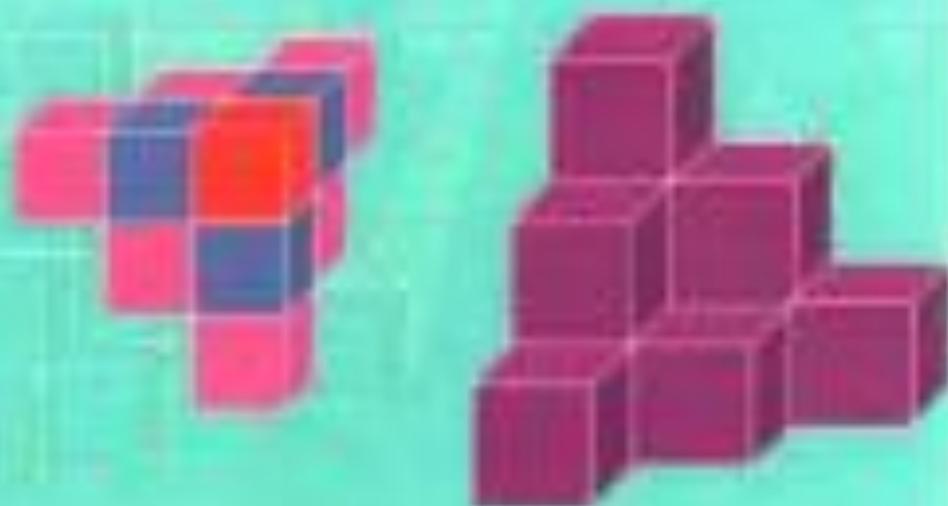


В.И. Кочергин

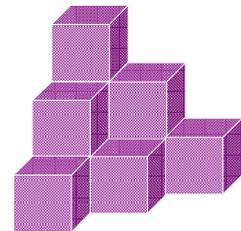
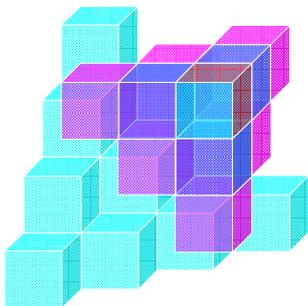
**ПРАКТИКА
ТЕОРИИ МНОГОМЕРНЫХ
ЦИФРО-ВЕКТОРНЫХ
МНОЖЕСТВ**

(модальная драфметика)



В.И. Кочергин

**ПРАКТИКА ТЕОРИИ МНОГОМЕРНЫХ
ЦИФРО-ВЕКТОРНЫХ МНОЖЕСТВ**
(машинная арифметика)



УДК 681.326
ББК 32.973.2
К 55

Кочергин В.И.

К 55 Практика теории многомерных цифро-векторных множеств (машинная арифметика). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2013. – 156 с.

ISBN 978-5-7511-2223-2

В книге приведены примеры геометрического синтеза многовходовых суммирующих и вычитающих одноразрядных быстродействующих устройств, составляющих основу блоков умножения и деления. Синтез устройств выполняется для четных оснований систем счисления $n = 2^n$ ($n \geq 2$), представленных в различных простых и систематических кодах (основном двоичном коде, многофазных кодах, кодах Грея). При этом для понимания содержания книги читателю не требуется глубоких математических познаний, «известных лишь специалистам с университетским дипломом по математике, информатике и некоторым другим смежным дисциплинам с блестящим знанием всего арсенала математических концепций, методов, обозначений и языка». Изложение материала производится на практическом схемотехническом уровне реализации практических схем. Книга является единым целым с электронным приложением на компакт-диске.

Для студентов технических вузов и разработчиков цифровых систем управления, а также аспирантов и научных работников.

УДК 681.326
ББК 32.973.2

Оглавление

Введение	4
Глава 1. КВАЗИСОВЕРШЕННЫЙ КОД ОСНОВАНИЯ $n = 2^5$	13
1.1. Повороты относительно осей симметрии пятимерного цифрового пространства	14
1.2. «Мысленные» повороты относительно осей симметрии пятимерного цифрового пространства	16
Глава 2. МНОГОВХОДОВЫЕ СУММАТОРЫ ОСНОВАНИЯ $n = 2^2$	27
2.1. Многовходовые сумматоры основания $n = 2^2$ основного двоичного кода	28
2.2. Многовходовые сумматоры основания $n = 2^2$ двухфазного кода, представленные в координатах двоичного кода	43
2.3. Многовходовые сумматоры двухфазного кода, представленные в координатах двухфазного кода	51
2.4. Блок вычитания (A – B – C – D – E) основания $n = 2^2$ основного двоичного кода	57
2.5. Блок вычитания (A – B – C – D – E) основания $n = 2^2$ двухфазного кода	70
Глава 3. МНОГОВХОДОВЫЕ СУММАТОРЫ ОСНОВАНИЯ $n = 2^3$	81
3.1. Многовходовые сумматоры основания $n = 2^3$ основного двоичного кода	84
3.2. Многовходовые сумматоры основания $n = 2^3$ с информационной частью в неосновном двоичном коде	94
3.3. Многовходовые сумматоры основания $n = 2^3$ в коде Грея	97
3.4. Блок вычитания (A – B – C – D – E) основания $n = 2^3$ основного двоичного кода	100
3.5. Блок вычитания (A – B – C – D – E) основания $n = 2^3$ в коде Грея	105
Глава 4. МНОГОВХОДОВЫЕ СУММАТОРЫ МНОГОФАЗНЫХ КОДОВ	107
4.1. Многовходовые сумматоры трехфазного кода	108
4.2. Исправление одиночных ошибок совершенного трехфазного кода	117
4.3. Многовходовые сумматоры четырехфазного кода	122
4.4. Автоматизация формирования выходных сигналов многовходовых сумматоров	133
Глава 5. УСТРОЙСТВА УМНОЖЕНИЯ	139
5.1. Синтез генератора кратностей	140
5.2. Блок сумматоров	145
Глава 6. МАШИНА ТЬЮРИНГА И ТЕОРИЯ МНОГОМЕРНЫХ ЦИФРО-ВЕКТОРНЫХ МНОЖЕСТВ	147
6.1. История создания машины Тьюринга	148
6.2. Машины Тьюринга	149
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	152
ЛИТЕРАТУРА	154
Список обозначений и сокращений	155

Введение

Одна из основных задач теории в любой области знаний – найти позицию, с которой объект виден в предельной простоте.

Джосайя Уиллард Гиббс

Теория многомерных цифро-векторных множеств характеризуется единством следующих составляющих:

1. Классической теорией множеств Г. Кантора, где расширенный бесконечный натуральный ряд чисел $(0, 1, 2, \dots)$, выступают в качестве элементарных подмножеств этого бесконечного множества. Понятие потенциальной бесконечности здесь естественно возникает при построении натурального числового ряда. При построении натурального числа r ничто не мешает построить число $r+1$. Если дойти и до шага $k > r$, то можно сделать и шаг $k+1$. Если абстрагироваться от ресурсных ограничений, то количество таких шагов неограничено, и, таким образом, формируется понятие потенциальной бесконечности – это неограниченный процесс построения объектов по одному и тому же принципу. В канторовской теории множеств носителями актуальной бесконечности являются бесконечные множества, где других объектов, кроме множеств, не существует.

Несмотря на парадоксы, которые вызывает у теоретиков математики такое определение множеств Г. Кантора, других определений множеств, которые бы имели применение альтернативной теории множеств вне её самой, не известно.

2. Векторным представлением цифр разрядов числа, где вершина цифрового вектора обозначается максимальной $(n-1)$ -й цифрой разряда n -го основания системы счисления.

3. Идеей великого русского ученого Е.С. Федорова по упаковке физического пространства определенными геометрическими фигурами, например кубиками, и предложение нумерации их числами расширенного натурального ряда.

4. Представлением мерности цифрового пространства разрядностью числа, где одномерное цифровое пространство является одним разрядом основания $n = \infty$.

5. Введением в эту наглядную геометрию пространства мысленных поворотов относительно осей симметрии цифро-векторного пространства.

6. Многозначными таблицами истинности для логических функций и многозначными таблицами математических операций в пределах разрядов операндов, которые также истинны. Именно эти таблицы осуществляют не-

посредственную связь логических и арифметических функций с числами расширенного натурального ряда.

7. Эквивалентностью геометрических фигур, которые представляют собой соответствующую логическую функцию в пространстве различной мерности. По этой причине такая логика может называться картинной либо геометрической логикой.

8. Определением логических и арифметических функций посредством покрытия их геометрических образов (цифровых множеств), где покрытием данного цифрового множества называется конечная совокупность его подмножеств, дающая в своей сумме все это цифровое множество.

Соединение этих составляющих теории многомерных цифро-векторных множеств [2, 3] позволило решить следующие задачи:

1. Снять любые ограничения (тип кода, основание системы счисления, число разрядов и операндов, число входов и выходов и т.д.) по синтезу оптимальных по быстродействию и затратам оборудования цифровых и комбинационных логических устройств, работающих в режиме реального времени.

2. Доказать, что любые коды позиционных систем счисления являются арифметическими, в которых исправление ошибок любой кратности может решаться комбинационными логическими схемами в режиме реального времени.

3. Доказать, что число совершенных и квазисовершенных кодов позиционных систем счисления неограниченно велико.

4. Предложить алгоритм многоуровневого синтеза многозначных логических функций на основе покрытия геометрических образов этих функций в многомерном цифро-векторном пространстве.

Поскольку ценность любой теории, в том числе и математической, всегда определяется потенциальными возможностями её развития в соответствии с внутренней логикой этой теории и в значительной степени практическими приложениями её результатов, то именно практика может служить доказательством жизненности теории.

Первая открытая публикация по практическому применению теории многомерных цифро-векторных множеств [1] относилась к цифровым электроприводам и системам электропитания. В дальнейшем автор решил показать применение этой теории в других областях техники и выпустить серию книг этого направления.

В первой книге из этой серии [4] представлены все совершенные коды (perfect codes), исправляющие одиночные ошибки двоичной системы основания $n = 16$, а также образуемые из них квазисовершенные (quasiperfect codes) коды, исправляющие одиночные ошибки для двоичных систем счисления оснований $n = 8, 4$. В этой книге также синтезированы по одному из многочисленных квазисовершенных кодов оснований $n = 32, 64$ и предложены геометрические алгоритмы синтеза любых совершенных многофазных кодов (multiphase perfect codes), являющихся составной частью цифровых электроприводов.

Во второй книге из этой серии [5] приведены примеры геометрического синтеза практически нераскрываемых и защищенных от внешних помех криптографических систем с использованием систематических совершенных и квазисовершенных двоичных, а также многофазных кодов.

Настоящая книга является третьей из этой серии. В ней приведены примеры геометрического синтеза устройств быстродействующей помехоустойчивой машинной арифметики с использованием систематических совершенных и квазисовершенных двоичных, а также многофазных кодов.

В более ранних источниках [1–3, 7] приведены примеры синтеза одноразрядных устройств суммирования/вычитания, умножения и деления для различных оснований систем счисления и кодов, их составляющих. Все эти устройства быстродействующие, но, за исключением применения в них многофазных кодов, не являются помехоустойчивыми.

Предельное быстродействие арифметических устройств может быть достигнуто применением в них многовходовых сумматоров, геометрический синтез которых представлен в [8] на примере пятивходового сумматора основания $n = 4$ в основном двоичном коде. Максимальное число входов таких одноразрядных многовходовых суммирующих устройств, имеющих два выхода (результат суммирования в данном разряде и перенос в старший разряд), на единицу больше основания системы счисления $-(n + 1)$.

Синтез таких одноразрядных многовходовых сумматоров заключается в представлении в многомерном цифровом пространстве их таблиц истинности, где каждая координата цифрового пространства определяется цифрами основания системы счисления $0, \dots, (n - 1)$, результата суммирования $(n + 1)$ входных операнд. Число ячеек такого многомерного пространства $S = n^{(n + 1)}$. Для $n = 4$ число ячеек $S = 1024$, для $n = 8$ число ячеек $S = 134\,217\,728$, для $n = 16$ это число огромно: $S = 295\,147\,905\,179\,352\,825\,856$.

Переход от таблиц истинности, представленных в многомерном цифровом пространстве, к геометрическим образам логических функций сигналов разрядов, задающих принцип кодирования основания системы счисления n , определяется множествами цифр, входящих в эти сигналы. Покрытие этих геометрических образов с учетом взаимного включения подмножеств, входящих во множества этих геометрических образов, позволяет по представленному в [3] алгоритму для основного двоичного кода либо непосредственно в цифровых координатах многомерного пространства синтезировать оптимальные по аппаратурным затратам логические блоки многовходовых сумматоров.

Современное состояние технологии изготовления программируемых логических интегральных схем (Programmable Logic Devices) не позволяет полностью использовать все входные сигналы таких сумматоров. По этой причине ограничимся только пятью входами для сумматоров оснований $n = 4, 8$.

Эти арифметические устройства были предназначены в основном для цифровых систем управления в реальном времени такими сложными и ценными техническими объектами, как атомные электростанции, подводные лодки, самолеты и вертолеты, малейшие отказы в работе которых грозят обернуться катастрофическими последствиями. По мнению академика Б.Е. Черто-

ка в рецензии на диссертацию [2], «создание и эксплуатация космических аппаратов вообще и пилотируемых орбитальных станций в частности – одна из областей техники, где быстродействие, надежность, обработка и резервирование систем управления, обработки и передачи информации являются не только необходимой предпосылкой для выполнения научных исследований в космическом пространстве, но и зачастую главным условием сохранения жизни экипажа».

Именно в разработке изделий, ориентированных на космическую технику, создавалась теория многомерных цифро-векторных множеств. Закрытость этой тематики долгое время не позволяла ознакомить широкую научную общественность с достижениями в этой области.

Невысокие быстродействие, надежность, помехозащищенность от космических излучений и отсутствие резервирования в существующих одиночных компьютерах не позволяли в полной мере их использовать в этой области техники.

Известно, что основной причиной создания компьютеров была острая необходимость быстрого проведения вычислительных работ. Выполнение этих работ до настоящего времени является также острой потребностью. Фантастические достижения в области компьютерной техники последних лет мало затронули вычислительную часть одиночных компьютеров, и наступила эпоха коллектива вычислителей. В настоящее время весьма остро стоит вопрос о параллелизме на различных уровнях, где многие виды параллелизма гибко реализуются в вычислительных сетях программными методами, а пользователям предоставляется возможность распоряжаться ими по собственному усмотрению. Однако это обстоятельство не снимает с повестки дня поиск путей повышения быстродействия, помехозащищенности и надежности одиночного вычислителя, что автоматически повышает также и возможности коллектива вычислителей.

Архитектура одиночных вычислительных устройств, построенная на принципах фон Неймана, стала фундаментальной и получила в литературе название «фон-неймановская архитектура». Подавляющее большинство одиночных вычислителей на данный момент – фон-неймановские машины. Исключение составляют лишь отдельные разновидности систем для параллельных вычислений, в которых отсутствует счетчик команд, не реализована классическая концепция переменной и имеются другие существенные принципиальные отличия от классической модели одиночного вычислителя (примерами могут служить потоковая и редуцированная вычислительные машины).

Совершенствование «фон-неймановской архитектуры» с целью повышения её быстродействия, надежности и помехозащищенности может быть выполнено при использовании в устройствах ввода/вывода, регистрах памяти, счетчиках, устройствах управления, а особенно в арифметико-логическом устройстве кодов больших оснований систем счисления с исправлением, например, пусть пока одиночных ошибок. Эти казались бы очевидные всем пу-

ти синтеза компьютеров не могли быть реализованы без решения задач, которые были представлены в начале введения.

Кратко остановимся на терминологии, которая используется в теории многомерных цифро-векторных множеств.

Мерность цифрового пространства определяется разрядностью числа натурального ряда N_0 (**0, 1, 2 ...**) бесконечной цифровой «прямой», где заданием начала отсчета и положительного направления цифрового вектора каждый единичный отрезок «прямой» однозначно определяется своей координатой N_0 . Следовательно, каждому единичному отрезку «прямой» соответствует одно действительное натуральное число N_0 , и обратно: каждому натуральному числу N_0 соответствует один элемент, расположенный на конце цифрового вектора.

Для позиционной системы счисления цифровую «прямую» с элементами от **0** до $(2^i - 1)$ можно рассматривать как графическое представление системы счисления одного основания, равного 2^i , либо как часть системы счисления с одним основанием, большим чем 2^i . Причем каждая координата многомерного цифрового пространства определяется соответствующим разрядом либо группой разрядов числа.

Предметом дальнейшего рассмотрения является многоразрядная цифровая «прямая» с основанием системы счисления, как равная $n = 2^i$, так и меньше этого значения. В первом случае это будет двоичная система счисления, во втором – недвоичная, например многофазная с числом разрядов $m = 2i$, где i -число разрядов основания системы счисления (a_1, a_2, \dots, a_i).

Двоичная система счисления, где весовые значения кодовых комбинаций $(0, 1, 2 \dots (2^i - 1))$ совпадают со значением цифр (**0, 1, 2 ... (2ⁱ - 1)**), которые они кодируют, является основной, главной во всех современных вычислительных машинах.

Причем общее число информационных кодов для любого основания системы счисления и любого принципа кодирования $C_i = n!$ (факториал). Здесь следует отметить, что только системы оснований $n = 2^i$ ($i = 1, 2, 3, \dots$) образуют многомерное цифро-векторное пространство, где могут располагаться не только геометрические образы арифметических функций, но и геометрические образы логических функций, выводимые правилами булевой алгебры. В других основаниях систем счисления, меньших чем $n = 2^i$, эти правила булевой алгебры не работают.

В работе «Математический анализ логики, являющейся опытом исчисления дедуктивного рассуждения» 1847 г., автор этой логики Джордж Буль (George Boole) представил так называемое количественное истолкование объектов логики с необходимостью иного подхода к решению проблем логики. Этот подход требовал изменения и расширения символического языка алгебры: выбора символики, операций и законов, определяющих эти операции и отражающих специфику объектов исследования, т.е. по существу создания нового исчисления. В ней он писал: «Те, кто знаком с настоящим состоянием символической алгебры, отдадут себе отчет в том, что обоснованность процессов анализа зависит не от интерпретации используемых символов, а толь-

ко от законов их комбинирования. Каждая интерпретация, сохраняющая предложенные отношения, равно допустима, и подобный процесс анализа может, таким образом, при одной интерпретации представлять решение вопроса, связанного со свойствами чисел, при другой – решение геометрической задачи и при третьей – решение проблемы динамики или статистики. Необходимо подчеркнуть фундаментальность этого принципа».

В 1937 г. Клод Шеннон (Claude Elwood Shannon) в диссертации под названием «Символический анализ релейных и переключательных цепей» первым связал булеву алгебру с переключающими цепями, являющимися составной частью современных компьютеров. Благодаря этому открытию булева алгебра стала использоваться как универсальный способ организации внутренних операций компьютера, способ организации логической структуры компьютера.

Соглашаясь с тем, что булева алгебра стала основным инструментом синтеза компьютерных систем, необходимо отметить ее недостатки не только в ограниченности ее области применения, что было отмечено выше, но и в сложности и громоздкости синтеза при большом количестве аргументов.

Вместе с тем еще в 1881 г. французский математик Поль Сурьё (P. Sourian) отмечал: «Знает ли алгебраист, что происходит с его идеями, когда с помощью знаков он вводит их в свои формулы? Прослеживает ли он за ними на протяжении всех этапов, которые он осуществляет? Без сомнения, нет. Он их тотчас же теряет из поля зрения. Он заботится лишь о том, чтобы упорядочивать и комбинировать, в соответствии с известными правилами, материальные знаки, находящиеся у него перед глазами; и он принимает полученный результат как вполне надежный».

Теория многомерных цифро-векторных множеств является соединением геометрического и логического подходов к синтезу, когда логические зависимости определяются покрытием геометрических образов логических функций в многомерном цифро-векторном пространстве. По этой причине логические зависимости могут быть заменены геометрическими фигурами, а такая логика может называться картинной логикой. Необходимо отметить, что термин «картинная логика», отличный от нашего представления, был впервые введен Г.В. Вениковым [10] при представлении возможности создания сверхбыстродействующих вычислительных устройств с распределенным взаимодействием.

Покрытие этого геометрического образа логической функции, представленного в многомерном цифро-векторном пространстве, определяет все возможные варианты построения логических функций. Здесь следует напомнить, что число таких логических функций в научно-технической литературе известно, но подсчет их числа осуществляется только путем просмотра (или, как говорят, «перебора»). При этом утверждается, что «уже при сравнительно небольших значениях K ($K \geq 6$) перебор становится практически невозможным даже с использованием вычислительной техники».

Использование геометрического образа логических функций позволяет исключить перебор и получить точный ответ [3]: это число определяется суммой всех возможных сочетаний из n элементов цифрового множества соответственно по нулю (во множестве нет логических единиц – пустое множество \emptyset), по 1 (во множестве содержится одна логическая единица), по 2 (в множестве содержится по две логических единицы) и т.д. вплоть до сочетания из n по n (в множестве все элементы равны логической единице – универсальное множество E):

$$2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n. \quad (1)$$

Алгоритмы геометрического синтеза систематических совершенных кодов, которые состоят из k контрольных разрядов и определяются по формуле $i = [2^k - (k + 1)]$ информационных разрядов, приведены в [3]. В дальнейшем изложении систематические совершенные и квазисовершенные коды будем представлять по основанию системы счисления их информационной части. В [3] также были синтезированы логические зависимости для исправления одиночных ошибок в кодовых комбинациях обеих частей этих кодов.

Число совершенных кодов, исправляющих все одиночные ошибки, определяется простой зависимостью $S = 2^k(i!)$.

В таблице приведены данные двух совершенных двоичных кодов (выделены красным цветом) и образуемых из них квазисовершенных двоичных кодов, позволяющих исправлять все одиночные ошибки.

k	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
n	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}
S	?	96	192	192	?	?	?	?	?	?	338668800

В первой книге настоящей серии [4] были рассмотрены все геометрические образы сигналов информационной (a_1, \dots, a_4) и контрольной (x_1, x_2, x_3) частей совершенных кодов основания $n = 2^4$, где информационная часть представлена в основном двоичном коде. Эти геометрические образы сигналов, с учетом исправления одиночных ошибок, приведены в многомерном пространстве кодовых комбинаций этих координат.

Квазисовершенные коды различных оснований систем счисления располагаются в рядах между совершенными кодами оснований $n = 2^4, 2^{11}, \dots$.

Зная совершенный код основания системы счисления $n = 2^4$, синтез квазисовершенных кодов оснований систем счисления $n = 2^3, 2^2, 2^1$ не представляет какой-либо сложности. Все 192 совершенных кода основания $n = 2^4$ соответствующими последовательными геометрическими преобразованиями могут быть превращены в квазисовершенные коды основания системы счисления $n = 2^3, 2^2, 2^1$ и представлены в новом многомерном цифро-векторном пространстве координат: $a_1, a_2, a_3, x_1, x_2, x_3$; a_1, a_2, x_1, x_2, x_3 ; a_1, x_1, x_2, x_3 . Все

эти преобразования были в [4] выполнены для оснований систем счисления $n = 2^3, 2^2$, что позволило определить для них число таких квазисовершенных кодов, соответственно $S = 192$ и $S = 96$.

Без рассмотрения в [4] остался квазисовершенный код основания $n = 2^1$. Поэтому в таблице в ячейке для S кода основания $n = 2^1$ поставлен знак вопроса. Необходимо было определить число таких кодов и ответить на вопрос: почему для исправления одиночных ошибок необходимо четыре сигнала a_1, x_1, x_2, x_3 , а по мажоритарному принципу исправления голосованием два из трех необходимо иметь только три сигнала. Таким образом, получалось, что теория многомерных цифровых множеств дает здесь не лучший вариант исправления одиночных ошибок?

На компакт-диске прил. 1 к первой главе представлены из [4] в качестве справочного материала в соответствующих файлах (рис. 1) все геометрические составляющие систематических кодов оснований систем счисления $n = 2^2, 2^3, 2^4$ и в файле | основание 2 | приведен синтез геометрических и логических выражений, определяющих исправление одиночных ошибок для $n = 2^1$.

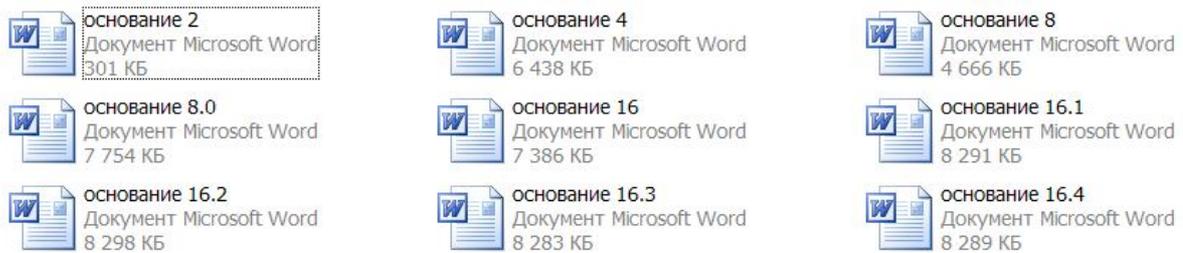


Рис. 1

Из этого синтеза следует, что число квазисовершенных кодов $S = 48$, в 32 из которых один из контрольных сигналов x_1, x_2, x_3 равен логическому нулю либо логической единице. Следовательно, теория многомерных цифровых множеств не конфликтует с мажоритарным принципом исправления одиночных ошибок и для исправления одиночных ошибок в 32 кодах используются только три сигнала.

В [3] было показано, что если известен хотя бы один из совершенных кодов в основаниях $n = 2^4, 2^{11}, 2^{26} \dots$, то для определения всех остальных совершенных кодов в этом основании необходимо на первом этапе выполнить все повороты относительно осей симметрии i -мерного цифрового пространства $S_i = 2^i(i!)$, которые должны быть представлены таблицей из S_i ячеек.

На втором этапе необходимо выполнить мысленные повороты в i -мерном цифровом пространстве относительно соотношения кодовых и информационных комбинаций и удалить из них ячейки с повторяющимися соотношениями информационных и контрольных кодовых комбинаций. Этот алгоритм нахождения совершенных кодов был предложен и реализован в [3] на примере совершенного кода основания $n = 2^4$.

Такой подход не продуктивен для больших оснований систем счисления и не может быть применён для 11, 26, ... мерного пространства по следующим причинам.

Во-первых, из-за больших значений таких поворотов относительно осей многомерного цифро-векторного пространства, где

$$S_{11} = 2^{11}(11!) = 81\,749\,606\,400,$$

$$S_{26} = 2^{26}(26!) = 27\,064\,431\,817\,106\,664\,380\,040\,216\,576\,000\,000 \text{ и т.д.}$$

Во-вторых, из-за использования в [3] эвристической нумерации порядка следования этих поворотов, что определяло и нумерацию совершенных и квазисовершенных кодов, и было невозможно реализовать для больших оснований систем счисления. Для устранения этого недостатка в [4] предложено было это устранить формированием основной матрицы перестановок, которая является первой из 2^i матриц, образующих весь ряд поворотов, где в каждой последующей матрице инвертирование сигналов подчиняется двоичному принципу их нумерации.

В-третьих, «мысленные» повороты осей симметрии многомерного цифрового пространства, когда меняется только содержание 2^i ячеек пространства, оставляя неизменными координаты этого пространства, было весьма трудно, именно мысленно, реализовать для систем счисления $n \geq 2^5$.

Следовательно, необходимо было предложить иной, более строгий алгоритм нумерации совершенных кодов с формированием для них «мысленных» поворотов, что будет выполняться в первой главе настоящей работы на примере квазисовершенных кодов основания системы счисления $n = 2^5$. При этом нумерацию совершенных кодов основания системы счисления $n = 2^4$ и образуемых из них квазисовершенных кодов меньших оснований, представленных в предыдущих работах [3–5], оставим без изменений.

Глава 1

КВАЗИСОВЕРШЕННЫЙ КОД ОСНОВАНИЯ $n = 2^5$

Квазисовершенные коды оснований систем счисления $n = 2^5, 2^6, \dots, 2^{10}$ являются производными от совершенного кода основания системы счисления $n = 2^{11}$. Число совершенных кодов этого основания $s_{11} = 638\,668\,800$, и, очевидно, не представилось возможным все их рассмотреть.

По этой причине в [4, с. 92] мы ограничились известными 192 совершенными кодами основания $n = 2^4$, которые были взяты за основу формирования, например, такого же количества квазисовершенных кодов оснований $n = 2^5, 2^6$. Таким образом, задача нахождения всех квазисовершенных кодов оснований $n = 2^5, 2^6$ была отложена на будущее.

В этой главе решим данную задачу на примере квазисовершенного кода основания $n = 2^5$. Из этого примера станет очевидным её решение и для кода $n = 2^6$, что читатель может выполнить самостоятельно.

В качестве исходного кода примем известные соотношения кодовых комбинаций информационной части квазисовершенного кода [Там же, с. 94], которые обозначим трехзначными цифрами, и контрольной части кода (двухзначные цифры). Эти соответствия представлены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

000	001	002	003	016	017	018	019	00	07	03	04	12	11	15	08	A	H	D	E	M	L	P	I
004	005	006	007	020	021	022	023	05	02	06	01	09	14	10	13	F	C	G	B	J	O	K	N
008	009	010	011	024	025	026	027	06	01	05	02	10	13	09	14	G	B	F	C	K	N	J	O
012	013	014	015	028	029	030	031	03	04	00	07	15	08	12	11	D	E	A	H	P	I	M	L

Принятая здесь нумерация ячеек цифро-векторного пространства будет всегда неизменна и совпадает с кодовыми комбинациями информационной части основного двоичного кода и, следовательно, в дальнейшем может не упоминаться.

Первая часть этой таблицы соответствует информационному коду, вторая часть – контрольному коду, который представлен в двух вариантах. Первый вариант – в кодовых комбинациях, второй – в буквах английского алфавита, заменяющих кодовые комбинации по следующим замещениям:

00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
A	B	C	D	E	F	G	H	I	H	K	L	M	N	O	P

В первом варианте «имя» этого кода будет (по записи строк таблицы) большим: 0007030412111508050206010914101306010502101309140304000715081211, во втором – меньшим: AHDEMLPIFCGBJOKNGBFCKNJODEAHPIML. Именно второй вариант будем использовать в дальнейшем изложении.

1.1. Повороты относительно осей симметрии пятимерного цифрового пространства

В [4, с. 11] было предложено выполнить нумерацию любых известных кодов, поставив ей в соответствие нумерацию поворотов относительно осей симметрии многомерного цифрового пространства.

Для информационной части кода общее число поворотов относительно осей 5-мерного цифрового пространства определяется простой зависимостью $S = 2^5(5)!$ (факториал), а сигналы разрядов (a_1, a_2, a_3, a_4), будут записываться в дальнейшем для исходного основного двоичного кода – 12345 (шифр Bookman Old Style) и оговариваться в тексте – квазисовершенный код с информационной частью этого основания.

Было доказано, что выполнение операций поворотов относительно осей симметрии многомерного цифрового пространства приводит к перестановке и/или инвертированию (для двоичной системы счисления) сигналов его разрядов.

Там же (с. 18) показано, что общее число поворотов относительно осей симметрии цифрового пространства определяется $2^5 = 32$ матрицами типа (1.1.1), которая является базовой и определяет все перестановки сигналов. Каждая последующая матрица этого ряда формируется из матрицы (1.1.1) инвертированием соответствующих сигналов, которые подчиняются двоичному принципу их нумерации. Это в сокращенной форме записи представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \|\underline{1}2345\| &\equiv \|\underline{a}bcde\|, \|\underline{\quad}\| & 00000 \\ \|\underline{1}234\underline{5}\| &\equiv \|\underline{a}bcde\|, \|\underline{\quad}\| & 10000 \\ & \vdots & \\ & \vdots & \\ \|\underline{1}2\underline{3}4\underline{5}\| &\equiv \|\underline{a}bcde\|, \|\underline{\quad}\| & 11111 \end{aligned}$$

Все матрицы этого ряда могут быть представлены своими элементами в цифровом (1.1.1) либо буквенном (1.1.1)' виде. Имя базовой матрицы будем представлять как 00000, а имя всех других матриц будет определяться инвертированием соответствующего разряда, например, имя матрицы 01010 означает, что она равна базовой матрицы, где необходимо произвести инвертирование сигналов второго и четвертого разрядов, и т.д.

12345	12435	12543	12354	12453	12534
13245	13425	13542	13254	13452	13524
14325	14235	14523	14352	14253	14532
15432	15342	15234	15423	15324	15243
21345	21435	21543	21354	21453	21534
23145	23415	23541	23154	23451	23514
24315	24135	24513	24351	24153	24531
25431	25341	25134	25413	25314	25143
32145	32415	32541	32154	32451	32514
31245	31425	31542	31254	31452	31524
34125	34215	34521	34152	34251	34512
35412	35142	35214	35421	35124	35241
43215	43125	43512	43251	43152	43521
42315	42135	42513	42351	42153	42531
41235	41325	41532	41253	41352	41523
45123	45213	45321	45132	45231	45312
54321	54231	54123	54312	54213	54132
53421	53241	53124	53412	53214	53142
52341	52431	52143	52314	52413	52134
51234	51324	51432	51243	51342	51423

(1.1.1)

abcde	abdce	abedc	abced	abdec	abecd
acbde	acdbe	acedb	acbed	acdeb	acebd
adcbe	adbce	adebc	adceb	adbec	adecb
aedcb	aecdb	aebcd	aedbc	aecbd	aebdc
bacde	badce	baedc	baced	badec	baecd
bcade	bcdae	bceda	bcaed	bcdea	bcead
bdcae	bdace	bdeac	bdcea	bdaec	bdeca
bedca	becda	beacd	bedac	becad	beadc
cbade	cbdae	cbeda	cbaed	cbdea	cbead
cabde	cadbe	caedb	cabed	cadeb	caebd
cdabe	cdbae	cdeba	cdaeb	cdbea	cdeab
cedab	ceadb	cebad	cedba	ceabd	cebda
dcbae	dcabe	dceab	dcbea	dcaeb	dceba
dbcae	dbace	dbeac	dbcea	dbaec	dbeca
dabce	dacbe	daecb	dabec	daceb	daebc
deabc	debac	decba	deacb	debca	decab
edcba	edbca	edabc	edcab	edbac	edacb
ecdba	ecbda	ecabd	ecdab	ecbad	ecadb
ebcda	ebdca	ebadc	ebcad	ebdac	ebacd
eabcd	eacbd	eacdb	eabdc	eacdb	eabdc

(1.1.1)'

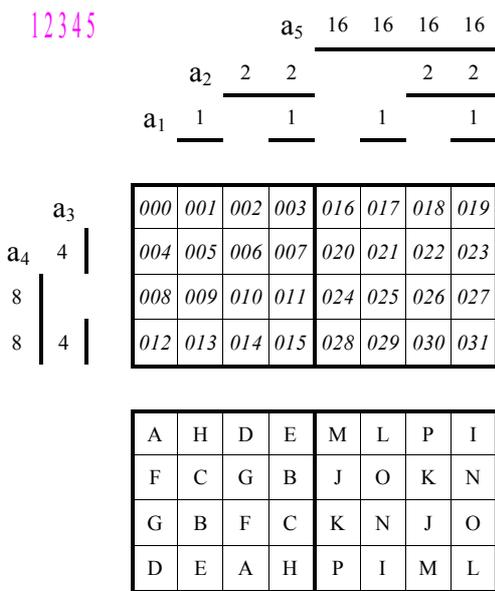
Буквенное представление (1.1.1)' основной матрицы может быть использовано, например, для изменения нумерации квазисовершенных кодов в задачах математической криптографии, что выходит за рамки данной работы.

В прил. 2 файла | основная матрица | приведены все матрицы, определяющие число поворотов относительно осей симметрии цифрового пространства основания $n = 2^5$. Эти матрицы в соответствии с зависимостью $2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$ будут в дальнейшем изложении материала представлены шестью группами: C_5^0 (00000), C_5^1 (00001, 00010, 00100, 01000, 10000), C_5^2 (00011, 00101, 00110, 01001, 01010, 01100, 10001, 10010, 10100, 11000), C_5^3 (00111, 01011, 01101, 01110, 10011, 10101, 10110, 11001, 11010, 11100), C_5^4 (01111, 10111, 11011, 11101, 11110), C_5^0 (11111).

1.2. «Мысленные» повороты относительно осей симметрии пятимерного цифрового пространства

Зная расположение кодовых комбинаций контрольной части только одного известного квазисовершенного кода в ячейках многомерного цифрового пространства его информационной части и выполняя мысленные повороты относительно всех осей симметрии этого пространства, можно определить все другие квазисовершенные коды этого основания системы счисления.

Все эти новые кодовые комбинации контрольной части кода, полученные в результате таких «мысленных» поворотов, будут располагаться в ячейках исходных координат его информационной части. Именно потому, что исходные координаты информационной части кода не должны при этом меняться, такие преобразования называются нами мысленными.



AHDEMLPIFCGBJOKNGBFCKNJODEAHPIML

Рис. 1.1

На рис. 1.1 приведен известный из [4, с. 94] квазисовершенный код основания $n = 2^5$. Весовые значения сигналов этого кода ($a_1 - 1$, $a_2 - 2$, $a_3 - 4$, $a_4 - 8$, $a_5 - 16$) определяют значения кодовых комбинаций его информационной части, а также номера ячеек пространства, которые для основного двоичного также совпадают с цифрами (00–31) этого основания системы счисления.

В ячейках этого пятимерного пространства располагаются кодовые комбинации контрольной части кода, представленные в буквенной записи (A, B, C, ..., P), которые соответствуют кодовым комбинациям его контрольной части и определяют условное имя этого кода:

AHDEMLPIFCGBJOKNGBFCKNJODEAHPIML.

Теперь выполним повороты относительно осей симметрии этого пространства, которые определяются следующей перестановкой координат: 12345 → 12435.

На рис. 1.2 приведены эти преобразования: сигналы третьего ($a_3 - 4$) и четвертого ($a_4 - 4$) разрядов меняются местами. Причем эти разряды устанавливаются на новые места со своими весовыми значениями, что и определяет новые данные информационных кодовых комбинаций в ячейках этого пространства.

В соответствии с этими информационными кодовыми комбинациями в ячейках размещаются соответствующие им комбинации контрольных разрядов, например, в буквенном варианте, что и определяет новый квазисовершенный код этого основания системы счисления с именем АНДЕМЛPIGBFCKNJOF CGBJOKNDEАНPIML.

«Мысленные» повороты выполнены, и мы заносим в ячейки пространства (рис. 1.3) новые данные контрольной части квазисовершенного кода, соответствующие исходным координатам его информационной части основного двоичного кода.

В прил. 3 (файл – мысленные повороты основной матрицы) приведены аналогичные преобразования для всех кодов исходной матрицы C_5^0 (00000).

Подобный алгоритм формирования может быть использован для всех остальных матриц: C_5^1 (00001, 00010, 00100, 01000, 10000), C_5^2 (00011, 00101, 00110, 01001, 01010, 01100, 10001, 10010, 10100, 11000), C_5^3 (00111, 01011, 01101, 01110, 10011, 10101, 10110, 11001, 11010, 11100), C_5^4 (01111, 10111, 11011, 11101, 11110), C_5^5 (11111), образуемых соответствующим инвертированием сигналов исходной матрицы.

Однако инвертирование сигналов не требует таких сложных преобразований, и можно последовательными шагами определить все остальные квазисовершенные коды.

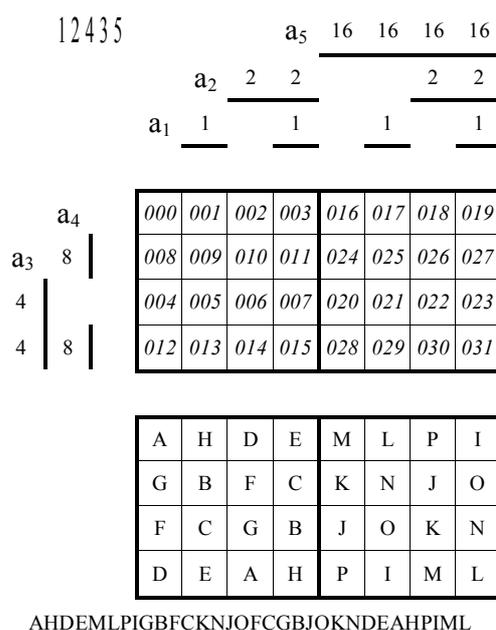


Рис. 1.2

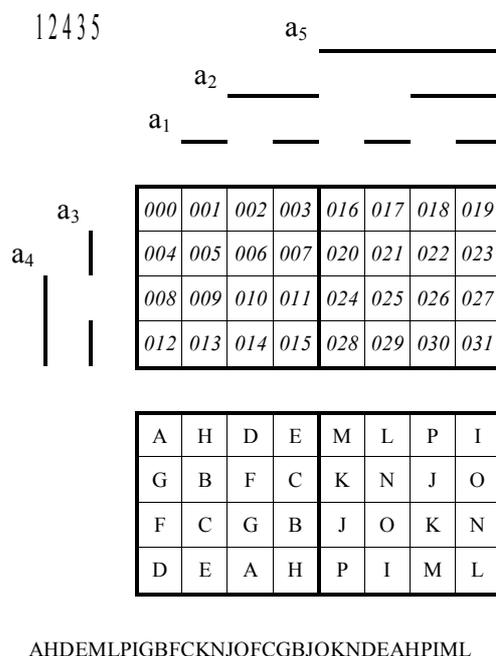


Рис. 1.3

Рассмотрим эти преобразования на примере двух кодов основной матрицы (рис. 1.4) соответственно под именами (*AMHLDPEIGKBNFJCOFJCOGKBNNDPEIAMHL*) и (*AMHLFJCODPEIGKBNGKBNNDPEIFJCOAMHL*).

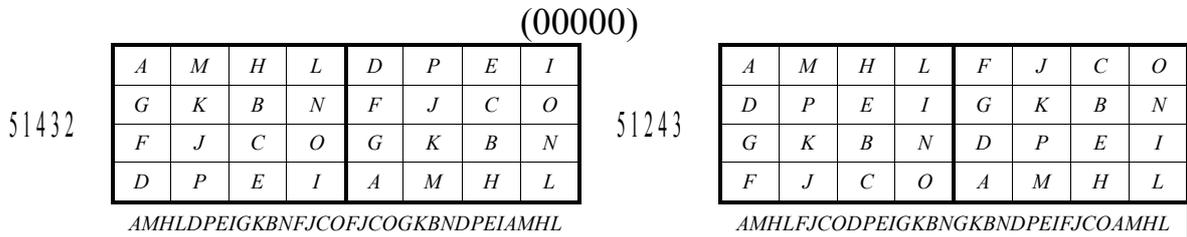
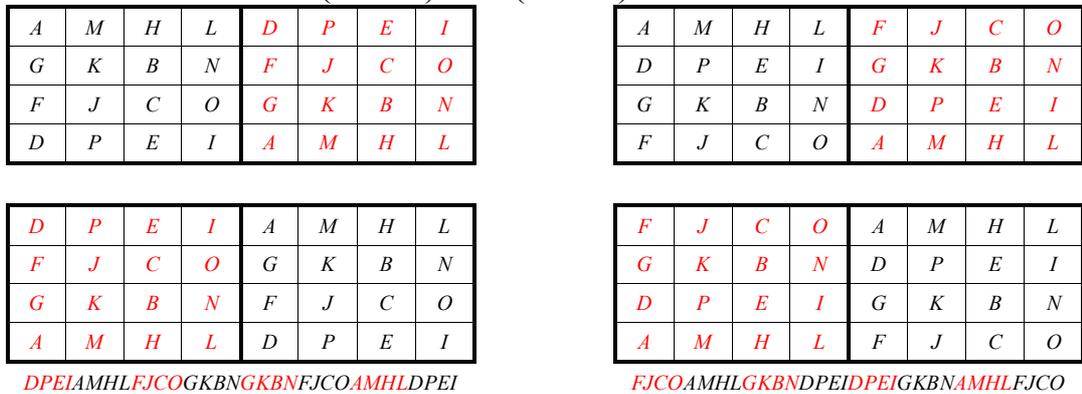


Рис. 1.4

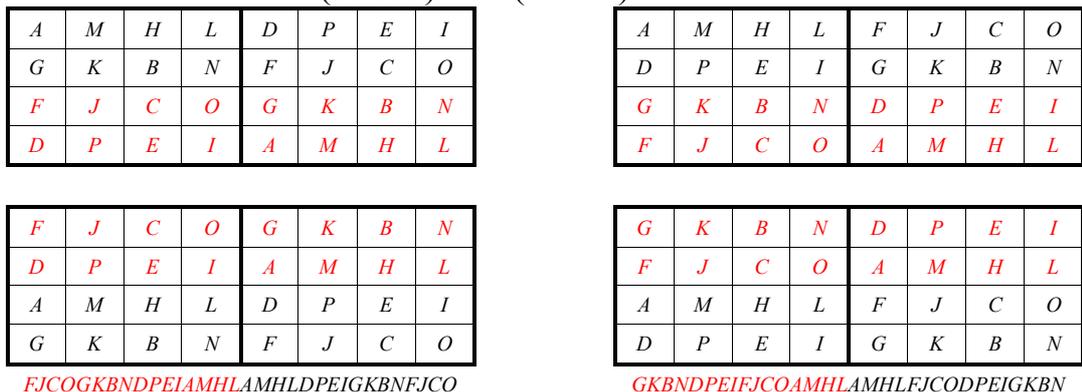
Правило этих преобразований заключается в том, что переход от одной матрицы к другой выполняется инвертированием только сигнала одного разряда для каждого элемента преобразуемой матрицы. Например, матрица C_5^1 (0 0 0 0 1) формируется из матрицы C_5^0 (0 0 0 0 0) инвертированием сигнала пятого разряда, что записывается как (00000) \rightarrow (00001); матрица C_5^1 (0 0 0 1 0) формируется из матрицы C_5^0 (0 0 0 0 0) инвертированием сигнала четвертого разряда, что записывается как (00000) \rightarrow (00010), и т.д.

Все эти преобразования приведены ниже для двух кодов первичной матрицы C_5^0 (0 0 0 0 0), когда они последовательными поворотами относительно одиночных осей симметрии пятимерного цифрового пространства формируют аналогичные им элементы всех остальных матриц: $C_5^1, C_5^2, C_5^3, C_5^4, C_5^5$.

(00000) \rightarrow (00001)



(00000) \rightarrow (00010)



(00000) → (00100)

A	M	H	L	D	P	E	I
G	K	B	N	F	J	C	O
F	J	C	O	G	K	B	N
D	P	E	I	A	M	H	L

A	M	H	L	F	J	C	O
D	P	E	I	G	K	B	N
G	K	B	N	D	P	E	I
F	J	C	O	A	M	H	L

G	K	B	N	F	J	C	O
A	M	H	L	D	P	E	I
D	P	E	I	A	M	H	L
F	J	C	O	G	K	B	N

D	P	E	I	G	K	B	N
A	M	H	L	F	J	C	O
F	J	C	O	A	M	H	L
G	K	B	N	D	P	E	I

GKBNFJCOAMHLDPEIDPEIAMHLEJFCOGKBN

DPEIGKBNAMHLEJFCOFJCOAMHLGKBNNDPEI

00000) → (01000)

A	M	H	L	D	P	E	I
G	K	B	N	F	J	C	O
F	J	C	O	G	K	B	N
D	P	E	I	A	M	H	L

A	M	H	L	F	J	C	O
D	P	E	I	G	K	B	N
G	K	B	N	D	P	E	I
F	J	C	O	A	M	H	L

H	L	A	M	E	I	D	P
B	N	G	K	C	O	F	J
C	O	F	J	B	N	G	K
E	I	D	P	H	L	A	M

H	L	A	M	C	O	F	J
E	I	D	P	B	N	G	K
B	N	G	K	E	I	D	P
C	O	F	J	H	L	A	M

HLAMEIDPBNGKCOFJCOFJBNGKEIDPHLAM

HLAMCOFJEIDPBNGKBNNGKEIDPCOFJHLAM

(00000) → (10000)

A	M	H	L	D	P	E	I
G	K	B	N	F	J	C	O
F	J	C	O	G	K	B	N
D	P	E	I	A	M	H	L

A	M	H	L	F	J	C	O
D	P	E	I	G	K	B	N
G	K	B	N	D	P	E	I
F	J	C	O	A	M	H	L

M	A	L	H	P	D	I	E
K	G	N	B	J	F	O	C
J	F	O	C	K	G	N	B
P	D	I	E	M	A	L	H

M	A	L	H	J	F	O	C
P	D	I	E	K	G	N	B
K	G	N	B	P	D	I	E
J	F	O	C	M	A	L	H

MALHPDIEKGNBJFOCFJOCKGNBPDIEMALH

MALHJFOCPDIEKGNBKNBPDIJFOCMALH

(00010) → (00011)

F	J	C	O	G	K	B	N
D	P	E	I	A	M	H	L
A	M	H	L	D	P	E	I
G	K	B	N	F	J	C	O

G	K	B	N	D	P	E	I
F	J	C	O	A	M	H	L
A	M	H	L	F	J	C	O
D	P	E	I	G	K	B	N

G	K	B	N	F	J	C	O
A	M	H	L	D	P	E	I
D	P	E	I	A	M	H	L
F	J	C	O	G	K	B	N

D	P	E	I	G	K	B	N
A	M	H	L	F	J	C	O
F	J	C	O	A	M	H	L
G	K	B	N	D	P	E	I

GKBNFJCOAMHLDPEIDPEIAMHLEJFCOGKBN

DPEIGKBNAMHLEJFCOFJCOAMHLGKBNNDPEI

(00100) → (00101)

G	K	B	N	F	J	C	O
A	M	H	L	D	P	E	I
D	P	E	I	A	M	H	L
F	J	C	O	G	K	B	N

D	P	E	I	G	K	B	N
A	M	H	L	F	J	C	O
F	J	C	O	A	M	H	L
G	K	B	N	D	P	E	I

F	J	C	O	G	K	B	N
D	P	E	I	A	M	H	L
A	M	H	L	D	P	E	I
G	K	B	N	F	J	C	O

G	K	B	N	D	P	E	I
F	J	C	O	A	M	H	L
A	M	H	L	F	J	C	O
D	P	E	I	G	K	B	N

FJCOGKBN DPEIAMH LAMHLDPEIGKBN FJCO

GKBN DPEIFJCOAMH LAMH L FJCO DPEIGKBN

(00100) → (00110)

G	K	B	N	F	J	C	O
A	M	H	L	D	P	E	I
D	P	E	I	A	M	H	L
F	J	C	O	G	K	B	N

D	P	E	I	G	K	B	N
A	M	H	L	F	J	C	O
F	J	C	O	A	M	H	L
G	K	B	N	D	P	E	I

D	P	E	I	A	M	H	L
F	J	C	O	G	K	B	N
G	K	B	N	F	J	C	O
A	M	H	L	D	P	E	I

F	J	C	O	A	M	H	L
G	K	B	N	D	P	E	I
D	P	E	I	G	K	B	N
A	M	H	L	F	J	C	O

DPEIAMH L FJCOGKBN GKBN FJCOAMH L DPEI

FJCOAMH L GKBN DPEI DPEIGKBNAMH L FJCO

(01000) → (01001)

H	L	A	M	E	I	D	P
B	N	G	K	C	O	F	J
C	O	F	J	B	N	G	K
E	I	D	P	H	L	A	M

H	L	A	M	C	O	F	J
E	I	D	P	B	N	G	K
B	N	G	K	E	I	D	P
C	O	F	J	H	L	A	M

E	I	D	P	H	L	A	M
C	O	F	J	B	N	G	K
B	N	G	K	C	O	F	J
H	L	A	M	E	I	D	P

C	O	F	J	H	L	A	M
B	N	G	K	E	I	D	P
E	I	D	P	B	N	G	K
H	L	A	M	C	O	F	J

EIDPHLAMCOFJBNGKBN GKCOFJHLAMEIDP

COFJHLAMBNGKEIDPEIDPBNGKHLAMCOFJ

(01000) → (01010)

H	L	A	M	E	I	D	P
B	N	G	K	C	O	F	J
C	O	F	J	B	N	G	K
E	I	D	P	H	L	A	M

H	L	A	M	C	O	F	J
E	I	D	P	B	N	G	K
B	N	G	K	E	I	D	P
C	O	F	J	H	L	A	M

C	O	F	J	B	N	G	K
E	I	D	P	H	L	A	M
H	L	A	M	E	I	D	P
B	N	G	K	C	O	F	J

B	N	G	K	E	I	D	P
C	O	F	J	H	L	A	M
H	L	A	M	C	O	F	J
E	I	D	P	B	N	G	K

COFJBNGKEIDPHLAMHLAMEIDPBNGKCOFJ

BNGKEIDPCOFJHLAMHLAMCOFJEIDPBNGK

(00100) → (01100)

G	K	B	N	F	J	C	O
A	M	H	L	D	P	E	I
D	P	E	I	A	M	H	L
F	J	C	O	G	K	B	N

D	P	E	I	G	K	B	N
A	M	H	L	F	J	C	O
F	J	C	O	A	M	H	L
G	K	B	N	D	P	E	I

B	N	G	K	C	O	F	J
H	L	A	M	E	I	D	P
E	I	D	P	H	L	A	M
C	O	F	J	B	N	G	K

E	I	D	P	B	N	G	K
H	L	A	M	C	O	F	J
C	O	F	J	H	L	A	M
B	N	G	K	E	I	D	P

BNGKCOFJHLAMEIDPEIDPHLAMCOFJBNGK

EIDPBNGKHLAMCOFJCOFJHLAMBNGKEIDP

(10000) → (10001)

M	A	L	H	P	D	I	E
K	G	N	B	J	F	O	C
J	F	O	C	K	G	N	B
P	D	I	E	M	A	L	H

M	A	L	H	J	F	O	C
P	D	I	E	K	G	N	B
K	G	N	B	P	D	I	E
J	F	O	C	M	A	L	H

P	D	I	E	M	A	L	H
J	F	O	C	K	G	N	B
K	G	N	B	J	F	O	C
M	A	L	H	P	D	I	E

J	F	O	C	M	A	L	H
K	G	N	B	P	D	I	E
P	D	I	E	K	G	N	B
M	A	L	H	J	F	O	C

PDIEMALHJFOCKGNBKGNBJFOCMALHPDIE

JFOCMALHKGNBPDIEPDIEKGNBMALHJFOC

(00010) → (10010)

F	J	C	O	G	K	B	N
D	P	E	I	A	M	H	L
A	M	H	L	D	P	E	I
G	K	B	N	F	J	C	O

G	K	B	N	D	P	E	I
F	J	C	O	A	M	H	L
A	M	H	L	F	J	C	O
D	P	E	I	G	K	B	N

J	F	O	C	K	G	N	B
P	D	I	E	M	A	L	H
M	A	L	H	P	D	I	E
K	G	N	B	J	F	O	C

K	G	N	B	P	D	I	E
J	F	O	C	M	A	L	H
M	A	L	H	J	F	O	C
P	D	I	E	K	G	N	B

JFOCKGNBPDIEMALHMALHPDIEKGNBJFOC

KGNBPDIEJFOCMALHMALHJFOCPDIEKGNB

(00100) → (10100)

G	K	B	N	F	J	C	O
A	M	H	L	D	P	E	I
D	P	E	I	A	M	H	L
F	J	C	O	G	K	B	N

D	P	E	I	G	K	B	N
A	M	H	L	F	J	C	O
F	J	C	O	A	M	H	L
G	K	B	N	D	P	E	I

K	G	N	B	J	F	O	C
M	A	L	H	P	D	I	E
P	D	I	E	M	A	L	H
J	F	O	C	K	G	N	B

P	D	I	E	K	G	N	B
M	A	L	H	J	F	O	C
J	F	O	C	M	A	L	H
K	G	N	B	P	D	I	E

KGNBJFOCMALHPDIEPDIEMALHJFOCKGNB

PDIEKGNBMALHJFOCJFOCMALHKGNBPDIE

(10000) → (11000)

M	A	L	H	P	D	I	E
K	G	N	B	J	F	O	C
J	F	O	C	K	G	N	B
P	D	I	E	M	A	L	H

M	A	L	H	J	F	O	C
P	D	I	E	K	G	N	B
K	G	N	B	P	D	I	E
J	F	O	C	M	A	L	H

L	H	M	A	I	E	P	D
N	B	K	G	O	C	J	F
O	C	J	F	N	B	K	G
I	E	P	D	L	H	M	A

L	H	M	A	O	C	J	F
I	E	P	D	N	B	K	G
N	B	K	G	I	E	P	D
O	C	J	F	L	H	M	A

LHMAIEPDNBKGOJFOCFJNBKGI EPDLHMA

LHMAOCJFIEPDNBKGNBKGIEPDOCJFLHMA

(00110) → (00111)

D	P	E	I	A	M	H	L
F	J	C	O	G	K	B	N
G	K	B	N	F	J	C	O
A	M	H	L	D	P	E	I

F	J	C	O	A	M	H	L
G	K	B	N	D	P	E	I
D	P	E	I	G	K	B	N
A	M	H	L	F	J	C	O

A	M	H	L	D	P	E	I
G	K	B	N	F	J	C	O
F	J	C	O	G	K	B	N
D	P	E	I	A	M	H	L

A	M	H	L	F	J	C	O
D	P	E	I	G	K	B	N
G	K	B	N	D	P	E	I
F	J	C	O	A	M	H	L

AMHLDPEIGKBNFJCOFJCOGKBNDEPIAMHL

AMHLFJCODPEIGKBNBGNBNDPEIFJCOAMHL

(01010) → (01011)

C	O	F	J	B	N	G	K
E	I	D	P	H	L	A	M
H	L	A	M	E	I	D	P
B	N	G	K	C	O	F	J

B	N	G	K	E	I	D	P
C	O	F	J	H	L	A	M
H	L	A	M	C	O	F	J
E	I	D	P	B	N	G	K

B	N	G	K	C	O	F	J
H	L	A	M	E	I	D	P
E	I	D	P	H	L	A	M
C	O	F	J	B	N	G	K

E	I	D	P	B	N	G	K
H	L	A	M	C	O	F	J
C	O	F	J	H	L	A	M
B	N	G	K	E	I	D	P

BNGKCOFJHLAMEIDPEIDPHLAMCOFJBNGK

EIDPBNGKHLAMCOFJCOFJHLAMBNGKEIDP

(01100) → (01101)

B	N	G	K	C	O	F	J
H	L	A	M	E	I	D	P
E	I	D	P	H	L	A	M
C	O	F	J	B	N	G	K

E	I	D	P	B	N	G	K
H	L	A	M	C	O	F	J
C	O	F	J	H	L	A	M
B	N	G	K	E	I	D	P

C	O	F	J	B	N	G	K
E	I	D	P	H	L	A	M
H	L	A	M	E	I	D	P
B	N	G	K	C	O	F	J

B	N	G	K	E	I	D	P
C	O	F	J	H	L	A	M
H	L	A	M	C	O	F	J
E	I	D	P	B	N	G	K

COFJBNGKEIDPHLAMHLAMEIDPBNGKCOFJ

BNGKEIDPCOFJHLAMHLAMCOFJEIDPBNGK

(00110) → (01110)

D	P	E	I	A	M	H	L
F	J	C	O	G	K	B	N
G	K	B	N	F	J	C	O
A	M	H	L	D	P	E	I

F	J	C	O	A	M	H	L
G	K	B	N	D	P	E	I
D	P	E	I	G	K	B	N
A	M	H	L	F	J	C	O

E	I	D	P	H	L	A	M
C	O	F	J	B	N	G	K
B	N	G	K	C	O	F	J
H	L	A	M	E	I	D	P

C	O	F	J	H	L	A	M
B	N	G	K	E	I	D	P
E	I	D	P	B	N	G	K
H	L	A	M	C	O	F	J

EIDPHLAMCOFJBNGKBNGKCOFJHLAMEIDP

COFJHLAMBNGKEIDPEIDPBNGKHLAMCOFJ

(10010) → (10011)

J	F	O	C	K	G	N	B
P	D	I	E	M	A	L	H
M	A	L	H	P	D	I	E
K	G	N	B	J	F	O	C

K	G	N	B	P	D	I	E
J	F	O	C	M	A	L	H
M	A	L	H	J	F	O	C
P	D	I	E	K	G	N	B

K	G	N	B	J	F	O	C
M	A	L	H	P	D	I	E
P	D	I	E	M	A	L	H
J	F	O	C	K	G	N	B

P	D	I	E	K	G	N	B
M	A	L	H	J	F	O	C
J	F	O	C	M	A	L	H
K	G	N	B	P	D	I	E

KGNBJFOCMALHPDIEPDIEMALHJFOCKGNB

PDIEKGNBMALHJFOCJFOCMALHKGNBPDIE

(10100) → (10101)

K	G	N	B	J	F	O	C
M	A	L	H	P	D	I	E
P	D	I	E	M	A	L	H
J	F	O	C	K	G	N	B

P	D	I	E	K	G	N	B
M	A	L	H	J	F	O	C
J	F	O	C	M	A	L	H
K	G	N	B	P	D	I	E

J	F	O	C	K	G	N	B
P	D	I	E	M	A	L	H
M	A	L	H	P	D	I	E
K	G	N	B	J	F	O	C

K	G	N	B	P	D	I	E
J	F	O	C	M	A	L	H
M	A	L	H	J	F	O	C
P	D	I	E	K	G	N	B

JFOCKGNBPDIEMALHMALHPDIEKGNBJFOC

KGNBPDIEJFOCMALHMALHJFOCPDIEKGNB

(00110) → (10110)

D	P	E	I	A	M	H	L
F	J	C	O	G	K	B	N
G	K	B	N	F	J	C	O
A	M	H	L	D	P	E	I

F	J	C	O	A	M	H	L
G	K	B	N	D	P	E	I
D	P	E	I	G	K	B	N
A	M	H	L	F	J	C	O

P	D	I	E	M	A	L	H
J	F	O	C	K	G	N	B
K	G	N	B	J	F	O	C
M	A	L	H	P	D	I	E

J	F	O	C	M	A	L	H
K	G	N	B	P	D	I	E
P	D	I	E	K	G	N	B
M	A	L	H	J	F	O	C

PDIEMALHJFOCKGNBKGNBKJFOCMALHPDIE

JFOCMALHKGNBPDIEPDIEKGNBMALHJFOC

(11000) → (11001)

L	H	M	A	I	E	P	D
N	B	K	G	O	C	J	F
O	C	J	F	N	B	K	G
I	E	P	D	L	H	M	A

L	H	M	A	O	C	J	F
I	E	P	D	N	B	K	G
N	B	K	G	I	E	P	D
O	C	J	F	L	H	M	A

I	E	P	D	L	H	M	A
O	C	J	F	N	B	K	G
N	B	K	G	O	C	J	F
L	H	M	A	I	E	P	D

O	C	J	F	L	H	M	A
N	B	K	G	I	E	P	D
I	E	P	D	N	B	K	G
L	H	M	A	O	C	J	F

IEPDLHMAOCJFNBKGNBKGOCJFLHMAIEPD

OCJFLHMANBKGIEPDI EPDNBKGHLMAOCJF

(10010) → (11010)

J	F	O	C	K	G	N	B
P	D	I	E	M	A	L	H
M	A	L	H	P	D	I	E
K	G	N	B	J	F	O	C

K	G	N	B	P	D	I	E
J	F	O	C	M	A	L	H
M	A	L	H	J	F	O	C
P	D	I	E	K	G	N	B

O	C	J	F	N	B	K	G
I	E	P	D	L	H	M	A
L	H	M	A	I	E	P	D
N	B	K	G	O	C	J	F

N	B	K	G	I	E	P	D
O	C	J	F	L	H	M	A
L	H	M	A	O	C	J	F
I	E	P	D	N	B	K	G

OCJFNBKGI EPDLHMAI EPDNBKGOCJF

NBKGIEPDO CJFLHMAI EPDNBKG

(10100) → (11100)

K	G	N	B	J	F	O	C
M	A	L	H	P	D	I	E
P	D	I	E	M	A	L	H
J	F	O	C	K	G	N	B

P	D	I	E	K	G	N	B
M	A	L	H	J	F	O	C
J	F	O	C	M	A	L	H
K	G	N	B	P	D	I	E

N	B	K	G	O	C	J	F
L	H	M	A	I	E	P	D
I	E	P	D	L	H	M	A
O	C	J	F	N	B	K	G

I	E	P	D	K	G	N	B
L	H	M	A	J	F	O	C
O	C	J	F	M	A	L	H
N	B	K	G	P	D	I	E

NBKGOCJFLHMAI EPDI EPDLHMAOCJFNBKG

IEPKGNBLHMAJFOCJFMALHNBKGPDI E

(01110) → (01111)

E	I	D	P	H	L	A	M
C	O	F	J	B	N	G	K
B	N	G	K	C	O	F	J
H	L	A	M	E	I	D	P

C	O	F	J	H	L	A	M
B	N	G	K	E	I	D	P
E	I	D	P	B	N	G	K
H	L	A	M	C	O	F	J

H	L	A	M	E	I	D	P
B	N	G	K	C	O	F	J
C	O	F	J	B	N	G	K
E	I	D	P	H	L	A	M

H	L	A	M	C	O	F	J
E	I	D	P	B	N	G	K
B	N	G	K	E	I	D	P
C	O	F	J	H	L	A	M

HLAMEIDPBNGKCOFJCOFJBNGKEIDPHLAM

HLAMCOFJEIDPBNGKBNGKEIDPCOFJHLAM

(10110) → (10111)

P	D	I	E	M	A	L	H
J	F	O	C	K	G	N	B
K	G	N	B	J	F	O	C
M	A	L	H	P	D	I	E

J	F	O	C	M	A	L	H
K	G	N	B	P	D	I	E
P	D	I	E	K	G	N	B
M	A	L	H	J	F	O	C

M	A	L	H	P	D	I	E
K	G	N	B	J	F	O	C
J	F	O	C	K	G	N	B
P	D	I	E	M	A	L	H

M	A	L	H	J	F	O	C
P	D	I	E	K	G	N	B
K	G	N	B	P	D	I	E
J	F	O	C	M	A	L	H

MALHPDIEKGNBJFOCKGNBPDIEMALH

MALHJFOCPDIEKGNBKGNDPDIJFOCMALH

(11100) → (11101)

N	B	K	G	O	C	J	F
L	H	M	A	I	E	P	D
I	E	P	D	L	H	M	A
O	C	J	F	N	B	K	G

I	E	P	D	K	G	N	B
L	H	M	A	J	F	O	C
O	C	J	F	M	A	L	H
N	B	K	G	P	D	I	E

O	C	J	F	N	B	K	G
I	E	P	D	L	H	M	A
L	H	M	A	I	E	P	D
N	B	K	G	O	C	J	F

K	G	N	B	I	E	P	D
J	F	O	C	L	H	M	A
M	A	L	H	O	C	J	F
P	D	I	E	N	B	K	G

OCJFNBKGI EPDLHMAIHMAIEPDBNKGOCJF

KGNBIEPDJFOCLHMAMALHOCJFPDIENBKG

(10110) → (11110)

P	D	I	E	M	A	L	H
J	F	O	C	K	G	N	B
K	G	N	B	J	F	O	C
M	A	L	H	P	D	I	E

J	F	O	C	M	A	L	H
K	G	N	B	P	D	I	E
P	D	I	E	K	G	N	B
M	A	L	H	J	F	O	C

I	E	P	D	L	H	M	A
O	C	J	F	N	B	K	G
N	B	K	G	O	C	J	F
L	H	M	A	I	E	P	D

O	C	J	F	L	H	M	A
N	B	K	G	I	E	P	D
I	E	P	D	N	B	K	G
L	H	M	A	O	C	J	F

IEPDLHMAOCJFNBKGNBKGOCJFLHMAIEPD

OCJFLHMANBKGI EPDIEPDBNKGHLHMAOCJF

(11110) → (11111)

I	E	P	D	L	H	M	A
O	C	J	F	N	B	K	G
N	B	K	G	O	C	J	F
L	H	M	A	I	E	P	D

O	C	J	F	L	H	M	A
N	B	K	G	I	E	P	D
I	E	P	D	N	B	K	G
L	H	M	A	O	C	J	F

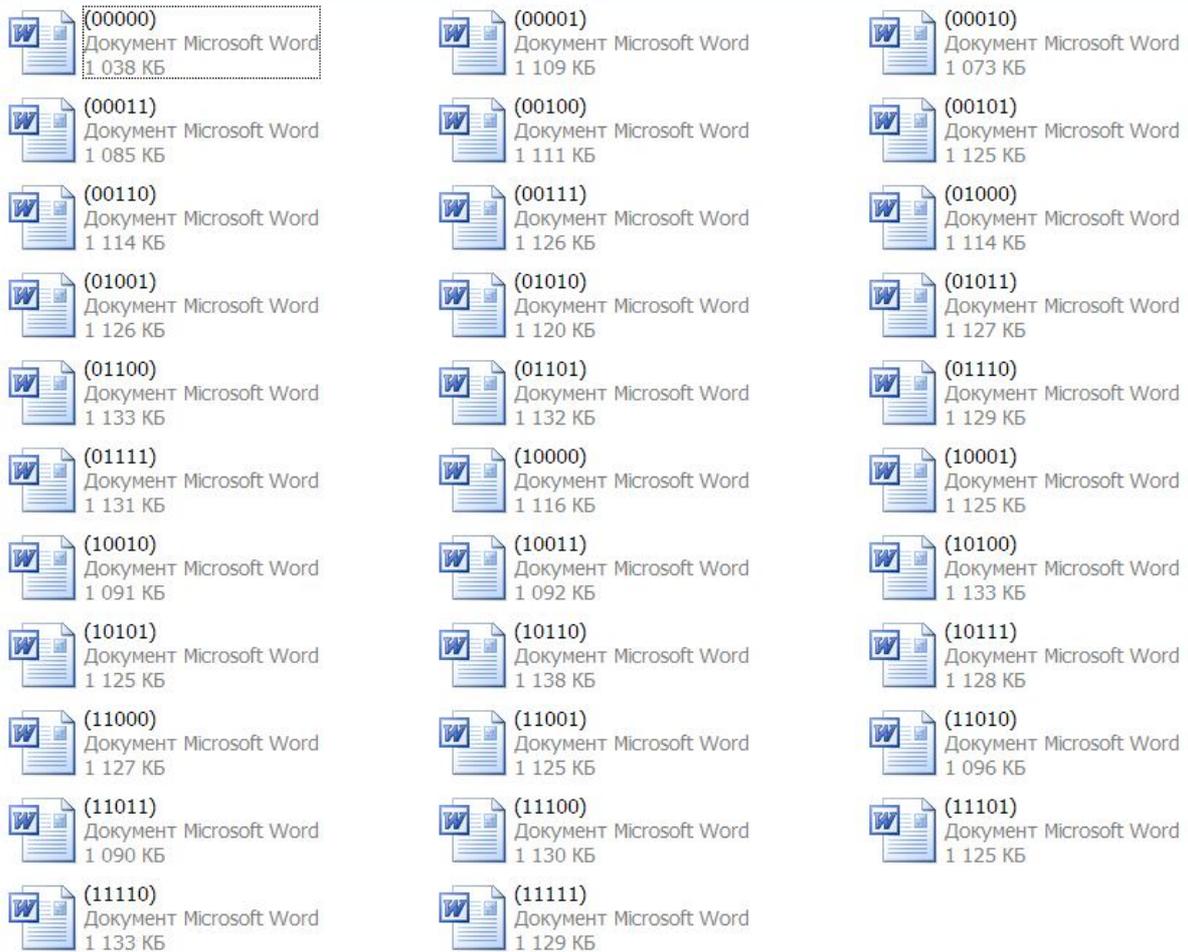
L	H	M	A	I	E	P	D
N	B	K	G	O	C	J	F
O	C	J	F	N	B	K	G
I	E	P	D	L	H	M	A

L	H	M	A	O	C	J	F
I	E	P	D	N	B	K	G
N	B	K	G	I	E	P	D
O	C	J	F	L	H	M	A

LHMAIEPDBNKGOCJFOCJFNBKGI EPDLHMA

LHMAOCJFIEPDBNKGNBKGI EPDOCJFLHMA

В прил. 4 в ячейках пятимерного пространства информационной части квазисовершенного кода записаны полученные по представленным выше правилам преобразования мысленных поворотов, соответствующие им значения кодовых комбинаций A, B, \dots, P для контрольной части этих кодов, во всех матрицах $C^0_5, C^1_5, C^2_5, C^3_5, C^4_5, C^5_5$, которые представлены в файлах



Имена всех кодов, полученных такими мысленными поворотами, при повторном их появлении в матрицах $C^0_5, C^1_5, C^2_5, C^3_5, C^4_5, C^5_5$ легко определить по имени кода и выделить серым цветом, например: $4\bar{3}\bar{2}\bar{5}\bar{1}$, что выполнено в файле – все коды прил. 5 настоящей главы.

Из этих мысленных поворотов удалением имен серого цвета непосредственно определяются все квазисовершенные коды основания 2^5 . Число таких квазисовершенных кодов – 1920.

Алгоритмы формирования геометрических образов сигналов информационных ($a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, a'_5$), а также контрольных (x'_1, x'_2, x'_3, x'_4) разрядов с исправлением всех одиночных ошибок, которые на примере одного из квазисовершенных кодов основания 2^5 приведены в [4, с. 96–107], позволяют построить их для любого из кодов этого основания.

Варианты покрытия геометрических образов этих сигналов определяют все возможные логические выражения, исправляющие одиночные ошибки в сигналах разрядов этих кодов.

Глава 2

МНОГОВХОДОВЫЕ СУММАТОРЫ ОСНОВАНИЯ $n = 2^2$

За быстродействие в компьютере отвечает, в первую очередь, арифметико-логическое устройство, которое занимает около 20% его оборудования. Именно арифметический узел этого устройства определяет его быстродействие, где многовходовые сумматоры входят в состав блока умножения. С точки зрения принципа действия все умножители разделяются на многотактные и матричные. В обоих случаях произведение является результатом последовательных сложений с той лишь разницей, что более высокий параллелизм матричных умножителей позволяет обойтись без запоминания промежуточных результатов. В существующих матричных умножителях применяются трехвходовые сумматоры, что не позволяет достичь высокого быстродействия этих умножителей.

Другим самостоятельным применением многовходовых сумматоров являются цифровые системы автоматического управления, в частности цифровые электроприводы. В этих цифровых системах используются узлы сравнения в цепях многочисленных обратных связей – отрицательных (операция вычитания) и положительных (операция суммирования). От достижения требуемого быстродействия таких узлов сравнения часто зависит практическая возможность построения полностью цифровых систем управления объектами.

В [8] на примере пятивходового сумматора $F = A + B + C + D + E$ для системы счисления основания $n = 2^2$ показаны, с использованием теории многомерных цифро-векторных множеств, принципы построения многовходовых сумматоров (рис. 2.0) максимального быстродействия для оснований систем счисления с числом входов до $(n + 1)$.

