соответствующей ему логической функции включает в себя все черные звездочки и только те звездочки другого цвета, которые обеспечивают эти оптимальные параметры.

На рис. 7.14 приведен пример такого геометрического образа, где в двух ячейках в пространстве координат $a_5 – a_8$ располагаются два одинаковых подмножества M_i, а в других ячейках в общем виде могут быть и различные подмножества, но в каждое из которых входит подмножество M_i. Эти ячейки с входящими в них подмножествами выделены красным цветом этих подмножеств.

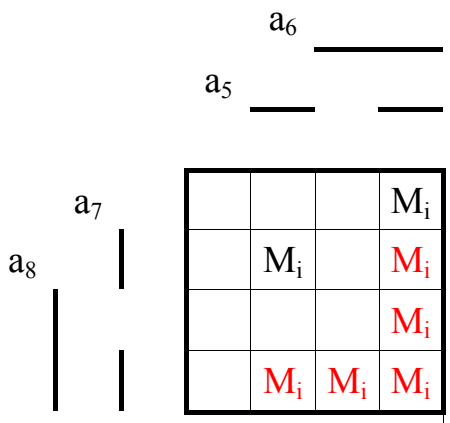
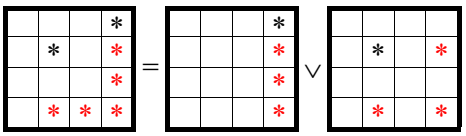


Рис. 7.14

Оптимальное покрытие геометрического образа этой логической функции z_i вполне очевидно (рис. 7.15).



z_i $a_5a_6M_i$ $a_5a_7M_i$

Рис. 7.15

Аналогичным образом находятся все остальные z_i логические функции, геометрические образы M_i которых располагаются в других ячейках пространства координат $a_5 – a_8$.

Общая сумма всех значений z_i определяет синтезируемую общую логическую функцию в координатах пространства $a_1 – a_8$.

При этом число необходимых шагов решения задачи неограничено, что равноценно отсутствию ограничения на число переменных, и определяется требуемым быстродействием логического или арифметического устройства, где на каждом уровне может использоваться цифро-векторное пространство различной мерности.

Максимальное быстродействие достигается на одном шаге решения, т.е. при решении задачи в полной мерности цифро-векторного пространства, но его возможности ограничиваются аппаратурными затратами. Эта граница в связи со стремительным развитием микроэлементной базы электроники постоянно расширяется, но всегда будет существовать. Увеличение аппаратурных затрат неизбежно ведет к снижению надежности – это плата за быстродействие.

Решение задачи упрощения логических функций в несколько шагов позволяет уменьшить аппаратурные затраты и увеличить надежность работы не только за счет этого фактора, но также имеется возможность использования на каждом из шагов совершенных и квазисовершенных кодов, позволяющих исправлять определенный тип ошибок при возможности совмещения этого исправления с резервированием. Такая постановка задачи требует отдельного рассмотрения и выходит за рамки настоящей книги.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кочергин В.И.* Теория многомерных цифро-векторных множеств в технических системах управления: Дис. … д-ра техн. наук. – Томск: ТПУ, 2003.

2. *Кочергин В.И.* Теория многомерных цифро-векторных множеств. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006.

3. *Кочергин В.И.* Теория многомерных цифровых множеств в приложениях к электроприводам и системам электропитания. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002.

4. *Питерсон У., Уэлсон Э.* Коды, исправляющие ошибки. – М.: Мир, 1976.

5. *Гильберт Д., Бернайс П.* Основания математики. Логические исчисления и формализации арифметики (Сер. Математическая логика и основания математики). – М.: Наука, 1979.

6. А. с. 987681 (СССР). Регистр / *В.И. Кочергин* // Открытия. Изобретения. – 1983. – № 1.

7. *Байцер Б.* Архитектура вычислительных комплексов. – М.: Мир, 1974.

8. *Kochergin V.I., Belitskaya L.A., Gogolin V.A.* Synthesis of the Multi-Input Adder with the Maximal Operating Speed // A Publication of the International Association of Science and Technology for Development – IASTED «Automation, Control and Information Technology-2005». – Novosibirsk, 2005.

9. *Математическая* энциклопедия / Гл. ред. И.М. Виноградов. – М.: Советская энциклопедия, 1979.

