
В.И. Кочергин
ПРАКТИКА
ТЕОРИИ МНОГОМЕРНЫХ
ЦИФРО-ВЕКТОРНЫХ
МНОЖЕСТВ

В.И. Кочергин

ПРАКТИКА ТЕОРИИ МНОГОМЕРНЫХ ЦИФРО-ВЕКТОРНЫХ МНОЖЕСТВ

(криптология)

Издательство Томского университета

2011

УДК 681.326
ББК 32.973.2
К 55

Кочергин В.И.

К 55 Практика теории многомерных цифро-векторных множеств (криптология). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. – 210 с.

ISBN 978-5-7511-2072-6

В книге приведены примеры геометрического синтеза практически нераскрываемых и защищенных от внешних помех криптографических систем с использованием совершенных и квазисовершенных двоичных и многофазных кодов. Изложение производится на практическом схемотехническом уровне реализации принципиальных схем. При этом понимание материала книги не требуется от читателя глубоких математических познаний, «известных лишь специалистам с университетским дипломам по математике, информатике и некоторым другим смежным дисциплинам с блестящим знанием всего арсенала математических концепций, методов, обозначений и языка». Книга является единым целым с электронным приложением на компакт-диске, на котором приведены все 192 совершенных кода основания n = 16, англо-русский толковый научно-технический словарь по современной криптологии и сборник эпиграфов для научных работ.

Для студентов технических вузов и разработчиков цифровых систем управления, а также аспирантов и научных работников.

УДК 681.326
ББК 32.973.2

ISBN 978-5-7511-2072-6

Оглавление

Предисловие

Первая открытая публикация по практическому применению теории многомерных цифро-векторных множеств [1] относилась к цифровым электроприводам и системам электропитания. В дальнейшем автор решил расширить область применения этой теории и выпустить серию книг этого направления. Эта книга является второй из намеченных автором книжных приложений к теоретической части теории многомерных цифро-векторных множеств [2, 3] и с ней неразрывно связана.

В первой книге из этой серии [4] представлены все совершенные коды (perfect codes), исправляющие одиночные ошибки двоичной системы основания n = 16, а также образуемые из них квазисовершенные (quasiperfect codes) коды, исправляющие одиночные ошибки для двоичных систем счисления оснований n = 8, 4. В этой книге также синтезированы по одному из многочисленных квазисовершенных кодов оснований n = 32, 64 и предложены геометрические алгоритмы синтеза любых совершенных многофазных кодов (multiphase perfect codes), являющихся составной частью цифровых электроприводов.

Осуществляемый в настоящее время повсеместный переход от непрерывной информации к дискретной и, соответственно, от аналоговых устройств – к цифровым устройствам позволяет значительно увеличить надежность работы устройств и улучшить качество передачи информации. Однако опыт использования современных компьютерных систем, работающих в режиме реального времени, убеждает в том, что наряду с действительным уменьшением интенсивности катастрофических отказов не уменьшается, а иногда даже увеличивается интенсивность случайных сбоев.

Решению проблем уменьшения случайных сбоев служат представленные в [3] совершенные и квазисовершенные коды. Актуальность этой задачи не вызывает сомнений и подтверждается тем, что в настоящее время всем очевидна острая необходимость обеспечения быстродействия и высочайшей надежности функционирования цифровых устройств систем управления такими сложными и ценными техническими объектами, как атомные электростанции, подводные лотки, самолеты и вертолеты, малейшие отказы или сбои в работе которых грозят обернуться катастрофическими последствиями. Создание и эксплуатация космических аппаратов вообще и пилотируемых орбитальных станций в частности – одна из областей техники, где быстродействие, надежность и резервирование систем управления, обработки и передачи информации являются не только необходимой предпосылкой для выполнения научных исследований в космическом пространстве, но и зачастую главным условием сохранения жизни экипажа.

Другой проблемой управления объектами с цифровыми входными параметрами является защита от постороннего вмешательства – проблема информационной безопасности, что немыслимо без использования методов криптологии, которая состоит из двух частей – криптографии и криптоанализа. Современная криптология (contemporary cryptology) является сложной математической наукой, которая впитала в себя огромное количество теорем, алгоритмов, криптографических схем [4]. Объективная сложность криптографических схем не позволяет их реализовать в объектах реального времени – для дешифрования сообщения требуется время часто неприемлемое для управления такими объектами.

Вместе с тем совершенные и квазисовершенные коды позволяют исправлять ошибки с предельно возможным быстродействием, но они никогда не рассматривались в литературе [5] как автономный инструмент для защиты информации от постороннего вмешательства. Это было связано, очевидно, с ошибочным мнением о существования малого числа совершенных и квазисовершенных кодов, исправляющих ошибки с минимальными затратами оборудования. В [2] доказано, что число совершенных и квазисовершенных кодов двоичной системы счисления неограниченно велико. Также доказана возможность построения совершенных многофазных кодов. При этом использование двоичных и многофазных совершенных и квазисовершенных кодов стало практически реализуемо при минимальных затратах оборудования в системах передачи, хранения информации и выполнении любых арифметических операций в режиме реального времени с предельно возможным управляемым быстродействием.

Вопрос очевиден: «Если мы можем исправлять определенный тип ошибок, почему бы по случайному выбору (random choice) не посылать эти сообщения получателю, который имеет секретный ключ или несколько таких ключей по исправлению этих ошибок?». При этом нет необходимости создавать практически нераскрываемую криптосистему (effectively unbreakable cryptosystem). Достаточно знать возможное время её вскрытия и заблаговременно по случайному выбору менять, возможно, автоматически секретный ключ, сообщая различными путями его получателю (объекту управления). Именно эта задача будет решаться в настоящей книге по синтезу «прозрачной» криптографии («transparent» cryptography), которая не требует от пользователя знания ее принципов, не зависит от типа шифруемых данных, характеристик системы и входящих в нее устройств, не влияет на их нормальную работу.

Возможность использования совершенных и квазисовершенных кодов для всех известных методов математической криптографии (mathematical cryptography), которые используют сложные математические операции, такие как возведение очень больших чисел в чрезвычайно высокие степени по модулю произведения двух простых чисел и т. д., определяется достижениями теории многомерных цифровых множеств.

К этим достижениям следует отнести:

1. Снятие любых ограничений (тип кода, основание системы счисления, число разрядов и операндов, число входов и выходов и т.д.) по синтезу оптимальных по быстродействию и затратам оборудования цифровых и комбинационных логических устройств, работающих в режиме реального времени.

2. Доказанностью того, что любые коды позиционных систем счисления являются арифметическими, в которых исправление ошибок любой кратности

может решаться комбинационными логическими схемами в режиме реального времени.

3. Алгоритмами геометрического синтеза логических схем любой сложности.

Система связи с секретными ключами может быть представлена следующей схемой

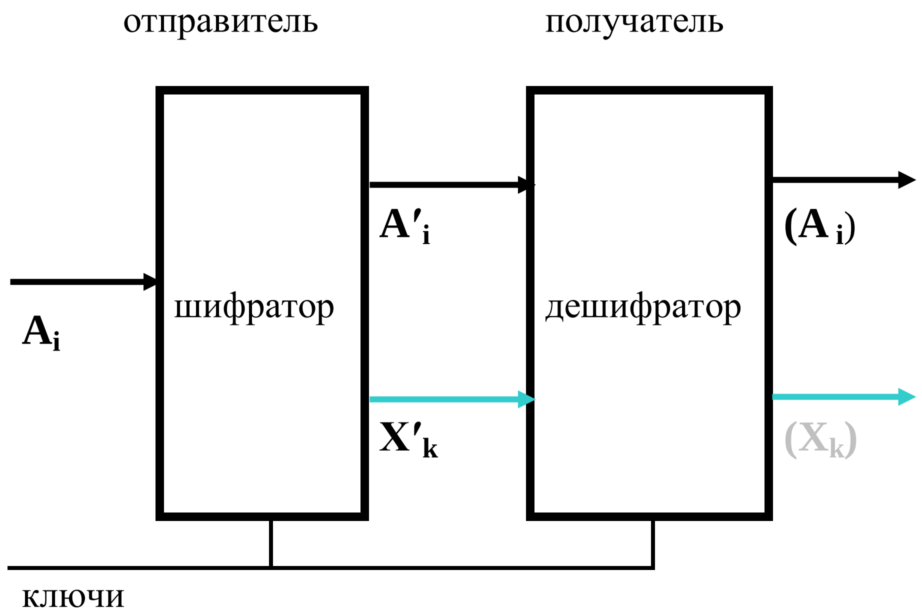


Рис. 1

В классическом варианте криптографии, который отмечается на схеме стрелками черного цвета, исходный код $\mathbf{A_i}$ открытого текста отправителем преобразуется в шифр текст $\mathbf{X'_k\ A'_i}$. Конкретный вид функции шифрования определяется секретным ключом или несколькими ключами. Дешифратор получателя выполняет обратное преобразование аналогичным образом. Секретные ключи хранятся в тайне и передаются отправителем сообщения по каналам, исключающих их перехват криптоаналитиком противника. Причем если отправителю приходится выбирать значения некоторых параметров, относящихся к способу шифрования, он может сообщить это получателям (получателю) эту информацию в индикаторе (indicator). Индикатор может предшествовать сообщению, следовать за сообщением или быть непосредственно вставлен в шифр текст $\mathbf{X'_k\ A'_i}$.

Криптографу перед шифрованием требуется преобразовать открытое сообщение из алфавитного вида к цифровому двоичному коду. В настоящее время используется для этой цели восьмиразрядное представление, которое называется байтом, что достаточно для записи строчных и прописных букв, чисел и знаков препинания и других символов.

Открытый текст имеет произвольную длину, а при значительной его величине он разбивается на блоки фиксированной длины. Подобные криптосистемы называются системами блочного шифрования и оговариваются в соответствующих криптографических протоколах. Известны протоколы пересылки открытых файлов (Xmodem, Ymodem), которые позволяют пересылать их блоками по 1024 байта. Такие блоки должны будут шифроваться в отдельности независимо от их положения во входной последовательности.

Для современной математической криптографии характерно использование алгоритмов шифрования, предполагающих использование вычислительных средств. Известно более десятка проверенных алгоритмов шифрования, которые при использовании ключа достаточной длины и корректной реализации алгоритма криптографически стойки (8). Распространенные алгоритмы [5, 8] : симметричные DES, AES, ГОСТ 28147-89, Camellia, Twofish, Blowfish, IDEA, RC4 и др.; асимметричные RSA и Elgamal; хэш-функций MD4, MD5, SHA-1, ГОСТ Р 34.11-94.

Одним из лучших криптоалгоритмов считается стандарт шифрования DES (Data Encryption Standard), принятый в 1977 году Национальным бюро стандартов США. Подобный ему отечественный криптоалгоритм (ГОСТ 28147-89) был введен в действие в 1991 году. Несмотря на очевидные достоинства этих алгоритмов в криптологической стойкости, что показали интенсивные и тщательные исследования специалистов, их существенный недостаток – размножение ошибок, возникающих в процессе сообщения по каналу связи. Одиночная ошибка в зашифрованном тексте сообщения, что весьма вероятно при программной реализации DES-алгоритма и помехах при передаче информации получателю, вызывает искажение примерно половины открытого текста при дешифровании. От этого недостатка не спасает даже утроенное шифрование по DES-алгоритму с разными ключами (triple DES). Другим недостатком является невысокое быстродействие при использовании программирования для этого алгоритма. По этой причине многие производители [10] после официального одобрения DES-алгоритма разработали и предложили к использованию устройства, в состав которых входили микросхемы, осуществляющие преобразования согласно DES-алгоритму на предельно возможных частотах преобразования. Однако это быстродействие не может считаться достаточным для их использования в шифраторах мгновенного действия (instantaneous encipherer), которые предназначены для использования в системах прямого цифрового управления многими важными объектами.

Теоретическое формальное применение методов теории многомерных цифровых множеств позволяет реализовать практически все известные криптоалгоритмы и дополнительно увеличить их криптологическую стойкость, но не решает задачи требуемого быстродействия и необходимой помехозащищенности.

Для решения этой задачи в структурную схему с секретными ключами (Рис. 1) вводится связи, которые служат для передачи дополнительной контрольной информации, преобразуемой из открытого исходного кода $\mathbf{A_i}$ отправителем в открытый контрольный код $\mathbf{X_k}$, а затем в выходной шифр текст $\mathbf{X'_k}$. Конкретный вид функции шифрования информационной части кода $\mathbf{A_i}$ и контрольной $\mathbf{X_k}$ определяется секретным ключом или несколькими ключами, а также функциональной зависимостью между этими двумя частями исходного кода. Дешифратор получателя выполняет обратное преобразование аналогичным или иным образом.

История составления криптограмм насчитывает множество приемов тайнописи, и долгое время считалось [9], что «это та область, где нет нужды придумывать что-нибудь новое». Это мнение не соответствует действительности – появление компьютерной вычислительной техники позволяет реализовать практически все известные до этого момента приемы тайнописи и создавать принципиально новые. Однако и старые приемы могут получить новое лучшее применение.

Например, шифр простой замены, где буквы заменяются согласно некоторой перестановке (transposition) алфавита, может использоваться не только для перемешивания букв и символов, а также для перемешивания разрядов байтов в информационном шифр тексте $\mathbf{A'_I}$ и в шифр тексте контрольного кода $\mathbf{X'_k}$. Причем эта перестановка, которая реализуется поворотами относительно осей симметрии многомерного цифрового пространства, может быть различной от байта к байту и даже внутри частей байта.

Другим приемом может служить пример применения неизвестного другим языка индейского племени навахо, который использовался во время Второй мировой войны в американских войсках [10]. Таким «неизвестным языком» может служить не стандартный двоичный цифровой код современных компьютерных систем, а иной двоичный и не только двоичный цифровой код в шифр текстах. Подобных цифровых кодов большое число (n!), где n – основание системы счисления, и любой из этих кодов, как доказано в теории многомерных цифро-векторных множеств, является арифметическим. Следовательно, возможно здесь без каких-либо ограничений применение и модульной арифметики в цифровых шифровальных системах «неизвестного языка», которые затруднят или сделают практически невозможным криптоаналитику использовать в своих атаках компьютеры, т. е. исключить автоматизированный компьютерный криптоанализ (automated cryptanalysis). Это может сделать систему практически нераскрываемой (effectively unbreakable cryptosystem) вследствие чрезвычайных затрат времени и средств.

Принципиально новым при применении в криптографии совершенных и квазисовершенных кодов является возможность перестановки, функциональной зависимости между информационными и контрольными разрядами кода в байтах, которая также может быть использована в шифровых текстах для повышения криптографической стойкости.

Все перечисленные выше приемы шифрования могут быть реализованы не программными, а «жесткими» схемами, где шифраторы и дешифраторы являются приборами мгновенного действия (instantaneous encipherer, instantaneous cipherer), что полностью отвечает требованиям управления сложными и ценными техническими объектами.

В трех главах (2 – 4) книги рассматриваются принципы такого шифрования при использовании совершенных и квазисовершенных кодов различного вида и их комбинаций при двухбайтовом представлении символов на примере кодовой таблицы ASCII, что позволит читателю самостоятельно рассмотреть возможность использования также расширенной кодовой таблицы символов.

При этом предполагается, что получателю не известны принципы шифрования, т. е. какие типы кодов (**A'_I, X'_i**) используются на промежуточном этапе передачи информации от отправителя к дешифратору получателя в линии связи. Получателю сообщаются только необходимые ключ или несколько ключей, которые реализуются, например, жесткой логической схемой, ему передаваемой. Для осложнения работы криптоаналитика в систему передачи информации могут вводиться по случайному принципу ошибки, которые однозначно исправляются логической схемой ключа. Таким образом, исключается использование противником (криптоаналитиком) статистических свойств открытого текста. В тех случаях, когда линия связи сама содержит большое количество помех, возможно, с целью исправления большего числа помех в линии связи, не создавать в ней искусственных помех.

Пятая глава посвящена аналогичному применению, на примере восьмифазного кода, многофазных кодов в таблице символов управления автономными системами, для которых многофазные коды являются их внутренним языком. При этом управление этими объектами осуществляется удаленными вычислительными устройствами, работающими в основной двоичной системе счисления.

Предложение верно, если оно выведено внутри некоторой логической системы по принятым правилам.

ЭЙНШТЕЙН Альберт

Глава 1

СОВЕРШЕННЫЕ И КВАЗИСОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ

Алгоритмы геометрического синтеза совершенных кодов для оснований систем счисления $n = 2^4$, 2^{11}, 2^{26}, 2^{57}, 2^{120}… представлены в [3]. Число контрольных разрядов таких кодов соответствует данным табл. 1.1. Каждая строка этой таблицы отвечает определенному минимальному кодовому расстоянию $d_{мин\,[1]}$, $d_{мин\,[3]}$, $d_{мин\,[5]}$, … кода, где $d_{мин\,[1]}$ определяет основной двоичный код (k = 0 для всех оснований систем счисления) без исправления ошибок.

Таблица 1.1

	$n = 2^4$	$n = 2^{11}$	$n = 2^{26}$	$n = 2^{57}$	$n = 2^{120}$	Исправляемые ошибки
$d_{мин\,[1]}$	k = 0	k = 0	k = 0	k = 0	k = 0	0
$d_{мин\,[3]}$	k = 3	k = 4	k = 5	k = 6	k = 7	1
$d_{мин\,[5]}$	k = 8	k = 16	k = 32	k = 64	k = 128	1,2
$d_{мин\,[7]}$	k = 11	k = 20	k = 37	k = 70	k = 135	1,2,3
$d_{мин\,[9]}$	k = 16	k = 32	k = 64	k = 128	k = 256	1,2,3,4
$d_{мин\,[11]}$	k = 19	k = 36	k = 69	k = 134	k = 263	1,2,3,4,5
$d_{мин\,[13]}$	k = 24	k = 48	k = 96	k = 192	k = 384	1,2,3,4,5,6
$d_{мин\,[15]}$	k = 27	k = 52	k = 101	k = 198	k = 391	1,2,3,4,5,6,7

Вторая строка таблицы с минимальным кодовым расстоянием $d_{мин\,[3]}$ определяет число контрольных разрядов всех совершенных кодов, исправляющих одиночные ошибки. Остальные строки таблицы относятся к квазисовершенным кодам, которые по определению используют не всё на 100% многомерное цифровое пространство систематического кода, но исправляют все ошибки, определяемые минимальным кодовым расстоянием строки.

Число совершенных кодов этой таблицы, исправляющих все одиночные ошибки, определяется простой зависимостью $S = 2^k(i!)$, а число квазисовершенных кодов, исправляющих большее число ошибок, где $k > i$, не зависит от числа контрольных разрядов k и значительно больше. Оно совпадает с числом поворотов относительно осей симметрии информационной части систематического кода $S = 2^i(i!)$. Число этих квазисовершенных кодов относится только к основаниям систем счисления $n = 2^4$, 2^{11}, 2^{26}, 2^{57}, … этой таблицы.

В общее число квазисовершенных кодов входят также коды промежуточных оснований систем счисления, которые известным образом [2] формируются из кодов этой таблицы. Это квазисовершенные коды, исправляющие все одиночные ошибки, оснований систем счисления, меньших, чем основания систем счисления $n = 2^4, 2^{11}, 2^{26}, 2^{57}, \ldots$.