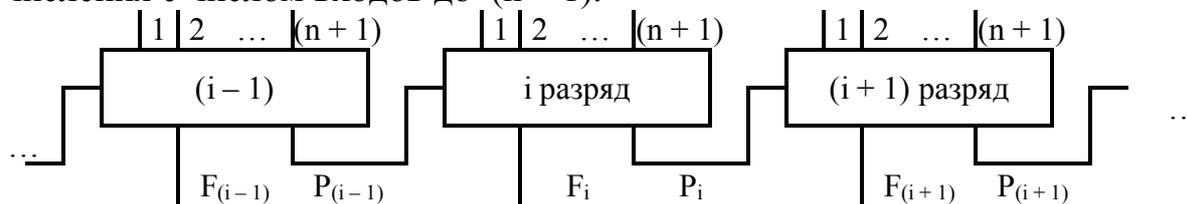


Рис. 2.0

В дальнейшем будем рассматривать построение многовходовых сумматоров не только с заданным быстродействием, вплоть до максимально достижимого быстродействия, но также и с исправлением одиночных ошибок в суммирующих и вычитающих устройствах. Последнее качество устройств может быть получено применением совершенных и квазисовершенных кодов в системах счисления оснований $n = 2^2, 2^4, 2^5, \dots$. Поскольку это изложение потребует значительного объема, то значительную часть материала будем представлять в приложениях к главам книги на компакт-диске.

2.1. Многовходовые сумматоры основания $n = 2^2$ основного двоичного кода

В качестве примера синтеза многовходового сумматора используем квази-совершенный код основания $n = 2^2$ ($i = 2, k = 3$) [4, с. 87], где соотношения между кодовыми комбинациями информационной и контрольной частей определяются табл. 2.1:

Таблица 2.1

00/0	01/7	02/3	03/4
------	------	------	------

В каждой ячейке этой таблицы в числителе представлена весовыми значениями кодовая комбинация информационной части кода последовательно из ряда (0–3), например, сигналов a_1, a_2 ; в знаменателе – весовыми значениями соответствующих им контрольных сигналов x_1, x_2, x_2 . Весовые значения информационной части кода при этом совпадают с цифрами (00–03) основания системы счисления $n = 2^2$. Весовые значения контрольной части кода (0, 7, 3, 4) выбраны из ряда кодовых комбинаций (0–7).

В [4, с. 26–91] приведены алгоритмы синтеза устройств исправления одиночных ошибок в систематических совершенных и квазисовершенных кодах оснований систем счисления $n = 2^2, 2^3, 2^4, 2^5 \dots$ и устройства, реализующие эти блоки. Поскольку эти устройства уже известны, то они не будут здесь рассматриваться.

На рис. 2.1 приведена блок-схема сумматора $F = A + B + C + D + E$, где входные сигналы могут быть составными частями как совершенных кодов, так и обычных двоичных кодов. В первом случае это будут сигналы $AA_x, BB_x, CC_x, DD_x, EE_x$, во втором – сигналы основного кода A, B, C, D, E .



Рис. 2.1

Предметом нашего синтеза является блок сумматора $F = A + B + C + D + E$, где имеются два выходных сигнала систематических кодов. Выходной сигнал сумматора FF_x – первый разряд результата суммирования. Выходной сигнал PP_x – второй разряд результата суммирования, который является сиг-

налом переноса в старший разряд. Каждый из выходных сигналов содержит информационную и соответствующую им контрольную часть кода, что позволяет в дальнейшем исправлять одиночные ошибки сумматора.

Обратимся к пятимерному цифровому пространству (рис. 2.2, а–г), которое представлено в координатах информационной части кодов сигналов $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ и $E(0_e, 1_e, 2_e, 3_e)$.

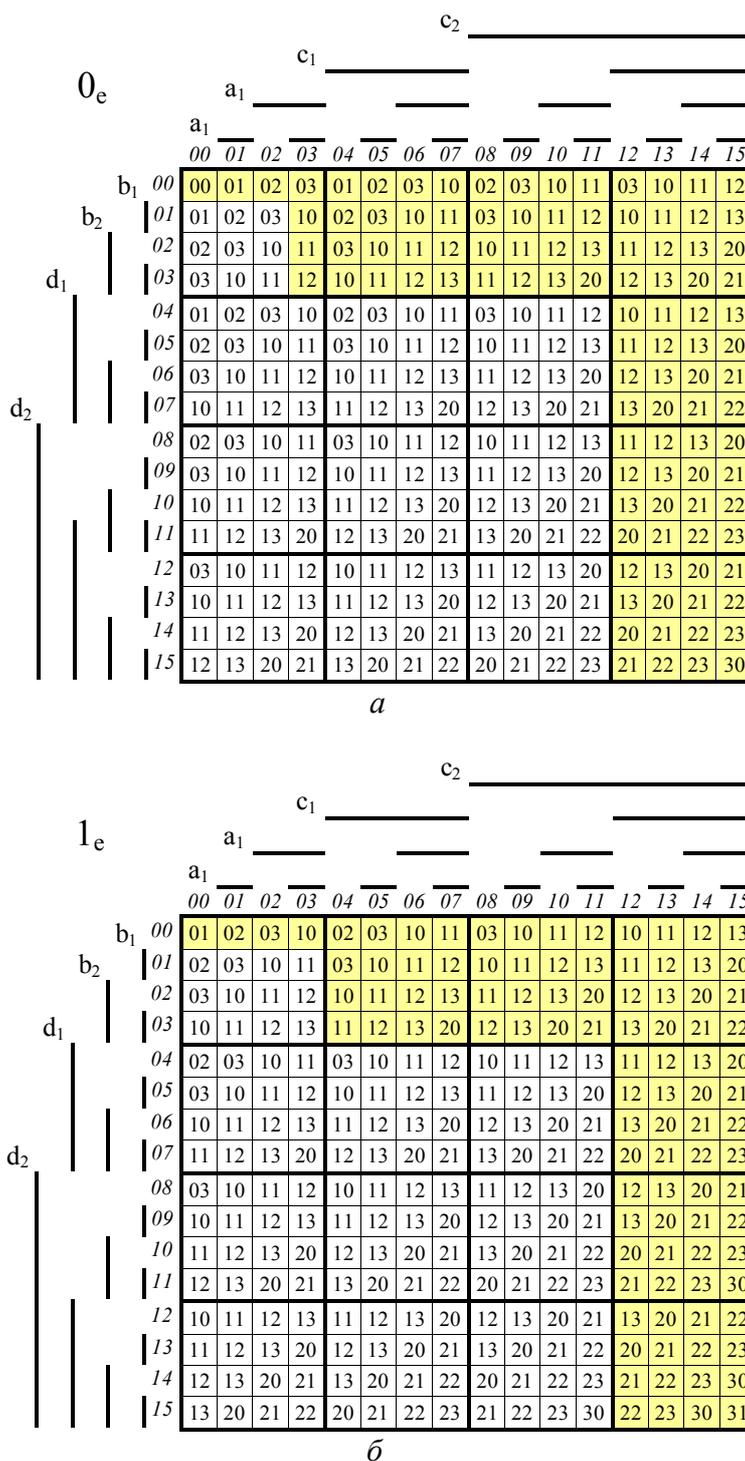


Рис. 2.2 (начало)

2_e

a_1 c_1 c_2

a_1

	a_1	b_1	b_2	d_1	d_2	
	00	01	02	03	04	05
	06	07	08	09	10	11
	12	13	14	15		
b_1	00	02	03	10	11	03
b_2	01	03	10	11	12	10
d_1	02	10	11	12	13	11
	03	11	12	13	20	12
	04	11	12	13	20	13
	05	10	11	12	13	20
	06	11	12	13	20	21
	07	12	13	20	21	22
	08	10	11	12	13	20
	09	11	12	13	20	21
	10	12	13	20	21	22
	11	13	20	21	22	23
	12	11	12	13	20	21
	13	12	13	20	21	22
	14	13	20	21	22	23
	15	20	21	22	23	30

6

3_e

a_1 c_1 c_2

a_1

	a_1	b_1	b_2	d_1	d_2	
	00	01	02	03	04	05
	06	07	08	09	10	11
	12	13	14	15		
b_1	00	03	10	11	12	10
b_2	01	10	11	12	13	11
d_1	02	11	12	13	20	12
	03	12	13	20	21	13
	04	10	11	12	13	20
	05	11	12	13	20	21
	06	12	13	20	21	22
	07	13	20	21	22	23
	08	11	12	13	20	21
	09	12	13	20	21	22
	10	13	20	21	22	23
	11	20	21	22	23	30
	12	12	13	20	21	22
	13	13	20	21	22	23
	14	20	21	22	23	30
	15	21	22	23	30	31

2

Рис. 2.2 (окончание)

Это пространство представляет собой многомерную таблицу результатов суммирования для информационной части блока рис. 2.1, где первый «лист» определяет результат сложения при значении операнда E, равном 0_e , второй «лист» – 1_e и т.д. При этом каждый лист – это четырехмерное цифровое пространство с координатами $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$, где в каждой ячейке размещены результаты суммирования для двух разрядов основания $n = 2^2$.

Очевидно, что результат суммирования двух операндов определяется данными таблицы размерами $n \times n$. При этом первая строка и последний столбец

задают результат суммирования во всех остальных ячейках пространства (выделены цветом), поскольку данные ячеек, расположенных на диагоналях таблицы, равны. Эти диагонали проходят через ячейки таблицы справа налево и сверху вниз. Причем для операндов А, В это единичные ячейки, а для операндов С, D – более крупные ячейки, каждая из которых состоит из $n \times n$ единичных ячеек.

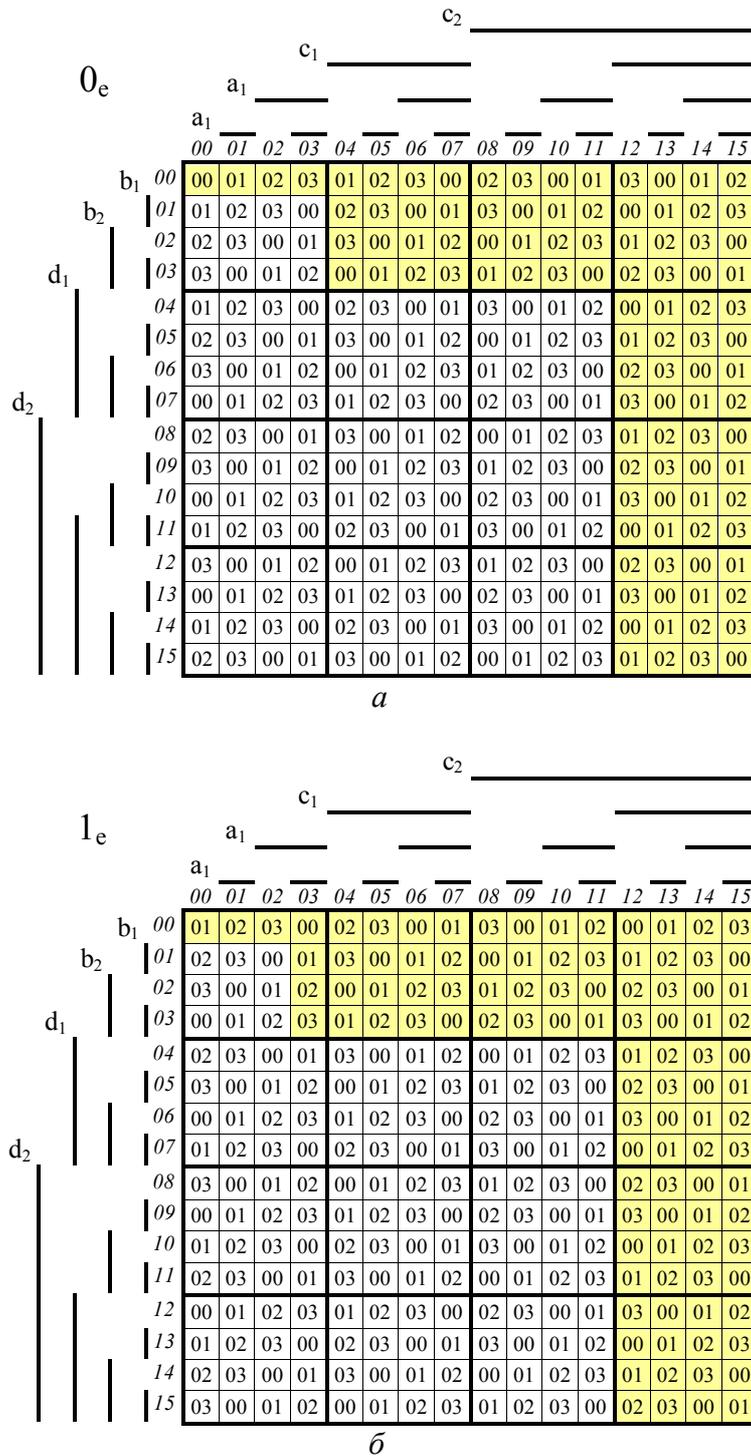


Рис. 2.3 (начало)

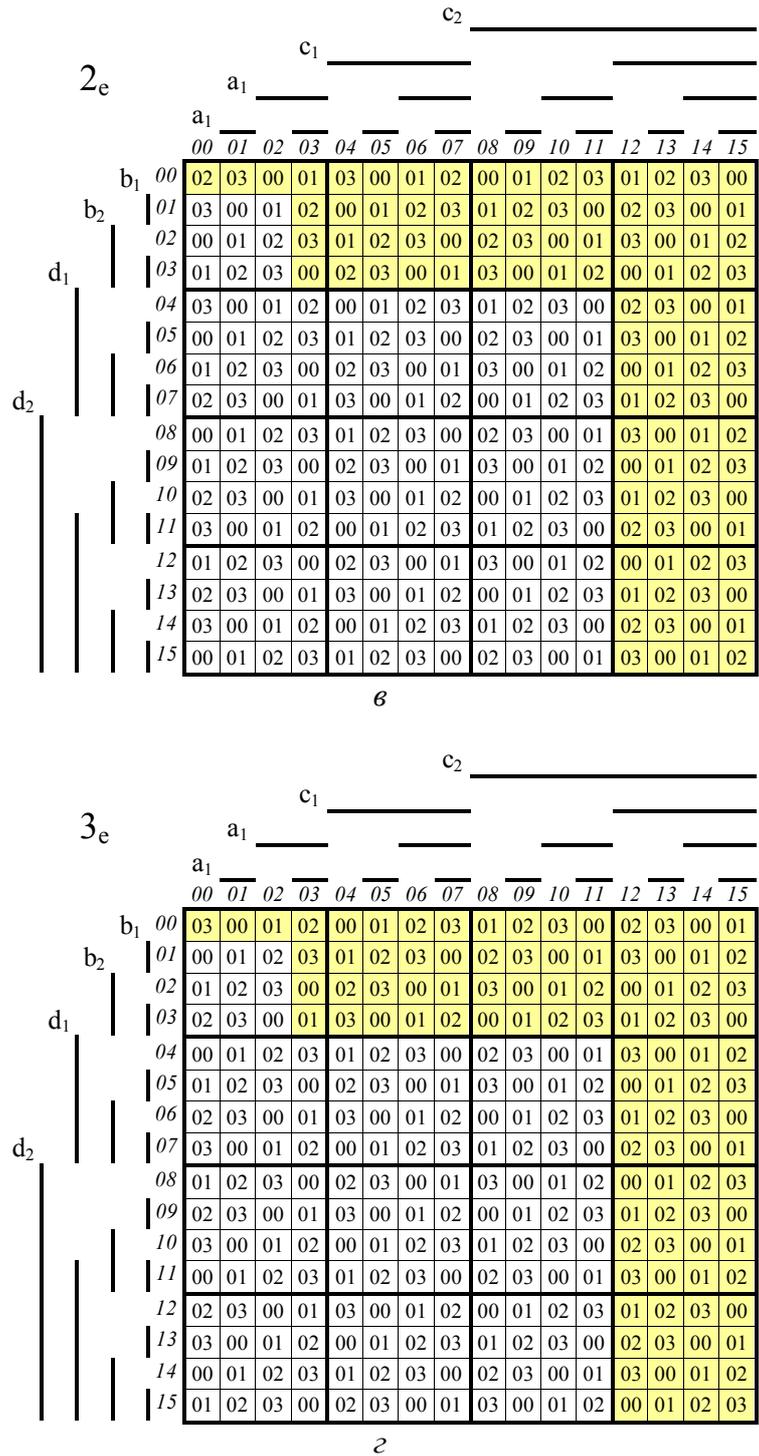


Рис. 2.3 (окончание)

Если в литературе, по А.П. Чехову, «краткость – сестра таланта», то в научных публикациях краткость может стать «сестрой ошибок и заблуждений» и не позволить читателю увидеть эти ошибки либо стать не доступной для понимания.

По этой причине будем подробно излагать материал, используя электронное приложение на компакт-диске, что позволит выполнить это без большого объема бумажного варианта книги.

Результат суммирования в информационной части блока (см. рис. 2.2, а-з) представим в многомерном цифро-векторном пространстве двумя частями: первая часть (рис. 2.3, а-з) определяет результат суммирования разряда F, вторая часть (рис. 2.4, а-з) – сигнал переноса Р в старший разряд.

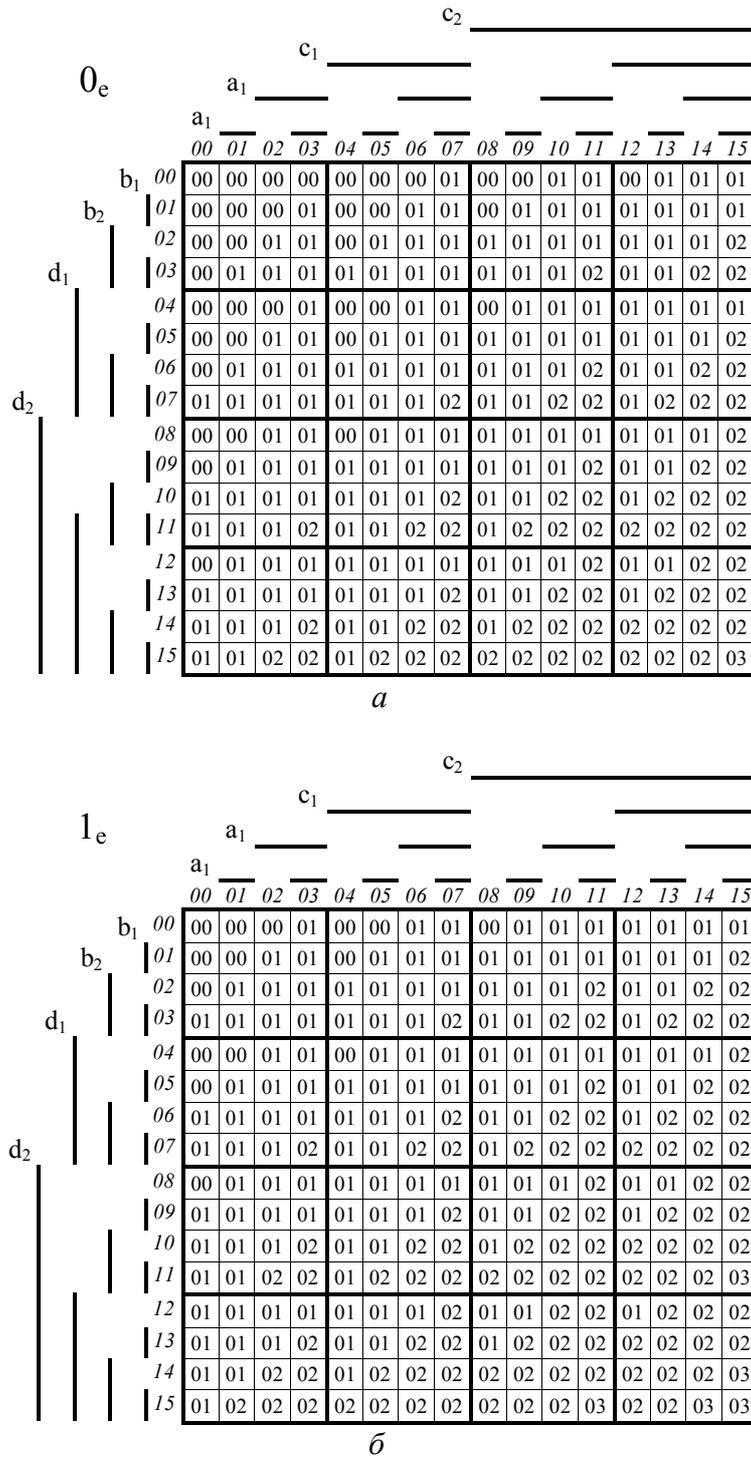


Рис. 2.4 (начало)

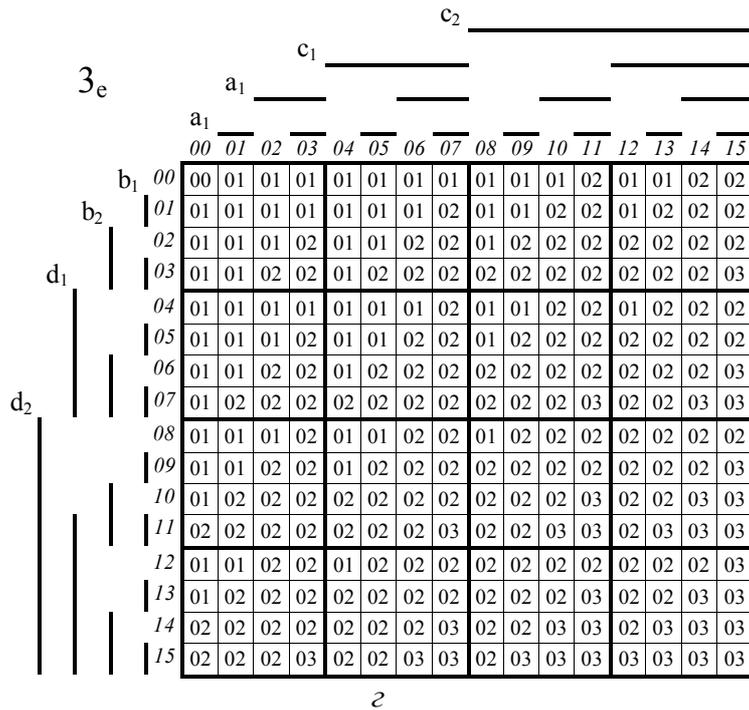
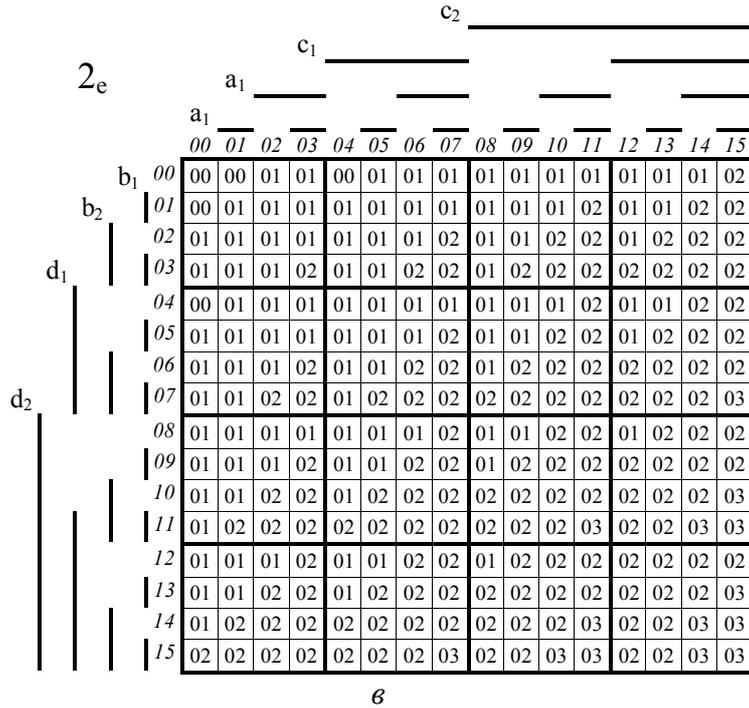


Рис. 2.4 (окончание)

В ячейках пятимерного цифрового пространства этих рисунков результат суммирования представлен двухзначными цифрами (00–03), которые совпадают для основного двоичного кода с весовыми значениями кодовых комбинаций (00–03), их представляющих. В дальнейшем изложении материала значность кодовых комбинаций информационной части кода всегда будет выбираться на единицу больше значности кодовых комбинаций его контрольной части. В нашем случае кодовые комбинации контрольной части кода в соответствии с табл. 2.1 – 0, 7, 3, 4.

Представим аналогичные зависимости результата суммирования для контрольной части блока, которые получаются заменой в ячейках пятимерного пространства рис. 2.3, a -г и 2.4, a -г кодовых комбинаций по следующему правилу: $00 \rightarrow 0, 01 \rightarrow 7, 02 \rightarrow 3, 03 \rightarrow 4$.

Результаты этих замен приведены на рис. 2.5, a -г и 2.6, a -г соответственно для сигналов F_x и P_x .

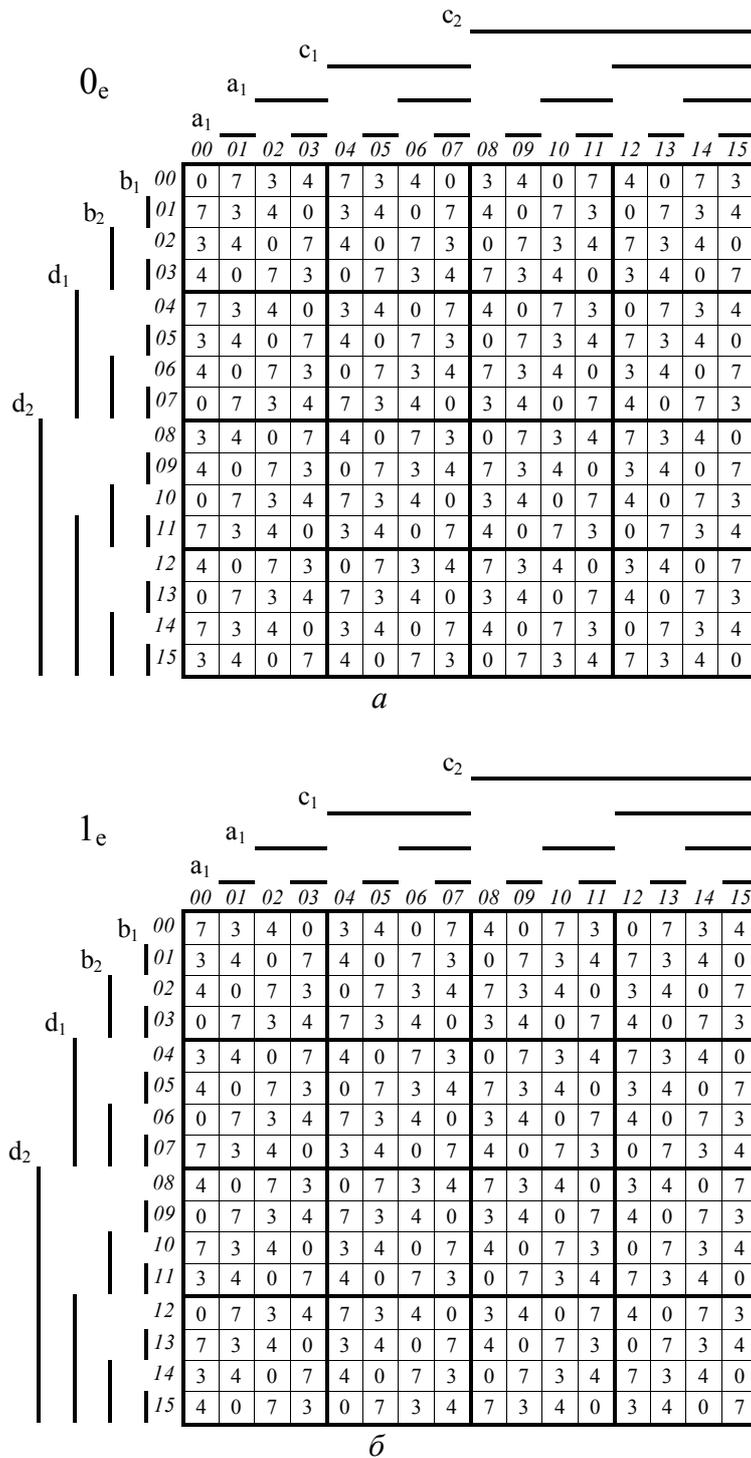


Рис. 2.5 (начало)

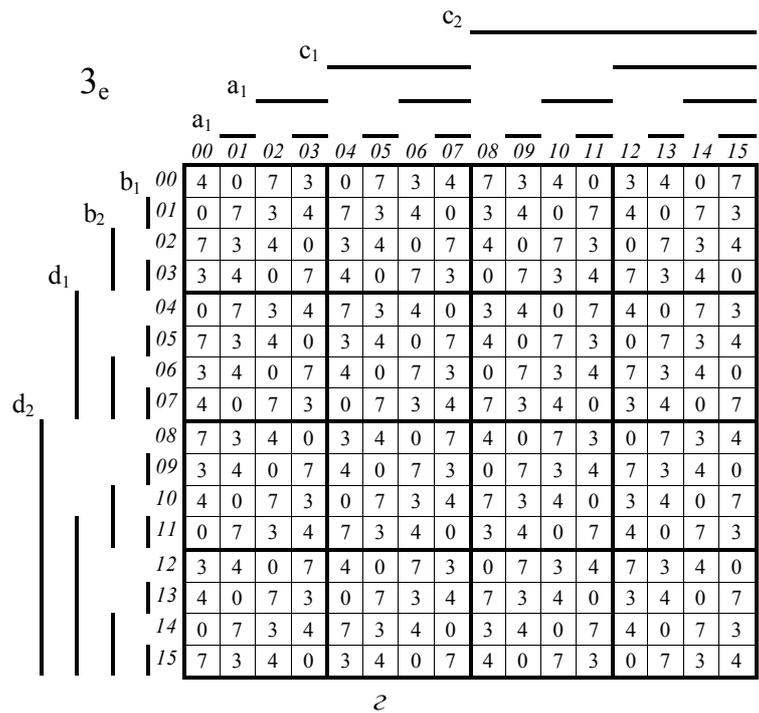
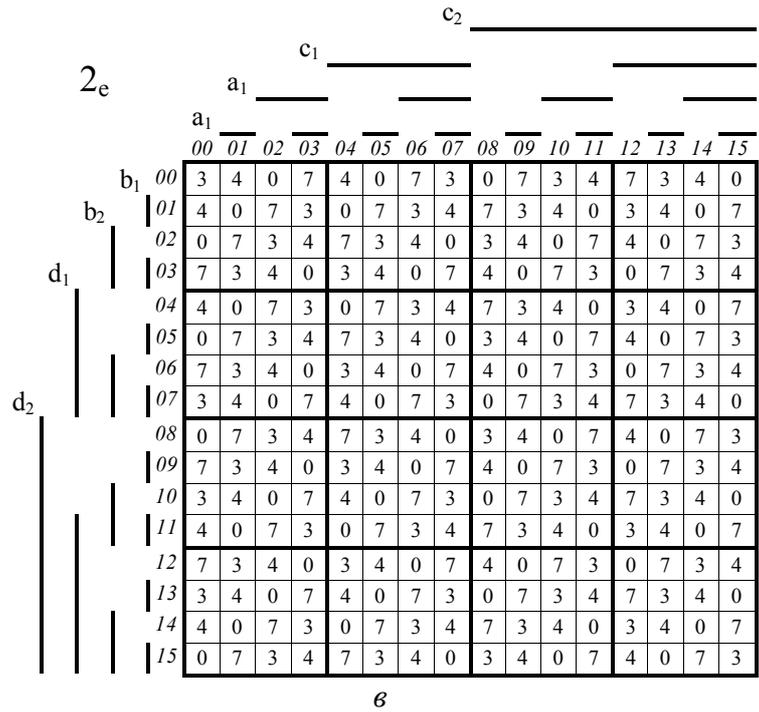


Рис. 2.5

Геометрические образы сигналов f_1, f_2 , составляющих сигнал F , формируются из рис. 2.3 *a–г* заменой для f_1 цифр 01 и 03 на звездочки (*) и удалением цифр 00, 02, а для f_2 – заменой цифр 02, 03 на звездочки и удалением цифр 00, 01.

Аналогичным образом геометрические образы сигналов p_1, p_2 , составляющих сигнал P , формируются из рис. 2.4, *a–г* заменой для p_1 цифр 01 и 03 на звездочки (*) и удалением цифр 00, 02, а для p_2 – заменой цифр 02, 03 на звездочки и удалением цифр 00, 01.

Геометрические образы сигналов f_{1x} , f_{2x} , f_{3x} составляющих сигнал F_x , формируются из рис. 2.3, а–г заменой для f_{1x} цифр 3 и 7 на звездочки (*) и удалением цифр 0, 4, а для $f_{2x} = f_{3x}$ – заменой цифр 4, 7 на звездочки и удалением цифр 0, 3.

Аналогичным образом получение геометрические образы сигналов p_{1x} , p_{2x} , p_{3x} , составляющих сигнал P_x , формируются из рис. 2.4, а–г заменой для p_{1x} цифр 3 и 7 на звездочки (*) и удалением цифр 0, 4, а для $p_{2x} = p_{3x}$ – заменой цифр 4, 7 на звездочки и удалением цифр 0, 3.

c_2 _____

c_1 _____

a_1 _____

a_1 _____

		a_1		b_1		b_2		d_1		d_2							
		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
0 _e	b ₁	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	7	7	0	7	7	7
	b ₂	0	0	0	7	0	0	7	7	0	7	7	7	7	7	7	7
	d ₁	0	0	7	7	0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	3
	d ₂	0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3
		0	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3	7	3	3	3
		0	0	7	7	0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	3
		0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3
		0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3
		0	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3	7	3	3	3
		0	7	7	3	7	7	3	3	7	3	3	3	3	3	3	3
		0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3
		0	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3	7	3	3	3
		0	7	7	3	7	7	3	3	7	3	3	3	3	3	3	3
		0	7	3	3	7	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4

a

c_2 _____

c_1 _____

a_1 _____

a_1 _____

		a_1		b_1		b_2		d_1		d_2							
		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
1 _e	b ₁	0	0	0	7	0	0	7	7	0	7	7	7	7	7	7	7
	b ₂	0	0	7	7	0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	3
	d ₁	0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3
	d ₂	0	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3	7	3	3	3
		0	7	7	3	7	7	3	3	7	3	3	3	3	3	3	3
		0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3
		0	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3
		0	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3	7	3	3	3
		0	7	7	3	7	7	3	3	7	3	3	3	3	3	3	3
		0	7	7	3	7	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
		0	7	7	7	7	7	7	3	7	7	3	3	7	3	3	3
		0	7	7	3	7	7	3	3	7	3	3	3	3	3	3	3
		0	7	3	3	7	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
		0	7	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	4	4

b

Рис. 2.6 (начало)

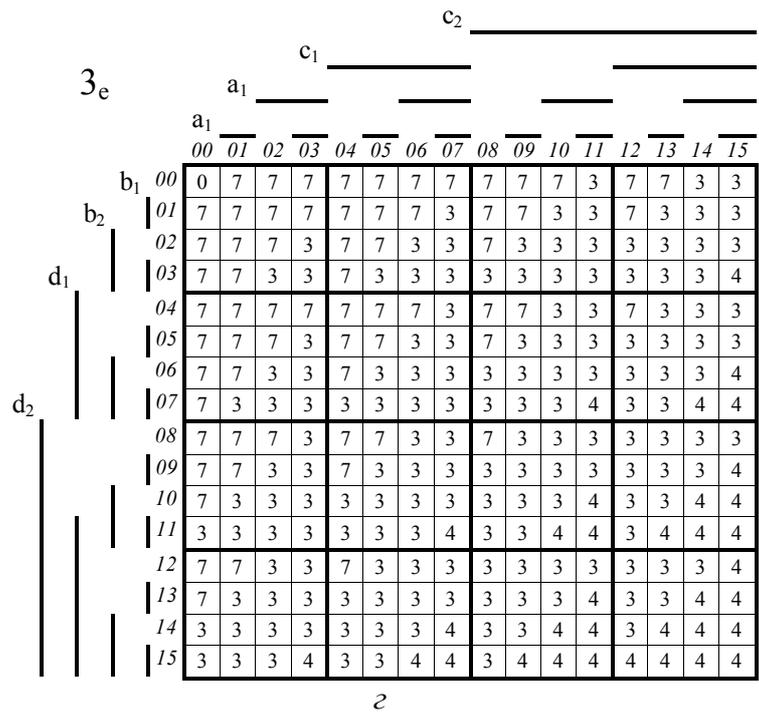
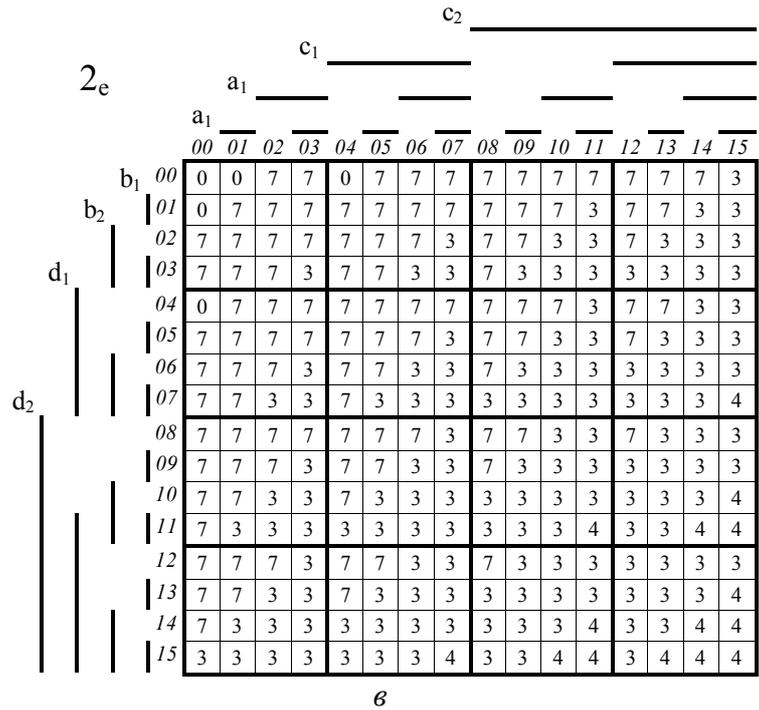


Рис. 2.6 (окончание)

Геометрические образы этих сигналов, которые являются картинной логикой, представлены в пятимерном цифро-векторном пространстве: f_1 – на рис. 2.7, $a-g$; f_2 – на рис. 2.8, $a-g$; p_1 – на рис. 2.9, $a-g$; p_2 – на рис. 2.10, $a-g$; $f_{1x} = f_{2x}$ – на рис. 2.11, $a-g$; f_{3x} – на рис. 2.12, $a-g$; $p_{1x} = p_{2x}$ – на рис. 2.13, $a-g$; p_{3x} – на рис. 2.14, $a-g$ соответственно в файлах |F|, |P|, |Fx|, |Px| папки |приложение 1 главы 2|:



Покрытие этих геометрических образов определяет все возможные варианты логических функций, соответствующих этим образам. В [3, с. 62] был предложен геометрический алгоритм синтеза таких двухзначных логических функций, который заключается в последовательном рассмотрении заполнения клеток нумерованного цифрового пространства основного двоичного кода. Этот алгоритм не имеет ограничений по значности логических функций и мерности цифрового пространства, где представлены их геометрические образы. Многочисленные примеры использования этого алгоритма [3–5] подтверждают его неограниченные возможности.

Первый этап синтеза двухзначных логических функций начинается с выделения в этих геометрических образах геометрических подмножеств $m_1(a,b)$, $\underline{m}_1(a,b)$; $m_2(a,b)$, $\underline{m}_2(a,b)$; ...; $m_{11}(a,b)$, $\underline{m}_{11}(a,b)$, где инверсное подмножество выделено красным цветом и знаком инверсии. Все эти подмножества представлены в файле прил. 1 этой главы под именем $m_1(a,b) \dots m_{11}(a,b)$.

На втором этапе рассматриваются более старшие подмножества $w_1(cd)$, $\underline{w}_1(cd)$; ... геометрических образов, которые в свою очередь состоят из соответствующих им младших подмножеств $m_1(a,b)$, $\underline{m}_1(a,b)$; $m_2(a,b)$, $\underline{m}_2(a,b)$; ...; $m_{11}(a,b)$, $\underline{m}_{11}(a,b)$. При этом в следующих старших подмножествах 0_e , 1_e , 2_e , 3_e учитываются все возможные включения одних подмножеств в другие из ряда $m_1(a,b) \dots m_{11}(a,b)$ их составляющих. Все подмножества $w_1(cd)$, $\underline{w}_1(cd)$; ... геометрических образов сигналов f_1 , f_2 , p_1 , p_2 , $f_{1x} = f_{2x}$, f_{3x} , $p_{1x} = p_{2x}$, p_{3x} представлены в файлах папки | приложение 1 главы 2 | под таким же именем.

В качестве примера синтеза подмножества 1_e сигнала p_2 рассмотрим его геометрический образ в координатах $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ – см. рис. 2.10, б из файла | P | папки | приложение 1 главы 2 |.

Геометрический образ подмножества $1_e(p_2)$ состоит из геометрических образов подмножеств m_8 , m_9 , m_4 , \underline{m}_5 , \underline{m}_{11} , \underline{m}_{10} , которые связаны между собой следующими включениями: $m_8 \subset m_9 \subset m_4 \subset \underline{m}_5 \subset \underline{m}_{11} \subset \underline{m}_{10}$ (m_9 включает в себя m_8 , m_4 включает в себя m_9 и т.д.). Эти взаимные включения подмножеств позволяют размещать подмножества m_8 , m_9 , m_4 , \underline{m}_5 , \underline{m}_{11} в большем числе ячеек пространства координат $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$, чем это представляется в геометрическом образе подмножества $1_e(p_2)$.

Свобода выбора размещения этих подмножеств в координатах цифрового пространства $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ позволяет получить их оптимальное распределение с целью минимизации синтезируемого логического выражения для функции $1_e(p_2)$. Для подмножества m_8 это распределение определяется геометрическим образом w'_7 вместо w_7 , для подмножества m_9 – w'_8 вместо w_8 , для подмножества m_4 – w'_5 вместо w_5 , для подмножества \underline{m}_5 – w'_9 вместо w_9 , для подмножества \underline{m}_{11} – w'_{10} вместо w_{10} . Геометрические образы этих разме-

щений ($w'_7, w'_8, w'_5, w'_9, w'_{10}, w_{11}$) приведены в правом углу рис. 2.10 б, где серым цветом отмечены ячейки пространства, которые могут содержать соответствующие подмножества $m_8, m_9, m_4, \underline{m}_5, \underline{m}_{11}$.

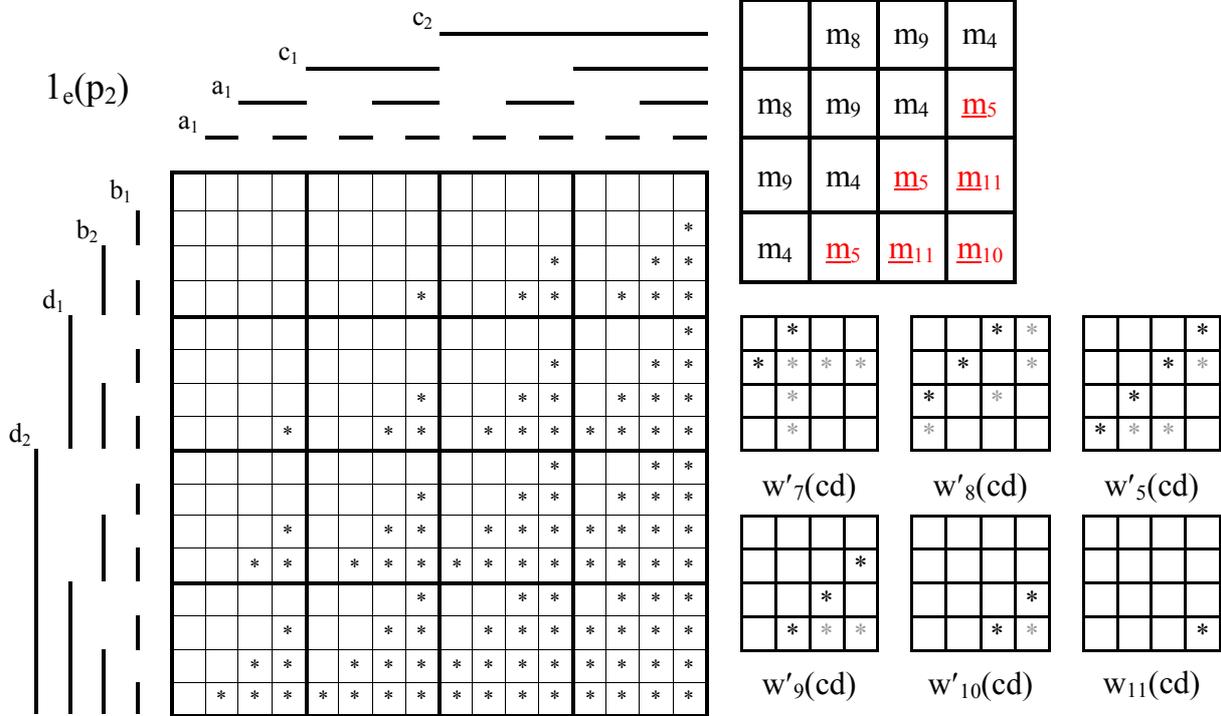


Рис. 2.10 б

Из геометрических образов подмножеств $m_8, m_9, m_4, \underline{m}_5, \underline{m}_{11}, \underline{m}_{10}$ и $w'_7, w'_8, w'_5, w'_9, w'_{10}, w_{11}$ следует оптимальная по затратам оборудования запись логической функции $1_e(p_2) = m_8 w'_7 \vee m_9 w'_8 \vee m_4 w'_5 \vee \underline{m}_5 w'_9 \vee \underline{m}_{11} w'_{10} \vee \underline{m}_{10} w_{11}$.

Аналогичным образом определяются на основании геометрических образов см. – рис. 2.7, а–г – 2.10, а–г логические функции подмножеств $0_e(f_1), 1_e(f_1), 2_e(f_1), 3_e(f_1); 0_e(f_2), 1_e(f_2), 2_e(f_2), 3_e(f_2); 0_e(p_1), 1_e(p_1), 2_e(p_1), 3_e(p_1); 0_e(p_2), 1_e(p_2), 2_e(p_2), 3_e(p_2)$, которые позволяют определить логические функции выходных информационных сигналов сумматора f_1, f_2, p_1, p_2 .

Также на основании геометрических образов см. рис. 2.11, а–г – 2.14, а–г определяются логические функции подмножеств $0_e(f_{1x}), 1_e(f_{1x}), 2_e(f_{1x}), 3_e(f_{1x}); 0_e(f_{3x}), 1_e(f_{3x}), 2_e(f_{3x}), 3_e(f_{3x}); 0_e(p_{1x}), 1_e(p_{1x}), 2_e(p_{1x}), 3_e(p_{1x}); 0_e(p_{3x}), 1_e(p_{3x}), 2_e(p_{3x}), 3_e(p_{3x})$, которые позволяют определить логические функции выходных контрольных сигналов сумматора $f_{1x} = f_{2x}, f_{3x}, p_{1x} = p_{2x}, p_{3x}$.

Представленные в файле |лог| папки |приложение 1 главы 2|, эти логические зависимости позволяют синтезировать многовходовые одноразрядные сумматоры, состоящие от двух (А, В) до пяти (А, В, С, D, E) операндов.

На основании этих геометрических представлений подмножеств пятивходового сумматора его выходные сигналы $f_1, f_2, p_1, p_2, f_{1x}, f_{2x}, p_{1x}, p_{2x}$ определяются по следующим логическим выражениям:

$$f_1 = (m_1 w_1 \vee \underline{m}_1 \underline{w}_1) \underline{e}_1 \vee (\underline{m}_1 w_1 \vee m_1 \underline{w}_1) e_1, \quad (2.1)$$

где

$$m_1 = a_1 \underline{b}_1 \vee \underline{a}_1 b_1, \quad \underline{m}_1 = \underline{a}_1 \underline{b}_1 \vee a_1 b_1, \\ w_1 = c_1 \underline{d}_1 \vee \underline{c}_1 d_1, \quad \underline{w}_1 = \underline{c}_1 \underline{d}_1 \vee c_1 d_1;$$

$$f_2 = (m_2 w_2 \vee m_3 w_3 \vee \underline{m}_2 w_4 \vee \underline{m}_3 w_5) \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee (m_3 w_2 \vee \underline{m}_2 w_3 \vee \underline{m}_3 w_4 \vee m_2 w_5) e_1 \underline{e}_2 \vee \\ \vee (\underline{m}_2 w_2 \vee \underline{m}_3 w_3 \vee m_2 w_4 \vee m_3 w_5) \underline{e}_1 e_2 \vee (\underline{m}_3 w_2 \vee m_2 w_3 \vee m_3 w_4 \vee \underline{m}_2 w_5) e_1 e_2, \quad (2.2)$$

где

$$m_2 = \underline{a}_1 \underline{a}_2 b_2 \vee \underline{a}_1 a_2 \underline{b}_2 \vee \underline{b}_1 \underline{b}_2 a_2 \vee \underline{b}_1 b_2 \underline{a}_2 \vee a_1 \underline{a}_2 b_1 \underline{b}_2 \vee a_1 a_2 b_1 b_2, \\ \underline{m}_2 = \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_1 a_2 b_2 \vee \underline{b}_1 \underline{b}_2 a_2 \vee \underline{b}_1 b_2 a_2 \vee a_1 \underline{a}_2 b_1 b_2 \vee a_1 a_2 b_1 \underline{b}_2, \\ m_3 = a_1 \underline{a}_2 \underline{b}_2 \vee a_1 a_2 b_2 \vee \underline{b}_1 \underline{b}_2 a_2 \vee \underline{b}_1 b_2 a_2 \vee \underline{a}_1 a_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_1 a_2 b_1 b_2, \\ \underline{m}_3 = a_1 \underline{a}_2 b_2 \vee a_1 a_2 \underline{b}_2 \vee \underline{b}_1 b_2 a_2 \vee \underline{b}_1 \underline{b}_2 a_2 \vee \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_1 a_2 \underline{b}_1 b_2, \\ w_2 = \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 d_1 d_2, \\ w_3 = \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \underline{c}_1 c_2 d_1 d_2, \\ w_4 = \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \underline{c}_1 c_2 d_1 d_2, \\ w_5 = \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 d_1 d_2;$$

$$p_1 = (m_4 w'_6 \vee \underline{m}_5 w_7 \vee \underline{m}_6 w_8 \vee \underline{m}_7 w_5 \vee \underline{m}_4 w_9 \vee m_5 w'_{10} \vee m_6 w_{11}) \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \\ \vee (\underline{m}_5 w_6 \vee \underline{m}_6 w_7 \vee \underline{m}_7 w_8 \vee \underline{m}_4 w_5 \vee m_5 w''_9 \vee m_6 w_{10} \vee m_7 w_{11}) e_1 \underline{e}_2 \vee \\ \vee (\underline{m}_6 w_6 \vee \underline{m}_7 w_7 \vee \underline{m}_4 w_8 \vee m_5 w''_5 \vee m_6 w_9 \vee m_7 w_{10} \vee m_4 w_{11}) \underline{e}_1 e_2 \vee \\ \vee (\underline{m}_7 w_6 \vee \underline{m}_4 w_7 \vee m_5 w''_8 \vee m_6 w_5 \vee m_7 w_9 \vee m_4 w'_{10} \vee \underline{m}_5 w_{11}) e_1 e_2, \quad (2.3)$$

где

$$m_4 = a_2 b_2 \vee a_1 a_2 b_2 \vee a_1 b_1 b_2, \quad \underline{m}_4 = \underline{a}_1 \underline{a}_2 \vee \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_1 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_2 b_1, \\ m_5 = \underline{a}_2 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_1 \underline{b}_1 \underline{b}_2, \quad \underline{m}_5 = a_1 a_2 \vee b_1 b_2 \vee a_1 b_2 \vee a_2 b_1, \\ m_6 = \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_1 a_2 b_1 b_2, \quad \underline{m}_6 = \underline{a}_1 a_2 \vee \underline{b}_1 b_2 \vee \underline{a}_2 \underline{b}_2 \vee \underline{b}_2 a_2 \vee a_1 b_1 \underline{b}_2, \\ m_7 = a_1 a_2 b_2 \vee a_2 b_1 b_2 \vee \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2, \quad \underline{m}_7 = a_2 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_2 b_2 \vee \underline{a}_2 b_1 \vee a_1 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_1 \underline{b}_1 b_2, \\ w_5 = \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 d_1 d_2, \\ w'_5 = c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 d_2, \\ w_6 = \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2, \quad w'_6 = \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2, \\ w_7 = \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2, \quad w_8 = \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2, \\ w''_8 = \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2, \quad w_9 = \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2, \\ w''_9 = \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2, \quad w_{10} = \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 d_2, \\ w'_{10} = \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2, \quad w_{11} = \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 d_2;$$

$$p_2 = (m_8 w'_8 \vee m_9 w'_5 \vee m_4 w'_9 \vee \underline{m}_5 w'_{10} \vee \underline{m}_{11} w_{11}) \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \\ \vee (m_8 w'_7 \vee m_9 w'_8 \vee m_4 w'_5 \vee \underline{m}_5 w'_9 \vee \underline{m}_{11} w'_{10} \vee \underline{m}_{10} w_{11}) e_1 \underline{e}_2 \vee \\ \vee (m_8 \vee m_9 w'_7 \vee m_4 w'_8 \vee \underline{m}_5 w'_5 \vee \underline{m}_{11} w'_9 \vee \underline{m}_{10} w'_{10} \vee w_{11}) \underline{e}_1 e_2 \vee \\ \vee (m_9 \vee m_4 w'_7 \vee \underline{m}_5 w'_8 \vee \underline{m}_{11} w'_5 \vee \underline{m}_{10} w'_9 \vee w'_{10}) e_1 e_2, \quad (2.4)$$

где

$$m_4 = a_2 b_2 \vee a_1 a_2 b_2 \vee a_1 b_1 b_2, \quad \underline{m}_5 = a_1 a_2 \vee b_1 b_2 \vee a_1 b_2 \vee a_2 b_1, \\ m_8 = a_1 a_2 b_1 b_2, \quad m_9 = a_2 b_1 b_2 \vee a_1 a_2 b_2, \quad \underline{m}_{10} = \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2, \quad \underline{m}_{11} = a_2 \vee b_2 \vee a_1 b_1,$$

$$\begin{aligned} w'_5 &= c_1c_2d_2 \vee c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_2 \vee c_2d_1d_2, w'_7 = c_1c_2 \vee d_1d_2, \\ w'_8 &= c_2d_1d_2 \vee c_1d_1d_2 \vee c_1d_1d_2, w'_9 = c_1c_2d_1 \vee c_1c_2d_2 \vee c_1d_1d_2, \\ w'_{10} &= c_1c_2d_2 \vee c_2d_1d_2, w_{11} = c_1c_2d_1d_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{1x} &= (m_3w_2 \vee m_2w_3 \vee m_3w_4 \vee m_2w_5)e_1e_2 \vee (m_2w_2 \vee m_3w_3 \vee m_2w_4 \vee w_5)e_1e_2 \vee \\ &\vee (m_3w_2 \vee m_2w_3 \vee m_3w_4 \vee m_2w_5)e_1e_2 \vee (m_2w_2 \vee m_3w_3 \vee m_2w_4 \vee m_3w_5)e_1e_2, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где

$$\begin{aligned} m_2 &= a_1a_2b_2 \vee a_1a_2b_2 \vee b_1b_2a_2 \vee b_1b_2a_2 \vee a_1a_2b_1b_2 \vee a_1a_2b_1b_2, \\ m_2 &= a_1a_2b_2 \vee a_1a_2b_2 \vee b_1b_2a_2 \vee b_1b_2a_2 \vee a_1a_2b_1b_2 \vee a_1a_2b_1b_2, \\ m_3 &= a_1a_2b_2 \vee a_1a_2b_2 \vee b_1b_2a_2 \vee b_1b_2a_2 \vee a_1a_2b_1b_2 \vee a_1a_2b_1b_2, \\ m_3 &= a_1a_2b_2 \vee a_1a_2b_2 \vee b_1b_2a_2 \vee b_1b_2a_2 \vee a_1a_2b_1b_2 \vee a_1a_2b_1b_2, \\ w_2 &= c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2, \\ w_3 &= c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2, \\ w_4 &= c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2, \\ w_5 &= c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2; \end{aligned}$$

$$f_{3x} = (m_1w_1 \vee m_1w_1)e_1 \vee (m_1w_1 \vee m_1w_1)e_1, \quad (2.6)$$

где

$$\begin{aligned} m_1 &= a_1b_1 \vee a_1b_1, m_1 = a_1b_1 \vee a_1b_1, \\ w_1 &= c_1d_1 \vee c_1d_1, w_1 = c_1d_1 \vee c_1d_1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{1x} &= (m_4c_2 \vee m_5w'_7 \vee m_{11}w'_8 \vee m_{10}w'_5 \vee w_{12} \vee m_8w'_{11})e_1e_2 \vee \\ &\vee (m_5c_2 \vee m_{11}w'_7 \vee m_{10}w'_8 \vee w_{13} \vee m_8w''_{10} \vee m_9w'_{11})e_1e_2 \vee \\ &\vee (m_{11}c_2 \vee m_{10}w''_7 \vee w_{14} \vee m_8w'''_9 \vee m_9w''_{10} \vee m_4w'_{11})e_1e_2 \vee \\ &\vee (m_{10}c_2d_2 \vee w_{15} \vee m_8w''_5 \vee m_8w'''_9 \vee m_4w''_{10} \vee m_5d_1d_2)e_1e_2, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где

$$\begin{aligned} m_4 &= a_2b_2 \vee a_1a_2b_2 \vee a_1b_1b_2, m_4 = a_1a_2 \vee b_1b_2 \vee a_1b_2 \vee a_2b_1, \\ m_5 &= a_1a_2 \vee b_1b_2 \vee a_1b_2 \vee a_2b_1, m_8 = a_2 \vee b_2 \vee b_1 \vee a_1, \\ m_9 &= a_2 \vee b_2 \vee a_1b_1, m_{10} = a_1a_2b_1b_2, m_{11} = a_2 \vee b_2 \vee a_1b_1, \\ w'_5 &= c_1c_2d_2 \vee c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_2 \vee c_2d_1d_2, w''_5 = c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_2 \vee c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_2, \\ w'_7 &= c_1c_2 \vee d_1d_2, w''_7 = c_1c_2 \vee c_2d_1d_2, \\ w'_8 &= c_2d_1d_2 \vee c_1d_1d_2 \vee c_1d_1d_2, w'''_9 = c_1c_2d_2 \vee c_1d_1d_2 \vee c_2d_1d_2, \\ w''_{10} &= c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_2, w'_{11} = c_1c_2d_1, w_{12} = c_1c_2d_1d_2 \vee c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2, \\ w_{13} &= c_1c_2d_2 \vee c_1c_2d_2 \vee c_2d_1d_2 \vee c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2, \\ w_{14} &= c_2d_1d_2 \vee c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_2 \vee c_1c_2d_2 \vee c_1c_2d_1d_2, \\ w_{15} &= c_1c_2d_2 \vee c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{3x} &= (m_4c_2d_2 \vee m_5w_7 \vee m_6w_8 \vee m_7w_5 \vee m_4w_9 \vee m_5w_{10} \vee m_6w_{11})e_1e_2 \vee \\ &\vee (m_5w_6 \vee m_6w_7 \vee m_7w_8 \vee m_4w_5 \vee m_5w''_9 \vee m_6w_{10} \vee m_7w_{11})e_1e_2 \vee \\ &\vee (m_6w_6 \vee m_7w_7 \vee m_4w_8 \vee m_5w''_5 \vee m_6w_9 \vee m_7w_{10} \vee m_4w_{11})e_1e_2 \vee \end{aligned}$$

$$\vee (\underline{m}_7 w_6 \vee \underline{m}_4 w_7 \vee m_5 w''_8 \vee m_6 w_6 \vee m_7 w_9 \vee m_4 w'_{10} \vee \underline{m}_5 w_{11}) e_1 e_2, \quad (2.8)$$

где

$$\begin{aligned} m_4 &= a_2 b_2 \vee a_1 a_2 b_2 \vee a_1 b_1 b_2, \underline{m}_4 = \underline{a_1 a_2} \vee \underline{b_1 b_2} \vee \underline{a_1 b_2} \vee \underline{a_2 b_1}, \\ m_5 &= \underline{a_2 b_2} \vee \underline{a_1 a_2 b_2} \vee \underline{a_1 b_1 b_2}, \underline{m}_5 = a_1 a_2 \vee b_1 b_2 \vee a_1 b_2 \vee a_2 b_1, \\ m_6 &= \underline{a_1 a_2 b_2} \vee \underline{a_2 b_1 b_2} \vee a_1 a_2 b_1 b_2, \underline{m}_6 = a_2 b_2 \vee \underline{a_2 b_2} \vee a_2 b_1 \vee \underline{a_1 b_2} \vee a_1 b_1 b_2, \\ m_7 &= a_1 a_2 b_2 \vee a_2 b_1 b_2 \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_2}, \underline{m}_7 = a_2 b_2 \vee \underline{a_2 b_2} \vee \underline{a_2 b_1} \vee \underline{a_1 b_2} \vee \underline{a_1 b_1 b_2}, \\ w_5 &= \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee c_1 \underline{c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2}, w_6 = \underline{c_1 c_2 d_1 d_2}, \\ w''_5 &= \underline{c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_2} \vee \underline{c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_2}, w_7 = \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2}, \\ w_8 &= \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2}, w''_8 = \underline{c_1 c_2 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2}, \\ w_9 &= c_1 c_2 d_1 \underline{d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee c_1 \underline{c_2 d_1 d_2}, w''_9 = c_1 c_2 \underline{d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2}, \\ w_{10} &= c_1 c_2 \underline{d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2}, w'_{10} = c_1 c_2 d_2 \vee c_2 d_1 d_2, w_{11} = c_1 c_2 d_1 d_2. \end{aligned}$$

Для варианта с возможностью исправления одиночных ошибок в каждом выходном сигнале сумматора все они как в информационной части блока (f_1, f_2, p_1, p_2) так и в контрольной ($f_{1x}, f_{2x}, f_{3x}, p_{1x}, p_{2x}, p_{3x}$) должны быть автономны внутри каждой части и между этими частями. Причем прямые и инверсные подмножества, входящие в эти логические зависимости, не должны формироваться простой их инверсией, что отражается в записи инверсных подмножеств не только знаком их инверсии (подчеркиванием этих подмножеств), но и выделением инверсных сигналов красным цветом.

В том случае, если в многовходовом сумматоре не требуется исправлять одиночные ошибки выходных сигналов, то требование автономности сигналов f_1, f_2, p_1, p_2 отпадает. Следовательно, подмножества, входящие в эти сигналы, могут формироваться, например, на первом шаге программы синтеза сумматора и быть общими для формирования сигналов f_1, f_2, p_1, p_2 .

Для синтеза многовходового сумматора предельного быстродействия в логических зависимостях (2.1) – (2.8) необходимо выполнить соответствующие им подстановки подмножеств $m_i(a, b), w_i(c, d)$, что приведено в файле |лог| папки |приложение 1 главы 1|.

2.2. Многовходовые сумматоры основания $n = 2^2$ двухфазного кода, представленные в координатах основного двоичного кода

В кодовых датчиках, а также цифровых инверторах и конверторах напряжений электроприводов постоянного и переменного токов широко используются сигналы двухфазного кода [3], которые в дальнейшем обрабатываются цифровыми устройствами, в том числе многовходовыми сумматорами.

На примере такого комбинированного кодового датчика [11] представим использование в его разрядах сигналов двухфазного кода (рис. 2.15), который может рассматриваться также как один из числа $(4!)$ двоичных кодов основания $n = 2^2$.

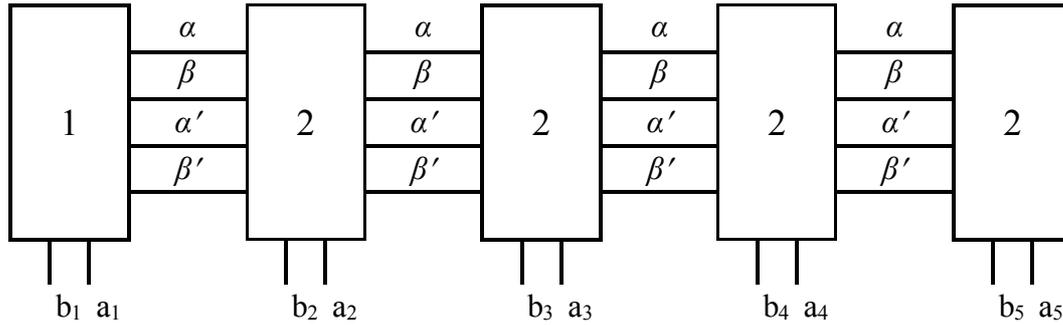


Рис. 2.15

Под номером 1 на этом рисунке представлен фотоэлектрический кодовый датчик, установленный, например, на валу электродвигателя.

Выходные сигналы датчика 1 , который является первым разрядом системы основания $n = 2^2$, представляются в двухфазном коде (b_1, a_1) . Все остальные разряды комбинированного устройства представляются двухфазными реверсивными делителями-счетчиками под номером 2 , с выходными двухфазными сигналами соответственно $(b_2, a_2), \dots, (b_5, a_5)$. Принципиальная схема этих реверсивных двухфазных делителей счетчиков приведена в [3, с. 124].

Каждый из разрядов этого комбинированного кодового датчика содержит вторые выходные сигналы $(\alpha, \beta, \alpha', \beta')$ для связи со следующим по старшинству разрядом комбинированного кодового датчика.

При вращении вала, например по часовой стрелке, сигналы на входе каждого делителя счетчика поступают в прямой последовательности $(\alpha, \beta, \alpha', \beta')$ и все делители-счетчики станут работать в режиме суммирования импульсов от фотоэлектрического датчика 1 .

При смене направления вращения вала электродвигателя меняется порядок следования импульсов на входе всех делителей-счетчиков на обратный $(\beta', \alpha', \beta, \alpha)$, и они перейдут в режим вычитания импульсов от фотоэлектрического датчика 1 .

На рис. 2.16 приведены выходные двухфазные сигналы $(b_1, a_1), \dots, (b_5, a_5)$ комбинированного кодового датчика на цифровом отрезке 00–63, из которых

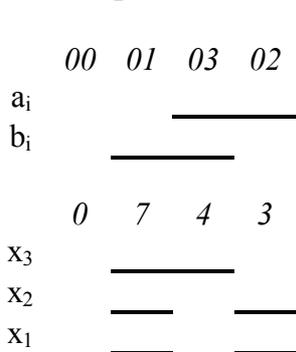


Рис. 2.17

видно, что он может быть представлен тремя вариантами кодов: основным двоичным кодом шестью разрядами $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$, кодом Грея также шестью разрядами $b_1, b_2, b_2, b_4, b_5, a_5$, двухфазным кодом тремя разрядами $(b_1, a_1), (b_3, a_3), (b_5, a_5)$.

Для квазисовершенного кода с информационной частью в двухфазном коде разряда, по принятым нами данным табл. 2.1, сигналам b_i, a_i соответствуют контрольные сигналы $x_1 = x_2 = a_{i-1}; x_3 = b_i$ (рис. 2.17).

В этом варианте комбинированного кодового датчика информационные сигналы разрядов поступают с выходов блоков, которые выделены на рис. 2.16 более толстыми линиями их контура, а другие блоки выполняют здесь связующую роль между ними и могут служить получением контрольных сигналов $x_1 = x_2 = a_{i-1}$.

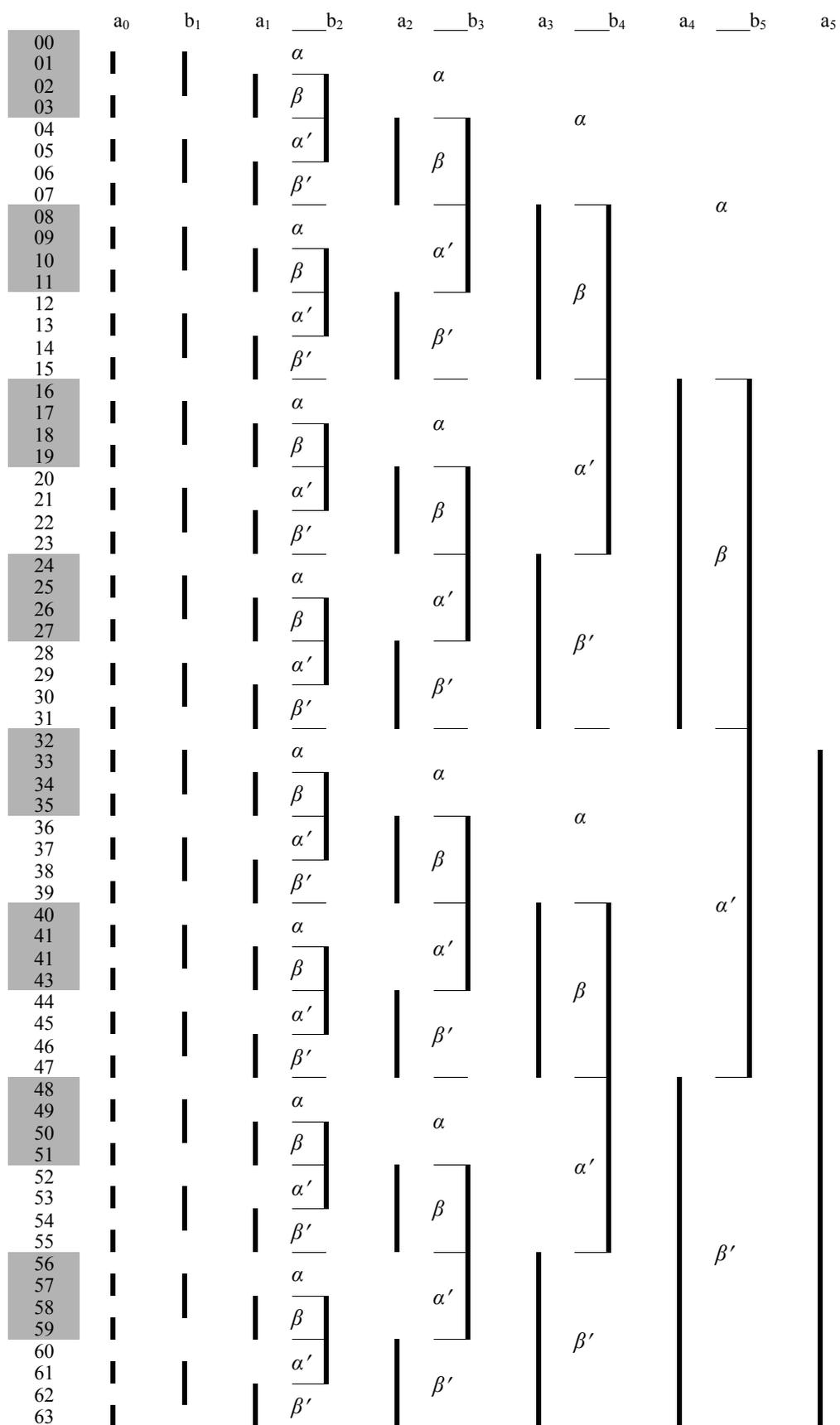
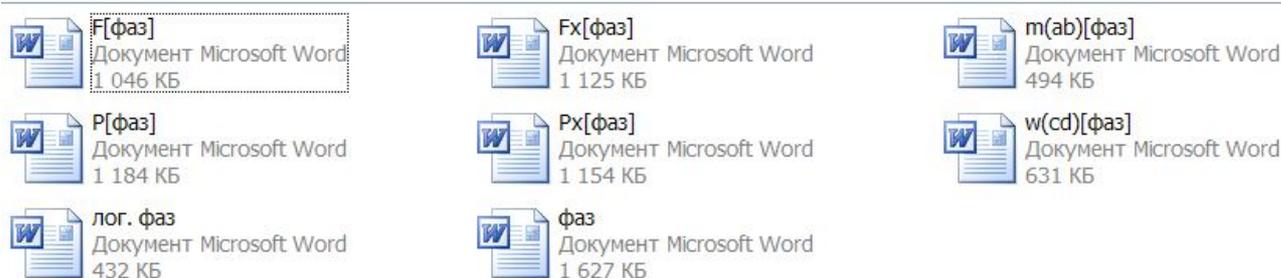


Рис. 2.16

Перейдем к рассмотрению построения одноразрядного пятивходового сумматора двухфазного кода.

Как и в разд. 2.1, здесь блок сумматора $F = A + B + C + D + E$ имеет два выходных сигнала систематических кодов. Выходной сигнал сумматора FF_x – первый разряд результата суммирования. Выходной сигнал PP_x – второй разряд результата суммирования, который является сигналом переноса в старший разряд. Каждый из выходных сигналов содержит информационную и соответствующую им контрольную части кода, что позволяет в дальнейшем исправлять одиночные ошибки сумматора.

Папка | приложение 2 главы 2 | содержит файлы, определяющие геометрический синтез пятивходового сумматора двухфазного кода, представленного в координатах основного двоичного кода



Обратимся к пятимерному цифровому пространству (рис. 2.18, $a-g$), которое приведено в файле | фаз | папки | приложение 2 главы 2 | этой главы для представления сигнала F . Это представление полностью соответствует рис. 2.2, $a-g$ с той лишь разницей, что в ячейках этого пространства вместо кодовых комбинаций $00, 01, 02, 03$ основного двоичного кода записаны их буквенные эквиваленты $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, а координаты пространства выражены здесь в двухфазном коде. Записанные в ячейках пространства эти буквенные эквиваленты также соответствуют и цифрам $00, 01, 02, 03$ для основания системы счисления $n = 2^2$. По этой причине данное представление результата суммирования является общим для любого принципа кодирования этого основания системы счисления $n = 2^2$ независимо от принципа кодирования этого основания.

Аналогичным образом в этом же файле | фаз | на рис. 2.19, $a-g$ представлен сигнал переноса P сумматора.

Буквенное кодирование для двухфазного кода соответствует здесь его кодовым комбинациям $\alpha \equiv 00, \beta \equiv 01, \gamma \equiv 02, \delta \equiv 03$.

Для возможности в дальнейшем изложении использовать известный из [3, с. 62] алгоритм геометрического синтеза логических функций выходных сигналов сумматора F и P преобразуем двухфазные координаты этого пространства в координаты основного двоичного кода, что соответствует рис. 2.20, $a-g$ и рис. 2.21, $a-g$ в файле | фаз | папки | приложение 2 главы 2 |, где все ячейки пятимерного пространства окрашены в светло-бирюзовый цвет. Эта окраска ячеек многомерного пространства будет означать в дальнейшем преобразование исходных координат пространства двоичного кода

(двухфазный код может рассматриваться как неосновной двоичный код) в координаты основного двоичного кода, когда сохраняются все логические функции геометрических образов, представленных в исходном многомерном пространстве.

Дальнейший синтез выходных логических функций пятивыходового сумматора будет аналогичен синтезу выходных логических функций сумматора предыдущего раздела и представлен в папке | приложение 2 главы 2 | в следующих файлах под именами: | F[фаз] |, | P[фаз] |, | Fx[фаз] |, | Px[фаз] |, | m(ab)[фаз] |, | w(cd)[фаз] |.