10. *Quine W.V.* The problem of simplifying of truth functions // Amer. Math. Monthly. – 1952. – Vol. 58, № 8.

11. *Якубайтис Э.А.* Логические автоматы и микромодули. – Рига: Зинатне, 1975.

12. *McCluskey E.J.* Minimization of Boolean functions // Bell System Techn. J. – 1956. – Vol. 35, №6.

13. *Яблонский С.В.* Введение в дискретную математику: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1986.

О Г Л А В Л Е Н И Е

ПРЕДИСЛОВИЕ 3
Глава 1. **СИММЕТРИЯ ЦИФРОВОГО ПРОСТРАНСТВА** 6
1.1. Симметрия первообразной логической функции четырехмерного пространства двоичной системы счисления 6
1.2. Многомерное цифро-векторное пространство и машины Тьюринга.....16
Глава 2. **СОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ ОСНОВАНИЯ n = 16 (i = 4, k = 3)**.....26
2.1. Кодирующие устройства совершенных кодов 28
2.2. Четырехмерные фигуры информационных разрядов совершенных кодов основания n = 16 (i = 4, k = 3) 30
2.3. Классы совершенных кодов основания n = 16.....32
2.3.1. Логические функции класса множеств (M_1 – M_8).....36
2.3.2. Логические функции класса множеств (M_9 – M_{16}) 37
2.3.3. Логические функции класса множеств (M_{17} – M_{20}).....40
2.3.4. Логические функции класса множеств (M_{21} – M_{24}).....46
2.3.5. Логические функции класса множеств (M_{25} – M_{32}).....52
2.3.6. Логические функции класса множеств (M_{33} – M_{40}).....54
2.4. Определение логических функций поворотами базовых цифро-векторных множеств 56
2.4.1. Функции поворотов кода N 1 класса (M_1 – M_8) 57
2.4.2. Функции поворотов кода N 9 класса (M_9 – M_{16}) 61
2.4.3. Функции поворотов кода N 21 класса (M_{17} – M_{20}).....63
Глава 3. **КВАЗИСОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ ОСНОВАНИЯ n = 8 (i = 3, k = 3)** 67
3.1. Алгоритмы формирования классов квазисовершенных кодов 67
3.2. Базовые логические функции информационной части квазисовершенного кода основания n = 8.....73
3.3. Классы квазисовершенных кодов основания n = 8 82
Глава 4. **КВАЗИСОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ ОСНОВАНИЯ n = 4 (i = 2, k = 3)** 86
4.1. Алгоритмы синтеза квазисовершенных кодов 86
4.2. Новые классы квазисовершенных кодов основания n =4.....89
Глава 5. **КВАЗИСОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ ОСНОВАНИЙ n = 32, n = 64**.....92
5.1. Код основания n = 32 (i = 5, k = 4) 96
5.2. Код основания n = 64 (i = 6, k = 4) 107
Глава 6. **СОВЕРШЕННЫЕ МНОГОФАЗНЫЕ КОДЫ**.....116
6.1. Совершенный четырехфазный код 119
6.2. Совершенный пятифазный код 133
6.3. Совершенный шестифазный код.....143
Глава 7. **УПРОЩЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ**.....156
7.1. Аналитические методы упрощения 156
7.2. Геометрические методы упрощения.....159
7.3. Алгоритм определения списка логических функций.....162
7.4. Упрощения логических функций в теории многомерных цифро-векторных множеств 168
ЛИТЕРАТУРА.....171

Научное издание

КОЧЕРГИН Валерий Иванович

ПРАКТИКА ТЕОРИИ МНОГОМЕРНЫХ ЦИФРО-ВЕКТОРНЫХ МНОЖЕСТВ
(совершенные и квазисовершенные коды)

Редактор *В.Г. Лихачева*
Компьютерная верстка *Г.П. Орлова*

Подписано в печать 27.01.2010 г.
Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная №1. Печать офсетная. Гарнитура «Таймс».
Печ. л. 18,75+электрон. прил. на компакт-диске; уч.-изд. л. 17,24; усл. печ. л. 17,44.
Тираж 100 экз. Заказ №

ОАО «Издательство ТГУ», 634029, г. Томск, ул. Никитина, 4
ООО «Издательство «Иван Федоров», 634003, г. Томск, Октябрьский взвоз, 1