В первой книге настоящей серии [4] рассмотрены все такие квазисовершенные коды для оснований систем счисления $n = 2^3$ (k = 3, i = 3) и $n = 2^4$ (k = 3, i = 2), а также по одному коду для оснований $n = 2^5$ (k = 4, i = 5) и $n = 2^6$ (k = 4, i = 6).

Подробное рассмотрение совершенных кодов таблицы 1 для оснований $n = 2^4$ (k = 3, i = 4), $n = 2^3$ (k = 3, i = 3) и $n = 2^4$ (k = 3, i = 2) было выполнено без автоматизации этого процесса, что практически нельзя сделать для больших оснований систем счисления. Например, для $n = 2^{11}$ (k = 4, i = 11) число совершенных кодов $S = 2^k(i!) = 338668800$. При этом, если известен один из совершенных кодов этого основания, то для определения всех остальных совершенных кодов необходимо только выполнить все повороты относительно осей симметрии 11-мерного цифрового пространства $S = 2^i(i!) = 81749606400$, которые должны быть представлены таблицей из такого же количества ячеек, а в дальнейшем удалить из них ячейки с повторяющимися данными. Такой алгоритм нахождения совершенных кодов был предложен и изложен в [4] на примере совершенного кода основания $n = 2^4$.

Синтез совершенных кодов $n = 2^4$ (k = 3, i = 4) позволил выделить здесь 6 классов кодов; синтез квазисовершенных кодов $n = 2^3$ (k = 3, i = 3) – выделить 17 классов; синтез квазисовершенных кодов $n = 2^4$ (k = 3, i = 3) – выделить 16 или 12 классов кодов в зависимости от принципа разделения кодов.

При этом совершенные коды основания $n = 2^4$ (k = 3, i = 4) являются образующими для квазисовершенных кодов оснований $n = 2^3$ (k = 3, i = 3) и $n = 2^4$ (k = 3, i = 2); совершенные коды основания $n = 2^{11}$ (k = 4, i = 11) – для квазисовершенных кодов оснований $n = 2^5$ (k = 4, i = 5), $n = 2^6$ (k = 4, i = 6) … $n = 2^{10}$ (k = 4, i = 10) и т. д.

Образующие коды и их прообразы (квазисовершенные коды) могут при этом иметь одинаковую нумерацию, например, как это выполнено для $n = 2^4$, представленную в [3].

Очевидно, что число совершенных и квазисовершенных кодов нам известно, а ответить на вопрос, сколько классов в каждом из кодов оснований $n = 2^{11}, 2^{26}, 2^{57}, 2^{120}\ldots$ без автоматизации синтеза невозможно. Можно надеяться, если в этом будет практическая целесообразность, на решение этого вопроса в дальнейшем.

1.1. Нумерация совершенных и квазисовершенных кодов

Выполнить нумерацию любых известных кодов можно, поставив ей в соответствие нумерацию мысленных поворотов относительно осей симметрии многомерного цифрового пространства.

Для совершенных систематических кодов, где имеется контрольная часть кода (k) и информационная (i), общее число мысленных поворотов относительно осей (k+i)-мерного цифрового пространства определяется простой зависимостью $S = 2^{k+i}(k+i)!$. С целью дальнейшего облегчения представления материала все контрольные (x_k) и информационные (a_i) разряды, которые обычно так представлялись нами в предыдущих публикациях, в этом разделе заменим сквозной цифровой нумерацией. Например, совершенный код основания $n = 2^4$ ($k = 3$, $i = 4$), разряды которого – x_1, x_2, x_3, a_1, a_2, a_3, a_4, будут записываться как 1234567 (шифр Bookman Old Style) и обязательно оговариваться в тексте – совершенный код этого основания. Для обычного кода (a_1, a_2, a_3, a_4), что должно быть поименовано в тексте – двоичный обычный код, это будет записано как 1234 и т. д

Выполнение операций поворотов относительно осей симметрии многомерного цифрового пространства приводит к перестановке и/или инвертированию (для двоичной системы счисления) сигналов его разрядов.

Для двух разрядного кода все просто: число различных перестановок равно двум (1 2) и (2 1) – это матрица размерами 2×1 (две строки и один столбец). Общее число всех комбинаций сигналов разрядов определяется четырьмя одинаковыми матрицами ($2^n = 2^2$), где в каждой последующей матрице инвертирование сигналов подчиняется двоичному принципу нумерации матриц (1.1.1). По этой причине требуется знание только первой матрицы – матрицы перестановок, где отсутствуют инверсные сигналы

$$\begin{vmatrix} 12 \\ 21 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \underline{1}2 \\ \underline{2}1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1\underline{2} \\ 2\underline{1} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \underline{1}\underline{2} \\ \underline{2}\underline{1} \end{vmatrix}. \tag{1.1.1}$$

Для трехразрядного кода число различных перестановок представляется также весьма просто матрицей размерами 3×2 (три строки и два столбца). По аналогии с выше изложенным положением – общее число всех комбинаций сигналов разрядов определяется здесь восемью одинаковыми матрицами ($2^n = 2^3$), где в каждой последующей матрице инвертирование сигналов подчиняется двоичному принципу нумерации их элементов

$$\begin{vmatrix} 123 & 132 \\ 213 & 231 \\ 321 & 312 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \underline{1}23 & \underline{1}32 \\ \underline{2}13 & \underline{2}31 \\ \underline{3}21 & \underline{3}12 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1\underline{2}3 & 1\underline{3}2 \\ 2\underline{1}3 & 2\underline{3}1 \\ 3\underline{2}1 & 3\underline{1}2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \underline{1}\underline{2}3 & \underline{1}\underline{3}2 \\ \underline{2}\underline{1}3 & \underline{2}\underline{3}1 \\ \underline{3}\underline{2}1 & \underline{3}\underline{1}2 \end{vmatrix} \ldots \begin{vmatrix} \underline{1}\underline{2}\underline{3} & \underline{1}\underline{3}\underline{2} \\ \underline{2}\underline{1}\underline{3} & \underline{2}\underline{3}\underline{1} \\ \underline{3}\underline{2}\underline{1} & \underline{3}\underline{1}\underline{2} \end{vmatrix} \tag{1.1.2}$$

Сформулируем общее правило построения матрица перестановок для j-го разрядного кода, которая содержит j строк. Первый столбец матрицы перестановок j разрядного кода формируется из элементов первого столбца матрицы перестановок (j – 1)-го разрядного кода, где в каждом элементе добавляется число j, а последний элемент столбца состоит из чисел обратной последовательности: j (j – 1) (j – 2) … 1. Сказанное поясняется примером схемы преобразование столбца матрицы перестановок из (1.1.1) в столбец матрицы перестановок (1.1.2)

$$\begin{vmatrix} 123 \\ 213 \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} 123 \\ 213 \\ 321 \end{vmatrix}.$$

Элементы первой строки каждой матрица перестановок j-го разрядного кода начинается с числа 1 и записи последующих чисел всех элементов матрицы перестановок (j – 1)-го разрядного кода при их прохождении сверху вниз и слева направо, увеличенным на единицу. Сказанное поясним примером формирования первой строки матрицы перестановок (1.1.2) из элементов 12 и 21 матрицы перестановок (1.1.1) увеличенных на единицу (23 и 32) и образующих элементы первой строки - 123 и 132.

Все последующие строки матрицы перестановок j-го разрядного кода определяются первым элементом строки, который определяется (задается) первым столбцом этой матрицы и соответствующей заменой цифр первой строки на цифры конкретной строки. Например, вторая строка матрицы перестановок (1.1.2) получается заменой цифр первой строки (123 132) по следующему правилу $1 \to 2$, $2 \to 1$, поскольку первый элемент второй строки 213; третья строка матрицы перестановок (1.1.2) получается заменой цифр первой строки (123 132) по следующему правилу $1 \to 3$, $3 \to 1$, поскольку первый элемент третьей строки 321.

Представленный выше трехэтапный алгоритм формирования матриц перестановок станет более прозрачен после его применения для четырех, пяти, шести и семиразрядных кодов.

Первый этап заключается в определении первого столбца этих матриц. Этот этап наиболее прозрачен и для всех кодов может быть определен следующей схемой таблицы 1.2, где строками представлены цифры элементов первых столбцов соответственно для j = 2, 3, 4, 5, 6 и 7, а также – общее число элементов матрицы перестановок (j!); общее число элементов в строке в матрицы перестановок (i); общее число мысленных поворотов относительно осей симметрии j-мерного цифрового пространства (S).

Таблица 1.2

Элементы первого столбца	j!	i	S
12 21	2	1	2
123 213 321	6	2	48
1234 2134 3214 4321	24	6	384
12345 21345 32145 43215 54321	120	24	3840
123456 213456 321456 432156 543216 654321	720	120	46080
1234567 2134567 3214567 4321567 5432167 6543217 7654321	5040	720	645120

Таблица 1.2 позволяет выполнить нумерацию сигналов кодов для j = 4, 5, 6 и 7, начиная со второго этапа синтеза.

1.2. Нумерация сигналов четырехразрядных кодов

С целью выполнения второго этапа, который заключается в определении первой строки матрицы перестановок для j = 4, необходимо взять все элементы аналогичной матрицы для j = 3, где цифры элементов увеличены на единицу, и записать их последовательно в строку для каждого элемента после цифры 1. Для этого наиболее удобно использовать эту матрицу перестановок для j = 3, где цифры заменены буквами: $1 \rightarrow a, 2 \rightarrow b, 3 \rightarrow c$

$$\begin{vmatrix} abc & acb \\ bac & bca \\ cba & cab \end{vmatrix}.$$

Выполняя в этой матрице замену букв на цифры ($a \rightarrow 2, b \rightarrow 3, c \rightarrow 4$), получим по правилу представленному выше все элементы первой строки в цифровом и буквенном представлении

$$1234 \quad 1324 \quad 1432 \quad 1243 \quad 1342 \quad 1423 \quad \equiv \quad abcd \quad acbd \quad adcb \quad abdc \quad acdb \quad adbc \; .$$

На третьем этапе определяются все остальные строки матрицы перестановок простой заменой цифр первой строки на цифры, определяемые третьей строкой таблицы 1.2.

Матрица перестановок в цифровом и буквенном вариантах будет следующей

$$\begin{vmatrix} 1234 & 1324 & 1432 & 1243 & 1342 & 1423 \\ 2134 & 2314 & 2431 & 2143 & 2341 & 2413 \\ 3214 & 3124 & 3412 & 3241 & 3142 & 3421 \\ 4321 & 4231 & 4123 & 4312 & 4213 & 4132 \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} abcd & acbd & adcb & abdc & acdb & adbc \\ bacd & bcad & bdca & badc & bcda & bdac \\ cbad & cabd & cdab & cbda & cadb & cdba \\ dcba & dbca & dabc & dcab & dbac & dacb \end{vmatrix}. \qquad (1.2.1)$$

Общее число нумераций кода равно числу мысленных поворотов относительно осей симметрии цифрового пространства и определяется $2^4 = 16$ матрицами типа (1.2.1), где в каждой последующей матрице инвертирование сигналов подчиняется двоичному принципу их нумерации. Очевидно, что нет необходимости их все здесь приводить, а достаточно для каждой из этих матриц указать инвертирование соответствующих разрядов в элементах матрицы (1.2.1).

Матрицу (1.2.1) можно назвать базовой и представить, например, только первым элементом этой матрицы

$$\| 1234 \| \equiv \| abcd \|.$$

Следующая матрица из этого ряда будет

$$\| \underline{1}234 \| \equiv \| \underline{a}bcd \|,$$

а последняя матрица –

$$\| \underline{1}\underline{2}\underline{3}\underline{4} \| \equiv \| \underline{a}\underline{b}\underline{c}\underline{d} \|.$$

Матриц, образованных из базовой (1.2.1), может быть несколько по числу элементов этой таблицы. Если в качестве первого элемента этой исходной матрицы поставить любой другой элемент матрицы, то расстановка элементов матрицы претерпит определенное изменение.

Например, если на место первого элемента (1 2 3 4) поставить десятый элемент (2 1 4 3), что соответствует замене составляющих в элементах матрицы по схеме $1 \to 2$, $2 \to 1$, $3 \to 4$, $4 \to 3$, то, при сохранении здесь нумерации элементов исходной матрицы (1.2.1), в новой матрице

$$\begin{vmatrix} 2143 & 2413 & 2341 & 2134 & 2431 & 2314 \\ 1243 & 1423 & 1342 & 1234 & 1432 & 1324 \\ 4123 & 4213 & 4321 & 4132 & 4231 & 4312 \\ 3412 & 3142 & 3214 & 3421 & 3124 & 3241 \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} badc & bdac & bcda & bacd & bdca & bcad \\ abdc & adbc & acdb & abcd & adcb & acbd \\ dabc & dbac & dcba & dacb & dbca & dcab \\ cdab & cadb & cbad & cdba & cabd & cbda \end{vmatrix}. \qquad (1.2.2)$$

они будут находиться в других ячейках.

Эти изменения приведены в таблице 1.2.3, где элементы исходной матрицы под номерами 1 и 10 поменялись местами

*Таблица 1.2.*3

1	2	3	4	5	6		10	12	11	7	9	8
7	8	9	10	11	12	→	4	6	5	1	3	2
13	14	15	16	17	18		21	23	19	24	20	22
19	20	21	22	23	24		15	17	13	18	14	16

Матрица (1.2.2) и весь ряд матриц этого ансамбля могут записываться также следующим образом

$$\|2143\| \equiv \|badc\|.$$

$$\|\underline{2}143\| \equiv \|\underline{b}adc\|,$$

$$\vdots$$

$$\|\underline{2}\underline{1}\underline{4}\underline{3}\| \equiv \|\underline{b}\underline{a}\underline{d}\underline{c}\|.$$

«Закономерность или случайность выбора определяет взаимный обмен расположением элементов под номерами 1 и 10 ?» требует проверки. По этой причине рассмотрим еще один вариант замены, когда на место первого элемента (1 2 3 4) ставится, например, последний элемент матрицы (4 1 3 2) под номером 24.

Эта замена соответствует изменению составляющих в элементах исходной матрице по схеме $1 \to 4$, $2 \to 1$, $4 \to 2$.

Результаты такой замены приведены в матрице (1.2.3) и таблице 1.2.4

$$\begin{vmatrix} 4132 & 4312 & 4231 & 4123 & 4321 & 4213 \\ 1432 & 1342 & 1234 & 1423 & 1324 & 1243 \\ 3142 & 3412 & 3241 & 3124 & 3421 & 3214 \\ 2314 & 2134 & 2413 & 2341 & 2143 & 2431 \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} dacb & dcab & dbca & dabc & dcba & dbac \\ adcb & acdb & abcd & adbc & acbd & abdc \\ cadb & cdab & cbda & cabd & cdba & cbad \\ bcad & bacd & bdac & bcda & badc & bdca \end{vmatrix}. \tag{1.2.3}$$

Таблица 1.2.4

1	2	3	4	5	6		24	22	20	21	19	23
7	8	9	10	11	12	→	3	5	1	6	2	4
13	14	15	16	17	18		17	15	16	14	18	13
19	20	21	22	23	24		8	7	12	11	10	9

Из них следует, что элемент под номером 1 здесь не был установлен на месте элемента 24 исходной матрицы, а занял место элемента под номером 9 исходной матрицы. Из этого можно сделать вывод о том, что взаимный обмен местами между элементами замены не всегда имеет место.

Необходимо отметить, что представленный нами алгоритм записи последовательности мысленных поворотов относительно осей симметрии многомерного цифрового пространства не является единственно возможным. Общее число вариантов такой записи даже для четырехмерного цифрового пространства очень велико (j!)! = 24!, а в большинстве из них под одним номером будет один и тот же элемент матрицы перестановок, что исключает возможность их использования в дальнейшем.

Однако имеются и другие эквивалентные варианты представления основной матрицы перестановок. Один из них использован в таблице 4.2.1 [3], где имеется матрица столбец с изменением координат четырехмерного цифрового пространства, которые получаются мысленными поворотами относительно осей его симметрии. Преобразование этой матрицы столбца в матрицу размерами 6×4 приводит к (1.2.4), которая может служить также основной матрицей перестановок.

$$\begin{vmatrix} 1234 & 2134 & 3214 & 4321 & 1324 & 2314 \\ 3124 & 4231 & 1432 & 2431 & 3412 & 4123 \\ 1243 & 2143 & 3241 & 4312 & 1342 & 2341 \\ 3142 & 4213 & 1423 & 2413 & 3421 & 4132 \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} abcd & bacd & cbad & dcba & acbd & bcad \\ cabd & dbca & adcb & bdca & cdab & dabc \\ abdc & badc & cbda & dcab & acdb & bcda \\ cadb & dbac & adbc & bdac & cdba & dacb \end{vmatrix}. \tag{1.2.4}$$

Следует отметить, что матрица (1.2.4) может быть получена также преобразованием матрицы (1.2.1), когда в новой матрице будут последовательно в первой строке записываться элементы первого столбца матрицы (1.2.1) и строка будет продолжаться заполняться элементами второго столбца и т. д. непрерывно для всех последующих строк этой матрицы. Оставим старую нумерацию ячеек и соответствующих им новым элементам.

Выполним замену первого элемента (1 2 3 4) матрицы (1.2.4) на элемент (2 1 4 3) , который имеет здесь номер 15 в отличие от такого же элемента под номером 10 матрицы (1.2.1), а замена выполняются по такой же схеме, как и прежде (1 → 2, 2 → 1, 3 → 4, 4 → 3). Тем самым проверим необходимость использования новой матрицы перестановок.

Все последующие действия по замене элементов остаются такими же, как и раньше. Эта замена представляется матрицей.

$$\begin{vmatrix} 2143 & 1243 & 4123 & 3412 & 2413 & 1423 \\ 4213 & 3142 & 2341 & 1342 & 4321 & 3214 \\ 2134 & 1234 & 4132 & 3421 & 2431 & 1432 \\ 4231 & 3124 & 2314 & 1324 & 4312 & 3241 \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} badc & abdc & dabc & cdab & bdac & adbc \\ dbac & cadb & bcda & acdb & dcba & cbad \\ bacd & abcd & dacb & cdba & bdca & adcb \\ dbca & cabd & bcad & acbd & dcab & cbda \end{vmatrix}. \qquad (1.2.5)$$

Здесь так же, как и для матрицы (1.2.1), произошла равноценная ей замена – элементы исходной матрицы под номерами 1 и 15 поменялись местами. Это свидетельствует о полной равноценности базовой матрицы (1.2.1) и матрицы (1.2.5), а также отсутствии необходимости применения иных базовых матриц отличных от (1.2.1).

1.3. Нумерация сигналов пятиразрядных кодов

Если предыдущие примеры нумерации кодов имели больше учебный, познавательный характер и поясняли алгоритм формирования этих комбинаций, то, начиная с пятиразрядного кода, они непосредственно относятся к практике и кодам, исправляющим одиночные ошибки. В данном частном случае это относится к квазисовершенным кодам основания n = 4 (i = 2, k = 3). Разряды этого кода – контрольные x_1, x_2, x_3 и информационные a_1, a_2 в исходной последовательной их записи будут нами представляться, как и прежде, цифрами натурального ряда шифром Bookman Old Style ($x_1, x_2, x_3, a_1, a_2 \equiv$ 12345).