В файле | F[фаз] | на рис. 2.22, а–г и 2.23, а–г приведены соответственно геометрические образы информационных выходных сигналов f_1, f_2 . Эти геометрические образы получены заменой в ячейках пространства рис. 2.20 для f_1 кодовых комбинаций $\beta \equiv 01$ и $\delta \equiv 03$ на звездочки (*) и удалением кодовых комбинаций $\alpha \equiv 00, \gamma \equiv 02$, а для f_2 – заменой $\gamma \equiv 02, \delta \equiv 03$ на звездочки (*) и удалением кодовых комбинаций $\alpha \equiv 00, \beta \equiv 01$. На этих рисунках эти же геометрические образы сигналов f_1, f_2 представлены с использованием более крупных ячеек пространства координат соответственно $C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$ и $E(e_1, e_2)$. Здесь и в дальнейшем для таких укрупненных геометрических образов будут использоваться подмножества m_i, w_i и их инверсные значения \bar{m}_i, \bar{w}_i .

В файле | P[фаз] | на рис. 2.24, а–г и 2.25, а–г приведены соответственно геометрические образы информационных выходных сигналов p_1, p_2 . Эти геометрические образы получены заменой в ячейках пространства рис. 2.21 для p_1 кодовых комбинаций $\beta \equiv 01$ и $\delta \equiv 03$ на звездочки (*) и удалением кодовых комбинаций $\alpha \equiv 00, \gamma \equiv 02$, а для p_2 – заменой $\gamma \equiv 02, \delta \equiv 03$ на звездочки (*) и удалением кодовых комбинаций $\alpha \equiv 00, \beta \equiv 01$. На этих рисунках эти же геометрические образы сигналов p_1, p_2 представлены с использованием более крупных ячеек пространства координат $C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$ и $E(e_1, e_2)$, а также подмножеств m_i, w_i и их инверсий \bar{m}_i, \bar{w}_i .

Для формирования геометрических образов контрольных выходных сигналов сумматора | Fx[фаз] |, | Px[фаз] |, которые связаны для выбранного нами квазисовершенного кода с информационными его кодовыми комбинациями соотношениями $\alpha \equiv 00 \rightarrow 0, \beta \equiv 01 \rightarrow 7, \gamma \equiv 02 \rightarrow 3, \delta \equiv 03 \rightarrow 4$, также используются соответственно рис. 2.20 и 2.21.

В файле | Fx[фаз] | на рис. 2.26, а–г и 2.27, а–г приведены соответственно геометрические образы контрольных выходных сигналов $f_{1x} = f_{2x}, f_{3x}$. Эти геометрические образы получены заменой в ячейках пространства рис. 2.20 для $f_{1x} = f_{2x}$ кодовых комбинаций $\beta \equiv 01$ и $\delta \equiv 03$ на звездочки (*) и удалением кодовых комбинаций $\alpha \equiv 00, \gamma \equiv 02$, а для f_{3x} – заменой $\beta \equiv 01, \delta \equiv 03$ на звездочки (*) и удалением кодовых комбинаций $\alpha \equiv 00, \gamma \equiv 02$. На этих рисунках геометрические образы сигналов $f_{1x} = f_{2x}, f_{3x}$, как и ранее, представлены с использованием более крупных ячеек пространства коор-

динат $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ и $E(e_1, e_2)$, а также подмножеств m_i , w_i и их инверсий \underline{m}_i , \underline{w}_i .

В файле $|P_x[\text{фаз}]|$ на рис. 2.28, а–г и 2.29, а–г приведены соответственно геометрические образы контрольных выходных сигналов $p_{1x} = p_{2x}$, p_{3x} . Эти геометрические образы получены заменой в ячейках пространства рис. 2.21 для $p_{1x} = p_{2x}$ кодовых комбинаций $\beta \equiv 01$ и $\delta \equiv 03$ на звездочки (*) и удалением кодовых комбинаций $\alpha \equiv 00$, $\gamma \equiv 02$, а для p_{3x} – заменой $\beta \equiv 01$, $\delta \equiv 03$ на звездочки (*) и удалением кодовых комбинаций $\alpha \equiv 00$, $\gamma \equiv 02$. На этих рисунках геометрические образы сигналов $p_{1x} = p_{2x}$, p_{3x} представлены с использованием более крупных ячеек пространства координат $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ и $E(e_1, e_2)$, а также подмножеств $m_i(a, b)$ и $w_i(c, d)$ и их инверсий \underline{m}_i , \underline{w}_i .

В файле $|m(ab)[\text{фаз}]|$ приведены в координатах пространства $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ геометрические образы подмножеств m_i и их инверсные значения \underline{m}_i , что позволяет синтезировать их логические выражения. Эти логические зависимости представлены в этом файле под каждым соответствующим ему геометрическим образом.

В файле $|w(cd)[\text{фаз}]|$ приведены в координатах пространства $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ геометрические образы подмножеств w_1, \dots, w_{17} , а также образуемые для некоторых из них геометрические образы подмножеств с минимальной дизъюнктивной формой, которая учитывает взаимное вхождение подмножеств m_i , \underline{m}_i в соответствующих ячейках многомерного пространства геометрических образов сигналов $F[\text{фаз}]$, $P[\text{фаз}]$, $F_x[\text{фаз}]$, $P_x[\text{фаз}]$. Это следующие группы подмножеств: (w'_4, w''_4, w'''_4) , $(w'_6, w''_6, w'''_6, w''''_6)$, $(w'_7, w''_7, w'''_7, w''''_7)$, (w'_8, w''_8, w'''_9) , $(w'_9, w''_9, w'''_9, w''''_9)$, $(w'_{11}, w''_{11}, w'''_{11})$, w'_{12} , w'_{13} . Все подмножества, входящие в эти группы, определяются логическими выражениями меньших размеров, чем исходные подмножества. Логические функции подмножеств в этом файле также записаны под каждым соответствующим ему геометрическим образом.

На основании изложенного выше логические функции выходных сигналов сумматора будут определяться следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} f_1(\phi) &= f_{1x}(\phi) = f_{2x}(\phi), \\ f_1(\phi) &= (m_1 w_1 \vee \underline{m}_1 \underline{w}_1) \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee (\underline{m}_1 w_1 \vee m_1 \underline{w}_1) e_1 e_2 \vee \\ &\vee (\underline{m}_1 w_1 \vee m_1 \underline{w}_1) \underline{e}_1 e_2 \vee (m_1 w_1 \vee \underline{m}_1 \underline{w}_1) e_1 e_2, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где

$$\begin{aligned} m_1 &= a_1 \underline{a}_2 b_1 b_2 \vee \underline{a}_1 a_2 \underline{b}_1 b_2 \vee \underline{a}_1 \underline{a}_2 b_1 \underline{b}_2 \vee a_1 a_2 b_1 \underline{b}_2 \vee \\ &\vee \underline{a}_1 \underline{a}_2 b_1 b_2 \vee a_1 a_2 \underline{b}_1 b_2 \vee \underline{a}_1 \underline{a}_2 b_1 b_2 \vee \underline{a}_1 a_2 b_1 b_2, \\ \underline{m}_1 &= \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_1 a_2 \underline{b}_1 b_2 \vee \underline{a}_1 \underline{a}_2 b_1 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_1 a_2 b_1 \underline{b}_2 \vee \\ &\vee a_1 \underline{a}_2 b_1 b_2 \vee \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_1 b_2 \vee \underline{a}_1 \underline{a}_2 b_1 b_2 \vee a_1 a_2 b_1 b_2, \\ w_1 &= c_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 d_1 \underline{d}_2 \vee c_1 c_2 d_1 \underline{d}_2 \vee \\ &\vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2 \vee c_1 c_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 d_1 d_2 \vee \underline{c}_1 c_2 d_1 d_2, \\ \underline{w}_1 &= \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee c_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 d_1 \underline{d}_2 \vee \underline{c}_1 c_2 d_1 \underline{d}_2 \vee \\ &\vee c_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \underline{c}_1 \underline{c}_2 d_1 d_2 \vee c_1 c_2 d_1 d_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_2(\phi) = & (m_3w_2 \vee m_4w_3 \vee \underline{m_4}w_4 \vee \underline{m_3}w_5)e_1e_2 \vee \\
& \vee (m_4w_2 \vee \underline{m_3}w_3 \vee m_4w_4 \vee \underline{m_4}w_5)e_1e_2 \vee \\
& \vee (\underline{m_4}w_2 \vee m_3w_3 \vee \underline{m_3}w_4 \vee m_4w_5)e_1e_2 \vee \\
& \vee (\underline{m_3}w_2 \vee \underline{m_4}w_3 \vee m_4w_4 \vee m_3w_5)e_1e_2,
\end{aligned} \tag{2.10}$$

где

$$\begin{aligned}
m_3 = & a_2\underline{b_1}b_2 \vee \underline{a_2}b_1b_2 \vee a_1b_1\underline{b_2} \vee \underline{a_1}b_1b_2, \\
\underline{m_3} = & \underline{a_2}b_1b_2 \vee a_2b_1b_2 \vee \underline{a_1}b_1\underline{b_2} \vee a_1\underline{b_1}b_2, \\
m_4 = & \underline{a_2}b_1b_2 \vee a_2\underline{b_1}b_2 \vee a_1\underline{b_1}b_2 \vee \underline{a_1}b_1b_2, \\
\underline{m_4} = & \underline{a_2}b_1b_2 \vee a_2b_1\underline{b_2} \vee \underline{a_1}b_1\underline{b_2} \vee a_1a_2b_1b_2, \\
w_2 = & \underline{c_1}c_2\underline{d_1}d_2 \vee \underline{c_1}c_2d_1\underline{d_2} \vee c_1\underline{c_2}d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2, \\
w_3 = & c_1\underline{c_2}d_1\underline{d_2} \vee \underline{c_1}c_2d_1\underline{d_2} \vee c_1c_2\underline{d_1}d_2 \vee \underline{c_1}c_2d_1d_2, \\
w_4 = & \underline{c_1}c_2\underline{d_1}d_2 \vee c_1c_2d_1\underline{d_2} \vee \underline{c_1}c_2\underline{d_1}d_2 \vee \underline{c_1}c_2d_1d_2, \\
w_5 = & c_1c_2\underline{d_1}d_2 \vee c_1\underline{c_2}d_1\underline{d_2} \vee \underline{c_1}c_2\underline{d_1}d_2 \vee \underline{c_1}c_2d_1d_2;
\end{aligned}$$

$$p_1(\phi) = p_{1x}(\phi) = p_{2x}(\phi),$$

$$\begin{aligned}
p_1(\phi) = & (m_5w'_6 \vee m_6w_7 \vee m_7w_4 \vee m_8w_8 \vee \underline{m_6}w'_9 \vee \underline{m_5}w_{10})e_1e_2 \vee \\
& \vee (m_6w_6 \vee m_8w_7 \vee \underline{m_5}w_4 \vee m_7w_8 \vee \underline{m_8}w_9 \vee \underline{m_6}w_{10} \vee \underline{m_7}w_{11})e_1e_2 \vee \\
& \vee (m_7w_6 \vee \underline{m_5}w_7 \vee \underline{m_8}w_4 \vee \underline{m_6}w_8 \vee m_5w_9 \vee \underline{m_7}w_{10} \vee m_6w_{11})e_1e_2 \vee \\
& \vee (m_8w_6 \vee m_7w_7 \vee \underline{m_6}w_4 \vee \underline{m_5}w_8 \vee \underline{m_7}w_9 \vee \underline{m_8}w_{10} \vee m_5w_{11})e_1e_2,
\end{aligned} \tag{2.11}$$

где

$$\begin{aligned}
m_5 = & a_2b_2 \vee \underline{a_1}a_2b_1 \vee a_1b_1b_2, \\
\underline{m_5} = & \underline{b_1}b_2 \vee \underline{a_1}a_2 \vee a_1b_1, \quad m_6 = \underline{a_1}a_2 \vee \underline{b_1}b_2 \vee a_1b_2 \vee a_2b_1, \\
\underline{m_6} = & \underline{a_2}b_2 \vee a_1\underline{b_1}b_2 \vee \underline{a_1}a_2b_1, \quad m_7 = a_2b_2 \vee \underline{a_2}b_2 \vee a_1\underline{b_2} \vee \underline{a_2}b_1 \vee a_1b_1, \\
\underline{m_7} = & \underline{a_1}a_2\underline{b_1}b_2 \vee a_2\underline{b_1}b_2 \vee \underline{a_1}a_2b_2, \quad m_8 = a_2b_2 \vee \underline{a_2}b_1b_2 \vee a_1b_1 \vee a_2b_1, \\
\underline{m_8} = & \underline{a_2}b_1b_2 \vee \underline{a_1}a_2b_2 \vee \underline{a_1}a_2\underline{b_1}b_2, \quad w'_6 = \underline{c_2}d_1d_2, \quad w_7 = c_1\underline{c_2}d_1d_2 \vee \underline{c_1}c_2d_1d_2, \\
w_4 = & \underline{c_1}c_2\underline{d_1}d_2 \vee c_1c_2d_1\underline{d_2} \vee \underline{c_1}c_2\underline{d_1}d_2 \vee \underline{c_1}c_2d_1d_2, \\
w_8 = & c_1c_2\underline{d_1}d_2 \vee c_1\underline{c_2}d_1\underline{d_2} \vee \underline{c_1}c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2, \\
w'_9 = & c_2\underline{d_1}d_2 \vee \underline{c_1}c_2d_2, \quad w_{10} = \underline{c_1}c_2d_1d_2 \vee c_1\underline{c_2}d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2, \\
w_6 = & c_1c_2d_1d_2, \quad w_{11} = \underline{c_1}c_2\underline{d_1}d_2, \quad w_9 = c_1c_2\underline{d_1}d_2 \vee \underline{c_1}c_2d_1d_2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_2(\phi) = & (m_2w'_4 \vee m_9w'_8 \vee m_2w'_{12} \vee m_6w'_9 \vee m_5w'_{13} \vee m_{10}w_{11})e_1e_2 \vee \\
& \vee (m_9w'_7 \vee m_5w'_4 \vee m_2w'_8 \vee m_6w'_{13} \vee \underline{m_{11}}w'_9 \vee \underline{m_{12}}w_{11})e_1e_2 \vee \\
& \vee (m_2 \vee m_5w'_7 \vee \underline{m_{11}}w'_4 \vee m_6w'_8 \vee w'_9 \vee \underline{m_{12}}w'_{13})e_1e_2 \vee \\
& \vee (m_9 \vee m_2w'_7 \vee m_6w'_4 \vee m_5w'_8 \vee \underline{m_{12}}w'_9 \vee \underline{m_{11}}w'_{13} \vee w_{11})e_1e_2,
\end{aligned} \tag{2.12}$$

где

$$\begin{aligned}
m_2 = & \underline{a_1}a_2b_2 \vee a_2\underline{b_1}b_2, \quad m_9 = a_1a_2b_2 \vee b_1b_2a_2, \quad m_6 = \underline{a_1}a_2 \vee \underline{b_1}b_2 \vee a_1b_2 \vee a_2b_1, \\
m_5 = & a_2b_2 \vee \underline{a_1}a_2b_1 \vee a_1b_1b_2, \quad m_{10} = a_2 \vee b_2 \vee b_1 \vee a_1, \quad \underline{m_{11}} = a_2 \vee b_2 \vee a_1b_1, \\
\underline{m_{12}} = & a_2 \vee b_2 \vee a_1 \vee b_1, \quad w'_4 = \underline{c_1}c_2 \vee c_2d_1 \vee \underline{d_1}d_2 \vee c_1d_2, \quad w'_8 = c_1c_2 \vee c_1d_1 \vee d_1d_2, \\
w'_{12} = & c_1c_2d_1 \vee \underline{d_1}d_2 \vee c_1d_2, \quad w'_9 = c_2\underline{d_1}d_2 \vee \underline{c_1}c_2d_2, \quad w'_{13} = \underline{c_1}c_2d_1 \vee c_1\underline{d_1}d_2 \vee c_2d_2, \\
w_{11} = & \underline{c_1}c_2\underline{d_1}d_2, \quad w'_7 = c_1\underline{c_2} \vee d_1d_2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{3x}(\phi) = & (m_4w_2 \vee \underline{m}_3w_3 \vee m_4w_4 \vee \underline{m}_4w_5)e_1e_2 \vee \\
& \vee (\underline{m}_3w_2 \vee \underline{m}_4w_3 \vee m_4w_4 \vee m_3w_5)e_1e_2 \vee \\
& \vee (m_3w_2 \vee m_4w_3 \vee \underline{m}_4w_4 \vee \underline{m}_3w_5)e_1e_2 \vee \\
& \vee (\underline{m}_4w_2 \vee m_3w_3 \vee \underline{m}_3w_4 \vee m_4w_5)e_1e_2,
\end{aligned} \tag{2.13}$$

где

$$\begin{aligned}
m_3 = & a_2b_1b_2 \vee \underline{a}_2b_1b_2 \vee a_1b_1b_2 \vee \underline{a}_1b_1b_2, \quad \underline{m}_3 = \underline{a}_2b_1b_2 \vee a_2b_1b_2 \vee \underline{a}_1b_1b_2 \vee a_1b_1b_2, \\
m_4 = & \underline{a}_2b_1b_2 \vee a_2b_1b_2 \vee a_1b_1b_2 \vee \underline{a}_1b_1b_2, \quad \underline{m}_4 = \underline{a}_2b_1b_2 \vee a_2b_1b_2 \vee \underline{a}_1b_1b_2 \vee a_1a_2b_1b_2, \\
w_2 = & \underline{c}_1c_2d_1d_2 \vee \underline{c}_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2, \\
w_3 = & \underline{c}_1c_2d_1d_2 \vee \underline{c}_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee \underline{c}_1c_2d_1d_2, \\
w_4 = & \underline{c}_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee \underline{c}_1c_2d_1d_2 \vee \underline{c}_1c_2d_1d_2, \\
w_5 = & c_1c_2d_1d_2 \vee c_1c_2d_1d_2 \vee \underline{c}_1c_2d_1d_2 \vee \underline{c}_1c_2d_1d_2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{3x}(\phi) = & (m_5w''_6 \vee m_6w''_7 \vee \underline{m}_{12}w''_4 \vee \underline{m}_{11}w''_8 \vee w_{14} \vee \underline{m}_9w''_{11})e_1e_2 \vee \\
& \vee (m_6w'''_6 \vee \underline{m}_{11}w'''_7 \vee w_{15} \vee \underline{m}_{12}w'''_8 \vee \underline{m}_9w''_9 \vee \underline{m}_2w'_{11})e_1e_2 \vee \\
& \vee (\underline{m}_{12}w''''_6 \vee w_{16} \vee \underline{m}_9w''''_4 \vee \underline{m}_5w''''_9 \vee \underline{m}_2w''_{13} \vee \underline{m}_6w''''_{11})e_1e_2 \vee \\
& \vee (\underline{m}_{11}w''''_6 \vee \underline{m}_{12}w''''_7 \vee w_{17} \vee \underline{m}_2w''''_9 \vee \underline{m}_9w''_{13} \vee m_{13}w''''_{11})e_1e_2,
\end{aligned}$$

(2.14')

где

$$\begin{aligned}
m_5 = & a_2b_2 \vee \underline{a}_1a_2b_1 \vee a_1b_1b_2, \quad m_6 = \underline{a}_1a_2 \vee \underline{b}_1b_2 \vee a_1b_2 \vee a_2b_1, \quad \underline{m}_{12} = a_2 \vee b_2 \vee a_1 \vee b_1, \\
m_{11} = & \underline{a}_2b_1b_2 \vee \underline{a}_1a_2b_2, \quad \underline{m}_9 = \underline{b}_2 \vee \underline{a}_2 \vee a_1a_2 \vee b_1b_2, \quad \underline{m}_2 = \underline{b}_2 \vee \underline{a}_2 \vee a_1b_1, \\
\underline{m}_5 = & \underline{b}_1b_2 \vee \underline{a}_1a_2 \vee a_1b_1, \quad \underline{m}_6 = \underline{a}_2b_2 \vee a_1b_1b_2 \vee \underline{a}_1a_2b_1, \quad m_{13} = \underline{a}_2 \vee \underline{b}_1b_2 \vee a_1b_2, \\
w''_6 = & \underline{c}_2, \quad w''_7 = w'_7 = c_1c_2 \vee d_1d_2, \quad w''_4 = \underline{c}_1c_2d_2 \vee c_2d_1 \vee \underline{c}_2d_1d_2 \vee c_1d_2, \\
w''_8 = & w'_8 = c_1c_2 \vee c_1d_1 \vee d_1d_2, \quad w_{14} = \underline{c}_1c_2d_1 \vee c_1d_1d_2 \vee c_2d_1d_2, \quad w''_{11} = c_2d_2, \\
w'''_6 = & \underline{c}_1d_1d_2, \quad w'''_7 = c_1c_2d_1 \vee \underline{c}_1d_1d_2, \quad w_{15} = \underline{c}_1c_2d_2 \vee c_1c_2d_2 \vee c_2d_1d_2 \vee \underline{c}_2d_1d_2, \\
w'''_8 = & \underline{c}_2d_2 \vee \underline{c}_2d_2 \vee c_1d_1, \quad w''_9 = c_1d_2 \vee c_2d_1, \quad w'_{11} = \underline{c}_1c_2d_1, \quad w''''_6 = \underline{c}_2d_2, \\
w_{16} = & c_1d_1d_2 \vee \underline{c}_2d_1d_2 \vee \underline{c}_1c_2d_1, \quad w''''_4 = \underline{c}_2d_1d_2 \vee c_2d_1 \vee c_1d_1d_2 \vee \underline{c}_2d_2, \\
w''''_9 = & c_1c_2d_1 \vee \underline{c}_1d_1d_2, \quad w''_{13} = d_1d_2 \vee \underline{c}_2d_2 \vee c_1c_2d_1, \quad w''''_{11} = c_2, \quad w''''_6 = \underline{c}_2d_2, \\
w''''_7 = & c_1d_1d_2 \vee \underline{c}_2d_1d_2, \quad w_{17} = c_2d_1d_2 \vee \underline{c}_2d_1d_2 \vee c_1d_1d_2 \vee c_1c_2d_1, \quad w''''_9 = c_1c_2 \vee d_1d_2.
\end{aligned}$$

Для синтеза многовходового сумматора предельного быстродействия в логических зависимостях (2.9) – (2.14') необходимо осуществить соответствующие им подстановки подмножеств $m_i(a, b)$, $w_i(c, d)$, что выполнено в файле | лог. фаз | папки | приложение 2 главы 2 |.

Сравнение логических функций систематических квазисовершенных кодов основания $n = 2^2$ с информационной частью в основном двоичном коде и в двухфазном коде по затратам оборудования при реализации многовходовых сумматоров дают преимущества основному двоичному коду. Однако и этот тип квазисовершенного кода уступает по затратам оборудования при схемной реализации, когда каждый выходной информационный сигнал многовходового сумматора f_1 , f_2 , p_1 , p_2 будет формироваться, например, по классическому мажоритарному принципу [9] реализации схемы сумматора. Оче-

видно, что преимущество применения совершенных и квазисовершенных кодов в многовходовых сумматорах по сравнению с мажоритарным принципом может быть достигнуто, когда число информационных разрядов станет равным или больше числа контрольных разрядов кода ($i \geq k$).

Квазисовершенные коды основания $n = 2^2$, когда информационная часть кода представляется неосновным двоичным кодом, целесообразно использовать, например, в машинной арифметике криптологических систем, где используются сложные математические операции, такие как возведение очень больших чисел в чрезвычайно высокие степени по модулю произведения двух простых чисел и т.д. Внесение здесь помех по случайному принципу их размещения в передаваемую информацию, которая может быть по известному только получателю алгоритму быть расшифрована, позволяет иметь практически не раскрываемые криптосистемы.

2.3. Многовходовые сумматоры двухфазного кода, представленные в координатах двухфазного кода

Переход от одной цифры к другой в сигналах двухфазного кода осуществляется изменением только одного сигнала, что относит его к однопеременным кодам. Однопеременный код (код Грея) широко используется в фотоэлектрических преобразователях угловых перемещений [13].

Двухфазный код по своей структуре также является кодом Грея для основания системы счисления $n = 4$. Использование этого типа кода в инверторах и конверторах напряжений электроприводов позволяет, пропуская выходные цифровые сигналы преобразователей угла через соответствующие суммирующие устройства, занимать им различные необходимые угловые положения относительно вала электродвигателя.

Сравнение аппаратных затрат при использовании основного двоичного кода для многовходового сумматора предельного быстродействия (см. разд. 2.1) с затратами оборудования для аналогичных сумматоров при использовании двухфазного кода (см. разд. 2.2) может быть представлено, например, числом входов элементов ИЛИ, И в этих блоках.

Для сумматора основного двоичного кода общее число входов элементов – 7740, из них для формирования сигналов f_1, f_2 требуется 4153 входа, а для сигналов p_1, p_2 – 3587 входов. Для сумматора двухфазного кода, представленного в координатах кодовых комбинаций двоичного кода, общее число входов элементов 11995, из них для формирования сигналов f_1, f_2 используется 8423 входа, а для сигналов p_1, p_2 – 3572 входа.

Такие значительные затраты оборудования сумматора двухфазного кода не могут вызывать удовлетворения. По этой причине проведем синтез блока

суммирования в координатах пространства, представленных непосредственно в цифрах основания этой системы счисления.

В папке | приложение 3 главы 2 | содержатся файлы, определяющие геометрический синтез пятиходового сумматора двухфазного кода, представленного в координатах двухфазного кода:



Для получения геометрического образа логической функции f_1 обратимся к многомерным таблицам истинности (см. рис. 2.3, $a-g$) и выполним замену в ячейках многомерного пространства цифр 1, 2 на звездочки (*), а также удалим все остальные цифры. Для формирования геометрического образа логической функции f_2 в этих таблицах производится замена цифр 2, 3 на звездочки (*) и удаление всех остальных цифр.

Для формирования геометрического образа логической функции p_1 в таблицах истинности (см. рис. 2.4, $a-g$) выполняется замена в ячейках многомерного пространства цифр 1, 2 на звездочки (*) и удаление всех остальных цифр. Для формирования геометрического образа логической функции p_2 в этих таблицах производится замена цифр 2, 3 на звездочки (*) и удаление всех остальных цифр.

Геометрические образы функций f_1 , p_1 приведены в файле | двухфазный код f_1 , p_1 | папки | приложение 3 главы 2 |, а геометрические образы функций f_2 , p_2 – в файле | двухфазный код f_2 , p_2 | этой же папки.

Геометрические образы этих функций представлены соответственно в этих файлах «листами» множеств $\{f_1, 0_e\}, \dots, \{f_1, 3_e\}, \{p_1, 0_e\}, \dots, \{p_1, 3_e\}$ и $\{f_2, 0_e\}, \dots, \{f_2, 3_e\}, \{p_2, 0_e\}, \dots, \{p_2, 3_e\}$ в многомерном пространстве координат цифр 00, ..., 15 сигналов $A(a_1, a_2), B(b_1, b_2), C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$.

Геометрический образ функции f_1 определяется геометрическими множествами $\{f_1, 0_e\}, \dots, \{f_1, 3_e\}$, которые состоят из подмножеств m_1, m_2, m_3, m_4 в цифрах координат 00, 01, 02, 03 сигналов $A(a_1, a_2), B(b_1, b_2)$. Подмножества m_1, m_2, m_3, m_4 в свою очередь являются элементами подмножеств w_1, w_2, w_3, w_4 в многомерном пространстве координат цифр 00, 01, 02, 03 сигналов $C(c_1, c_2), B(d_1, d_2)$. Все эти подмножества являются в своих группах независимыми: $m_1 \not\subset m_2 \not\subset m_3 \not\subset m_4; w_1 \not\subset w_2 \not\subset w_3 \not\subset w_4$.

Геометрические образы подмножеств m_1, m_2, m_3, m_4 и их логические эквиваленты приведены в файле – | $m_1 \dots$ | папки | приложение 3 главы 2 |, а геометрические образы подмножеств w_1, w_2, w_3, w_4 и их логические эквиваленты – в файле | $w_1 \dots$ | этой же папки.

В соответствии с их логическими зависимостями определяется функция

$$f_1 = (m_1 w_1 \vee m_2 w_2 \vee m_3 w_3 \vee m_4 w_4) \underline{e_1} \underline{e_2} \vee (m_2 w_1 \vee m_3 w_2 \vee m_4 w_3 \vee m_1 w_4) e_1 \underline{e_2} \vee (m_3 w_1 \vee m_4 w_2 \vee m_1 w_3 \vee m_2 w_4) e_1 e_2 \vee (m_4 w_1 \vee m_1 w_2 \vee m_2 w_3 \vee m_3 w_4) \underline{e_1} \underline{e_2}. \quad (2.14)$$

Геометрический образ функции f_2 определяется геометрическими множествами $\{f_2, 0_e\}, \dots, \{f_2, 3_e\}$, которые состоят из подмножеств $\underline{m}_1, \underline{m}_2, \underline{m}_3, \underline{m}_4$ в цифрах координат 00, 01, 02, 03 сигналов $A(a_1, a_2), B(b_1, b_2)$. Подмножества $\underline{m}_1, \underline{m}_2, \underline{m}_3, \underline{m}_4$ в свою очередь являются элементами подмножеств w_1, w_2, w_3, w_4 в многомерном пространстве координат цифр 00, 01, 02, 03 сигналов $C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$. Инверсные подмножества $\underline{m}_1, \underline{m}_2, \underline{m}_3, \underline{m}_4$, как и их исходные подмножества, независимы ($\underline{m}_1 \not\subset \underline{m}_2 \not\subset \underline{m}_3 \not\subset \underline{m}_4$).

Геометрические образы подмножеств $\underline{m}_1, \underline{m}_2, \underline{m}_3, \underline{m}_4$ и их логические эквиваленты приведены в файле | $m_1 \dots$ | папки | приложение 3 главы 2 |.

В соответствии с их логическими зависимостями определяется функция

$$f_2 = (\underline{m}_2 w_1 \vee \underline{m}_3 w_2 \vee \underline{m}_4 w_3 \vee \underline{m}_1 w_4) \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee (\underline{m}_3 w_1 \vee \underline{m}_4 w_2 \vee \underline{m}_1 w_3 \vee \underline{m}_2 w_4) \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee (\underline{m}_4 w_1 \vee \underline{m}_1 w_2 \vee \underline{m}_2 w_3 \vee \underline{m}_3 w_4) \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee (\underline{m}_1 w_1 \vee \underline{m}_2 w_2 \vee \underline{m}_3 w_3 \vee \underline{m}_4 w_4) \underline{e}_1 \underline{e}_2. \quad (2.15)$$

В этих выражениях

$$m_1 = a_1 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_1 b_1 \underline{b}_2 \vee a_2 b_1 \underline{b}_2, \quad \underline{m}_1 = a_1 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_1 b_1 b_2 \vee a_2 b_1 b_2,$$

$$m_2 = a_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_1 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_2 b_1 \underline{b}_2 \vee a_1 b_1 \underline{b}_2, \quad \underline{m}_2 = a_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_1 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_2 b_1 b_2 \vee a_1 b_1 b_2,$$

$$m_3 = a_1 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_1 b_1 \underline{b}_2 \vee a_2 b_1 \underline{b}_2, \quad \underline{m}_3 = a_1 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_1 b_1 b_2 \vee a_2 b_1 b_2,$$

$$m_4 = a_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_1 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_2 b_1 \underline{b}_2 \vee a_1 b_1 \underline{b}_2, \quad \underline{m}_4 = a_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_1 \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee a_2 b_1 b_2 \vee a_1 b_1 b_2,$$

$$w_1 = c_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee c_1 c_2 d_1 \underline{d}_2 \vee c_1 c_2 d_1 d_2 \vee c_1 c_2 \underline{d}_1 d_2,$$

$$w_2 = c_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee c_1 c_2 d_1 \underline{d}_2 \vee c_1 c_2 d_1 d_2 \vee c_1 c_2 \underline{d}_1 d_2,$$

$$w_3 = c_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee c_1 c_2 d_1 \underline{d}_2 \vee c_1 c_2 d_1 d_2 \vee c_1 c_2 \underline{d}_1 d_2,$$

$$w_4 = c_1 c_2 \underline{d}_1 \underline{d}_2 \vee c_1 c_2 d_1 \underline{d}_2 \vee c_1 c_2 d_1 d_2 \vee c_1 c_2 \underline{d}_1 d_2.$$

Геометрический образ функции p_1 определяется геометрическими множествами $\{p_1, 0_e\}, \dots, \{p_1, 3_e\}$, которые состоят из подмножеств $m_7, \dots, m_{10}, \underline{m}_5, \dots, \underline{m}_8, *$ в цифрах координат 00, 01, 02, 03 сигналов $A(a_1, a_2), B(b_1, b_2)$.

Эти подмножества определяются следующими вхождениями:

$$m_7 \subset m_8 \subset m_9 \subset m_{10} \subset *; \quad \underline{m}_8 \subset \underline{m}_7 \subset \underline{m}_6 \subset \underline{m}_5 \subset *,$$

а множества $\{p_1, 0_e\}, \dots, \{p_1, 3_e\}$ (рис. 2.30) остаются при этих вхождениях независимыми – $\{p_1, 0_e\} \not\subset \{p_1, 1_e\} \not\subset \{p_1, 2_e\} \not\subset \{p_1, 3_e\}$, что определяет геометрический образ функции

$$\{p_1\} = \{p_1, 0_e\} \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \{p_1, 1_e\} \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \{p_1, 2_e\} \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \{p_1, 3_e\} \underline{e}_1 \underline{e}_2.$$

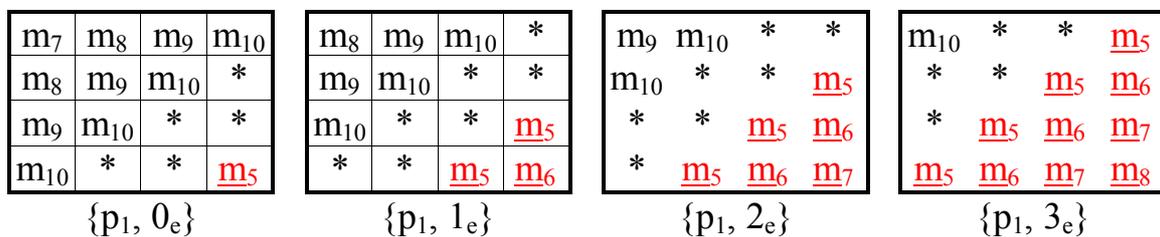


Рис. 2.30

Взаимные вхождения подмножеств $m_7, \dots, m_{10}, \underline{m}_5, \dots, \underline{m}_8, *$, геометрические и логические зависимости которых приведены в файле | $m_1 \dots$ | папки | приложение 3 главы 2 |, создают возможность упростить покрытие геометрического образа функции $\{p_1\}$.

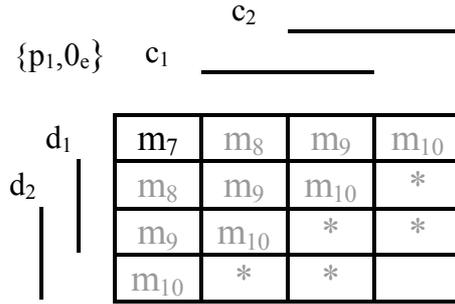


Рис. 2.31

Например, подмножество m_7 во множестве $\{p_1, 0_e\}$ в логическом эквиваленте записи (рис. 2.31) может быть представлено следующим образом: c_2m_7 или d_2m_7 и т.д.

Все геометрические и логические зависимости подмножеств $m_7, \dots, m_{10}, m_5, \dots, m_8, *$, входящие в множества $\{p_1, 0_e\}, \dots, \{p_1, 3_e\}$, приведены в файле |двухфазный код f_1, p_1 | папки |приложение 3 главы 2|. В соответствии с этими логическими зависимостями определяется функция

$$\begin{aligned}
 p_1 = & \underline{e_1e_2c_2}m_7 \vee \underline{e_1e_2c_1}m_8 \vee \underline{e_1e_2d_1}m_8 \vee \underline{e_1e_2c_2}m_9 \vee \underline{e_1e_2d_2}m_9 \vee \underline{e_1e_2c_1d_1}m_9 \vee \\
 & \vee \underline{e_1e_2c_1c_2}m_{10} \vee \underline{e_1e_2c_2d_1}m_{10} \vee \underline{e_1e_2d_2c_1}m_{10} \vee \underline{e_1e_2c_1c_2d_1} \vee \underline{e_1e_2d_1d_2c_1} \vee \\
 & \vee \underline{e_1e_2c_2d_1d_2} \vee \underline{e_1e_2c_2d_2}m_5 \vee \\
 & \vee \underline{e_1e_2c_2}m_8 \vee \underline{e_1e_2c_1}m_9 \vee \underline{e_1e_2d_1}m_9 \vee \underline{e_1e_2c_2d_2}m_{10} \vee \underline{e_1e_2d_2c_2}m_{10} \vee \\
 & \vee \underline{e_1e_2c_1d_1}m_{10} \vee \underline{e_1e_2c_1c_2d_2} \vee \underline{e_1e_2d_1d_2c_2} \vee \underline{e_1e_2c_2d_1d_2} \vee \underline{e_1e_2d_2c_1c_2} \vee \\
 & \vee \underline{e_1e_2c_2d_1}m_5 \vee \underline{e_1e_2d_2c_1}m_5 \vee \underline{e_1e_2c_1c_2}m_6 \vee \\
 & \vee \underline{e_1e_2c_1c_2}m_9 \vee \underline{e_1e_2c_1d_2}m_{10} \vee \underline{e_1e_2d_1c_2}m_{10} \vee \underline{e_1e_2c_2d_1d_2} \vee \underline{e_1e_2d_2c_1c_2} \vee \\
 & \vee \underline{e_1e_2d_1c_1c_2} \vee \underline{e_1e_2c_2d_2}m_5 \vee \underline{e_1e_2d_2c_2}m_5 \vee \underline{e_1e_2c_1d_1}m_5 \vee \underline{e_1e_2c_1c_2}m_6 \vee \\
 & \vee \underline{e_1e_2d_1d_2}m_6 \vee \underline{e_1e_2c_2}m_7 \vee \\
 & \vee \underline{e_1e_2c_2d_2}m_{10} \vee \underline{e_1e_2c_1d_1d_2} \vee \underline{e_1e_2d_1c_1c_2} \vee \underline{e_1e_2d_1d_2c_2} \vee \underline{e_1e_2c_2d_1d_2}m_5 \vee \\
 & \vee \underline{e_1e_2d_2c_1c_2}m_5 \vee \underline{e_1e_2c_1d_2}m_5 \vee \underline{e_1e_2d_1c_2}m_5 \vee \underline{e_1e_2c_1c_2}m_6 \vee \underline{e_1e_2d_1d_2}m_6 \vee \\
 & \vee \underline{e_1e_2c_1d_1}m_6 \vee \underline{e_1e_2c_1}m_7 \vee \underline{e_1e_2d_1}m_7 \vee \underline{e_1e_2c_2}m_8,
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

где

$$\begin{aligned}
 m_7 = & \underline{a_1a_2b_1} \vee \underline{b_1b_2a_1} \vee a_2b_2, m_8 = \underline{a_1a_2} \vee \underline{b_1b_2} \vee a_2b_1 \vee b_2a_1, m_9 = a_1a_2b_2 \vee b_1b_2a_2, \\
 m_{10} = & a_1 \vee a_2 \vee b_1 \vee b_2, m_5 = \underline{a_2} \vee a_1 \vee \underline{b_2} \vee b_1, m_6 = \underline{a_2} \vee \underline{b_2} \vee a_1b_1, \\
 m_7 = & \underline{a_1a_2} \vee \underline{b_1b_2} \vee a_1b_2 \vee b_1a_2, m_8 = a_1b_1b_2 \vee b_1a_1a_2 \vee a_2b_2.
 \end{aligned}$$

Геометрический образ функции p_2 определяется геометрическими множествами $\{p_2, 0_e\}, \dots, \{p_2, 3_e\}$, которые состоят из подмножеств $m_5, \dots, m_{10}, *$ в цифрах координат 00, 01, 02, 03 сигналов $A(a_1, a_2), B(b_1, b_2)$.

Эти подмножества определяются следующими вхождениями: $m_5 \subset m_6 \subset m_7 \subset m_8 \subset m_9 \subset m_{10} \subset *$, а вхождения множеств (рис. 2.32), в которые входят эти подмножества, $\{p_2, 0_e\} \subset \{p_2, 1_e\} \subset \{p_2, 2_e\} \subset \{p_2, 3_e\}$, что определяет геометрический образ функции

$$\{p_2\} = \{p_2, 0_e\} \vee \{p_2, 1_e\}e_1 \vee \{p_2, 2_e\}e_2 \vee \{p_2, 3_e\}e_1e_2.$$

		m ₅	m ₆
	m ₅	m ₆	m ₇
m ₅	m ₆	m ₇	m ₈
m ₆	m ₇	m ₈	m ₉

{p₂, 0_e}

	m ₅	m ₆	m ₇
m ₅	m ₆	m ₇	m ₈
m ₆	m ₇	m ₈	m ₉
m ₇	m ₈	m ₉	m ₁₀

{p₂, 1_e}

m ₅	m ₆	m ₇	m ₈
m ₆	m ₇	m ₈	m ₉
m ₇	m ₈	m ₉	m ₁₀
m ₈	m ₉	m ₁₀	*

{p₂, 2_e}

m ₆	m ₇	m ₈	m ₉
m ₇	m ₈	m ₉	m ₁₀
m ₈	m ₉	m ₁₀	*
m ₉	m ₁₀	*	*

{p₂, 3_e}

Рис. 2.32

Взаимные вхождения подмножеств $m_5, \dots, m_{10}, *$, геометрические и логические зависимости которых приведены в файле | m₁ ... | папки | приложение 3 главы 2 |, а также взаимные вхождения множеств {p₂, 0_e}, ..., {p₂, 3_e} создают возможность упростить покрытие геометрического образа функции {p₂}.

Все геометрические и логические зависимости подмножеств m_5, \dots, m_{10} , входящие во множества {p₂, 0_e}, ..., {p₂, 3_e}, приведены в файле | двухфазный код f₂, p₂ | папки | приложение 3 главы 2 |. Причем логические выражения представлены здесь, как и ранее, только одним из возможных эквивалентных вариантов записи.

Выполняя покрытие геометрического образа функции {p₂}, которое выполняется аналогично покрытию функции {p₁}, получим значение функции

$$\begin{aligned}
 p_2 = & c_2 m_5 \vee d_2 m_5 \vee c_1 d_1 m_5 \vee \underline{c}_1 c_2 m_6 \vee \underline{d}_1 d_2 m_6 \vee c_2 d_1 m_6 \vee d_2 c_1 m_6 \vee \underline{c}_1 c_2 d_1 m_7 \vee \\
 & \vee \underline{d}_1 d_2 c_1 m_7 \vee c_2 d_2 m_7 \vee \underline{c}_1 c_2 d_2 m_8 \vee \underline{d}_1 d_2 c_2 m_8 \vee \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 d_2 m_9 \vee \\
 & \vee e_1 c_1 m_5 \vee e_1 d_1 m_5 \vee e_1 c_2 m_6 \vee e_1 d_2 m_6 \vee e_1 c_1 d_1 m_6 \vee e_1 \underline{c}_1 c_2 m_7 \vee e_1 \underline{d}_1 d_2 m_7 \vee \\
 & \vee e_1 c_2 d_1 m_7 \vee e_1 d_2 c_1 m_7 \vee e_1 \underline{c}_1 c_2 d_1 m_8 \vee e_1 \underline{d}_1 d_2 c_1 m_8 \vee e_1 c_2 d_2 m_8 \vee e_1 \underline{c}_1 c_2 d_2 m_9 \vee \\
 & \vee e_1 \underline{d}_1 d_2 c_2 m_9 \vee e_1 \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 d_2 m_{10} \vee \\
 & \vee e_2 \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2 m_5 \vee e_2 c_1 m_6 \vee e_2 d_1 m_6 \vee e_2 c_2 m_7 \vee e_2 d_2 m_7 \vee e_2 c_1 d_1 m_7 \vee e_2 \underline{c}_1 c_2 m_8 \vee \\
 & \vee e_2 \underline{c}_1 c_2 m_8 \vee e_2 c_2 d_1 m_8 \vee e_2 d_2 c_1 m_8 \vee e_2 \underline{c}_1 c_2 d_1 m_9 \vee e_2 \underline{d}_1 d_2 c_1 m_9 \vee e_2 c_2 d_2 m_9 \vee \\
 & \vee e_2 \underline{c}_1 c_2 d_2 m_{10} \vee e_2 \underline{d}_1 d_2 c_2 m_{10} \vee e_2 \underline{c}_1 c_2 \underline{d}_1 d_2 \vee \\
 & \vee \underline{e}_1 e_2 m_6 \vee \underline{e}_1 e_2 c_1 m_7 \vee \underline{e}_1 e_2 d_1 m_7 \vee \underline{e}_1 e_2 c_2 m_8 \vee \underline{e}_1 e_2 d_2 m_8 \vee \underline{e}_1 e_2 c_1 d_1 m_8 \vee \\
 & \vee \underline{e}_1 e_2 \underline{c}_1 c_2 m_9 \vee \underline{e}_1 e_2 \underline{d}_1 d_2 m_9 \vee \underline{e}_1 e_2 c_2 d_1 m_9 \vee \underline{e}_1 e_2 d_2 c_1 m_9 \vee \underline{e}_1 e_2 \underline{c}_1 c_2 d_1 m_{10} \vee \\
 & \vee \underline{e}_1 e_2 \underline{d}_1 d_2 c_1 m_{10} \vee \underline{e}_1 e_2 c_2 d_2 m_{10} \vee \underline{e}_1 e_2 \underline{c}_1 c_2 d_2 \vee \underline{e}_1 e_2 \underline{d}_1 d_2 c_2, \tag{2.17}
 \end{aligned}$$

где

$$m_5 = \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_1 \underline{b}_2, m_6 = \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_2 \vee \underline{b}_1 \underline{b}_2 \underline{a}_2, m_7 = \underline{a}_1 \underline{a}_2 \underline{b}_1 \vee \underline{b}_1 \underline{b}_2 \underline{a}_1 \vee \underline{a}_2 \underline{b}_2,$$

$$m_8 = \underline{a}_1 \underline{a}_2 \vee \underline{b}_1 \underline{b}_2 \vee \underline{a}_2 \underline{b}_1 \vee \underline{b}_2 \underline{a}_1, m_9 = \underline{a}_2 \vee \underline{b}_2 \vee \underline{a}_1 \underline{b}_1, m_{10} = \underline{a}_1 \vee \underline{a}_2 \vee \underline{b}_1 \vee \underline{b}_2.$$

Для синтеза многовходового сумматора предельного быстрого действия в логических зависимостях (2.14) – (2.17) необходимо осуществить соответствующие им подстановки подмножеств $m_i(a, b)$, что выполнено в файле | лог f1 f2 p1 p2 | папки | приложение 3 главы 2 |.

Из этих логических зависимостей следует, что для сумматора двухфазного кода, представленного в координатах цифр основания $n = 2^2$, общее число входов элементов – 8288, из них для формирования сигналов f_1, f_2 требуется 6270 входов, а для сигналов p_1, p_2 – 2018 входов.

Из сравнения затрат оборудования, представленных в логических зависимостях подразд. 2.2 и 2.3, следует, что перенос геометрических образов логических функций f_1, f_2, p_1, p_2 из цифровой системы координат двухфазного кода, с целью использования известного алгоритма оптимального покрытия этих образов, в систему координат основного двоичного кода не гарантирует получения минимальных аппаратурных затрат.

Следовательно, только выполняя покрытие геометрических образов логических или арифметических функций в системе координат этих функций, можно гарантировать минимальные аппаратурные затраты для блоков, их реализующих.

В цифровых электроприводах [1], где применяются различные основания систем счисления в младших и старшем разряде счетчиков и преобразователях угла, выходные сигналы разрядов сумматоров инверторов напряжений состоят из сигналов f_1, f_2 младших разрядов и сигналов f_1, f_2, \dots, f_m в многофазном сигнале старшего разряда. В конверторах напряжений при этом в младших разрядах формируются только сигналы переноса в следующий старший разряд вплоть до последнего старшего разряда с выходным многофазным сигналом f_1, f_2, \dots, f_m . Из этого очевидно, что в инверторах напряжений целесообразно применять в младших разрядах сумматоров основной двоичный код, а конверторах напряжений – двухфазный код.

Этот выбор типа кода не вызывает каких-либо дополнительных аппаратурных затрат, поскольку в выходных сигналах реверсивных делителей-счетчиков (см. рис. 2.15, 2.16), используемых в цифровых электроприводах, присутствуют два этих кода.

2.4. Блок вычитания (А – В – С – D – E) основания $n = 2^2$ основного двоичного кода

Результат операции вычитания (А – В – С – D – E) представлен в цифровых координатах пятимерного пространства соответственно на «листах» для координат $0_e, 1_e, 2_e, 3_e$ (рис. 2.33, а, б, в, г).

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
00	00	01	02	03	13	00	01	02	12	13	00	01	11	12	13	00
01	13	00	01	02	12	13	00	01	11	12	13	00	10	11	12	13
02	12	13	00	01	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12
03	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11
04	13	00	01	02	12	13	00	01	11	12	13	00	10	11	12	13
05	12	13	00	01	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12
06	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11
07	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
08	12	13	00	01	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12
09	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11
10	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
11	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
12	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11
13	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
14	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
15	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22

0_e
а

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
00	13	00	01	02	12	13	00	01	11	12	13	00	10	11	12	13
01	12	13	00	01	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12
02	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11
03	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
04	12	13	00	01	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12
05	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11
06	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
07	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
08	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11
09	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
10	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
11	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22
12	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
14	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22
15	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22	32	33	20	21

1_e
б

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
00	12	13	00	01	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12
01	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11
02	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
03	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
04	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11
05	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
06	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
07	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22
08	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
09	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
10	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22
11	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22	32	33	20	21
12	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
13	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22
14	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22	32	33	20	21
15	20	21	22	23	33	20	21	22	32	33	20	21	31	32	33	20

2_e
в

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
00	11	12	13	00	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11
01	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
02	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
03	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22
04	10	11	12	13	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10
05	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
06	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22
07	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22	32	33	20	21
08	23	10	11	12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23
09	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22
10	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22	32	33	20	21
11	20	21	22	23	33	20	21	22	32	33	20	21	31	32	33	20
12	22	23	10	11	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22
13	21	22	23	10	20	21	22	23	33	20	21	22	32	33	20	21
14	20	21	22	23	33	20	21	22	32	33	20	21	31	32	33	20
15	33	20	21	22	32	33	20	21	31	32	33	20	30	31	32	33

3_e
г

Рис. 2.33

В соответствии с этими многомерными таблицами истинности результат операции разбивается на две многомерные таблицы, составляющие соответственно выходной сигнал разряда $F(f_1, f_2)$, изображенный на «листах» в координатах $0_e, 1_e, 2_e, 3_e$ (рис. 2.34, а, б, в, г), и выходной сигнал заёма из старшего разряда $Z(z_1, z_2)$ – на «листах» в координатах $0_e, 1_e, 2_e, 3_e$ (рис. 2.35, а, б, в, г).

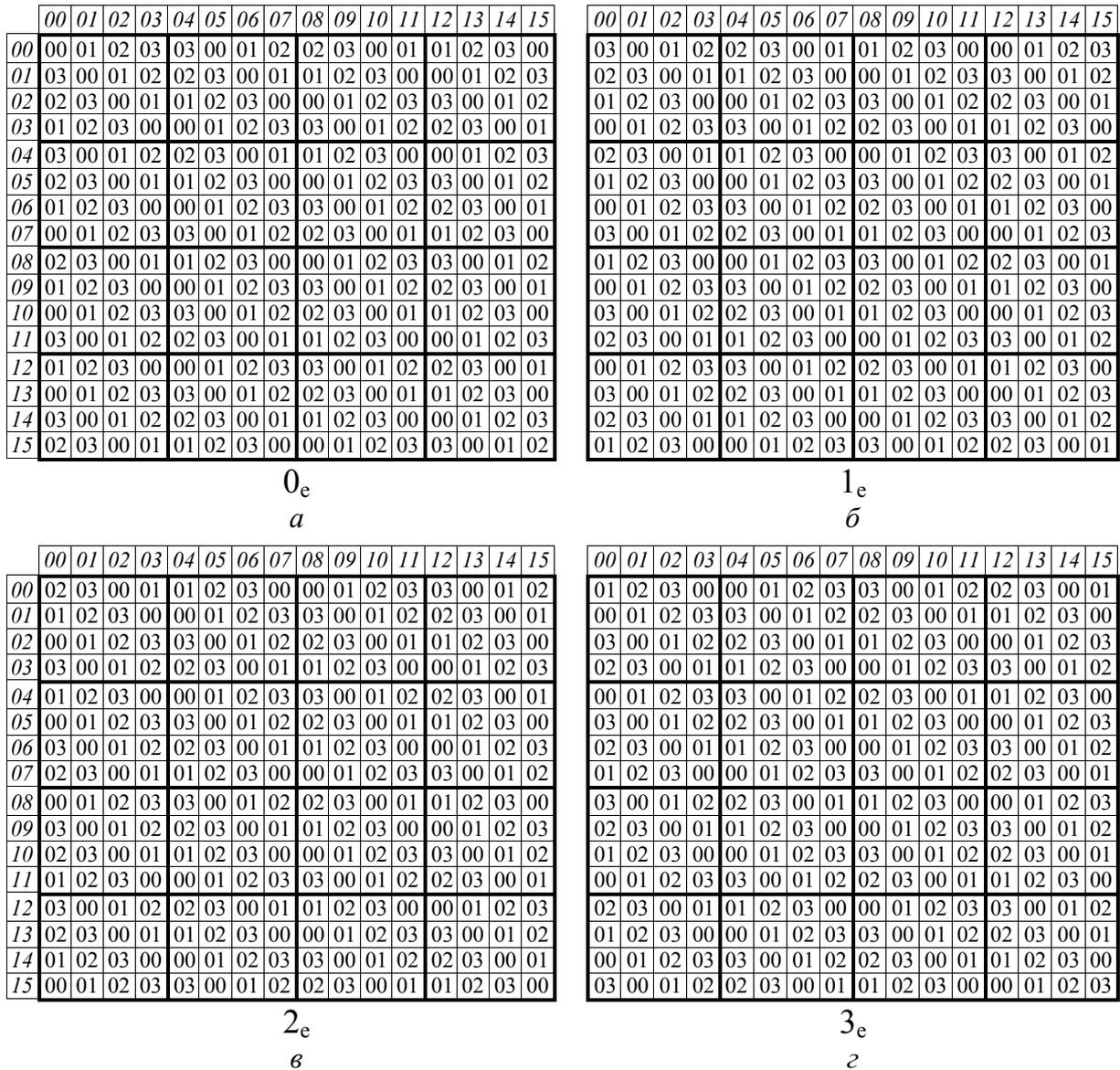


Рис. 2.34

Для формирования геометрических образов логических функций разряда $F(f_{1, (A-B-C-D-E)}, f_{2, (A-B-C-D-E)})$ в таблицах (см. рис. 2.34, а, б, в, г) выполняется для $f_{1, (A-B-C-D-E)}$ заменой цифр 01, 03 на звездочки (*) и удалением остальных цифр, для $f_{2, (A-B-C-D-E)}$ – заменой цифр 02, 03 на звездочки (*) и удалением остальных цифр.

Аналогичным образом для формирования геометрических образов логических функций заёма разряда $Z(z_1, z_2)$ в таблицах (см. рис. 2.35, а, б, в, г) для z_1 осуществляется замена цифр 01, 03 на звездочки (*) и удаление остальных цифр, для z_2 выполняется замена цифр 02, 03 на звездочки (*) и удаление остальных цифр.

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
00	00	00	00	00	01	00	00	00	01	01	00	00	01	01	01	00
01	01	00	00	00	01	01	00	00	01	01	01	00	01	01	01	01
02	01	01	00	00	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01
03	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01
04	01	00	00	00	01	01	00	00	01	01	01	00	01	01	01	01
05	01	01	00	00	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01
06	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01
07	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01
08	01	01	00	00	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01
09	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01
10	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01
11	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02
12	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01
13	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01
14	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02
15	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02

0_e
a

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
00	01	00	00	00	01	01	00	00	01	01	01	00	01	01	01	00
01	01	01	00	00	01	01	01	00	01	01	01	00	01	01	01	01
02	01	01	01	00	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01
03	01	01	01	01	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01
04	01	01	00	00	01	01	01	00	01	01	01	00	01	01	01	01
05	01	01	01	00	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01
06	01	01	01	01	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01
07	02	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01
08	01	01	01	00	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01
09	01	01	01	01	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01
10	02	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01
11	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02
12	01	01	01	01	02	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01
13	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01
14	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	01	02	02	02	02
15	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02	03	02	02	02

1_e
б

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
00	01	01	00	00	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01
01	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01
02	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01
03	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02
04	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01
05	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01
06	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02
07	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02
08	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01
09	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02
10	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02
11	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02	03	03	02	02
12	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02
13	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02
14	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02	03	03	02	02
15	02	02	02	02	03	02	02	02	03	03	02	02	03	03	03	02

2_e
в

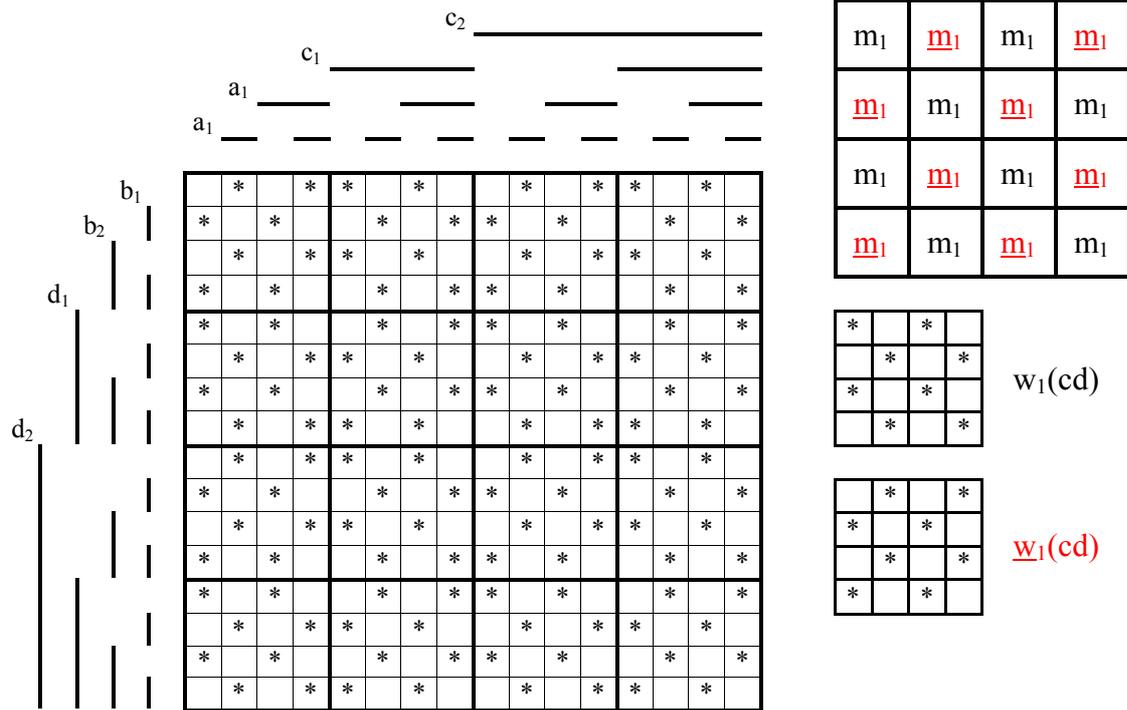
	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
00	01	01	01	00	01	01	01	01	02	01	01	01	02	01	01	01
01	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01
02	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02
03	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02
04	01	01	01	01	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01
05	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02
06	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02
07	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02	03	03	02	02
08	02	01	01	01	02	02	01	01	02	02	01	01	02	02	02	02
09	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	01	02	02	02	02
10	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02	03	03	02	02
11	02	02	02	02	03	02	02	02	03	03	02	02	03	03	03	02
12	02	02	01	01	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02
13	02	02	02	01	02	02	02	02	03	02	02	02	03	03	02	02
14	02	02	02	02	03	02	02	02	03	03	02	02	03	03	03	02
15	03	02	02	02	03	03	02	02	03	03	03	02	03	03	03	03

3_e
г

Рис. 2.35

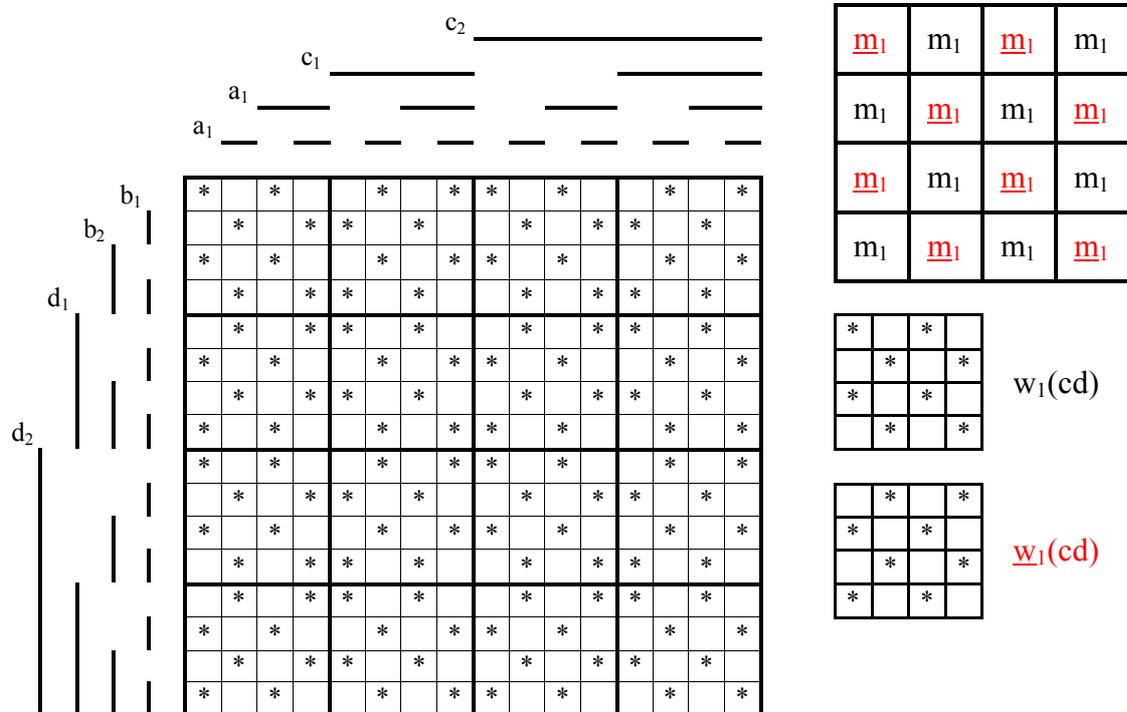
На рис. 2.36 *a, б, в, г* соответственно приведены «листы» $0_e(f_{1, (A-B-C-D-E)})$, $1_e(f_{1, (A-B-C-D-E)})$, $2_e(f_{1, (A-B-C-D-E)})$, $3_e(f_{1, (A-B-C-D-E)})$ геометрических образов сигнала $f_{1, (A-B-C-D-E)}$ в координатах четырехмерного пространства $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$. Здесь же в координатах пространства $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ представлены эти же геометрические образы, когда в ячейках пространства $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ записаны подмножества m_1 , \underline{m}_1 , а также геометрическое положение подмножеств m_1 , \underline{m}_1 в ячейках этого пространства $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$. Последнее размещение подмножеств определяется также геометрическими образами $w_1(cd)$, $\underline{w}_1(cd)$.

Из этих рисунков следует равенство сигналов операции суммирования и вычитания для первых разрядов f_1 и $f_{1, (A-B-C-D-E)}$.



$$0_e(f_{1,(A-B-C-D-E)}) = 0(f_1) = m_1 w_1 \vee \underline{m}_1 \underline{w}_1$$

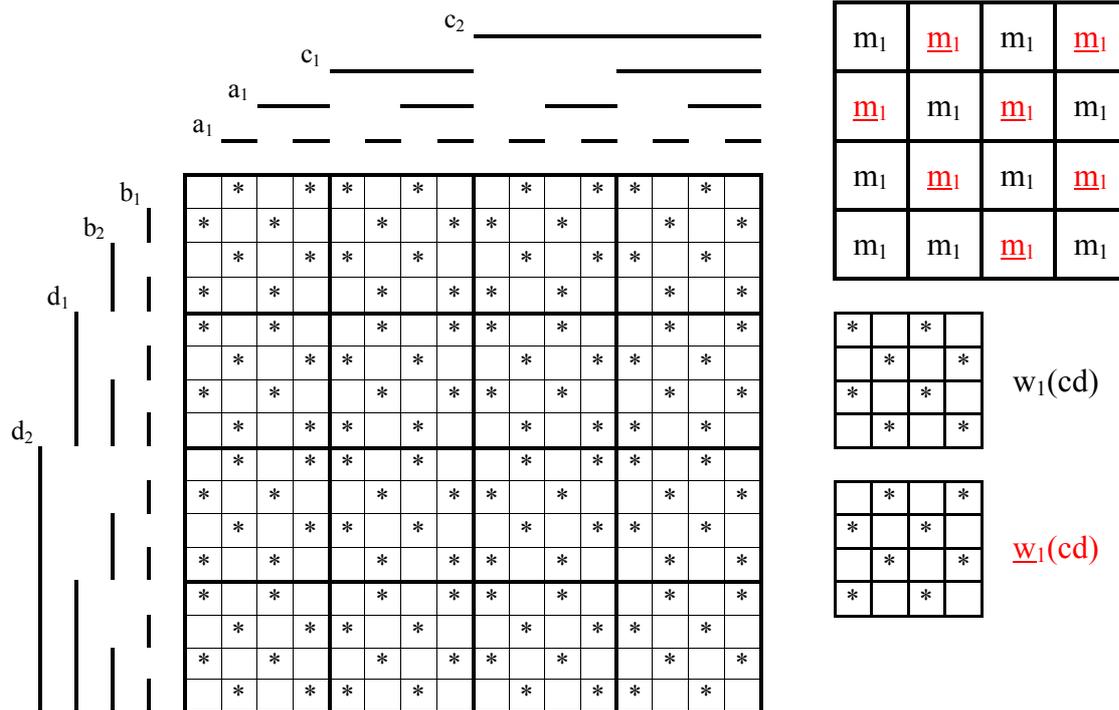
a



$$1(f_{1,(A-B-C-D-E)}) = 1_e(f_1) \underline{m}_1 w_1 \vee m_1 \underline{w}_1$$

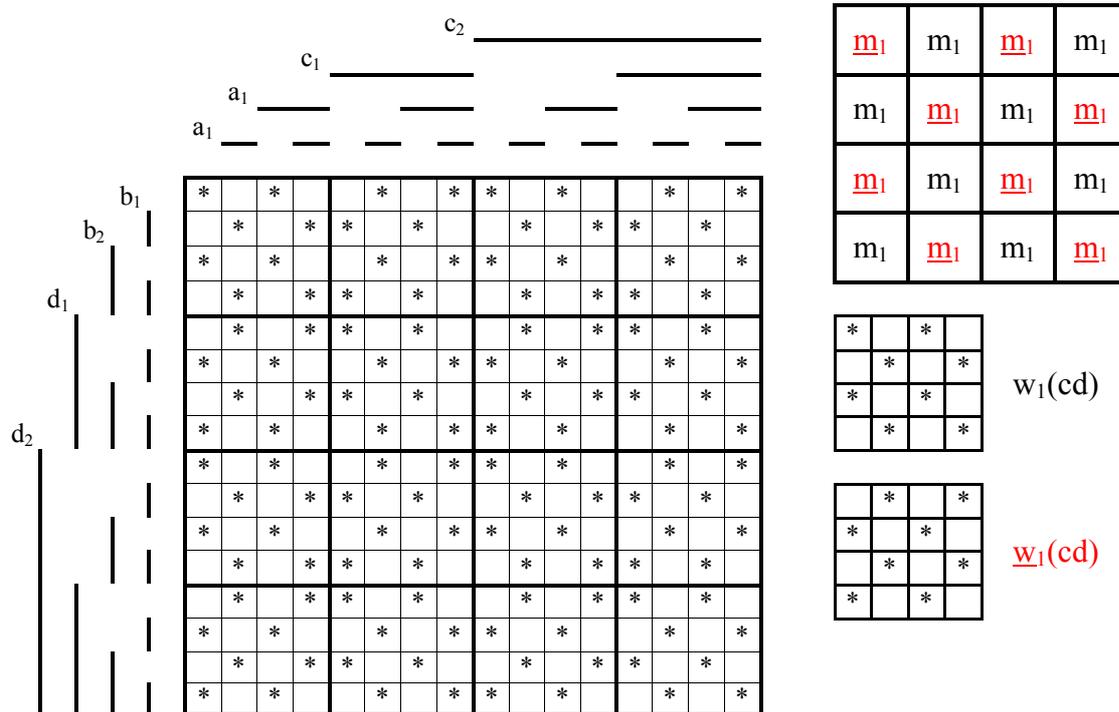
b

Рис. 2.36 (начало)



$$2_e(f_{1, (A-B-C-D-E)}) = 2_e(f_1) = m_1 w_1 \vee \underline{m_1} \underline{w_1}$$

б



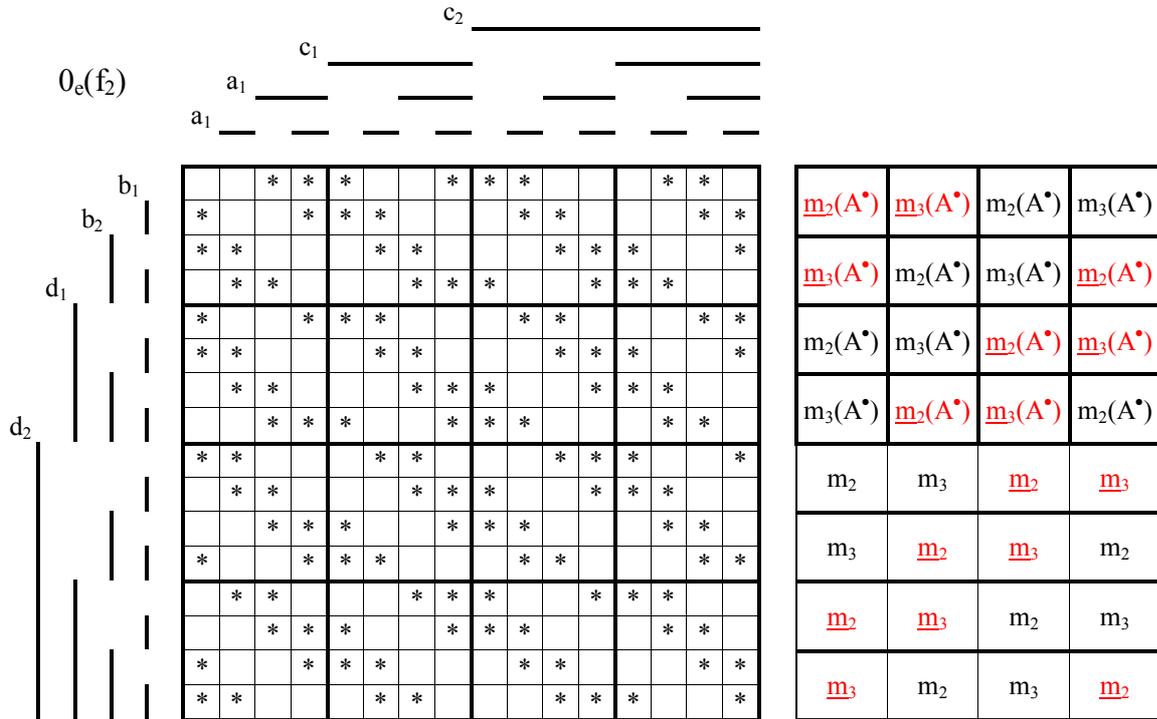
$$3_e(f_{1, (A-B-C-D-E)}) = 3_e(f_1) \underline{m_1} w_1 \vee m_1 \underline{w_1}$$

в

Рис. 2.36 (окончание)

На рис. 2.37, а, б, в, г соответственно приведены «листы» $0_e(f_{2, (A-B-C-D-E)})$, $1_e(f_{2, (A-B-C-D-E)})$, $2_e(f_{2, (A-B-C-D-E)})$, $3_e(f_{3, (A-B-C-D-E)})$ геометрических образов сигнала $f_{1, (A-B-C-D-E)}$ в координатах четырехмерного пространства $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$. Здесь же в координатах пространства $C(c_1, c_2)$,

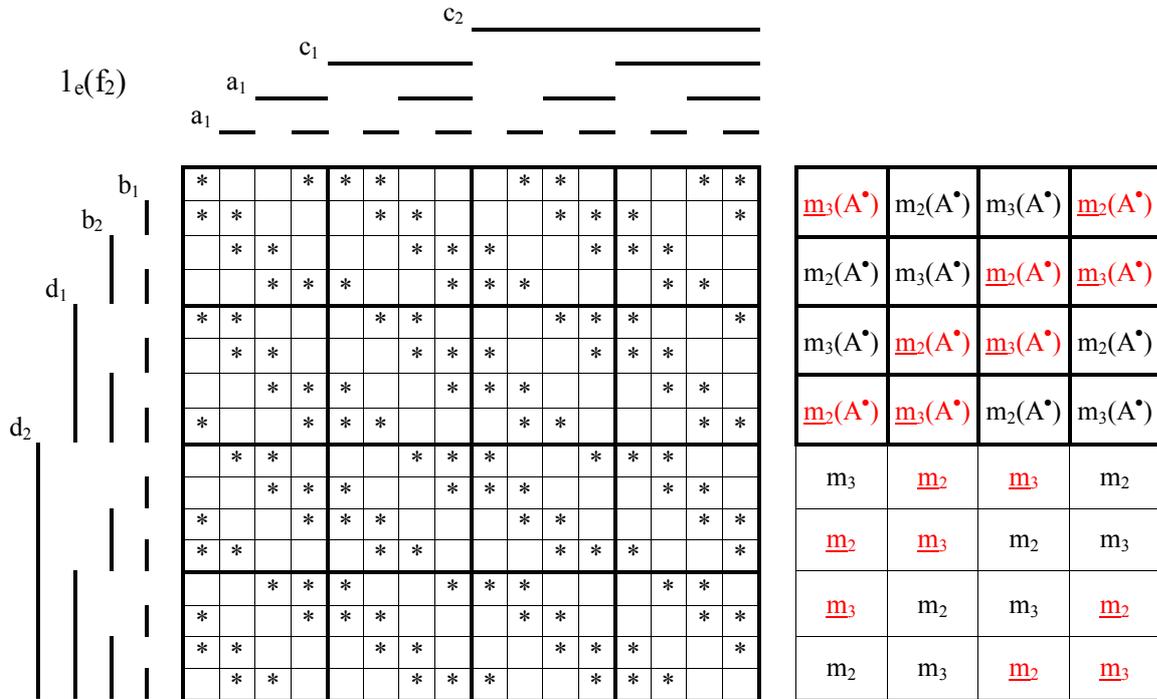
$D(d_1, d_2)$ представлены эти же геометрические образы, когда в ячейках пространства $C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$ записаны подмножества, их составляющие: $m_2(A^\bullet)$, $\underline{m}_2(A^\bullet)$, $m_3(A^\bullet)$, $\underline{m}_3(A^\bullet)$.



$$0_e(f_2) = m_2w_2 \vee m_3w_3 \vee \underline{m}_2w_4 \vee \underline{m}_3w_5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0_e(f_{2, (A-B-C-D-E)}) = \underline{m}_2(A^\bullet)w_2 \vee \underline{m}_3(A^\bullet)w_3 \vee m_2(A^\bullet)w_4 \vee m_3(A^\bullet)w_5$$

a

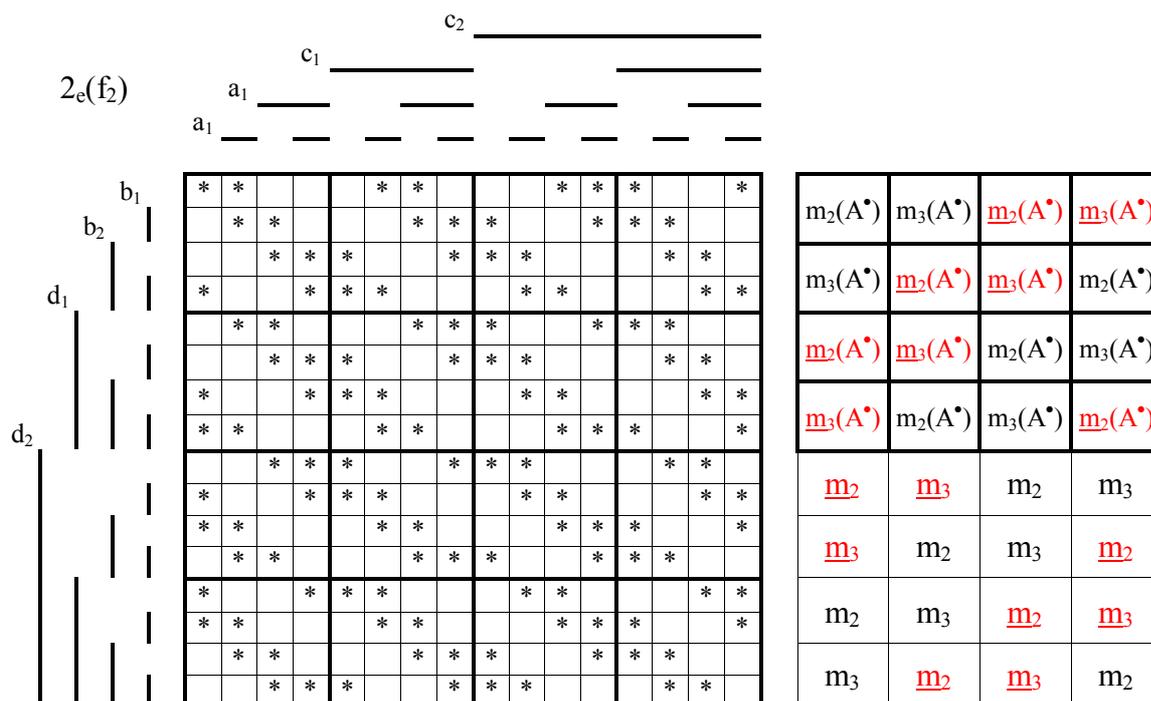


$$1_e(f_2) = m_3w_2 \vee \underline{m}_2w_3 \vee \underline{m}_3w_4 \vee m_2w_5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1_e(f_{2, (A-B-C-D-E)}) = \underline{m}_3(A^\bullet)w_2 \vee m_2(A^\bullet)w_3 \vee m_3(A^\bullet)w_4 \vee \underline{m}_2(A^\bullet)w_5$$

b

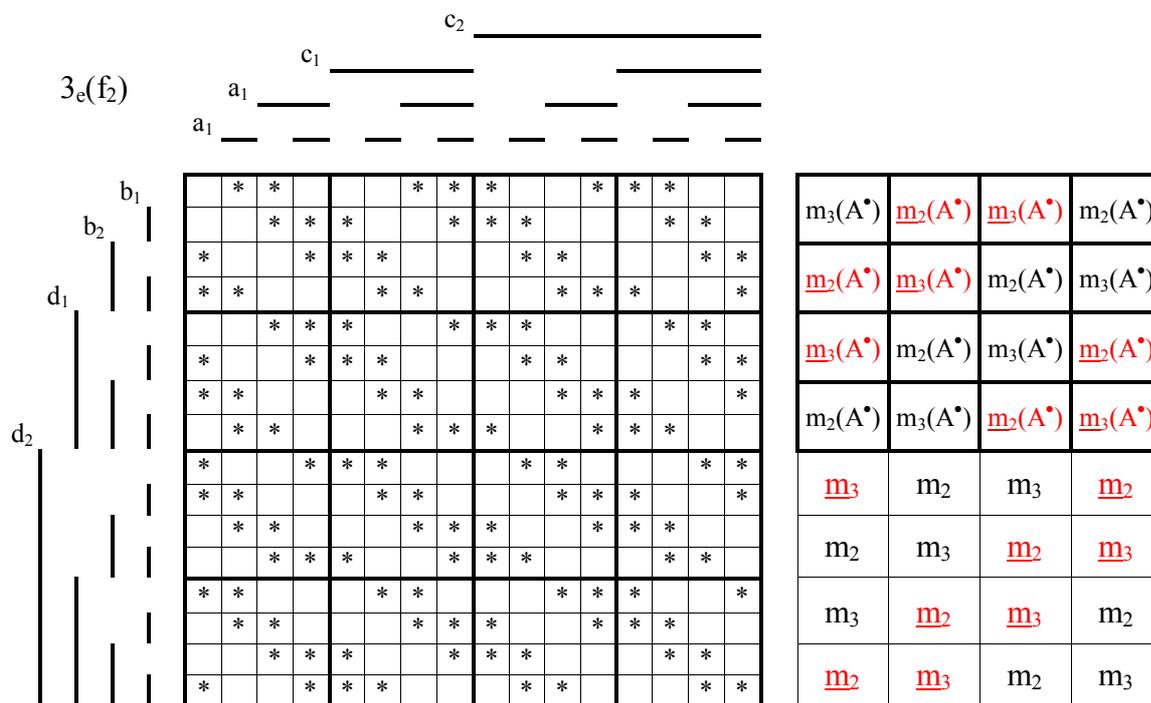
Рис. 2.37 (начало)



$$2_e(f_2) = \underline{m_2}w_2 \vee \underline{m_3}w_3 \vee m_2w_4 \vee m_3w_5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2_e(f_{2, (A-B-C-D-E)}) = m_2(A^*)w_2 \vee m_3(A^*)w_3 \vee \underline{m_2(A^*)}w_4 \vee \underline{m_3(A^*)}w_5$$

6



$$3_e(f_2) = \underline{m_3}w_2 \vee m_2w_3 \vee m_3w_4 \vee \underline{m_2}w_5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 3_e(f_{2, (A-B-C-D-E)}) = m_3(A^*)w_2 \vee \underline{m_2(A^*)}w_3 \vee \underline{m_3(A^*)}w_4 \vee m_2(A^*)w_5$$

2

Рис. 2.37

Логические функции подмножеств $m_2(A^*)$, $\underline{m_2(A^*)}$, $m_3(A^*)$, $\underline{m_3(A^*)}$ образуются из подмножеств m_2 , $\underline{m_2}$, m_3 , $\underline{m_3}$ переводом сигнала $A(a_1, a_2)$ из прямого кода

в обратный код ($A \rightarrow A^*$), что для основного двоичного кода соответствует инвертированию сигналов a_1, a_2 .