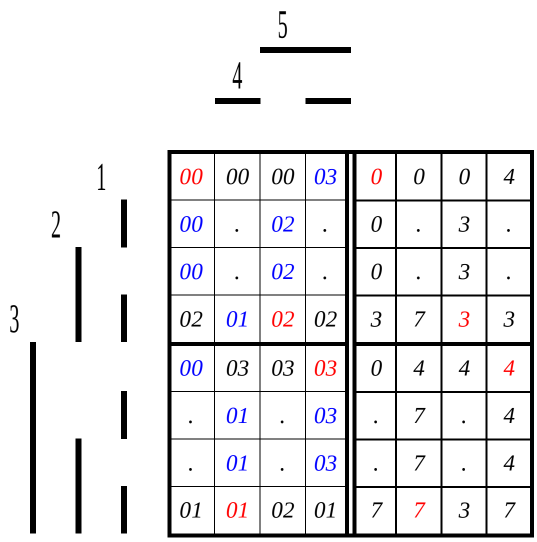


Рис. 1.1

Один из таких кодов N 1 [3] приведен на рис. 1.1, где в ячейках многомерного цифрового пространства координат этого кода записаны штатные (*00–03*) и ошибочные (*00–03*), (*00–03*) кодовые комбинации информационной части кода, а также штатные (*0–7*) и ошибочные (*0–7*) кодовые комбинации контрольной части кода.

Опуская все промежуточные этапы синтеза, которые используют данные таблицы 1.2 и базовую матрицу перестановок (1.2.1) с первой строкой (1 2 3 4), запишем данные первой строки (1 2 3 4 5) базовой матрицы соответственно в цифровом и буквенном вариантах:

12345	12435	12543	12354	12453	12534
13245	13425	13542	13254	13452	13524
14325	14235	14523	14352	14253	14532
15432	15342	15234	15423	15324	15243,

abcde	abdce	abedc	abced	abdec	abecd
acbde	acdbe	acedb	acbed	acdeb	acebd
adcbe	adbce	adebc	adceb	adbec	adecb
aedcb	aecdb	aebcd	aedbc	aecbd	aebdc.

Последующие строки базовой матрицы определяются, соответствующими алгоритму перестановками [(a → 2, b → 1, c → 3, d → 4, e → 5); (a → 3, b → 2, c → 1, d → 4, e → 5); (a → 4, b → 3, c → 2, d → 1, e → 5); (a → 5, b → 4, c → 3, d → 2, e → 1)] в разрядах первой строки, что позволяет записать эту матрицу в цифровом и буквенном выражении:

12345	12435	12543	12354	12453	12534
13245	13425	13542	13254	13452	13524
14325	14235	14523	14352	14253	14532
15432	15342	15234	15423	15324	15243
21345	21435	21543	21354	21453	21534
23145	23415	23541	23154	23451	23514
24315	24135	24513	24351	24153	24531
25431	25341	25134	25413	25314	25143
32145	32415	32541	32154	32451	32514
31245	31425	31542	31254	31452	31524
34125	34215	34521	34152	34251	34512
35412	35142	35214	35421	35124	35241
43215	43125	43512	43251	43152	43521
42315	42135	42513	42351	42153	42531
41235	41325	41532	41253	41352	41523
45123	45213	45321	45132	45231	45312
54321	54231	54123	54312	54213	54132
53421	53241	53124	53412	53214	53142
52341	52431	52143	52314	52413	52134
51234	51324	51432	51243	51342	51423

abcde	abdce	abedc	abced	abdec	abecd
acbde	acdbe	acedb	acbed	acdeb	acebd
adcbe	adbce	adebc	adceb	adbec	adecb
aedcb	aecdb	aebcd	aedbc	aecbd	aebdc
bacde	badce	baedc	baced	badec	baecd

bcade	bcdae	bceda	bcaed	bcdea	bcead
bdcae	bdace	bdeac	bdcea	bdaec	bdeca
bedca	becda	beacd	bedac	becad	beadc
cbade	cbdae	cbeda	cbaed	cbdea	cbead
cabde	cadbe	caedb	cabed	cadeb	caebd
cdabe	cdbae	cdeba	cdaeb	cdbea	cdeab
cedab	ceadb	cebad	cedba	ceabd	cebda
dcbae	dcabe	dceab	dcbea	dcaeb	dceba
dbcae	dbace	dbeac	dbcea	dbaec	dbeca
dabce	dacbe	daecb	dabec	daceb	daebc
deabc	debac	decba	deacb	debca	decab
edcba	edbca	edabc	edcab	edbac	edacb
ecdba	ecbda	ecabd	ecdab	ecbad	ecadb
ebcda	ebdca	ebadc	ebcad	ebdac	ebacd
eabcd	eacbd	eadcb	eabdc	eacdb	eadbc

(1.3.1)

Общее число нумераций кода равно числу мысленных поворотов относительно осей симметрии цифрового пространства и определяется $2^5 = 32$ матрицами типа (1.3.1), где в каждой последующей матрице инвертирование сигналов подчиняется двоичному принципу их нумерации. Это в сокращенной форме записи представляется следующим образом

$$\|12345\| \equiv \|abcde\|,$$

$$\|\underline{1}2345\| \equiv \|\underline{a}bcde\|,$$

$$\cdot$$
$$\cdot$$
$$\cdot$$

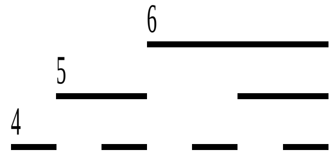
$$\|\underline{1}\,\underline{2}\,\underline{3}\,\underline{4}\,\underline{5}\| \equiv \|\underline{a}\,\underline{b}\,\underline{c}\,\underline{d}\,\underline{e}\|.$$

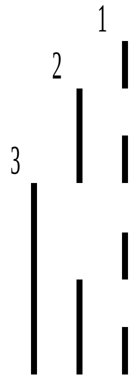
Для отделения одной строки матрицы от другой строки они в (1.3.1) отделены через одну заливкой. Такое разделение строк матриц будет использоваться нами и в дальнейшем.

1.4. Нумерация сигналов шестиразрядных кодов

Примером шестиразрядного кода являются квазисовершенные коды основания n = 8 (i = 3, k = 3). Один из таких кодов N 1 [3] приведен на рис. 1.2, где в ячейках многомерного цифрового пространства координат этого кода записаны штатные (*00–07*) и ошибочные (*00–07*), (*00–07*) кодовые комбинации информационной части кода, а также штатные (*0–7*) и ошибочные (*0–7*) кодовые комбинации контрольной части кода.

N 1





00	00	00	03	00	05		07	0	0	0	4	0	2		1
00		02	07	04	07	07	07	0		3	1	5	1	1	1
00	05	02		05	05	06	05	0	2	3		2	2	6	2
02	01	02	02		05	02	07	3	7	3	3		2	3	1
00	03	03	03	04		06	03	0	4	4	4	5		6	4
04	01		03	04	04	04	07	5	7		4	5	5	5	1
	01	06	03	06	05	06	06		7	6	4	6	2	6	6
01	01	02	01	04	01	06		7	7	3	7	5	7	6	

Рис. 1.2

Опуская все очевидные из предыдущих примеров этапы синтеза, представим окончательный результат, в котором используются данные таблицы 1.2 и матрицы перестановок (1.3.1) кода (x_1, x_2, x_3, a_1, a_2 $\equiv$ 12345). Этот результат отражается в базовой матрице (1.4.1) кода (x_1, x_2, x_3, a_1, a_2, a_3 $\equiv$ 123456) в цифровом и буквенном вариантах :

123456	123546	123654	123465	123564	123645
124356	124536	124653	124365	124563	124635
125436	125346	125634	125463	125364	125643
126543	126453	126345	126534	126435	126354
132456	132546	132654	132465	132564	132645
134256	134526	134652	134265	134562	134625
135426	135246	135624	135462	135264	135642
136542	136452	136245	136524	136425	136254
143256	143526	143652	143265	143562	143625
142356	142536	142653	142365	142563	142635
145236	145326	145632	145263	145362	145623
146523	146253	146325	146532	146235	146352
154326	154236	154623	154362	154263	154632
153426	153246	153624	153462	153264	153642
152346	152436	152643	152364	152463	152634
156234	156324	156432	156243	156342	156423
165432	165342	165234	165423	165324	165243
164532	164352	164235	164523	164325	164253

163452	163542	163254	163425	163524	163245
162345	162435	162543	162354	162453	162534
213456	213546	213654	213465	213564	213645
214356	214536	214653	214365	214563	214635
215436	215346	215634	215463	215364	215643
216543	216453	216345	216534	216435	216354
231456	231546	231654	231465	231564	231645
234156	234516	234651	234165	234561	234615
235416	235146	235614	235461	235164	235641
236541	236451	236145	236514	236415	236154
243156	243516	243651	243165	243561	243615
241356	241536	241653	241365	241563	241635
245136	245316	245631	245163	245361	245613
246513	246153	246315	246531	246135	246351
254316	254136	254613	254361	254163	254631
253416	253146	253614	253461	253164	253641
251346	251436	251643	251364	251463	251634
256134	256314	256431	256143	256341	256413
265431	265341	265134	265413	265314	265143
264531	264351	264135	264513	264315	264153
263451	263541	263154	263415	263514	263145
261345	261435	261543	261354	261453	261534
321456	321546	321654	321465	321564	321645
324156	324516	324651	324165	324561	324615
325416	325146	325614	325461	325164	325641
326541	326451	326145	326514	326415	326154
312456	312546	312654	312465	312564	312645
314256	314526	314652	314265	314562	314625
315426	315246	315624	315462	315264	315642
316542	316452	316245	316524	316425	316254
341256	341526	341652	341265	341562	341625
342156	342516	342651	342165	342561	342615
345216	345126	345612	345261	345162	345621
346521	346251	346125	346512	346215	346152
354126	354216	354621	354162	354261	354612
351426	351246	351624	351462	351264	351642
352146	352416	352641	352164	352461	352614
356214	356124	356412	356241	356142	356421
365412	365142	365214	365421	365124	365241
364512	364152	364215	364521	364125	364251
361452	361542	361254	361425	361524	361245

362145	362415	362541	362154	362451	362514
432156	432516	432651	432165	432561	432615
431256	431526	431652	431265	431562	431625
435126	435216	435621	435162	435261	435612
436512	436152	436215	436521	436125	436251
423156	423516	423651	423165	423561	423615
421356	421536	421653	421365	421563	421635
425136	425316	425631	425163	425361	425613
426513	426153	426315	426531	426135	426351
412356	412536	412653	412365	412563	412635
413256	413526	413652	413265	413562	413625
415326	415236	415623	415362	415263	415632
416532	416352	416235	416523	416325	416253
451236	451326	451632	451263	451362	451623
452136	452316	452631	452163	452361	452613
453216	453126	453612	453261	453162	453621
456321	456231	456123	456312	456213	456132
465123	465213	465321	465132	465231	465312
461523	461253	461325	461532	461235	461352
462153	462513	462351	462135	462531	462315
463215	463125	463512	463251	463152	463521
543216	543126	543612	543261	543162	543621
542316	542136	542613	542361	542163	542631
541236	541326	541632	541263	541362	541623
546123	546213	546321	546132	546231	546312
534216	534126	534612	534261	534162	534621
532416	532146	532614	532461	532164	532641
531246	531426	531642	531264	531462	531624
536124	536214	536421	536142	536241	536412
523416	523146	523614	523461	523164	523641
524316	524136	524613	524361	524163	524631
521436	521346	521634	521463	521364	521643
526143	526413	526341	526134	526431	526314
512346	512436	512643	512364	512463	512634
513246	513426	513642	513264	513462	513624
514326	514236	514623	514362	514263	514632
516432	516342	516234	516423	516324	516243
561234	561324	561432	561243	561342	561423
562134	562314	562431	562143	562341	562413
563214	563124	563412	563241	563142	563421
564321	564231	564123	564312	564213	564132

654321	654231	654123	654312	654213	654132
653421	653241	653124	653412	653214	653142
652341	652431	652143	652314	652413	652134
651234	651324	651432	651243	651342	651423
645321	645231	645123	645312	645213	645132
643521	643251	643125	643512	643215	643152
642351	642531	642153	642315	642513	642135
641235	641325	641532	641253	641352	641523
634521	634251	634125	634512	634215	634152
635421	635241	635124	635412	635214	635142
632541	632451	632145	632514	632415	632154
631254	631524	631452	631245	631542	631425
623451	623541	623154	623415	623514	623145
624351	624531	624153	624315	624513	624135
625431	625341	625134	625413	625314	625143
621543	621453	621345	621534	621435	621354
612345	612435	612543	612354	612453	612534
613245	613425	613542	613254	613452	613524
614325	614235	614523	614352	614253	614532
615432	615342	615234	615423	615324	615243

abcdef	abcedf	abcfed	abcdfe	abcefd	abcfde
abdcef	abdecf	abdfec	abdcfe	abdefc	abdfce
abedcf	abecdf	abefcd	abedfc	abecfd	abefdc
abfedc	abfdec	abfcde	abfecd	abfdce	abfced
acbdef	acbedf	acbfed	acbdfe	acbefd	acbfde
acdbef	acdebf	acdfeb	acdbfe	acdefb	acdfbe
acedbf	acebdf	acefbd	acedfb	acebfd	acefdb
acfedb	acfdeb	acfbde	acfebd	acfdbe	acfbed
adcbef	adcebf	adcfeb	adcbfe	adcefb	adcfbe
adbcef	adbecf	adbfec	adbcfe	adbefc	adbfce
adebcf	adecbf	adefcb	adebfc	adecfb	adefbc
adfebc	adfbec	adfcbe	adfecb	adfbce	adfceb
aedcbf	aedbcf	aedfbc	aedcfb	aedbfc	aedfcb
aecdbf	aecbdf	aecfbd	aecdfb	aecbfd	aecfdb
aebcdf	aebdcf	aebfdc	aebcfd	aebdfc	aebfcd
aefbcd	aefcbd	aefdcb	aefbdc	aefcdb	aefdbc
afedcb	afecdb	afebcd	afedbc	afecbd	afebdc
afdecb	afdceb	afdbce	afdebc	afdcbe	afdbec
afcdeb	afcedb	afcbed	afcdbe	afcebd	afcbde
afbcde	afbdce	afbedc	afbced	afbdec	afbecd

bacdef	bacedf	bacfed	bacdfe	bacefd	bacfde
badcef	badecf	badfec	badcfe	badefc	badfce
baedcf	baecdf	baefcd	baedfc	baecfd	baefdc
bafedc	bafdec	bafcde	bafecd	bafdce	bafced
bcadef	bcaedf	bcafed	bcadfe	bcaefd	bcafde
bcdaef	bcdeaf	bcdfea	bcdafe	bcdefa	bcdfae
bcedaf	bceadf	bcefad	bcedfa	bceafd	bcefda
bcfeda	bcfdea	bcfade	bcfead	bcfdae	bcfaed
bdcaef	bdceaf	bdcfea	bdcafe	bdcefa	bdcfae
bdacef	bdaecf	bdafec	bdacfe	bdaefc	bdafce
bdeacf	bdecaf	bdefca	bdeafc	bdecfa	bdefac
bdfeac	bdfaec	bdfcae	bdfeca	bdface	bdfcea
bedcaf	bedacf	bedfac	bedcfa	bedafc	bedfca
becdaf	becadf	becfad	becdfa	becafd	becfda
beacdf	beadcf	beafdc	beacfd	beadfc	beafcd
befacd	befcad	befdca	befadc	befcda	befdac
bfedca	bfecda	bfeacd	bfedac	bfecad	bfeadc
bfdeca	bfdcea	bfdace	bfdeac	bfdcae	bfdaec
bfcdea	bfceda	bfcaed	bfcdae	bfcead	bfcade
bfacde	bfadce	bfaedc	bfaced	bfadec	bfaecd
cbadef	cbaedf	cbafed	cbadfe	cbaefd	cbafde
cbdaef	cbdeaf	cbdfea	cbdafe	cbdefa	cbdfae
cbedaf	cbeadf	cbefad	cbedfa	cbeafd	cbefda
cbfeda	cbfdea	cbfade	cbfead	cbfdae	cbfaed
cabdef	cabedf	cabfed	cabdfe	cabefd	cabfde
cadbef	cadebf	cadfeb	cadbfe	cadefb	cadfbe
caedbf	caebdf	caefbd	caedfb	caebfd	caefdb
cafedb	cafdeb	cafbde	cafebd	cafdbe	cafbed
cdabef	cdaebf	cdafeb	cdabfe	cdaefb	cdafbe
cdbaef	cdbeaf	cdbfea	cdbafe	cdbefa	cdbfae
cdebaf	cdeabf	cdefab	cdebfa	cdeafb	cdefba
cdfeba	cdfbea	cdfabe	cdfeab	cdfbae	cdfaeb
cedabf	cedbaf	cedfba	cedafb	cedbfa	cedfab
ceadbf	ceabdf	ceafbd	ceadfb	ceabfd	ceafdb
cebadf	cebdaf	cebfda	cebafd	cebdfa	cebfad
cefbad	cefabd	cefdab	cefbda	cefadb	cefdba
cfedab	cfeadb	cfebad	cfedba	cfeabd	cfebda
cfdeab	cfdaeb	cfdbae	cfdeba	cfdabe	cfdbea
cfadeb	cfaedb	cfabed	cfadbe	cfaebd	cfabde
cfbade	cfbdae	cfbeda	cfbaed	cfbdea	cfbead
dcbaef	dcbeaf	dcbfea	dcbafe	dcbefa	dcbfae

dcabef	dcaebf	dcafeb	dcabfe	dcaefb	dcafbe
dceabf	dcebaf	dcefba	dceafb	dcebfa	dcefab
dcfeab	dcfaeb	dcfbae	dcfeba	dcfabe	dcfbea
dbcaef	dbceaf	dbcfea	dbcafe	dbcefa	dbcfae
dbacef	dbaecf	dbafec	dbacfe	dbaefc	dbafce
dbeacf	dbecaf	dbefca	dbeafc	dbecfa	dbefac
dbfeac	dbfaec	dbfcae	dbfeca	dbface	dbfcea
dabcef	dabecf	dabfec	dabcfe	dabefc	dabfce
dacbef	dacebf	dacfeb	dacbfe	dacefb	dacfbe
daecbf	daebcf	daefbc	daecfb	daebfc	daefcb
dafecb	dafceb	dafbce	dafebc	dafcbe	dafbec
deabcf	deacbf	deafcb	deabfc	deacfb	deafbc
debacf	debcaf	debfca	debafc	debcfa	debfac
decbaf	decabf	decfab	decbfa	decafb	decfba
defcba	defbca	defabc	defcab	defbac	defacb
dfeabc	dfebac	dfecba	dfeacb	dfebca	dfecab
dfaebc	dfabec	dfacbe	dfaecb	dfabce	dfaceb
dfbaec	dfbeac	dfbcea	dfbace	dfbeca	dfbcae
dfcbae	dfcabe	dfceab	dfcbea	dfcaeb	dfceba
edcbaf	edcabf	edcfab	edcbfa	edcafb	edcfba
edbcaf	edbacf	edbfac	edbcfa	edbafc	edbfca
edabcf	edacbf	edafcb	edabfc	edacfb	edafbc
edfabc	edfbac	edfcba	edfacb	edfbca	edfcab
ecdbaf	ecdabf	ecdfab	ecdbfa	ecdafb	ecdfba
ecbdaf	ecbadf	ecbfad	ecbdfa	ecbafd	ecbfda
ecabdf	ecadbf	ecafdb	ecabfd	ecadfb	ecafbd
ecfabd	ecfbad	ecfdba	ecfadb	ecfbda	ecfdab
ebcdaf	ebcadf	ebcfad	ebcdfa	ebcafd	ebcfda
ebdcaf	ebdacf	ebdfac	ebdcfa	ebdafc	ebdfca
ebadcf	ebacdf	ebafcd	ebadfc	ebacfd	ebafdc
ebfadc	ebfdac	ebfcda	ebfacd	ebfdca	ebfcad
eabcdf	eabdcf	eabfdc	eabcfd	eabdfc	eabfcd
eacbdf	eacdbf	eacfdb	eacbfd	eacdfb	eacfbd
eadcbf	eadbcf	eadfbc	eadcfb	eadbfc	eadfcb
eafdcb	eafcdb	eafbcd	eafdbc	eafcbd	eafbdc
efabcd	efacbd	efadcb	efabdc	efacdb	efadbc
efbacd	efbcad	efbdca	efbadc	efbcda	efbdac
efcbad	efcabd	efcdab	efcbda	efcadb	efcdba
efdcba	efdbca	efdabc	efdcab	efdbac	efdacb
fedcba	fedbca	fedabc	fedcab	fedbac	fedacb
fecdba	fecbda	fecabd	fecdab	fecbad	fecadb

$$\left|\begin{matrix}
febcda & febdca & febadc & febcad & febdac & febacd \\
feabcd & feacbd & feadcb & feabdc & feacdb & feadbc \\
fdecba & fdebca & fdeabc & fdecab & fdebac & fdeacb \\
fdceba & fdcbea & fdcabe & fdceab & fdcbae & fdcaeb \\
fdbcea & fdbeca & fdbaec & fdbcae & fdbeac & fdbace \\
fdabce & fdacbe & fdaecb & fdabec & fdaceb & fdaebc \\
fcdeba & fcdbea & fcdabe & fcdeab & fcdbae & fcdaeb \\
fcedba & fcebda & fceabd & fcedab & fcebad & fceadb \\
fcbeda & fcbdea & fcbade & fcbead & fcbdae & fcbaed \\
fcabed & fcaebd & fcadeb & fcabde & fcaedb & fcadbe \\
fbcdea & fbceda & fbcaed & fbcdae & fbcead & fbcade \\
fbdcea & fbdeca & fbdaec & fbdcae & fbdeac & fbdace \\
fbedca & fbecda & fbeacd & fbedac & fbecad & fbeadc \\
fbaedc & fbadec & fbacde & fbaecd & fbadce & fbaced \\
fabcde & fabdce & fabedc & fabced & fabdec & fabecd \\
facbde & facdbe & facedb & facbed & facdeb & facebd \\
fadcbe & fadbce & fadebc & fadceb & fadbec & fadecb \\
faedcb & faecdb & faebcd & faedbc & faecbd & faebdc
\end{matrix}\right| \tag{1.4.1}$$

Общее число нумераций шестиразрядного кода определяется $2^6 = 64$ матрицами типа (1.4.1), где в каждой последующей матрице инвертирование сигналов подчиняется двоичному принципу их нумерации. Это в сокращенной форме запишется следующим образом:

$$\|123456\| \equiv \|abcdef\|.$$

$$\|\underline{1}23456\| \equiv \|\underline{a}bcdef\|,$$

$$\vdots$$

$$\|\underline{1}\underline{2}\underline{3}\underline{4}\underline{5}\underline{6}\| \equiv \|\underline{a}\underline{b}\underline{c}\underline{d}\underline{e}\underline{f}\|.$$

Особеностью квазисовершенноого код основания $n = 8$ ($i = 3$, $k = 3$) является равенство оснований систем счисления информационной и контрольной его частей. Это позволяет принимать контрольную часть кода за информационную часть и наоборот, что может использоваться в криптографических схемах и алгоритмах.

Взаимное изменение функций этих двух частей кода может быть весьма целесообразно выполнять и для других квазисовершенных кодов таблицы 1.1, где $k > i$.

1.5. Нумерация сигналов семиразрядных кодов

Совершенные коды основания n = 16 (i = 4, k = 3) с исправлением одиночных ошибок, как будет показано в дальнейших разделах книги, наиболее важны не только при исправлении ошибок, но также и/или возможностью защиты информации в современных компьютерных системах.

N 1

00	*00*	*00*	*03*	*00*	*05*	*14*	*07*	*00*	*09*	*14*	*11*	*14*	*13*	*14*	*14*
00	*09*	*02*	*07*	*04*	*07*	*07*	*07*	*09*	*09*	*10*	*09*	*12*	*09*	*14*	*07*
00	*05*	*02*	*11*	*05*	*05*	*06*	*05*	*08*	*11*	*11*	*11*	*12*	*05*	*14*	*11*
02	*01*	*02*	*02*	*12*	*05*	*02*	*07*	*12*	*09*	*02*	*11*	*12*	*12*	*12*	*15*
00	*03*	*03*	*03*	*04*	*13*	*06*	*03*	*08*	*13*	*10*	*03*	*13*	*13*	*14*	*13*
04	*01*	*10*	*03*	*04*	*04*	*04*	*07*	*10*	*09*	*10*	*10*	*04*	*13*	*10*	*15*
08	*01*	*06*	*03*	*06*	*05*	*06*	*06*	*08*	*08*	*08*	*11*	*08*	*13*	*06*	*15*
01	*01*	*02*	*01*	*04*	*01*	*06*	*15*	*08*	*01*	*10*	*15*	*12*	*15*	*15*	*15*

0	*0*	*0*	*4*	*0*	*2*	*0*	*1*	*0*	*1*	*0*	*2*	*0*	*4*	*0*	*0*
0	*1*	*3*	*1*	*5*	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*5*	*1*	*3*	*1*	*0*	*1*
0	*2*	*3*	*2*	*2*	*2*	*6*	*2*	*6*	*2*	*2*	*2*	*3*	*2*	*0*	*2*
3	*7*	*3*	*3*	*3*	*2*	*3*	*1*	*3*	*1*	*3*	*2*	*3*	*3*	*3*	*7*
0	*4*	*4*	*4*	*5*	*4*	*6*	*4*	*6*	*4*	*5*	*4*	*4*	*4*	*0*	*4*
5	*7*	*5*	*4*	*5*	*5*	*5*	*1*	*5*	*1*	*5*	*5*	*5*	*4*	*5*	*7*
6	*7*	*6*	*4*	*6*	*2*	*6*	*6*	*6*	*6*	*6*	*2*	*6*	*4*	*6*	*7*
7	*7*	*3*	*7*	*5*	*7*	*6*	*7*	*6*	*7*	*5*	*7*	*3*	*7*	*7*	*7*

Рис. 1.3

Один из совершенных кодов N 1 [3] приведен на рис. 1.3, где в ячейках многомерного цифрового пространства координат этого кода записаны штатные (*00–15*) и ошибочные (*00–15*), (*00–15*) кодовые комбинации информационной части кода, а также штатные (*0–7*) и ошибочные (*0–7*) кодовые комбинации контрольной части кода.

Как и ранее, опуская все очевидные из предыдущих примеров этапы синтеза, представим окончательный результат, в котором на промежуточных этапах сиснтеза используются данные таблицы 1.2 и матрицы перестановок (1.4.1) кода (x_1, x_2, x_3, a_1, a_2, a_3 ≡ 123456). Этот результат отражается в базовой матрице (1.5.1) кода (x_1, x_2, x_3, a_1, a_2, a_3, a_4 $\equiv$ 1234567) в цифровом варианте :

1234567	1234657	1234765	1234576	1234675	1234756
1235467	1235647	1235764	1235476	1235674	1235746
1236547	1236457	1236745	1236574	1236475	1236754
1237654	1237564	1237456	1237645	1237546	1237465
1243567	1243657	1243765	1243576	1243675	1243756
1245367	1245637	1245763	1245376	1245673	1245736
1246537	1246357	1246735	1246573	1246375	1246753
1247653	1247563	1247356	1247635	1247536	1247365
1254367	1254637	1254763	1254376	1254673	1254736
1253467	1253647	1253764	1253476	1253674	1253746
1256347	1256437	1256743	1256374	1256473	1256734
1257634	1257364	1257436	1257643	1257346	1257463
1265437	1265347	1265734	1265473	1265374	1265743
1264537	1264357	1264735	1264573	1264375	1264753
1263457	1263547	1263754	1263475	1263574	1263745
1267345	1267435	1267543	1267354	1267453	1267534
1276543	1276453	1276345	1276534	1276435	1276354
1275643	1275463	1275346	1275634	1275436	1275364
1274563	1274653	1274365	1274536	1274635	1274356
1273456	1273546	1273654	1273465	1273564	1273645
1324567	1324657	1324765	1324576	1324675	1324756
1325467	1325647	1325764	1325476	1325674	1325746
1326547	1326457	1326745	1326574	1326475	1326754
1327654	1327564	1327456	1327645	1327546	1327465
1342567	1342657	1342765	1342576	1342675	1342756
1345267	1345627	1345762	1345276	1345672	1345726
1346527	1346257	1346725	1346572	1346275	1346752
1347652	1347562	1347256	1347625	1347526	1347265
1354267	1354627	1354762	1354276	1354672	1354726
1352467	1352647	1352764	1352476	1352674	1352746
1356247	1356427	1356742	1356274	1356472	1356724
1357624	1357264	1357426	1357642	1357246	1357462
1365427	1365247	1365724	1365472	1365274	1365742
1364527	1364257	1364725	1364572	1364275	1364752
1362457	1362547	1362754	1362475	1362574	1362745
1367245	1367425	1367542	1367254	1367452	1367524
1376542	1376452	1376245	1376524	1376425	1376254
1375642	1375462	1375246	1375624	1375426	1375264

1374562	1374652	1374265	1374526	1374625	1374256
1372456	1372546	1372654	1372465	1372564	1372645
1432567	1432657	1432765	1432576	1432675	1432756
1435267	1435627	1435762	1435276	1435672	1435726
1436527	1436257	1436725	1436572	1436275	1436752
1437652	1437562	1437256	1437625	1437526	1437265
1423567	1423657	1423765	1423576	1423675	1423756
1425367	1425637	1425763	1425376	1425673	1425736
1426537	1426357	1426735	1426573	1426375	1426753
1427653	1427563	1427356	1427635	1427536	1427365
1452367	1452637	1452763	1452376	1452673	1452736
1453267	1453627	1453762	1453276	1453672	1453726
1456327	1456237	1456723	1456372	1456273	1456732
1457632	1457362	1457236	1457623	1457326	1457263
1465237	1465327	1465732	1465273	1465372	1465723
1462537	1462357	1462735	1462573	1462375	1462753
1463257	1463527	1463752	1463275	1463572	1463725
1467325	1467235	1467523	1467352	1467253	1467532
1476523	1476253	1476325	1476532	1476235	1476352
1475623	1475263	1475326	1475632	1475236	1475362
1472563	1472653	1472365	1472536	1472635	1472356
1473256	1473526	1473652	1473265	1473562	1473625
1543267	1543627	1543762	1543276	1543672	1543726
1542367	1542637	1542763	1542376	1542673	1542736
1546237	1546327	1546732	1546273	1546372	1546723
1547623	1547263	1547326	1547632	1547236	1547362
1534267	1534627	1534762	1534276	1534672	1534726
1532467	1532647	1532764	1532476	1532674	1532746
1536247	1536427	1536742	1536274	1536472	1536724
1537624	1537264	1537426	1537642	1537246	1537462
1523467	1523647	1523764	1523476	1523674	1523746
1524367	1524637	1524763	1524376	1524673	1524736
1526437	1526347	1526734	1526473	1526374	1526743
1527643	1527463	1527346	1527634	1527436	1527364
1562347	1562437	1562743	1562374	1562473	1562734
1563247	1563427	1563742	1563274	1563472	1563724
1564327	1564237	1564723	1564372	1564273	1564732
1567432	1567342	1567234	1567423	1567324	1567243
1576234	1576324	1576432	1576243	1576342	1576423
1572634	1572364	1572436	1572643	1572346	1572463
1573264	1573624	1573462	1573246	1573642	1573426

1574326	1574236	1574623	1574362	1574263	1574632
1654327	1654237	1654723	1654372	1654273	1654732
1653427	1653247	1653724	1653472	1653274	1653742
1652347	1652437	1652743	1652374	1652473	1652734
1657234	1657324	1657432	1657243	1657342	1657423
1645327	1645237	1645723	1645372	1645273	1645732
1643527	1643257	1643725	1643572	1643275	1643752
1642357	1642537	1642753	1642375	1642573	1642735
1647235	1647325	1647532	1647253	1647352	1647523
1634527	1634257	1634725	1634572	1634275	1634752
1635427	1635247	1635724	1635472	1635274	1635742
1632547	1632457	1632745	1632574	1632475	1632754
1637254	1637524	1637452	1637245	1637542	1637425
1623457	1623547	1623754	1623475	1623574	1623745
1624357	1624537	1624753	1624375	1624573	1624735
1625437	1625347	1625734	1625473	1625374	1625743
1627543	1627453	1627345	1627534	1627435	1627354
1672345	1672435	1672543	1672354	1672453	1672534
1673245	1673425	1673542	1673254	1673452	1673524
1674325	1674235	1674523	1674352	1674253	1674532
1675432	1675342	1675234	1675423	1675324	1675243
1765432	1765342	1765234	1765423	1765324	1765243
1764532	1764352	1764235	1764523	1764325	1764253
1763452	1763542	1763254	1763425	1763524	1763245
1762345	1762435	1762543	1762354	1762453	1762534
1756432	1756342	1756234	1756423	1756324	1756243
1754632	1754362	1754236	1754623	1754326	1754263
1753462	1753642	1753264	1753426	1753624	1753246
1752346	1752436	1752643	1752364	1752463	1752634
1745632	1745362	1745236	1745623	1745326	1745263
1746532	1746352	1746235	1746523	1746325	1746253
1743652	1743562	1743256	1743625	1743526	1743265
1742365	1742635	1742563	1742356	1742653	1742536
1734562	1734652	1734265	1734526	1734625	1734256
1735462	1735642	1735264	1735426	1735624	1735246
1736542	1736452	1736245	1736524	1736425	1736254
1732654	1732564	1732456	1732645	1732546	1732465
1723456	1723546	1723654	1723465	1723564	1723645
1724356	1724536	1724653	1724365	1724563	1724635
1725436	1725346	1725634	1725463	1725364	1725643
1726543	1726453	1726345	1726534	1726435	1726354

2134567	2134657	2134765	2134576	2134675	2134756
2135467	2135647	2135764	2135476	2135674	2135746
2136547	2136457	2136745	2136574	2136475	2136754
2137654	2137564	2137456	2137645	2137546	2137465
2143567	2143657	2143765	2143576	2143675	2143756
2145367	2145637	2145763	2145376	2145673	2145736
2146537	2146357	2146735	2146573	2146375	2146753
2147653	2147563	2147356	2147635	2147536	2147365
2154367	2154637	2154763	2154376	2154673	2154736
2153467	2153647	2153764	2153476	2153674	2153746
2156347	2156437	2156743	2156374	2156473	2156734
2157634	2157364	2157436	2157643	2157346	2157463
2165437	2165347	2165734	2165473	2165374	2165743
2164537	2164357	2164735	2164573	2164375	2164753
2163457	2163547	2163754	2163475	2163574	2163745
2167345	2167435	2167543	2167354	2167453	2167534
2176543	2176453	2176345	2176534	2176435	2176354
2175643	2175463	2175346	2175634	2175436	2175364
2174563	2174653	2174365	2174536	2174635	2174356
2173456	2173546	2173654	2173465	2173564	2173645
2314567	2314657	2314765	2314576	2314675	2314756
2315467	2315647	2315764	2315476	2315674	2315746
2316547	2316457	2316745	2316574	2316475	2316754
2317654	2317564	2317456	2317645	2317546	2317465
2341567	2341657	2341765	2341576	2341675	2341756
2345167	2345617	2345761	2345176	2345671	2345716
2346517	2346157	2346715	2346571	2346175	2346751
2347651	2347561	2347156	2347615	2347516	2347165
2354167	2354617	2354761	2354176	2354671	2354716
2351467	2351647	2351764	2351476	2351674	2351746
2356147	2356417	2356741	2356174	2356471	2356714
2357614	2357164	2357416	2357641	2357146	2357461
2365417	2365147	2365714	2365471	2365174	2365741
2364517	2364157	2364715	2364571	2364175	2364751
2361457	2361547	2361754	2361475	2361574	2361745
2367145	2367415	2367541	2367154	2367451	2367514
2376541	2376451	2376145	2376514	2376415	2376154
2375641	2375461	2375146	2375614	2375416	2375164
2374561	2374651	2374165	2374516	2374615	2374156
2371456	2371546	2371654	2371465	2371564	2371645
2431567	2431657	2431765	2431576	2431675	2431756

2435167	2435617	2435761	2435176	2435671	2435716
2436517	2436157	2436715	2436571	2436175	2436751
2437651	2437561	2437156	2437615	2437516	2437165
2413567	2413657	2413765	2413576	2413675	2413756
2415367	2415637	2415763	2415376	2415673	2415736
2416537	2416357	2416735	2416573	2416375	2416753
2417653	2417563	2417356	2417635	2417536	2417365
2451367	2451637	2451763	2451376	2451673	2451736
2453167	2453617	2453761	2453176	2453671	2453716
2456317	2456137	2456713	2456371	2456173	2456731
2457631	2457361	2457136	2457613	2457316	2457163
2465137	2465317	2465731	2465173	2465371	2465713
2461537	2461357	2461735	2461573	2461375	2461753
2463157	2463517	2463751	2463175	2463571	2463715
2467315	2467135	2467513	2467351	2467153	2467531
2476513	2476153	2476315	2476531	2476135	2476351
2475613	2475163	2475316	2475631	2475136	2475361
2471563	2471653	2471365	2471536	2471635	2471356
2473156	2473516	2473651	2473165	2473561	2473615
2543167	2543617	2543761	2543176	2543671	2543716
2541367	2541637	2541763	2541376	2541673	2541736
2546137	2546317	2546731	2546173	2546371	2546713
2547613	2547163	2547316	2547631	2547136	2547361
2534167	2534617	2534761	2534176	2534671	2534716
2531467	2531647	2531764	2531476	2531674	2531746
2536147	2536417	2536741	2536174	2536471	2536714
2537614	2537164	2537416	2537641	2537146	2537461
2513467	2513647	2513764	2513476	2513674	2513746
2514367	2514637	2514763	2514376	2514673	2514736
2516437	2516347	2516734	2516473	2516374	2516743
2517643	2517463	2517346	2517634	2517436	2517364
2561347	2561437	2561743	2561374	2561473	2561734
2563147	2563417	2563741	2563174	2563471	2563714
2564317	2564137	2564713	2564371	2564173	2564731
2567431	2567341	2567134	2567413	2567314	2567143
2576134	2576314	2576431	2576143	2576341	2576413
2571634	2571364	2571436	2571643	2571346	2571463
2573164	2573614	2573461	2573146	2573641	2573416
2574316	2574136	2574613	2574361	2574163	2574631
2654317	2654137	2654713	2654371	2654173	2654731
2653417	2653147	2653714	2653471	2653174	2653741