В файле $|4m(A^*)|$ папки $|$ приложения 4 главы 2 $|$ приведены геометрические образы и их логические эквиваленты подмножеств $m_1, \underline{m}_1, m_2, \underline{m}_2, \dots, m_{11}, \underline{m}_{11}$, примененных при синтезе сумматора ($A + B + C + D + E$), а также подмножеств $m_1(A^*), \underline{m}_1(A^*), m_2(A^*), \underline{m}_2(A^*), \dots, m_{11}(A^*), \underline{m}_{11}(A^*)$.

На рис. 2.37, $a-g$ приведены в координатах двухмерного пространства $C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$ геометрические образы сигналов операции суммирования ($A + B + C + D + E$) – $0_e(f_2), 1_e(f_2), 2_e(f_2), 3_e(f_2)$, в ячейках которого записаны подмножества $m_2, \underline{m}_2, m_3, \underline{m}_3$.

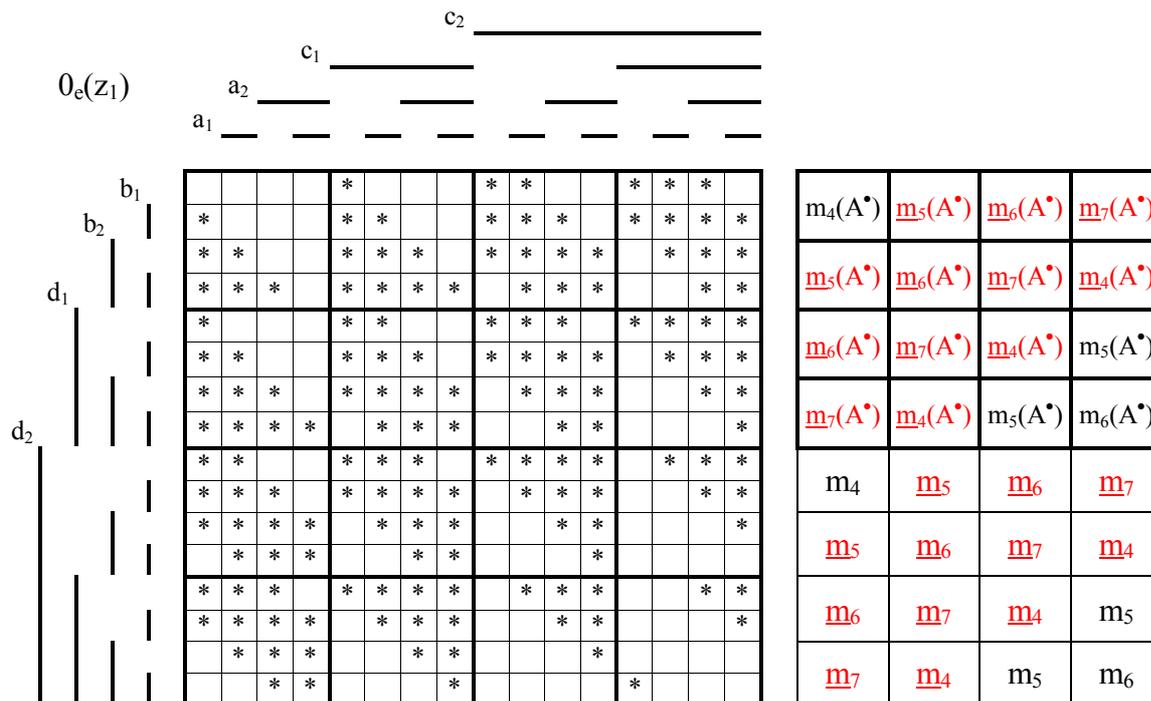
Сравнение геометрических образов «листов» $0_e(f_2), \dots, 3_e(f_2)$ для операции суммирования и «листов» $0_e(f_2, A-B-C-D-E), \dots, 0_e(f_2, A-B-C-D-E)$ для операции вычитания позволяет записать логические эквиваленты геометрических образов «листов» $0_e(f_2, A-B-C-D-E), \dots, 0_e(f_2, A-B-C-D-E)$ следующими преобразованиями логических функций соответствующих геометрических образов операции суммирования:

$$\begin{aligned} 0_e(f_2) &= m_2 w_2 \vee m_3 w_3 \vee \underline{m}_2 w_4 \vee \underline{m}_3 w_5 \rightarrow \\ &\rightarrow 0_e(f_2, A-B-C-D-E) = \underline{m}_2(A^*) w_2 \vee \underline{m}_3(A^*) w_3 \vee m_2(A^*) w_4 \vee m_3(A^*) w_5, \\ 1_e(f_2) &= m_3 w_2 \vee \underline{m}_2 w_3 \vee \underline{m}_3 w_4 \vee m_2 w_5 \rightarrow \\ &\rightarrow 1_e(f_2, A-B-C-D-E) = \underline{m}_3(A^*) w_2 \vee m_2(A^*) w_3 \vee m_3(A^*) w_4 \vee \underline{m}_2(A^*) w_5, \\ 2_e(f_2) &= \underline{m}_2 w_2 \vee \underline{m}_3 w_3 \vee m_2 w_4 \vee m_3 w_5 \rightarrow \\ &\rightarrow 2_e(f_2, A-B-C-D-E) = m_2(A^*) w_2 \vee m_3(A^*) w_3 \vee \underline{m}_2(A^*) w_4 \vee \underline{m}_3(A^*) w_5, \\ 3_e(f_2) &= \underline{m}_3 w_2 \vee m_2 w_3 \vee m_3 w_4 \vee \underline{m}_2 w_5 \rightarrow \\ &\rightarrow 3_e(f_2, A-B-C-D-E) = m_3(A^*) w_2 \vee \underline{m}_2(A^*) w_3 \vee \underline{m}_3(A^*) w_4 \vee m_2(A^*) w_5. \end{aligned}$$

Из этих логических выражений следует, что логическая функция $f_2, A-B-C-D-E$ операции вычитания ($A - B - C - D - E$) определяется по выражению (2.2), где осуществляется инвертирование сигналов подмножеств множеств $m_2, \underline{m}_2, m_3, \underline{m}_3$ с одновременным их переводом из прямого кода в обратный ($m_2, \underline{m}_2, m_3, \underline{m}_3 \rightarrow m_2(A^*), \underline{m}_2(A^*), m_3(A^*), \underline{m}_3(A^*)$).

На рис. 2.38, $a, б, в, г$ соответственно приведены «листы» $0_e(z_1), 1_e(z_1), 2_e(z_1), 3_e(z_1)$ геометрических образов сигнала z_1 в координатах четырехмерного пространства $A(a_1, a_2), B(b_1, b_2), C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$. Здесь же в координатах пространства $C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$ представлены эти же геометрические образы, когда в ячейках пространства $C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$ записаны подмножества, их составляющие: $m_4(A^*), \underline{m}_4(A^*), m_5(A^*), \underline{m}_5(A^*), m_6(A^*), \underline{m}_6(A^*), m_7(A^*), \underline{m}_7(A^*)$.

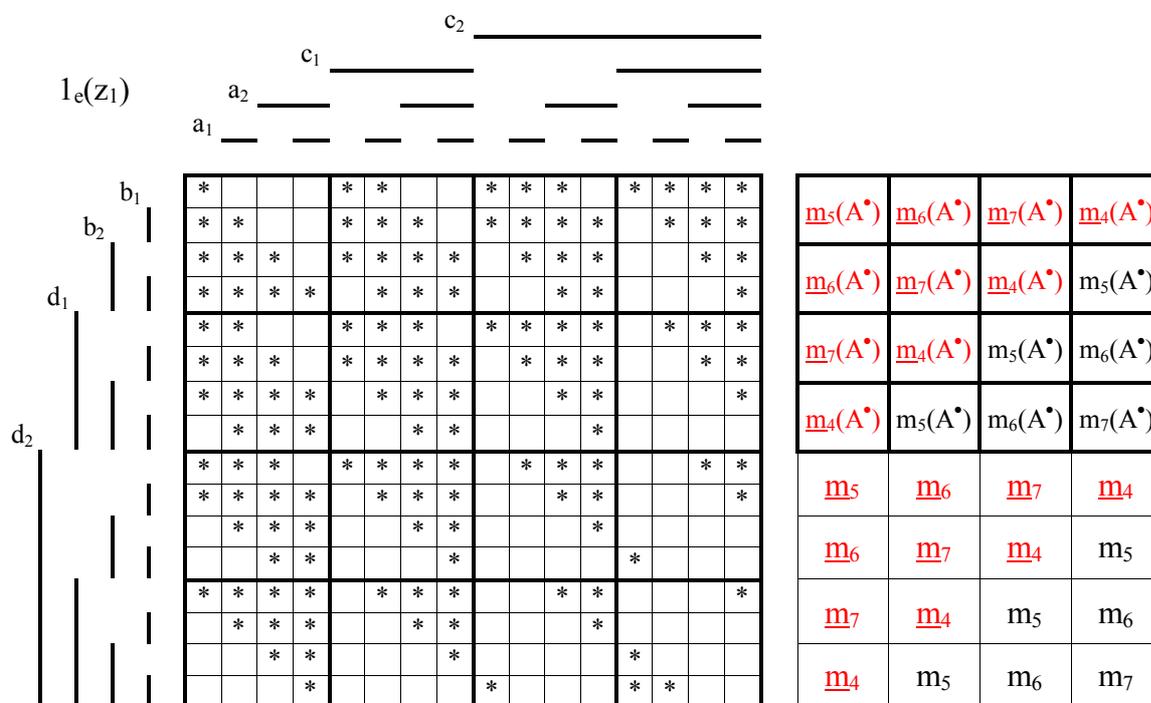
Логические функции подмножеств $m_4(A^*), \underline{m}_4(A^*), m_5(A^*), \underline{m}_5(A^*), m_6(A^*), \underline{m}_6(A^*), m_7(A^*), \underline{m}_7(A^*)$ образуются из подмножеств $m_4, \underline{m}_4, m_5, \underline{m}_5, m_6, \underline{m}_6(A^*), m_7, \underline{m}_7$ переводом сигнала $A(a_1, a_2)$ из прямого кода в обратный код ($A \rightarrow A^*$), что для основного двоичного кода соответствует инвертированию сигналов a_1, a_2 .



$$0_e(p_1) = m_4 w'_6 \vee \underline{m}_5 w_7 \vee \underline{m}_6 w_8 \vee \underline{m}_7 w_5 \vee \underline{m}_4 w_9 \vee m_5 w'_{10} \vee m_6 w_{11} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0_e(z_1) = m_4(A^\bullet) w'_6 \vee \underline{m}_5(A^\bullet) w_7 \vee \underline{m}_6(A^\bullet) w_8 \vee \underline{m}_7(A^\bullet) w_5 \vee \underline{m}_4(A^\bullet) w_9 \vee m_5(A^\bullet) w'_{10} \vee m_6(A^\bullet) w_{11}$$

a

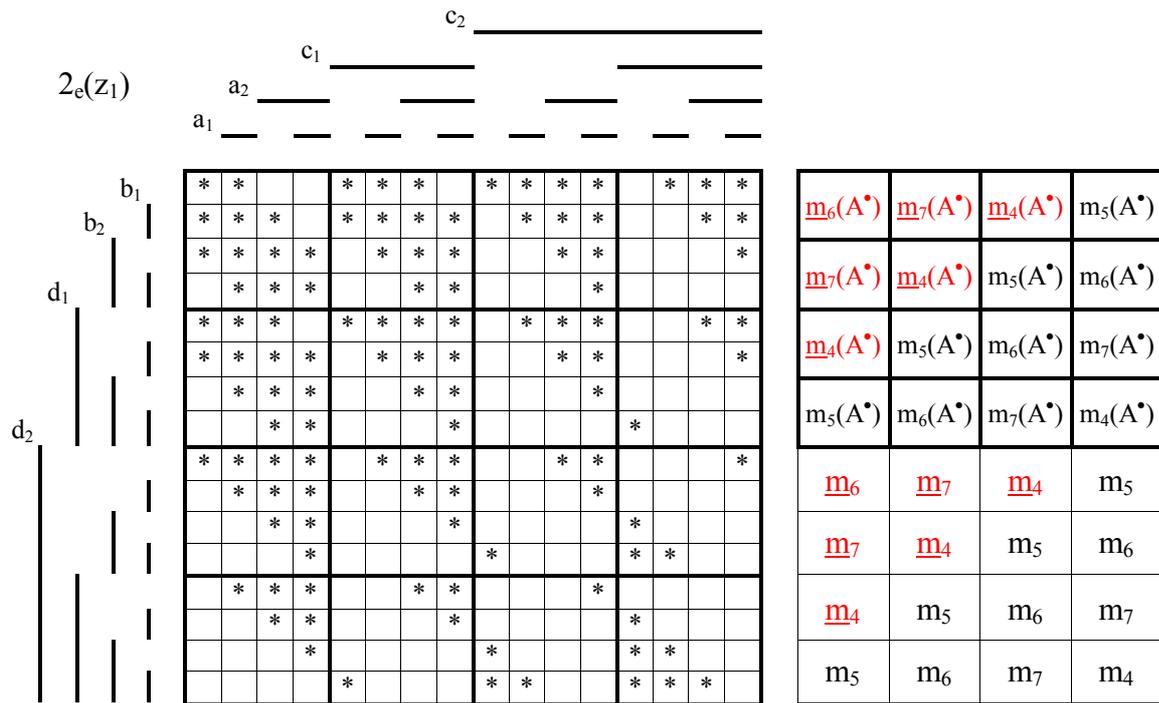


$$1_e(p_1) = \underline{m}_5 w_6 \vee \underline{m}_6 w_7 \vee \underline{m}_7 w_8 \vee \underline{m}_4 w_5 \vee m_5 w''_9 \vee m_6 w_{10} \vee m_7 w_{11} \rightarrow$$

$$\rightarrow 1_e(z_1) = \underline{m}_5(A^\bullet) w_6 \vee \underline{m}_6(A^\bullet) w_7 \vee \underline{m}_7(A^\bullet) w_8 \vee \underline{m}_4(A^\bullet) w_5 \vee m_5(A^\bullet) w''_9 \vee m_6(A^\bullet) w_{10} \vee m_7(A^\bullet) w_{11}$$

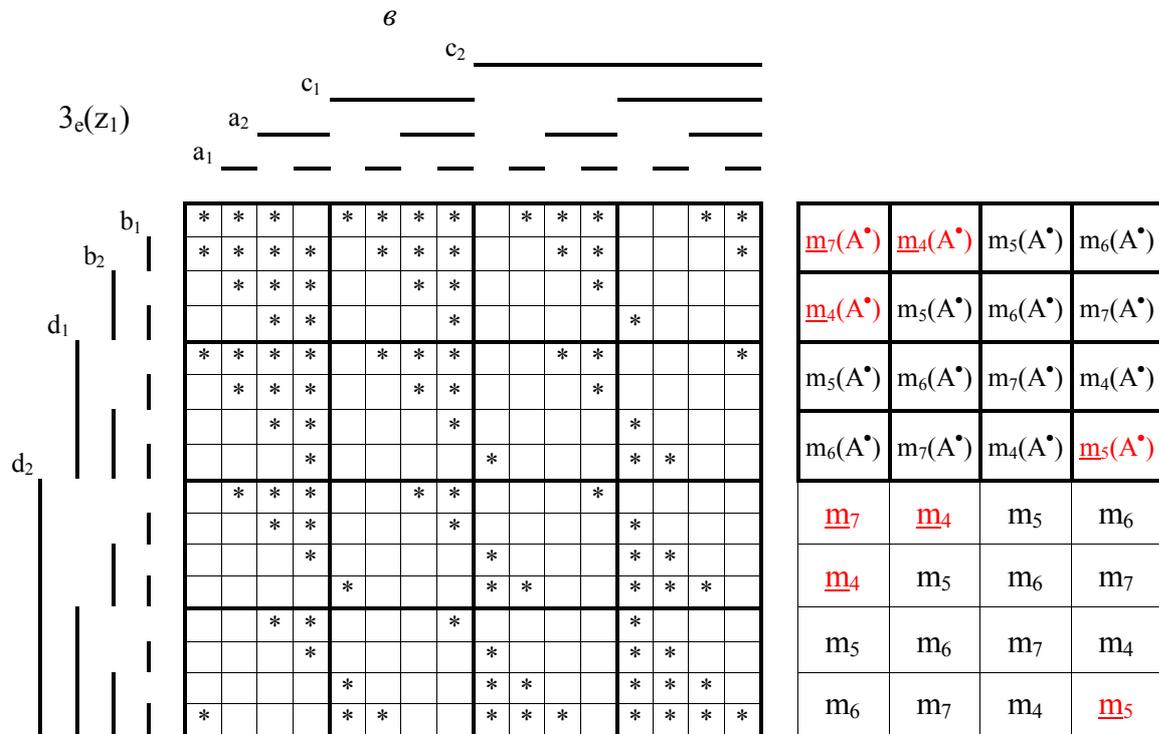
b

Рис. 2.38 (начало)



$$2_e(p_1) = \underline{m}_6 w_6 \vee \underline{m}_7 w_7 \vee \underline{m}_4 w_8 \vee m_5 w''_5 \vee m_6 w_9 \vee m_7 w_{10} \vee m_4 w_{11} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2_e(z_1) = \underline{m}_6(A^\bullet) w_6 \vee \underline{m}_7(A^\bullet) w_7 \vee \underline{m}_4(A^\bullet) w_8 \vee m_5(A^\bullet) w''_5 \vee m_6(A^\bullet) w_9 \vee m_7(A^\bullet) w_{10} \vee m_4(A^\bullet) w_{11}$$



$$3_e(p_1) = \underline{m}_7 w_6 \vee \underline{m}_4 w_7 \vee m_5 w''_8 \vee m_6 w_5 \vee m_7 w_9 \vee m_4 w'_{10} \vee \underline{m}_5 w_{11} \rightarrow$$

$$\rightarrow 3_e(z_1) = \underline{m}_7(A^\bullet) w_6 \vee \underline{m}_4(A^\bullet) w_7 \vee m_5(A^\bullet) w''_8 \vee m_6(A^\bullet) w_5 \vee m_7(A^\bullet) w_9 \vee m_4(A^\bullet) w'_{10} \vee \underline{m}_5(A^\bullet) w_{11}$$

В файле $|4m(A^*)|$ папки $|$ приложения 4 главы 2 $|$ приведены геометрические образы и их логические эквиваленты подмножеств $m_1, \underline{m}_1, m_2, \underline{m}_2, \dots, m_{11}, \underline{m}_{11}$, примененных при синтезе сумматора $(A + B + C + D + E)$, а также подмножеств $m_1(A^*), \underline{m}_1(A^*), m_2(A^*), \underline{m}_2(A^*), \dots, m_{11}(A^*), \underline{m}_{11}(A^*)$.

На каждом рис. 2.38, $a-z$ $C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$ приведены в координатах двухмерного пространства геометрические образы сигналов операции суммирования $(A + B + C + D + E) - 0_e(p_1), 1_e(p_1), 2_e(p_1), 3_e(p_1)$, в ячейках которого записаны подмножества $m_4, \underline{m}_4, m_5, \underline{m}_5, m_6, \underline{m}_6, m_7, \underline{m}_7$.

Сравнение геометрических образов «листов» $0_e(p_1), \dots, 3_e(p_1)$ для операции суммирования и «листов» $0_e(z_1), \dots, 0_e(z_1)$ для операции вычитания позволяет записать логические эквиваленты геометрических образов «листов» $0_e(z_1), \dots, 0_e(z_1)$ следующими преобразованиями логических функций соответствующих геометрических образов операции суммирования:

$$\begin{aligned} 0_e(p_1) &= m_4 w'_6 \vee \underline{m}_5 w_7 \vee \underline{m}_6 w_8 \vee \underline{m}_7 w_5 \vee \underline{m}_4 w_9 \vee m_5 w'_{10} \vee m_6 w_{11} \rightarrow \\ \rightarrow 0_e(z_1) &= m_4(A^*) w'_6 \vee \underline{m}_5(A^*) w_7 \vee \underline{m}_6(A^*) w_8 \vee \underline{m}_7(A^*) w_5 \vee \underline{m}_4(A^*) w_9 \vee m_5(A^*) w'_{10} \vee \\ &\vee m_6(A^*) w_{11}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1_e(p_1) &= \underline{m}_5 w_6 \vee \underline{m}_6 w_7 \vee \underline{m}_7 w_8 \vee \underline{m}_4 w_5 \vee m_5 w''_9 \vee m_6 w_{10} \vee m_7 w_{11} \rightarrow \\ \rightarrow 1_e(z_1) &= \underline{m}_5(A^*) w_6 \vee \underline{m}_6(A^*) w_7 \vee \underline{m}_7(A^*) w_8 \vee \underline{m}_4(A^*) w_5 \vee m_5(A^*) w''_9 \vee m_6(A^*) w_{10} \vee \\ &\vee m_7(A^*) w_{11}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2_e(p_1) &= \underline{m}_6 w_6 \vee \underline{m}_7 w_7 \vee \underline{m}_4 w_8 \vee m_5 w''_5 \vee m_6 w_9 \vee m_7 w_{10} \vee m_4 w_{11} \rightarrow \\ \rightarrow 2_e(z_1) &= \underline{m}_6(A^*) w_6 \vee \underline{m}_7(A^*) w_7 \vee \underline{m}_4(A^*) w_8 \vee m_5(A^*) w''_5 \vee m_6(A^*) w_9 \vee m_7(A^*) w_{10} \vee \\ &\vee m_4(A^*) w_{11}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3_e(p_1) &= \underline{m}_7 w_6 \vee \underline{m}_4 w_7 \vee m_5 w''_8 \vee m_6 w_5 \vee m_7 w_9 \vee m_4 w'_{10} \vee \underline{m}_5 w_{11} \rightarrow \\ \rightarrow 3_e(z_1) &= \underline{m}_7(A^*) w_6 \vee \underline{m}_4(A^*) w_7 \vee m_5(A^*) w''_8 \vee m_6(A^*) w_5 \vee m_7(A^*) w_9 \vee m_4(A^*) w'_{10} \vee \\ &\vee \underline{m}_5(A^*) w_{11}. \end{aligned}$$

Из этих логических выражений следует, что логическая функция z_1 операции вычитания $(A - B - C - D - E)$ определяется по выражению (2.3), где осуществляется перевод из прямого кода в обратный код сигналов подмножеств $m_4, \underline{m}_4, m_5, \underline{m}_5, m_6, \underline{m}_6, m_7, \underline{m}_7$ ($m_4, m_5, \underline{m}_5, m_6, \underline{m}_6, m_7, \underline{m}_7 \rightarrow \underline{m}_4(A^*), m_5(A^*), \underline{m}_5(A^*), m_6(A^*), \underline{m}_6(A^*), m_7(A^*), \underline{m}_7(A^*)$).

На рис. 2.39, $a, б, в, г$ соответственно приведены «листы» $0_e(z_2), 1_e(z_2), 2_e(z_2), 3_e(z_2)$ геометрических образов сигнала z_1 в координатах четырехмерного пространства $A(a_1, a_2), B(b_1, b_2), C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$. Здесь же в координатах пространства $C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$ представлены эти же геометрические образы, когда в ячейках пространства $C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$ записаны подмножества, их составляющие: $m_4(A^*), \underline{m}_5(A^*), m_8(A^*), m_9(A^*), \underline{m}_{11}(A^*), \underline{m}_{10}(A^*), *$.

Логические функции подмножеств $m_4(A^*), \underline{m}_5(A^*), m_8(A^*), m_9(A^*), \underline{m}_{11}(A^*), \underline{m}_{10}(A^*)$ образуются из подмножеств $m_4, \underline{m}_5, m_8, m_9, \underline{m}_{11}, \underline{m}_{10}$ переводом сигнала $A(a_1, a_2)$ из прямого кода в обратный $(A \rightarrow A^*)$, что для основного двоичного кода соответствует инвертированию сигналов a_1, a_2 .

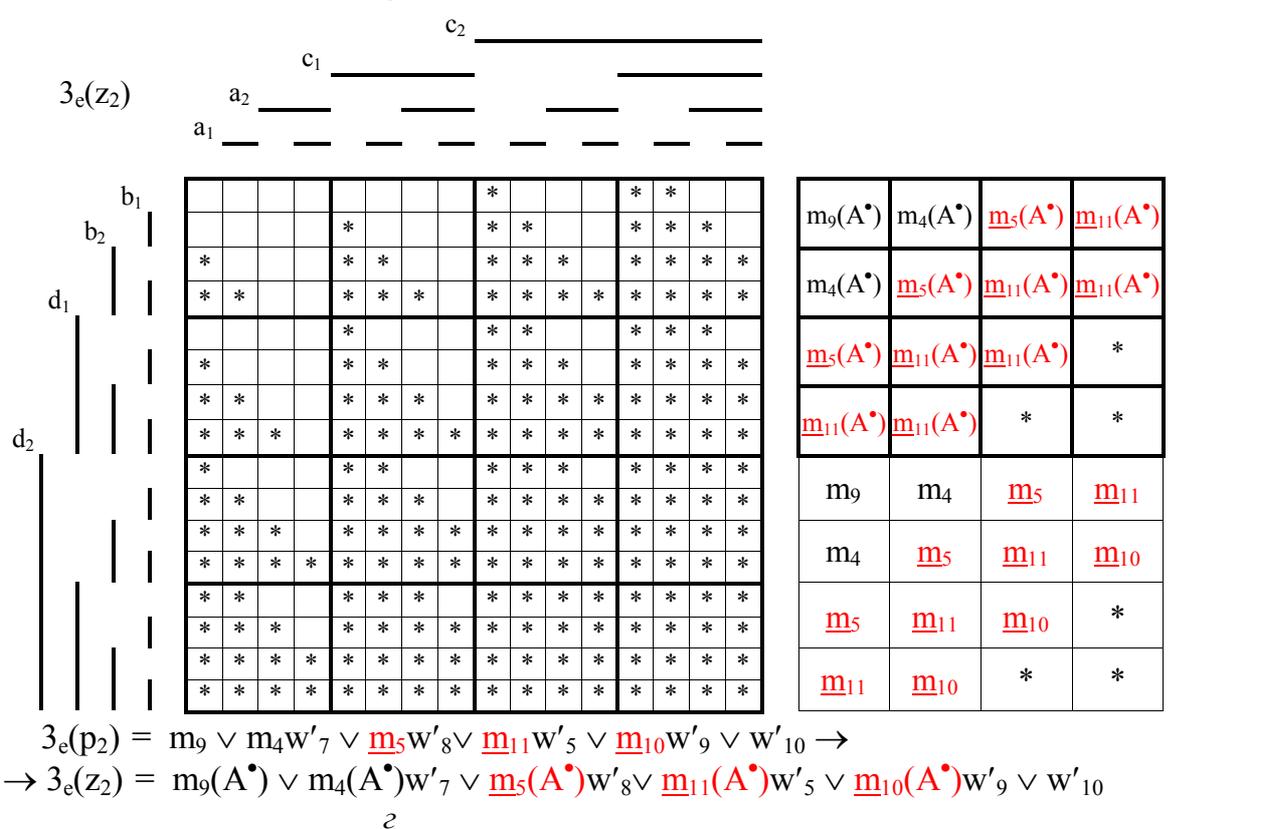
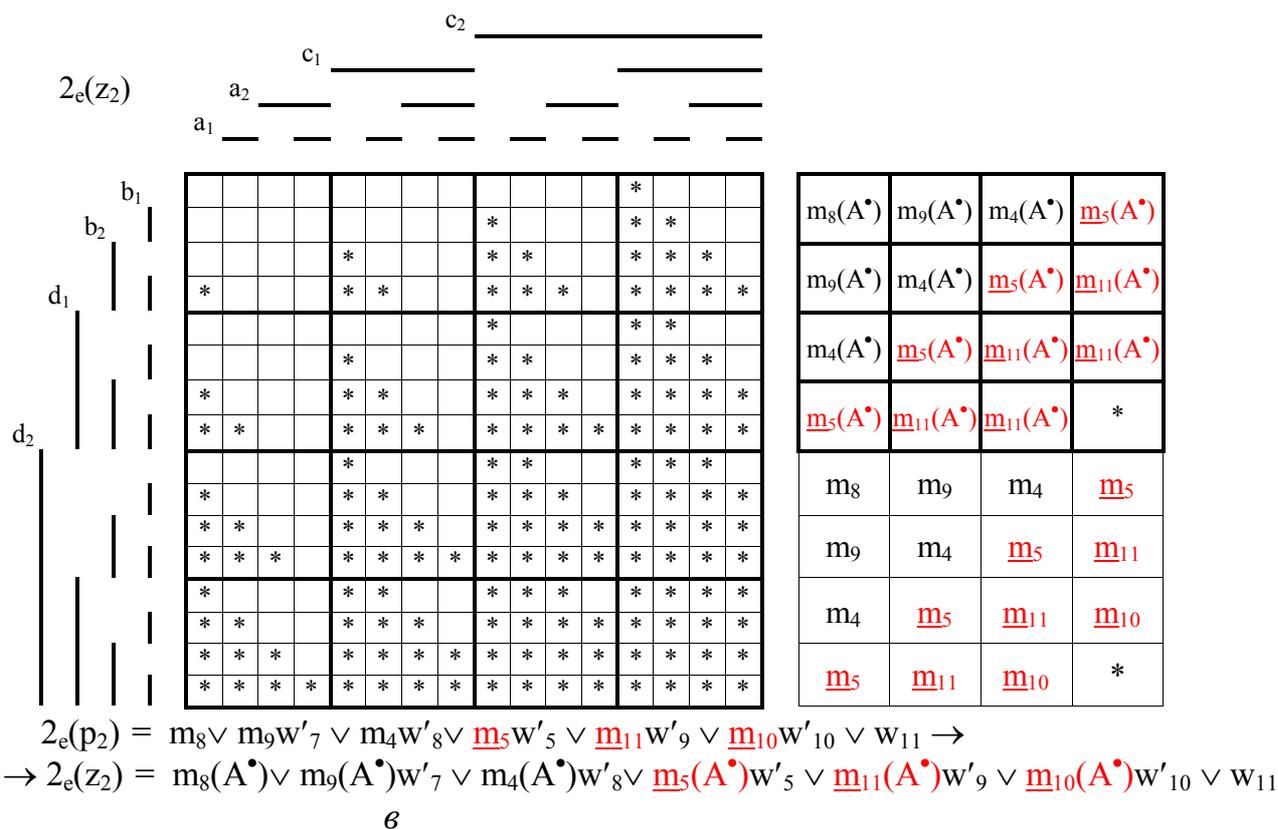


Рис. 2.39 (окончание)

В файле $|4m(A^\bullet)|$ папки | приложения 4 главы 2 | приведены геометрические образы и их логические эквиваленты подмножеств $m_4, \underline{m}_5, m_8, m_9, \underline{m}_{11}, \underline{m}_{10}$, примененных при синтезе сумматора $(A + B + C + D + E)$, а также подмножеств $m_4(A^\bullet), \underline{m}_5(A^\bullet), m_8(A^\bullet), m_9(A^\bullet), \underline{m}_{11}(A^\bullet), \underline{m}_{10}(A^\bullet)$.

На рис. 2.38, $a-z$ приведены в координатах двумерного пространства $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ геометрические образы сигналов операции суммирования $(A + B + C + D + E) - 0_e(p_2)$, $1_e(p_2)$, $2_e(p_2)$, $3_e(p_2)$, в ячейках которого записаны подмножества m_4 , m_4 , m_5 , m_8 , m_9 , m_{11} , m_{10} .

Сравнение геометрических образов «листов» $0_e(p_2)$, \dots , $3_e(p_2)$ для операции суммирования и «листов» $0_e(z_2)$, \dots , $0_e(z_2)$ для операции вычитания позволяет записать логические эквиваленты геометрических образов «листов» $0_e(z_2)$, \dots , $0_e(z_2)$ следующими преобразованиями логических функций соответствующих геометрических образов операции суммирования:

$$0_e(p_2) = m_8 w'_8 \vee m_9 w'_5 \vee m_4 w'_9 \vee m_5 w'_{10} \vee m_{11} w_{11} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0_e(z_2) = m_8(A^*) w'_8 \vee m_9(A^*) w'_5 \vee m_4(A^*) w'_9 \vee m_5(A^*) w'_{10} \vee m_{11}(A^*) w_{11},$$

$$1_e(p_2) = m_8 w'_7 \vee m_9 w'_8 \vee m_4 w'_5 \vee m_5 w'_9 \vee m_{11} w'_{10} \vee m_{10} w_{11} \rightarrow$$

$$\rightarrow 1_e(z_2) = m_8(A^*) w'_7 \vee m_9(A^*) w'_8 \vee m_4(A^*) w'_5 \vee m_5(A^*) w'_9 \vee m_{11}(A^*) w'_{10} \vee m_{10}(A^*) w_{11},$$

$$2_e(p_2) = m_8 \vee m_9 w'_7 \vee m_4 w'_8 \vee m_5 w'_5 \vee m_{11} w'_9 \vee m_{10} w'_{10} \vee w_{11} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2_e(z_2) = m_8(A^*) \vee m_9(A^*) w'_7 \vee m_4(A^*) w'_8 \vee m_5(A^*) w'_5 \vee m_{11}(A^*) w'_9 \vee m_{10}(A^*) w'_{10} \vee w_{11},$$

$$3_e(p_2) = m_9 \vee m_4 w'_7 \vee m_5 w'_8 \vee m_{11} w'_5 \vee m_{10} w'_9 \vee w'_{10} \rightarrow$$

$$\rightarrow 3_e(z_2) = m_9(A^*) \vee m_4(A^*) w'_7 \vee m_5(A^*) w'_8 \vee m_{11}(A^*) w'_5 \vee m_{10}(A^*) w'_9 \vee w'_{10}.$$

Из этих логических выражений следует, что логическая функция z_2 операции вычитания $(A - B - C - D - E)$ определяется по выражению (2.4), где осуществляется перевод из прямого кода в обратный код сигналов подмножеств m_4 , m_4 , m_5 , m_8 , m_9 , m_{11} , m_{10} (m_4 , m_4 , m_5 , m_8 , m_9 , m_{11} , $m_{10} \rightarrow m_4(A^*)$, $m_4(A^*)$, $m_5(A^*)$, $m_8(A^*)$, $m_9(A^*)$, $m_{11}(A^*)$, $m_{10}(A^*)$).

Синтез логических функций $f_{1, (A-B-C-D-E)}$, $f_{2, (A-B-C-D-E)}$, Z_1 , Z_2 операции вычитания выполняется здесь только инвертированием соответствующих логических функций подмножеств, что не меняет их геометрических образов, и, следовательно, все процедуры по сохранению минимальных аппаратных затрат, которые были выполнены при синтезе схем операции суммирования, остаются неизменными.

2.5. Блок вычитания $(A - B - C - D - E)$ основания $n = 2^2$ двухфазного кода

Для получения геометрических образов выходных сигналов $f_{1, A-B-C-D-E}$, $f_{2, A-B-C-D-E}$, Z_1 , Z_2 одноразрядного блока вычитания двухфазного кода в пятимерном пространстве цифровых координат необходимо произвести замены в таблицах истинности (см. рис. 2.34, $a-z$ и 2.35, $a-z$) результатов этой операции.

Для сигнала $f_{1, A-B-C-D-E}$ в таблицах рис. 2.34, $a-z$ цифры 01, 02 заменяются на звездочки (*), а цифры 00, 03 удаляются. Соответственно для сигнала $f_{2, A-B-C-D-E}$ в этих же таблицах производится замена цифр 02, 03 на звездочки и удаление цифр 00, 01.

Для сигнала Z_1 в таблицах рис. 2.35, $a-z$ цифры 01, 02 заменяются на звездочки (*), а цифры 00, 03 удаляются. Соответственно для сигнала Z_2 в этих же таблицах производится замена цифр 02, 03 на звездочки и удаление цифр 00, 01.

Полученные такими преобразованиями геометрические образы сигналов $f_{1, A-B-C-D-E}$, $f_{2, A-B-C-D-E}$, Z_1 , Z_2 приведены в этом порядке на рис. 2.40 а – 2.40 г, 2.41 а – 2.41 г, 2.42 а – 2.42 г, 2.43 а – 2.43 г.

Под каждым из этих рисунков (рис. 2.40, 2.41, 2.42, 2.43) приведены рисунки двух групп «листов» пятимерных пространств в координатах $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$. В первой группе «листы» предназначены для размещения в ячейках пространств геометрических образов подмножеств операции вычитания ($A - B - C - D - E$), во второй группе – операции сложения ($A + B + C + D + E$), которая рассмотрена в разд. 2.3.

В ячейках «листов» операции сложения размещаются подмножества m_1 , \underline{m}_1 , ..., m_{10} , \underline{m}_{10} , а в ячейках «листов» операции вычитания – подмножества $m_1(A^\bullet)$, $\underline{m}_1(A^\bullet)$, ..., $m_{10}(A^\bullet)$, $\underline{m}_{10}(A^\bullet)$ обратного кода по отношению к подмножествам операции вычитания. Все отмеченные выше подмножества, которые являются функциями операнд двухфазного кода $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, приведены в файле | $m_1 \dots$ | папки | приложения 4 главы 2 |. Перевод из прямого двухфазного кода в обратный двухфазный код осуществляется здесь инвертированием только одного сигнала – a_2 ($a_2 \leftrightarrow \underline{a}_2$), а взаимное вхождение этих подмножеств определяется следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} m_5 &\subset m_6 \subset m_7 \subset m_8 \subset m_9 \subset m_{10}, \\ \underline{m}_{10} &\subset \underline{m}_9 \subset \underline{m}_8 \subset \underline{m}_7 \subset \underline{m}_6 \subset \underline{m}_5, \\ m_5(A^\bullet) &\subset m_6(A^\bullet) \subset m_7(A^\bullet) \subset m_8(A^\bullet) \subset m_9(A^\bullet) \subset m_{10}(A^\bullet), \\ \underline{m}_{10}(A^\bullet) &\subset \underline{m}_9(A^\bullet) \subset \underline{m}_8(A^\bullet) \subset \underline{m}_7(A^\bullet) \subset \underline{m}_6(A^\bullet) \subset \underline{m}_5(A^\bullet). \end{aligned}$$

Размещения в ячейках пространства координат $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ подмножеств $m_1(A^\bullet)$, $m_2(A^\bullet)$, $\underline{m}_1(A^\bullet)$, $\underline{m}_2(A^\bullet)$ операции вычитания логической функции $f_{1, A-B-C-D-E}$ (см. рис. 2.40) определяется зависимостями w_1, w_2, w_3, w_4 , которые приведены в файле « $w_1 \dots$ » прил. 3 настоящей главы.

Размещения в ячейках пространства координат $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ подмножеств m_1, m_2, m_3, m_4 операции суммирования f_1 (см. рис. 2.40) также задается логическими функциями w_1, w_2, w_3, w_4 .

Следовательно, логическая функция $f_{1, A-B-C-D-E}$ будет определяться функцией (2.14), где осуществлена следующая замена подмножеств $m_1 \rightarrow m_1(A^\bullet)$, $m_2 \rightarrow m_2(A^\bullet)$, $m_3 \rightarrow \underline{m}_1(A^\bullet)$, $m_4 \rightarrow \underline{m}_2(A^\bullet)$.

Размещение в ячейках пространства координат $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ подмножеств $m_2(A^\bullet)$, $\underline{m}_1(A^\bullet)$, $\underline{m}_2(A^\bullet)$, $m_1(A^\bullet)$ операции вычитания функции $f_{2, A-B-C-D-E}$ (см. рис. 2.41) определяется логическими функциями w_1, w_2, w_3, w_4 , а логическая функция f_2 задается размещением подмножеств $\underline{m}_2, \underline{m}_3, \underline{m}_4, \underline{m}_1$ в ячейках этого пространства координат в такой же последовательности, как для функции $f_{2, A-B-C-D-E}$.

Поэтому логическая функция $f_{2, A-B-C-D-E}$ определяется выражением (2.15), где выполняется замена подмножеств $\underline{m}_2 \rightarrow m_2(A^\bullet)$, $\underline{m}_3 \rightarrow \underline{m}_1(A^\bullet)$, $\underline{m}_4 \rightarrow \underline{m}_2(A^\bullet)$, $\underline{m}_1 \rightarrow m_1(A^\bullet)$.

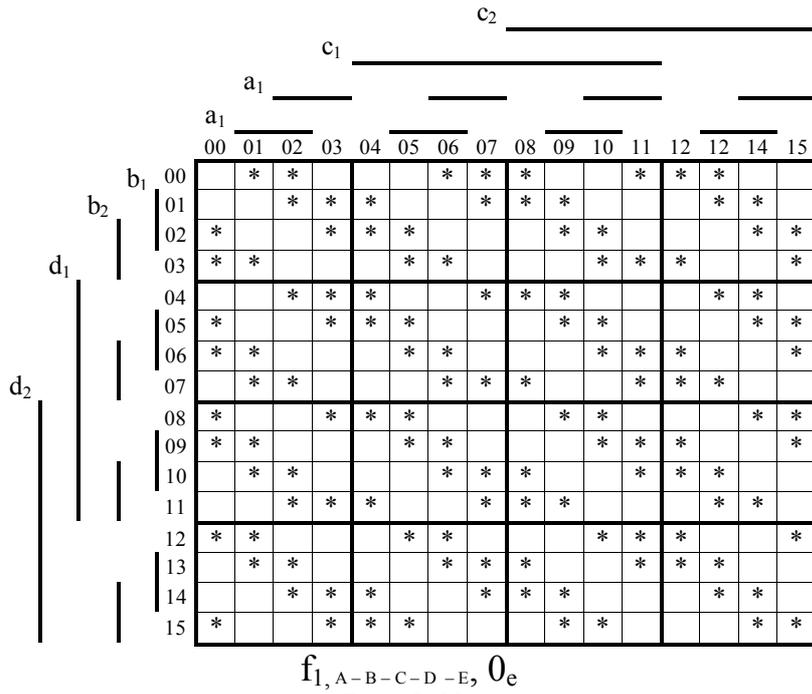


Рис. 2.40а

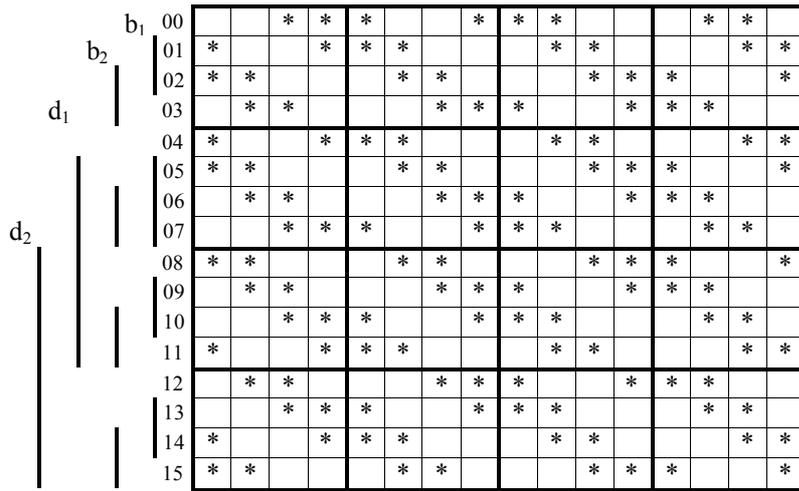


Рис. 2.40б

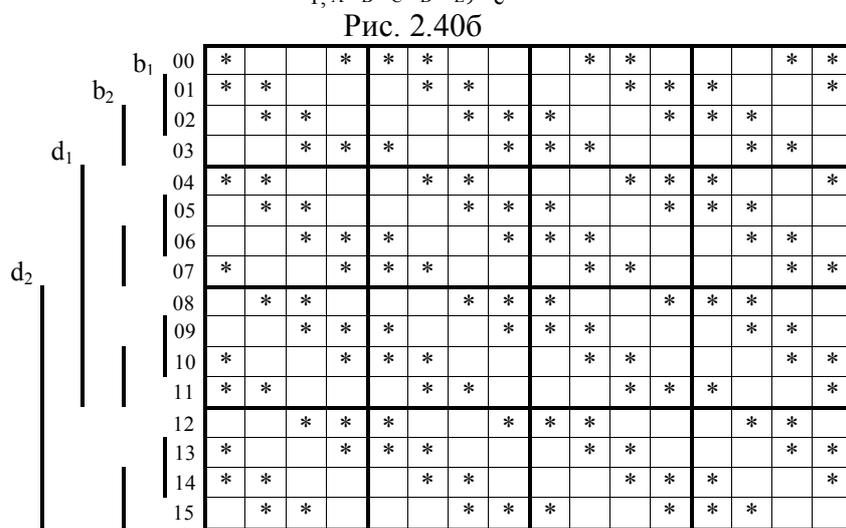


Рис. 2.40в

		c ₂															
		c ₁															
		a ₁															
		a ₁															
		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
b ₁	00	*	*				*	*				*	*	*	*		*
	01		*	*				*	*	*		*	*	*	*		*
b ₂	02			*	*	*			*	*	*				*	*	*
	03	*			*	*	*				*	*				*	*
d ₁	04		*	*				*	*	*			*	*	*		*
	05			*	*	*			*	*	*				*	*	*
d ₂	06	*			*	*	*				*	*				*	*
	07	*	*			*	*				*	*	*	*	*		*
d ₁	08			*	*	*			*	*	*				*	*	*
	09	*			*	*	*				*	*				*	*
d ₂	10	*	*			*	*				*	*	*	*	*		*
	11		*	*			*	*	*			*	*	*	*		*
d ₁	12	*			*	*	*				*	*				*	*
	13	*	*			*	*				*	*	*	*	*		*
d ₂	14		*	*			*	*	*			*	*	*	*		*
	15			*	*	*	*				*	*	*	*	*	*	*

$f_{1, A-B-C-D-E, 3e}$
Рис. 2.40 z

$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$
$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$
$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$
$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$

$f_{1, A-B-C-D-E, 0e}$

$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$
$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$
$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$
$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$

$f_{1, A-B-C-D-E, 1e}$

$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$
$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$
$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$
$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$m_1(A^*)$

$f_{1, A-B-C-D-E, 2e}$

$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$
$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$
$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$m_1(A^*)$
$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_1(A^*)$

$f_{1, A-B-C-D-E, 3e}$

m_1	m_2	m_3	m_4
m_2	m_3	m_4	m_1
m_3	m_4	m_1	m_2
m_4	m_1	m_2	m_3

$f_{1, 0e}$

m_2	m_3	m_4	m_1
m_3	m_4	m_1	m_2
m_4	m_1	m_2	m_3
m_1	m_2	m_3	m_4

$f_{1, 1e}$

m_3	m_4	m_1	m_2
m_4	m_1	m_2	m_3
m_1	m_2	m_3	m_4
m_2	m_3	m_4	m_1

$f_{1, 2e}$

m_4	m_1	m_2	m_3
m_1	m_2	m_3	m_4
m_2	m_3	m_4	m_1
m_3	m_4	m_1	m_2

$f_{1, 3e}$

Рис. 2.40

c_2 _____

c_1 _____

a_1 _____

a_1 _____

		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	
b_1	b_2	00		*	*	*			*	*	*				*	*	*	
		01	*			*	*	*				*	*				*	*
d_1	d_2	02	*	*				*	*			*	*	*	*			*
		03		*	*				*	*	*		*	*	*	*		*
d_1	d_2	04	*	*		*	*	*			*	*				*	*	
		05	*	*				*	*			*	*	*	*			*
d_1	d_2	06	*	*	*			*	*	*	*		*	*	*	*	*	
		07			*	*	*			*	*	*			*	*	*	
d_1	d_2	08	*	*			*	*			*	*	*	*	*	*	*	
		09		*	*			*	*	*	*		*	*	*	*	*	
d_1	d_2	10			*	*	*		*	*	*		*	*	*	*		
		11	*			*	*	*			*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	12		*	*			*	*	*	*		*	*	*	*		
		13			*	*	*		*	*	*		*	*	*	*		
d_1	d_2	14	*			*	*	*			*	*	*	*	*	*		
		15	*	*			*	*			*	*	*	*	*	*		

$f_{2, A-B-C-D-E, 0_e}$

Рис. 2.41а

		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
b_1	b_2	00	*	*	*	*	*	*			*	*	*	*	*	*	*
		01	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_1	d_2	02		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		03		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	04	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		05	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	06	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		07	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	08	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		09	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	10	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	12	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		13	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	14	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		15	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	

$f_{2, A-B-C-D-E, 1_e}$

Рис. 2.41б

		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
b_1	b_2	00	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		01	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_1	d_2	02	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		03	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	04	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		05	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	06	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		07	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	08	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		09	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	10	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	12	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		13	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
d_1	d_2	14	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
		15	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	

$f_{2, A-B-C-D-E, 2_e}$

Рис. 2.41в

		c ₁				c ₂											
		a ₁															
		a ₁															
		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
b ₁	00		*	*				*	*	*	*		*	*	*		
	01			*	*	*			*	*	*				*	*	
b ₂	02	*			*	*	*				*	*				*	*
	03	*	*				*	*				*	*	*			*
d ₁	04			*	*	*			*	*	*				*	*	
	05	*			*	*	*				*	*				*	*
d ₂	06	*	*				*	*				*	*	*			*
	07		*	*			*	*	*	*		*	*	*	*	*	
	08	*			*	*	*				*	*				*	*
	09	*	*				*	*			*	*	*	*			*
	10		*	*			*	*	*	*		*	*	*	*	*	
	11			*	*	*			*	*	*				*	*	
	12	*	*				*	*			*	*	*	*			*
	13		*	*				*	*	*		*	*	*	*		
	14			*	*	*		*	*	*	*				*	*	
	15	*			*	*	*			*	*				*	*	*

$f_{2, A-B-C-D-E, 3e}$

Рис. 2.41Г

$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$
$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$
$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$
$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$

$f_{2, A-B-C-D-E, 0e}$

$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$
$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$
$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$
$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$

$f_{2, A-B-C-D-E, 1e}$

$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$
$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$
$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$
$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$

$f_{2, A-B-C-D-E, 2e}$

$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$
$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$
$\underline{m}_1(A^*)$	$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$
$\underline{m}_2(A^*)$	$m_1(A^*)$	$m_2(A^*)$	$\underline{m}_1(A^*)$

$f_{2, A-B-C-D-E, 3e}$

\underline{m}_2	\underline{m}_3	\underline{m}_4	\underline{m}_1
\underline{m}_3	\underline{m}_4	\underline{m}_1	\underline{m}_2
\underline{m}_4	\underline{m}_1	\underline{m}_2	\underline{m}_3
\underline{m}_1	\underline{m}_2	\underline{m}_3	\underline{m}_4

$f_{2, 0e}$

\underline{m}_3	\underline{m}_4	\underline{m}_1	\underline{m}_2
\underline{m}_4	\underline{m}_1	\underline{m}_2	\underline{m}_3
\underline{m}_1	\underline{m}_2	\underline{m}_3	\underline{m}_4
\underline{m}_2	\underline{m}_3	\underline{m}_4	\underline{m}_1

$f_{2, 1e}$

\underline{m}_4	\underline{m}_1	\underline{m}_2	\underline{m}_3
\underline{m}_1	\underline{m}_2	\underline{m}_3	\underline{m}_4
\underline{m}_2	\underline{m}_3	\underline{m}_4	\underline{m}_1
\underline{m}_3	\underline{m}_4	\underline{m}_1	\underline{m}_2

$f_{2, 2e}$

\underline{m}_1	\underline{m}_2	\underline{m}_3	\underline{m}_4
\underline{m}_2	\underline{m}_3	\underline{m}_4	\underline{m}_1
\underline{m}_3	\underline{m}_4	\underline{m}_1	\underline{m}_2
\underline{m}_4	\underline{m}_1	\underline{m}_2	\underline{m}_3

$f_{2, 3e}$

Рис. 2.41

c_2 _____

c_1 _____

a_1 _____

		a_1															
		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
b_1	00					*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	01	*				*	*			*	*	*		*	*	*	*
b_2	02	*	*			*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
	03	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_1	04	*				*	*			*	*	*		*	*	*	*
	05	*	*			*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
d_2	06	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	07	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
b_1	08	*	*			*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
	09	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
b_2	10	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_1	12	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	13	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_2	14	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	15	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

$Z_1, 0_e$
Рис. 2.42а

b_1	00	*				*	*			*	*	*		*	*	*	*
	01	*	*			*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
b_2	02	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	03	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_1	04	*	*			*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
	05	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_2	06	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	07	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
b_1	08	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	09	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
b_2	10	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_1	12	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	13	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_2	14	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	15	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

$Z_1, 1_e$
Рис. 2.42б

b_1	00	*	*			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	01	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
b_2	02	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	03	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_1	04	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	05	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_2	06	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	07	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
b_1	08	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	09	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
b_2	10	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_1	12	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	13	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_2	14	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	15	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

$Z_1, 2_e$
Рис. 2.412в

c_2 _____

c_1 _____

a_1 _____

a_1 _____

		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	12	14	15	
d_2	d_1	b_1	00	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		01	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		02	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		03	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		04	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		05	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		06	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		07	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		08	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		09	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		10	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		12	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		13	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		14	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
15	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		

$z_1, 3_e$
Рис. 2.42Г

$m_7(A^*)$	$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$
$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$	*
$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$	*	*
$m_{10}(A^*)$	*	*	$\underline{m}_5(A^*)$

$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$	*
$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$	*	*
$m_{10}(A^*)$	*	*	$\underline{m}_5(A^*)$
*	*	$\underline{m}_5(A^*)$	$\underline{m}_6(A^*)$

$z_1, 0_e$

$z_1, 1_e$

$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$	*	*
$m_{10}(A^*)$	*	*	$\underline{m}_5(A^*)$
*	*	$\underline{m}_5(A^*)$	$\underline{m}_6(A^*)$
*	$\underline{m}_5(A^*)$	$\underline{m}_6(A^*)$	$\underline{m}_7(A^*)$

$m_{10}(A^*)$	*	*	$\underline{m}_5(A^*)$
*	*	$\underline{m}_5(A^*)$	$\underline{m}_6(A^*)$
*	$\underline{m}_5(A^*)$	$\underline{m}_6(A^*)$	$\underline{m}_7(A^*)$
$\underline{m}_5(A^*)$	$\underline{m}_6(A^*)$	$\underline{m}_7(A^*)$	$\underline{m}_8(A^*)$

$z_1, 2_e$

$z_1, 3_e$

m_7	m_8	m_9	m_{10}
m_8	m_9	m_{10}	*
m_9	m_{10}	*	*
m_{10}	*	*	\underline{m}_5

m_8	m_9	m_{10}	*
m_9	m_{10}	*	*
m_{10}	*	*	\underline{m}_5
*	*	\underline{m}_5	\underline{m}_6

$p_1, 0_e$

$p_1, 1_e$

m_9	m_{10}	*	*
m_{10}	*	*	\underline{m}_5
*	*	\underline{m}_5	\underline{m}_6
*	\underline{m}_5	\underline{m}_6	\underline{m}_7

m_{10}	*	*	\underline{m}_5
*	*	\underline{m}_5	\underline{m}_6
*	\underline{m}_5	\underline{m}_6	\underline{m}_7
\underline{m}_5	\underline{m}_6	\underline{m}_7	\underline{m}_8

$p_1, 2_e$

$p_1, 3_e$

Рис. 2.42

		a_1				c_1				c_2							
		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
d_1	b_1	00															
	b_2	01												*			
d_2	b_1	02												*	*		
	b_2	03								*				*	*		
d_1	b_1	04												*			
	b_2	05												*			
d_2	b_1	06								*				*	*		
	b_2	07				*				*	*			*	*	*	
d_1	b_1	08												*			
	b_2	09								*				*	*		
d_2	b_1	10				*				*	*			*	*	*	
	b_2	11	*			*	*			*	*	*		*	*	*	*
d_1	b_1	12								*				*	*		
	b_2	13				*				*	*			*	*	*	
d_2	b_1	14	*			*	*			*	*	*		*	*	*	*
	b_2	15	*	*		*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*

$Z_2, 0_e$
Рис. 2.43а

		a_1				c_1				c_2							
		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
d_1	b_1	00															
	b_2	01												*			
d_2	b_1	02								*				*	*		
	b_2	03				*				*	*			*	*	*	
d_1	b_1	04												*			
	b_2	05								*				*	*		
d_2	b_1	06				*				*	*			*	*	*	
	b_2	07	*			*	*			*	*	*		*	*	*	*
d_1	b_1	08								*				*	*		
	b_2	09				*				*	*			*	*	*	
d_2	b_1	10	*			*	*			*	*	*		*	*	*	*
	b_2	11	*	*		*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
d_1	b_1	12				*				*	*			*	*	*	
	b_2	13	*			*	*			*	*	*		*	*	*	*
d_2	b_1	14	*	*		*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
	b_2	15	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

$Z_2, 1_e$
Рис. 2.43б

		a_1				c_1				c_2							
		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
d_1	b_1	00												*			
	b_2	01								*				*	*		
d_2	b_1	02				*				*	*			*	*	*	
	b_2	03	*			*	*			*	*	*		*	*	*	*
d_1	b_1	04								*				*	*		
	b_2	05				*				*	*			*	*	*	
d_2	b_1	06	*			*	*			*	*	*		*	*	*	*
	b_2	07	*	*		*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
d_1	b_1	08				*				*	*			*	*	*	
	b_2	09	*			*	*			*	*	*		*	*	*	*
d_2	b_1	10	*	*		*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
	b_2	11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d_1	b_1	12	*			*	*			*	*	*		*	*	*	*
	b_2	13	*	*		*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
d_2	b_1	14	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	b_2	15	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

$Z_2, 2_e$
Рис. 2.43в

c₂ _____

c₁ _____

a₁ _____

a₁ _____

		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	
b ₁	b ₂	00								*				*	*			
		01				*				*	*			*	*	*		
d ₁	b ₂	02	*			*	*			*	*	*		*	*	*	*	
		03	*	*			*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
d ₂	b ₂	04				*				*	*			*	*	*	*	
		05	*				*	*			*	*	*	*	*	*	*	*
d ₂	b ₂	06	*	*			*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
		07	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d ₂	b ₂	08	*				*	*			*	*	*		*	*	*	*
		09	*	*			*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
d ₂	b ₂	10	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d ₂	b ₂	12	*	*			*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
		13	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
d ₂	b ₂	14	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		15	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

$z_2, 3_e$
Рис. 2.43Г

		$m_5(A^*)$	$m_6(A^*)$
	$m_5(A^*)$	$m_6(A^*)$	$m_7(A^*)$
$m_5(A^*)$	$m_6(A^*)$	$m_7(A^*)$	$m_8(A^*)$
$m_6(A^*)$	$m_7(A^*)$	$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$

$z_2, 0_e$

	$m_5(A^*)$	$m_6(A^*)$	$m_7(A^*)$
$m_5(A^*)$	$m_6(A^*)$	$m_7(A^*)$	$m_8(A^*)$
$m_6(A^*)$	$m_7(A^*)$	$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$
$m_7(A^*)$	$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$

$z_2, 1_e$

$m_5(A^*)$	$m_6(A^*)$	$m_7(A^*)$	$m_8(A^*)$
$m_6(A^*)$	$m_7(A^*)$	$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$
$m_7(A^*)$	$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$
$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$	*

$z_2, 2_e$

$m_6(A^*)$	$m_7(A^*)$	$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$
$m_7(A^*)$	$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$
$m_8(A^*)$	$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$	*
$m_9(A^*)$	$m_{10}(A^*)$	*	*

$z_2, 3_e$

		m_5	m_6
	m_5	m_6	m_7
m_5	m_6	m_7	m_8
m_6	m_7	m_8	m_9

$p_2, 0_e$

	m_5	m_6	m_7
m_5	m_6	m_7	m_8
m_6	m_7	m_8	m_9
m_7	m_8	m_9	m_{10}

$p_2, 1_e$

m_5	m_6	m_7	m_8
m_6	m_7	m_8	m_9
m_7	m_8	m_9	m_{10}
m_8	m_9	m_{10}	*

$p_2, 2_e$

m_6	m_7	m_8	m_9
m_7	m_8	m_9	m_{10}
m_8	m_9	m_{10}	*
m_9	m_{10}	*	*

$p_2, 3_e$

Рис. 2.43

В ячейках пространства координат $C(c_1, c_2)$, $D(d_1, d_2)$ подмножества, определяющие геометрические образы функций z_1, z_2 и функций p_1, p_2 , имеют одинаковые обозначения (см. рис. 2.42, 2.43). Разница заключается лишь в том, что для z_1, z_2 это соответственно подмножества $m_7(A^\bullet), m_8(A^\bullet), m_9(A^\bullet), m_{10}(A^\bullet), *$, $\underline{m}_5(A^\bullet), \underline{m}_6(A^\bullet), \underline{m}_7(A^\bullet)$ и $m_5(A^\bullet), m_6(A^\bullet), m_8(A^\bullet), m_9(A^\bullet), m_{10}(A^\bullet), *$, а для p_1, p_2 – $m_7, m_8, m_9, m_{10}, *$, $\underline{m}_5, \underline{m}_6, \underline{m}_7$ и $m_5, m_6, m_8, m_9, m_{10}, *$.

Следовательно, выходные логические функции заёма из старшего разряда z_1, z_2 будут определяться по формулам для сигналов переноса p_1, p_2 (2.16), (2.17), где в логических выражениях подмножеств $m_7, m_8, m_9, m_{10}, \underline{m}_5, \underline{m}_6, \underline{m}_7$ и $m_5, m_6, m_8, m_9, m_{10}$ необходимо провести инвертирование только одного сигнала a_2 ($a_2 \leftrightarrow \underline{a}_2$).

При одинаковой структуре пятивходовых одноразрядных блоков суммирования и вычитания в двухфазном коде переход от операции суммирования к операции вычитания выполняется здесь значительно сложнее (для блоков формирования сигналов $f_{1, A+B+C+D+E}, f_{2, A+B+C+D+E}$), чем такой же переход при использовании в устройствах основного двоичного кода этого основания системы счисления. Учитывая при этом и большие аппаратные затраты блоков для сигналов $f_{1, A+B+C+D+E}, f_{2, A+B+C+D+E}$, чем для формирования сигналов f_1, f_2 , использование основного двоичного кода для основания системы счисления $n = 2^2$ предпочтительнее.

Исключение составляют одноразрядные пятивходовые суммирующие и вычитающие устройства двухфазного кода, где используются только выходные сигналы переноса (p_1, p_2) и заёма (z_1, z_2), где аппаратные затраты меньше, а переход от одной операции к другой выполняется только инвертированием одного сигнала a_2 ($a_2 \leftrightarrow \underline{a}_2$).

Глава 3

МНОГОВХОДОВЫЕ СУММАТОРЫ ОСНОВАНИЯ $n = 2^3$

Максимальное число входов одноразрядного сумматора основания $n = 2^3$ при двух выходных сигналах для этого разряда F и сигнала переноса в старший разряд P равно $(n + 1) = 9$. Ограничим синтез подобного сумматора на примере пятиходового сумматора $(A + B + C + D + E)$. Из [4] известно, что число квазисовершенных кодов, когда его информационная часть кода может быть представлена в любом двоичном коде, равно $S = (n!)192 = 7\,741\,440$. Остановим свой выбор на использовании в сумматоре только одного из них, например с информационной частью основного двоичного кода.

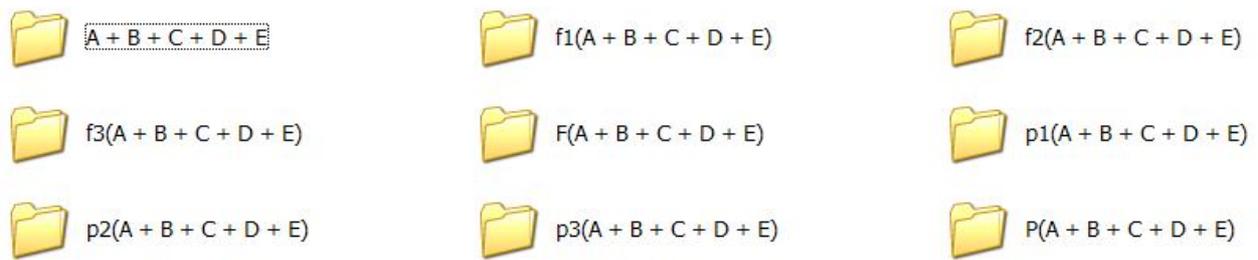
Обратимся к пятимерному цифровому пространству, которое будем первоначально представлять вместо координат $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$, $C(c_1, c_2, c_3)$, $D(d_1, d_2, d_3)$, $E(e_1, e_2, e_3)$ в координатах информационной части сигналами обычного цифрового кода: $A(0_a, \dots, 7_a)$, $B(0_b, \dots, 7_b)$, $C(0_c, \dots, 7_c)$, $D(0_d, \dots, 7_d)$, $E(0_e, \dots, 7_e)$. Такое представление связано только с необходимостью экономии графического материала.

Результат суммирования представим в координатах трехмерного пространства $C(0_c, \dots, 7_c)$, $D(0_d, \dots, 7_d)$, $E(0_e, \dots, 7_e)$, где результат суммирования в младших разрядах будем записывать в его ячейках последовательно кодовых комбинаций цифр: 00, 01, 02,

Это пространство представляет собой многомерную таблицу результатов суммирования для информационной части блока, где первый «лист» определяет результат сложения при значении операнда E , равном 0_e , второй «лист» – 1_e и т.д. При этом каждый лист – это трехмерное цифровое пространство с координатами $C(0_c, \dots, 7_c)$, $D(0_d, \dots, 7_d)$, где в каждой ячейке размещены результаты суммирования основания $n = 2^3$.

Очевидно, что результат суммирования определяется данными таблицы каждого листа размерами 8×8 . При этом первая строка и последний столбец задают результат суммирования во всех остальных ячейках пространства (выделены цветом), поскольку данные ячеек, расположенных на диагоналях таблицы, равны. Эти диагонали проходят через ячейки таблицы справа налево и сверху вниз.

Результат операции суммирования $(A + B + C + D + E)$ представлен в папке | приложение 1 главы 3 |, которая содержит в свою очередь шесть папок:



На рис. 3.1а представлен первый «лист» результата сложения при значении операнда E , равном 0_e . В каждом последующем «листе» результат суммирования увеличивается на единицу цифры обычного кода. Все эти «листы» приведены в файле | 8 A+B+... | папки | A + B + C + D + E | прил. 1 этой главы соответственно на рис. 3.1 а–з.

0_e	0_c	1_c	2_c	3_c	4_c	5_c	6_c	7_c
0_d	00, ..., 16	01, ..., 17	02, ..., 20	03, ..., 21	04, ..., 22	05, ..., 23	06, ..., 24	07, ..., 25
1_d	01, ..., 17	02, ..., 20	03, ..., 21	04, ..., 22	05, ..., 23	06, ..., 24	07, ..., 25	10, ..., 26
2_d	02, ..., 20	03, ..., 21	04, ..., 22	05, ..., 23	06, ..., 24	07, ..., 25	10, ..., 26	11, ..., 27
3_d	03, ..., 21	04, ..., 22	05, ..., 23	06, ..., 24	07, ..., 25	10, ..., 26	11, ..., 27	13, ..., 30
4_d	04, ..., 22	05, ..., 23	06, ..., 24	07, ..., 25	10, ..., 26	11, ..., 27	13, ..., 30	14, ..., 31
5_d	05, ..., 23	06, ..., 24	07, ..., 25	10, ..., 26	11, ..., 27	13, ..., 30	14, ..., 31	15, ..., 32
6_d	06, ..., 24	07, ..., 25	10, ..., 26	11, ..., 27	13, ..., 30	14, ..., 31	15, ..., 32	16, ..., 33
7_d	07, ..., 25	10, ..., 26	11, ..., 27	13, ..., 30	14, ..., 31	15, ..., 32	16, ..., 33	17, ..., 34

Рис. 3.1а

В ячейках этих «листов» с координатами C, D, E , которые представлены цифрами обычного цифрового кода, записаны результаты суммирования в младших ячейках пространства с координатами A, B . Эти результаты представлены их «именем», которое определяется последовательностью данных младших ячеек пространства.