2651347	2651437	2651743	2651374	2651473	2651734
2657134	2657314	2657431	2657143	2657341	2657413
2645317	2645137	2645713	2645371	2645173	2645731
2643517	2643157	2643715	2643571	2643175	2643751
2641357	2641537	2641753	2641375	2641573	2641735
2647135	2647315	2647531	2647153	2647351	2647513
2634517	2634157	2634715	2634571	2634175	2634751
2635417	2635147	2635714	2635471	2635174	2635741
2631547	2631457	2631745	2631574	2631475	2631754
2637154	2637514	2637451	2637145	2637541	2637415
2613457	2613547	2613754	2613475	2613574	2613745
2614357	2614537	2614753	2614375	2614573	2614735
2615437	2615347	2615734	2615473	2615374	2615743
2617543	2617453	2617345	2617534	2617435	2617354
2671345	2671435	2671543	2671354	2671453	2671534
2673145	2673415	2673541	2673154	2673451	2673514
2674315	2674135	2674513	2674351	2674153	2674531
2675431	2675341	2675134	2675413	2675314	2675143
2765431	2765341	2765134	2765413	2765314	2765143
2764531	2764351	2764135	2764513	2764315	2764153
2763451	2763541	2763154	2763415	2763514	2763145
2761345	2761435	2761543	2761354	2761453	2761534
2756431	2756341	2756134	2756413	2756314	2756143
2754631	2754361	2754136	2754613	2754316	2754163
2753461	2753641	2753164	2753416	2753614	2753146
2751346	2751436	2751643	2751364	2751463	2751634
2745631	2745361	2745136	2745613	2745316	2745163
2746531	2746351	2746135	2746513	2746315	2746153
2743651	2743561	2743156	2743615	2743516	2743165
2741365	2741635	2741563	2741356	2741653	2741536
2734561	2734651	2734165	2734516	2734615	2734156
2735461	2735641	2735164	2735416	2735614	2735146
2736541	2736451	2736145	2736514	2736415	2736154
2731654	2731564	2731456	2731645	2731546	2731465
2713456	2713546	2713654	2713465	2713564	2713645
2714356	2714536	2714653	2714365	2714563	2714635
2715436	2715346	2715634	2715463	2715364	2715643
2716543	2716453	2716345	2716534	2716435	2716354
3214567	3214657	3214765	3214576	3214675	3214756
3215467	3215647	3215764	3215476	3215674	3215746
3216547	3216457	3216745	3216574	3216475	3216754

3217654	3217564	3217456	3217645	3217546	3217465
3241567	3241657	3241765	3241576	3241675	3241756
3245167	3245617	3245761	3245176	3245671	3245716
3246517	3246157	3246715	3246571	3246175	3246751
3247651	3247561	3247156	3247615	3247516	3247165
3254167	3254617	3254761	3254176	3254671	3254716
3251467	3251647	3251764	3251476	3251674	3251746
3256147	3256417	3256741	3256174	3256471	3256714
3257614	3257164	3257416	3257641	3257146	3257461
3265417	3265147	3265714	3265471	3265174	3265741
3264517	3264157	3264715	3264571	3264175	3264751
3261457	3261547	3261754	3261475	3261574	3261745
3267145	3267415	3267541	3267154	3267451	3267514
3276541	3276451	3276145	3276514	3276415	3276154
3275641	3275461	3275146	3275614	3275416	3275164
3274561	3274651	3274165	3274516	3274615	3274156
3271456	3271546	3271654	3271465	3271564	3271645
3124567	3124657	3124765	3124576	3124675	3124756
3125467	3125647	3125764	3125476	3125674	3125746
3126547	3126457	3126745	3126574	3126475	3126754
3127654	3127564	3127456	3127645	3127546	3127465
3142567	3142657	3142765	3142576	3142675	3142756
3145267	3145627	3145762	3145276	3145672	3145726
3146527	3146257	3146725	3146572	3146275	3146752
3147652	3147562	3147256	3147625	3147526	3147265
3154267	3154627	3154762	3154276	3154672	3154726
3152467	3152647	3152764	3152476	3152674	3152746
3156247	3156427	3156742	3156274	3156472	3156724
3157624	3157264	3157426	3157642	3157246	3157462
3165427	3165247	3165724	3165472	3165274	3165742
3164527	3164257	3164725	3164572	3164275	3164752
3162457	3162547	3162754	3162475	3162574	3162745
3167245	3167425	3167542	3167254	3167452	3167524
3176542	3176452	3176245	3176524	3176425	3176254
3175642	3175462	3175246	3175624	3175426	3175264
3174562	3174652	3174265	3174526	3174625	3174256
3172456	3172546	3172654	3172465	3172564	3172645
3412567	3412657	3412765	3412576	3412675	3412756
3415267	3415627	3415762	3415276	3415672	3415726
3416527	3416257	3416725	3416572	3416275	3416752
3417652	3417562	3417256	3417625	3417526	3417265

3421567	3421657	3421765	3421576	3421675	3421756
3425167	3425617	3425761	3425176	3425671	3425716
3426517	3426157	3426715	3426571	3426175	3426751
3427651	3427561	3427156	3427615	3427516	3427165
3452167	3452617	3452761	3452176	3452671	3452716
3451267	3451627	3451762	3451276	3451672	3451726
3456127	3456217	3456721	3456172	3456271	3456712
3457612	3457162	3457216	3457621	3457126	3457261
3465217	3465127	3465712	3465271	3465172	3465721
3462517	3462157	3462715	3462571	3462175	3462751
3461257	3461527	3461752	3461275	3461572	3461725
3467125	3467215	3467521	3467152	3467251	3467512
3476521	3476251	3476125	3476512	3476215	3476152
3475621	3475261	3475126	3475612	3475216	3475162
3472561	3472651	3472165	3472516	3472615	3472156
3471256	3471526	3471652	3471265	3471562	3471625
3541267	3541627	3541762	3541276	3541672	3541726
3542167	3542617	3542761	3542176	3542671	3542716
3546217	3546127	3546712	3546271	3546172	3546721
3547621	3547261	3547126	3547612	3547216	3547162
3514267	3514627	3514762	3514276	3514672	3514726
3512467	3512647	3512764	3512476	3512674	3512746
3516247	3516427	3516742	3516274	3516472	3516724
3517624	3517264	3517426	3517642	3517246	3517462
3521467	3521647	3521764	3521476	3521674	3521746
3524167	3524617	3524761	3524176	3524671	3524716
3526417	3526147	3526714	3526471	3526174	3526741
3527641	3527461	3527146	3527614	3527416	3527164
3562147	3562417	3562741	3562174	3562471	3562714
3561247	3561427	3561742	3561274	3561472	3561724
3564127	3564217	3564721	3564172	3564271	3564712
3567412	3567142	3567214	3567421	3567124	3567241
3576214	3576124	3576412	3576241	3576142	3576421
3572614	3572164	3572416	3572641	3572146	3572461
3571264	3571624	3571462	3571246	3571642	3571426
3574126	3574216	3574621	3574162	3574261	3574612
3654127	3654217	3654721	3654172	3654271	3654712
3651427	3651247	3651724	3651472	3651274	3651742
3652147	3652417	3652741	3652174	3652471	3652714
3657214	3657124	3657412	3657241	3657142	3657421
3645127	3645217	3645721	3645172	3645271	3645712

3641527	3641257	3641725	3641572	3641275	3641752
3642157	3642517	3642751	3642175	3642571	3642715
3647215	3647125	3647512	3647251	3647152	3647521
3614527	3614257	3614725	3614572	3614275	3614752
3615427	3615247	3615724	3615472	3615274	3615742
3612547	3612457	3612745	3612574	3612475	3612754
3617254	3617524	3617452	3617245	3617542	3617425
3621457	3621547	3621754	3621475	3621574	3621745
3624157	3624517	3624751	3624175	3624571	3624715
3625417	3625147	3625714	3625471	3625174	3625741
3627541	3627451	3627145	3627514	3627415	3627154
3672145	3672415	3672541	3672154	3672451	3672514
3671245	3671425	3671542	3671254	3671452	3671524
3674125	3674215	3674521	3674152	3674251	3674512
3675412	3675142	3675214	3675421	3675124	3675241
3765412	3765142	3765214	3765421	3765124	3765241
3764512	3764152	3764215	3764521	3764125	3764251
3761452	3761542	3761254	3761425	3761524	3761245
3762145	3762415	3762541	3762154	3762451	3762514
3756412	3756142	3756214	3756421	3756124	3756241
3754612	3754162	3754216	3754621	3754126	3754261
3751462	3751642	3751264	3751426	3751624	3751246
3752146	3752416	3752641	3752164	3752461	3752614
3745612	3745162	3745216	3745621	3745126	3745261
3746512	3746152	3746215	3746521	3746125	3746251
3741652	3741562	3741256	3741625	3741526	3741265
3742165	3742615	3742561	3742156	3742651	3742516
3714562	3714652	3714265	3714526	3714625	3714256
3715462	3715642	3715264	3715426	3715624	3715246
3716542	3716452	3716245	3716524	3716425	3716254
3712654	3712564	3712456	3712645	3712546	3712465
3721456	3721546	3721654	3721465	3721564	3721645
3724156	3724516	3724651	3724165	3724561	3724615
3725416	3725146	3725614	3725461	3725164	3725641
3726541	3726451	3726145	3726514	3726415	3726154
4321567	4321657	4321765	4321576	4321675	4321756
4325167	4325617	4325761	4325176	4325671	4325716
4326517	4326157	4326715	4326571	4326175	4326751
4327651	4327561	4327156	4327615	4327516	4327165
4312567	4312657	4312765	4312576	4312675	4312756
4315267	4315627	4315762	4315276	4315672	4315726

4316527	4316257	4316725	4316572	4316275	4316752
4317652	4317562	4317256	4317625	4317526	4317265
4351267	4351627	4351762	4351276	4351672	4351726
4352167	4352617	4352761	4352176	4352671	4352716
4356217	4356127	4356712	4356271	4356172	4356721
4357621	4357261	4357126	4357612	4357216	4357162
4365127	4365217	4365721	4365172	4365271	4365712
4361527	4361257	4361725	4361572	4361275	4361752
4362157	4362517	4362751	4362175	4362571	4362715
4367215	4367125	4367512	4367251	4367152	4367521
4376512	4376152	4376215	4376521	4376125	4376251
4375612	4375162	4375216	4375621	4375126	4375261
4371562	4371652	4371265	4371526	4371625	4371256
4372156	4372516	4372651	4372165	4372561	4372615
4231567	4231657	4231765	4231576	4231675	4231756
4235167	4235617	4235761	4235176	4235671	4235716
4236517	4236157	4236715	4236571	4236175	4236751
4237651	4237561	4237156	4237615	4237516	4237165
4213567	4213657	4213765	4213576	4213675	4213756
4215367	4215637	4215763	4215376	4215673	4215736
4216537	4216357	4216735	4216573	4216375	4216753
4217653	4217563	4217356	4217635	4217536	4217365
4251367	4251637	4251763	4251376	4251673	4251736
4253167	4253617	4253761	4253176	4253671	4253716
4256317	4256137	4256713	4256371	4256173	4256731
4257631	4257361	4257136	4257613	4257316	4257163
4265137	4265317	4265731	4265173	4265371	4265713
4261537	4261357	4261735	4261573	4261375	4261753
4263157	4263517	4263751	4263175	4263571	4263715
4267315	4267135	4267513	4267351	4267153	4267531
4276513	4276153	4276315	4276531	4276135	4276351
4275613	4275163	4275316	4275631	4275136	4275361
4271563	4271653	4271365	4271536	4271635	4271356
4273156	4273516	4273651	4273165	4273561	4273615
4123567	4123657	4123765	4123576	4123675	4123756
4125367	4125637	4125763	4125376	4125673	4125736
4126537	4126357	4126735	4126573	4126375	4126753
4127653	4127563	4127356	4127635	4127536	4127365
4132567	4132657	4132765	4132576	4132675	4132756
4135267	4135627	4135762	4135276	4135672	4135726
4136527	4136257	4136725	4136572	4136275	4136752

4137652	4137562	4137256	4137625	4137526	4137265
4153267	4153627	4153762	4153276	4153672	4153726
4152367	4152637	4152763	4152376	4152673	4152736
4156237	4156327	4156732	4156273	4156372	4156723
4157623	4157263	4157326	4157632	4157236	4157362
4165327	4165237	4165723	4165372	4165273	4165732
4163527	4163257	4163725	4163572	4163275	4163752
4162357	4162537	4162753	4162375	4162573	4162735
4167235	4167325	4167532	4167253	4167352	4167523
4176532	4176352	4176235	4176523	4176325	4176253
4175632	4175362	4175236	4175623	4175326	4175263
4173562	4173652	4173265	4173526	4173625	4173256
4172356	4172536	4172653	4172365	4172563	4172635
4512367	4512637	4512763	4512376	4512673	4512736
4513267	4513627	4513762	4513276	4513672	4513726
4516327	4516237	4516723	4516372	4516273	4516732
4517632	4517362	4517236	4517623	4517326	4517263
4521367	4521637	4521763	4521376	4521673	4521736
4523167	4523617	4523761	4523176	4523671	4523716
4526317	4526137	4526713	4526371	4526173	4526731
4527631	4527361	4527136	4527613	4527316	4527163
4532167	4532617	4532761	4532176	4532671	4532716
4531267	4531627	4531762	4531276	4531672	4531726
4536127	4536217	4536721	4536172	4536271	4536712
4537612	4537162	4537216	4537621	4537126	4537261
4563217	4563127	4563712	4563271	4563172	4563721
4562317	4562137	4562713	4562371	4562173	4562731
4561237	4561327	4561732	4561273	4561372	4561723
4567123	4567213	4567321	4567132	4567231	4567312
4576321	4576231	4576123	4576312	4576213	4576132
4573621	4573261	4573126	4573612	4573216	4573162
4572361	4572631	4572163	4572316	4572613	4572136
4571236	4571326	4571632	4571263	4571362	4571623
4651237	4651327	4651732	4651273	4651372	4651723
4652137	4652317	4652731	4652173	4652371	4652713
4653217	4653127	4653712	4653271	4653172	4653721
4657321	4657231	4657123	4657312	4657213	4657132
4615237	4615327	4615732	4615273	4615372	4615723
4612537	4612357	4612735	4612573	4612375	4612753
4613257	4613527	4613752	4613275	4613572	4613725
4617325	4617235	4617523	4617352	4617253	4617532

4621537	4621357	4621735	4621573	4621375	4621753
4625137	4625317	4625731	4625173	4625371	4625713
4623517	4623157	4623715	4623571	4623175	4623751
4627351	4627531	4627153	4627315	4627513	4627135
4632157	4632517	4632751	4632175	4632571	4632715
4631257	4631527	4631752	4631275	4631572	4631725
4635127	4635217	4635721	4635172	4635271	4635712
4637512	4637152	4637215	4637521	4637125	4637251
4673215	4673125	4673512	4673251	4673152	4673521
4672315	4672135	4672513	4672351	4672153	4672531
4671235	4671325	4671532	4671253	4671352	4671523
4675123	4675213	4675321	4675132	4675231	4675312
4765123	4765213	4765321	4765132	4765231	4765312
4761523	4761253	4761325	4761532	4761235	4761352
4762153	4762513	4762351	4762135	4762531	4762315
4763215	4763125	4763512	4763251	4763152	4763521
4756123	4756213	4756321	4756132	4756231	4756312
4751623	4751263	4751326	4751632	4751236	4751362
4752163	4752613	4752361	4752136	4752631	4752316
4753216	4753126	4753612	4753261	4753162	4753621
4715623	4715263	4715326	4715632	4715236	4715362
4716523	4716253	4716325	4716532	4716235	4716352
4712653	4712563	4712356	4712635	4712536	4712365
4713265	4713625	4713562	4713256	4713652	4713526
4721563	4721653	4721365	4721536	4721635	4721356
4725163	4725613	4725361	4725136	4725631	4725316
4726513	4726153	4726315	4726531	4726135	4726351
4723651	4723561	4723156	4723615	4723516	4723165
4732156	4732516	4732651	4732165	4732561	4732615
4731256	4731526	4731652	4731265	4731562	4731625
4735126	4735216	4735621	4735162	4735261	4735612
4736512	4736152	4736215	4736521	4736125	4736251
5432167	5432617	5432761	5432176	5432671	5432716
5431267	5431627	5431762	5431276	5431672	5431726
5436127	5436217	5436721	5436172	5436271	5436712
5437612	5437162	5437216	5437621	5437126	5437261
5423167	5423617	5423761	5423176	5423671	5423716
5421367	5421637	5421763	5421376	5421673	5421736
5426137	5426317	5426731	5426173	5426371	5426713
5427613	5427163	5427316	5427631	5427136	5427361
5412367	5412637	5412763	5412376	5412673	5412736

5413267	5413627	5413762	5413276	5413672	5413726
5416327	5416237	5416723	5416372	5416273	5416732
5417632	5417362	5417236	5417623	5417326	5417263
5461237	5461327	5461732	5461273	5461372	5461723
5462137	5462317	5462731	5462173	5462371	5462713
5463217	5463127	5463712	5463271	5463172	5463721
5467321	5467231	5467123	5467312	5467213	5467132
5476123	5476213	5476321	5476132	5476231	5476312
5471623	5471263	5471326	5471632	5471236	5471362
5472163	5472613	5472361	5472136	5472631	5472316
5473216	5473126	5473612	5473261	5473162	5473621
5342167	5342617	5342761	5342176	5342671	5342716
5341267	5341627	5341762	5341276	5341672	5341726
5346127	5346217	5346721	5346172	5346271	5346712
5347612	5347162	5347216	5347621	5347126	5347261
5324167	5324617	5324761	5324176	5324671	5324716
5321467	5321647	5321764	5321476	5321674	5321746
5326147	5326417	5326741	5326174	5326471	5326714
5327614	5327164	5327416	5327641	5327146	5327461
5312467	5312647	5312764	5312476	5312674	5312746
5314267	5314627	5314762	5314276	5314672	5314726
5316427	5316247	5316724	5316472	5316274	5316742
5317642	5317462	5317246	5317624	5317426	5317264
5361247	5361427	5361742	5361274	5361472	5361724
5362147	5362417	5362741	5362174	5362471	5362714
5364217	5364127	5364712	5364271	5364172	5364721
5367421	5367241	5367124	5367412	5367214	5367142
5376124	5376214	5376421	5376142	5376241	5376412
5371624	5371264	5371426	5371642	5371246	5371462
5372164	5372614	5372461	5372146	5372641	5372416
5374216	5374126	5374612	5374261	5374162	5374621
5234167	5234617	5234761	5234176	5234671	5234716
5231467	5231647	5231764	5231476	5231674	5231746
5236147	5236417	5236741	5236174	5236471	5236714
5237614	5237164	5237416	5237641	5237146	5237461
5243167	5243617	5243761	5243176	5243671	5243716
5241367	5241637	5241763	5241376	5241673	5241736
5246137	5246317	5246731	5246173	5246371	5246713
5247613	5247163	5247316	5247631	5247136	5247361
5214367	5214637	5214763	5214376	5214673	5214736
5213467	5213647	5213764	5213476	5213674	5213746