Например, первая ячейка первой строки «листа» 0_e с координатами $0_c, 0_d, 0_y$ (см. рис. 3.1а), которая имеет «имя» 00, ..., 16, в координатах $A (a_1, a_2, a_3), B (b_1, b_2, b_3)$ представляется рис. 3.2, где содержание ячеек светло-желтого цвета определяет имя соответствующей ячейки с координатами C, D, E . В этом имени содержится содержание первой ячейки первой строки (00) и последней ячейки восьмого столбца (16).

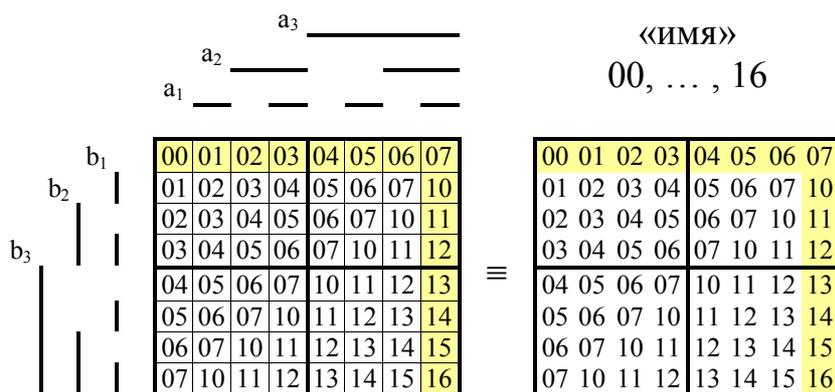


Рис. 3.2

В соответствии с принятым обозначением на с. 5 и 7 прил. 1 в файле | 8 A+B+... | представлен «лист» 0_e результата суммирования в координатах пятимерного пространства A(0_a, ... , 7_a), B(0_b, ... , 7_b), C(0_c, ... , 7_c), D(0_d, ... , 7_d), E(0_e, ... , 7_e). Аналогичным образом на с. 8 и 10 этого файла представлен «лист» 1_e, на с. 11 и 13 – «лист» 2_e, на с. 14 и 16 – «лист» 3_e, на с. 17 и 19 – «лист» 4_e, на с. 20 и 22 – «лист» 5_e, на с. 23 и 25 – «лист» 6_e, на с. 26 и 28 – «лист» 7_e.

Разделим результат суммирования на две части: в первой части запишем в ячейках пятимерного пространства данные суммирования F разряда (файл | A+B+...(F) |), во втором – данные переноса в старший разряд P (файл | A+B+...(P) |). В этих файлах цифры 0 1 2 3 4 5 6 7 заменены соответственно греческими буквами α β γ δ ε μ η ι.

Все результаты суммирования представляются в каждом из этих файлов соответственно «листами»: «лист» 0_e – с. 1–3; «лист» 1_e – с. 4–6; «лист» 2_e – с. 7–9; «лист» 3_e – с. 10–12; «лист» 4_e – с. 13–15; «лист» 5_e – с. 16–18; «лист» 6_e – с. 19–21; «лист» 7_e – стр. 22–24.

Для сокращения графического материала все эти «листы» будем представлять в отдельных файлах в координатах кодовых комбинаций 00–63, соответствующих входным сигналам сумматора AB, CD.

Выходные данные сигнала F размещаются в папке | F(A + B + C + + D + E) | на восьми отдельных файлах (| F «лист» 0_e | – | F «лист» 7_e |) прил. 1. Также в папке | P(A + B + C + D + E) | на отдельных файлах (| P «лист» 0_e | – | P «лист» 7_e |) прил. 1 размещаются данные сигнала P.

Эти результаты записаны здесь в цифрах 00–07, которые для основного двоичного кода совпадают с его кодовыми комбинациями 00–07. Эти кодовые комбинации 00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07 соответствуют здесь также буквам греческого алфавита α, β, γ, δ, ε, μ, η, ι.

Буквенное и кодовое представления результата суммирования содержатся в каждом файле соответствующих «листов», единых для любых из (8!) = 40320 кодов этого основания системы счисления. Здесь необходимо отметить, что цифры основания системы счисления при смене кода остаются в ячейках таблиц без изменения, а смена кодовых комбинаций не приводит к

смене содержания кодовых комбинаций в сигналах разрядов основания системы счисления.

Например, для $A(a_1, a_2, a_3)$ сигналы его разрядов $a_1 = 01 \vee 03 \vee 05 \vee 07 = \beta \vee \delta \vee \mu \vee \iota$, $a_2 = 02 \vee 03 \vee 06 \vee 07 = \gamma \vee \delta \vee \eta \vee \iota$, $a_3 = 04 \vee 05 \vee 06 \vee 07 = \varepsilon \vee \mu \vee \eta \vee \iota$ всегда постоянны, а их содержание в цифрах сигналов a_1, a_2, a_3 конкретного основания системы счисления меняется для каждого из двоичных кодов.

3.1. Многовходовые сумматоры основания $n = 2^3$ основного двоичного кода

В качестве примера синтеза многовходового сумматора используем квази-совершенный код основания $n = 2^3$ ($i = 3, k = 3$) [4, с. 67], где соотношения между кодовыми комбинациями информационной и контрольной частей определяются табл. 3.1

Таблица 3.1

00/0	01/7	02/3	03/4	04/5	05/2	06/6	07/1
------	------	------	------	------	------	------	------

В каждой ячейке этой таблицы в числителе представлена весовыми значениями кодовая комбинация информационной части кода последовательно из ряда (00–07), например сигналов a_1, a_2, a_3 ; в знаменателе – весовыми значениями соответствующих им контрольных сигналов x_1, x_2, x_3 . Весовые значения информационной части основного двоичного кода при этом совпадают с цифрами (00–07) основания системы счисления $n = 2^3$. Весовые значения контрольной части кода (0, 7, 3, 4, 5, 2, 6, 1) также выбраны из ряда кодовых комбинаций (0–7).

Структурная схема пятивходового сумматора здесь соответствует рис. 3.3, где на вход суммирующего блока поступают предварительно исправленные сигналы A, B, C, D, E , а все операции происходят в многомерной системе координат основного двоичного кода.

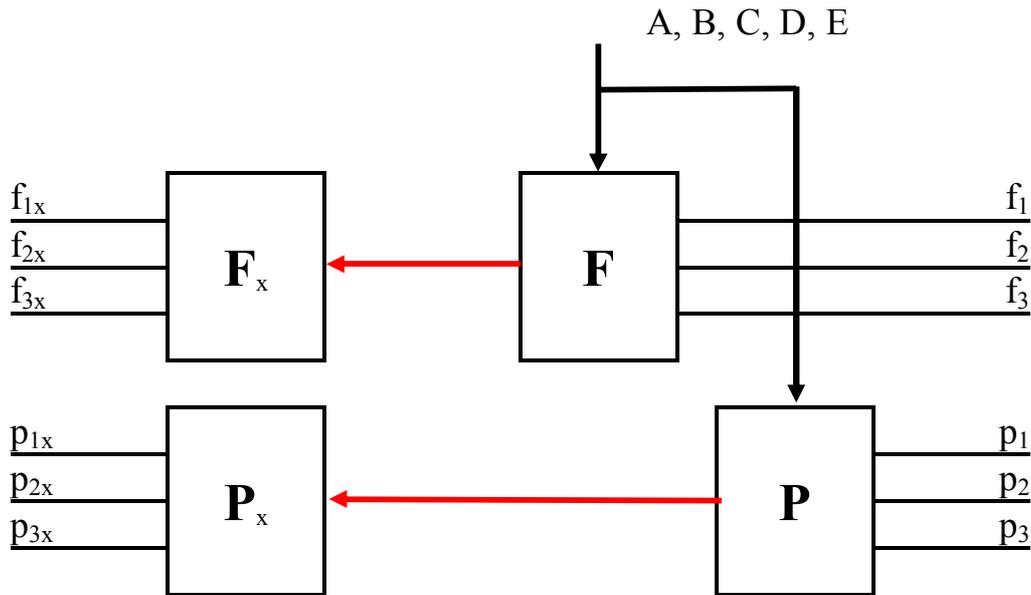


Рис. 3.3

Эта структурная схема состоит из двух частей: первая часть формирует выходные информационные сигналы сумматора $F(f_1, f_2, f_3)$, $P(p_1, p_2, p_3)$, вторая часть – их контрольные составляющие $F_x(f_{1x}, f_{2x}, f_{3x})$, $P_x(p_{1x}, p_{2x}, p_{3x})$.

Число информационных кодовых комбинаций, определяющих цифры основания системы счисления – $(n!) = 40320$. Для каждой этой информационной кодовой комбинации, может соответствовать 192 контрольные кодовые комбинации, что определяет общее число квазисовершенных кодов этого основания системы счисления – 7741440. Один из таких квазисовершенных кодов № 1 [4], который используется в этом разделе, представлен табл. 3.2.

Таблица 3.2

Цифры	00	01	02	03	04	05	06	07
	00	01	02	03	04	05	06	07
Кодовые комбинации (информационные)	Основной двоичный код							
	00	01	02	03	04	05	06	07
	α	β	γ	δ	ϵ	μ	η	ι
Кодовые комбинации (контрольные)	0	7	3	4	5	2	6	1
	α	ι	δ	ϵ	μ	γ	η	β

Для формирования геометрических образов информационных сигналов $f_1, f_2, f_3; p_1, p_2, p_3$, которые представлены соответственно в одноименных папках прил. 1 этой главы, необходимо использовать файлы | F «лист» 0_e |, ..., | F «лист» 7_e | и | P «лист» 0_e |, ..., | P «лист» 7_e | папок | F(A + B + C + D + E) | и | P(A + B + C + D + E) | прил. 1. Для сигналов f_1 и p_1 в них необходимо осуществить замену в ячейках пространства сигналов $\beta, \delta, \mu, \iota$ на звездочки и удалить остальные сигналы; для сигналов f_2 и p_2 осуществить замену сигналов $\gamma, \delta, \eta, \iota$ на звездочки и удалить остальные сигналы; для сигналов f_3 и p_3 осуществить замену сигналов $\epsilon, \mu, \eta, \iota$ на звездочки и удалить остальные сигналы.

Для формирования геометрических образов контрольных сигналов f_{1x} , f_{2x} , f_{3x} ; p_{1x} , p_{2x} , p_{3x} , которые представлены соответственно в одноименных папках прил. 2 этой главы, необходимо использовать файлы $|F_x \text{ «лист» } 0_e|$, ... , $|F_x \text{ «лист» } 7_e|$ и файлы $|P_x \text{ «лист» } 0_e|$, ... , $|P_x \text{ «лист» } 7_e|$ папок $|F_x(A + B + C + D + E)|$ и $|P_x(A + B + C + D + E)|$ приложения 2.

Файлы $|F_x \text{ «лист» } 0_e|$, ... , $|F_x \text{ «лист» } 7_e|$ и $|P_x \text{ «лист» } 0_e|$, ... , $|P_x \text{ «лист» } 7_e|$ папок $|F_x(A + B + C + D + E)|$ и $|P_x(A + B + C + D + E)|$ прил. 2 образуются из файлов $|F \text{ «лист» } 0_e|$, ... , $|F \text{ «лист» } 7_e|$ и $|P \text{ «лист» } 0_e|$, ... , $|P \text{ «лист» } 7_e|$ папок $|F(A + B + C + D + E)|$, $|P(A + B + C + D + E)|$ прил. 1, где произведена замена содержания ячеек 00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07 в соответствии с табл. 3.2 на буквы α , ι , δ , ϵ , μ , γ , η , β .

Для сигналов f_{1x} и p_{1x} в соответствующих им файлах необходимо осуществить замену в ячейках пространства сигналов β , δ , μ , ι на звездочки и удалить все остальные сигналы; для сигналов f_{2x} и p_{2x} осуществить замену сигналов γ , δ , η , ι на звездочки и удалить все остальные сигналы; для сигналов f_{3x} и p_{3x} осуществить замену сигналов ϵ , μ , η , ι на звездочки и удалить все остальные сигналы.

Покрытие геометрических образов информационных сигналов f_1 , f_2 , f_3 ; p_1 , p_2 , p_3 и их контрольных частей f_{1x} , f_{2x} , f_{3x} ; p_{1x} , p_{2x} , p_{3x} , представленных в координатах основного двоичного кода, позволяет с использованием предложенного в [3] алгоритма получить эквивалентные им логические выражения.

Процедура выполнения подобных операций покрытия геометрических образов, которые являются, по своей сути, картинной логикой, выполнялась автором в многочисленных примерах [3–5]. По этой причине можно было бы здесь остановиться, а читателю предоставить самому определить эти логические выражения параллельного вычисления суммы пяти слагаемых.

Однако в очередной раз выполним операции покрытия геометрических образов этих сигналов, что представлено нами в соответствующих файлах прил. 1 и 2 третьей главы.

Сделаем несколько замечаний относительно использования для синтеза арифметических и логических устройств алгебры Буля.

Соглашаясь с тем, что булева алгебра стала основным инструментом синтеза компьютерных систем, необходимо отметить ее недостатки не только в ограниченности ее области применения, но также в сложности и громоздкости синтеза арифметических устройств при большом количестве входных аргументов. Булева алгебра стала, по нашему мнению, основным препятствием для синтеза устройств выполнения параллельных вычислений, и это послужило ошибочному мнению, что эпоха одиночных вычислителей закончилась.

Еще в 1881 г. французский математик Поль Сурьё (P. Sourian) отмечал: «Знает ли алгебраист, что происходит с его идеями, когда с помощью знаков он вводит их в свои формулы? Прослеживает ли он за ними на протяжении всех этапов, которые он осуществляет? Без сомнения, нет. Он их тотчас же теряет из поля зрения. Он заботится лишь о том, чтобы упорядочивать и ком-

бинировать, в соответствии с известными правилами, материальные знаки, находящиеся у него перед глазами; и он принимает полученный результат как вполне надежный».

Обратимся к логической функции из шести аргументов $a_1 a_2 a_3 b_1 b_2 b_3$, пример синтеза которой имеет как отдельный фрагмент прямое отношение к покрытию геометрических образов логических функций $f_1, f_2, f_3; p_1, p_2, p_3; f_{1x}, f_{2x}, f_{3x}; p_{1x}, p_{2x}, p_{3x}$ в прил. 1 и 2. Функция фрагмента, например, записывается в нормальной дизъюнктивной форме

$$F = \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \\ \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \\ \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \\ \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \\ \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \\ \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \\ \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3}.$$

Необходимо упростить эту логическую функцию, которая в картинной логике представляется в многомерном цифро-векторном пространстве рис. 3.4.

В этом цифро-векторном пространстве можно выделить четыре геометрических образа $F_1 - F_4$ в координатах a_1, a_2, b_1, b_2 , где их логические аналоги приведены на этом рисунке под каждым отдельным их представлением с разложением этих геометрических образов (множеств) на соответствующие подмножества.

Взаимное включение этих образов ($F_2 \supset F_1, F_3 \supset F_1, F_2 \supset F_4, F_3 \supset F_4$) позволяет записать функцию F в следующем виде:

$$F = F_1 \underline{a_3} \text{ (или } F_1 \underline{b_3}) \vee F_2 \underline{a_3} \underline{b_3} \vee F_3 \underline{a_3} \underline{b_3} \vee F_4 \underline{a_3} \text{ (или } F_4 \underline{b_3}).$$

Из этой записи сразу непосредственно следует представление четырех минимальных тупиковых дизъюнктивных форм этой функции:

$$F = \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_3} \vee \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \\ \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_3} \vee \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2},$$

$$F = \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_3} \vee \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \\ \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_3} \vee \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{a_3} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{a_3} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3},$$

$$F = \underline{a_1} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_3} \vee \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \\ \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_3} \vee \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2},$$

$$F = \underline{a_1} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_3} \vee \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \\ \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3} \underline{b_3} \vee \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_3} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{b_1} \underline{b_3} \vee \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3}.$$

Подобным образом в прил. 1 и 2 определены из геометрических образов все соответствующие им логические функции $f_1, f_2, f_3; p_1, p_2, p_3; f_{1x}, f_{2x}, f_{3x}; p_{1x}, p_{2x}, p_{3x}$ с той лишь разницей, что там приведена только одна из многочисленных их минимальных тупиковых форм.

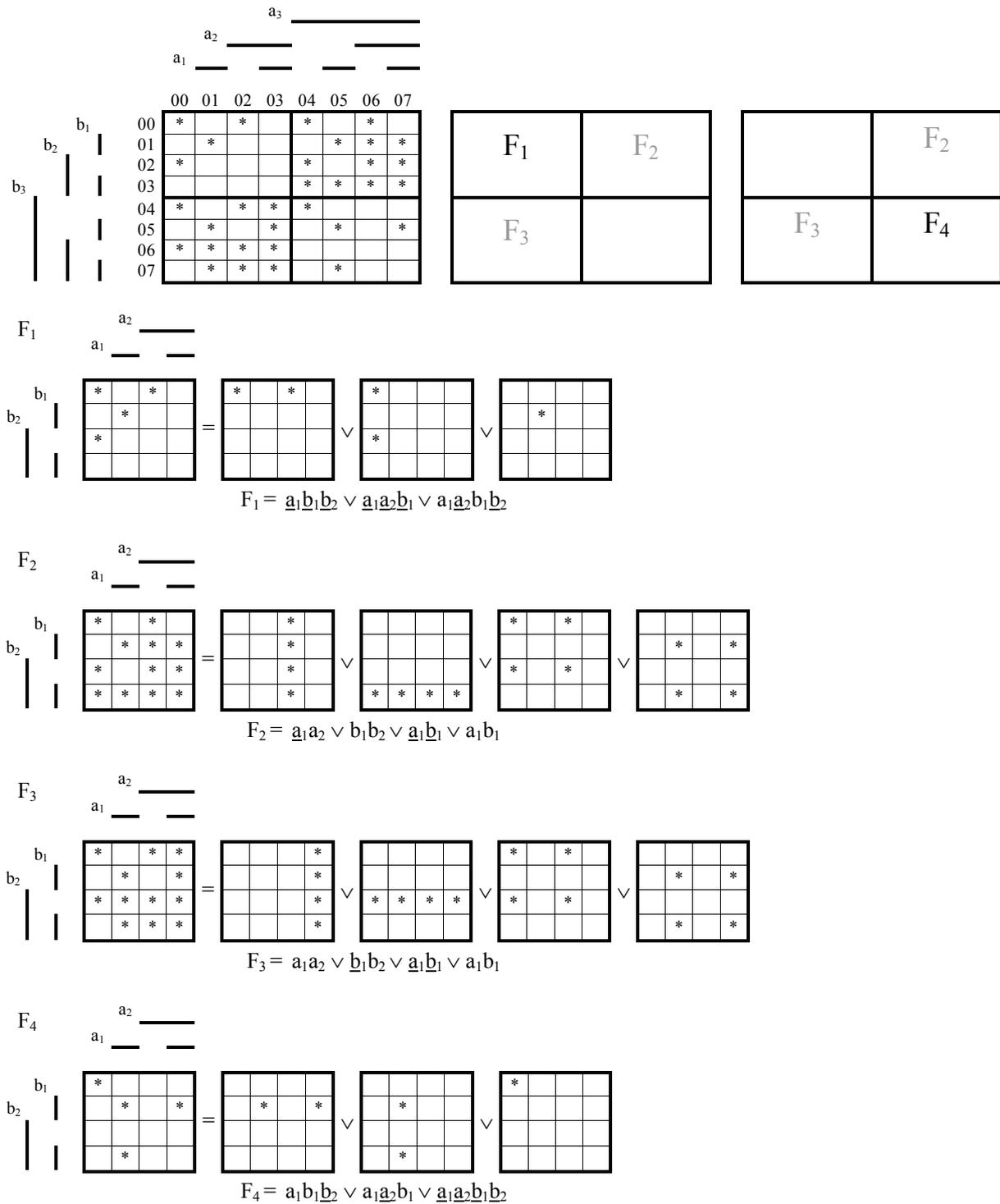


Рис. 3.4

В качестве исходного алфавита машины Тьюринга, которая может быть использована при синтезе многовходового сумматора, выступают здесь геометрические образы и их логические эквиваленты в координатах a_1, a_2, b_1, b_2 четырехмерного пространства.

Из общего числа букв такого алфавита, равного 2^{16} буквам, здесь используются только 30 (по 15 прямым и инверсным). Эти буквы обозначены соответственно $m_1 - m_{15}$ и $\underline{m}_1 - \underline{m}_{15}$.

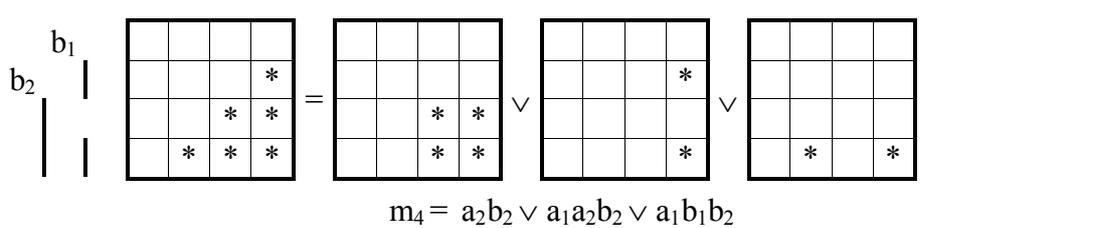
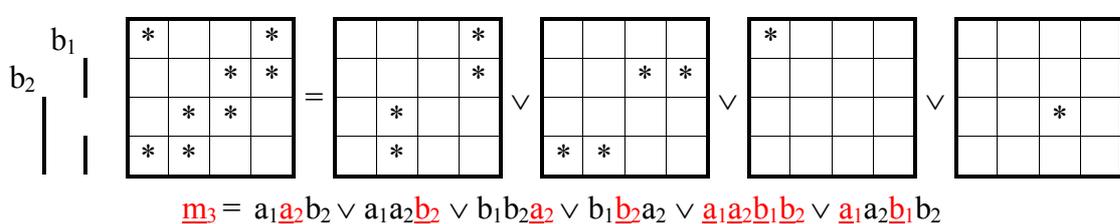
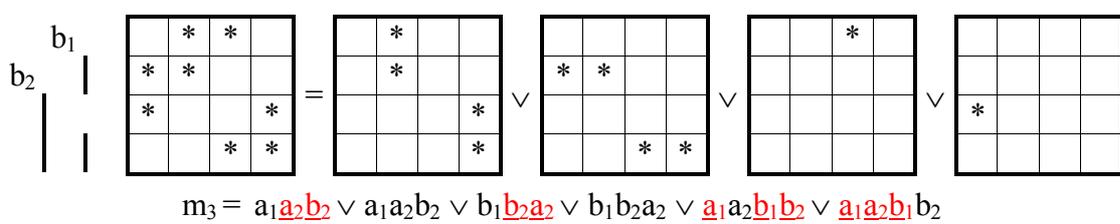
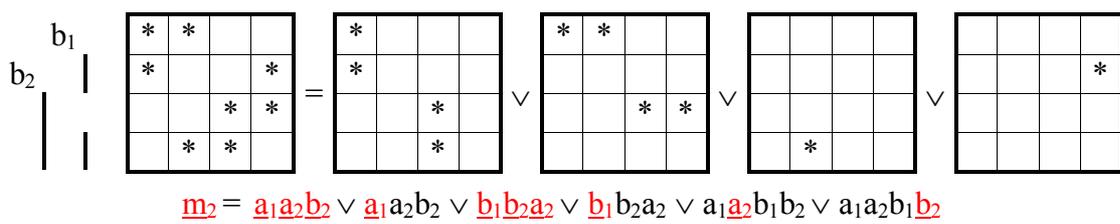
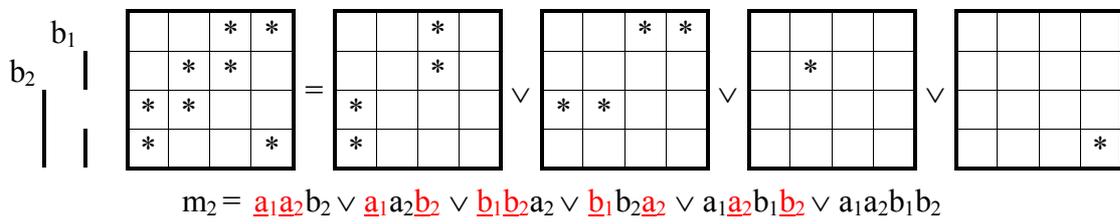
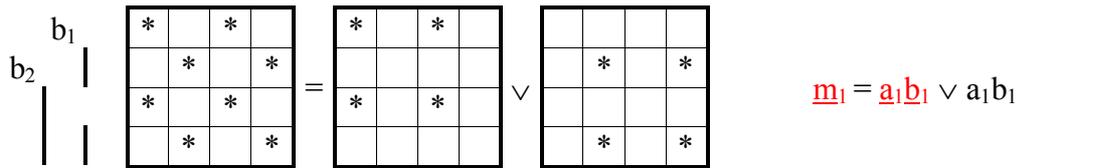
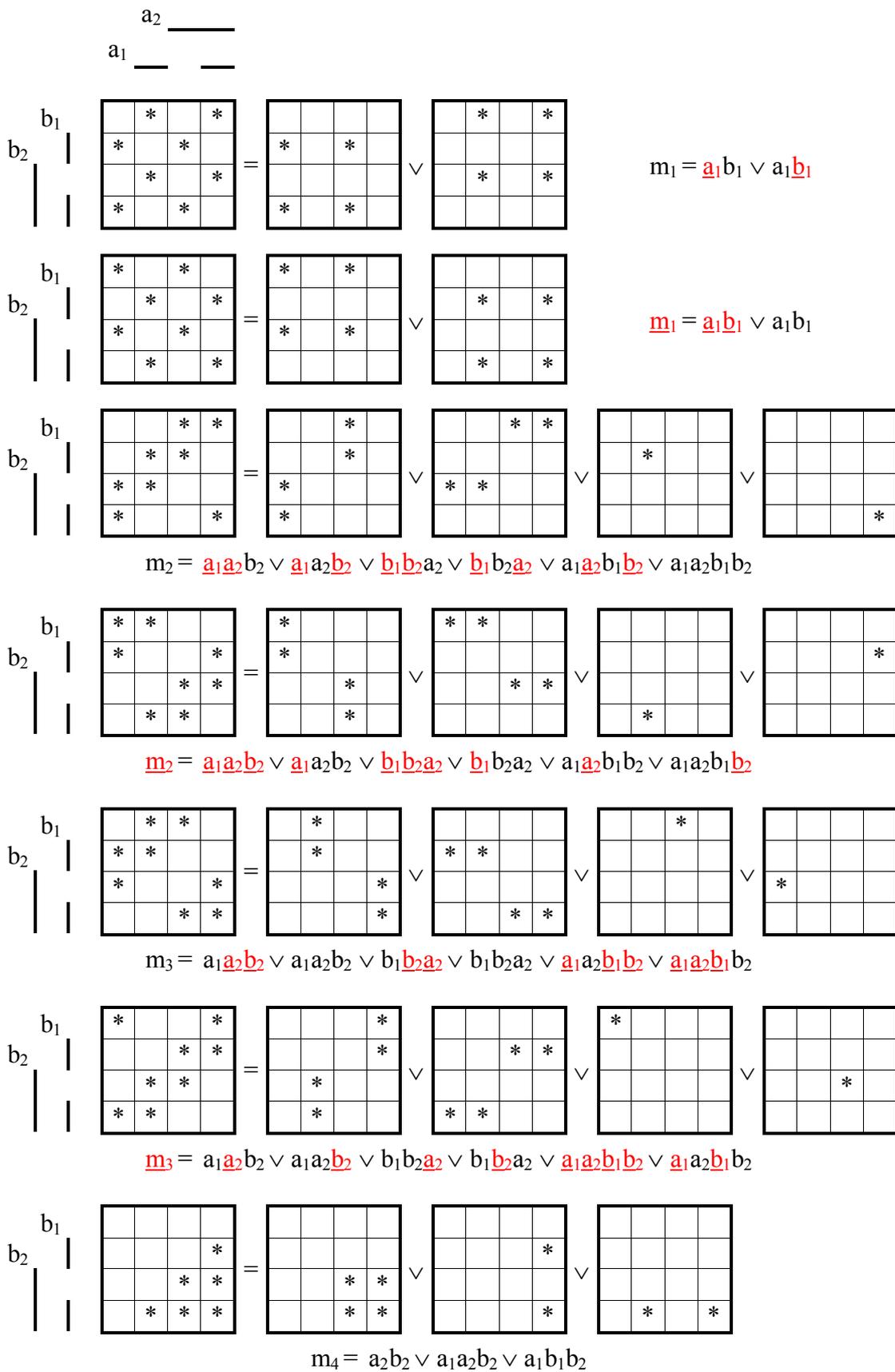


Рис. 3.5a

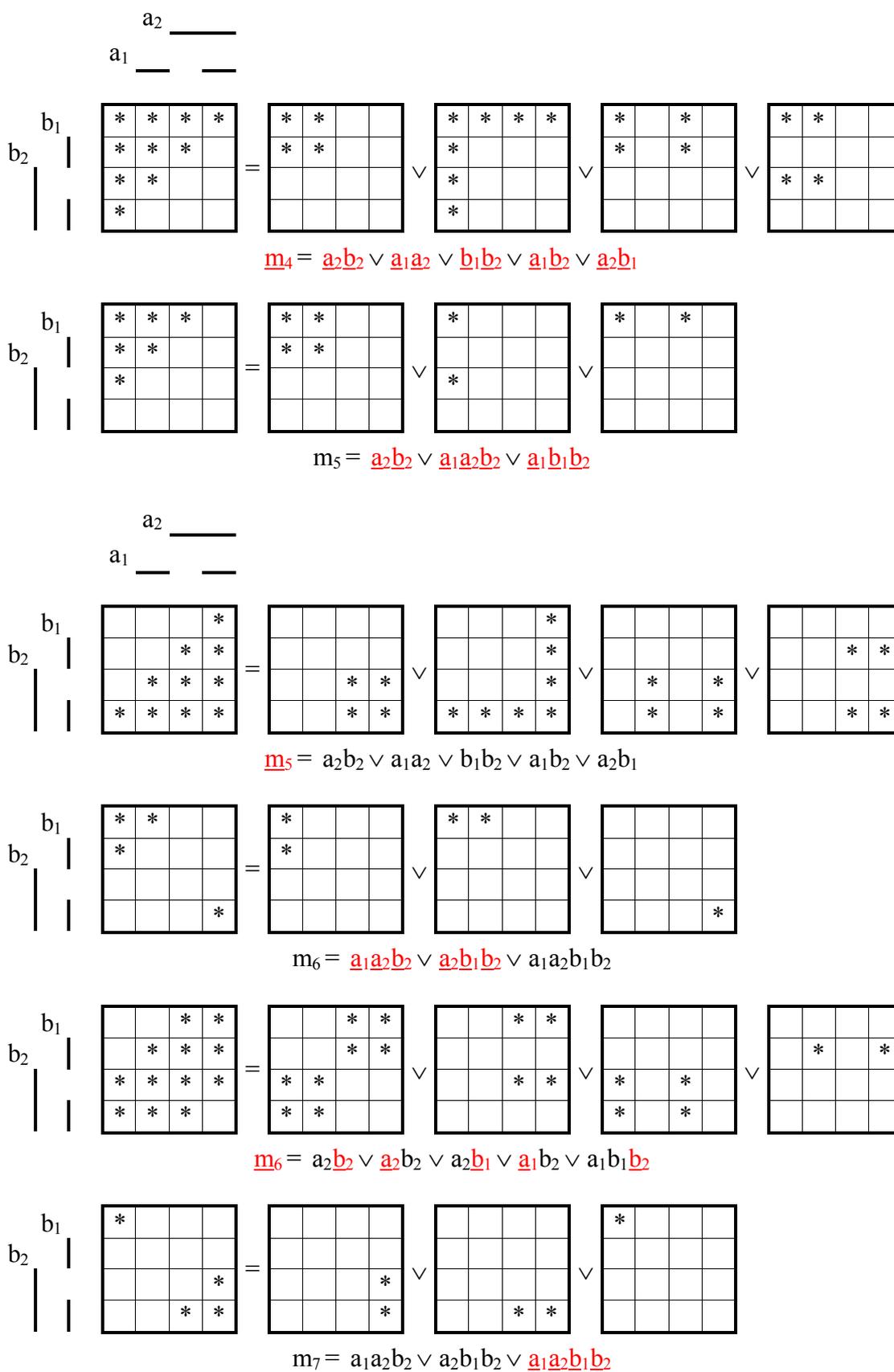


Рис. 3.56

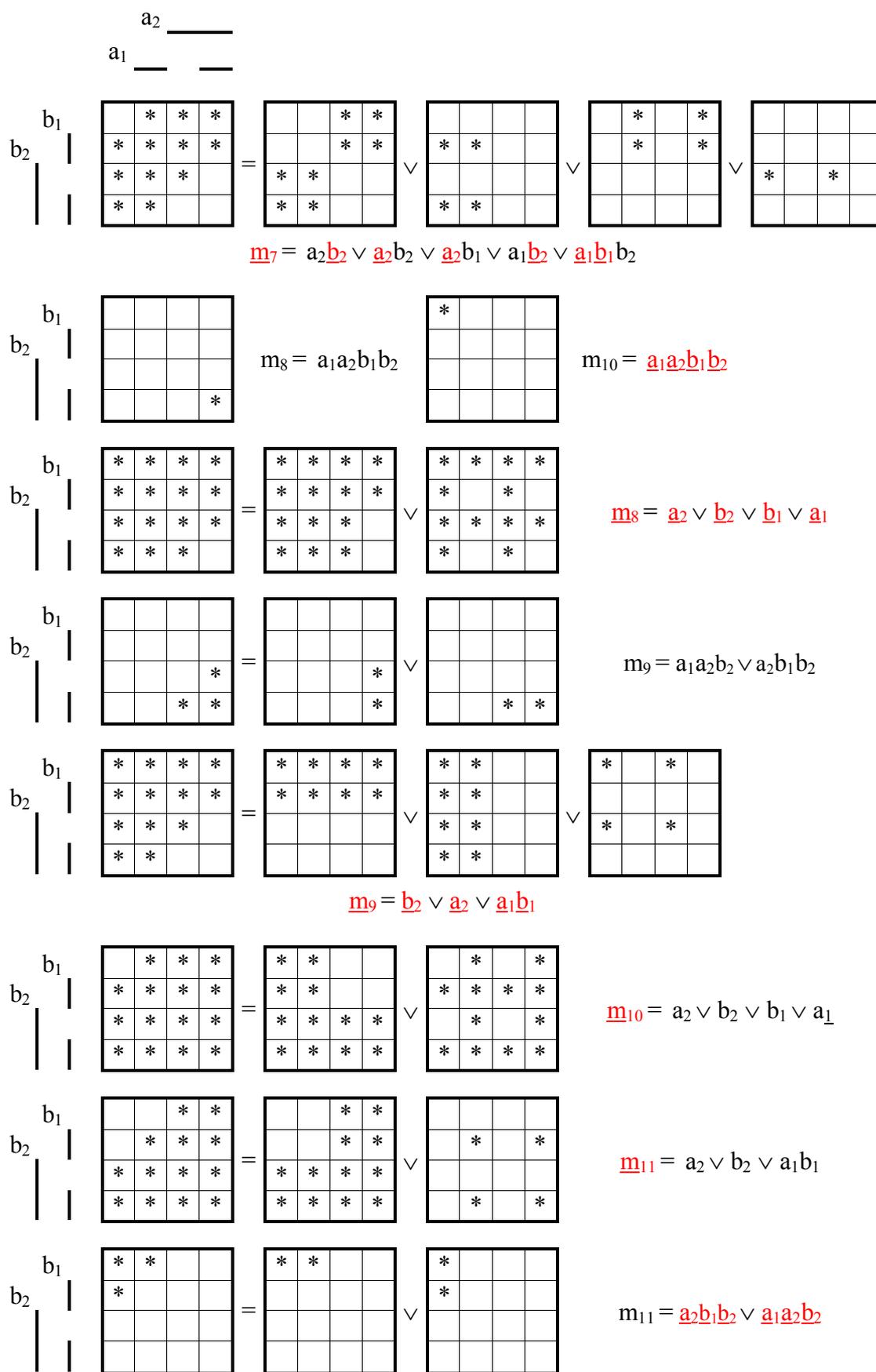


Рис. 3.5В

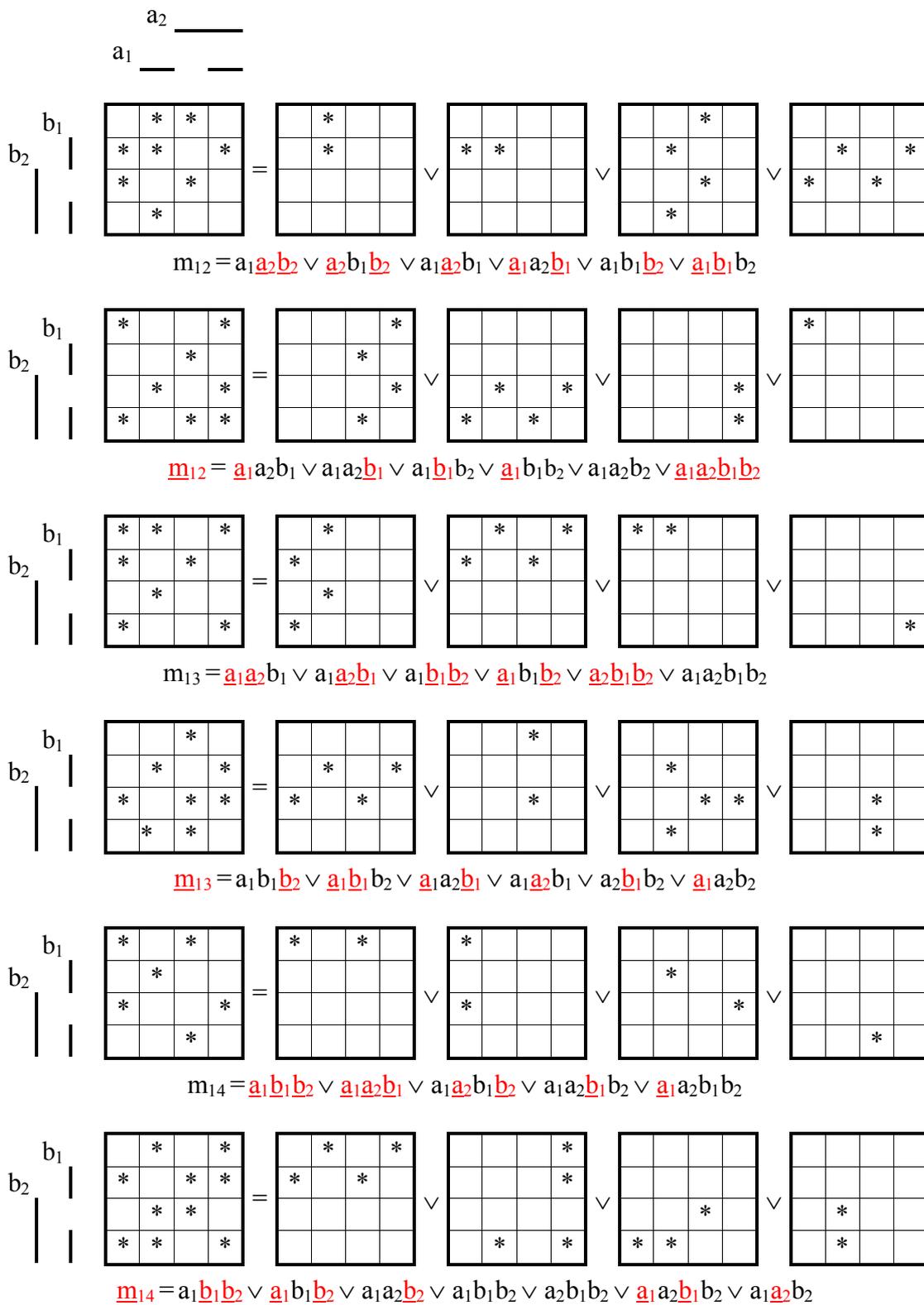


Рис. 3.5г

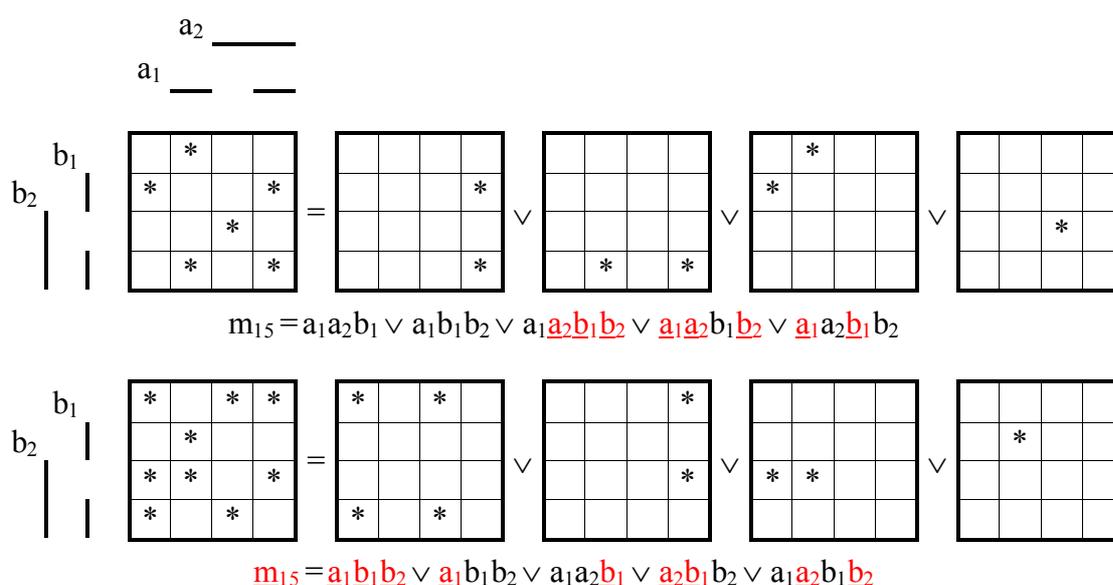


Рис. 3.5д

В каждой из логических функций $f_1, f_2, f_3; p_1, p_2, p_3; f_{1x}, f_{2x}, f_{3x}; p_{1x}, p_{2x}, p_{3x}$ эти подмножества ($m_1 - m_{15}, \underline{m}_1 - \underline{m}_{15}$) определяются и входят автономно. Только в этом случае структурная схема рис. 3.3 выполняет предназначенные ей функции по исправлению одиночных ошибок в соответствующих ей информационных и контрольных сигналах квазисовершенных кодов ($f_1, f_{1x}; f_2, f_{2x}; f_3, f_{3x}; p_1, p_{1x}; p_2, p_{2x}; p_3, p_{3x}$). Для исправления одиночных ошибок на выходных шинах этих квазисовершенных кодов устанавливаются соответствующие им схемы исправления ошибок [4].

Все буквы алфавита этого раздела главы приведены на рис. 3.5а – 3.5д, где они представлены геометрическими образами в многомерном цифро-векторном пространстве и соответствующими им логическими выражениями в одной из минимальных тупиковых дизъюнктивных форм.

Для информационного сигнала f_1 здесь используются буквы алфавита m_1, \underline{m}_1 ; для $f_2 - m_2, \underline{m}_2, m_3, \underline{m}_3$; для $f_3 - m_4, \underline{m}_4, m_5, \underline{m}_5, m_6, \underline{m}_6, m_7, \underline{m}_7$; для p_1 и $p_2 - m_4, \underline{m}_4, m_5, \underline{m}_5, m_8, \underline{m}_8, m_9, \underline{m}_9, m_{10}, \underline{m}_{10}, m_{11}, \underline{m}_{11}$; для $p_3 - m_8, m_9, m_4, \underline{m}_5$.

Для контрольного сигнала $f_{1x} - m_{12}, \underline{m}_{12}, m_{13}, \underline{m}_{13}, m_{14}, \underline{m}_{14}, m_{15}, \underline{m}_{15}$; для $f_{2x} - m_2, \underline{m}_2, m_3, \underline{m}_3$; $f_{3x} - m_{12}, \underline{m}_{12}, m_{13}, \underline{m}_{13}, m_{14}, \underline{m}_{14}, m_{15}, \underline{m}_{15}$; для p_{1x}, p_{2x} и $p_{3x} - m_4, \underline{m}_4, m_5, \underline{m}_5, m_8, \underline{m}_8, m_9, \underline{m}_9, m_{10}, \underline{m}_{10}, m_{11}, \underline{m}_{11}, *, \underline{*}$ (пустое множество).

Логические зависимости $f_1, f_2, f_3, p_1, p_2, p_3$ приведены в файлах с именами $|f_1 \text{ лог }|, |f_2 \text{ лог }|, |f_3 \text{ лог }|, |p_1 \text{ лог }|, |p_2 \text{ лог }|, |p_3 \text{ лог }|$, расположенных в папках $|f_1|, |f_2|, |f_3|, |p_1|, |p_2|, |p_3|$ прил. 1 третьей главы.

Логические зависимости $f_{1x}, f_{2x}, f_{3x}, p_{1x}, p_{2x}, p_{3x}$ приведены соответственно в файлах $|f_{1x} \text{ лог }|, |f_{2x} \text{ лог }|, |f_{3x} \text{ лог }|, |p_{1x} \text{ лог }|, |p_{2x} \text{ лог }|, |p_{3x} \text{ лог }|$, расположенных в папках $|f_{1x}|, |f_{2x}|, |f_{3x}|, |p_{1x}|, |p_{2x}|, |p_{3x}|$ прил. 2 третьей главы.

Построение всех логических блоков для функций $f_1, f_2, f_3, p_1, p_2, p_3$ и $f_{1x}, f_{2x}, f_{3x}, p_{1x}, p_{2x}, p_{3x}$ с предельным быстродействием, когда они представлены в

нормальной дизъюнктивной форме (за один шаг реализации), весьма проблематично. Например, для информационного сигнала f_1 потребуется 16 многовходовых схем «И» с общим числом входов 416, для сигнала f_2 – 62 многовходовые схемы «И» с общим числом входов 3070, для сигнала f_3 – 8192 многовходовые схемы «И» с общим числом входов 117976; для сигнала переноса p_1 – 4520 многовходовые схемы «И» с общим числом входов 67828, для сигнала переноса p_2 – 3894 многовходовые схемы «И» с общим числом входов 28227, для сигнала переноса p_3 – 36 многовходовых схем «И» с общим числом входов 550.

Ограничиваясь только информационными сигналами $f_1, f_2, f_3, p_1, p_2, p_3$, когда нет исправления одиночных ошибок и не требуется выполнения автономности этих сигналов, можно реализовать построение многовходового сумматора, например, за два шага программы. Здесь на первом шаге определяются все подмножества $m_1, \underline{m}_1, \dots, m_{15}, \underline{m}_{15}, k_1 - k_8, l_1 - l_{22}, r_{19} - r_{22}$, а также по простым логическим выражениям в нормальной дизъюнктивной форме выходные сигналы f_1, f_2 ; на втором заключительном шаге определяются сигналы f_3, p_1, p_2, p_3 , в которые входят сигналы подмножеств $m_1, \underline{m}_1, \dots, m_{15}, \underline{m}_{15}, k_1 - k_8, l_1 - l_{22}, r_{19} - r_{22}$.

3.2. Многовходовые сумматоры основания $n = 2^3$ с информационной частью в неосновном двоичном коде

Из 192 квазисовершенных кодов основания $n = 2^3$ можно выделить такие, где контрольная часть в кодовых комбинациях неосновного двоичного кода может выступать в качестве информационной его части.

Общее число таких кодов определяется табл. 3.3.

Таблица 3.3

№ 1 (0 7 3 4 5 2 6 1)	№ 79 (0 7 3 4 6 1 5 2)
№ 9 (0 3 7 4 5 6 2 1)	№ 87 (0 3 7 4 6 5 1 2)
№ 15 (0 5 3 6 7 2 4 1)	№ 99 (0 6 5 3 7 1 2 1)
№ 27 (0 7 5 2 3 4 6 1)	№ 105 (0 7 3 4 5 2 6 4)
№ 35 (0 3 5 6 7 4 2 1)	№ 119 (0 5 7 2 6 3 1 4)
№ 41 (0 5 7 2 3 6 4 1)	№ 125 (0 6 3 5 7 1 4 2)
№ 33 (0 7 6 1 5 2 3 4)	№ 131 (0 7 6 1 3 4 5 2)
№ 67 (0 5 6 3 7 2 1 4)	№ 139 (0 3 6 5 7 4 1 2)
№ 73 (0 6 7 1 3 5 4 2)	№ 151 (0 6 7 1 5 3 2 4)

Для таких систематических кодов их контрольная часть будет представляться кодовой комбинацией основного двоичного кода (0 1 2 3 4 5 6 7). Необходимость применения многовходовых сумматоров с входными сигналами в таких кодах может определяться, например, при использовании метода математической криптографии. В этом случае сумматоры должны выполнять операции непосредственно в разных системах координат: информационная часть в неосновном двоичном коде, контрольная часть – в основном двоичном коде.

В предыдущем разделе были использованы кодовые комбинации 0, 7, 3, 4, 5, 2, 6, 1 для цифр контрольной части систематического кода в координатах основного двоичного кода. Теперь предстоит рассмотреть построение многовходового сумматора, когда эти кодовые комбинации представляют цифры систематического кода его информационной части непосредственно в координатах этих кодовых комбинаций (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Цифры	00	01	02	03	04	05	06	07
	00	01	02	03	04	05	06	07
Кодовые комбинации (информационные)	Двоичный код							
	00	07	03	04	05	02	06	01
	α	ι	δ	ϵ	μ	γ	η	β
Кодовые комбинации (контрольные)	Основной двоичный код							
	0	1	2	3	4	5	6	7
	α	β	γ	δ	ϵ	μ	η	ι

В табл. 3.4, как и ранее, информационные кодовые комбинации записываются двухзначными символами (00–07), а контрольные кодовые комбинации – однозначными (0–7).

В прил. 3 этой главы в папках $|[F_x]|$ и $|[P_x]|$ размещаются выходные сигналы F_x и P_x соответственно на восьми отдельных файлах. Для сигнала X_f это файлы $|[F_x \text{ «лист» } 0_e]|, \dots, |[F_x \text{ «лист» } 7_e]|$. Для сигнала P_f это файлы $|[P_x \text{ «лист» } 0_e]|, \dots, |[P_x \text{ «лист» } 7_e]|$.

Содержание данных этих файлов получается определенным преобразованием из данных файлов папок $|F(A + B + C + D + E)|, |P(A + B + C + D + E)|$ прил. 1 этой главы, где записаны в цифрах 00–07 результаты суммирования, которые для основного двоичного кода совпадают с его кодовыми комбинациями 00–07. Эти кодовые комбинации 00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07 соответствуют в прил. 1 также буквам греческого алфавита $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \mu, \eta, \iota$.

Преобразование значения кодовых комбинаций этих файлов заключается в соответствии табл. 3.4 по следующему правилу: 00 \rightarrow α , 01 \rightarrow ι , 02 \rightarrow δ , 03 \rightarrow ϵ , 04 \rightarrow μ , 05 \rightarrow γ , 06 \rightarrow η , 07 \rightarrow β .

При этом преобразовании меняются также данные кодовых комбинаций координат во всех файлах папок $|[F_x]|$ и $|[P_x]|$, взятых из данных файлов папок $|F(A + B + C + D + E)|, |P(A + B + C + D + E)|$ по алгоритму замещения данных рис. 3.6.

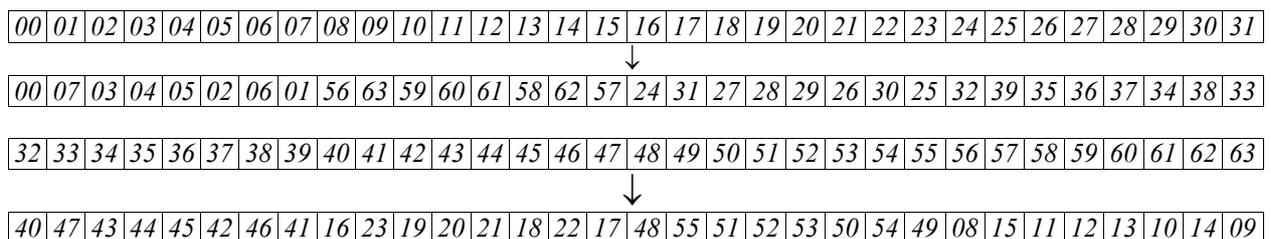


Рис. 3.6

Для того чтобы в дальнейшем воспользоваться алгоритмом синтеза логических функций покрытием их геометрических образов, которые должны располагаться при этом в многомерной системе координат основного двоичного кода, необходимо осуществить соответствующее преобразование координат в таблицах этих файлов, которые имеют одноименное название с файлами. После такого преобразования координат изменяется наименование таблиц и содержание их ячеек. При таком преобразовании одновременно осуществляется заливка ячеек светло-бирюзовым цветом, а название таблиц при этом изменяется по следующему правилу: F_x «лист» $00_e \rightarrow F_x$ «лист» 00_e , F_x «лист» $01_e \rightarrow F_x$ «лист» 07_e , F_x «лист» $02_e \rightarrow F_x$ «лист» 03_e , F_x «лист» $03_e \rightarrow F_x$ «лист» 04_e , F_x «лист» $05_e \rightarrow F_x$ «лист» 02_e , F_x «лист» $06_e \rightarrow F_x$ «лист» 06_e , F_x «лист» $07_e \rightarrow F_x$ «лист» 01_e ; P_x «лист» $00_e \rightarrow P_x$ «лист» 00_e , P_x «лист» $01_e \rightarrow P_x$ «лист» 07_e , P_x «лист» $02_e \rightarrow P_x$ «лист» 03_e , P_x «лист» $03_e \rightarrow P_x$ «лист» 04_e , P_x «лист» $05_e \rightarrow P_x$ «лист» 02_e , P_x «лист» $06_e \rightarrow P_x$ «лист» 06_e , P_x «лист» $07_e \rightarrow P_x$ «лист» 01_e ; Светло-бирюзовый цвет здесь означает, что все данные ячеек расположены в многомерной системе координат основного двоичного кода.

Для получения геометрических образов сигналов f_{1x} и p_{1x} необходимо соответственно в таблицах F_x «лист» 00_e , F_x «лист» 07_e , F_x «лист» 03_e , F_x «лист» 04_e , F_x «лист» 02_e , F_x «лист» 06_e , F_x «лист» 01_e и P_x «лист» 00_e , P_x «лист» 07_e , P_x «лист» 03_e , P_x «лист» 04_e , P_x «лист» 02_e , P_x «лист» 06_e , P_x «лист» 01_e осуществить замену сигналов β , δ , μ , ι на звездочки и удалить все остальные сигналы.

Соответственно для сигналов f_{2x} и p_{2x} в этих же таблицах необходимо осуществить замену сигналов γ , δ , η , ι на звездочки и удалить все остальные сигналы, а для сигналов f_{3x} и p_{3x} такая замена осуществляется над сигналами ε , μ , η , ι .

Полученные таким образом геометрические образы сигналов f_{1x} , f_{2x} , f_{3x} и p_{1x} , p_{2x} , p_{3x} перенесены в папки с одноименным названием, где в каждой папке содержится соответственно по восемь файлов.

$| [f_{1x} \text{ «лист» } 00_e] |, \dots, | [f_{1x} \text{ «лист» } 07_e] |;$
 $| [f_{2x} \text{ «лист» } 00_e] |, \dots, | [f_{2x} \text{ «лист» } 07_e] |;$
 $| [f_{3x} \text{ «лист» } 00_e] |, \dots, | [f_{3x} \text{ «лист» } 07_e] |;$
 $| [p_{1x} \text{ «лист» } 00_e] |, \dots, | [p_{1x} \text{ «лист» } 07_e] |;$
 $| [p_{2x} \text{ «лист» } 00_e] |, \dots, | [p_{2x} \text{ «лист» } 07_e] |;$
 $| [p_{3x} \text{ «лист» } 00_e] |, \dots, | [p_{3x} \text{ «лист» } 07_e] |.$

Реализация покрытия этих геометрических образов позволяет получить их логические функции для каждого «листа» $00_e, \dots, 07_e$ и в конечном итоге определить логические функции сигналов f_{1x} , f_{2x} , f_{3x} и p_{1x} , p_{2x} , p_{3x} .

Учитывая громоздкость этих логических выражений, применение многовыходовых сумматоров основания $n = 2^3$ с информационной частью неосновного двоичного кода целесообразно применять только в специализированных цифровых комплексах, например криптологических системах.

Исключение из этого правила может составить код Грея, который широко используется в цифровых преобразователях угловых и линейных перемещений и обладает замечательным свойством симметрии сигналов разряда для любого основания системы счисления.

3.3. Многоходовые сумматоры основания $n = 2^3$ в коде Грея

Картинная (геометрическая) логика, составляющая основу теории многомерных цифро-векторных множеств, в которой свойства логических функций устанавливаются средствами геометрии при помощи метода декартовых координат, позволяет синтезировать арифметические операции любых систем счисления, в том числе и кода Грея. Предстоит определить, может ли он служить альтернативой основному двоичному коду, например, в системах цифровых электроприводов.

Сигналы кода Грея и его цифровые эквиваленты (рис. 3.7) определяются для основания $n = 2^3$ выражениями $a_1 = 1 \vee 2 \vee 5 \vee 6$, $a_2 = 2 \vee 3 \vee 4 \vee 5$, $a_3 = 4 \vee 5 \vee 6 \vee 7$, где

$$\begin{aligned} 0 &= \underline{a_1} \underline{a_2} \underline{a_3}, & 1 &= a_1 \underline{a_2} \underline{a_3}, & 2 &= a_1 a_2 \underline{a_3}, & 3 &= \underline{a_1} a_2 \underline{a_3}, \\ 4 &= \underline{a_1} a_2 a_3, & 5 &= a_1 \underline{a_2} a_3, & 6 &= a_1 a_2 a_3, & 7 &= \underline{a_1} \underline{a_2} a_3. \end{aligned} \quad (3.1)$$

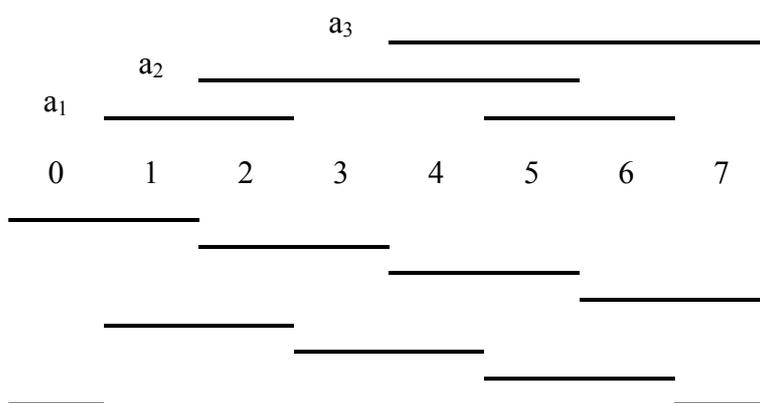


Рис. 3.7

Подмножества, состоящие из двух последовательных цифр, определяются здесь выражениями

$$\begin{aligned} 0 \vee 1 &= \underline{a_2} \underline{a_3}, & 1 \vee 2 &= a_1 \underline{a_3}, & 2 \vee 3 &= a_2 \underline{a_3}, & 3 \vee 4 &= \underline{a_1} a_2, \\ 4 \vee 5 &= a_2 a_3, & 5 \vee 6 &= a_1 a_3, & 6 \vee 7 &= \underline{a_2} a_3, & 7 \vee 0 &= \underline{a_1} \underline{a_2}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

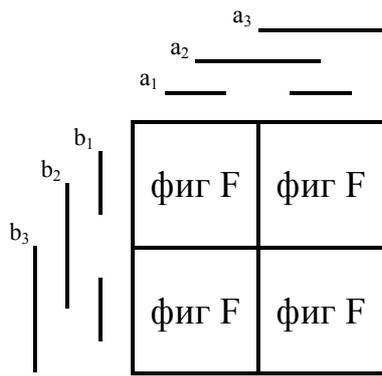


Рис. 3.8

При размещении одного и того же геометрического образа логической функции во всех четырех квадратах двумерного пространства в координатах $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ когда в первом квадрате ее логическая функция определяется выражением $F_1(a_1, a_2, b_1, b_2, \underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{b_1}, \underline{b_2})$, то во втором квадрате логическая функция F_2 этого образа будет получена инвертированием сигнала a_2 ($a_2 \leftrightarrow \underline{a_2}$) функции F_1 , в третьем квадрате логическая функция F_3 – сигнала b_2 ($b_2 \leftrightarrow \underline{b_2}$), четвертом квадрате логическая функция F_4 –

сигналов a_2, b_2 ($a_2 \leftrightarrow \underline{a_2}, b_2 \leftrightarrow \underline{b_2}$).

Логическая функция объединенного геометрического образа в координатах пространства $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_2)$ будет определяться выражением

$$F = F_1 \underline{a_3} \underline{b_3} \vee F_2 \underline{a_3} \underline{b_3} \vee F_3 \underline{a_3} \underline{b_3} \vee F_4 \underline{a_3} \underline{b_3}, \quad (3.3)$$

где

$$F_1(a_1, a_2, b_1, b_2, \underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{b_1}, \underline{b_2}), F_2(a_1, \underline{a_2}, b_1, b_2, a_1, a_2, b_1, b_2) \\ F_3(a_1, a_2, b_1, \underline{b_2}, a_1, a_2, b_1, b_2), F_4(a_1, \underline{a_2}, b_1, \underline{b_2}, a_1, a_2, b_1, b_2).$$

Все геометрические компоненты, необходимые для синтеза многовходового сумматора в коде Грея, содержатся в файлах папки | A + B + C + D + E код Грея | прил. 4 третьей главы.

В файлах |(F «листы» 0e–7e)|, |(P «листы» 0e–7e)| находятся соответственно таблицы сложения разряда (F «лист» 0e, ..., F «лист» 7e) и переноса в старший разряд (P «лист» 0e, ..., P «лист» 7e), представленные в цифровых координатах (00 ... 63) × (00 ... 63).

В файлах |(f1g «листы» 0e–7e)|, |(f2g «листы» 0e–7e)|, |(f3g «листы» 0e–7e)|, |(p1g «листы» 0e–7e)|, |(p2g «листы» 0e–7e)|, |(p3g «листы» 0e–7e)| приведены также в цифровых координатах (00 ... 63) × (00 ... 63) геометрические образы сигналов $f_1, f_2, f_3, p_1, p_2, p_3$. Эти геометрические образы формируются в файлах |(f1g «листы» 0e–7e)|, |(p1g «листы» 0e–7e)| заменой цифр 01, 02, 05, 06 на звездочки и удалением остальных цифр; в файлах |(f2g «листы» 0e–7e)|, |(p2g «листы» 0e–7e)| заменой цифр 02, 03, 04, 05 на звездочки и удалением остальных цифр; в файлах |(f3g «листы» 0e–7e)|, |(p3g «листы» 0e–7e)| заменой цифр 04, 05, 06, 07 на звездочки и удалением остальных цифр.

В файле |mg| приведены подмножества $m_{1g}, \underline{m}_{1g}, \dots, m_{22g}, \underline{m}_{22g}$ в координатах $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$, составляющие множества геометрических образов сигналов $f_1, f_2, f_3, p_1, p_2, p_3$. В этом файле для каждого из этих подмножеств определены также их логические эквиваленты, полученные покрытием соответствующих геометрических образов с учетом симметрии операции суммирования и зависимостей (3.1), (3.2).

Геометрические образы сигналов $f_1, f_2, f_3, p_1, p_2, p_3$, представленные в координатах $C(c_1, c_2, c_3)$, $D(d_1, d_2, d_3)$, состоят для f_1 из подмножеств $m_{1g}, m_{2g}, m_{3g},$

m_{4g} ; для f_2, f_3 – из подмножеств $m_{5g}, m_{6g}, m_{7g}, m_{8g}$; $\underline{m}_{5g}, \underline{m}_{6g}, \underline{m}_{7g}, \underline{m}_{8g}$; для p_1 – из подмножеств m_{9g}, \dots, m_{22g} , *; $\underline{m}_{9g}, \dots, \underline{m}_{14g}$; для p_2 – из подмножеств $\underline{m}_{17g}, \dots, \underline{m}_{22g}$; m_{9g}, \dots, m_{16g} *; для p_3 – из подмножеств $\underline{m}_{17g}, \dots, \underline{m}_{20g}$.

Геометрические образы всех этих сигналов в координатах $C(c_1, c_2, c_3), D(d_1, d_2, d_3)$ содержатся в файлах $|mg\ f1(A + B + \dots)|, |mg\ f2(A + B + \dots)|, |mg\ f3(A + B + \dots)|, |mg\ p1(A + B + \dots)|, |mg\ p2(A + B + \dots)|, |mg\ p3(A + B + \dots)|$.

В каждом из этих файлов геометрический образ функции представлен на восьми «листах» («лист» $0_e, \dots, \text{«лист» } 7_e$).

В геометрических образах сигналов f_1, f_2, f_3 входящие в них подмножества не имеют взаимных включений, а в геометрических образах сигналов p_1, p_2, p_3 в каждом из них имеются многочисленные включения подмножеств.

Подмножества геометрического образа сигнала f_1 , представленные в координатах цифрового пространства $A(a_1, a_2, a_3), B(b_1, b_2, b_3)$, в свою очередь являются подмножествами геометрических образов сигналов $W_{1g(c_1, c_2, d_1, d_2)}, W_{1g(c_1, \underline{c}_2, d_1, d_2)}, W_{1g(c_1, c_2, d_1, \underline{d}_2)}, W_{1g(c_1, \underline{c}_2, d_1, \underline{d}_2)}, W_{2g(c_1, c_2, d_1, d_2)}, W_{2g(c_1, \underline{c}_2, d_1, d_2)}, W_{2g(c_1, c_2, d_1, \underline{d}_2)}, W_{2g(c_1, \underline{c}_2, d_1, \underline{d}_2)}, W_{3g(c_1, c_2, d_1, d_2)}, W_{3g(c_1, \underline{c}_2, d_1, d_2)}, W_{3g(c_1, c_2, d_1, \underline{d}_2)}, W_{3g(c_1, \underline{c}_2, d_1, \underline{d}_2)}, W_{4g(c_1, c_2, d_1, d_2)}, W_{4g(c_1, \underline{c}_2, d_1, d_2)}, W_{4g(c_1, c_2, d_1, \underline{d}_2)}, W_{4g(c_1, \underline{c}_2, d_1, \underline{d}_2)}$ координат $C(c_1, c_2), D(d_1, d_2)$. Эти подмножества и их логические эквиваленты содержатся в файле $|wg(c1c2d1d2)|$.

На основании этих соотношений определяется логическая функция f_1 , которая содержится в файле $|mg\ f1(A + B + \dots)|$ прил. 4 настоящей главы.

Подмножества геометрических образов сигналов f_2, f_3 , представленные в координатах цифрового пространства $A(a_1, a_2, a_3), B(b_1, b_2, b_3)$, в свою очередь являются подмножествами геометрических образов сигналов w_{1g}, \dots, w_{8g} координат $C(c_1, c_2, c_3), D(d_1, d_2, d_3)$. Эти подмножества и их логические эквиваленты содержатся в файле $|wg(c1c2c3d1d2d3)|$, что позволяет определить логические функции f_2, f_3 , которые приведены соответственно в файлах $|mg\ f2(A + B + \dots)|, |mg\ f3(A + B + \dots)|$ прил. 4 настоящей главы.

Логические функции f_1, f_2, f_3 в нормальной дизъюнктивной форме приведены в отдельных файлах $|\{m1g \dots\}|, |\{m5g \dots\}|, |\{m7g \dots\}|$ прил. 4 настоящей главы.

Из выражений этих логических функций следует, что для информационного сигнала f_1 здесь потребуется 1024 многовходовые схемы «И» с общим числом входов 15360, для сигнала f_2 – 7684 многовходовые схемы «И» с общим числом входов 110581, для сигнала f_3 – 7684 многовходовые схемы «И» с общим числом входов 110581. Общее число входов схем «И» составит для информационных сигналов f_1, f_2, f_3 236522, что в сумме 1,95 раза больше, чем при использовании основного двоичного кода.

Определение логических функций сигналов переноса p_1, p_2, p_3 выполняется с учетом взаимного включения входящих в их геометрические образы подмножеств.

Для p_1 эти включения определяются зависимостями $m_{9g} \subset, \dots, \subset \subset m_{16g} \subset *$ и $* \supset m_{17g} \supset, \dots, \supset m_{22g} \supset \underline{m}_{9g} \supset, \dots, \supset \underline{m}_{14g}$; для p_2 – зависимостями $\underline{m}_{17g} \subset, \dots, \subset \underline{m}_{22g} \subset m_{9g} \subset, \dots, \subset m_{16g}$; для p_3 – зависимостями $\underline{m}_{17g} \subset, \dots, \subset \underline{m}_{20g}$.

На основании этих соотношений выполняется геометрический синтез и определяются логические функции p_1, p_2, p_3 в том числе и в нормальной дизъюнктивной форме, которые содержатся в файлах $|mg\ p1(A + B + \dots)|, |mg\ p2(A + B + \dots)|, |mg\ p3(A + B + \dots)|$ прил. 4 настоящей главы.

Из этих логических функций следует, что для схемной реализации сигнала p_1 здесь потребуется 2394 многовходовые схемы «И» с общим числом входов 26043, для сигнала p_2 – 2217 многовходовых схем «И» с общим числом входов 22011, для сигнала p_3 – 24 многовходовые схемы «И» с общим числом входов 485, что в сумме 1,99 раза меньше, чем при использовании основного двоичного кода.

Суммарное число многовходовых схем «И» с общим числом их входов в схемах кода Грея для формирования сигналов $f_1, f_2, f_3, p_1, p_2, p_3$ в 1,3 раза больше, чем при использовании основного двоичного кода.

Следовательно, код Грея не может служить альтернативой основному двоичному коду при реализации арифметических операций в вычислительных устройствах, где используются все выходные сигналы этих устройств.

Однако в конверторах и инверторах напряжений систем электропривода имеются устройства [1], где в младших разрядах используются только сигналы переноса, а в старшем разряде многофазного кода только информационные, например многофазные сигналы. В этом случае применение кода Грея в младших разрядах устройств будет предпочтительнее.

3.4. Блок вычитания $(A - B - C - D - E)$ основания $n = 2^3$ основного двоичного кода

Все многомерные таблицы истинности цифровых результатов операции вычитания $(A - B - C - D - E)$ приведены в файлах одноименной папки прил. 5 настоящей главы. В файле под именем $|8\ A - B - \dots|$ представлена таблица непосредственно цифрового результата этой операции, а в файлах $|F) 8\ A - B - \dots|$ и $|Z) 8\ A - B - \dots|$ – образованные из нее соответственно таблицы выходных цифровых данных сигналов $F(f_1, f_2, f_3), Z(z_1, z_2, z_3)$.

Геометрические образы сигналов f_1, f_2, f_3 здесь формируются из данных таблицы файла $|F) 8\ A - B - \dots|$. Это формирование происходит заменой в этой таблице – для f_1 цифр 01, 03, 05, 07 на звездочки (*) и удалением остальных цифр, для f_2 цифр 02, 03, 06, 07 на звездочки (*) и удалением остальных цифр, для f_3 цифр 04, 05, 06, 07 на звездочки (*) и удалением остальных цифр. Результаты этих замен отражены соответственно в файлах папки $|A - B - C - D - E|$ под именами файлов $|f_1) 8\ A - B - \dots|, |f_2) 8\ A - B - \dots|, |f_3) 8\ A - B - \dots|$.

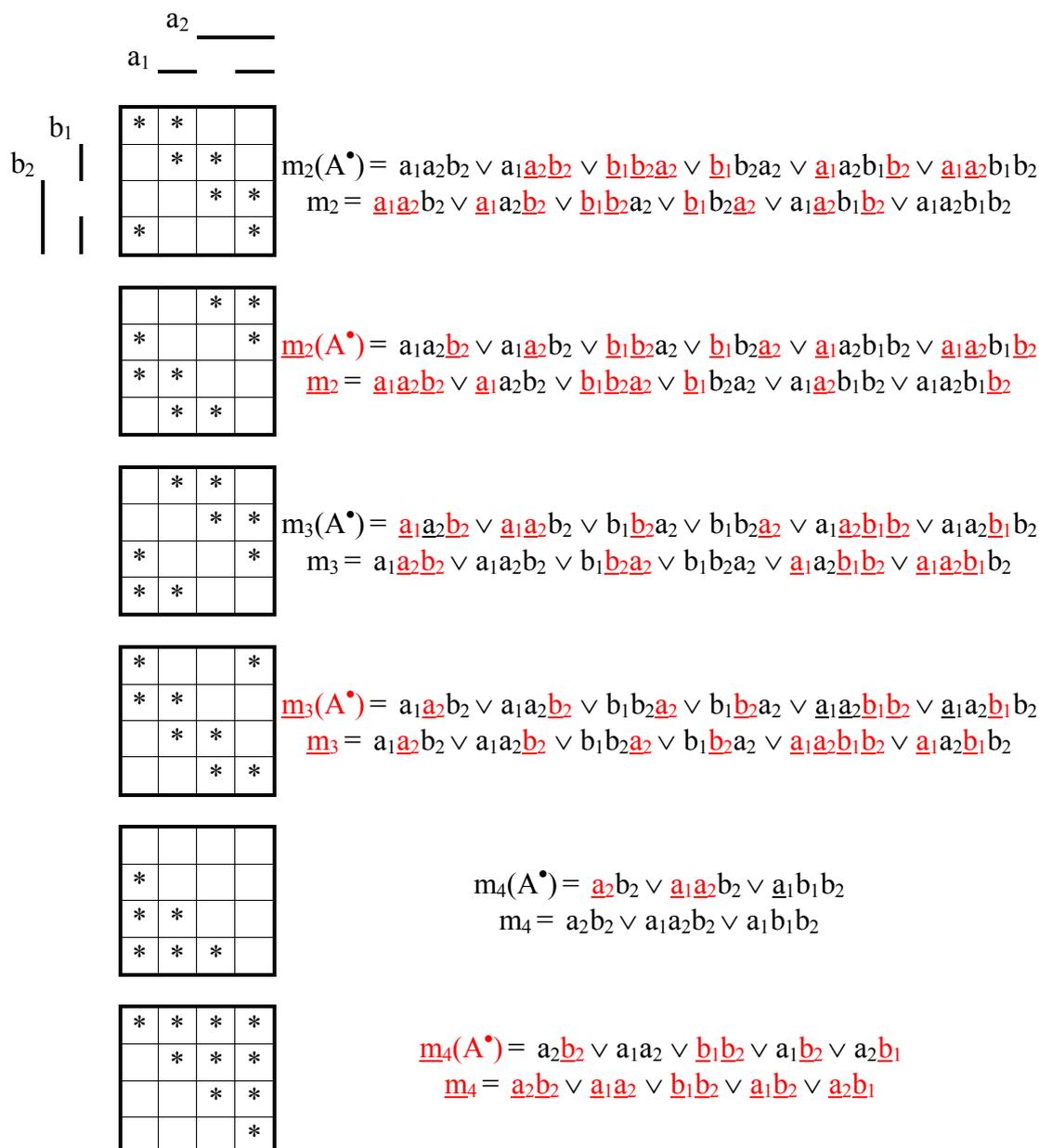


Рис. 3.9а

Геометрические образы сигналов заема из старшего разряда z_1, z_2, z_3 образуются из данных таблицы файла $|(Z) \ 8 \ A - B - \dots|$. Это формирование происходит заменой в этой таблице – для z_1 цифр 01, 03, 05, 07 на звездочки (*) и удалением остальных цифр, для z_2 цифр 02, 03, 06, 07 на звездочки (*) и удалением остальных цифр, для z_3 цифр 04, 05, 06, 07 на звездочки (*) и удалением остальных цифр. Результаты этих замен отражены соответственно в файлах папки $|(A - B - C - D - E)|$ под именами файлов $|(z_1) \ 8 \ A - B - \dots|$, $|(z_2) \ 8 \ A - B - \dots|$, $|(z_3) \ 8 \ A - B - \dots|$.

	a_2 _____ a_1 _____																																			
b_1 b_2	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>*</td><td>*</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>*</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		*	*	*			*	*				*					$m_5(A^\bullet) = a_2 \underline{b_2} \vee a_1 a_2 \underline{b_2} \vee a_1 \underline{b_1} \underline{b_2}$ $m_5 = \underline{a_2 b_2} \vee \underline{a_1 a_2 b_2} \vee \underline{a_1 b_1 b_2}$																		
	*	*	*																																	
		*	*																																	
			*																																	
	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>*</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td>*</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> </table>	*				*	*			*	*	*		*	*	*	*	$\underline{m_5}(A^\bullet) = \underline{a_2 b_2} \vee \underline{a_1 a_2} \vee b_1 b_2 \vee \underline{a_1 b_2} \vee \underline{a_2 b_1}$ $\underline{m_5} = a_2 b_2 \vee a_1 a_2 \vee b_1 b_2 \vee a_1 b_2 \vee a_2 b_1$																		
*																																				
*	*																																			
*	*	*																																		
*	*	*	*																																	
	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td></td><td>*</td><td>*</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>*</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			*	*				*					*				$m_6(A^\bullet) = a_1 \underline{a_2 b_2} \vee a_2 \underline{b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_2} b_1 b_2$ $m_6 = \underline{a_1 a_2 b_2} \vee \underline{a_2 b_1 b_2} \vee a_1 a_2 b_1 b_2$																		
		*	*																																	
			*																																	
*																																				
	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>*</td><td>*</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> <tr><td></td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> </table>	*	*			*	*	*		*	*	*	*		*	*	*	$\underline{m_6}(A^\bullet) = \underline{a_2 b_2} \vee a_2 b_2 \vee \underline{a_2 b_1} \vee a_1 b_2 \vee \underline{a_1 b_1 b_2}$ $\underline{m_6} = a_2 b_2 \vee \underline{a_2 b_2} \vee \underline{a_2 b_1} \vee \underline{a_1 b_2} \vee a_1 b_1 b_2$																		
*	*																																			
*	*	*																																		
*	*	*	*																																	
	*	*	*																																	
	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>*</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td>*</td><td></td><td></td></tr> </table>				*					*				*	*			$m_7(A^\bullet) = \underline{a_1 a_2} b_2 \vee \underline{a_2} b_1 b_2 \vee a_1 a_2 \underline{b_1 b_2}$ $m_7 = a_1 a_2 b_2 \vee a_2 b_1 b_2 \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_2}$																		
			*																																	
*																																				
*	*																																			
	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> <tr><td></td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>*</td><td>*</td></tr> </table>	*	*	*		*	*	*	*		*	*	*			*	*	$\underline{m_7}(A^\bullet) = \underline{a_2 b_2} \vee a_2 b_2 \vee a_2 b_1 \vee \underline{a_1 b_2} \vee a_1 \underline{b_1} b_2$ $\underline{m_7} = \underline{a_2 b_2} \vee \underline{a_2 b_2} \vee \underline{a_2 b_1} \vee \underline{a_1 b_2} \vee \underline{a_1 b_1} b_2$																		
*	*	*																																		
*	*	*	*																																	
	*	*	*																																	
		*	*																																	
	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>													*				$m_8(A^\bullet) = \underline{a_1 a_2} b_1 b_2$ $m_8 = a_1 a_2 b_1 b_2$	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>*</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				*													$m_{10}(A^\bullet) = a_1 a_2 \underline{b_1 b_2}$ $m_{10} = \underline{a_1 a_2 b_1 b_2}$
*																																				
			*																																	
b_1 b_2	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> <tr><td></td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> </table>	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	$\underline{m_8}(A^\bullet) = a_2 \vee \underline{b_2} \vee \underline{b_1} \vee a_1$ $\underline{m_8} = \underline{a_2} \vee \underline{b_2} \vee \underline{b_1} \vee \underline{a_1}$																		
*	*	*	*																																	
*	*	*	*																																	
*	*	*	*																																	
	*	*	*																																	
b_1 b_2	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>*</td><td>*</td><td></td><td></td></tr> </table>									*				*	*			$m_9(A^\bullet) = \underline{a_1 a_2} b_2 \vee \underline{a_2} b_1 b_2$ $m_9 = a_1 a_2 b_2 \vee a_2 b_1 b_2$																		
*																																				
*	*																																			

Рис. 3.96

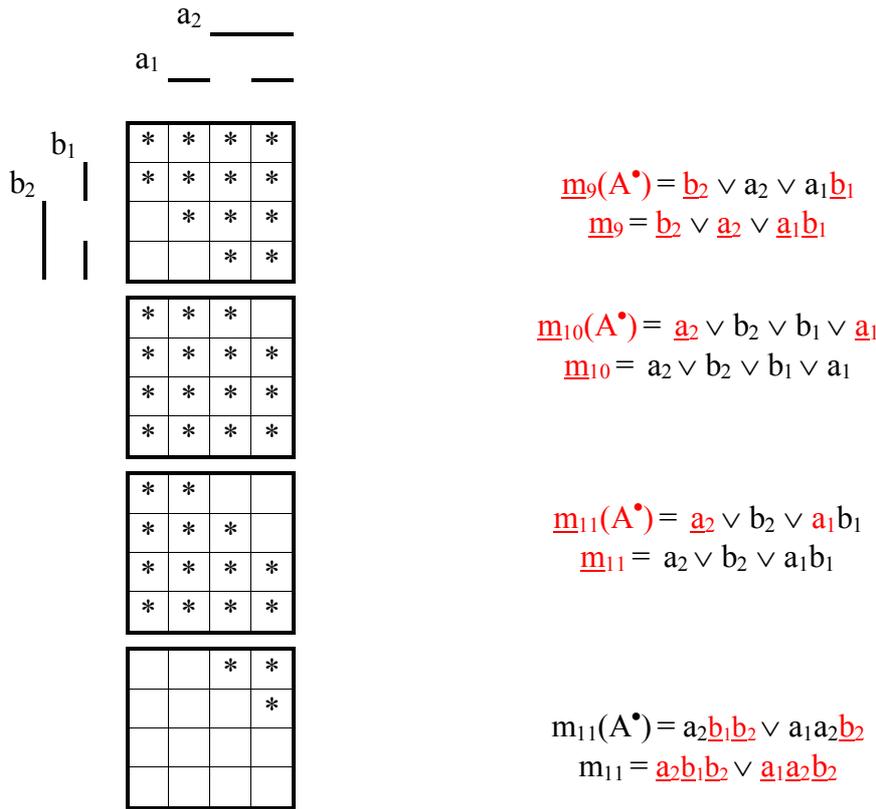


Рис. 3.9в

Например, для таблицы сигнала f_2 ($f_{2,A-B-C-D-E}$, «лист» 0е) его геометрический образ в координатах $C(c_1, c_2, c_3)$, $D(d_1, d_2, d_3)$ операции вычитания представляется рис. 3.10, где в его более мелких ячейках координат $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$ располагаются подмножества $\underline{m}_2(A^*)$, $\underline{m}_3(A^*)$, $m_2(A^*)$, $m_3(A^*)$.

В аналогичной таблице для операции суммирования (рис. 3.11) в ячейках цифрового пространства расположены подмножества \underline{m}_2 , \underline{m}_3 , m_2 , m_3 .

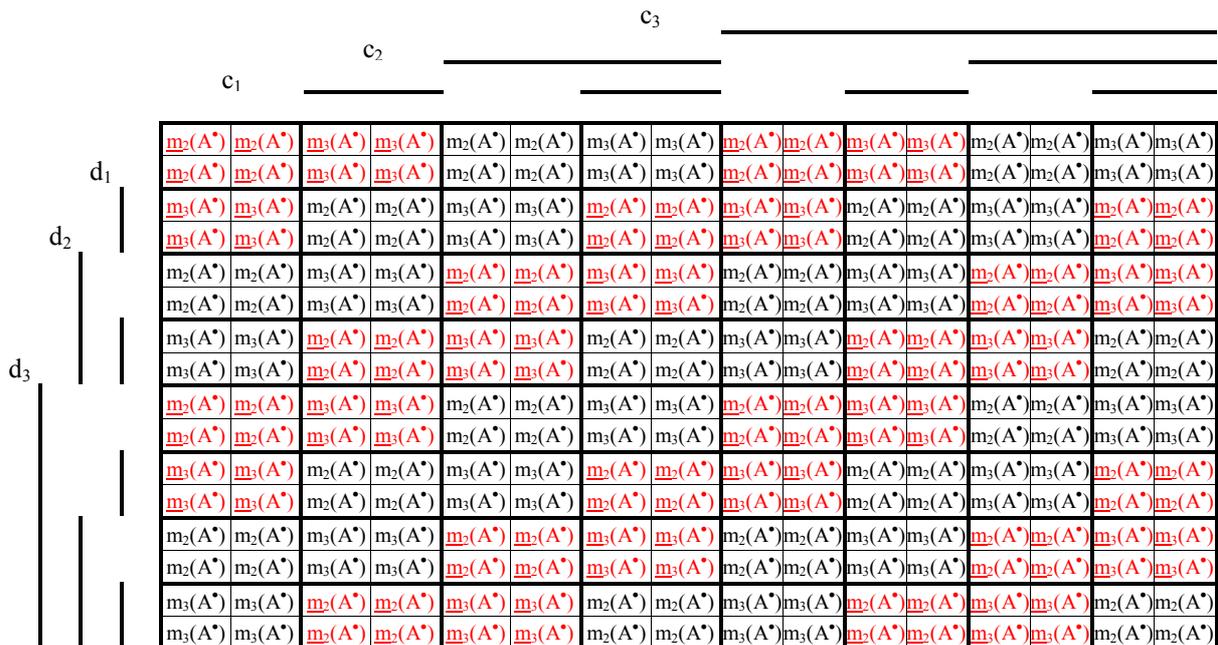


Рис. 3.10

m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>
m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>
m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂
m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂
<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃
<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃
<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>
<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>
m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>
m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>
m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂
m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂
<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃
<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃
<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₃</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>
<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>	m ₂	m ₂	m ₃	m ₃	<u>m₂</u>	<u>m₂</u>

Рис. 3.11

Представление этих геометрических образов через подмножества (см. рис. 3.9а–3.9в) в координатах $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ двумерного цифрового пространства отражено в файлах соответственно $| (f1) \ 8 \ A - - \ B - \dots |$, $| (f2) \ 8 \ A - \ B - \dots |$, $| (f3) \ 8 \ A - \ B - \dots |$, $| (z1) \ 8 \ A - \ B - \dots |$, $| (z1) \ 8 \ A - \ B - \dots |$, расположенных в папке $| m(A^*) \ A - \ B - \ C - \ D - \ E |$ прил. 5 этой главы.

В каждом из этих файлов содержатся таблицы «листов» $0_e, \dots, 7_e$ для всех сигналов, например, $f_{1,A-B-C-D-E}, 0_e, \dots, f_{1,A-B-C-D-E}, 7_e$ операции вычитания, а под каждой такой таблицей помещена таблица операции суммирования ($f_1, 0_e, \dots, f_1, 7_e$).

Сравнение содержания таблиц, определяющих геометрические образы выходных сигналов суммирующего и вычитающего блоков, позволяет без проведения операции синтеза последнего определить логические выражения сигналов операции вычитания.

Для перехода от операции суммирования, где выходной сигнал определяется по выражению

$$f_{1,A+B+C+D+E} = m_1 \underline{c_1} \underline{d_1} \underline{e_1} \vee m_1 c_1 d_1 \underline{e_1} \vee \underline{m_1} c_1 \underline{d_1} \underline{e_1} \vee \underline{m_1} c_1 d_1 \underline{e_1} \vee \underline{m_1} c_1 \underline{d_1} e_1 \vee \underline{m_1} c_1 d_1 e_1 \vee m_1 c_1 \underline{d_1} e_1 \vee m_1 \underline{c_1} d_1 e_1,$$

к операции вычитания, где такой же выходной сигнал должен стать иным

$$f_{1,A-B-C-D-E} = m_1 \underline{a_3} \underline{b_3} \underline{e_1} \vee m_1 a_3 b_3 \underline{e_1} \vee \underline{m_1} a_3 \underline{b_3} \underline{e_1} \vee \underline{m_1} a_3 b_3 \underline{e_1} \vee \underline{m_1} a_3 \underline{b_3} e_1 \vee \underline{m_1} a_3 b_3 e_1 \vee m_1 a_3 \underline{b_3} e_1 \vee m_1 \underline{a_3} b_3 e_1, \text{ необходимо осуществить простую замену операндов на входе блока для этого сигнала } c_1 \rightarrow a_3, d_1 \rightarrow b_3.$$

Для сигнала $f_{2,A-B-C-D-E}$ переход от операции суммирования к операции вычитания заключается в переводе сигналов операнда A из прямого кода в обратный (для основного двоичного кода это простое инвертирование сигналов $a_1 \leftrightarrow \underline{a_1}$, $a_2 \leftrightarrow \underline{a_2}$, $a_3 \leftrightarrow \underline{a_3}$ см. рис. 3.9а–3.9в) с одновременным инвертированием сигналов подмножеств $\underline{m_2}(A^*) \leftrightarrow m_2(A^*)$, $\underline{m_3}(A^*) \leftrightarrow m_3(A^*)$.

Для сигналов $f_{3,A-B-C-D-E}$, $Z_{1,A-B-C-D-E}$, $Z_{2,A-B-C-D-E}$, $Z_{3,A-B-C-D-E}$ переход от операции суммирования к операции вычитания заключается в переводе сигналов операнда A из прямого кода в обратный на входе блоков, формирующих сигналы операции суммирования.

3.5. Блок вычитания ($A - B - C - D - E$) основания $n = 2^3$ в коде Грея

Для формирования геометрических образов выходных сигналов f_{1g} , f_{2g} , f_{3g} , Z_{1g} , Z_{2g} , Z_{3g} блока вычитания ($A - B - C - D - E$) основания $n = 2^3$ в коде Грея используются таблицы цифрового результата этой операции, которые представлены в файлах $| (F) \ 8 \ A - B - \dots |$ и $| (Z) \ 8 \ A - B - \dots |$ прил. 5 настоящей главы.

Формирование геометрических образов сигналов выполняется из данных этих таблиц соответственно: для f_{1g} , Z_{1g} заменой цифр 01, 02, 05, 06 на звездочки (*) и удалением остальных цифр; для f_{2g} , Z_{2g} – цифр 02, 03, 04, 05 на звездочки (*) и удалением остальных цифр; для f_{3g} , Z_{3g} – цифр 04, 05, 06, 07 на звездочки (*) и удалением остальных цифр.

Полученные таким преобразованием геометрические образы сигналов f_{1g} , f_{2g} , f_{3g} , Z_{1g} , Z_{2g} , Z_{3g} приведены в файлах $| (f1g) \ 8 \ A - B - \dots |$, $| (f2g) \ 8 \ A - B - \dots |$, $| (f3g) \ 8 \ A - B - \dots |$, $| (z1g) \ 8 \ A - B - \dots |$, $| (z2g) \ 8 \ A - B - \dots |$, $| (z3g) \ 8 \ A - B - \dots |$ прил. 6 настоящей главы. Все логические выражения подмножеств $m_{1g}(A^*)$, \dots , $m_{22g}(A^*)$; $\underline{m}_{1g}(A^*)$, \dots , $\underline{m}_{22g}(A^*)$ в координатах $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$, которые входят во множества этих сигналов, содержатся здесь в файле $| mi(A^*)g |$.

Для сравнения геометрических образов одноименных сигналов операций суммирования ($A + B + C + D + E$) и вычитания ($A - B - C - D - E$) в файлах $| mig \ f1 |$, $| mig \ f2 |$, $| mig \ f3 |$, $| mig \ p1 |$, $| mig \ p2 |$, $| mig \ p3 |$ приведены соответственно геометрические образы множеств сигналов f_1 , f_2 , f_3 , p_1 , p_2 , p_3 , состоящие из подмножеств $m_1(A)$, \dots , $m_{22}(A)$; $\underline{m}_1(A)$, \dots , $\underline{m}_{2g}(A)$. Под каждым из этих геометрических множеств размещены соответственно геометрические образы множеств сигналов f_{1g} , f_{2g} , f_{3g} , Z_{1g} , Z_{2g} , Z_{3g} , состоящие из подмножеств $m_{1g}(A^*)$, \dots , $m_{22g}(A^*)$; $\underline{m}_{1g}(A^*)$, \dots , $\underline{m}_{22g}(A^*)$.

Сравнение содержания таблиц, определяющих геометрические образы выходных сигналов суммирующего и вычитающего блоков, позволяет без проведения операции синтеза последнего определить логические выражения сигналов операции вычитания.

Для сигнала $f_{1g,A-B-C-D-E}$ переход от операции суммирования к операции вычитания заключается в переводе сигналов операнда A из прямого кода в обратный ($a_3 \leftrightarrow \underline{a}_3$).

Для сигнала $f_{2g,A-B-C-D-E}$ переход от операции суммирования к операции вычитания заключается в переводе сигналов операнда A из прямого кода в

обратный ($a_3 \leftrightarrow \underline{a}_3$) с одновременным инвертированием сигналов подмножеств $m_5(A^*) \leftrightarrow \underline{m}_5(A^*)$, $m_6(A^*) \leftrightarrow \underline{m}_6(A^*)$, $m_7(A^*) \leftrightarrow \underline{m}_7(A^*)$, $m_8(A^*) \leftrightarrow \underline{m}_8(A^*)$.

Для сигнала $f_{3g,A-B-C-D-E}$ переход от операции суммирования к операции вычитания заключается в переводе сигналов операнда A из прямого кода в обратный ($a_3 \leftrightarrow \underline{a}_3$) с одновременным инвертированием сигналов подмножеств $m_5(A^*) \leftrightarrow \underline{m}_5(A^*)$, $m_6(A^*) \leftrightarrow \underline{m}_6(A^*)$, $m_7(A^*) \leftrightarrow \underline{m}_7(A^*)$, $m_8(A^*) \leftrightarrow \underline{m}_8(A^*)$.

Для сигналов $Z_{1g,A-B-C-D-E}$, $Z_{2g,A-B-C-D-E}$, $Z_{3g,A-B-C-D-E}$ переход от операции суммирования к операции вычитания заключается в переводе сигналов операнда A из прямого кода в обратный на входе блоков, формирующих сигналы операции суммирования.

Глава 4

МНОГОВХОДОВЫЕ СУММАТОРЫ МНОГОФАЗНЫХ КОДОВ

Создание машинной арифметики в многофазных кодах относится к началу 70-х годов прошлого века, когда автором было предложено рассматривать многофазные напряжения в качестве цифр оснований систем счисления $n = 2m$, где m – число фаз этих напряжений. Однако ознакомить широкую общественность с этими достижениями в то время не представлялось возможным из-за закрытости работ, для которых создавались эти устройства. Только в 1985 г. стало возможным ознакомить широкий круг научной общественности, когда автор участвовал в качестве научного руководителя работы по комплексной программе 0.16.0 ГКНТ СССР «Создать и освоить автоматизированные манипуляторы» в части разработки цифровых электроприводов, управляемых от микропроцессоров [6, 7]. Наиболее полно машинная арифметика в многофазных кодах представлена в [1].

В этих работах было показано, что особая физическая структура многофазного кода позволяет создавать гибкие системы контроля с высокими возможностями обнаружения и исправления ошибок, в том числе в устройствах машинной арифметики.

Необходимо отметить, что цифровой электропривод стал самостоятельным научным направлением, определяющим прогресс в современной технике и технологии, и все изменения, обусловленные научно-техническим прогрессом, благоприятно отражаются на электроприводе: новая элементная база расширяет его возможности по управлению преобразуемой энергией, новые поколения компьютерной технологии неограниченно расширяют возможности электроприводов по управлению движением объектов и т.д. При этом современный цифровой электропривод немыслим без быстродействующей машинной арифметики, и там, где это возможно, необходимо использовать основной двоичный код, желательно, как показано ранее, с применением больших оснований систем счисления и распараллеливанием вычислительных операций. Как показано в предыдущих разделах книги, по этим показателям основному двоичному коду ему нет альтернативы по быстродействию и помехозащищенности. Тем не менее в системах электропривода переменного и постоянного токов всегда имеется цифровая часть в многофазном коде, где также необходимо обеспечить помехозащищенность, резервирование и определенное быстродействие по выполнению арифметических операций.

4.1. Многовходовые сумматоры трехфазного кода

Трехфазный тип двигателей переменного тока является основным в общепромышленных и электроприводах специального назначения. В этих двигателях сигналы фаз напряжений u_1 , u_2 , u_3 сдвинуты между собой на 120 эл. град ($2\pi/3$ радиан). Наиболее удобно представлять эти, например, уже цифровые сигналы в записи Либау – Крейга (рис. 4.1а), где $u_1 = a_1$, $u_2 = a_3$, $u_3 = a_2$. Эти сигналы кодируют шесть цифр $0 = \underline{a_1}a_3$, $1 = a_1\underline{a_2}$, $2 = a_2\underline{a_3}$, $3 = a_1a_3$, $4 = \underline{a_1}a_2$, $5 = \underline{a_2}a_3$, которые иногда бывает удобно представлять в буквенных эквивалентах, например, греческого алфавита $0 = \alpha$, $1 = \beta$, $2 = \gamma$, $3 = \delta$, $4 = \varepsilon$, $5 = \mu$.

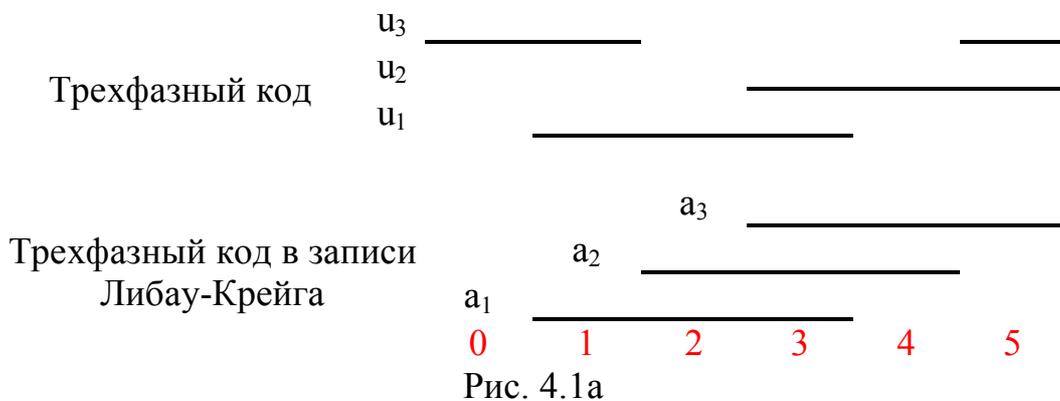


Рис. 4.1а

Представленные здесь информационные сигналы основания системы счисления $n = 6$ определяются общеизвестными логическими выражениями $a_1 = 1 \vee 2 \vee 3 = \beta \vee \gamma \vee \delta$, $a_2 = 2 \vee 3 \vee 4 = \gamma \vee \delta \vee \varepsilon$, $a_3 = 3 \vee 4 \vee 5 = \delta \vee \varepsilon \vee \mu$. Для выбора сигналов x_1 , x_2 , x_3 контрольной части систематического квазисовершенного трехфазного кода обратимся, например, к такому коду [3, с. 359]. В этом коде цифровые эквиваленты контрольных сигналов (рис. 4.1б) определяются подобно цифровым сигналам трехфазного кода как логическое произведение только двух составляющих – $0 = \underline{x_1}\underline{x_3}$, $2 = x_2\underline{x_3}$, $4 = \underline{x_1}x_2$ (контрольные цифры в отличие от информационных цифр представлены здесь черным цветом).

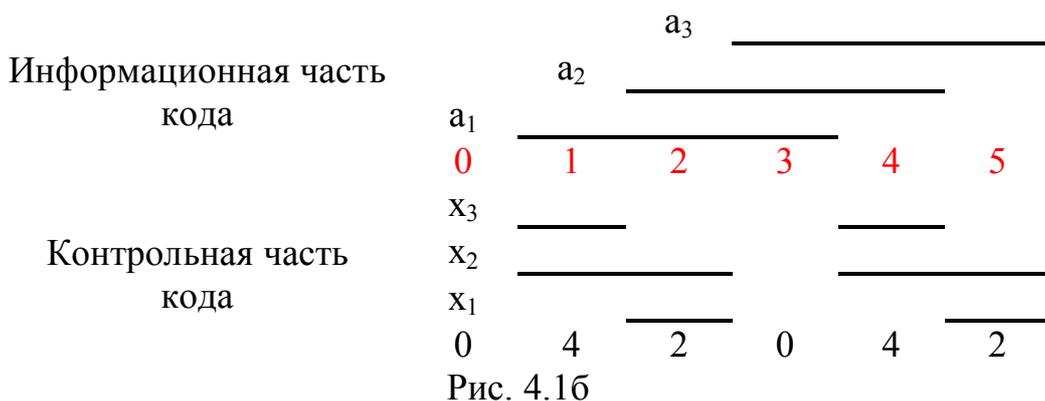


Рис. 4.1б

Такой выбор для сигналов контрольной части кода позволяет выполнять все последующие операции в цифровой системе координат с числом ячеек исходного пространства $(A + B) - 36$, в противоположном случае это необходимо было бы делать в системе координат кодовых комбинаций, где число ячеек такого пространства – 64. При таком выборе контрольной части систематического кода логические зависимости их сигналов определяются простыми выражениями: $x_1 = 2$, $x_2 = 4 \vee 2$, $x_3 = 4$.

Блок-схема сумматора $F = A + B + C + D + E$ (см. рис. 2.1) в нашем случае определяется входными сигналами трехфазного кода $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$, $C(c_1, c_2, c_3)$, $D(d_1, d_2, d_3)$, $E(e_1, e_2, e_3)$.

В папке | приложение 1 главы 4 | в файле | трех ABCDE | приведены результаты суммирования, которые представлены шестью таблицами: «лист 00», «лист 01», «лист 02», «лист 03», «лист 04», «лист 05». Каждый «лист» определяет результат суммирования соответственно при значении операнда E , равном $00_e, 01_e, \dots, 05_e$.

Эти результаты суммирования разбиты на две части. Первая часть представлена в файле | трех F | папки | приложение 1 главы 4 | и содержит выходные цифровые данные разряда соответственно в таблицах «лист 00F», «лист 01F», «лист 02F», «лист 03F», «лист 04F», «лист 05F». Вторая часть представлена в файле | трех P | папки | приложение 1 главы 4 | и содержит выходные цифровые данные переноса в старший разряд. Эти данные представлены соответственно в таблицах «лист 00P», «лист 01P», «лист 02P», «лист 03P», «лист 04P», «лист 05P» этого файла.

Для формирования геометрического образа выходного информационного сигнала f_1 разряда предварительно выполняется замена данных таблиц «лист 00F», «лист 01F», «лист 02F», «лист 03F», «лист 04F», «лист 05F» из файла | трех F | цифр 1, 2, 3 на звездочки (*) и удаление остальных цифр. Результаты такой замены приведены в файле | трех f1 | соответственно в таблицах «лист 00f₁», «лист 01f₁», «лист 02f₁», «лист 03f₁», «лист 04f₁», «лист 05f₁».

Формирование геометрического образа выходного информационного сигнала f_2 разряда предварительно выполняется заменой данных таблиц «лист 00F», «лист 01F», «лист 02F», «лист 03F», «лист 04F», «лист 05F» из файла | трех F | цифр 2, 3, 4 на звездочки (*) и удаление остальных цифр. Результаты такой замены приведены в файле «трех f2» соответственно в таблицах «лист 00f₂», «лист 01f₂», «лист 02f₂», «лист 03f₂», «лист 04f₂», «лист 05f₂».

Формирование геометрического образа выходного информационного сигнала f_3 разряда предварительно выполняется заменой данных таблиц «лист 00F», «лист 01F», «лист 02F», «лист 03F», «лист 04F», «лист 05F» из файла | трех F | цифр 3, 4, 5 на звездочки (*) и удаление остальных цифр. Результаты такой замены приведены в файле | трех f3 | соответственно в таблицах «лист 00f₃», «лист 01f₃», «лист 02f₃», «лист 03f₃», «лист 04f₃», «лист 05f₃».

Во всех этих таблицах соответствующих «листов» формируются геометрические образы подмножеств в координатах двумерного пространства

$A(a_1, a_2, a_3), B(b_1, b_2, b_3)$. Под каждым из этих подмножеств записаны их «имена» – $q_1, q_2, q_3, \underline{q_1}, \underline{q_2}, \underline{q_3}$. Все эти подмножества не содержат взаимных включений и являются логическими функциями входных сигналов сумматора $A(a_1, a_2, a_3), B(b_1, b_2, b_3)$, значения которых приведены в файле $|q_1 q_2 \dots|$.

Под каждой из этих таблиц размещается их эквивалентное представление в координатах двумерного пространства $C(c_1, c_2, c_3), D(d_1, d_2, d_3)$, в ячейках которого размещаются подмножества $q_1, q_2, q_3, \underline{q_1}, \underline{q_2}, \underline{q_3}$. Например, под таблицей «лист $00f_1$ », который соответствует выходной цифре $0_e = \underline{e_1e_3}$, расположен ее эквивалент (рис. 4.2) и т. д.

			c_3	_____		
$\underline{e_1e_3}$			c_2	_____		
	c_1	_____				
	d_1	q_1	q_2	q_3	<u>q_1</u>	<u>q_2</u>
	d_2	q_2	q_3	<u>q_1</u>	<u>q_2</u>	q_1
	d_3	q_3	<u>q_1</u>	<u>q_2</u>	<u>q_3</u>	q_1
		<u>q_1</u>	<u>q_2</u>	<u>q_3</u>	q_1	q_2
		<u>q_2</u>	<u>q_3</u>	q_1	q_2	q_3
		<u>q_3</u>	q_1	q_2	q_3	<u>q_1</u>
					<u>q_2</u>	<u>q_3</u>

Рис. 4.2

Каждое из подмножеств $q_1, q_2, q_3, \underline{q_1}, \underline{q_2}, \underline{q_3}$ располагается в соответствующих таблицах эквивалентных «листв» [«лист $00f_1$ », ..., «лист $05f_1$ »; «лист $00f_2$ », ..., «лист $05f_2$ »; «лист $00f_3$ », ..., «лист $05f_3$ »] на определенных диагоналях ячеек пространства координат $C(c_1, c_2, c_3), D(d_1, d_2, d_3)$. Логические выражения s_1, \dots, s_6 для этих диагоналей ячеек этого пространства приведены в файле $|s_1 s_2 \dots|$.

Из такого геометрического представления образов соответствующих подмножеств непосредственно определяются логические зависимости выходных сигналов:

$$f_1 = s_1 \underline{q_1 e_1 e_3} \vee s_2 \underline{q_2 e_1 e_3} \vee s_3 \underline{q_3 e_1 e_3} \vee s_4 \underline{q_1 e_1 e_2} \vee s_5 \underline{q_2 e_1 e_2} \vee s_6 \underline{q_3 e_1 e_2} \vee s_1 \underline{q_2 e_1 e_2} \vee s_2 \underline{q_3 e_1 e_2} \vee s_3 \underline{q_1 e_1 e_2} \vee s_4 \underline{q_2 e_2 e_3} \vee s_5 \underline{q_3 e_2 e_3} \vee s_6 \underline{q_1 e_2 e_3} \vee s_1 \underline{q_3 e_2 e_3} \vee s_2 \underline{q_1 e_2 e_3} \vee s_3 \underline{q_2 e_2 e_3} \vee s_4 \underline{q_3 e_2 e_3} \vee s_5 \underline{q_1 e_2 e_3} \vee s_6 \underline{q_2 e_2 e_3},$$

$$f_2 = s_1 \underline{q_3 e_1 e_3} \vee s_2 \underline{q_1 e_1 e_3} \vee s_3 \underline{q_2 e_1 e_3} \vee s_4 \underline{q_3 e_1 e_2} \vee s_5 \underline{q_1 e_1 e_2} \vee s_6 \underline{q_2 e_1 e_2} \vee s_1 \underline{q_1 e_1 e_2} \vee s_2 \underline{q_2 e_1 e_2} \vee s_3 \underline{q_3 e_1 e_2} \vee s_4 \underline{q_1 e_2 e_3} \vee s_5 \underline{q_2 e_2 e_3} \vee s_6 \underline{q_3 e_2 e_3} \vee s_1 \underline{q_3 e_2 e_3} \vee s_2 \underline{q_1 e_2 e_3} \vee s_3 \underline{q_2 e_2 e_3} \vee s_4 \underline{q_3 e_2 e_3} \vee s_5 \underline{q_1 e_2 e_3} \vee s_6 \underline{q_2 e_2 e_3} \vee s_1 \underline{q_1 e_1 e_2} \vee s_2 \underline{q_2 e_1 e_2} \vee s_3 \underline{q_3 e_1 e_2} \vee s_4 \underline{q_1 e_1 e_2} \vee s_5 \underline{q_2 e_1 e_2} \vee s_6 \underline{q_3 e_1 e_2} \vee s_1 \underline{q_2 e_2 e_3} \vee s_2 \underline{q_3 e_2 e_3} \vee s_3 \underline{q_1 e_2 e_3} \vee s_4 \underline{q_2 e_2 e_3} \vee s_5 \underline{q_3 e_2 e_3} \vee s_6 \underline{q_1 e_2 e_3},$$

$$\begin{aligned}
f_3 = & s_1 \underline{q_2 e_1 e_3} \vee s_2 \underline{q_3 e_1 e_3} \vee s_3 \underline{q_1 e_1 e_3} \vee s_4 \underline{q_2 e_1 e_3} \vee s_5 \underline{q_3 e_1 e_3} \vee s_6 \underline{q_1 e_1 e_3} \vee s_1 \underline{q_3 e_1 e_2} \vee \\
& \vee s_2 \underline{q_1 e_1 e_2} \vee s_3 \underline{q_2 e_1 e_2} \vee s_4 \underline{q_3 e_1 e_2} \vee s_5 \underline{q_1 e_1 e_2} \vee s_6 \underline{q_2 e_1 e_2} \vee s_1 \underline{q_1 e_2 e_3} \vee s_2 \underline{q_2 e_2 e_3} \vee \\
& \vee s_3 \underline{q_3 e_2 e_3} \vee s_4 \underline{q_1 e_2 e_3} \vee s_5 \underline{q_2 e_2 e_3} \vee s_6 \underline{q_3 e_2 e_3} \vee s_1 \underline{q_2 e_1 e_3} \vee s_2 \underline{q_3 e_1 e_3} \vee s_3 \underline{q_1 e_1 e_3} \vee \\
& \vee s_4 \underline{q_2 e_1 e_3} \vee s_5 \underline{q_3 e_1 e_3} \vee s_6 \underline{q_1 e_1 e_3} \vee s_1 \underline{q_3 e_1 e_2} \vee s_2 \underline{q_1 e_1 e_2} \vee s_3 \underline{q_2 e_1 e_2} \vee s_4 \underline{q_3 e_1 e_2} \vee \\
& \vee s_5 \underline{q_1 e_1 e_2} \vee s_6 \underline{q_2 e_1 e_2} \vee s_1 \underline{q_1 e_2 e_3} \vee s_2 \underline{q_2 e_2 e_3} \vee s_3 \underline{q_3 e_2 e_3} \vee s_4 \underline{q_1 e_2 e_3} \vee s_5 \underline{q_2 e_2 e_3} \vee \\
& \vee s_6 \underline{q_3 e_2 e_3} .
\end{aligned} \tag{4.1}$$

В этих выражениях

$$\begin{aligned}
s_1 = & \underline{c_1 c_3 d_1 d_3} \vee \underline{c_2 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_2 d_3} \vee c_1 c_3 d_1 d_3 \vee c_2 \underline{c_3 d_1 d_2} \vee c_1 \underline{c_2 d_2 d_3}, \\
s_2 = & c_1 \underline{c_2 d_1 d_3} \vee \underline{c_1 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_2 c_3 d_2 d_3} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_3} \vee c_1 c_3 \underline{d_1 d_2} \vee c_2 \underline{c_3 d_2 d_3}, \\
s_3 = & c_2 \underline{c_3 d_1 d_3} \vee c_1 \underline{c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_3 d_2 d_3} \vee \underline{c_2 c_3 d_1 d_3} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee c_1 c_3 \underline{d_2 d_3}, \\
s_4 = & c_1 c_3 \underline{d_1 d_3} \vee c_2 \underline{c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_2 d_3} \vee \underline{c_1 c_3 d_1 d_3} \vee \underline{c_2 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_2 d_3}, \\
s_5 = & \underline{c_1 c_2 d_1 d_3} \vee c_1 c_3 \underline{d_1 d_2} \vee \underline{c_2 c_3 d_2 d_3} \vee c_1 \underline{c_2 d_1 d_3} \vee \underline{c_1 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_2 c_3 d_2 d_3}, \\
s_6 = & \underline{c_2 c_3 d_1 d_3} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee c_1 c_3 \underline{d_2 d_3} \vee c_2 \underline{c_3 d_1 d_3} \vee c_1 \underline{c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_3 d_2 d_3}; \\
q_1 = & a_1 \underline{b_1 b_3} \vee \underline{a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_2 b_2 b_3} \vee a_1 b_1 b_3 \vee a_3 \underline{b_1 b_2} \vee a_2 \underline{b_2 b_3}, \\
\underline{q_1} = & \underline{a_1 b_1 b_3} \vee a_3 b_1 \underline{b_2} \vee a_2 b_2 \underline{b_3} \vee a_1 b_1 b_3 \vee \underline{a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_2 b_2 b_3}, \\
q_2 = & \underline{a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_2 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 b_2 b_3} \vee a_3 b_1 b_3 \vee a_2 \underline{b_1 b_2} \vee a_1 \underline{b_2 b_3}, \\
\underline{q_2} = & a_3 \underline{b_1 b_3} \vee a_2 b_1 \underline{b_2} \vee a_1 b_2 \underline{b_3} \vee \underline{a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_2 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 b_2 b_3}, \\
q_3 = & \underline{a_2 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 b_1 b_2} \vee \underline{a_3 b_2 b_3} \vee a_2 b_1 b_3 \vee a_1 \underline{b_1 b_2} \vee \underline{a_3 b_2 b_3}, \\
\underline{q_3} = & a_2 \underline{b_1 b_3} \vee a_1 b_1 \underline{b_2} \vee \underline{a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_2 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 b_1 b_2} \vee a_3 \underline{b_2 b_3}.
\end{aligned}$$

Для формирования геометрического образа выходного информационного сигнала переноса разряда p_1 выполняется замена данных таблиц «лист 00P», «лист 01P», «лист 02P», «лист 03P», «лист 04P», «лист 05P» из файла |трех P| цифр 1, 2, 3 на звездочки (*) и удаление остальных цифр. Результаты такой замены приведены в файле |трех p1| соответственно в таблицах «лист 00p₁», «лист 01p₁», «лист 02p₁», «лист 03p₁», «лист 04p₁», «лист 05p₁».

Формирование геометрического образа выходного информационного сигнала p_2 разряда выполняется заменой данных таблиц «лист 00P», «лист 01P», «лист 02P», «лист 03P», «лист 04P», «лист 05P» из файла |трех P| цифр 2, 3, 4 на звездочки (*) и удаление остальных цифр. Результаты такой замены приведены в файле |трех p2| соответственно в таблицах «лист 00p₂», «лист 01p₂», «лист 02p₂», «лист 03p₂», «лист 04p₂», «лист 05p₂».

Формирование геометрического образа выходного информационного сигнала p_3 разряда выполняется заменой данных таблиц «лист 00P», «лист 01P», «лист 02P», «лист 03P», «лист 04P», «лист 05P» из файла |трех P| цифр 3, 4, 5 на звездочки (*) и удаление остальных цифр. Результаты такой замены приведены в файле |трех p3| соответственно в таблицах «лист 00p₃», «лист 01p₃», «лист 02p₃», «лист 03p₃», «лист 04p₃», «лист 05p₃».

Во всех этих таблицах соответствующих «листов» формируются геометрические образы подмножеств в координатах двумерного пространства $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$. Под каждым из этих подмножеств записаны их

«имена» – $q_5, \dots, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}$. Эти подмножества содержат взаимные включения и являются логическими функциями входных сигналов сумматора $A(a_1, a_2, a_3), B(b_1, b_2, b_3)$, а значения этих подмножеств приведены в файле $|q_1 q_2 \dots|$.

Под каждой из этих таблиц размещается их эквивалентное представление в координатах двумерного пространства $C(c_1, c_2, c_3), D(d_1, d_2, d_3)$, в ячейках которого размещаются подмножества $q_5, \dots, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}$. Например, под таблицей «лист $00p_1$ », который соответствует выходной цифре $0_e = \underline{e_1e_3}$, расположен ее эквивалент (рис. 4.3) и т.д.

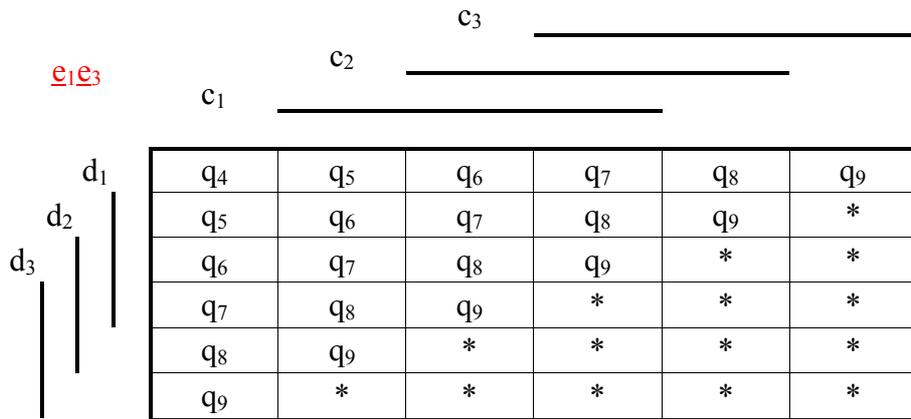
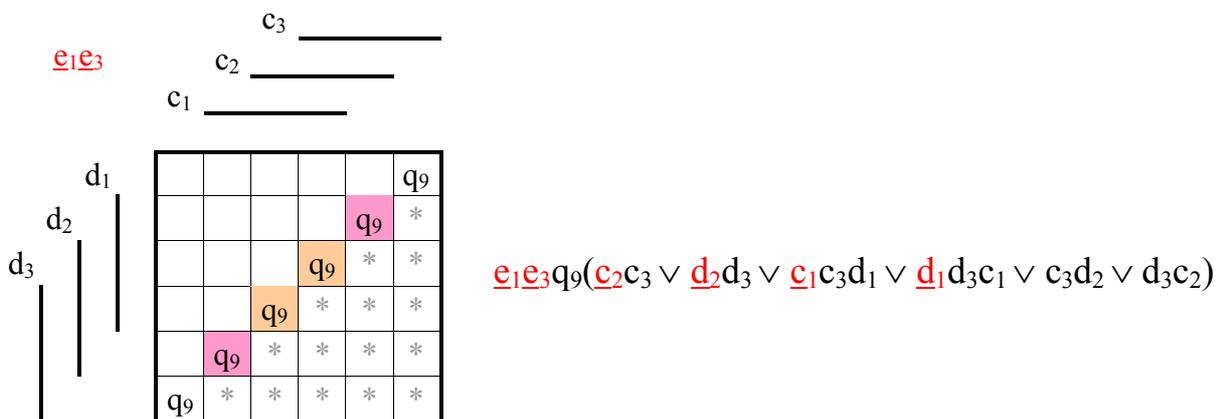


Рис. 4.3

Учет взаимного включения подмножеств, содержащихся в ячейках пространства координат $C(c_1, c_2, c_3), D(d_1, d_2, d_3)$, позволяет определить минимальные тупиковые логические функции этих подмножеств.

Для каждого выходного сигнала p_1, p_2, p_3 это свои подмножества с различным размещением в пространстве координат, что определяет их логические зависимости.

Определение геометрических образов и их логических функций сигналов p_1, p_2, p_3 представлено соответственно в файлах $|p_1|, |p_2|, |p_3|$. В этих файлах каждое подмножество, входящее в сигналы p_1, p_2, p_3 , изображается отдельно в ячейках пространства системы координат $C(c_1, c_2, c_3), D(d_1, d_2, d_3)$.



$$\underline{e_1e_3}q_9(\underline{c_2}c_3 \vee \underline{d_2}d_3 \vee \underline{c_1}c_3d_1 \vee \underline{d_1}d_3c_1 \vee c_3d_2 \vee d_3c_2)$$

Рис. 4.4

Причем это подмножество записывается шрифтом черного цвета, а подмножество, в которое оно включается, записывается шрифтом серого цвета. Например, подмножество q_9 («лист 00 p_1 » сигнала p_1) будет изображаться в этом пространстве рис. 4.4.

Учитывая симметрию фигуры относительно главной диагонали пространства, представляется целесообразным внести эту симметрию и в запись логической функции. Ячейки одинаковой заливки определяют логическую функцию, которая будет отличаться одна от другой заменой операнд $c_i \leftrightarrow d_i$. Причем из многочисленного числа минимальных тупиковых логических функций, что характерно для многофазных кодов, будем записывать только одну. Например, вместо логической функции рис. 4.4 можно было бы записать $e_1e_3q_9(c_2c_3 \vee \vee d_2d_3 \vee c_1c_2d_1 \vee d_1d_2c_1 \vee c_3d_2 \vee d_3c_2)$ и т.д.

В файле $|p1|$ содержатся «листы 00 p_1 », ..., «листы 00 p_1 », где каждый «лист» имеет в ячейках пространства одно из подмножеств $q_5, \dots, q_{11}, *$ и другие подмножества (выделены серым цветом) из этого ряда, его включающие. Покрытие таких геометрических образов позволяет определить логическую функцию p_1 , которая содержится в файле $|p1|$.

В файле $|p2|$ содержатся «листы 00 p_2 », ..., «листы 00 p_2 », где каждый «лист» имеет в ячейках пространства одно из подмножеств $q_4, \dots, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, *$ и другие подмножества (выделены серым цветом) из этого ряда, его включающие. Покрытие таких геометрических образов позволяет определить логическую функцию p_2 , которая содержится в файле $|p2|$.

В файле $|p3|$ содержатся «листы 00 p_3 », ..., «листы 00 p_3 », где каждый «лист» имеет в ячейках пространства одно из подмножеств $q_4, \dots, q_7, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}$ и другие подмножества (выделены серым цветом) из этого ряда, его включающие. Покрытие таких геометрических образов позволяет определить логическую функцию p_3 , которая содержится в файле « $p3$ ».

Для построения геометрических образов выходных контрольных сигналов $f_{1x}, f_{2x}, f_{3x}, p_{1x}, p_{2x}, p_{3x}$ необходимо предварительно в таблицах «лист 00F», «лист 01F», «лист 02F», «лист 03F», «лист 04F», «лист 05F» и «лист 00P», «лист 01P», «лист 02P», «лист 03P», «лист 04P», «лист 05P» выполнить замену цифровых информационных сигналов на соответствующие им контрольные цифровые сигналы (см. рис. 4.1б). Осуществить эту операцию автоматически не представляется возможным без промежуточной замены в них цифровых сигналов на эквивалентные им буквы греческого алфавита ($\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \mu$), что выполнено в таблицах «лист 00(F)», «лист 01(F)», «лист 02(F)», «лист 03(F)», «лист 04(F)», «лист 05(F)» файла $|трех (F)|$ и «лист 00(P)», «лист 01(P)», «лист 02(P)», «лист 03(P)», «лист 04(P)», «лист 05(P)» файла $|трех (P)|$ папки $|приложение 2 главы 4|$.

Вторым этапом промежуточного преобразования является замена букв на цифры контрольной части кода $\alpha \rightarrow 0, \beta \rightarrow 4, \gamma \rightarrow 2, \delta \rightarrow 0, \epsilon \rightarrow 4, \mu \rightarrow 2$. Результаты таких замен отражены в таблицах «лист 00 F_x », «лист 01 F_x », «лист 02 F_x », «лист 03 F_x », «лист 04 F_x », «лист 05 F_x » файла $|трех F_x|$ и «лист 00 P_x »,

«лист 01P_x», «лист 02P_x», «лист 03P_x», «лист 04P_x», «лист 05P_x» файла | трех P_x | папки | приложение 2 главы 4 |.

Для формирования геометрического образа выходного контрольного сигнала f_{1x} разряда выполняется замена данных в таблицах «лист 00F_x», «лист 01F_x», «лист 02F_x», «лист 03F_x», «лист 04F_x», «лист 05F_x» из файла | трех F_x | цифры 2 на звездочку (*) и удаление остальных цифр. Результаты такой замены приведены в файле | трех f1x | соответственно в таблицах «лист 00f_{1x}», «лист 01f_{1x}», «лист 02f_{1x}», «лист 03f_{1x}», «лист 04f_{1x}», «лист 05f_{1x}».

Формирование геометрического образа выходного информационного сигнала f_{2x} разряда выполняется заменой данных в таблицах «лист 00 F_x», «лист 01F_x», «лист 02F_x», «лист 03F_x», «лист 04F_x», «лист 05F_x» из файла | трех F_x | цифр 2, 4 на звездочки (*) и удаление остальных цифр. Результаты такой замены приведены в файле | трех f2x | соответственно в таблицах «лист 00i_{2x}», «лист 01f_{2x}», «лист 02f_{2x}», «лист 03f_{2x}», «лист 04f_{2x}», «лист 05f_{2x}».

Формирование геометрического образа выходного информационного сигнала f_{3x} разряда выполняется заменой данных в таблицах «лист 00F_x», «лист 01F_x», «лист 02F_x», «лист 03F_x», «лист 04F_x», «лист 05F_x» из файла | трех F_x | цифры 4 на звездочку (*) и удаление остальных цифр. Результаты такой замены приведены в файле | трех f3x | соответственно в таблицах «лист 00f_{3x}», «лист 01f_{3x}», «лист 02f_{3x}», «лист 03f_{3x}», «лист 04f_{3x}», «лист 05f_{3x}».

Во всех этих таблицах соответствующих «листов» формируются геометрические образы подмножеств в координатах двумерного пространства $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$. Под каждым из этих подмножеств записаны их «имена» – r_1, r_2, r_3 . Все эти подмножества не содержат взаимных включений и являются логическими функциями входных сигналов сумматора $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$, значения которых приведены в файле | r₁ r₂ ... |.

Под каждой из этих таблиц размещается их эквивалентное представление в координатах двумерного пространства $C(c_1, c_2, c_3)$, $D(d_1, d_2, d_3)$, в ячейках которого размещаются подмножества r_1, r_2, r_3 . Каждое из этих подмножеств располагается в соответствующих ячейках таблиц эквивалентных «листов» («лист 00f_{1x}», ..., «лист 05f_{1x}»; «лист 00f_{2x}», ..., «лист 05f_{2x}»; «лист 00f_{3x}», ..., «лист 05f_{3x}») на определенных ячейках пространства координат $C(c_1, c_2, c_3)$, $D(d_1, d_2, d_3)$. Логические выражения t_1, \dots, t_6 для этих групп ячеек этого пространства приведены в файле | t1 t2 ... |.

Из такого геометрического представления образов соответствующих подмножеств непосредственно определяются логические зависимости выходных сигналов

$$f_{1x} = t_1 r_1 e_1 e_3 \vee t_2 r_2 e_1 e_3 \vee t_3 r_3 e_1 e_3 \vee t_1 r_2 e_1 e_2 \vee t_2 r_3 e_1 e_2 \vee t_3 r_1 e_1 e_2 \vee t_1 r_3 e_2 e_3 \vee t_2 r_1 e_2 e_3 \vee t_3 r_2 e_2 e_3 \vee t_1 r_1 e_1 e_3 \vee t_2 r_2 e_1 e_3 \vee t_3 r_3 e_1 e_3 \vee t_1 r_2 e_1 e_2 \vee t_2 r_3 e_1 e_2 \vee t_3 r_1 e_1 e_2 \vee t_1 r_3 e_2 e_3 \vee t_2 r_1 e_2 e_3 \vee t_3 r_2 e_2 e_3,$$

$$f_{2x} = t_1 r_3 e_1 e_3 \vee t_2 r_1 e_1 e_3 \vee t_3 r_2 e_1 e_3 \vee t_1 r_1 e_1 e_2 \vee t_2 r_2 e_1 e_2 \vee t_3 r_3 e_1 e_2 \vee t_1 r_2 e_2 e_3 \vee t_2 r_3 e_2 e_3 \vee t_3 r_1 e_2 e_3 \vee t_1 r_3 e_1 e_3 \vee t_2 r_1 e_1 e_3 \vee t_3 r_2 e_1 e_3 \vee t_1 r_1 e_1 e_2 \vee t_2 r_2 e_1 e_2 \vee t_3 r_3 e_1 e_2 \vee t_1 r_2 e_2 e_3 \vee t_2 r_3 e_2 e_3 \vee t_3 r_1 e_2 e_3,$$

$$\begin{aligned}
f_{3x} = & t_1 r_2 \underline{e_1 e_3} \vee t_2 r_3 \underline{e_1 e_3} \vee t_3 r_1 \underline{e_1 e_3} \vee t_1 r_3 e_1 \underline{e_2} \vee t_2 r_1 e_1 \underline{e_2} \vee t_3 r_2 e_1 \underline{e_2} \vee t_1 r_1 e_2 \underline{e_3} \vee \\
& \vee t_2 r_2 e_2 \underline{e_3} \vee t_3 r_3 e_2 \underline{e_3} \vee t_1 r_2 e_1 e_3 \vee t_2 r_3 e_1 e_3 \vee t_3 r_1 e_1 e_3 \vee t_1 r_3 \underline{e_1 e_2} \vee t_2 r_1 \underline{e_1 e_2} \vee \\
& \vee t_3 r_2 \underline{e_1 e_2} \vee t_1 r_1 \underline{e_2 e_3} \vee t_2 r_2 \underline{e_2 e_3} \vee t_3 r_3 \underline{e_2 e_3},
\end{aligned} \tag{4.2}$$

где

$$\begin{aligned}
t_1 = & \underline{c_1 c_3 d_1 d_3} \vee \underline{c_2 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_2 d_3} \vee \underline{c_1 c_3 d_1 d_3} \vee \underline{c_2 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_2 d_3} \vee \underline{c_1 c_3 d_1 d_3} \vee \\
& \vee \underline{c_2 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_2 d_3} \vee \underline{c_1 c_3 d_1 d_3} \vee \underline{c_2 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_2 d_2 d_3}, \\
t_2 = & \underline{c_1 c_2 d_1 d_3} \vee \underline{c_1 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_2 c_3 d_2 d_3} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_3} \vee \underline{c_1 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_2 c_3 d_2 d_3} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_3} \vee \\
& \vee \underline{c_1 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_2 c_3 d_2 d_3} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_3} \vee \underline{c_1 c_3 d_1 d_2} \vee \underline{c_2 c_3 d_2 d_3}, \\
t_3 = & \underline{c_2 c_3 d_1 d_3} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_3 d_2 d_3} \vee \underline{c_2 c_3 d_1 d_3} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_3 d_2 d_3} \vee \underline{c_2 c_3 d_1 d_3} \vee \\
& \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_3 d_2 d_3} \vee \underline{c_2 c_3 d_1 d_3} \vee \underline{c_1 c_2 d_1 d_2} \vee \underline{c_1 c_3 d_2 d_3}, \\
r_1 = & \underline{a_2 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_3} \vee \\
& \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_3 b_2 b_3}, \\
\underline{r_1} = & \underline{a_2 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_3} \vee \\
& \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_3 b_2 b_3}, \\
r_2 = & \underline{a_1 a_2 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_2 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_2 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_3} \vee \\
& \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_2 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_2 a_3 b_2 b_3}, \\
\underline{r_2} = & \underline{a_1 a_2 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_2 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_2 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_3} \vee \\
& \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_2 a_3 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_2 b_1 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_2 a_3 b_2 b_3}, \\
r_3 = & \underline{a_1 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_2 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_2 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_3} \vee \\
& \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_2 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_2 b_2 b_3}, \\
\underline{r_3} = & \underline{a_1 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_2 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_2 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_3} \vee \\
& \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_2 b_2 b_3} \vee \underline{a_1 a_3 b_1 b_3} \vee \underline{a_2 a_3 b_1 b_2} \vee \underline{a_1 a_2 b_2 b_3}, \\
r_4 = & \underline{a_1 a_3 b_3} \vee \underline{b_1 b_3 a_3} \vee \underline{a_3 b_1} \vee \underline{b_3 a_1} \vee \underline{a_2 b_2} \vee \underline{a_3 b_2} \vee \underline{b_3 a_2}, \\
\underline{r_4} = & \underline{a_1 b_1 b_3} \vee \underline{b_1 a_1 a_3} \vee \underline{a_3 b_2 b_3} \vee \underline{b_3 a_2 a_3} \vee \underline{b_2 b_3 a_2 a_3}.
\end{aligned}$$

Для формирования геометрического образа выходного контрольного сигнала переноса разряда p_{1x} выполняется замена данных в таблицах «лист 00P_x», «лист 01P_x», «лист 02P_x», «лист 03P_x», «лист 04P_x», «лист 05P_x» из файла |трех P_x| цифры 2 на звездочку(*) и удаление всех остальных цифр. Результаты такой замены приведены в файле |трех p_{1x}| соответственно в таблицах «лист 00p_{1x}», «лист 01p_{1x}», «лист 02p_{1x}», «лист 03p_{1x}», «лист 04p_{1x}», «лист 05p_{1x}».

Для формирования геометрического образа выходного контрольного сигнала переноса разряда p_{2x} выполняется замена данных в таблицах «лист 00P_x», «лист 01P_x», «лист 02P_x», «лист 03P_x», «лист 04P_x», «лист 05P_x» из файла |трех P_x| цифр 2, 4 на звездочку(*) и удаление остальных цифр. Результаты такой замены приведены в файле |трех p_{2x}| соответственно в таблицах «лист 00p_{2x}», «лист 01p_{2x}», «лист 02p_{2x}», «лист 03p_{2x}», «лист 04p_{2x}», «лист 05p_{2x}».

Для формирования геометрического образа выходного контрольного сигнала переноса разряда p_{3x} выполняется замена данных в таблицах «лист 00P_x», «лист 01P_x», «лист 02P_x», «лист 03P_x», «лист 04P_x», «лист 05P_x» из файла |трех P_x| цифры 4 на звездочку(*) и удаление всех остальных цифр.

Результаты такой замены приведены в файле |трех р3х| соответственно в таблицах «лист 00р3х», «лист 01р3х», «лист 02р3х», «лист 03р3х», «лист 04р3х», «лист 05р3х».

Во всех этих таблицах соответствующих «листов» формируются геометрические образы подмножеств в координатах двухмерного пространства $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$. Под каждым из этих подмножеств записаны их «имена» – q_4, \dots, q_{13}^* , r_4, \dots, r_7 , q_4, \dots, q_{12} , r_4, r_5 . Эти подмножества содержат взаимные включения и являются логическими функциями входных сигналов сумматора $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(b_1, b_2, b_3)$, а значения этих подмножеств приведены в файлах | $q_1 q_2 \dots$ |, | $r_1 r_2 \dots$ |.

Под каждой из этих таблиц размещается их эквивалентное представление в координатах двухмерного пространства $C(c_1, c_2, c_3)$, $D(d_1, d_2, d_3)$, в ячейках которого размещаются подмножества q_4, \dots, q_{13}^* , r_4, \dots, r_7 , q_4, \dots, q_{12} , r_4, r_5 .

Учет взаимного включения подмножеств, содержащихся в ячейках пространства координат $C(c_1, c_2, c_3)$, $D(d_1, d_2, d_3)$, позволяет определить минимальные тупиковые логические функции этих подмножеств.

Геометрический образ каждого выходного сигнала p_{1x} , p_{2x} , p_{3x} , состоящего из подмножеств с различным их размещением в пространстве координат, определяет логическое выражение этого сигнала.

Определение геометрических образов и их логических функций сигналов p_{1x} , p_{2x} , p_{3x} представлено соответственно в файлах | p_{1x} |, | p_{2x} |, | p_{3x} |. В этих файлах каждое подмножество, входящее в сигналы p_{1x} , p_{2x} , p_{3x} , изображается отдельно в ячейках пространства системы координат $C(c_1, c_2, c_3)$, $D(d_1, d_2, d_3)$.

В файле | p_{1x} | содержатся «листы 00р1х», ..., «листы 00р1х», где каждый «лист» имеет в ячейках пространства одно из подмножеств $q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_4, q_5, r_5, \dots, r_7, q_4, \dots, q_7$, а также другие подмножества (выделены серым цветом) из этого ряда, его включающие. Покрытие таких геометрических образов позволяет определить логическую функцию p_{1x} , которая содержится в файле | p_{1x} |.

В файле | p_{2x} | содержатся «листы 00р2х», ..., «листы 00р2х», где каждый «лист» имеет в ячейках пространства одно из подмножеств $q_4, \dots, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_4, q_5, r_4, r_5$, а также другие подмножества из этого ряда, его включающие. Покрытие таких геометрических образов позволяет определить логическую функцию p_{2x} , которая содержится в файле | p_{2x} |.

В файле | p_{3x} | содержатся «листы 00р3х», ..., «листы 00р3х», где каждый «лист» имеет в ячейках пространства одно из подмножеств $q_4, q_5, r_4, \dots, r_7, q_4, \dots, q_{11}$, а также другие подмножества (выделены серым цветом) из этого ряда, его включающее. Покрытие таких геометрических образов позволяет определить логическую функцию p_{3x} , которая содержится в файле | p_{3x} |.

4.2. Исправление одиночных ошибок совершенного трехфазного кода

Исправление одиночных ошибок совершенных четырехфазных, пятифазных и шестифазных кодов подробно исследовано в [4], а трехфазный совершенный код там не был рассмотрен.

Обратимся к шестимерному пространству информационных f_1, f_2, f_3 , и контрольных f_{1x}, f_{2x}, f_{3x} координат (рис. 4.5а), представленных в их кодовых комбинациях $0, \dots, 7$.

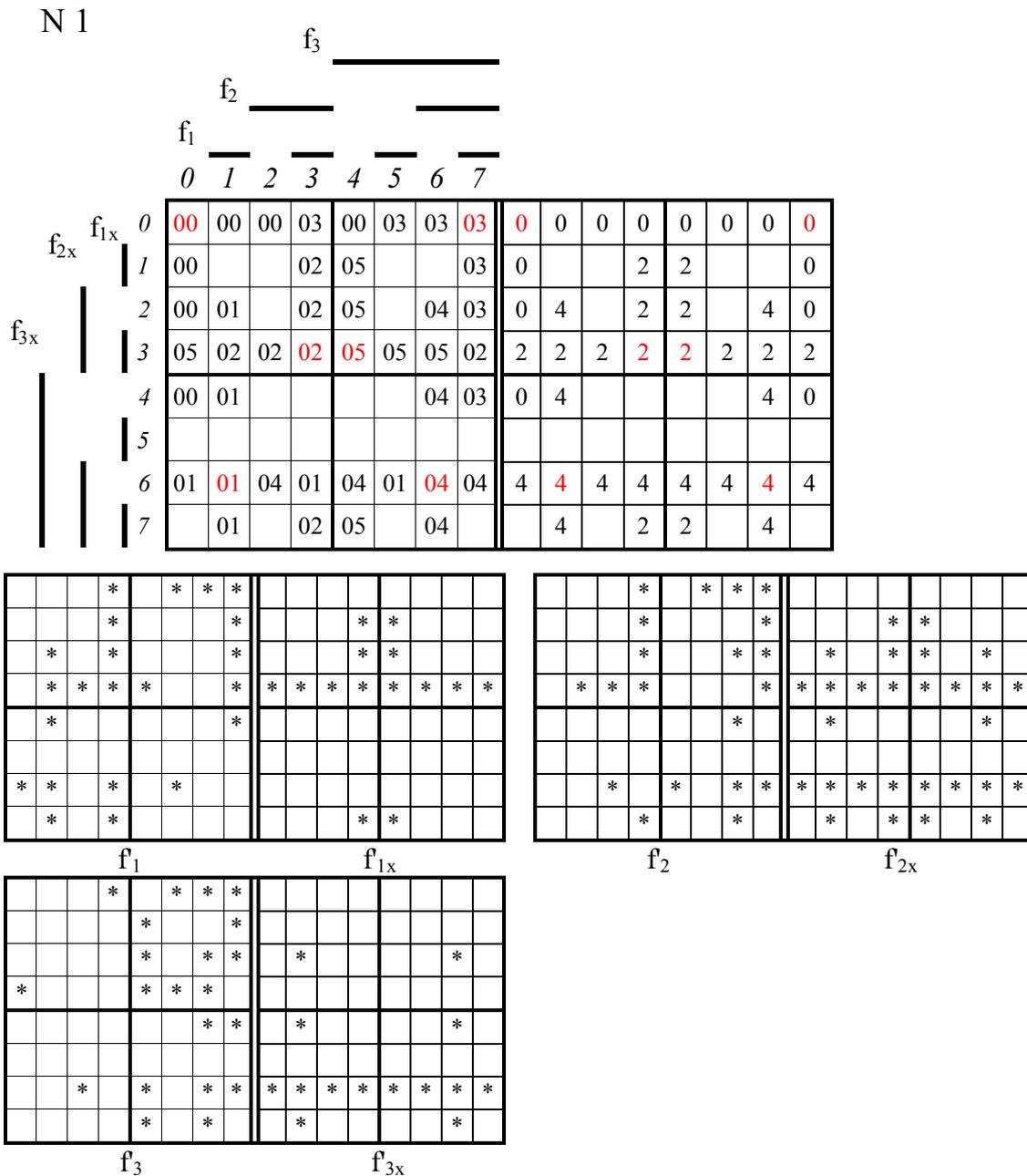


Рис. 4.5а

В соответствующих ячейках этих пространств соответственно для информационной и контрольной частей систематического трехфазного кода записаны безошибочные информационные цифры $00, \dots, 05$ и безошибочные контрольные цифры $0, 2, 4$.

В остальных ячейках этих пространств записаны эти же цифры, но черным шрифтом, когда в кодовых комбинациях, им соответствующих, содержится одна ошибка.

Формирование геометрических образов исправленных логических функций информационных f_1, f_2, f_3 , и контрольных f_{1x}, f_{2x}, f_{3x} выполняется заменой цифр: $01, 02, 03$ для f_1 на звездочки (*) и удалением всех остальных цифр; $02, 03, 04$ для f_2 на звездочки (*) и удалением всех остальных цифр; $03, 04, 05$ для f_3 на звездочки (*) и удалением всех остальных цифр; 2 для f_{1x} на звездочку (*) и удалением цифр $0, 4$; $2, 4$ для f_{2x} на звездочки (*) и удалением цифры 0 ; 4 для f_{3x} на звездочку (*) и удалением цифр $0, 2$.

В этих геометрических образах логических функций выделяются в координатах младших разрядов f_1, f_2 подмножества M_1, \dots, M_{12} информационной части кода и в координатах младших разрядов f_{1x}, f_{2x} подмножества M_{1x}, \dots, M_{12x} его контрольной части.

На рис. 4.5б эти подмножества представлены в координатах f_3, f_{3x} , где также показано их взаимное включение.

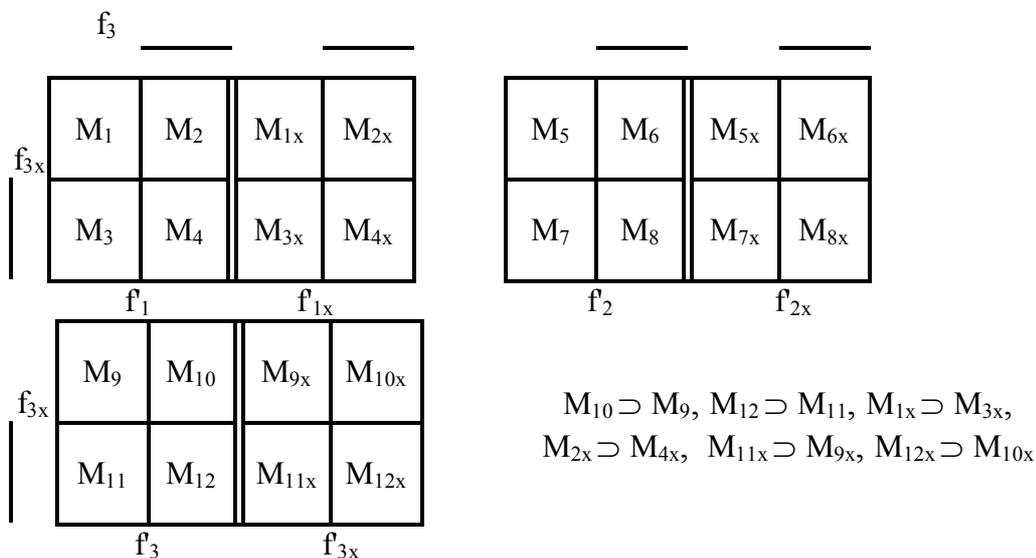
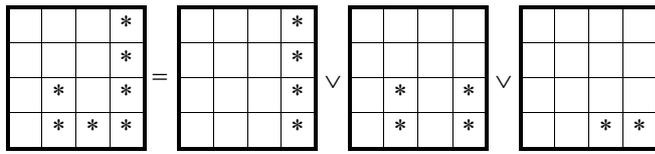
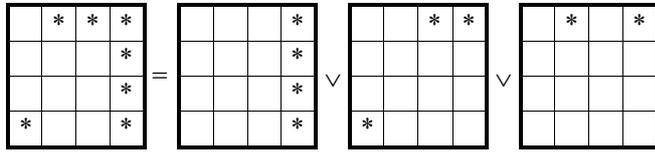


Рис. 4.5б

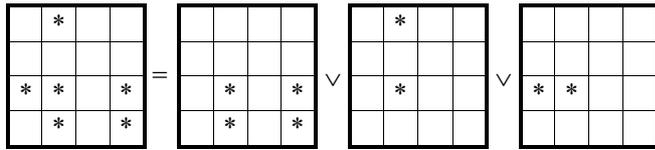
Ниже приведено разложение геометрических образов подмножеств $M_1, \dots, M_{12}, M_{1x}, \dots, M_{12x}$ на их оптимальные геометрические составляющие и выводимые из них логические выражения, определяющие эти подмножества $M_1(f_1, f_2, f_{1x}, f_{2x}), \dots, M_{12}(f_1, f_2, f_{1x}, f_{2x}), M_{1x}(f_1, f_2, f_{1x}, f_{2x}), \dots, M_{12x}(f_1, f_2, f_{1x}, f_{2x})$, которые записаны в минимальной тупиковой дизъюнктивной форме.