5216347	5216437	5216743	5216374	5216473	5216734
5217634	5217364	5217436	5217643	5217346	5217463
5261437	5261347	5261734	5261473	5261374	5261743
5264137	5264317	5264731	5264173	5264371	5264713
5263417	5263147	5263714	5263471	5263174	5263741
5267341	5267431	5267143	5267314	5267413	5267134
5276143	5276413	5276341	5276134	5276431	5276314
5271643	5271463	5271346	5271634	5271436	5271364
5274163	5274613	5274361	5274136	5274631	5274316
5273416	5273146	5273614	5273461	5273164	5273641
5123467	5123647	5123764	5123476	5123674	5123746
5124367	5124637	5124763	5124376	5124673	5124736
5126437	5126347	5126734	5126473	5126374	5126743
5127643	5127463	5127346	5127634	5127436	5127364
5132467	5132647	5132764	5132476	5132674	5132746
5134267	5134627	5134762	5134276	5134672	5134726
5136427	5136247	5136724	5136472	5136274	5136742
5137642	5137462	5137246	5137624	5137426	5137264
5143267	5143627	5143762	5143276	5143672	5143726
5142367	5142637	5142763	5142376	5142673	5142736
5146237	5146327	5146732	5146273	5146372	5146723
5147623	5147263	5147326	5147632	5147236	5147362
5164327	5164237	5164723	5164372	5164273	5164732
5163427	5163247	5163724	5163472	5163274	5163742
5162347	5162437	5162743	5162374	5162473	5162734
5167234	5167324	5167432	5167243	5167342	5167423
5176432	5176342	5176234	5176423	5176324	5176243
5174632	5174362	5174236	5174623	5174326	5174263
5173462	5173642	5173264	5173426	5173624	5173246
5172346	5172436	5172643	5172364	5172463	5172634
5612347	5612437	5612743	5612374	5612473	5612734
5613247	5613427	5613742	5613274	5613472	5613724
5614327	5614237	5614723	5614372	5614273	5614732
5617432	5617342	5617234	5617423	5617324	5617243
5621347	5621437	5621743	5621374	5621473	5621734
5623147	5623417	5623741	5623174	5623471	5623714
5624317	5624137	5624713	5624371	5624173	5624731
5627431	5627341	5627134	5627413	5627314	5627143
5632147	5632417	5632741	5632174	5632471	5632714
5631247	5631427	5631742	5631274	5631472	5631724
5634127	5634217	5634721	5634172	5634271	5634712

5637412	5637142	5637214	5637421	5637124	5637241
5643217	5643127	5643712	5643271	5643172	5643721
5642317	5642137	5642713	5642371	5642173	5642731
5641237	5641327	5641732	5641273	5641372	5641723
5647123	5647213	5647321	5647132	5647231	5647312
5674321	5674231	5674123	5674312	5674213	5674132
5673421	5673241	5673124	5673412	5673214	5673142
5672341	5672431	5672143	5672314	5672413	5672134
5671234	5671324	5671432	5671243	5671342	5671423
5761234	5761324	5761432	5761243	5761342	5761423
5762134	5762314	5762431	5762143	5762341	5762413
5763214	5763124	5763412	5763241	5763142	5763421
5764321	5764231	5764123	5764312	5764213	5764132
5716234	5716324	5716432	5716243	5716342	5716423
5712634	5712364	5712436	5712643	5712346	5712463
5713264	5713624	5713462	5713246	5713642	5713426
5714326	5714236	5714623	5714362	5714263	5714632
5721634	5721364	5721436	5721643	5721346	5721463
5726134	5726314	5726431	5726143	5726341	5726413
5723614	5723164	5723416	5723641	5723146	5723461
5724361	5724631	5724163	5724316	5724613	5724136
5732164	5732614	5732461	5732146	5732641	5732416
5731264	5731624	5731462	5731246	5731642	5731426
5736124	5736214	5736421	5736142	5736241	5736412
5734612	5734162	5734216	5734621	5734126	5734261
5743216	5743126	5743612	5743261	5743162	5743621
5742316	5742136	5742613	5742361	5742163	5742631
5741236	5741326	5741632	5741263	5741362	5741623
5746123	5746213	5746321	5746132	5746231	5746312
6543217	6543127	6543712	6543271	6543172	6543721
6542317	6542137	6542713	6542371	6542173	6542731
6541237	6541327	6541732	6541273	6541372	6541723
6547123	6547213	6547321	6547132	6547231	6547312
6534217	6534127	6534712	6534271	6534172	6534721
6532417	6532147	6532714	6532471	6532174	6532741
6531247	6531427	6531742	6531274	6531472	6531724
6537124	6537214	6537421	6537142	6537241	6537412
6523417	6523147	6523714	6523471	6523174	6523741
6524317	6524137	6524713	6524371	6524173	6524731
6521437	6521347	6521734	6521473	6521374	6521743
6527143	6527413	6527341	6527134	6527431	6527314

6512347	6512437	6512743	6512374	6512473	6512734
6513247	6513427	6513742	6513274	6513472	6513724
6514327	6514237	6514723	6514372	6514273	6514732
6517432	6517342	6517234	6517423	6517324	6517243
6571234	6571324	6571432	6571243	6571342	6571423
6572134	6572314	6572431	6572143	6572341	6572413
6573214	6573124	6573412	6573241	6573142	6573421
6574321	6574231	6574123	6574312	6574213	6574132
6453217	6453127	6453712	6453271	6453172	6453721
6452317	6452137	6452713	6452371	6452173	6452731
6451237	6451327	6451732	6451273	6451372	6451723
6457123	6457213	6457321	6457132	6457231	6457312
6435217	6435127	6435712	6435271	6435172	6435721
6432517	6432157	6432715	6432571	6432175	6432751
6431257	6431527	6431752	6431275	6431572	6431725
6437125	6437215	6437521	6437152	6437251	6437512
6423517	6423157	6423715	6423571	6423175	6423751
6425317	6425137	6425713	6425371	6425173	6425731
6421537	6421357	6421735	6421573	6421375	6421753
6427153	6427513	6427351	6427135	6427531	6427315
6412357	6412537	6412753	6412375	6412573	6412735
6413257	6413527	6413752	6413275	6413572	6413725
6415327	6415237	6415723	6415372	6415273	6415732
6417532	6417352	6417235	6417523	6417325	6417253
6471235	6471325	6471532	6471253	6471352	6471523
6472135	6472315	6472531	6472153	6472351	6472513
6473215	6473125	6473512	6473251	6473152	6473521
6475321	6475231	6475123	6475312	6475213	6475132
6345217	6345127	6345712	6345271	6345172	6345721
6342517	6342157	6342715	6342571	6342175	6342751
6341257	6341527	6341752	6341275	6341572	6341725
6347125	6347215	6347521	6347152	6347251	6347512
6354217	6354127	6354712	6354271	6354172	6354721
6352417	6352147	6352714	6352471	6352174	6352741
6351247	6351427	6351742	6351274	6351472	6351724
6357124	6357214	6357421	6357142	6357241	6357412
6325417	6325147	6325714	6325471	6325174	6325741
6324517	6324157	6324715	6324571	6324175	6324751
6321457	6321547	6321754	6321475	6321574	6321745
6327145	6327415	6327541	6327154	6327451	6327514
6312547	6312457	6312745	6312574	6312475	6312754

6315247	6315427	6315742	6315274	6315472	6315724
6314527	6314257	6314725	6314572	6314275	6314752
6317452	6317542	6317254	6317425	6317524	6317245
6371254	6371524	6371452	6371245	6371542	6371425
6372154	6372514	6372451	6372145	6372541	6372415
6375214	6375124	6375412	6375241	6375142	6375421
6374521	6374251	6374125	6374512	6374215	6374152
6234517	6234157	6234715	6234571	6234175	6234751
6235417	6235147	6235714	6235471	6235174	6235741
6231547	6231457	6231745	6231574	6231475	6231754
6237154	6237514	6237451	6237145	6237541	6237415
6243517	6243157	6243715	6243571	6243175	6243751
6245317	6245137	6245713	6245371	6245173	6245731
6241537	6241357	6241735	6241573	6241375	6241753
6247153	6247513	6247351	6247135	6247531	6247315
6254317	6254137	6254713	6254371	6254173	6254731
6253417	6253147	6253714	6253471	6253174	6253741
6251347	6251437	6251743	6251374	6251473	6251734
6257134	6257314	6257431	6257143	6257341	6257413
6215437	6215347	6215734	6215473	6215374	6215743
6214537	6214357	6214735	6214573	6214375	6214753
6213457	6213547	6213754	6213475	6213574	6213745
6217345	6217435	6217543	6217354	6217453	6217534
6271543	6271453	6271345	6271534	6271435	6271354
6275143	6275413	6275341	6275134	6275431	6275314
6274513	6274153	6274315	6274531	6274135	6274351
6273451	6273541	6273154	6273415	6273514	6273145
6123457	6123547	6123754	6123475	6123574	6123745
6124357	6124537	6124753	6124375	6124573	6124735
6125437	6125347	6125734	6125473	6125374	6125743
6127543	6127453	6127345	6127534	6127435	6127354
6132457	6132547	6132754	6132475	6132574	6132745
6134257	6134527	6134752	6134275	6134572	6134725
6135427	6135247	6135724	6135472	6135274	6135742
6137542	6137452	6137245	6137524	6137425	6137254
6143257	6143527	6143752	6143275	6143572	6143725
6142357	6142537	6142753	6142375	6142573	6142735
6145237	6145327	6145732	6145273	6145372	6145723
6147523	6147253	6147325	6147532	6147235	6147352
6154327	6154237	6154723	6154372	6154273	6154732
6153427	6153247	6153724	6153472	6153274	6153742

6152347	6152437	6152743	6152374	6152473	6152734
6157234	6157324	6157432	6157243	6157342	6157423
6175432	6175342	6175234	6175423	6175324	6175243
6174532	6174352	6174235	6174523	6174325	6174253
6173452	6173542	6173254	6173425	6173524	6173245
6172345	6172435	6172543	6172354	6172453	6172534
6712345	6712435	6712543	6712354	6712453	6712534
6713245	6713425	6713542	6713254	6713452	6713524
6714325	6714235	6714523	6714352	6714253	6714532
6715432	6715342	6715234	6715423	6715324	6715243
6721345	6721435	6721543	6721354	6721453	6721534
6723145	6723415	6723541	6723154	6723451	6723514
6724315	6724135	6724513	6724351	6724153	6724531
6725431	6725341	6725134	6725413	6725314	6725143
6732145	6732415	6732541	6732154	6732451	6732514
6731245	6731425	6731542	6731254	6731452	6731524
6734125	6734215	6734521	6734152	6734251	6734512
6735412	6735142	6735214	6735421	6735124	6735241
6743215	6743125	6743512	6743251	6743152	6743521
6742315	6742135	6742513	6742351	6742153	6742531
6741235	6741325	6741532	6741253	6741352	6741523
6745123	6745213	6745321	6745132	6745231	6745312
6754321	6754231	6754123	6754312	6754213	6754132
6753421	6753241	6753124	6753412	6753214	6753142
6752341	6752431	6752143	6752314	6752413	6752134
6751234	6751324	6751432	6751243	6751342	6751423
7654321	7654231	7654123	7654312	7654213	7654132
7653421	7653241	7653124	7653412	7653214	7653142
7652341	7652431	7652143	7652314	7652413	7652134
7651234	7651324	7651432	7651243	7651342	7651423
7645321	7645231	7645123	7645312	7645213	7645132
7643521	7643251	7643125	7643512	7643215	7643152
7642351	7642531	7642153	7642315	7642513	7642135
7641235	7641325	7641532	7641253	7641352	7641523
7634521	7634251	7634125	7634512	7634215	7634152
7635421	7635241	7635124	7635412	7635214	7635142
7632541	7632451	7632145	7632514	7632415	7632154
7631254	7631524	7631452	7631245	7631542	7631425
7623451	7623541	7623154	7623415	7623514	7623145
7624351	7624531	7624153	7624315	7624513	7624135
7625431	7625341	7625134	7625413	7625314	7625143

7621543	7621453	7621345	7621534	7621435	7621354
7612345	7612435	7612543	7612354	7612453	7612534
7613245	7613425	7613542	7613254	7613452	7613524
7614325	7614235	7614523	7614352	7614253	7614532
7615432	7615342	7615234	7615423	7615324	7615243
7564321	7564231	7564123	7564312	7564213	7564132
7563421	7563241	7563124	7563412	7563214	7563142
7562341	7562431	7562143	7562314	7562413	7562134
7561234	7561324	7561432	7561243	7561342	7561423
7546321	7546231	7546123	7546312	7546213	7546132
7543621	7543261	7543126	7543612	7543216	7543162
7542361	7542631	7542163	7542316	7542613	7542136
7541236	7541326	7541632	7541263	7541362	7541623
7534621	7534261	7534126	7534612	7534216	7534162
7536421	7536241	7536124	7536412	7536214	7536142
7532641	7532461	7532146	7532614	7532416	7532164
7531264	7531624	7531462	7531246	7531642	7531426
7523461	7523641	7523164	7523416	7523614	7523146
7524361	7524631	7524163	7524316	7524613	7524136
7526431	7526341	7526134	7526413	7526314	7526143
7521643	7521463	7521346	7521634	7521436	7521364
7512346	7512436	7512643	7512364	7512463	7512634
7513246	7513426	7513642	7513264	7513462	7513624
7514326	7514236	7514623	7514362	7514263	7514632
7516432	7516342	7516234	7516423	7516324	7516243
7456321	7456231	7456123	7456312	7456213	7456132
7453621	7453261	7453126	7453612	7453216	7453162
7452361	7452631	7452163	7452316	7452613	7452136
7451236	7451326	7451632	7451263	7451362	7451623
7465321	7465231	7465123	7465312	7465213	7465132
7463521	7463251	7463125	7463512	7463215	7463152
7462351	7462531	7462153	7462315	7462513	7462135
7461235	7461325	7461532	7461253	7461352	7461523
7436521	7436251	7436125	7436512	7436215	7436152
7435621	7435261	7435126	7435612	7435216	7435162
7432561	7432651	7432165	7432516	7432615	7432156
7431256	7431526	7431652	7431265	7431562	7431625
7423651	7423561	7423156	7423615	7423516	7423165
7426351	7426531	7426153	7426315	7426513	7426135
7425631	7425361	7425136	7425613	7425316	7425163
7421563	7421653	7421365	7421536	7421635	7421356

7412365	7412635	7412563	7412356	7412653	7412536
7413265	7413625	7413562	7413256	7413652	7413526
7416325	7416235	7416523	7416352	7416253	7416532
7415632	7415362	7415236	7415623	7415326	7415263
7345621	7345261	7345126	7345612	7345216	7345162
7346521	7346251	7346125	7346512	7346215	7346152
7342651	7342561	7342156	7342615	7342516	7342165
7341265	7341625	7341562	7341256	7341652	7341526
7354621	7354261	7354126	7354612	7354216	7354162
7356421	7356241	7356124	7356412	7356214	7356142
7352641	7352461	7352146	7352614	7352416	7352164
7351264	7351624	7351462	7351246	7351642	7351426
7365421	7365241	7365124	7365412	7365214	7365142
7364521	7364251	7364125	7364512	7364215	7364152
7362451	7362541	7362154	7362415	7362514	7362145
7361245	7361425	7361542	7361254	7361452	7361524
7326541	7326451	7326145	7326514	7326415	7326154
7325641	7325461	7325146	7325614	7325416	7325164
7324561	7324651	7324165	7324516	7324615	7324156
7321456	7321546	7321654	7321465	7321564	7321645
7312654	7312564	7312456	7312645	7312546	7312465
7316254	7316524	7316452	7316245	7316542	7316425
7315624	7315264	7315426	7315642	7315246	7315462
7314562	7314652	7314265	7314526	7314625	7314256
7234561	7234651	7234165	7234516	7234615	7234156
7235461	7235641	7235164	7235416	7235614	7235146
7236541	7236451	7236145	7236514	7236415	7236154
7231654	7231564	7231456	7231645	7231546	7231465
7243561	7243651	7243165	7243516	7243615	7243156
7245361	7245631	7245163	7245316	7245613	7245136
7246531	7246351	7246135	7246513	7246315	7246153
7241653	7241563	7241356	7241635	7241536	7241365
7254361	7254631	7254163	7254316	7254613	7254136
7253461	7253641	7253164	7253416	7253614	7253146
7256341	7256431	7256143	7256314	7256413	7256134
7251634	7251364	7251436	7251643	7251346	7251463
7265431	7265341	7265134	7265413	7265314	7265143
7264531	7264351	7264135	7264513	7264315	7264153
7263451	7263541	7263154	7263415	7263514	7263145
7261345	7261435	7261543	7261354	7261453	7261534
7216543	7216453	7216345	7216534	7216435	7216354

7215643	7215463	7215346	7215634	7215436	7215364
7214563	7214653	7214365	7214536	7214635	7214356
7213456	7213546	7213654	7213465	7213564	7213645
7123456	7123546	7123654	7123465	7123564	7123645
7124356	7124536	7124653	7124365	7124563	7124635
7125436	7125346	7125634	7125463	7125364	7125643
7126543	7126453	7126345	7126534	7126435	7126354
7132456	7132546	7132654	7132465	7132564	7132645
7134256	7134526	7134652	7134265	7134562	7134625
7135426	7135246	7135624	7135462	7135264	7135642
7136542	7136452	7136245	7136524	7136425	7136254
7143256	7143526	7143652	7143265	7143562	7143625
7142356	7142536	7142653	7142365	7142563	7142635
7145236	7145326	7145632	7145263	7145362	7145623
7146523	7146253	7146325	7146532	7146235	7146352
7154326	7154236	7154623	7154362	7154263	7154632
7153426	7153246	7153624	7153462	7153264	7153642
7152346	7152436	7152643	7152364	7152463	7152634
7156234	7156324	7156432	7156243	7156342	7156423
7165432	7165342	7165234	7165423	7165324	7165243
7164532	7164352	7164235	7164523	7164325	7164253
7163452	7163542	7163254	7163425	7163524	7163245
7162345	7162435	7162543	7162354	7162453	7162534

(1.5.1)

Все должно быть изложено так просто,
как только возможно, но не проще
ЭЙНШТЕЙН Альберт

Глава 2

СОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ ОСНОВАНИЯ n = 2^4 в КОДОВОЙ ТАБЛИЦЕ СИМВОЛОВ ASCII

Все 192 совершенных кода основания n = 2^4 (k = 3, i = 4) при использовании основного (стандартного) двоичного принципа формирования информационной части этих кодов детально рассмотрены в [4]. Общее же число других совершенных кодов этого основания огромно и определяется выражением 192(n!). При этом только в информационной части стандартного двоичного кода цифры основания системы счисления (00 - 15) совпадают со значениями кодовых комбинаций (00 - 15) их разрядов. Для всех других типов двоичных кодов этого соответствия нет.