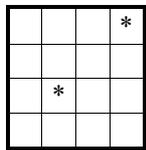
$$M_1 = f_1 f_2 \vee f_1 f_{2x} \vee f_2 f_{1x} f_{2x}$$



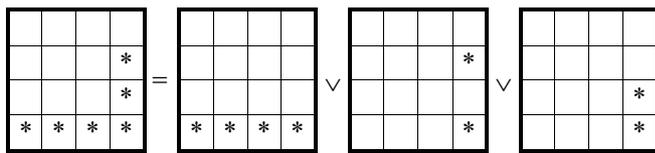
$$M_2 = f_1 f_2 \vee \underline{f_1 f_2} f_{1x} f_{2x} \vee f_2 \underline{f_{1x} f_{2x}} \vee f_1 \underline{f_{1x} f_{2x}}$$



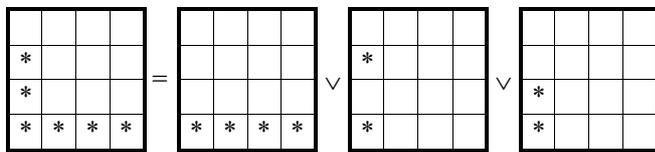
$$M_3 = f_1 f_{2x} \vee f_1 \underline{f_2} \underline{f_{1x}} \vee \underline{f_2} \underline{f_{1x}} f_{2x}$$



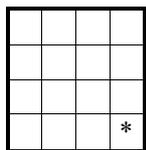
$$M_4 = f_1 f_2 \underline{f_{1x} f_{2x}} \vee f_1 \underline{f_2} \underline{f_{1x}} f_{2x}$$



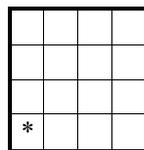
$$M_{1x} = f_{1x} f_{2x} \vee f_1 f_2 f_{1x} \vee f_1 f_2 f_{2x}$$



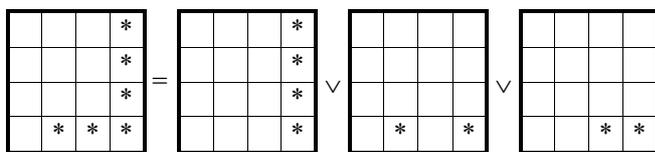
$$M_{2x} = f_{1x} f_{2x} \vee \underline{f_1 f_2} f_{1x} \vee \underline{f_1 f_2} f_{2x}$$



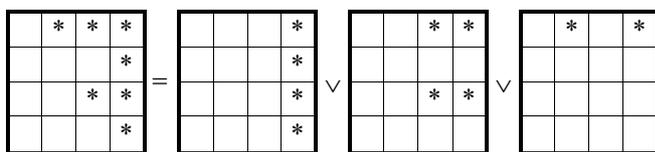
$$M_{3x} = f_1 f_2 f_{1x} f_{2x}$$



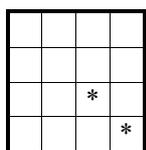
$$M_{4x} = \underline{f_1 f_2} f_{1x} f_{2x}$$



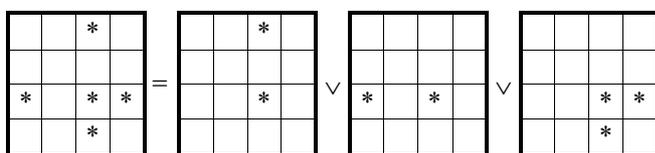
$$M_5 = f_1 f_2 \vee f_1 f_{1x} f_{2x} \vee f_2 f_{1x} f_{2x}$$



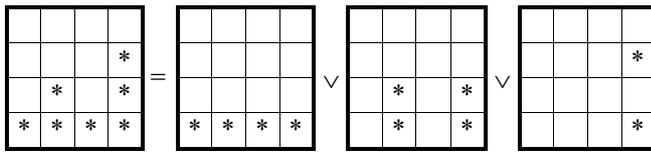
$$M_6 = f_1 f_2 \vee f_2 \underline{f_{1x}} \vee f_1 \underline{f_{1x} f_{2x}}$$



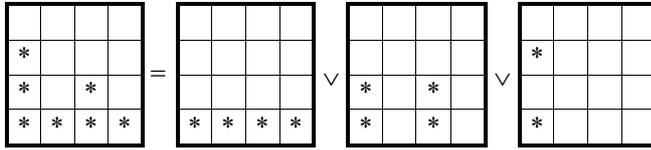
$$M_7 = f_1 f_2 f_{1x} f_{2x} \vee \underline{f_1} \underline{f_2} \underline{f_{1x}} f_{2x}$$



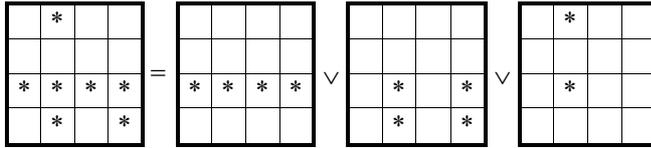
$$M_8 = \underline{f_1} \underline{f_2} \underline{f_{1x}} \vee \underline{f_1} \underline{f_{1x}} f_{2x} \vee f_2 \underline{f_{1x}} f_{2x} \vee \underline{f_1} f_2 f_{2x}$$



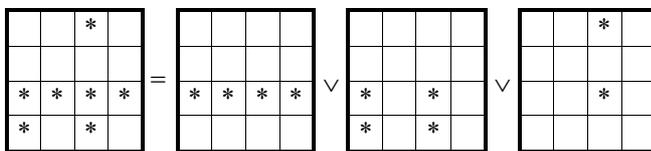
$$M_{5x} = f_{1x}f_{2x} \vee f_1f_{2x} \vee f_1f_2f_{1x}$$



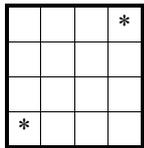
$$M_{6x} = f_{1x}f_{2x} \vee f_1f_{2x} \vee f_1f_2f_{1x}$$



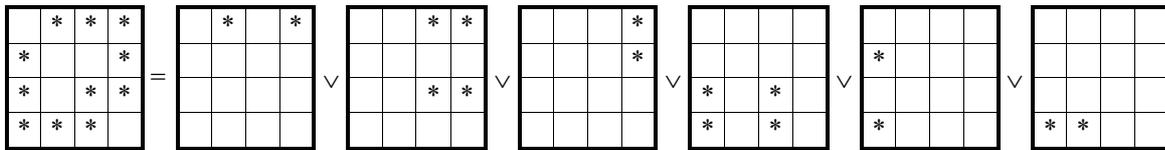
$$M_{7x} = f_{1x}f_{2x} \vee f_1f_{2x} \vee f_1f_2f_{1x}$$



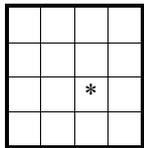
$$M_{8x} = f_{1x}f_{2x} \vee f_1f_{2x} \vee f_1f_2f_{1x}$$



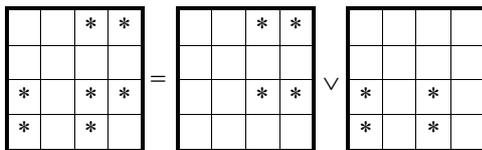
$$M_9 = f_1f_2f_{1x}f_{2x} \vee f_1f_2f_{1x}f_{2x}$$



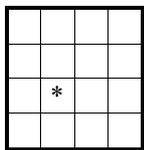
$$M_{10} = f_1f_{1x}f_{2x} \vee f_2f_{1x}f_{2x} \vee f_1f_2f_{2x} \vee f_1f_{2x} \vee f_1f_2f_{1x} \vee f_2f_{1x}f_{2x}$$



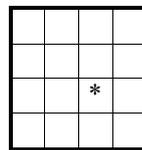
$$M_{11} = f_1f_2f_{1x}f_{2x}$$



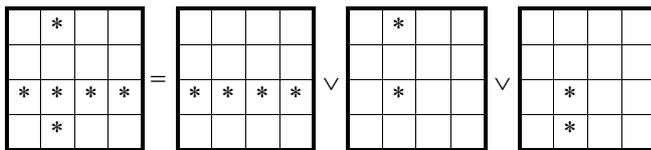
$$M_{12} = f_2f_{1x} \vee f_1f_{2x}$$



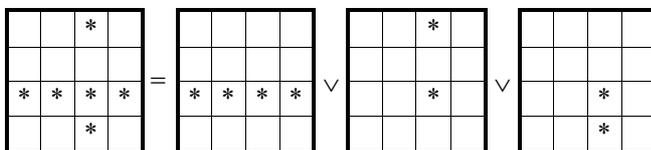
$$M_{9x} = f_1f_2f_{1x}f_{2x}$$



$$M_{10x} = f_1f_2f_{1x}f_{2x}$$



$$M_{11x} = f_{1x}f_{2x} \vee f_1f_2f_{1x} \vee f_1f_2f_{2x}$$



$$M_{12x} = f_{1x}f_{2x} \vee f_1f_2f_{1x} \vee f_1f_2f_{2x}$$

4.3. Многовходовые сумматоры четырехфазного кода

Многофазные коды с числом фаз $m = 4, 8, 16$ и 32 используются в цифровых конверторах напряжения [1], где напряжение постоянного тока по входным цифровым сигналам преобразуется в напряжения постоянного тока с многофазной широтно-импульсной модуляцией (ШИМ). Фазность такой ШИМ равна $2m$ [12]. С повышением фазности кода возрастают возможности исправления некоторых одиночных ошибок, двойных ошибок и т.д., используя определенную структуру кода, а при добавлении к нему контрольных сигналов из трех разрядов можно исправлять, например, все одиночные ошибки, как это представлено в предыдущем разделе.

В четырехфазном коде его информационная часть (рис. 4.6) кодирует цифры $0 = \underline{a_1a_4}$, $1 = a_1\underline{a_2}$, $2 = a_2\underline{a_3}$, $3 = a_3\underline{a_4}$, $4 = a_1a_4$, $5 = \underline{a_1}a_2$, $6 = \underline{a_2}a_3$, $7 = \underline{a_3}a_4$.

На рис. 4.6 под этими восемью цифрами представлены соответственно их кодовые комбинации. Эти кодовые комбинации определяют размещение цифр $0, \dots, 7$ в пространстве с координатами кодовых комбинаций.

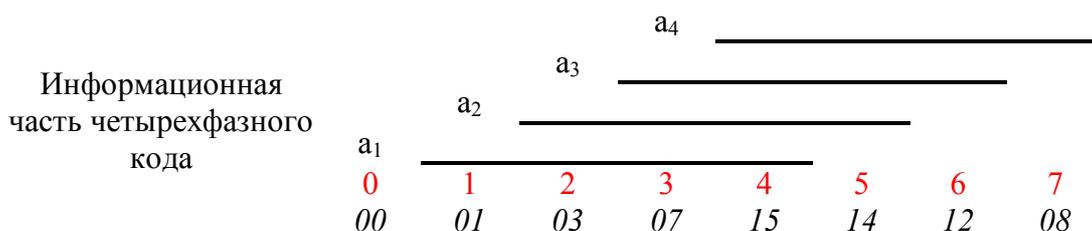


Рис. 4.6

Для работы в пространстве с цифровыми координатами, которое меньше по числу ячеек при кодовых комбинациях в этих координатах, необходимо выбрать контрольные сигналы с геометрическим определением цифр, как это имело место в предыдущем разделе для трехфазного кода. Именно такой код представлен на рис. 4.7, где четыре контрольные цифры $0 = \underline{a_1}a_3$, $1 = a_1\underline{a_2}$, $3 = a_1a_3$, $5 = \underline{a_2}a_3$ определяются логическим произведением только двух сигналов так же, как это имеет место в информационной части кода.

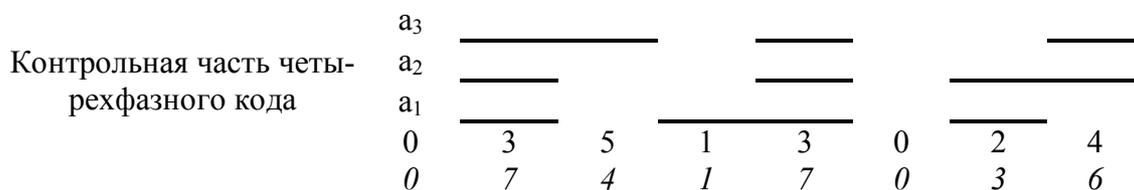


Рис. 4.7

Ход дальнейшего синтеза пятивходового сумматора полностью совпадает с предыдущим трехфазным вариантом и может быть выполнен читателем самостоятельно. Однако здесь возникает вопрос практической целесообразности такого решения. Задача построения полностью резервированного быстродействующего многовходового сумматора – а именно такие устройства

при исправлении, например, всех одиночных ошибок будут такими, что обрыв или короткое замыкание в каждом разряде информационной или контрольной части кода не повлияет на работу системы. Однако затраты оборудования для достижения одновременно быстродействия и резервирования системы с увеличением числа фаз будут возрастать. Поскольку опыт применения современных компьютерных систем убеждает в том, что интегральная технология уменьшает интенсивность катастрофических отказов элементов, но не уменьшает интенсивности случайных сбоев, то, если нет специальных требований на резервирование систем, можно, при использовании многофазных кодов, ограничиться только информационной частью кода. Это оправдывается также тем, что все многофазные коды, а их число равно $(2m)!$ (факториал), позволяют исправлять определенное число ошибок непосредственно в информационной части кода с минимальными аппаратными затратами оборудования.

Для получения геометрического образа логической функции f_1 обратимся к многомерным таблицам результата суммирования разряда основания системы счисления $n = 8$, которые приведены в файлах $|F \text{ лист } 0e|, \dots, |F \text{ лист } 7e|$ папки $|F(A + B + C + D + E)|$ прил. 1 главы 3, и выполним замену в ячейках многомерного пространства цифр 1, 2, 3, 4 на звездочки (*) и удалим остальные цифры. Для формирования геометрического образа логической функции f_2 в этих же таблицах производится замена цифр 2, 3, 4, 5 на звездочки (*) и удаление всех остальных цифр; для логической функции f_3 – замена цифр 3, 4, 5, 6 на звездочки (*) и удаление остальных цифр; для логической функции f_4 – замена цифр 4, 4, 6, 7 на звездочки (*) и удаление остальных цифр.

Результаты таких замен представлены для функции f_1 в файлах $|чет f1 \text{ «лист» } 0e|, \dots, |чет f1 \text{ «лист» } 7e|$; для функции f_2 такая замена отражена в файлах $|чет f2 \text{ «лист» } 0e|, \dots, |чет f2 \text{ «лист» } 7e|$; для функции f_3 – в файлах $|чет f3 \text{ «лист» } 0e|, \dots, |чет f3 \text{ «лист» } 7e|$; для функции f_4 – в файлах $|чет f4 \text{ «лист» } 0e|, \dots, |чет f4 \text{ «лист» } 7e|$. Все эти файлы размещены соответственно в папках $|чет f1 \text{ главы } 4|, |чет f2 \text{ главы } 4|, |чет f3 \text{ главы } 4|, |чет f4 \text{ главы } 4|$ прил. 3 этой главы

Аналогично для формирования геометрического образа логической функции p_1 обратимся к многомерным таблицам результата суммирования разряда основания системы счисления $n = 8$, которые приведены в файлах $|P \text{ лист } 0e|, \dots, |P \text{ лист } 7e|$ папки $|P(A + B + + C + D + E)|$ прил. 1 гл. 3, и выполним замену в ячейках многомерного пространства цифр 1, 2, 3, 4 на звездочки (*) и удалим все остальные цифры. Для геометрического образа логической функции p_2 в этих же таблицах производится замена цифр 2, 3, 4, 5 на звездочки (*) и удаление всех остальных цифр; для логической функции p_3 – замена цифр 3, 4, 5, 6 на звездочки (*) и удаление остальных цифр; для логической функции p_4 – замена цифр 4, 4, 6, 7 на звездочки (*) и удаление остальных цифр.

Результаты таких замен приведены для функции p_1 в файлах |чет p_1 «лист» $0e$ |, ..., |чет p_1 «лист» $7e$ |; для функции p_2 такая замена отражена в файлах |чет p_2 «лист» $0e$ |, ..., |чет p_2 «лист» $7e$ |; для функции p_3 – в файлах |чет p_3 «лист» $0e$ |, ..., |чет p_3 «лист» $7e$ |; для функции p_4 – в файлах |чет p_4 «лист» $0e$ |, ..., |чет p_4 «лист» $7e$ |. Все эти файлы размещены соответственно в папках |чет p_1 главы 4|, |чет p_2 главы 4|, |чет p_3 главы 4|, |чет p_4 главы 4| прил. 3 этой главы

Геометрические образы функций f_1, f_2, f_3, f_4 представлены в этих файлах соответственно множествами $\{f_1, 0e\}, \dots, \{f_1, 7e\}, \{f_2, 0e\}, \dots, \{f_2, 7e\}, \{f_3, 0e\}, \dots, \{f_3, 7e\}, \{f_4, 0e\}, \dots, \{f_4, 7e\}$ в многомерном пространстве координат $S(c_1, c_2, c_3, c_4), D(d_1, d_2, d_3, d_4)$ и содержатся в файле |(f1 f2 f3 f4)| папки |приложение 3 главы 4|.

Эти множества состоят из подмножеств $u_1, u_2, u_3, u_4, \underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3, \underline{u}_4$ в цифрах координат $00, \dots, 07$ сигналов операнд $A(a_1, a_2, a_3, a_4), B(b_1, b_2, b_3, b_4)$. Подмножества $u_1, \dots, u_4, \underline{u}_1, \dots, \underline{u}_4$ в свою очередь являются элементами множеств v_1, \dots, v_8 в многомерном пространстве $00, \dots, 07$ сигналов операнд $S(c_1, c_2, c_3, c_4), D(d_1, d_2, d_3, d_4)$. Все эти подмножества являются в своих группах независимыми: $u_1 \not\subset u_2 \not\subset u_3 \not\subset u_4 \not\subset \underline{u}_1 \not\subset \underline{u}_2 \not\subset \underline{u}_3 \not\subset \underline{u}_4; v_1 \not\subset v_2, v_3 \not\subset v_4 \not\subset v_5 \not\subset v_6, v_7 \not\subset v_8$.

Геометрические образы подмножеств $u_1, u_2, u_3, u_4, \underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3, \underline{u}_4$ и их логические эквиваленты приведены в файле |(u1 u2 ...)| папки |приложение 3 главы 4|, а геометрические образы подмножеств v_1, \dots, v_8 и их логические эквиваленты – в файле |(v1 v2 ...)| этой же папки.

В соответствии с этими зависимостями определяются логические выражения функций f_1, f_2, f_3, f_4 :

$$f_1 = u_1 v_1 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_2 v_2 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_3 v_3 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_4 v_4 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_1 v_5 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_2 v_6 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_3 v_7 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_4 v_8 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \\ \vee u_2 v_1 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_3 v_2 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_4 v_3 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_1 v_4 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_2 v_5 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_3 v_6 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_4 v_7 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_1 v_8 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \\ \vee u_3 v_1 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_4 v_2 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_1 v_3 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_2 v_4 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_3 v_5 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_4 v_6 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_1 v_7 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_2 v_8 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \\ \vee u_4 v_1 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_1 v_2 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_2 v_3 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_3 v_4 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_4 v_5 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_1 v_6 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_2 v_7 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_3 v_8 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \\ \vee \underline{u}_1 v_1 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_2 v_2 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_3 v_3 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_4 v_4 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_1 v_5 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_2 v_6 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_3 v_7 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_4 v_8 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \\ \vee \underline{u}_2 v_1 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_3 v_2 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_4 v_3 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_1 v_4 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_2 v_5 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_3 v_6 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_4 v_7 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_1 v_8 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \\ \vee \underline{u}_3 v_1 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_4 v_2 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_1 v_3 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_2 v_4 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_3 v_5 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_4 v_6 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_1 v_7 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_2 v_8 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \\ \vee \underline{u}_4 v_1 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_1 v_2 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_2 v_3 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_3 v_4 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_4 v_5 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_1 v_6 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_2 v_7 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_3 v_8 \underline{e}_3 \underline{e}_4,$$

$$f_2 = \underline{u}_4 v_1 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_1 v_2 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_2 v_3 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_3 v_4 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_4 v_5 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_1 v_6 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_2 v_7 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_3 v_8 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \\ \vee u_1 v_1 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_2 v_2 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_3 v_3 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_4 v_4 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_1 v_5 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_2 v_6 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_3 v_7 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_4 v_8 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \\ \vee u_2 v_1 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_3 v_2 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_4 v_3 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_1 v_4 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_2 v_5 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_3 v_6 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_4 v_7 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_1 v_8 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \\ \vee u_3 v_1 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_4 v_2 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_1 v_3 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_2 v_4 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_3 v_5 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_4 v_6 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_1 v_7 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_2 v_8 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \\ \vee u_4 v_1 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_1 v_2 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_2 v_3 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_3 v_4 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_4 v_5 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_1 v_6 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_2 v_7 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee u_3 v_8 \underline{e}_1 \underline{e}_4 \vee \\ \vee \underline{u}_1 v_1 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_2 v_2 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_3 v_3 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \underline{u}_4 v_4 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_1 v_5 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_2 v_6 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_3 v_7 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee u_4 v_8 \underline{e}_1 \underline{e}_2 \vee \\ \vee \underline{u}_2 v_1 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_3 v_2 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_4 v_3 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_1 v_4 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_2 v_5 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_3 v_6 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee u_4 v_7 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \underline{u}_1 v_8 \underline{e}_2 \underline{e}_3 \vee \\ \vee \underline{u}_3 v_1 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_4 v_2 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_1 v_3 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_2 v_4 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_3 v_5 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee u_4 v_6 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_1 v_7 \underline{e}_3 \underline{e}_4 \vee \underline{u}_2 v_8 \underline{e}_3 \underline{e}_4,$$

Подмножества $u_5, \dots, u_{12}, *$ определяются следующими вхождениями: $u_5 \subset u_6 \subset u_7 \subset u_8 \subset u_9 \subset u_{10} \subset u_{11} \subset u_{12} \subset *$, что задает взаимное вхождение множеств $\{p_1, 0_e\}, \dots, \{p_1, 7_e\}$:

$$\{p_1, 0_e\} \subset \{p_1, 1_e\} \subset \{p_1, 2_e\} \subset \{p_1, 3_e\} \subset \{p_1, 4_e\} \subset \{p_1, 5_e\} \subset \{p_1, 6_e\} \subset \{p_1, 7_e\}.$$

Тогда геометрический образ и логическая функция будут определяться соответственно следующими выражениями:

$$p_1 = \{p_1, 0_e\} \vee \{p_1, 1_e\}e_1 \vee \{p_1, 2_e\}e_2 \vee \{p_1, 3_e\}e_3 \vee \{p_1, 4_e\}e_4 \vee \{p_1, 5_e\}e_1e_2 \vee \{p_1, 6_e\}e_2e_3 \vee \{p_1, 7_e\}e_3e_4, \quad (4.6)$$

где подмножества $\{p_1, 0_e\}, \dots, \{p_1, 7_e\}$ приведены на рис. 4.8.

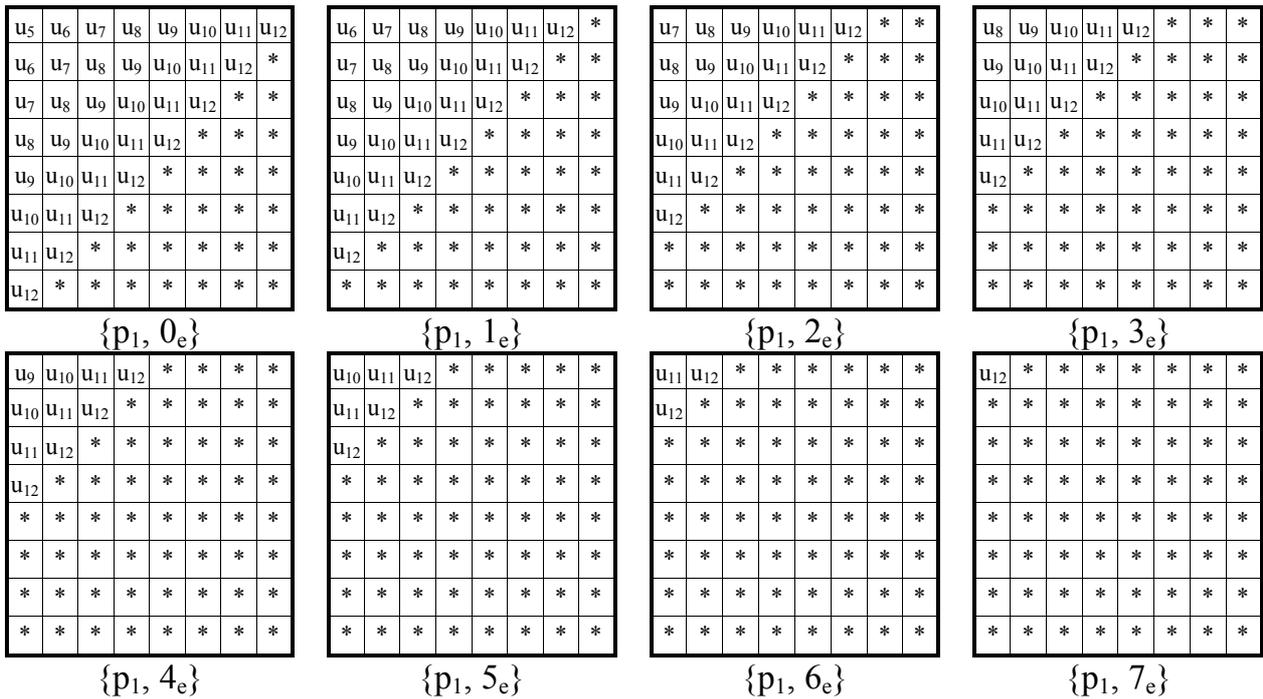


Рис. 4.8

$$p_1 = u_5 \vee u_6c_1 \vee u_6d_1 \vee u_7c_2 \vee u_7d_2 \vee u_7c_1d_1 \vee u_8c_3 \vee u_8d_3 \vee u_8c_2d_1 \vee u_8d_2c_1 \vee u_9c_4 \vee u_9d_4 \vee u_9c_3d_1 \vee u_9d_3c_1 \vee u_9c_2d_2 \vee u_{10}c_1c_4 \vee u_{10}d_1d_4 \vee u_{10}c_4d_1 \vee u_{10}d_4c_1 \vee u_{10}c_3d_2 \vee u_{10}d_3c_2 \vee u_{11}c_2c_4 \vee u_{11}d_2d_4 \vee u_{11}c_1c_4d_1 \vee u_{11}d_1d_4c_1 \vee u_{11}c_4d_2 \vee u_{11}d_4c_2 \vee u_{11}c_3d_3 \vee u_{12}c_3c_4 \vee u_{12}d_3d_4 \vee u_{12}c_2c_4d_1 \vee u_{12}d_2d_4c_1 \vee u_{12}c_1c_4d_2 \vee u_{12}d_1d_4c_2 \vee u_{12}c_4d_3 \vee u_{12}d_4c_3 \vee c_3c_4d_1 \vee d_3d_4c_1 \vee c_2c_4d_2 \vee d_2d_4c_2 \vee c_1c_4d_3 \vee d_1d_4d_3 \vee c_4d_4 \vee u_6e_1 \vee u_7c_1e_1 \vee u_7d_1e_1 \vee u_8c_2e_1 \vee u_8d_2e_1 \vee u_8c_1d_1e_1 \vee u_9c_3e_1 \vee u_9d_3e_1 \vee u_9c_2d_1e_1 \vee u_9d_2c_1e_1 \vee u_{10}c_4e_1 \vee u_{10}d_4e_1 \vee u_{10}c_3d_1e_1 \vee u_{10}d_3c_1e_1 \vee u_{10}c_2d_2e_1 \vee u_{11}c_1c_4e_1 \vee u_{11}d_1d_4e_1 \vee u_{11}c_4d_1e_1 \vee u_{11}d_4c_1e_1 \vee u_{11}c_3d_2e_1 \vee u_{11}d_3c_2e_1 \vee u_{12}c_2c_4e_1 \vee u_{12}d_2d_4e_1 \vee u_{12}c_1c_4d_1e_1 \vee u_{12}d_1d_4c_1e_1 \vee u_{12}c_4d_2e_1 \vee u_{12}d_4c_2e_1 \vee u_{12}c_3d_3e_1 \vee u_{12}d_3d_3e_1 \vee c_3c_4e_1 \vee d_3d_4e_1 \vee c_2c_4d_1e_1 \vee d_2d_4c_1e_1 \vee c_1c_4d_2e_1 \vee d_1d_4c_2e_1 \vee c_4d_3e_1 \vee d_4c_3e_1 \vee u_7e_2 \vee u_8c_1e_2 \vee u_8d_1e_2 \vee u_9c_2e_2 \vee u_9d_2e_2 \vee u_9c_1d_1e_2 \vee u_{10}c_3e_2 \vee u_{10}d_3e_2 \vee u_{10}c_2d_1e_2 \vee u_{10}d_2c_1e_2 \vee u_{11}c_4e_2 \vee u_{11}d_4e_2 \vee u_{11}c_3d_1e_2 \vee u_{11}d_3c_1e_2 \vee u_{11}c_2d_2e_2 \vee u_{12}c_1c_4e_2 \vee u_{12}d_1d_4e_2 \vee u_{12}c_4d_1e_2 \vee u_{12}d_4c_1e_2 \vee u_{12}c_3d_2e_2 \vee u_{12}d_3c_2e_2 \vee c_2c_4e_2 \vee d_2d_4e_2 \vee c_1c_4d_1e_2 \vee d_1d_4c_1e_2 \vee c_4d_2e_2 \vee d_4c_2e_2 \vee c_3d_3e_2 \vee u_8e_3 \vee u_9c_1e_3 \vee u_9d_1e_3 \vee u_{10}c_2e_3 \vee u_{10}d_2e_3 \vee u_{10}c_1d_1e_3 \vee u_{11}c_3e_3 \vee u_{11}d_3e_3 \vee$$

$$\begin{aligned}
& \vee u_{11}c_2d_1e_3 \vee u_{11}d_2c_1e_3 \vee u_{12}c_4e_3 \vee u_{12}d_4e_3 \vee u_{12}c_3d_1e_3 \vee u_{12}d_3c_1e_3 \vee u_{12}c_2d_2e_3 \vee \\
& \vee \underline{c}_1c_4e_3 \vee \underline{d}_1d_4e_3 \vee c_4d_1e_3 \vee d_4c_1e_3 \vee c_3d_2e_3 \vee d_3c_2e_3 \vee \\
& \vee u_9e_1e_4 \vee u_{10}c_1e_1e_4 \vee u_{10}d_1e_1e_4 \vee u_{11}c_2e_1e_4 \vee u_{11}d_2e_1e_4 \vee u_{11}c_1d_1e_1e_4 \vee \\
& \vee u_{12}c_3e_1e_4 \vee u_{12}d_3e_1e_4 \vee u_{12}c_2d_1e_1e_4 \vee u_{12}d_2c_1e_1e_4 \vee c_4e_1e_4 \vee d_4e_1e_4 \vee c_3d_1e_1e_4 \vee \\
& \vee d_3c_1e_1e_4 \vee c_2d_2e_1e_4 \vee \\
& \vee u_{10}\underline{e}_1e_2 \vee u_{11}c_1\underline{e}_1e_2 \vee u_{11}d_1\underline{e}_1e_2 \vee u_{12}c_2\underline{e}_1e_2 \vee u_{12}d_2\underline{e}_1e_2 \vee u_{12}c_1d_1\underline{e}_1e_2 \vee c_4\underline{e}_1e_2 \vee \\
& \vee d_4\underline{e}_1e_2 \vee c_3\underline{e}_1e_2 \vee d_3\underline{e}_1e_2 \vee c_2d_1\underline{e}_1e_2 \vee d_2c_1\underline{e}_1e_2 \vee \\
& \vee u_{11}\underline{e}_2e_3 \vee u_{12}c_1\underline{e}_2e_3 \vee u_{12}d_1\underline{e}_2e_3 \vee c_4\underline{e}_2e_3 \vee d_4\underline{e}_2e_3 \vee c_2\underline{e}_2e_3 \vee d_2\underline{e}_2e_3 \vee c_1d_1\underline{e}_2e_3 \vee \\
& \vee u_{12}\underline{e}_2e_3 \vee c_4\underline{e}_2e_3 \vee d_4\underline{e}_2e_3 \vee c_1\underline{e}_2e_3 \vee d_1\underline{e}_2e_3.
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Геометрический образ функции p_2 определяется геометрическими множествами $\{p_2, 0_e\}, \dots, \{p_2, 7_e\}$, которые состоят из геометрических подмножеств u_5, \dots, u_{18} , * в цифрах 00, ..., 07 координат сигналов операнд $A(a_1, a_2, a_3, a_4)$, $B(b_1, b_2, b_3, b_4)$.

Подмножества u_5, \dots, u_{18} , * определяются следующими вхождениями: $u_5 \subset u_6 \subset u_7 \subset u_8 \subset u_9 \subset u_{10} \subset u_{11} \subset u_{12} \subset u_{13} \subset u_{14} \subset u_{15} \subset u_{16} \subset u_{17} \subset u_{18} \subset *$, что задает взаимное вхождение множеств $\{p_2, 0_e\}, \dots, \{p_2, 7_e\}$:

$$\{p_2, 0_e\} \subset \{p_2, 1_e\} \subset \{p_2, 2_e\} \subset \{p_2, 3_e\} \subset \{p_2, 4_e\} \subset \{p_2, 5_e\} \subset \{p_2, 6_e\} \subset \{p_2, 7_e\}.$$

Тогда геометрический образ и логическая функция будут определяться соответственно следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
p_2 = & \{p_2, 0_e\} \vee \{p_2, 1_e\}e_1 \vee \{p_2, 2_e\}e_2 \vee \{p_2, 3_e\}e_3 \vee \{p_2, 4_e\}e_4 \vee \{p_2, 5_e\}\underline{e}_1e_2 \vee \\
& \vee \{p_2, 6_e\}\underline{e}_2e_3 \vee \{p_2, 7_e\}\underline{e}_3e_4,
\end{aligned} \tag{4.8}$$

где подмножества $\{p_2, 0_e\}, \dots, \{p_2, 7_e\}$ приведены на рис. 4.9.

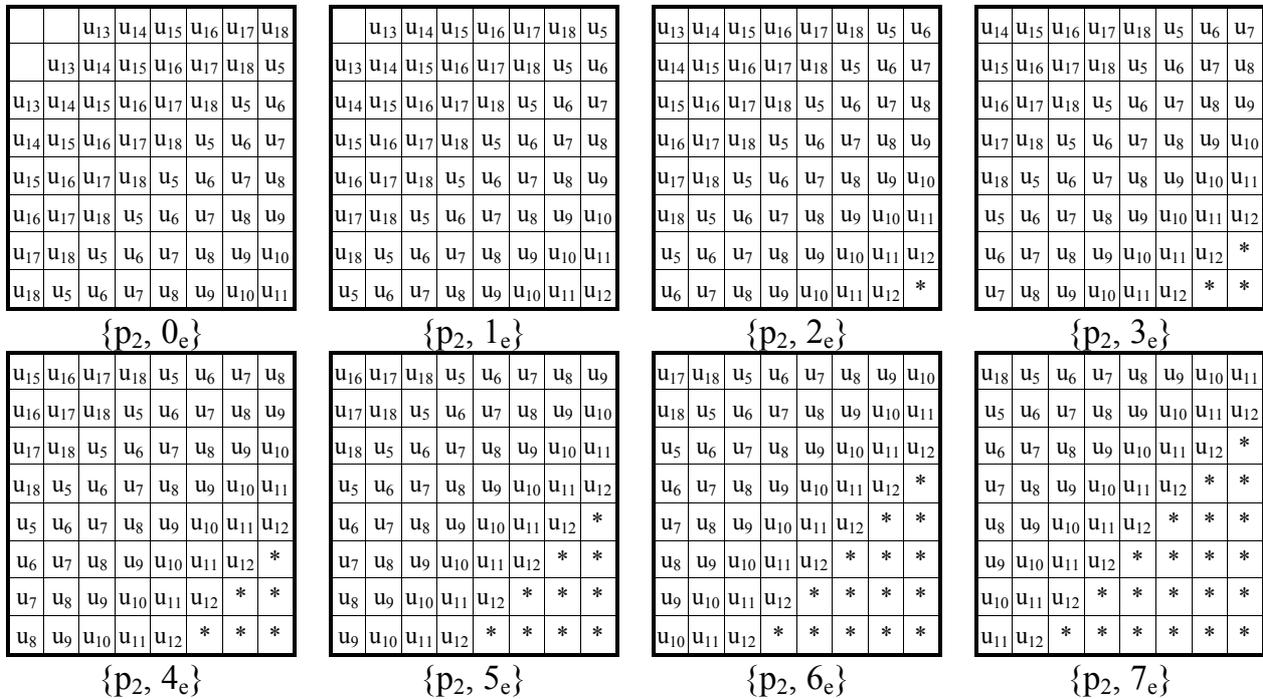


Рис. 4.9

$$\begin{aligned}
p_2 = & u_{13}c_2 \vee u_{13}d_2 \vee u_{13}c_1d_1 \vee u_{14}c_3 \vee u_{14}d_3 \vee u_{14}c_2d_1 \vee u_{14}d_2c_1 \vee u_{15}c_4 \vee u_{15}d_4 \vee \\
& \vee u_{15}c_3d_1 \vee u_{15}d_3c_1 \vee u_{15}c_2d_2 \vee u_{16}\underline{c}_1c_4 \vee u_{16}\underline{d}_1d_4 \vee u_{16}c_4d_1 \vee u_{16}d_4c_1 \vee u_{16}c_3d_2 \vee \\
& \vee u_{16}d_3c_2 \vee u_{17}\underline{c}_2c_4 \vee u_{17}\underline{d}_2d_4 \vee u_{17}\underline{c}_1c_4d_1 \vee u_{17}\underline{d}_1d_4c_1 \vee u_{17}c_4d_2 \vee u_{17}d_4c_2 \vee u_{17}c_3d_3 \vee \\
& \vee u_{18}\underline{c}_3c_4 \vee u_{18}\underline{d}_3d_4 \vee u_{18}\underline{c}_2c_4d_1 \vee u_{18}\underline{d}_2d_4c_1 \vee u_{18}\underline{c}_1c_4d_2 \vee u_{18}\underline{d}_1d_4c_2 \vee u_{18}c_4d_3 \vee
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \vee u_{18}d_4c_3 \vee u_5c_3c_4d_1 \vee u_5d_3d_4c_1 \vee u_5c_2c_4d_2 \vee u_5d_2d_4c_2 \vee u_5c_1c_4d_3 \vee u_5d_1d_4d_3 \vee \\
& \vee u_5c_4d_4 \vee u_6c_3c_4d_2 \vee u_6d_3d_4c_2 \vee u_6c_2c_4d_3 \vee u_6d_2d_4c_3 \vee u_6c_1c_4d_4 \vee u_6d_1d_4c_4 \vee \\
& \vee u_7c_3c_4d_3 \vee u_7d_3d_4c_3 \vee u_7c_2c_4d_4 \vee u_7d_2d_4c_4 \vee u_7c_1c_4d_1d_4 \vee u_8c_3c_4d_4 \vee u_8d_3d_4c_4 \vee \\
& \vee u_8c_2c_4d_1d_4 \vee u_8d_2d_4c_1c_4 \vee u_9c_3c_4d_1d_4 \vee u_9d_3d_4c_1c_4 \vee u_9c_2c_4d_2d_4 \vee u_{10}c_3c_4d_2d_4 \vee \\
& \vee u_{10}d_3d_4c_2c_4 \vee u_{11}c_3c_4d_3d_4 \vee \\
& \vee u_{13}c_1e_1 \vee u_{13}d_1e_1 \vee u_{14}c_2e_1 \vee u_{14}d_2e_1 \vee u_{14}c_1d_1e_1 \vee u_{15}c_3e_1 \vee u_{15}d_3e_1 \vee \\
& \vee u_{15}c_2d_1e_1 \vee u_{15}d_2c_1e_1 \vee u_{16}c_4e_1 \vee u_{16}d_4e_1 \vee u_{16}c_3d_1e_1 \vee u_{16}d_3c_1e_1 \vee u_{16}c_2d_2e_1 \vee \\
& \vee u_{17}c_1c_4e_1 \vee u_{17}d_1d_4e_1 \vee u_{17}c_4d_1e_1 \vee u_{17}d_4c_1e_1 \vee u_{17}c_3d_2e_1 \vee u_{17}d_3c_2e_1 \vee \\
& \vee u_{18}c_2c_4e_1 \vee u_{18}d_2d_4e_1 \vee u_{18}c_1c_4d_1e_1 \vee u_{18}d_1d_4c_1e_1 \vee u_{18}c_4d_2e_1 \vee u_{18}d_4c_2e_1 \vee \\
& \vee u_{18}c_3d_3e_1 \vee u_5c_3c_4e_1 \vee u_5d_3d_4e_1 \vee u_5c_2c_4d_1e_1 \vee u_5d_2d_4c_1e_1 \vee u_5c_1c_4d_2e_1 \vee \\
& \vee u_5d_1d_4c_2e_1 \vee u_5c_4d_3e_1 \vee u_5d_4c_3e_1 \vee u_6c_3c_4d_1e_1 \vee u_6d_3d_4c_1e_1 \vee u_6c_2c_4d_2e_1 \vee \\
& \vee u_6d_2d_4c_2e_1 \vee u_6c_1c_4d_3e_1 \vee u_6d_1d_4d_3e_1 \vee u_6c_4d_4e_1 \vee u_7c_3c_4d_2e_1 \vee u_7d_3d_4c_2e_1 \vee \\
& \vee u_7c_2c_4d_3e_1 \vee u_7d_2d_4c_3e_1 \vee u_7c_1c_4d_4e_1 \vee u_7d_1d_4c_4e_1 \vee u_8c_3c_4d_3e_1 \vee u_8d_3d_4c_3e_1 \vee \\
& \vee u_8c_2c_4d_4e_1 \vee u_8d_2d_4c_4e_1 \vee u_8c_1c_4d_1d_4e_1 \vee u_9c_3c_4d_4e_1 \vee u_9d_3d_4c_4e_1 \vee \\
& \vee u_9c_2c_4d_1d_4e_1 \vee u_9d_2d_4c_1c_4e_1 \vee u_{10}c_3c_4d_1d_4e_1 \vee u_{10}d_3d_4c_1c_4e_1 \vee u_{10}c_2c_4d_2d_4e_1 \vee \\
& \vee u_{11}c_3c_4d_2d_4e_1 \vee u_{11}d_3d_4c_2c_4e_1 \vee u_{12}c_3c_4d_3d_4e_1 \vee \\
& \vee u_{13}e_2 \vee u_{14}c_1e_2 \vee u_{14}d_1e_2 \vee u_{15}c_2e_2 \vee u_{15}d_2e_2 \vee u_{15}c_1d_1e_2 \vee u_{16}c_3e_2 \vee u_{16}d_3e_2 \vee \\
& \vee u_{16}c_2d_1e_2 \vee u_{16}d_2c_1e_2 \vee u_{17}c_4e_2 \vee u_{17}d_4e_2 \vee u_{17}c_3d_1e_2 \vee u_{17}d_3c_1e_2 \vee u_{17}c_2d_2e_2 \vee \\
& \vee u_{18}c_1c_4e_2 \vee u_{18}d_1d_4e_2 \vee u_{18}c_4d_1e_2 \vee u_{18}d_4c_1e_2 \vee u_{18}c_3d_2e_2 \vee u_{18}d_3c_2e_2 \vee \\
& \vee u_5c_2c_4e_2 \vee u_5d_2d_4e_2 \vee u_5c_1c_4d_1e_2 \vee u_5d_1d_4c_1e_2 \vee u_5c_4d_2e_2 \vee u_5d_4c_2e_2 \vee \\
& \vee u_5c_3d_3e_2 \vee u_6c_3c_4e_2 \vee u_6d_3d_4e_2 \vee u_6c_2c_4d_1e_2 \vee u_6d_2d_4c_1e_2 \vee u_6c_1c_4d_2e_2 \vee \\
& \vee u_6d_1d_4c_2e_2 \vee u_6c_4d_3e_2 \vee u_6d_4c_3e_2 \vee u_7c_3c_4d_1e_2 \vee u_7d_3d_4c_1e_2 \vee u_7c_2c_4d_2e_2 \vee \\
& \vee u_7d_2d_4c_2e_2 \vee u_7c_1c_4d_3e_2 \vee u_7d_1d_4d_3e_2 \vee u_7c_4d_4e_2 \vee u_8c_3c_4d_2e_2 \vee u_8d_3d_4c_2e_2 \vee \\
& \vee u_8c_2c_4d_3e_2 \vee u_8d_2d_4c_3e_2 \vee u_8c_1c_4d_4e_2 \vee u_8d_1d_4c_4e_2 \vee u_9c_3c_4d_3e_2 \vee u_9d_3d_4c_3e_2 \vee \\
& \vee u_9c_2c_4d_4e_2 \vee u_9d_2d_4c_4e_2 \vee u_9c_1c_4d_1d_4e_2 \vee u_{10}c_3c_4d_4e_2 \vee u_{10}d_3d_4c_4e_2 \vee \\
& \vee u_{10}c_2c_4d_1d_4e_2 \vee u_{10}d_2d_4c_1c_4e_2 \vee u_{11}c_3c_4d_1d_4e_2 \vee u_{11}d_3d_4c_1c_4e_2 \vee u_{11}c_2c_4d_2d_4e_2 \vee \\
& \vee u_{12}c_3c_4d_2d_4e_2 \vee u_{12}d_3d_4c_2c_4e_2 \vee c_3c_4d_3d_4e_2 \vee \\
& \vee u_{14}e_3 \vee u_{15}c_1e_3 \vee u_{15}d_1e_3 \vee u_{16}c_2e_3 \vee u_{16}d_2e_3 \vee u_{16}c_1d_1e_3 \vee u_{17}c_3e_3 \vee u_{17}d_3e_3 \vee \\
& \vee u_{17}c_2d_1e_3 \vee u_{17}d_2c_1e_3 \vee u_{18}c_4e_3 \vee u_{18}d_4e_3 \vee u_{18}c_3d_1e_3 \vee u_{18}d_3c_1e_3 \vee u_{18}c_2d_2e_3 \vee \\
& \vee u_5c_1c_4e_3 \vee u_5d_1d_4e_3 \vee u_5c_4d_1e_3 \vee u_5d_4c_1e_3 \vee u_5c_3d_2e_3 \vee u_5d_3c_2e_3 \vee u_6c_2c_4e_3 \vee \\
& \vee u_6d_2d_4e_3 \vee u_6c_1c_4d_1e_3 \vee u_6d_1d_4c_1e_3 \vee u_6c_4d_2e_3 \vee u_6d_4c_2e_3 \vee u_6c_3d_3e_3 \vee \\
& \vee u_7c_3c_4e_3 \vee u_7d_3d_4e_3 \vee u_7c_2c_4d_1e_3 \vee u_7d_2d_4c_1e_3 \vee u_7c_1c_4d_2e_3 \vee u_7d_1d_4c_2e_3 \vee \\
& \vee u_7c_4d_3e_3 \vee u_7d_4c_3e_3 \vee u_8c_3c_4d_1e_3 \vee u_8d_3d_4c_1e_3 \vee u_8c_2c_4d_2e_3 \vee u_8d_2d_4c_2e_3 \vee \\
& \vee u_8c_1c_4d_3e_3 \vee u_8d_1d_4d_3e_3 \vee u_8c_4d_4e_3 \vee u_9c_3c_4d_2e_3 \vee u_9d_3d_4c_2e_3 \vee u_9c_2c_4d_3e_3 \vee \\
& \vee u_9d_2d_4c_3e_3 \vee u_9c_1c_4d_4e_3 \vee u_9d_1d_4c_4e_3 \vee u_{10}c_3c_4d_3e_3 \vee u_{10}d_3d_4c_3e_3 \vee u_{10}c_2c_4d_4e_3 \vee \\
& \vee u_{10}d_2d_4c_4e_3 \vee u_{10}c_1c_4d_1d_4e_3 \vee u_{11}c_3c_4d_4e_3 \vee u_{11}d_3d_4c_4e_3 \vee u_{11}c_2c_4d_1d_4e_3 \vee \\
& \vee u_{11}d_2d_4c_1c_4e_3 \vee u_{12}c_3c_4d_1d_4e_3 \vee u_{12}d_3d_4c_1c_4e_3 \vee u_{12}c_2c_4d_2d_4e_3 \vee c_3c_4d_2d_4e_3 \vee \\
& \vee d_3d_4c_2c_4e_3 \vee \\
& \vee u_{15}e_1e_4 \vee u_{16}c_1e_1e_4 \vee u_{16}d_1e_1e_4 \vee u_{17}c_2e_1e_4 \vee u_{17}d_2e_1e_4 \vee u_{17}c_1d_1e_1e_4 \vee \\
& \vee u_{18}c_3e_1e_4 \vee u_{18}d_3e_1e_4 \vee u_{18}c_2d_1e_1e_4 \vee u_{18}d_2c_1e_1e_4 \vee u_5c_4e_1e_4 \vee u_5d_4e_1e_4 \vee \\
& \vee u_5c_3d_1e_1e_4 \vee u_5d_3c_1e_1e_4 \vee u_5c_2d_2e_1e_4 \vee u_6c_1c_4e_1e_4 \vee u_6d_1d_4e_1e_4 \vee u_6c_4d_1e_1e_4 \vee \\
& \vee u_6d_4c_1e_1e_4 \vee u_6c_3d_2e_1e_4 \vee u_6d_3c_2e_1e_4 \vee u_7c_2c_4e_1e_4 \vee u_7d_2d_4e_1e_4 \vee u_7c_1c_4d_1e_1e_4 \vee \\
& \vee u_7d_1d_4c_1e_1e_4 \vee u_7c_4d_2e_1e_4 \vee u_7d_4c_2e_1e_4 \vee u_7c_3d_3e_1e_4 \vee u_8c_3c_4e_1e_4 \vee u_8d_3d_4e_1e_4 \vee \\
& \vee u_8c_2c_4d_1e_1e_4 \vee u_8d_2d_4c_1e_1e_4 \vee u_8c_1c_4d_2e_1e_4 \vee u_8d_1d_4c_2e_1e_4 \vee u_8c_4d_3e_1e_4 \vee
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \vee u_8 d_4 c_3 e_1 e_4 \vee u_9 c_3 c_4 d_1 e_1 e_4 \vee u_9 d_3 d_4 c_1 e_1 e_4 \vee u_9 c_2 c_4 d_2 e_1 e_4 \vee u_9 d_2 d_4 c_2 e_1 e_4 \vee \\
& \vee u_9 c_1 c_4 d_3 e_1 e_4 \vee u_9 d_1 d_4 d_3 e_1 e_4 \vee u_9 c_4 d_4 e_1 e_4 \vee u_{10} c_3 c_4 d_2 e_1 e_4 \vee u_{10} d_3 d_4 c_2 e_1 e_4 \vee \\
& \vee u_{10} c_2 c_4 d_3 e_1 e_4 \vee u_{10} u_{10} d_2 d_4 c_3 e_1 e_4 \vee u_{10} c_1 c_4 d_4 e_1 e_4 \vee u_{10} d_1 d_4 c_4 e_1 e_4 \vee \\
& \vee u_{11} c_3 c_4 d_3 e_1 e_4 \vee u_{11} d_3 d_4 c_3 e_1 e_4 \vee u_{11} c_2 c_4 d_4 e_1 e_4 \vee u_{11} d_2 d_4 c_4 e_1 e_4 \vee u_{11} c_1 c_4 d_1 d_4 e_1 e_4 \vee \\
& \vee u_{12} c_3 c_4 d_4 e_1 e_4 \vee u_{12} d_3 d_4 c_4 e_1 e_4 \vee u_{12} c_2 c_4 d_1 d_4 e_1 e_4 \vee u_{12} d_2 d_4 c_1 c_4 e_1 e_4 \vee \\
& \vee c_3 c_4 d_1 d_4 e_1 e_4 \vee d_3 d_4 c_1 c_4 e_1 e_4 \vee c_2 c_4 d_2 d_4 e_1 e_4 \vee \\
& \vee u_{16} e_1 e_2 \vee u_{17} c_1 e_1 e_2 \vee u_{17} d_1 e_1 e_2 \vee u_{18} c_2 e_1 e_2 \vee u_{18} d_2 e_1 e_2 \vee u_{18} c_1 d_1 \vee u_5 c_3 e_1 e_2 \vee \\
& \vee u_5 d_3 e_1 e_2 \vee u_5 c_2 d_1 e_1 e_2 \vee u_5 d_2 c_1 e_1 e_2 \vee u_6 c_4 e_1 e_2 \vee u_6 d_4 e_1 e_2 \vee u_6 c_3 d_1 e_1 e_2 \vee \\
& \vee u_6 d_3 c_1 e_1 e_2 \vee u_6 c_2 d_2 e_1 e_2 \vee u_7 c_1 c_4 e_1 e_2 \vee u_7 d_1 d_4 e_1 e_2 \vee u_7 c_4 d_1 e_1 e_2 \vee u_7 d_4 c_1 e_1 e_2 \vee \\
& \vee u_7 c_3 d_2 e_1 e_2 \vee u_7 d_3 c_2 e_1 e_2 \vee u_8 c_2 c_4 e_1 e_2 \vee u_8 d_2 d_4 e_1 e_2 \vee u_8 c_1 c_4 d_1 e_1 e_2 \vee \\
& \vee u_8 d_1 d_4 c_1 e_1 e_2 \vee u_8 c_4 d_2 e_1 e_2 \vee u_8 d_4 c_2 e_1 e_2 \vee u_8 c_3 d_3 e_1 e_2 \vee u_9 c_3 c_4 e_1 e_2 \vee u_9 d_3 d_4 e_1 e_2 \vee \\
& \vee u_9 c_2 c_4 d_1 e_1 e_2 \vee u_9 d_2 d_4 c_1 e_1 e_2 \vee u_9 c_1 c_4 d_2 e_1 e_2 \vee u_9 d_1 d_4 c_2 e_1 e_2 \vee u_9 c_4 d_3 e_1 e_2 \vee \\
& \vee u_9 d_4 c_3 e_1 e_2 \vee u_{10} c_3 c_4 d_1 e_1 e_2 \vee u_{10} d_3 d_4 c_1 e_1 e_2 \vee u_{10} c_2 c_4 d_2 e_1 e_2 \vee u_{10} d_2 d_4 c_2 e_1 e_2 \vee \\
& \vee u_{10} c_1 c_4 d_3 e_1 e_2 \vee u_{10} d_1 d_4 d_3 e_1 e_2 \vee u_{10} c_4 d_4 e_1 e_2 \vee u_{11} c_3 c_4 d_2 e_1 e_2 \vee u_{11} d_3 d_4 c_2 e_1 e_2 \vee \\
& \vee u_{11} c_2 c_4 d_3 e_1 e_2 \vee u_{11} d_2 d_4 c_3 e_1 e_2 \vee u_{11} c_1 c_4 d_4 e_1 e_2 \vee u_{11} d_1 d_4 c_4 e_1 e_2 \vee \\
& \vee u_{12} c_3 c_4 d_3 e_1 e_2 \vee u_{12} d_3 d_4 c_3 e_1 e_2 \vee u_{12} c_2 c_4 d_4 e_1 e_2 \vee u_{12} d_2 d_4 c_4 e_1 e_2 \vee u_{12} c_1 c_4 d_1 d_4 e_1 e_2 \vee \\
& \vee c_3 c_4 d_4 e_1 e_2 \vee d_3 d_4 c_4 e_1 e_2 \vee c_2 c_4 d_1 d_4 e_1 e_2 \vee d_2 d_4 c_1 c_4 e_1 e_2 \vee \\
& \vee u_{17} e_2 e_3 \vee u_{18} c_1 e_2 e_3 \vee u_{18} d_1 e_2 e_3 \vee u_5 c_2 e_2 e_3 \vee u_5 d_2 e_2 e_3 \vee u_5 c_1 d_1 e_2 e_3 \vee u_6 c_3 e_2 e_3 \vee \\
& \vee u_6 d_3 e_2 e_3 \vee u_6 c_2 d_1 e_2 e_3 \vee u_6 d_2 c_1 e_2 e_3 \vee u_7 c_4 e_2 e_3 \vee u_7 d_4 e_2 e_3 \vee u_7 c_3 d_1 e_2 e_3 \vee \\
& \vee u_7 d_3 c_1 e_2 e_3 \vee u_7 c_2 d_2 e_2 e_3 \vee u_8 c_1 c_4 e_2 e_3 \vee u_8 d_1 d_4 e_2 e_3 \vee u_8 c_4 d_1 e_2 e_3 \vee u_8 d_4 c_1 e_2 e_3 \vee \\
& \vee u_8 c_3 d_2 e_2 e_3 \vee u_8 d_3 c_2 e_2 e_3 \vee u_9 c_2 c_4 e_2 e_3 \vee u_9 d_2 d_4 e_2 e_3 \vee u_9 c_1 c_4 d_1 e_2 e_3 \vee u_9 d_1 d_4 c_1 e_2 e_3 \vee \\
& \vee u_9 c_4 d_2 e_2 e_3 \vee u_9 d_4 c_2 e_2 e_3 \vee u_9 c_3 d_3 e_2 e_3 \vee u_{10} c_3 c_4 e_2 e_3 \vee u_{10} d_3 d_4 e_2 e_3 \vee u_{10} c_2 c_4 d_1 e_2 e_3 \vee \\
& \vee u_{10} d_2 d_4 c_1 e_2 e_3 \vee u_{10} c_1 c_4 d_2 e_2 e_3 \vee u_{10} d_1 d_4 c_2 e_2 e_3 \vee u_{10} c_4 d_3 e_2 e_3 \vee u_{10} d_4 c_3 e_2 e_3 \vee \\
& \vee u_{11} c_3 c_4 d_1 e_2 e_3 \vee u_{11} d_3 d_4 c_1 e_2 e_3 \vee u_{11} c_2 c_4 d_2 e_2 e_3 \vee u_{11} d_2 d_4 c_2 e_2 e_3 \vee u_{11} c_1 c_4 d_3 e_2 e_3 \vee \\
& \vee u_{11} d_1 d_4 d_3 e_2 e_3 \vee u_{11} c_4 d_4 e_2 e_3 \vee u_{12} c_3 c_4 d_2 e_2 e_3 \vee u_{12} d_3 d_4 c_2 e_2 e_3 \vee u_{12} c_2 c_4 d_3 e_2 e_3 \vee \\
& \vee u_{12} d_2 d_4 c_3 e_2 e_3 \vee u_{12} c_1 c_4 d_4 e_2 e_3 \vee u_{12} d_1 d_4 c_4 e_2 e_3 \vee c_3 c_4 d_3 e_2 e_3 \vee d_3 d_4 c_3 e_2 e_3 \vee \\
& \vee c_2 c_4 d_4 e_2 e_3 \vee d_2 d_4 c_4 e_2 e_3 \vee c_1 c_4 d_1 d_4 e_2 e_3 \vee \\
& \vee u_{18} e_3 e_4 \vee u_5 c_1 e_3 e_4 \vee u_5 d_1 e_3 e_4 \vee u_6 c_2 e_3 e_4 \vee u_6 d_2 e_3 e_4 \vee u_6 c_1 d_1 e_3 e_4 \vee u_7 c_3 e_3 e_4 \vee \\
& \vee u_7 d_3 e_3 e_4 \vee u_7 c_2 d_1 e_3 e_4 \vee u_7 d_2 c_1 e_3 e_4 \vee u_8 c_4 e_3 e_4 \vee u_8 d_4 e_3 e_4 \vee u_8 c_3 d_1 e_3 e_4 \vee \\
& \vee u_8 d_3 c_1 e_3 e_4 \vee u_8 c_2 d_2 e_3 e_4 \vee u_9 c_1 c_4 e_3 e_4 \vee u_9 d_1 d_4 e_3 e_4 \vee u_9 c_4 d_1 e_3 e_4 \vee u_9 d_4 c_1 e_3 e_4 \vee \\
& \vee u_9 c_3 d_2 e_3 e_4 \vee u_9 d_3 c_2 e_3 e_4 \vee u_{10} c_2 c_4 e_3 e_4 \vee u_{10} d_2 d_4 e_3 e_4 \vee u_{10} c_1 c_4 d_1 e_3 e_4 \vee \\
& \vee u_{10} d_1 d_4 c_1 e_3 e_4 \vee u_{10} c_4 d_2 e_3 e_4 \vee u_{10} d_4 c_2 e_3 e_4 \vee u_{10} c_3 d_3 e_3 e_4 \vee u_{11} c_3 c_4 e_3 e_4 \vee \\
& \vee u_{11} d_3 d_4 e_3 e_4 \vee u_{11} c_2 c_4 d_1 e_3 e_4 \vee u_{11} d_2 d_4 c_1 e_3 e_4 \vee u_{11} c_1 c_4 d_2 e_3 e_4 \vee u_{11} d_1 d_4 c_2 e_3 e_4 \vee \\
& \vee u_{11} c_4 d_3 e_3 e_4 \vee u_{11} d_4 c_3 e_3 e_4 \vee u_{12} c_3 c_4 d_1 e_3 e_4 \vee u_{12} d_3 d_4 c_1 e_3 e_4 \vee u_{12} c_2 c_4 d_2 e_3 e_4 \vee \\
& \vee u_{12} d_2 d_4 c_2 e_3 e_4 \vee u_{12} c_1 c_4 d_3 e_3 e_4 \vee u_{12} d_1 d_4 d_3 e_3 e_4 \vee u_{12} c_4 d_4 e_3 e_4 \vee c_3 c_4 d_2 e_3 e_4 \vee \\
& \vee d_3 d_4 c_2 e_3 e_4 \vee c_2 c_4 d_3 e_3 e_4 \vee d_2 d_4 c_3 e_3 e_4 \vee c_1 c_4 d_4 e_3 e_4 \vee d_1 d_4 c_4 e_3 e_4.
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Геометрический образ функции p_3 определяется геометрическими множествами $\{p_3, 0_e\}, \dots, \{p_3, 7_e\}$, которые состоят из геометрических подмножеств u_5, \dots, u_{18} , * в цифрах 00, ..., 07 координат сигналов операнд $A(a_1, a_2, a_3, a_4)$, $B(b_1, b_2, b_3, b_4)$.

Подмножества u_5, \dots, u_{18} , * определяются следующими вхождениями: $u_5 \subset u_6 \subset u_7 \subset u_8 \subset u_9 \subset u_{10} \subset u_{11} \subset u_{12} \subset u_{13} \subset u_{14} \subset u_{15} \subset u_{16} \subset u_{17} \subset u_{18}$, что задает взаимное вхождение множеств $\{p_3, 0_e\}, \dots, \{p_3, 7_e\}$:

$\{p_3, 0_e\} \subset \{p_3, 1_e\} \subset \{p_3, 2_e\} \subset \{p_3, 3_e\} \subset \{p_3, 4_e\} \subset \{p_3, 5_e\} \subset \{p_3, 6_e\} \subset \{p_3, 7_e\}$.

Тогда геометрический образ и логическая функция будут определяться соответственно следующими выражениями:

$$p_3 = \{p_3, 0_e\} \vee \{p_3, 1_e\}e_1 \vee \{p_3, 2_e\}e_2 \vee \{p_3, 3_e\}e_3 \vee \{p_3, 4_e\}e_4 \vee \{p_3, 5_e\}e_1e_2 \vee \{p_3, 6_e\}e_2e_3 \vee \{p_3, 7_e\}e_3e_4, \quad (4.10)$$

где подмножества $\{p_3, 0_e\}, \dots, \{p_3, 7_e\}$ приведены на рис. 4.8.

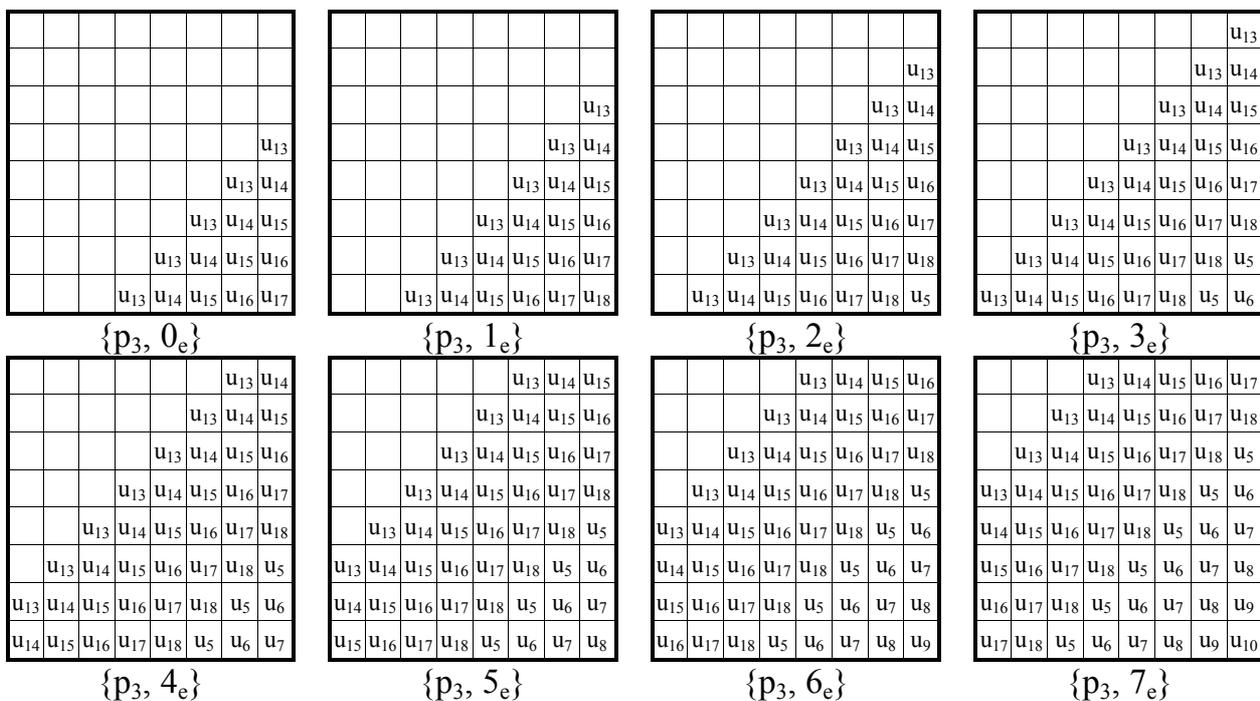


Рис. 4.10

$$\begin{aligned}
 p_3 = & u_{13}c_3c_4d_3 \vee u_{13}d_3d_4c_3 \vee u_{13}c_2c_4d_4 \vee u_{13}d_2d_4c_4 \vee u_{13}c_1c_4d_1d_4 \vee u_{14}c_3c_4d_4 \vee \\
 & \vee u_{14}d_3d_4c_4 \vee u_{14}c_2c_4d_1d_4 \vee u_{14}d_2d_4c_1c_4 \vee u_{15}c_3c_4d_1d_4 \vee u_{15}d_3d_4c_1c_4 \vee \\
 & \vee u_{15}c_2c_4d_2d_4 \vee u_{16}c_3c_4d_2d_4 \vee u_{16}d_3d_4c_2c_4 \vee u_{17}c_3c_4d_3d_4 \vee u_{13}c_3c_4d_2e_1 \vee \\
 & \vee u_{13}d_3d_4c_2e_1 \vee u_{13}c_2c_4d_3e_1 \vee u_{13}d_2d_4c_3e_1 \vee u_{13}c_1c_4d_4e_1 \vee u_{13}d_1d_4c_4e_1 \vee \\
 & \vee u_{14}c_3c_4d_3e_1 \vee u_{14}d_3d_4c_3e_1 \vee u_{14}c_2c_4d_4e_1 \vee u_{14}d_2d_4c_4e_1 \vee u_{14}c_1c_4d_1d_4e_1 \vee \\
 & \vee u_{15}c_3c_4d_4e_1 \vee u_{15}d_3d_4c_4e_1 \vee u_{15}c_2c_4d_1d_4e_1 \vee u_{15}d_2d_4c_1c_4e_1 \vee u_{16}c_3c_4d_1d_4e_1 \vee \\
 & \vee u_{16}d_3d_4c_1c_4e_1 \vee u_{16}c_2c_4d_2d_4e_1 \vee u_{17}c_3c_4d_2d_4e_1 \vee u_{17}d_3d_4c_2c_4e_1 \vee u_{18}c_3c_4d_3d_4e_1 \vee \\
 & \vee u_{13}c_3c_4d_1e_2 \vee u_{13}d_3d_4c_1e_2 \vee u_{13}c_2c_4d_2e_2 \vee u_{13}d_2d_4c_2e_2 \vee u_{13}c_1c_4d_3e_2 \vee u_{13}d_1d_4d_3e_2 \vee \\
 & \vee u_{13}c_4d_4e_2 \vee u_{14}c_3c_4d_2e_2 \vee u_{14}d_3d_4c_2e_2 \vee u_{14}c_2c_4d_3e_2 \vee u_{14}d_2d_4c_3e_2 \vee \\
 & \vee u_{14}c_1c_4d_4e_2 \vee u_{14}d_1d_4c_4e_2 \vee u_{15}c_3c_4d_3e_2 \vee u_{15}d_3d_4c_3e_2 \vee u_{15}c_2c_4d_4e_2 \vee \\
 & \vee u_{15}d_2d_4c_4e_2 \vee u_{15}c_1c_4d_1d_4e_2 \vee u_{16}c_3c_4d_4e_2 \vee u_{16}d_3d_4c_4e_2 \vee u_{16}c_2c_4d_1d_4e_2 \vee \\
 & \vee u_{16}d_2d_4c_1c_4e_2 \vee u_{17}c_3c_4d_1d_4e_2 \vee u_{17}d_3d_4c_1c_4e_2 \vee u_{17}c_2c_4d_2d_4e_2 \vee \\
 & \vee u_{18}c_3c_4d_2d_4e_2 \vee u_{18}d_3d_4c_2c_4e_2 \vee u_5c_3c_4d_3d_4e_2 \vee \\
 & \vee u_{13}c_3c_4e_3 \vee u_{13}d_3d_4e_3 \vee u_{13}c_2c_4d_1e_3 \vee u_{13}d_2d_4c_1e_3 \vee u_{13}c_1c_4d_2e_3 \vee u_{13}d_1d_4c_2e_3 \vee \\
 & \vee u_{13}c_4d_3e_3 \vee u_{13}d_4c_3e_3 \vee u_{14}c_3c_4d_1e_3 \vee u_{14}d_3d_4c_1e_3 \vee u_{14}c_2c_4d_2e_3 \vee u_{14}d_2d_4c_2e_3 \vee \\
 & \vee u_{14}c_1c_4d_3e_3 \vee u_{14}d_1d_4d_3e_3 \vee u_{14}c_4d_4e_3 \vee u_{15}c_3c_4d_2e_3 \vee u_{15}d_3d_4c_2e_3 \vee u_{15}c_2c_4d_3e_3 \vee \\
 & \vee u_{15}d_2d_4c_3e_3 \vee u_{15}c_1c_4d_4e_3 \vee u_{15}d_1d_4c_4e_3 \vee u_{16}c_3c_4d_3e_3 \vee u_{16}d_3d_4c_3e_3 \vee \\
 & \vee u_{16}c_2c_4d_4e_3 \vee u_{16}d_2d_4c_4e_3 \vee u_{16}c_1c_4d_1d_4e_3 \vee u_{17}c_3c_4d_4e_3 \vee u_{17}d_3d_4c_4e_3 \vee \\
 & \vee u_{17}c_2c_4d_1d_4e_3 \vee u_{17}d_2d_4c_1c_4e_3 \vee u_{18}c_3c_4d_1d_4e_3 \vee u_{18}d_3d_4c_1c_4e_3 \vee u_{18}c_2c_4d_2d_4e_3 \vee \\
 & \vee u_5c_3c_4d_2d_4e_3 \vee u_5d_3d_4c_2c_4e_3 \vee u_6c_3c_4d_3d_4e_3 \vee
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \vee u_{13}c_2c_4e_1e_4 \vee u_{13}d_2d_4e_1e_4 \vee u_{13}c_1c_4d_1e_1e_4 \vee u_{13}d_1d_4c_1e_1e_4 \vee u_{13}c_4d_2e_1e_4 \vee \\
& \vee u_{13}d_4c_2e_1e_4 \vee u_{13}c_3d_3e_1e_4 \vee u_{14}c_3c_4e_1e_4 \vee u_{14}d_3d_4e_1e_4 \vee u_{14}c_2c_4d_1e_1e_4 \vee \\
& \vee u_{14}d_2d_4c_1e_1e_4 \vee u_{14}c_1c_4d_2e_1e_4 \vee u_{14}d_1d_4c_2e_1e_4 \vee u_{14}c_4d_3e_1e_4 \vee d_4c_3e_1e_4 \vee \\
& \vee u_{15}c_3c_4d_1e_1e_4 \vee u_{15}d_3d_4c_1e_1e_4 \vee u_{15}c_2c_4d_2e_1e_4 \vee u_{15}d_2d_4c_2e_1e_4 \vee u_{15}c_1c_4d_3e_1e_4 \vee \\
& \vee u_{15}d_1d_4d_3e_1e_4 \vee u_{15}c_4d_4e_1e_4 \vee u_{16}c_3c_4d_2e_1e_4 \vee u_{16}d_3d_4c_2e_1e_4 \vee u_{16}c_2c_4d_3e_1e_4 \vee \\
& \vee u_{16}d_2d_4c_3e_1e_4 \vee u_{16}c_1c_4d_4e_1e_4 \vee u_{16}d_1d_4c_4e_1e_4 \vee u_{17}c_3c_4d_3e_1e_4 \vee u_{17}d_3d_4c_3e_1e_4 \vee \\
& \vee u_{17}c_2c_4d_4e_1e_4 \vee u_{17}d_2d_4c_4e_1e_4 \vee u_{17}c_1c_4d_1d_4e_1e_4 \vee u_{18}c_3c_4d_4e_1e_4 \vee \\
& \vee u_{18}d_3d_4c_4e_1e_4 \vee u_{18}c_2c_4d_1d_4e_1e_4 \vee u_{18}d_2d_4c_1c_4e_1e_4 \vee u_5c_3c_4d_1d_4e_1e_4 \vee \\
& \vee u_5d_3d_4c_1c_4e_1e_4 \vee u_5c_2c_4d_2d_4e_1e_4 \vee u_6c_3c_4d_2d_4e_1e_4 \vee u_6d_3d_4c_2c_4e_1e_4 \vee \\
& \vee u_7c_3c_4d_3d_4e_1e_4 \vee \\
& \vee u_{13}c_1c_4e_1e_2 \vee u_{13}d_1d_4e_1e_2 \vee u_{13}c_4d_1e_1e_2 \vee u_{13}d_4c_1e_1e_2 \vee u_{13}c_3d_2e_1e_2 \vee \\
& \vee u_{13}d_3c_2e_1e_2 \vee u_{14}c_2c_4e_1e_2 \vee u_{14}d_2d_4e_1e_2 \vee u_{14}c_1c_4d_1e_1e_2 \vee u_{14}d_1d_4c_1e_1e_2 \vee \\
& \vee u_{14}c_4d_2e_1e_2 \vee u_{14}d_4c_2e_1e_2 \vee u_{14}c_3d_3e_1e_2 \vee u_{15}c_3c_4e_1e_2 \vee u_{15}d_3d_4e_1e_2 \vee \\
& \vee u_{15}c_2c_4d_1e_1e_2 \vee u_{15}d_2d_4c_1e_1e_2 \vee u_{15}c_1c_4d_2e_1e_2 \vee u_{15}d_1d_4c_2e_1e_2 \vee u_{15}c_4d_3e_1e_2 \vee \\
& \vee u_{15}d_4c_3e_1e_2 \vee u_{16}c_3c_4d_1e_1e_2 \vee u_{16}d_3d_4c_1e_1e_2 \vee u_{16}c_2c_4d_2e_1e_2 \vee u_{16}d_2d_4c_2e_1e_2 \vee \\
& \vee u_{16}c_1c_4d_3e_1e_2 \vee u_{16}d_1d_4d_3e_1e_2 \vee u_{16}c_4d_4e_1e_2 \vee u_{17}c_3c_4d_2e_1e_2 \vee u_{17}d_3d_4c_2e_1e_2 \vee \\
& \vee u_{17}c_2c_4d_3e_1e_2 \vee u_{17}d_2d_4c_3e_1e_2 \vee u_{17}c_1c_4d_4e_1e_2 \vee u_{17}d_1d_4c_4e_1e_2 \vee u_{18}c_3c_4d_3e_1e_2 \vee \\
& \vee u_{18}d_3d_4c_3e_1e_2 \vee u_{18}c_2c_4d_4e_1e_2 \vee u_{18}d_2d_4c_4e_1e_2 \vee u_{18}c_1c_4d_1d_4e_1e_2 \vee u_5c_3c_4d_4e_1e_2 \vee \\
& \vee u_5d_3d_4c_4e_1e_2 \vee u_5c_2c_4d_1d_4e_1e_2 \vee u_5d_2d_4c_1c_4e_1e_2 \vee u_6c_3c_4d_1d_4e_1e_2 \vee \\
& \vee u_6d_3d_4c_1c_4e_1e_2 \vee u_6c_2c_4d_2d_4e_1e_2 \vee u_7c_3c_4d_2d_4e_1e_2 \vee u_7d_3d_4c_2c_4e_1e_2 \vee \\
& \vee u_8c_3c_4d_3d_4e_1e_2 \vee \\
& \vee u_{13}c_4e_2e_3 \vee u_{13}d_4e_2e_3 \vee u_{13}c_3d_1e_2e_3 \vee u_{13}d_3c_1e_2e_3 \vee u_{13}c_2d_2e_2e_3 \vee u_{14}c_1c_4e_2e_3 \vee \\
& \vee u_{14}d_1d_4e_2e_3 \vee u_{14}c_4d_1e_2e_3 \vee u_{14}d_4c_1e_2e_3 \vee u_{14}c_3d_2e_2e_3 \vee u_{14}d_3c_2e_2e_3 \vee \\
& \vee u_{15}c_2c_4e_2e_3 \vee u_{15}d_2d_4e_2e_3 \vee u_{15}c_1c_4d_1e_2e_3 \vee u_{15}d_1d_4c_1e_2e_3 \vee u_{15}c_4d_2e_2e_3 \vee \\
& \vee u_{15}d_4c_2e_2e_3 \vee u_{15}c_3d_3e_2e_3 \vee u_{16}c_3c_4e_2e_3 \vee u_{16}d_3d_4e_2e_3 \vee u_{16}c_2c_4d_1e_2e_3 \vee \\
& \vee u_{16}d_2d_4c_1e_2e_3 \vee u_{16}c_1c_4d_2e_2e_3 \vee u_{16}d_1d_4c_2e_2e_3 \vee u_{16}c_4d_3e_2e_3 \vee u_{16}d_4c_3e_2e_3 \vee \\
& \vee u_{17}c_3c_4d_1e_2e_3 \vee u_{17}d_3d_4c_1e_2e_3 \vee u_{17}c_2c_4d_2e_2e_3 \vee u_{17}d_2d_4c_2e_2e_3 \vee u_{17}c_1c_4d_3e_2e_3 \vee \\
& \vee u_{17}d_1d_4d_3e_2e_3 \vee u_{17}c_4d_4e_2e_3 \vee u_{18}c_3c_4d_2e_2e_3 \vee u_{18}d_3d_4c_2e_2e_3 \vee u_{18}c_2c_4d_3e_2e_3 \vee \\
& \vee u_{18}d_2d_4c_3e_2e_3 \vee u_{18}c_1c_4d_4e_2e_3 \vee u_{18}d_1d_4c_4e_2e_3 \vee u_5c_3c_4d_3e_2e_3 \vee u_5d_3d_4c_3e_2e_3 \vee \\
& \vee u_5c_2c_4d_4e_2e_3 \vee u_5d_2d_4c_4e_2e_3 \vee u_5c_1c_4d_1d_4e_2e_3 \vee u_6c_3c_4d_4e_2e_3 \vee u_6d_3d_4c_4e_2e_3 \vee \\
& \vee u_6c_2c_4d_1d_4e_2e_3 \vee u_6d_2d_4c_1c_4e_2e_3 \vee u_7c_3c_4d_1d_4e_2e_3 \vee u_7d_3d_4c_1c_4e_2e_3 \vee \\
& \vee u_7c_2c_4d_2d_4e_2e_3 \vee u_8c_3c_4d_2d_4e_2e_3 \vee u_8d_3d_4c_2c_4e_2e_3 \vee u_9c_3c_4d_3d_4e_2e_3 \vee \\
& \vee u_{13}c_3e_3e_4 \vee u_{13}d_3e_3e_4 \vee u_{13}c_2d_1e_3e_4 \vee u_{13}d_2c_1e_3e_4 \vee u_{14}c_4e_3e_4 \vee u_{14}d_4e_3e_4 \vee \\
& \vee u_{14}c_3d_1e_3e_4 \vee u_{14}d_3c_1e_3e_4 \vee u_{14}c_2d_2e_3e_4 \vee u_{15}c_1c_4e_3e_4 \vee u_{15}d_1d_4e_3e_4 \vee \\
& \vee u_{15}c_4d_1e_3e_4 \vee u_{15}d_4c_1e_3e_4 \vee u_{15}c_3d_2e_3e_4 \vee u_{15}d_3c_2e_3e_4 \vee u_{16}c_2c_4e_3e_4 \vee u_{16}d_2d_4e_3e_4 \vee \\
& \vee u_{16}c_1c_4d_1e_3e_4 \vee u_{16}d_1d_4c_1e_3e_4 \vee u_{16}c_4d_2e_3e_4 \vee u_{16}d_4c_2e_3e_4 \vee u_{16}c_3d_3e_3e_4 \vee \\
& \vee u_{17}c_3c_4e_3e_4 \vee u_{17}d_3d_4e_3e_4 \vee u_{17}c_2c_4d_1e_3e_4 \vee u_{17}d_2d_4c_1e_3e_4 \vee u_{17}c_1c_4d_2e_3e_4 \vee \\
& \vee u_{17}d_1d_4c_2e_3e_4 \vee u_{17}c_4d_3e_3e_4 \vee u_{17}d_4c_3e_3e_4 \vee u_{18}c_3c_4d_1e_3e_4 \vee u_{18}d_3d_4c_1e_3e_4 \vee \\
& \vee u_{18}c_2c_4d_2e_3e_4 \vee u_{18}d_2d_4c_2e_3e_4 \vee u_{18}c_1c_4d_3e_3e_4 \vee u_{18}d_1d_4d_3e_3e_4 \vee u_{18}c_4d_4e_3e_4 \vee \\
& \vee u_5c_3c_4d_2e_3e_4 \vee u_5d_3d_4c_2e_3e_4 \vee u_5c_2c_4d_3e_3e_4 \vee u_5d_2d_4c_3e_3e_4 \vee u_5c_1c_4d_4e_3e_4 \vee \\
& \vee u_5d_1d_4c_4e_3e_4 \vee u_6c_3c_4d_3e_3e_4 \vee u_6d_3d_4c_3e_3e_4 \vee u_6c_2c_4d_4e_3e_4 \vee u_6d_2d_4c_4e_3e_4 \vee \\
& \vee u_6c_1c_4d_1d_4e_3e_4 \vee u_7c_3c_4d_4e_3e_4 \vee u_7d_3d_4c_4e_3e_4 \vee u_7c_2c_4d_1d_4e_3e_4 \vee \\
& \vee u_7d_2d_4c_1c_4e_3e_4 \vee u_8c_3c_4d_1d_4e_3e_4 \vee u_8d_3d_4c_1c_4e_3e_4 \vee u_8c_2c_4d_2d_4e_3e_4 \vee \\
& \vee u_9c_3c_4d_2d_4e_3e_4 \vee u_9d_3d_4c_2c_4e_3e_4 \vee u_{10}c_3c_4d_3d_4e_3e_4.
\end{aligned}$$

(4.11)

Геометрический образ функции p_4 определяется геометрическими множествами $\{p_4, 4_e\}, \dots, \{p_4, 7_e\}$, которые состоят из геометрических подмножеств u_{13}, \dots, u_{16} в цифрах 00, ..., 07 координат сигналов операнд $A(a_1, a_2, a_3, a_4), B(b_1, b_2, b_3, b_4)$.