Формат шифрования кодовой таблицы символов ASCII при двухбайтовой их записи, где все информационные и контрольные разряды первого байта (A, X) и второго байта (B, Y) представляются в двоичном совершенном коде, соответствует таблице 2.1

Таблица 2.1

		X			A					Y			B				Символ
	z_1	x_1	x_2	x_3	a_1	a_2	a_3	a_4	z_2	y_1	y_2	y_3	b_1	b_2	b_3	b_4	
		1	2	3	4	5	6	7		1	2	3	4	5	6	7	

В этой таблице контрольные разряды (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) выделяются синим цветом, информационные (a_1 – a_4), (b_1 – b_4) – черным, а сигнальные (z_1, z_2) – зеленым. Кроме того, в таблице исходный порядок следования контрольных и информационных разрядов пронумерован цифрами шрифта Bookman Old Style. Подобное цветовое выделение соответствующих разрядов систематических кодов и нумерация разрядов шрифтом Bookman Old Style будет использоваться нами во всех разделах книги.

Принимая, что оба байта для каждого символа шифруются одинаково (ходя это не обязательно), общее число возможных шифров, т. е. кодовых таблиц, будет определяться следующим выражением

Σ = (7!) (16!) (192) = (5040) (20922789888000) 192 = 202465653318819840000,

где первый множитель определяет все общие перестановки кортежа контрольных и информационных разрядов, второй – все возможные двоичные коды основания n = 16, третий – все совершенные коды этого основания системы счисления.

Когда это не будет оговорено отдельно, передаваемый и расшифрованный на стороне получателя тексты будут представляться в стандартном двоичном коде.

2.1. Кодовая таблица символов ASCII, где сигналы A'$_i$, B'$_i$ в основном двоичном коде

Практически все необходимые данные для составления этих 192-х таблиц содержатся в [4]. Выберем в качестве примера один из совершенных кодов N 99 [4], который определяется схемой соответствия кодовых комбинаций информационной части кода (*000 – 015*) и его контрольной (*00 – 07*), представленных на рис. 2.1 в четырехмерном пространстве координат $a_1 – a_4$. Поскольку информационная часть кода является простой нумерацией ячеек этого неизменного пространства, то возможно опустить написание кодовых комбинаций информационной части кода, а оставить в ячейках вторую запись. Из двух эквивалентных вариантов представления такого соответствия будем в дальнейшем использовать его вторую часть.

a_2, a_1, a_3, a_4

000/00	*001/06*	*002/05*	*003/03*
004/07	*005/01*	*006/02*	*007/04*
008/03	*009/05*	*010/06*	*011/00*
012/04	*013/02*	*014/01*	*015/07*

≡

a_2, a_1

00	*06*	*05*	*03*
07	*01*	*02*	*04*
03	*05*	*06*	*00*
04	*02*	*01*	*07*

Рис. 2.1

Из такого представления непосредственно определяются геометрические образы сигналов (x_1), (x_2), (x_3) шифратора и логические схемы их формирования.

a_2, a_1, a_3, a_4

00	*06*	*05*	*03*
07	*01*	*02*	*04*
03	*05*	*06*	*00*
04	*02*	*01*	*07*

(x_1)

		*	*
*	*		
*	*		
		*	*

(x_2)

	*		*
*		*	
*		*	
	*		*

(x_3)

	*	*	
*			*
	*	*	
*			*

Рис.2.2

$$(x_1) = a_2\underline{a}_3\underline{a}_4 \vee a_2a_3a_4 \vee \underline{a}_2a_3\underline{a}_4 \vee \underline{a}_2\underline{a}_3a_4 \qquad (2.1.1)$$

$$(x_2) = a_1\underline{a}_3\underline{a}_4 \vee a_1a_3a_4 \vee \underline{a}_1a_3\underline{a}_4 \vee \underline{a}_1\underline{a}_3a_4 \qquad (2.1.2)$$

$$(x_3) = a_3\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee a_3a_1a_2 \vee \underline{a}_3a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_3\underline{a}_1a_2 \qquad (2.1.3)$$

Эта схема шифратора является общей для всех (n!) кодовых таблиц символов ASCII, где используется функциональная зависимость, определяемая рис. 2.1. Общеизвестная кодовая таблица символов ASCII для двухбайтового их представления при безошибочности информации и применении совершенного кода N 99 [4], соответствует таблице 2.2.

Таблица 2.2

Цифра	X_a A Y_b B	Символ	Цифра	X_a A Y_b B	Символ
000	0 000 0000 0 000 0000	NUL	064	0 000 0000 0 111 0010	@
001	0 011 1000 0 000 0000	SOH	065	0 011 1000 0 111 0010	A
002	0 101 0100 0 000 0000	STX	066	0 101 0100 0 111 0010	B
003	0 110 1100 0 000 0000	ETX	067	0 110 1100 0 111 0010	C
004	0 111 0010 0 000 0000	EOT	068	0 111 0010 0 111 0010	D
005	0 100 1010 0 000 0000	ENQ	069	0 100 1010 0 111 0010	E
006	0 010 0110 0 000 0000	ACK	070	0 010 0110 0 111 0010	F
007	0 001 1110 0 000 0000	BEL	071	0 001 1110 0 111 0010	G
008	0 110 0001 0 000 0000	BS	072	0 110 0001 0 111 0010	H
009	0 101 1001 0 000 0000	HT	073	0 101 1001 0 111 0010	I
010	0 011 0101 0 000 0000	LF	074	0 011 0101 0 111 0010	J
011	0 000 1101 0 000 0000	VT	075	0 000 1101 0 111 0010	K
012	0 001 0011 0 000 0000	FF	076	0 001 0011 0 111 0010	L
013	0 010 1011 0 000 0000	CR	077	0 010 1011 0 111 0010	M
014	0 100 0111 0 000 0000	SO	078	0 100 0111 0 111 0010	N
015	0 111 1111 0 000 0000	SI	079	0 111 1111 0 111 0010	O
016	0 000 0000 0 011 1000	DLE	080	0 000 0000 0 100 1010	P
017	0 011 1000 0 011 1000	DC1	081	0 011 1000 0 100 1010	Q
018	0 101 0100 0 011 1000	DC2	082	0 101 0100 0 100 1010	R
019	0 110 1100 0 011 1000	DC3	083	0 110 1100 0 100 1010	S
020	0 111 0010 0 011 1000	DC4	084	0 111 0010 0 100 1010	T
021	0 100 1010 0 011 1000	NAK	085	0 100 1010 0 100 1010	U
022	0 010 0110 0 011 1000	SYN	086	0 010 0110 0 100 1010	V
023	0 001 1110 0 011 1000	ETB	087	0 001 1110 0 100 1010	W
024	0 110 0001 0 011 1000	CAN	088	0 110 0001 0 100 1010	X
025	0 101 1001 0 011 1000	EM	089	0 101 1001 0 100 1010	Y
026	0 011 0101 0 011 1000	SUB	090	0 011 0101 0 100 1010	Z
027	0 000 1101 0 011 1000	ESC	091	0 000 1101 0 100 1010	[
028	0 001 0011 0 011 1000	FS	092	0 001 0011 0 100 1010	\
029	0 010 1011 0 011 1000	GS	093	0 010 1011 0 100 1010	]
030	0 100 0111 0 011 1000	RS	094	0 100 0111 0 100 1010	^
031	0 111 1111 0 011 1000	US	095	0 111 1111 0 100 1010	_

Продолжение таблицы 2.2

Цифра	X_a A Y_b B	Символ	Цифра	X_a A Y_b B	Символ
032	0 000 0000 0 101 0100	Пробелел	096	0 000 0000 0 010 0110	`
033	0 011 1000 0 101 0100	!	097	0 011 1000 0 010 0110	a
034	0 101 0100 0 101 0100	“	098	0 101 0100 0 010 0110	b
035	0 110 1100 0 101 0100	#	099	0 110 1100 0 010 0110	c
036	0 111 0010 0 101 0100	$	100	0 111 0010 0 010 0110	d
037	0 100 1010 0 101 0100	%	101	0 100 1010 0 010 0110	e
038	0 010 0110 0 101 0100	&	102	0 010 0110 0 010 0110	f
039	0 001 1110 0 101 0100	‘	103	0 001 1110 0 010 0110	g
040	0 110 0001 0 101 0100	(	104	0 110 0001 0 010 0110	h
041	0 101 1001 0 101 0100	)	105	0 101 1001 0 010 0110	i
042	0 011 0101 0 101 0100	*	106	0 011 0101 0 010 0110	j
043	0 000 1101 0 101 0100	+	107	0 000 1101 0 010 0110	k
044	0 001 0011 0 101 0100	,	108	0 001 0011 0 010 0110	l
045	0 010 1011 0 101 0100	-	109	0 010 1011 0 010 0110	m
046	0 100 0111 0 101 0100	.	110	0 100 0111 0 010 0110	n
047	0 111 1111 0 101 0100	/	111	0 111 1111 0 010 0110	o
048	0 000 0000 0 110 1100	0	112	0 000 0000 0 001 1110	p
049	0 011 1000 0 110 1100	1	113	0 011 1000 0 001 1110	q
050	0 101 0100 0 110 1100	2	114	0 101 0100 0 001 1110	r
051	0 110 1100 0 110 1100	3	115	0 110 1100 0 001 1110	s
052	0 111 0010 0 110 1100	4	116	0 111 0010 0 001 1110	t
053	0 100 1010 0 110 1100	5	117	0 100 1010 0 001 1110	u
054	0 010 0110 0 110 1100	6	118	0 010 0110 0 001 1110	v
055	0 001 1110 0 110 1100	7	119	0 001 1110 0 001 1110	w
056	0 110 0001 0 110 1100	8	120	0 110 0001 0 001 1110	x
057	0 101 1001 0 110 1100	9	121	0 101 1001 0 001 1110	y
058	0 011 0101 0 110 1100	:	122	0 011 0101 0 001 1110	z
059	0 000 1101 0 110 1100	;	123	0 000 1101 0 001 1110	{
060	0 001 0011 0 110 1100	<	124	0 001 0011 0 001 1110	|
061	0 010 1011 0 110 1100	=	125	0 010 1011 0 001 1110	}
062	0 100 0111 0 110 1100	>	126	0 100 0111 0 001 1110	~
063	0 111 1111 0 110 1100	?	127	0 111 1111 0 001 1110	DEL

Для определения логических зависимостей в случае появления одиночных ошибок в информационной или контрольной частях систематического кода обратимся к размещению их кодовых комбинаций в многомерном цифро-векторном пространстве координат (рис. 2.3).

В ячейках этого многомерного пространства, определяемых данными координатам рис. 2.2, записаны безошибочные кодовые комбинации информационной части систематического кода (*000 – 015*). В остальных ячейках записаны такие же кодовые комбинации при одиночной ошибке в информационной части кода – (*000 – 015*), а также одиночные ошибки в контрольной части – (*000 – 015*).

(A)	Кодовые комбинации				x_3					*4*	*4*	*4*	*4*
					x_2			*2*	*2*			*2*	*2*
					x_1		*1*		*1*		*1*		*1*
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		*00*	*01*	*02*	*03*	*04*	*05*	*06*	*07*
00					*000*	*000*	*000*	*000*	*008*	*000*	*002*	*001*	*004*
01				*1*	*001*	*000*	*005*	*001*	*003*	*001*	*009*	*001*	*001*
02			*2*		*002*	*000*	*002*	*006*	*003*	*002*	*002*	*010*	*002*
03			*2*	*1*	*003*	*011*	*003*	*003*	*003*	*007*	*002*	*001*	*003*
04		*4*			*004*	*000*	*005*	*006*	*004*	*012*	*004*	*004*	*004*
05		*4*		*1*	*005*	*005*	*005*	*013*	*005*	*007*	*005*	*001*	*004*
06		*4*	*2*		*006*	*006*	*014*	*006*	*006*	*007*	*002*	*006*	*004*
07		*4*	*2*	*1*	*007*	*007*	*005*	*006*	*003*	*007*	*007*	*007*	*015*
08	*8*				*008*	*000*	*008*	*008*	*008*	*012*	*009*	*010*	*008*
09	*8*			*1*	*009*	*011*	*009*	*013*	*008*	*009*	*009*	*001*	*009*
10	*8*		*2*		*010*	*011*	*014*	*010*	*008*	*010*	*002*	*010*	*010*
11	*8*		*2*	*1*	*011*	*011*	*011*	*011*	*003*	*011*	*009*	*010*	*015*
12	*8*	*4*			*012*	*012*	*014*	*013*	*008*	*012*	*012*	*012*	*004*
13	*8*	*4*		*1*	*013*	*013*	*005*	*013*	*013*	*012*	*009*	*013*	*015*
14	*8*	*4*	*2*		*014*	*014*	*014*	*006*	*014*	*012*	*014*	*010*	*015*
15	*8*	*4*	*2*	*1*	*015*	*011*	*014*	*013*	*015*	*007*	*015*	*015*	*015*

Рис. 2.3

Определение координат одиночных ошибок задается таблицей 2.3 одиночных ошибок [1]. Например, данные в ячейке с координатами *00*, при одиночной ошибке запишутся в ячейки с координатами *01*, *02*, *04*, *08* (первая строка таблицы); данные в ячейке с координатами *01*, при одиночной ошибке запишутся в ячейки с координатами *00*, *03*, *04*, *09* (вторая строка таблицы) и т. д. Первый столбец этой таблицы задает в нашем случае координаты безошибочных кодовых комбинаций информационной части систематического кода (*000* – *015*). Если одиночная ошибка произошла в контрольной части кода, то кодовая комбинация информационной части систематического кода записывается, в соответствующие ячейки, синим цветом (*000 – 015*), а если одиночная ошибка произошла непосредственно в информационной части кода – черным цветом (*000 – 015*).

Таблица 2.3

00	*01*	*02*	*04*	*08*
01	*00*	*03*	*05*	*09*
02	*00*	*03*	*06*	*10*
03	*01*	*02*	*07*	*11*
04	*00*	*05*	*06*	*12*
05	*01*	*04*	*07*	*13*
06	*02*	*04*	*07*	*14*
07	*03*	*05*	*06*	*15*
08	*00*	*09*	*10*	*12*
09	*01*	*08*	*11*	*13*
10	*02*	*08*	*11*	*14*
11	*03*	*09*	*10*	*15*
12	*04*	*08*	*13*	*14*
13	*05*	*09*	*12*	*15*
14	*06*	*10*	*12*	*15*
15	*07*	*11*	*13*	*14*

Первым вариантом логической схемы дешифратора, которая и есть секретный ключ, сообщаемый получателю, может быть один из 192 совершенных кодов, где для него принята одна из конкретных перестановок кортежа [1 2 3 4 5 6 7] из контрольных и информационных разрядов. Дальнейшим усложнением секретного ключа является возможность исправления одиночных ошибок, которые по случайному способу заносятся в шифратор для каждого передаваемого символа таблицы 2.2.

Для определения геометрических образов исправленных сигналов, например информационных разрядов (a_1) – (a_4), необходимо для каждого из них произвести в многомерном цифровом пространстве, в ячейках которого записаны информационные кодовые комбинации, их замену, например на звездочки (*) в соответствии со следующими общеизвестными логическими зависимостями

$$(a_1) = 001 \vee 003 \vee 005 \vee 007 \vee 009 \vee 011 \vee 013 \vee 015,$$

$$(a_2) = 002 \vee 003 \vee 006 \vee 007 \vee 010 \vee 011 \vee 014 \vee 015,$$

$$(a_3) = 004 \vee 005 \vee 006 \vee 007 \vee 012 \vee 013 \vee 014 \vee 015,$$

$$(a_4) = 008 \vee 009 \vee 010 \vee 011 \vee 012 \vee 013 \vee 014 \vee 015.$$

Оставшиеся незаполненные звездочками ячейки должны быть очищены от записей. Все полученные таким образом геометрические образы сигналов приведены соответственно на рис. 2.4 – 2.7.