Подмножества u_5, \dots, u_{18} ,* определяются следующими вхождениями: $u_{13} \subset u_{14} \subset u_{15} \subset u_{16}$, что задает взаимное вхождение множеств $\{p_4, 4_e\}, \dots, \{p_4, 7_e\}$: $\{p_4, 4_e\} \subset \{p_4, 5_e\} \subset \{p_4, 6_e\} \subset \{p_4, 7_e\}$.

Тогда геометрический образ и логическая функция будут определяться соответственно следующими выражениями:

$$\{p_3\} = \{p_4, 4_e\}e_4 \vee \{p_4, 5_e\}e_1e_2 \vee \{p_4, 6_e\}e_2e_3 \vee \{p_4, 7_e\}e_3e_4, \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} p_4 = & u_{13}c_3c_4d_3d_4e_4 \vee \\ & \vee u_{13}c_3c_4d_2d_4e_1e_2 \vee u_{13}d_3d_4c_2c_4e_1e_2 \vee u_{14}c_3c_4d_3d_4e_1e_2 \vee \\ & \vee u_{13}c_3c_4d_1d_4e_2e_3 \vee u_{13}d_3d_4c_1c_4e_2e_3 \vee u_{13}c_2c_4d_2d_4e_2e_3 \vee u_{14}c_3c_4d_2d_4e_2e_3 \vee \\ & \vee u_{14}d_3d_4c_2c_4e_2e_3 \vee u_{15}c_3c_4d_3d_4e_2e_3 \vee \\ & \vee u_{13}c_3c_4d_4e_3e_4 \vee u_{13}d_3d_4c_4e_3e_4 \vee u_{13}c_2c_4d_1d_4e_3e_4 \vee u_{13}d_2d_4c_1c_4e_3e_4 \vee \\ & \vee u_{14}c_3c_4d_1d_4e_3e_4 \vee u_{14}d_3d_4c_1c_4e_3e_4 \vee u_{14}c_2c_4d_2d_4e_3e_4 \vee u_{15}c_3c_4d_2d_4e_3e_4 \vee \\ & \vee u_{15}d_3d_4c_2c_4e_3e_4 \vee u_{16}c_3c_4d_3d_4e_3e_4. \end{aligned} \quad (4.13)$$

В логических зависимостях выходных сигналов сумматора p_1, p_2, p_3, p_4

$$\begin{aligned} u_5 = & a_3a_4b_1 \vee b_3b_4a_1 \vee a_2a_4b_2 \vee b_2b_4a_2 \vee a_1a_4b_3 \vee b_1b_4b_3 \vee a_4b_4, \\ u_6 = & a_3a_4 \vee b_3b_4 \vee a_2a_4b_1 \vee b_2b_4a_1 \vee a_1a_4b_2 \vee b_1b_4a_2 \vee a_4b_3 \vee b_4a_3, \\ u_7 = & a_2a_4 \vee b_2b_4 \vee a_1a_4b_1 \vee b_1b_4a_1 \vee a_4b_2 \vee b_4a_2 \vee a_3b_3, \\ u_8 = & a_1a_4 \vee b_1b_4 \vee a_4b_1 \vee b_4a_1 \vee a_3b_2 \vee b_3a_2, \\ u_9 = & a_4 \vee b_4 \vee a_3b_1 \vee b_3a_1 \vee a_2b_2, \quad u_{10} = a_4 \vee b_4 \vee a_3 \vee b_3 \vee a_2b_1 \vee b_2a_1, \\ u_{11} = & a_4 \vee b_4 \vee a_2 \vee b_2 \vee a_1b_1, \quad u_{12} = a_4 \vee b_4 \vee a_1 \vee b_1, \quad u_{13} = a_3a_4b_3b_4, \\ u_{14} = & a_3a_4b_2b_4 \vee b_3b_4a_2a_4, \quad u_{15} = a_3a_4b_1b_4 \vee b_3b_4a_1a_4 \vee a_2a_4b_2b_4, \\ u_{16} = & a_3a_4b_4 \vee b_3b_4a_4 \vee a_2a_4b_1b_4 \vee b_2b_4a_1a_4, \\ u_{17} = & a_3a_4b_3 \vee b_3b_4a_3 \vee a_2a_4b_4 \vee b_2b_4a_4 \vee a_1a_4b_1b_4, \\ u_{18} = & a_3a_4b_2 \vee b_3b_4a_2 \vee a_2a_4b_3 \vee b_2b_4a_3 \vee a_1a_4b_4 \vee b_1b_4a_4. \end{aligned}$$

Подстановка этих функций в логические выражения (4.7), (4.9), (4.11), (4.13) позволяет реализовать сумматор предельного быстродействия, но из-за большого размера такого одноразрядного сумматора в настоящее время реализовать его на одном кристалле невозможно.

4.4. Автоматизация формирования выходных сигналов многовходовых сумматоров

Возможность быстрого выполнения арифметических операций на вычислительной технике связана с необходимостью применения в ней систем счисления больших оснований ($n = 4, 8, 16, \dots$), а также с использованием многовходовых устройств суммирования и вычитания в этих системах счисления.

Здесь возникают значительные трудности с формированием геометрических образов логических функций выходных сигналов таких устройств. Если для оснований $n = 4, 8$ для пятивходовых суммирующих и вычитающих устройств это можно сделать без автоматизации процесса синтеза таких устройств, что было выполнено в предыдущих главах книги, то уже для основания $n = 8$ при увеличении числа входов вплоть до максимального числа входов $(n + 1)$ без автоматизации процесса синтеза не обойтись.

Таблица 4.1

 $A+B+C$ (+0)	...	 $A+B+C$ (+7)	\equiv	 $A+B+C+D$ (+0)
 $A+B+C+D$ (+0)	...	 $A+B+C+D$ (+7)	\equiv	 $A+B+C+D+E$ (+0)
 $A+B+C+D+E$ (+0)	...	 $A+B+C+D+E$ (+7)	\equiv	 $A+B+C+D+E+F$ (+0)
 $A+B+C+D+E+F$ (+0)	...	 $A+B+C+D+E+F$ (+7)	\equiv	 $A+B+C+D+E+F+G$ (+0)
 $A+B+C+D+E+F+G$ (+0)	...	 $A+B+C+D+E+F+G$ (+7)	\equiv	 $A+B+C+D+E+F+G+H$ (+0)
 $A+B+C+D+E+F+G+H$ (+0)	...	 $A+B+C+D+E+F+G+H$ (+7)	\equiv	 $A+B+C+D+E+F+G+H+I$ (+0)

В строках табл. 4.1 приведены «кубики» составляющих многомерных пространств, в ячейках которых записываются цифровые данные операции суммирования.

«Кубик» операции суммирования ($A + B + C + D$) с маркером (+ 0) включает в себя восемь «кубиков» операции суммирования ($A + B + C$), где первый из них – это непосредственно «кубик» операции ($A + B + C$) с маркером (+ 0). Все последующие кубики этого ряда содержат в ячейках каждого последующего «кубика» цифровые данные, увеличенные на единицу, соответственно с маркерами (+ 1), ..., (+ 7).

«Кубик» операции суммирования ($A + B + C + D + E$) с маркером (+ 0) включает в себя восемь «кубиков» операции суммирования ($A + B + C + D$), где первый из них – это непосредственно «кубик» операции ($A + B + C + D$) с маркером (+ 0). Все последующие кубики этого ряда содержат в ячейках каждого последующего «кубика» цифровые данные, увеличенные на единицу, соответственно с маркерами (+ 1), ..., (+ 7) и т.д.

На рис. 4.11 приведена структурная схема формирования выходных сигналов многовходовых одноразрядных сумматоров на примере применения в них системы счисления основания $n = 8$.

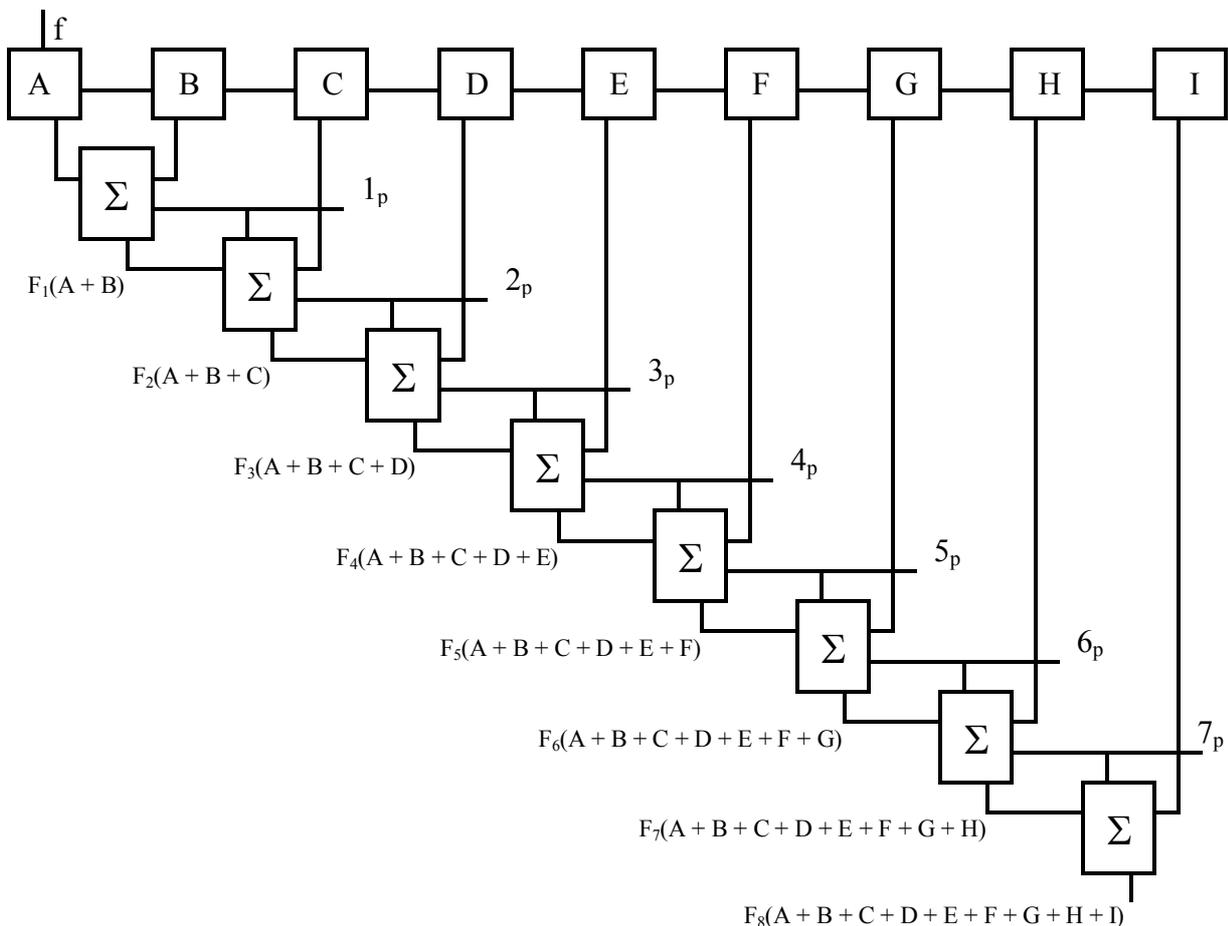


Рис. 4.11

Настоящая схема позволяет реализовать получение всех выходных сигналов одноразрядных сумматоров: двухвходового – с сигналом переноса 1_p ; трехвходового – с сигналами переноса $1_p, 2_p$; четырехвходового – с сигналами переноса $1_p, 2_p, 3_p$; пятивходового – с сигналами переноса $1_p, \dots, 4_p$; шести-входового – с сигналами переноса $1_p, \dots, 5_p$; семивходового – с сигналами пе-

переноса $1_p, \dots, 6_p$; восьмивходового – с сигналами переноса $1_p, \dots, 7_p$ и девятивходового с этими же сигналами переноса.

Для системы счисления основания $n = 8$ схема включает в себя девятиразрядный счетчик импульсов, где каждый разряд обозначен входными сигналами многовходового одноразрядного сумматора A, B, C, \dots, I .

Для того чтобы использовать эту схему для любого кода данной системы счисления, целесообразно применить в ней четырехфазный код, который легко преобразовать в необходимый код.

На рис. 4.12 приведены примеры преобразования сигналов четырехфазного кода u_1, u_2, u_3, u_4 в сигналы основного двоичного кода a_1, a_2, a_3 и кода Грея q_1, q_2, q_3 . Здесь же приведены логические функции формирования сигналов переноса в четырехфазном коде, основном двоичном коде и коде Грея.

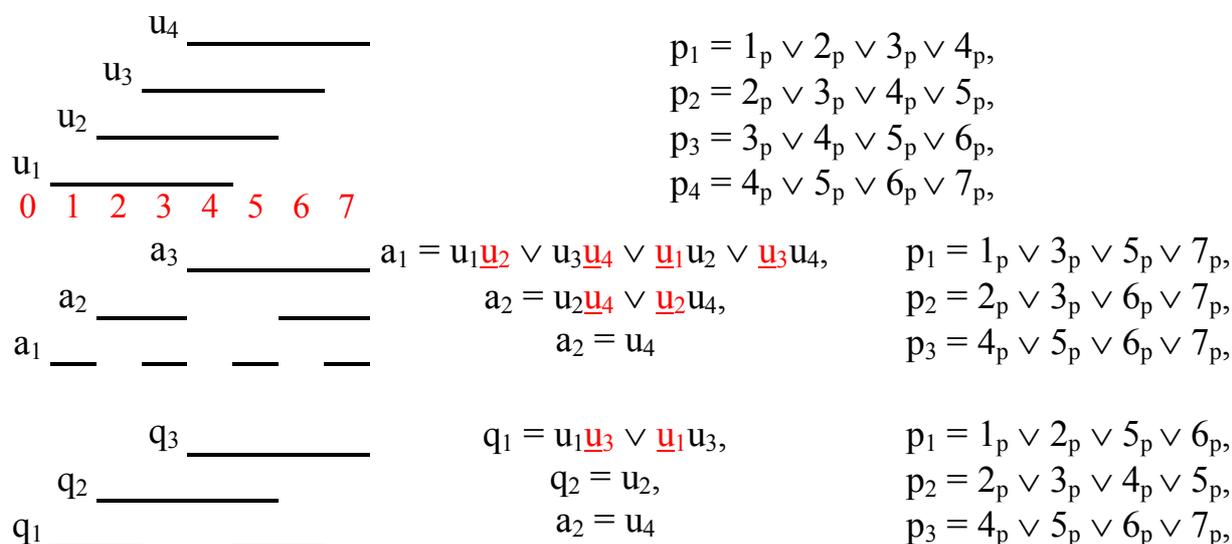


Рис. 4.12

Выполнение одноразрядных счетчиков с любым числом фаз общеизвестно [3, с. 116] и не требует каких-либо дополнительных пояснений. В структурную схему (см. рис. 4.12) входят также двухвходовые сумматоры (Σ).

Построение одноразрядных двухвходовых сумматоров с третьим входом переноса при любом числе фаз с выходными сигналами разряда и сигналом переноса в следующий старший разряд также содержатся в [Там же, с. 65].

Например, для условного сумматора четырехфазного кода $(J + K) = M$ при входном сигнале переноса с младшего разряда $p^{i-1} = 0$ геометрические образы выходных сигналов фаз – m'_1, m'_2, m'_3, m'_4 , а при входном сигнале переноса $p^{i-1} = 1$ – m'_4, m'_1, m'_2, m'_3 (рис. 4.13). Тогда выходные сигналы фаз такого сумматора будут определяться логическими выражениями

$$\begin{array}{l}
 m_1 = m'_1 p^{i-1} \vee \underline{m'_4} p^{i-1}, \\
 m_2 = m'_2 p^{i-1} \vee m'_1 p^{i-1}, \\
 m_3 = m'_3 p^{i-1} \vee m'_2 p^{i-1}, \\
 m_4 = m'_4 p^{i-1} \vee m'_3 p^{i-1},
 \end{array} \tag{4.14}$$

где

$$\begin{aligned}
 m'_1 &= j_1 \underline{k_1 k_4} \vee j_4 k_1 \underline{k_2} \vee j_3 k_2 \underline{k_3} \vee j_2 k_3 \underline{k_4} \vee j_1 k_1 k_4 \vee j_4 \underline{k_1} k_2 \vee j_3 \underline{k_2} k_3 \vee j_2 \underline{k_3} k_4, \\
 m'_2 &= j_2 \underline{k_1 k_4} \vee j_1 k_1 \underline{k_2} \vee j_4 k_2 \underline{k_3} \vee j_3 k_3 \underline{k_4} \vee j_2 k_1 k_4 \vee j_1 \underline{k_1} k_2 \vee j_4 \underline{k_2} k_3 \vee j_3 \underline{k_3} k_4, \\
 m'_3 &= j_3 \underline{k_1 k_4} \vee j_2 k_1 \underline{k_2} \vee j_1 k_2 \underline{k_3} \vee j_4 k_3 \underline{k_4} \vee j_3 k_1 k_4 \vee j_2 \underline{k_1} k_2 \vee j_1 \underline{k_2} k_3 \vee j_4 \underline{k_3} k_4, \\
 m'_4 &= j_4 \underline{k_1 k_4} \vee j_3 k_1 \underline{k_2} \vee j_2 k_2 \underline{k_3} \vee j_1 k_3 \underline{k_4} \vee j_4 k_1 k_4 \vee j_3 \underline{k_1} k_2 \vee j_2 \underline{k_2} k_3 \vee j_1 \underline{k_3} k_4.
 \end{aligned}$$

При этом выходной сигнал переноса в следующий старший разряд определяется [Там же, с. 69] логическим выражением

$$p^i = \underline{m_4} j_4 \vee \underline{m_4} k_4 \vee j_4 k_4. \tag{4.15}$$

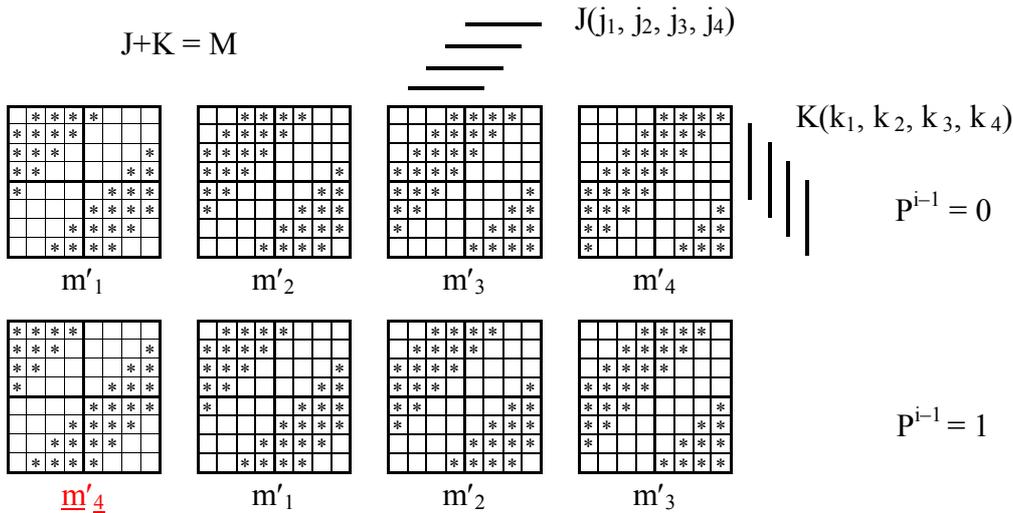


Рис. 4.13

Подача импульсов на входную шину счетчика (см. рис. 4.11) позволяет формировать на выходных шинах $F_1(A + B), \dots, F_8(A + B + C + D + E + F + G + H + I)$ соответствующих сумматоров Σ многофазные сигналы f_1, f_2, f_3, f_4 и цифровые сигналы переноса при последовательном заполнении счетчика до предела, когда его работа останавливается. При этом каждому входному импульсу счетчика соответствует значение выходных сигналов сумматоров в ячейках одномерных цифро-векторных пространств, которые должны быть в дальнейшем занесены в ячейки, эквивалентные этим одномерным пространствам «кубикам» многомерных пространств.

Например, значения фаз сигнала $F_2(A + B + C)$ и цифровые сигналы переноса $1_p, 2_p$, которые в соответствии с рис. 4.12 определяют сигналы фаз переноса ($p_1 = 1_p \vee 2_p, p_2 = 2_p, p_3 = p_4 = 0$), заносятся для каждого выходного сигнала фаз в ячейки своего «кубика» трехмерного цифро-векторного пространства под именем $(A + B + C)$ с маркером (+0).

Подобным образом значения фаз сигнала $F_3(A + B + C + D)$ и сигналы фаз переноса ($p_1 = 1_p \vee 2_p \vee 3_p, p_2 = 2_p \vee 3_p, p_3 = 3_p$) заносятся для каждого выходного сигнала фаз в ячейки своего «кубика» четырехмерного цифро-векторного пространства под именем $(A + B + C + D)$ с маркером (+0) и т.д.

Для девятивыходового сумматора значения фаз сигнала $F_8(A + B + C + D + E + F + G + H + I)$ и сигналы фаз переноса ($p_1 = 1_p \vee 2_p \vee 3_p \vee 4_p, p_2 = 2_p \vee 3_p \vee 4_p \vee 5_p, p_3 = 3_p \vee 4_p \vee 5_p \vee 6_p, p_4 = 4_p \vee 5_p \vee 6_p \vee 7_p$) заносятся для каждого выходного сигнала фаз в ячейки своего «кубика» девятимерного цифро-вектор-

ного пространства под именем (A + B + C + D + E + F + G + H + I) с маркером (+0).

Таким образом, формируются геометрические образы выходных сигналов фаз f_1, f_2, f_3, f_4 и p_1, p_2, p_3, p_4 , которые, если в этом есть необходимость, могут быть преобразованы в геометрические образы сигналов другого кода этого основания системы счисления, например основного двоичного кода ($f'_1, f'_2, f'_3, p'_1, p'_2, p'_3$).

При использовании здесь, например, систематического квазисовершенного кода с информационной частью кода $F'(f'_1, f'_2, f'_3)$ и его контрольной частью $F'_x(f'_{1x}, f'_{2x}, f'_{3x})$, который был представлен в третьей главе (см. табл. 3.2), соотношение между сигналами многофазного кода $F(f_1, f_2, f_3, f_4)$ и сигналами двоичных кодов $F'(f'_1, f'_2, f'_3)$ и $F'_x(f'_{1x}, f'_{2x}, f'_{3x})$ определяется рис. 4.14.

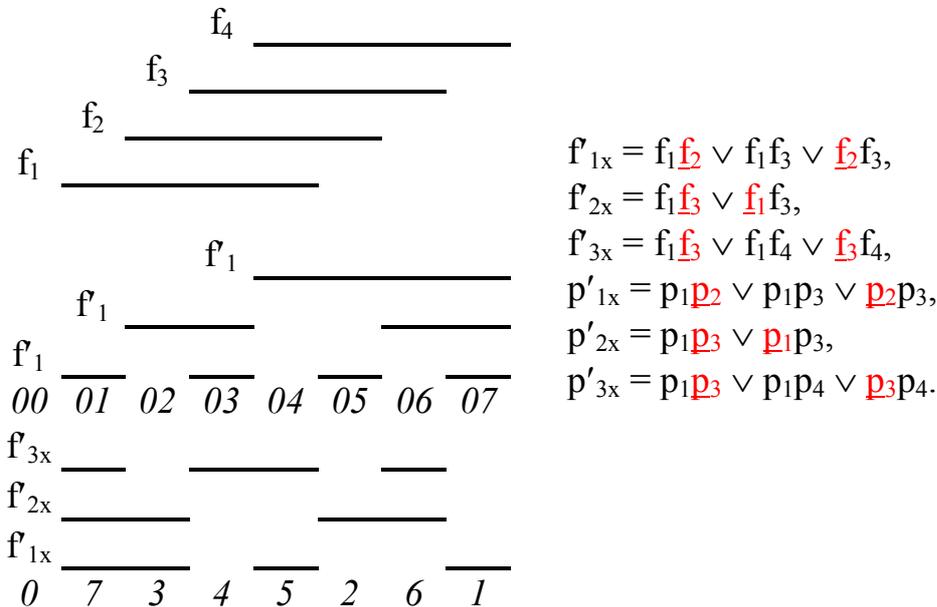


Рис. 4.14

Здесь же приведены логические выражения $f'_{1x}, f'_{2x}, f'_{3x}, p'_{1x}, p'_{2x}, p'_{3x}$ в функции соответственно многофазных сигналов f_1, f_2, f_3, f_4 и p_1, p_2, p_3, p_4 .

Вполне очевидно, что принцип построения структурной схемы рис. 4.11 может быть распространен на формирование геометрических образов выходных сигналов сумматоров любых кодов и оснований систем счисления, в том числе и совершенных кодов. При этом основной двоичный код имеет меньшие аппаратные затраты для одновременного формирования выходных сигналов разряда (f_1, f_2, \dots) и сигналов переноса (p_1, p_2, \dots).

Исторически впервые использование двоичной системы счисления для выполнения арифметических операций было реализовано в 1673 г. в арифметической машине Г.В. Лейбница. В дальнейшем идею Лейбница об использовании двоичной системы счисления в вычислительных машинах 250 лет не вспоминали, и только в 1931 г. двоичное вычислительное устройство было запатентовано во Франции Р. Вальта.

Вместе с тем при разработках первых электронных вычислительных машинах двоичная система не использовалась. Даже такие талантливые создатели вычислительной машины ENIAC Д. Маучли и Д. Эккерт в 1943 г. не использовали в ней двоичную систему счисления. Только после того как военный представитель проекта Г. Гольдстайн пригласил в качестве консультанта Джона фон Неймана, блестящего математика, который в то время одновременно принимал непосредственное участие в секретном Матхэтенском проекте по созданию атомной бомбы, было принято решение по переходу на двоичную систему счисления.

Это произошло после того, как Джон фон Нейман подготовил по результатам анализа работы отчет «Предварительный доклад о машине EDVAC». В этом докладе им была представлена архитектура ЭВМ с новой двоичной системой счисления. Военный представитель проекта без согласия Д. Маучли и Д. Эккерта разослал этот доклад многим ученым Англии и Америки. Поскольку в научном мире имя Джон фон Неймана было широко известно, то никто не усомнился в его приоритете, что оскорбило авторов проекта, поскольку эту архитектуру стали называть фон-неймановской.

Джон фон Нейман – крупнейший ученый современности, один из создателей кибернетики, которую трактовал как общую теорию автоматов. Он выполнил пять важных исследований по следующим направлениям: 1. Общая и логическая теория автоматов. 2. Теория и организация сложных автоматов. 3. Вероятностная логика и синтез надежных организмов из ненадежных компонентов. 4. Теория автоматов, конструирование, воспроизведение, однородность. 5. Вычислительная машина и мозг.

В 1963 г. Клод Шеннон отмечал: «В целом вклад фон Неймана в теорию автоматов, так же как его вклад в другие разделы математики и другие науки, характеризуется открытием совершенно новых областей исследования и прозорливостью в оценке возможностей методов современной математики. Исследования в направлениях, открытых им для разработки, не будут полностью закончены в течение долгих лет».

Создание теории многомерных цифро-векторных множеств опираются, прежде всего, на идеи, содержащиеся в работах Е.С. Федорова и Джона фон Неймана.

Настоящее историческое отступление здесь было вызвано моим возмущением и стыдом за отечественных авторов, после того как в толковом словаре [14, с. 659] прочитал: «*Принципы компьютера с хранимой программой гениальный, но жуликоватый Джон фон Нейман (John von Neumann) сформулировал в отчете «First Draft of Report on the EDVAC» (1945 г.). Однако авторство принадлежит не ему, а разработчикам сверхсекретного в то время компьютера ENIAC Джону Маучли (J. Mauchly) и Джону Эккерту (J. Eckert), у которых Нейман проходил стажировку*».

Глава 5

УСТРОЙСТВА УМНОЖЕНИЯ

Наиболее высокое быстродействие устройств умножения может быть достигнуто при использовании метода кратных множимого. Сущность этого метода заключается в том, что при умножении числа A на цифру b_i соответствующего разряда числа B в n -ичной системе счисления частичное произведение формируется как сумма сложений заранее подготовленных произведений числа A на цифры констант $1, 2, \dots, (n-1)$ для разрядов числа B .

Синтез устройств умножения $A \times B$, который применим для любой системы счисления, поясняется структурной схемой рис. 5.1 на примере системы счисления основания $n = 8$.

В этой схеме генератор кратностей осуществляет предварительную заготовку всех произведений операнда A на цифры констант $1, 2, \dots, 7$, а каждый разряд второго операнда B в соответствии со своим значением цифры разряда посылает в блок сумматоров соответствующее ему произведение.

Очевидно, что оптимизация всего устройства умножения по аппаратным затратам и быстродействию целиком определяется выполнением генератора кратностей и многоходовых сумматоров одноименного блока.

В [3] был приведен теоретический синтез такого устройства для этой системы счисления при использовании в ней четырехфазного кода, где был представлен синтез генератора кратностей с использованием языка теории логических матриц, что ограничивает возможности его понимания для читателя, не имеющего специального математического образования.

Исправим этот «недостаток» и выполним для большей прозрачности синтез генератора кратностей с использованием знания только таблиц умножения и сложения для системы счисления $n = 8$.

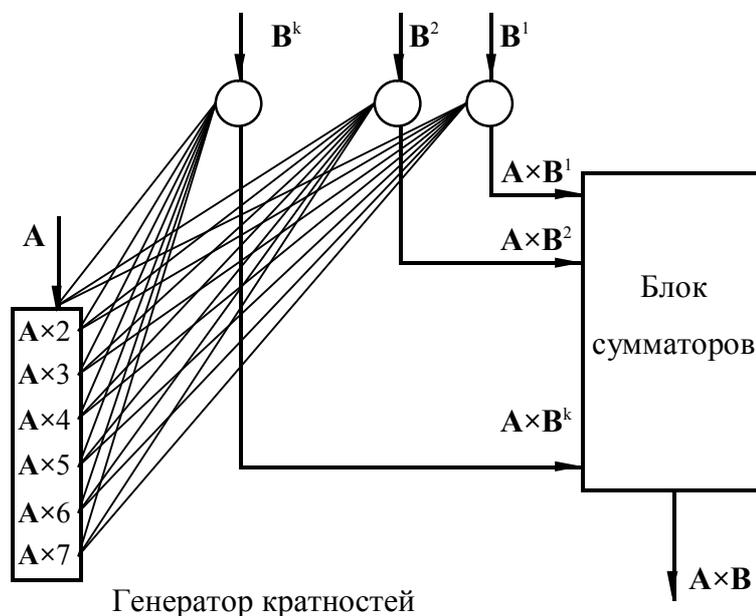


Рис. 5.1

5.1. Синтез генератора кратностей

Примем следующие обозначения. Операнды обозначаются заглавными буквами **A** и **B**. Если у заглавной буквы установлен верхний индекс, например A^k , то это означает k -й разряд числа **A**. Строчные буквы с индексами внизу обозначают, как и прежде, сигналы кода в пределах одного разряда, а верхний индекс обозначает их принадлежность к соответствующему разряду. Например, для основного двоичного кода сигналы k -го разряда операнда **A** – $A^k(a^k_1, a^k_2, a^k_3)$ и т.д. Результат умножения на константу «два» в k -м разряде будем обозначать $C^k(c^k_1, c^k_2, c^k_3)$, на «три» – $D^k(d^k_1, d^k_2, d^k_3)$, на «четыре» – $H^k(h^k_1, h^k_2, h^k_3)$, на «пять» – $F^k(f^k_1, f^k_2, f^k_3)$, на «шесть» – $R^k(r^k_1, r^k_2, r^k_3)$, на «семь» – $S^k(s^k_1, s^k_2, s^k_3)$.

Результат умножения в первом разряде для констант $(A^1 \times 2), \dots, (A^1 \times 7)$ приведен в табл. 5.1, где из него выделены выходные сигналы разряда соответствующей константы и сигналы переноса в их второй разряд.

Таблица 5.1

Первый разряд									Выход первого разряда									Перенос во второй разряд								
$A^1 \times 2$	00	02	04	06	10	12	14	16	C^1	0	2	4	6	0	2	4	6	pC^1	0	0	0	0	1	1	1	1
$A^1 \times 3$	00	03	06	11	14	17	22	25	D^1	0	3	6	1	4	7	2	5	pD^1	0	0	0	1	1	1	2	2
$A^1 \times 4$	00	04	10	14	20	24	30	34	H^1	0	4	0	4	0	4	0	4	pH^1	0	0	1	1	2	2	3	3
$A^1 \times 5$	00	05	12	17	24	31	36	43	F^1	0	5	2	7	4	1	6	3	pF^1	0	0	1	1	2	3	3	4
$A^1 \times 6$	00	06	14	22	30	36	44	52	R^1	0	6	4	2	0	6	4	2	pR^1	0	0	1	2	3	3	4	5
$A^1 \times 7$	00	07	16	25	34	43	52	61	S^1	0	7	6	5	4	3	2	1	pS^1	0	0	1	2	3	4	5	6

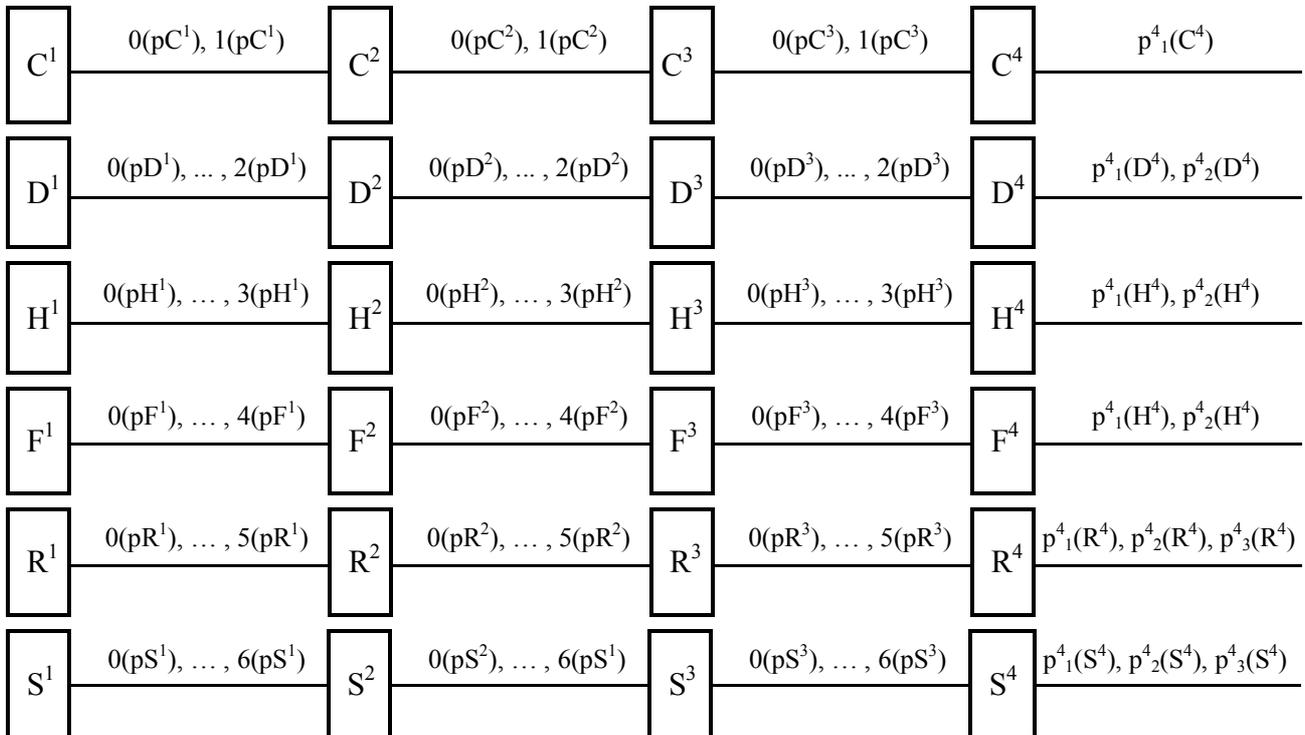


Рис. 5.2

Если выходные сигналы первых разрядов констант генератора кратностей являются функциями только первого разряда операнда A^1 , то последующие выходные сигналы разрядов констант суть функции всех предыдущих разрядов операнда A . Вторые разряды констант являются функциями A^1, A^2 , третьи – функциями A^1, A^2, A^3 , четвертые – функциями A^1, A^2, A^3, A^4 и т.д.

Результаты умножения на эти константы сведены в таблицу 5.2.

Таблица 5.2

К-й разряд $A^k \times 2$								Выход К-го разряда C^k				Перенос в К+1-й разряд C^{k+1}												
0^{k-1}	00	02	04	06	10	12	14	16	0	2	4	6	0	2	4	6	0	0	0	0	1	1	1	1
1^{k-1}	01	03	05	07	11	13	15	17	1	3	5	7	1	3	5	7	0	0	0	0	1	1	1	1
К-й разряд $A^k \times 3$								Выход К-го разряда D^k				Перенос в К+1-й разряд D^{k+1}												
0^{k-1}	00	03	06	11	14	17	22	25	0	3	6	1	4	7	2	5	0	0	0	1	1	1	2	2
1^{k-1}	01	04	07	12	15	20	23	26	1	4	7	2	5	0	3	6	0	0	0	1	1	2	2	2
2^{k-1}	02	05	10	13	16	21	24	27	2	5	0	3	6	1	4	7	0	0	1	1	1	2	2	2
К-й разряд $A^k \times 4$								Выход К-го разряда H^k				Перенос в К+1-й разряд H^{k+1}												
0^{k-1}	00	04	10	14	20	24	30	34	0	4	0	4	0	4	0	4	0	0	1	1	2	2	3	3
1^{k-1}	01	05	11	15	21	25	31	35	1	5	1	5	1	5	1	5	0	0	1	1	2	2	3	3
2^{k-1}	02	06	12	16	22	26	32	36	2	6	2	6	2	6	2	6	0	0	1	1	2	2	3	3
3^{k-1}	03	07	13	17	23	27	33	37	3	7	3	7	3	7	3	7	0	0	1	1	2	2	3	3
К-й разряд $A^k \times 5$								Выход К-го разряда F^k				Перенос в К+1-й разряд F^{k+1}												
0^{k-1}	00	05	12	17	24	31	36	43	0	5	2	7	4	1	6	3	0	0	1	1	2	3	3	4
1^{k-1}	01	06	13	20	25	32	37	44	1	6	3	0	5	2	7	4	0	0	1	2	2	3	3	4
2^{k-1}	02	07	14	21	26	33	40	45	2	7	4	1	6	3	0	5	0	0	1	2	2	3	4	4
3^{k-1}	03	10	15	22	27	34	41	46	3	0	5	2	7	4	1	6	0	1	1	2	2	3	4	4
4^{k-1}	04	11	16	23	30	35	42	47	4	1	6	3	0	5	2	7	0	1	1	2	3	3	4	4
К-й разряд $A^k \times 6$								Выход К-го разряда R^k				Перенос в К+1-й разряд R^{k+1}												
0^{k-1}	00	06	14	22	30	36	44	52	0	6	4	2	0	6	4	2	0	0	1	2	3	3	4	5
1^{k-1}	01	07	15	23	31	37	45	53	1	7	5	3	1	7	5	3	0	0	1	2	3	3	4	5
2^{k-1}	02	10	16	24	32	40	46	54	2	0	6	4	2	0	6	4	0	1	1	2	3	4	4	5
3^{k-1}	03	11	17	25	33	41	47	55	3	1	7	5	3	1	7	5	0	1	1	2	3	4	4	5
4^{k-1}	04	12	20	26	34	42	50	56	4	2	0	6	4	2	0	6	0	1	2	2	3	4	5	5
5^{k-1}	05	13	21	27	35	43	51	57	5	3	1	7	5	3	1	7	0	1	2	2	3	4	5	5
К-й разряд $A^k \times 7$								Выход К-го разряда S^k				Перенос в К+1-й разряд S^{k+1}												
0^{k-1}	00	07	16	25	34	43	52	61	0	7	6	5	4	3	2	1	0	0	1	2	3	4	5	6
1^{k-1}	01	10	17	26	35	44	53	62	1	0	7	6	5	4	3	2	0	1	1	2	3	4	5	6
2^{k-1}	02	11	20	27	36	45	54	63	2	1	0	7	6	5	4	3	0	1	2	2	3	4	5	6
3^{k-1}	03	12	21	30	37	46	55	64	3	2	1	0	7	6	5	4	0	1	2	3	3	4	5	6
4^{k-1}	04	13	22	31	40	47	56	65	4	3	2	1	0	7	6	5	0	1	2	3	4	4	5	6
5^{k-1}	05	14	23	32	41	50	57	66	5	4	3	2	1	0	7	6	0	1	2	3	4	5	5	6
6^{k-1}	06	15	24	33	42	51	60	67	6	5	4	3	2	1	0	7	0	1	2	3	4	5	6	6

С целью экономии места дальнейший синтез констант последующих разрядов генератора кратностей перенесем в приложение пятой главы, которое приведено на компакт-диске в одноименной папке. Эта папка содержит три файла $|(x2 \dots x7)2|$, $|(x2 \dots x7)3|$, $|(x2 \dots x7)4|$ соответственно для констант умножения от двух до семи для второго, третьего и четвертого разрядов основания $n = 8$ основного двоичного кода.

В каждом из этих файлов синтезированы геометрические образы логических функций выходных сигналов $C(c_1, c_2, c_3)$, $D(d_1, d_2, d_3)$, $H(h_1, h_2, h_3)$, $F(f_1, f_2, f_3)$, $R(r_1, r_2, r_3)$, $S(s_1, s_2, s_3)$, а также геометрические образы сигналов переноса в следующий старший разряд.

Геометрические образы сигналов переноса второго и третьего разрядов, которые являются внутренними, представлены в двух вариантах – кодовом (p_1, p_2, p_3) и цифровом $(0, 1, \dots)$.

Геометрические образы сигнала переноса четвертого разряда, которые являются выходными генератора кратностей, представлены здесь в кодовом варианте (p_1, p_2, p_3) .

Синтез геометрических образов этих сигналов выполняется заменой соответствующих значений цифровых данных, взятых из табл. 5.2. Для сигналов c_1, d_1, \dots, s_1 это замена цифр 1, 3, 5, 7 на звездочки, для сигналов c_2, d_2, \dots, s_2 – цифр 2, 3, 6, 7 на звездочки, для сигналов c_3, d_3, \dots, s_3 – цифр 4, 5, 6, 7 на звездочки и удалением в каждом из этих сигналов остальных цифр.

Покрытие этих геометрических образов позволяет получить соответствующие логические функции выходных и внутренних сигналов генератора кратностей. Внутренние сигналы генератора кратностей выделены в файлах светло-желтой заливкой.

Выполняя соответствующую подстановку внутренних сигналов в старшие разряды этих логических функций, получим их запись в нормальной дизъюнктивной форме предельного быстрогодействия.

В табл. 5.3 файла $|(x_2 \dots x_7)_2|$ приведены такие логические выходные функции вторых разрядов генератора кратностей: $C^2(c_1^2, c_2^2, c_3^2)$, $D^2(d_1^2, d_2^2, d_3^2)$, $H^2(h_1^2, h_2^2, h_3^2)$, $F^2(f_1^2, f_2^2, f_3^2)$, $R^2(r_1^2, r_2^2, r_3^2)$, $S^2(s_1^2, s_2^2, s_3^2)$.

В табл. 5.4 файла $|(x_2 \dots x_7)_3|$ приведены логические выходные функции третьих разрядов генератора кратностей $C^3(c_1^3, c_2^3, c_3^3)$, $D^3(d_1^3, d_2^3, d_3^3)$, $H^3(h_1^3, h_2^3, h_3^3)$, $F^3(f_1^3, f_2^3, f_3^3)$, $R^3(r_1^3, r_2^3, r_3^3)$, $S^3(s_1^3, s_2^3, s_3^3)$.

Четвертые разряды генератора кратностей имеют по два выхода, которые содержатся в файле $|(x_2 \dots x_7)_4|$. В табл. 5.5 этого файла приведены выходные логические функции четвертых разрядов генератора кратностей $C^4(c_1^4, c_2^4, c_3^4)$, $D^4(d_1^4, d_2^4, d_3^4)$, $H^4(h_1^4, h_2^4, h_3^4)$, $F^4(f_1^4, f_2^4, f_3^4)$, $R^4(r_1^4, r_2^4, r_3^4)$, $S^4(s_1^4, s_2^4, s_3^4)$. Пятые разряды генератора кратностей представляются сигналами переноса четвертых разрядов и содержатся в табл. 5.6 этого файла.

Выходные сигналы переноса четвертых разрядов файла $|(x_2 \dots x_7)_4|$ – $[p_1^4(C^4), p_2^4(C^4), p_3^4(C^4)]$, $[p_1^4(D^4), p_2^4(D^4), p_3^4(D^4)]$, $[p_1^4(H^4), p_2^4(H^4), p_3^4(H^4)]$, $[p_1^4(F^4), p_2^4(F^4), p_3^4(F^4)]$, $[p_1^4(R^4), p_2^4(R^4), p_3^4(R^4)]$, $[p_1^4(S^4), p_2^4(S^4), p_3^4(S^4)]$.

Наиболее удобно в дальнейшем записывать сигналы переноса четвертых разрядов как пятые разряды генератора кратностей: $C^5(c_1^5, c_2^5, c_3^5)$, $D^5(d_1^5, d_2^5, d_3^5)$, $H^5(h_1^5, h_2^5, h_3^5)$, $F^5(f_1^5, f_2^5, f_3^5)$, $R^5(r_1^5, r_2^5, r_3^5)$, $S^5(s_1^5, s_2^5, s_3^5)$.

При использовании в генераторе кратностей четырехфазного кода, когда каждый разряд состоит из четырех сигналов $[C(c_1, c_2, c_3, c_4), D(d_1, d_2, d_3, d_4), H(h_1, h_2, h_3, h_4), F(f_1, f_2, f_3, f_4), R(r_1, r_2, r_3, r_4), S(s_1, s_2, s_3, s_4)]$, синтез геометриче-

ских образов этих сигналов выполняется заменой соответствующих значений цифровых данных взятых из табл. 5.2.

Для сигналов c_1, d_1, \dots, s_1 это осуществляется заменой цифр 1, 2, 3, 4 на звездочки, для сигналов c_2, d_2, \dots, s_2 – цифр 2, 3, 4, 5 на звездочки, для сигналов c_3, d_3, \dots, s_3 – цифр 3, 4, 5, 6 на звездочки, для сигналов c_4, d_4, \dots, s_4 – цифр 4, 5, 6, 7 на звездочки и удалением в каждом из этих сигналов остальных цифр.

Покрытие этих геометрических образов позволяет получить соответствующие логические функции выходных и внутренних сигналов генератора кратностей для каждого разряда констант.

Результаты такого синтеза представлены в приложении пятой главы в файлах $|4\text{-х фазн } (x2 \dots x7)1|$, $|4\text{-х фазн } (x2 \dots x7)2|$, $|4\text{-х фазн } (x2 \dots x7)k|$ соответственно для первого, второго и последующих k -х разрядов констант.

Внутренние сигналы генератора кратностей, как и ранее, выделены в этих файлах светло-желтой заливкой. Выполняя последовательно соответствующую подстановку внутренних сигналов в старшие разряды этих логических функций, можно получить их запись в нормальной дизъюнктивной форме, что читатель при желании может выполнить самостоятельно.

5.2. Блок сумматоров

Структурная схема блока сумматоров для устройства умножения четырех-разрядных операндов A и B основания $n = 8$ приведена на рис. 5.4.

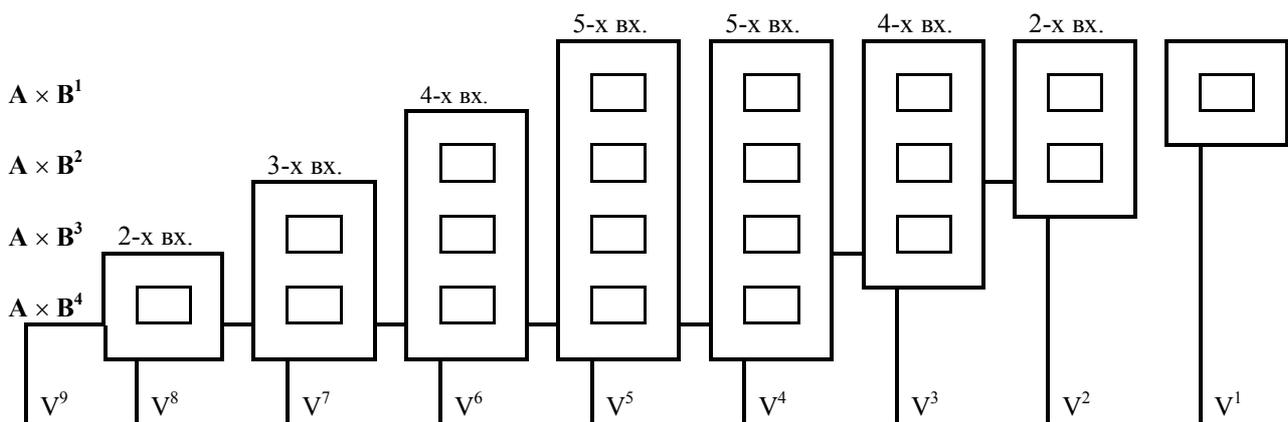


Рис. 5.4

Схема содержит два двухвходовых сумматора (2-х вх.), один трехвходовой сумматор (3-х вх.) и по два четырехвходовых (4-х вх.) и пятивходовых (5-х вх.) сумматоров.

По цифровым значениям разрядов операнда **B** от 0 до 7 на определенные входы сумматоров от генератора кратностей подаются соответствующие этим значениям константы операнда **A**.

Многовходовые сумматоры, построение которых изложено в предыдущих разделах книги, имеют по два выхода. Первые выходы сумматоров V^2, \dots, V^8 являются, начиная со второго разряда, выходными сигналами устройства умножения. Вторые выходы многовходовых сумматоров являются сигналами переноса в следующий старший разряд и поступают на вход следующего по старшинству сумматора. Выход переноса последнего двухвходового сумматора – выходной сигнал V^9 последнего девятого разряда устройства умножения.

Аналогичным образом могут быть синтезированы быстродействующие устройства умножения, когда число разрядов операнд основания $n = 8$ равно восьми разрядам, а число выходных разрядов устройства умножения равно семнадцати.

Есть одна опасность в обращении с классическими работами. Кажется, что на них все ссылаются, но редко кто их действительно читает.

С. Глинский

Глава 6

МАШИНА ТЬЮРИНГА И ТЕОРИЯ МНОГОМЕРНЫХ ЦИФРО-ВЕКТОРНЫХ МНОЖЕСТВ

Одной из основных задач вычислительной техники является требование высокого быстродействия и надежности именно процесса вычисления в режиме реального времени. Уже в 80-х годах прошлого века многие отечественные и зарубежные ученые считали, что эпоха одиночных вычислителей закончилась и наступила эпоха коллектива вычислителей. Это выразилось в идее объединения большого числа компьютеров в единую систему с целью повышения производительности вычислительной техники.

Тогда же поиски путей повышения быстродействия одиночных вычислителей, кроме повышения рабочих частот, практически прекратились, и все старания многих исследователей были направлены на параллельные вычисления с архитектурой большого числа многопроцессорных компьютеров.

При этом возникли значительные сложности параллельной архитектуры таких вычислительных комплексов, когда стало необходимо изменить существующий до сих пор привычный последовательный стиль взаимодействия с компьютерами таких систем. Этот стиль последовательных вычислений относился к понятиям алгоритма в терминах идеализированной вычислительной машины Тьюринга, когда присоединение к ней памяти сделало ее реальным инструментом исследований.

В [2, 3] было доказано, что теория многомерных цифро-векторных множеств позволяет синтезировать арифметические устройства одиночных вычислителей с высокими показателями быстродействия и надежности при использовании больших оснований систем счисления, а для помехозащищенности и резервирования этих устройств возможно применение кодов, исправляющих ошибки в том числе и многофазных кодов.

Единственным ограничением реального применения таких вычислительных устройств были значительные аппаратные затраты, которые в настоящее время из-за больших технологических достижений микроэлектроники отходят на второй план.

Представляет определенный интерес сопоставить идеализированную машину Тьюринга и арифметические устройства, синтезированные на основе теории многомерных цифро-векторных множеств.

6.1. История создания машины Тьюринга

Выдающийся немецкий математик Д. Гильберт в начале прошлого века выдвинул идею сведения процесса доказательства любых математических утверждений к абстрактному алгебраическому преобразованию в них математических символов. Для этого необходимо было создать язык, определяющий понятия, определения, аксиомы и теоремы математики. Язык считается полностью определенным, когда определены его символы и формулы, что делает язык чисто синтаксическим объектом.

Д. Гильберт считал, что вся математика должна описываться этим языком – метаязыком, где семантическое доказательство должно уступить место чисто синтаксическому доказательству. Им было положено основание теории доказательств (метаматематики) – дисциплине, изучающей саму математику, где необходимо было достаточности синтаксической правильности последовательности цепочек, представляющей собой доказательство.

При этом доказательства должны быть обозримыми (финитными), т.е. оперируемыми с конкретными объектами.

В конце 20-х годов прошлого века [15] Д. Гильбертом была сформулирована проблема разрешимости – «проблема нахождения общих методов распознавания общезначимости или же выполнимости логических формул».

Проблема разрешимости была решена для частных разделов математической логики – исчисления высказываний и некоторых частных случаев логики первого порядка. Все это вселяло надежды получить для всех разделов математики доказательства путем выписывания последовательностей строк, из которых каждая последующая следовала из аксиом и ранее выведенных строк, которые были до этого момента полностью доказанными.

Невыполнимость этих надежд показал в это же время австрийский логик К. Гедель. Он доказал, что даже в наиболее изученной математической дисциплине арифметике могут существовать истинные, но недоказуемые синтаксическими финитными средствами самой арифметики утверждения.

Несколькими годами позже немецкий математик Г. Генцен показал, что все же арифметика непротиворечива. Для этого доказательства ему потребовалось использовать более сильные, но не синтаксические финитные методы доказательств.

Тем не менее невозможность реализовать мечту Д. Гильберта о построении разрешающего синтаксического метода доказательств для всей математики в 1937 году одновременно показали американский логик А. Черч и английский математик А. Тьюринг: не существует универсальных алгоритмов синтаксического метода доказательств – проблема неразрешима.

6.2. Машины Тьюринга

В многочисленных публикациях по математической логике, программированию, теории рекурсивных функций описание машины Тьюринга имеет различные конструктивные варианты. Но главная суть состоит в том, что А. Тьюринг использовал предложение К. Геделя кодировать вычисляемые функции посредством алгоритмов.

Класс таких рекурсивных функций достаточно широк – все значимые математические функции являются вычисляемыми, и им можно, по предложению К. Геделя, сопоставить натуральное число. В основе такого кодирования лежит основная теорема арифметики: всякое натуральное число может быть единственным образом разложено на произведение простых чисел. Из этого сопоставления К. Гедель закодировал все арифметические утверждения и вывел теоремы о неполноте (неразрешимости) синтаксических финитных методов доказательств.

Доказательство же А. Тьюринга о неразрешимости опирается на возможность машины описания самой себя. Машина Тьюринга, способная выполнять программы, описывающие ее работу, называется универсальной машиной Тьюринга.

Из многочисленных описаний работы универсальной машины Тьюринга наиболее ее полное содержится в [16]. В этой классической работе С.В. Яблонским в отличие от упрощенного представления машины Тьюринга, которое содержится в большинстве публикаций, в главе, посвященной именно вычисляемым функциям, дается представление этой машины. Эта машина состоит из бесконечной ленты и автомата. Бесконечная лента разделена на ячейки, которые нумеруются здесь натуральными числами $1, 2, \dots$; в ячейки вписываются символы определенного алфавита. Автомат обладает головкой и может находиться в одном из (конечного числа) состояний. Головка в каждый момент времени t ($t = 1, 2, \dots$) обозревает одну ячейку ленты (при $t = 1$ обозревается 1-я ячейка); по символу, прочитанному на ленте, и по внутреннему состоянию автомат вырабатывает новое состояние и некоторый символ, который через головку вписывает в ту же ячейку. После этого головка сдвигается по ленте на одну ячейку вправо и т.д. Машина останавливается при появлении в поле зрения головки символа останова, и на ленте в ячейках $1, 2, \dots, i$ получается выходная последовательность $\{\gamma(1), \gamma(2), \dots, \gamma(i)\}$. Работа такой машины задается при помощи программы.

В [16] также описывается метод построения машин Тьюринга, который использует композиции машин и специальный весьма сложный операторный язык для записи алгоритмов. Этот язык впервые был разработан А.А. Ляпуновым [17] в 1953 г.

Для понимания этих работ необходима серьезная математическая подготовка читателя, что нами было принято не использовать в настоящей работе.

По этой причине пропустим этап создания программ для универсальной машины Тьюринга и остановимся только на бесконечной ленте этой машины, где в ее ячейках уже записаны единицы и нули, созданные этими программами, т.е. машинный код.

Бесконечная лента машины Тьюринга является по своей сути одномерным цифро-векторным пространством, в ячейках которого располагается машинный код, созданный компилятором и непосредственно связанный с электронной «начинкой» компьютера.

В теории многомерных цифро-векторных множеств было предложено нумеровать ячейки такого одномерного бесконечного пространства числами расширенного натурального ряда $0, 1, \dots$, а не числами $1, 2, \dots$ обычного натурального ряда, как это имеет место в универсальной машине Тьюринга, представленной в [16].

Очевидно, что такая замена нумерации ячеек не может отразиться на дальнейшем описании работы всей модели универсальной машины Тьюринга, когда она за данный большой промежуток времени способна справиться с любым вычислением, выполняемым сколь угодно мощным современным компьютером.

Такое казалось бы незначительное усовершенствование бесконечной «ленты» машины Тьюринга позволяет получить новое качество ее работы по увеличению быстродействия и надежности.

Это достигается возможностью векторной записи бесконечной цифровой прямой, которая может графически представляться в многомерном цифро-векторном пространстве координат разрядов, составляющих расширенное натуральное число.

При основном двоичном кодировании, как и при других способах кодирования, можно рассматривать цифровую «прямую» с элементами от 0 до $(2^K - 1)$ как графическое представление системы счисления одного основания, равного 2^K , либо как часть системы счисления с одним основанием, большим чем 2^K . Эту бесконечную «прямую» можно представить также последовательным соединением разрядов числа с меньшими основаниями, равными по значению либо различными: $2^K = 2^L 2^S 2^T \dots$ ($K = L + S + T + \dots$).

Такое представление расширенного натурального числа позволяет изобразить графически каждый аргумент x_i и саму логическую функцию $y = f(x_1, \dots, x_K)$ не только на цифровой «прямой», но и в многомерном варианте этого пространства. Причем каждая координата многомерного цифрового пространства определяется соответствующим разрядом либо группой разрядов числа.

Логическая функция, принимающая для всех наборов аргументов x_i значение логической единицы (для отличия от цифры 1 соответствующего разряда обозначается нами знаком *), представляет собой непрерывное цифровое множество сигналов от 0 до $(2^K - 1)$, т.е. то многомерное цифровое пространство E (универсальное цифровое множество), в котором раз-

мешается «объем» любой логической функции с меньшим числом наборов аргументов x_i , равных *.

При этом бесконечное цифровое одномерное пространство (бесконечная лента) может рассматриваться нами также как один разряд основания, равно-го бесконечности ($n = \infty$).

Следовательно, многомерное цифро-векторное пространство является оцифрованным пространством Е.С. Федорова, которое может полностью выполнять функции бесконечной ленты в машине Тьюринга.

Заполняемые знаками * по определенной программе автоматом машины Тьюринга ячейки этого пространства и оставшиеся после этого незаполненные пустые ячейки позволяют в пределах каждого разряда выбранного основания системы счисления представить геометрический образ соответствующей логической или арифметической функции, которая также является логической функцией.

Геометрические образы же сложных вычисляемых логических функций могут состоять от одного до большого числа разрядов, что, например, приведено в предыдущих главах книги при синтезе многовходовых быстродействующих арифметических устройств сложения и умножения.

Например, структурная схема рис. 4.11 четвертой главы предназначена для такого заполнения ячеек пространства, когда выполняется синтез выходных сигналов многовходовых одноразрядных сумматоров на примере применения в них системы счисления основания $n = 8$.

При этом в схеме могут использоваться любые принципы кодирования этого основания системы счисления, число которых $8!$ (факториал). Это относится как для кодов основания системы счисления с числом кодовых комбинаций 2^3 (двоичная система счисления), так и системы счисления с таким же числом кодовых комбинаций, взятых из большего числа возможных кодовых комбинаций 2^k , где $k > 3$ (например, многофазные коды).

Можно было бы продолжить представление бесконечной ленты Тьюринга для синтеза выходных сигналов многовходовых одноразрядных сумматоров и устройств умножения с использованием еще больших оснований систем счисления, например $n = 16$.

Очевидно, что система счисления этого основания может быть представлена, например, основным двоичным совершенным систематическим кодом, следовательно, бесконечная лента Тьюринга будет здесь иметь две составляющие. Первая из них – для информационных разрядов, вторая – контрольных.

Эта идея может служить основой для создания контролеспособных алгоритмов машины Тьюринга с возможностью исправления, например, всех одиночных ошибок в программах машинных кодов.

Заключение

Выполнение быстродействующей арифметики хотя и позволяет увеличить производительность одиночного вычислителя, но этого еще недостаточно, и необходимо выполнение принципов параллельной обработки данных в архитектуре компьютеров, что было отмечено еще в 1957 г. [18] в выступлении С.А. Лебедева на сессии Академии наук СССР, где были поставлены следующие задачи: «Выполнение арифметических действий в значительной мере может быть совмещено по времени с обращением к памяти. При этом можно отказаться от стандартного цикла выполнения операций, когда вызов следующей команды производится после отсылки результата в запоминающее устройство, и производить выборку команд перед отсылкой результатов в запоминающее устройство...

Помимо быстродействия арифметического устройства, существенным фактором, определяющим скорость работы машин, является время обращения к запоминающему устройству. Одним из решений уменьшения времени обращения к запоминающему устройству является создание дополнительной «сверхбыстродействующей памяти» сравнительно небольшой емкости. Создание такой «памяти» позволит сократить время выполнения стандартных вычислений...

Одним из возможных путей для решения таких задач может явиться параллельная работа нескольких машин, объединенных одним общим дополнительным устройством управления и с обеспечением возможности передачи кодов чисел с одной машины на другую. *Однако может оказаться более целесообразным создание ряда параллельно работающих отдельных устройств машины.* В такой машине должна иметься общая основная память для хранения чисел и команд, необходимых для решения задачи. Из этой «памяти» числа и команды, требующиеся для решения того или иного этапа задачи, поступают на ряд сверхбыстродействующих запоминающих устройств сравнительно небольшой емкости. Каждое такое сверхбыстродействующее запоминающее устройство связано со своим арифметическим устройством. Эти устройства имеют свое индивидуальное управление. Помимо этого, должно быть предусмотрено общее управление всей машины в целом.

Для более полного использования арифметических устройств требуется, чтобы заполнение «сверхбыстродействующей памяти» из общей «памяти» машины осуществлялось одновременно с выполнением вычислений».

В этом выступлении С.А. Лебедева представлялось будущее направление развития параллелизма в одиночных вычислителях, что им виделось наиболее целесообразным, а также в коллективе вычислителей, объединенных в единую сеть.

После выхода этого доклада еще долгое время в мире сохранялось последовательное выполнение операций в создаваемых одиночных вычислителях,

но требования повышения производительности привели к необходимости внедрения параллелизма в их структуру – были созданы суперкомпьютеры с параллельной архитектурой, которые характеризуются супербольшой скоростью, супербольшой памятью, но и высокой ценой.

В какой-то момент времени параллелизма в машине стало очень много, а быстродействие арифметических устройств оставалось при этом на недостаточно высоком уровне, что не позволяло увеличивать дальше производительность одиночного вычислителя, даже суперкомпьютера. Поэтому многие исследователи пришли к выводу, что наступила эра вычислительных систем параллельной архитектуры с большим числом компьютеров и даже суперкомпьютеров, объединенных в единую сеть.

Данная работа показывает, что скорость работы арифметики одиночного вычислителя может быть существенно увеличена при переходе на работу с большими основаниями систем счисления, когда в ней используются многовходовые суммирующие и вычитающие одноразрядные блоки, в том числе и в блоках умножения и деления [3, с. 112].

При этом возможно создание высоконадежных контролеспособных быстродействующих логических и арифметических устройств, где могут быть использованы контролеспособные совершенные и квазисовершенные коды, а также контролеспособные многофазные коды.

Следовательно, эпоха одиночных вычислителей еще не завершена, и их быстродействие и надежность могут быть значительно увеличены.

Литература

1. *Кочергин В.И.* Теория многомерных цифровых множеств в приложениях к электроприводам и системам электропитания. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002.
2. *Кочергин В.И.* Теория многомерных цифро-векторных множеств в технических системах управления: дис. д-ра техн. наук. – Томск: ТПУ, 2003.
3. *Кочергин В.И.* Теория многомерных цифро-векторных множеств. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006.
4. *Кочергин В.И.* Практика теории многомерных цифро-векторных множеств (совершенные и квазисовершенные коды). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2010.
5. *Кочергин В.И.* Практика теории многомерных цифро-векторных множеств (криптология). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2012.
6. *Цифроаналоговый* электропривод на электродвигателях мощностью от 0,25 до 1,0 кВт, управляемый от микропроцессора. Теоретические и экспериментальные исследования / Науч. рук. НИР В.И. Кочергин. Отчет о НИР (промежуточный), № ГР 01.83.0. 038666. – Томск: НПО «Полюс», 1983.
7. *Цифроаналоговый* электропривод на электродвигателях мощностью от 0,25 до 1,0 кВт, управляемый от микропроцессора. Теоретические и экспериментальные исследования / Науч. рук. НИР В.И. Кочергин. Отчет о НИР (заключительный), № ГР 01.83.0. 038666. Томск : НПО «Полюс», 1985.
8. *Kochergin V.I., Belitskaya L.A.* Synthesis of the Multi-Input Adder with the Maximal Operating Speed. A Publication of the International Association of Science and Technology for Development – IASTED «Automation, Control and Information Technology – 2005». – Novosibirsk, 2005.
9. *Нейман Дж. фон.* Вероятностная логика и синтез надежных организмов из ненадежных элементов // Автоматы: сб. – М.: Мир, 1956.
10. *Веников Г.В.* Сверхбыстродействующие вычислительные устройства. – М.; Л.: Энергия, 1966.
11. А.с. 744994 (СССР) / В.И. Кочергин, С.В. Кульбицкий, А.Ф. Лекарев. Реверсивное счетное устройство // Открытия. Изобретения. – 1980. – №24.
12. А.с. 1356225 (СССР) / В.И. Кочергин Цифро-аналоговый преобразователь с многофазным выходом // Открытия. – Изобретения. – 1987. – №43.
13. Фотоэлектрические преобразователи информации / Л.Н. Преснухин, В.Ф. Шаньгин, С.А. Майоров, И.В. Меськин. – М.: Машиностроение, 1974.
14. *Пройдаков Э.М., Теплицкий Д.А.* Англо-русский толковый словарь по вычислительной технике, Интернету и программированию. – 4-е изд. – М.: Изд.-торговый дом «Русская редакция», 2004. – 864.
15. *Гильберт Д., Бернайс П.* Основания математики (теория доказательств). – М.: Наука, 1982.
16. *Яблонский С.В.* Введение в дискретную математику. – М.: Наука, 1986.
17. *Ляпунов А.А.* О логических схемах программ // Проблемы кибернетики. – Вып. 1. – М.: Физматгиз, 1958.
18. *Ляпунов А.А.* Электронно-вычислительные машины // Сессия АН СССР по научным проблемам автоматизации производства. Пленарное заседание. – М.: АН СССР, 1957.

Список обозначений и сокращений

N_0 – расширенный натуральный ряд чисел

A, B, C, \dots – запись операндов в прямом коде

$A^\bullet, B^\bullet, C^\bullet, \dots$ – запись операндов в обратном коде

$0, 1, 2, \dots$ – цифры основания системы счисления

$0, 1, 2, \dots$ – кодовые комбинации цифр основания системы счисления

$a^i_1, a^i_2, \dots; b^i_1, b^i_2, \dots; \dots$ – сигналы i -го разряда основания системы счисления операндов A, B, \dots

$\underline{a}^i_1, \underline{a}^i_2, \dots; \underline{b}^i_1, \underline{b}^i_2, \dots; \dots$ – инверсные сигналы i -го разряда основания системы счисления операндов A, B, \dots

A, B, C, \dots – операнды, множества, цифровые векторы, одномерные цифровые пространства

AB, AC, BC, \dots – двумерные цифровые пространства

ABD, ACD, BCD, \dots – трехмерные цифровые пространства и т.д.

m_1, m_2, \dots – подмножества множества M

w_1, w_2, \dots – подмножества множества W и т.д.

$\underline{m}_1, \underline{m}_2, \dots$ – инверсные значения подмножеств множества M

$\underline{w}_1, \underline{w}_2, \dots$ – инверсные значения подмножеств множества W и т.д.

$\{m_i, \dots\}$ – групповое множество подмножеств m_i

$\{\underline{m}_i, \dots\}$ – групповое множество инверсных подмножеств \underline{m}_i

$\{w_i, \dots\}$ – групповое множество подмножеств w_i

$\{\underline{w}_i, \dots\}$ – групповое множество инверсных подмножеств \underline{w}_i и т.д.

| имя | – название (имя) папки

| имя | – название (имя) файла

Научное издание

КОЧЕРГИН Валерий Иванович

ПРАКТИКА ТЕОРИИ МНОГОМЕРНЫХ
ЦИФРО-ВЕКТОРНЫХ МНОЖЕСТВ
(машинная арифметика)

Редактор *В.Г. Лихачёва*
Подготовка оригинал-макета *Ю.А. Сидоренко*

Подписано в печать 16.12.2013 г. Формат 60×84¹/₁₆.
Печ. л. 9,8; усл. печ. л. 9,2; уч.-изд. л. 9,6.
Тираж 100. Заказ

ООО «Издательство ТГУ», 634029, г. Томск, ул. Никитина, 4
Учебно-производственная типография ТГУ, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 66