(A), (a_1)	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры						00	01	02	03	04	05	06	07
	a_4	a_3	a_2	a_1									
0					000							*	
1				1	001		*	*	*	*	*	*	*
2			2		002				*				
3			2	1	003	*	*	*	*	*		*	*
4		4			004		*						
5		4		1	005	*	*	*	*	*	*	*	
6		4	2		006					*			
7		4	2	1	007	*	*		*	*	*	*	*
8	8				008						*		
9	8			1	009	*	*	*		*	*	*	*
10	8		2		010	*							
11	8		2	1	011	*	*	*	*	*	*		*
12	8	4			012			*					
13	8	4		1	013	*	*	*	*		*	*	*
14	8	4	2		014								*
15	8	4	2	1	015	*		*	*	*	*	*	*

Рис. 2.4

J1	J2		.....***...*****	..*.****....*.**
J3	J4	=	.*..****....**.*	....***.*...****
J4	J3		....***.*...****	.*..****....**.*
J2	J1		..*.****....*.**	.....***...*****

$$(a_1) = \underline{x}_3\underline{a}_3\underline{a}_4J1 \vee x_3\underline{a}_3\underline{a}_4J2 \vee \underline{x}_3a_3\underline{a}_4J3 \vee x_3a_3\underline{a}_4J4 \vee$$
$$\vee \underline{x}_3\underline{a}_3a_4J4 \vee x_3\underline{a}_3a_4J3 \vee \underline{x}_3a_3a_4J2 \vee x_3a_3a_4J1 \qquad (2.1.4)$$

где

$$J1 = a_1a_2 \vee x_1a_1 \vee x_2a_1 \vee x_1x_2a_2,$$

$$J2 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1a_1 \vee x_2a_1 \vee \underline{x}_1x_2\underline{a}_2,$$

$$J3 = a_1\underline{a}_2 \vee x_1a_1 \vee \underline{x}_2a_1 \vee x_1\underline{x}_2a_2,$$

$$J4 = a_1a_2 \vee \underline{x}_1a_1 \vee \underline{x}_2a_1 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_2.$$

(Кортеж сигналов байта совершенных кодов $x_1\ x_2\ x_3\ a_1\ a_2\ a_3\ a_4 \equiv 1234567$)

(A), (a_2)	Кодовые комбинации												
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
0					000						*		
1				1	001				*				
2			2		002		*	*	*	*	*	*	*
3			2	1	003	*	*	*	*	*	*		*
4		4			004			*					
5		4		1	005					*			
6		4	2		006	*	*	*	*	*	*	*	
7		4	2	1	007	*		*	*	*	*	*	*
8	8				008							*	
9	8			1	009	*							
10	8		2		010	*	*	*		*	*	*	*
11	8		2	1	011	*	*	*	*	*		*	*
12	8	4			012		*						
13	8	4		1	013								*
14	8	4	2		014	*	*	*	*		*	*	*
15	8	4	2	1	015	*	*		*	*	*	*	*

Рис. 2.5

J5	J6
J7	J8
J8	J7
J6	J5

=

.......*.*******	.*......******.*
..*.....****..**	....*...***.****
....*...***.****	..*.....****..**
.*......******.*	.......*.*******

$$(a_2) = \underline{x}_3\underline{a}_3\underline{a}_4 J5 \vee x_3\underline{a}_3\underline{a}_4 J6 \vee \underline{x}_3 a_3\underline{a}_4 J7 \vee x_3 a_3\underline{a}_4 J8 \vee$$
$$\vee\ \underline{x}_3\underline{a}_3 a_4 J8 \vee x_3\underline{a}_3 a_4 J7 \vee \underline{x}_3 a_3 a_4 J6 \vee x_3 a_3 a_4 J5 \qquad (2.1.5)$$

где

$$J5 = a_1a_2 \vee x_1a_2 \vee x_2a_2 \vee x_1x_2a_1,$$

$$J6 = \underline{a}_1a_2 \vee x_1a_2 \vee \underline{x}_2a_2 \vee x_1\underline{x}_2\underline{a}_1,$$

$$J7 = \underline{a}_1a_2 \vee \underline{x}_1a_2 \vee x_2a_2 \vee \underline{x}_1x_2\underline{a}_1,$$

$$J8 = a_1a_2 \vee \underline{x}_1a_2 \vee \underline{x}_2a_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_1.$$

$$(x_1\ x_2\ x_3\ a_1\ a_2\ a_3\ a_4 \equiv 1\,2\,3\,4\,5\,6\,7)$$

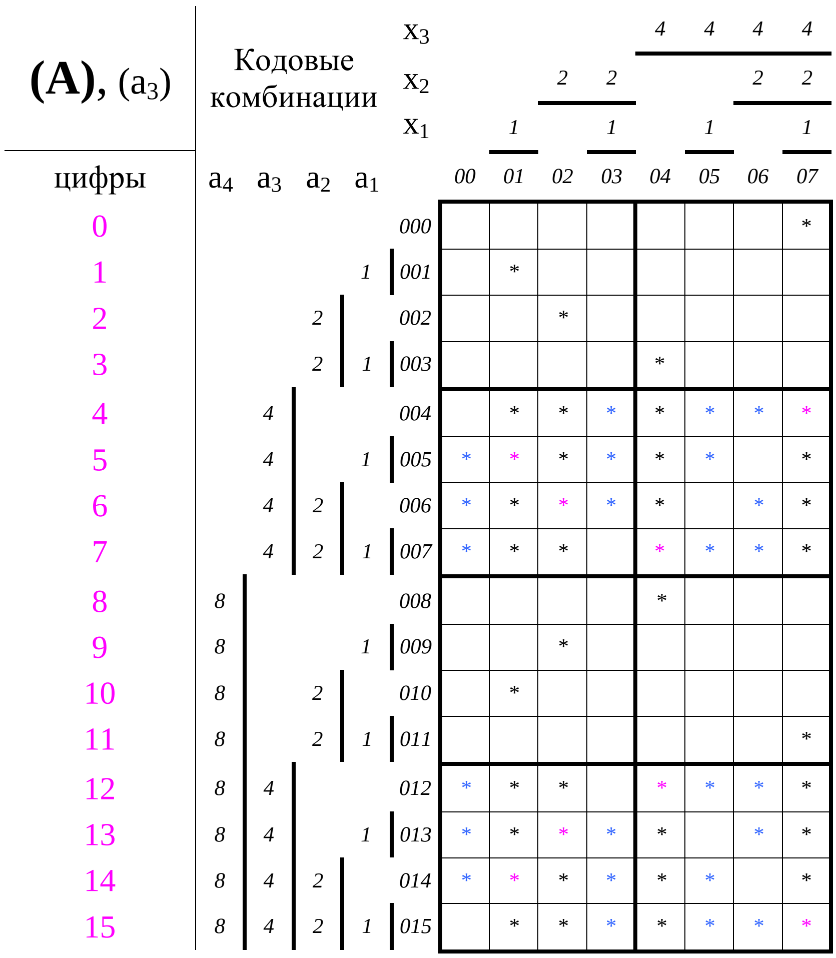


Рис. 2.6

J9	J10		$\cdots\cdots * \cdots * \cdots\cdots$	$\cdots * \cdots\cdots\cdots * \cdots$
$\underline{J11}$	$\underline{J12}$	=	$\underline{* \cdots\cdots\cdots\cdots *}$	$\underline{\cdots\cdots * .. * \cdots\cdots}$
J12	J11		$\cdots\cdots * .. * \cdots\cdots$	$* \cdots\cdots\cdots\cdots *$
$\underline{J10}$	$\underline{J9}$		$\underline{\cdots * \cdots\cdots\cdots * \cdots}$	$\underline{\cdots\cdots * \cdots * \cdots\cdots}$

$$(a_3) = \underline{x_3}\underline{a_3}\underline{a_4}J9 \vee x_3\underline{a_3}\underline{a_4}J10 \vee \underline{x_3}a_3\underline{a_4}\underline{J11} \vee x_3a_3\underline{a_4}\underline{J12} \vee$$
$$\vee \underline{x_3}\underline{a_3}a_4J12 \vee x_3\underline{a_3}a_4J11 \vee \underline{x_3}a_3a_4\underline{J10} \vee x_3a_3a_4\underline{J9} \qquad (2.1.6)$$

где

$$J9 = x_1\underline{x_2}a_1\underline{a_2} \vee \underline{x_1}x_2\underline{a_1}a_2,$$

$$J10 = x_1x_2\underline{a_1}\underline{a_2} \vee \underline{x_1}\underline{x_2}a_1a_2,$$

$$J11 = \underline{x_1}\underline{x_2}\underline{a_1}\underline{a_2} \vee x_1x_2a_1a_2,$$

$$J12 = \underline{x_1}x_2a_1\underline{a_2} \vee x_1\underline{x_2}\underline{a_1}a_2.$$

$$(x_1\ x_2\ x_3\ a_1\ a_2\ a_3\ a_4 \equiv 1\,2\,3\,4\,5\,6\,7)$$

(A), (a_4)	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
0					000				*				
1				1	001						*		
2			2		002							*	
3			2	1	003	*							
4		4			004					*			
5		4		1	005			*					
6		4	2		006		*						
7		4	2	1	007								*
8	8				008		*	*	*	*	*	*	*
9	8			1	009	*	*	*	*	*	*		*
10	8		2		010	*	*	*	*	*		*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	*
12	8	4			012	*	*	*	*	*	*	*	
13	8	4		1	013	*		*	*	*	*	*	*
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*
15	8	4	2	1	015	*	*	*	*		*	*	*

Рис. 2.7

J10	J9		…*……..*…	…..*….*…..
J12	J11	=	……*..*……	*…………..*
$\underline{J11}$	$\underline{J12}$		$\underline{*…………..*}$	$\underline{……*..*……}$
$\underline{J9}$	$\underline{J10}$		$\underline{…..*….*…..}$	$\underline{…*……..*…}$

$$(a_4) = \underline{x_3}\,\underline{a_3}\,\underline{a_4}J10 \vee x_3\underline{a_3}\,\underline{a_4}J9 \vee \underline{x_3}a_3\underline{a_4}J12 \vee x_3a_3\underline{a_4}J11 \vee$$
$$\vee\ \underline{x_3}\,\underline{a_3}a_4\underline{J11} \vee x_3\underline{a_3}a_4\underline{J12} \vee \underline{x_3}a_3a_4\underline{J9} \vee x_3a_3a_4\underline{J10} \qquad (2.1.7)$$
$$(x_1\ x_2\ x_3\ a_1\ a_2\ a_3\ a_4 \equiv 1\,2\,3\,4\,5\,6\,7)$$

Под каждым из этих рисунков многомерных цифровых пространств в координатах x_1, x_2, x_3, a_1, a_2, a_3, a_4 приведены эквивалентные им укрупненные схемы пространств в координатах x_3, a_3, a_4 .

В ячейках этих укрупненных пространств записаны соответствующие исходным пространствам обозначения двенадцати геометрических фигур J1 – J12 в координатах x_1, x_2, a_1, a_2, а также их «геометрические имена» [4].

По мере заполнения ячеек таких укрупненных геометрическими фигурами в координатах x_1, x_2, a_1, a_2 определяются логические функции этих множеств и их взаимные соотношения (множество или подмножество конкретного множества) в логических выражениях сигналов (a_1) – (a_4).

С учетом этих взаимных соотношений, можно выполнить упрощение логических зависимостей (2.1.4) – (2.1.7), что нашло отражение в отсутствии ряда сигналов разрядов, которые в формулах (a_3), (a_4) отмечены бледным цветом.

Все логические выражения (2.1.1) – (2.1.7) в полной мере относятся и к второму байту таблицы 2.2, где необходимо выполнить простую замену сигналов «x» на «y», «a» на «b». Принятый нами пример использования простой кодовой таблицы ASCII определяет отсутствие в этих зависимостях сигнала (b_4) поскольку число символов такой таблицы равно 2^7.

Необходимость выполнения криптоаналитиком огромного числа переборов вариантов и возможность внесения отправителем ошибочных для криптоаналитика данных в передаваемую шифруемую им информацию позволяет утверждать: атака на основе знания даже того, что открытый текст имеет кодировку ASCII (known-to-be-ASCII) не позволит криптоаналитику ее расшифровать за реальное время.

При передаче открытого текста длиной 1024 байта потребуется 2048 байтов закрытого текста, в которых содержится столько же бит сигнальных разрядов. Эти сигнальные разряды могут быть использованы для передачи потребителю дополнительной секретной информации из 8 байтов.

2.2. Кодовая таблица символов ASCII, где сигналы A'_i, B'_i в коде Грея

Число кодов, эквивалентных основному двоичному коду основания системы счисления n = 16, определяется числом поворотов относительно осей симметрии четырехмерного (i = 4) цифрового пространства $S = 2^i(i!) = 384$. Все эти коды подчиняются правилам алгебры логики Буля, в которых успешно работает вся современная компьютерная техника. Общее же число двоичных кодов определяется значением (n!) = (16!), из которых, если убрать все коды эквивалентные основному двоичному коду, останется 20922789887616 так называемых геометрических кодов. В этих кодах арифметика современных компьютеров не работоспособна. Это и может сослужить нам возможностью использовать язык, подобный языку «индейского племени навахо», который не понимает вычислительная система. Автор не берет на себя смелости рассмотреть все языки из этого ряда, но привести примеры одного или двух таких языков представляет определенный интерес. Одним из них является совершенный код Грея, где он может входить в информационную часть систематического кода. Логические выражения, связывающие сигналы разрядов обычного двоичного кода и кода Грея общеизвестны [1]. Эти логические зависимости совместно с (2.1.1) – (2.1.3) формируют структуру шифратора.

(A)	Кодовые комбинации												
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	c_4	c_3	c_2	c_1		00	01	02	03	04	05	06	07
0					000	000	000	000	008	000	002	001	004
1				1	001	000	005	001	003	001	009	001	001
2			2	1	003	011	003	003	003	007	002	001	003
3			2		002	000	002	006	003	002	002	010	002
4		4	2		006	006	014	006	006	007	002	006	004
5		4	2	1	007	007	005	006	003	007	007	007	015
6		4		1	005	005	005	013	005	007	005	001	004
7		4			004	000	005	006	004	012	004	004	004
8	8	4			012	012	014	013	008	012	012	012	004
9	8	4		1	013	013	005	013	013	012	009	013	015
10	8	4	2	1	015	011	014	013	015	007	015	015	015
11	8	4	2		014	014	014	006	014	012	014	010	015
12	8		2		010	011	014	010	008	010	002	010	010
13	8		2	1	011	011	011	011	003	011	009	010	015
14	8			1	009	011	009	013	008	009	009	001	009
15	8				008	000	008	008	008	012	009	010	008

Рис. 2.8

(A), (c_1)

цифры	c_4	c_3	c_2	c_1	Кодовые комбинации	00	01	02	03	04	05	06	07
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
0					000							*	
1				1	001		*	*	*	*	*	*	*
2			2	1	003	*	*	*	*	*		*	*
3			2		002				*				
4		4	2		006					*			
5		4	2	1	007	*	*		*	*	*	*	*
6		4		1	005	*	*	*	*	*	*	*	
7		4			004		*						
8	8	4			012			*					
9	8	4		1	013	*	*	*	*		*	*	*
10	8	4	2	1	015	*		*	*	*	*	*	*
11	8	4	2		014								*
12	8		2		010	*							
13	8		2	1	011	*	*	*	*	*	*		*
14	8			1	009	*	*	*		*	*	*	*
15	8				008						*		

Рис. 2.9

(A), (c_2)

цифры	c_4	c_3	c_2	c_1	Кодовые комбинации	00	01	02	03	04	05	06	07
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
0					000						*		
1				1	001				*				
2			2	1	003	*	*	*	*	*	*		*
3			2		002		*	*	*	*	*	*	*
4		4	2		006	*	*	*	*	*	*	*	
5		4	2	1	007	*		*	*	*	*	*	*
6		4		1	005					*			
7		4			004			*					
8	8	4			012		*						
9	8	4		1	013								*
10	8	4	2	1	015	*	*		*	*	*	*	*
11	8	4	2		014	*	*	*	*		*	*	*
12	8		2		010	*	*	*		*	*	*	*
13	8		2	1	011	*	*	*	*	*		*	*
14	8			1	009	*							
15	8				008							*	

Рис. 2.10

(A), (c_3)	Кодовые комбинации												
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	c_4	c_3	c_2	c_1		00	01	02	03	04	05	06	07
0					000								*
1				1	001		*						
2			2	1	003					*			
3			2		002			*					
4		4	2		006	*	*	*	*	*		*	*
5		4	2	1	007	*	*	*		*	*	*	*
6		4		1	005	*	*	*	*	*	*		*
7		4			004		*	*	*	*	*	*	*
8	8	4			012	*	*	*		*	*	*	*
9	8	4		1	013	*	*	*	*	*		*	*
10	8	4	2	1	015		*	*	*	*	*	*	*
11	8	4	2		014	*	*	*	*	*	*		*
12	8		2		010		*						
13	8		2	1	011								*
14	8			1	009			*					
15	8				008					*			

Рис. 2.11

(A), (c_4)	Кодовые комбинации												
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	c_4	c_3	c_2	c_1		00	01	02	03	04	05	06	07
0					000				*				
1				1	001						*		
2			2	1	003	*							
3			2		002							*	
4		4	2		006		*						
5		4	2	1	007								*
6		4		1	005			*					
7		4			004					*			
8	8	4			012	*	*	*	*	*	*	*	
9	8	4		1	013	*		*	*	*	*	*	*
10	8	4	2	1	015	*	*	*	*		*	*	*
11	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*
12	8		2		010	*	*	*	*	*		*	*
13	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	*
14	8			1	009	*	*	*	*	*	*		*
15	8				008		*	*	*	*	*	*	*

Рис. 2.12

Общеизвестная кодовая таблица символов ASCII для двухбайтового их представления при безошибочности информации и применении, как и ранее совершенного кода N 99 [4], станет таблицей 2.4

Таблица 2.4

Цифра	X_a A Y_b B	Символ	Цифра	X_a A Y_b B	Символ
000	0 000 0000 0 000 0000	NUL/ NUL	064	0 000 0000 0 010 0110	@/ `
001	0 011 1000 0 000 0000	SOH/ SOH	065	0 011 1000 0 010 0110	A/ a
002	0 110 1100 0 000 0000	STX/ ETX	066	0 110 1100 0 010 0110	B/ c
003	0 101 0100 0 000 0000	ETX/ STX	067	0 101 0100 0 010 0110	C/ b
004	0 010 0110 0 000 0000	EOT/ ACK	068	0 010 0110 0 010 0110	D/ f
005	0 001 1110 0 000 0000	ENQ/ BEL	069	0 001 1110 0 010 0110	E/ g
006	0 100 1010 0 000 0000	ACK/ ENQ	070	0 100 1010 0 010 0110	F/ e
007	0 111 0010 0 000 0000	BEL/ EOT	071	0 111 0010 0 010 0110	G/ d
008	0 001 0011 0 000 0000	BS/ FF	072	0 001 0011 0 010 0110	H/ l
009	0 010 1011 0 000 0000	HT/ CR	073	0 010 1011 0 010 0110	I/ m
010	0 111 1111 0 000 0000	LF/ SI	074	0 111 1111 0 010 0110	J/ o
011	0 100 0111 0 000 0000	VT/ SO	075	0 100 0111 0 010 0110	K/ n
012	0 011 0101 0 000 0000	FF/ LF	076	0 011 0101 0 010 0110	L/ j
013	0 000 1101 0 000 0000	CR/ VT	077	0 000 1101 0 010 0110	M/ k
014	0 101 1001 0 000 0000	SO/ HT	078	0 101 1001 0 010 0110	N/ i
015	0 110 0001 0 000 0000	SI/ BS	079	0 110 0001 0 010 0110	O/h
016	0 000 0000 0 011 1000	DLE/ DLE	080	0 000 0000 0 001 1110	P/ p
017	0 011 1000 0 011 1000	DC1/ DC1	081	0 011 1000 0 001 1110	Q/ q
018	0 110 1100 0 011 1000	DC2/ DC3	082	0 110 1100 0 001 1110	R/ s
019	0 101 0100 0 011 1000	DC3/ DC2	083	0 101 0100 0 001 1110	S/ r
020	0 010 0110 0 011 1000	DC4/ SYN	084	0 010 0110 0 001 1110	T/ v
021	0 001 1110 0 011 1000	NAK/ ETB	085	0 001 1110 0 001 1110	U/ w
022	0 100 1010 0 011 1000	SYN/ NAK	086	0 100 1010 0 001 1110	V/ u
023	0 111 0010 0 011 1000	ETB/ DC4	087	0 111 0010 0 001 1110	W/ t
024	0 001 0011 0 011 1000	CAN/ FS	088	0 001 0011 0 001 1110	X/ |
025	0 010 1011 0 011 1000	EM/ GS	089	0 010 1011 0 001 1110	Y/ }
026	0 111 1111 0 011 1000	SUB/ US	090	0 111 1111 0 001 1110	Z/ DEL
027	0 100 0111 0 011 1000	ESC/ RS	091	0 100 0111 0 001 1110	[/ ~
028	0 011 0101 0 011 1000	FS/ SUB	092	0 011 0101 0 001 1110	\/ z
029	0 000 1101 0 011 1000	GS/ ESC	093	0 000 1101 0 001 1110	]/ {
030	0 101 1001 0 011 1000	RS/ EM	094	0 101 1001 0 001 1110	^/ y
031	0 110 0001 0 011 1000	US/ CAN	095	0 110 0001 0 001 1110	_/ x

Продолжение таблицы 2.4

Цифра	X_a A Y_b B	Символ	Цифра	X_a A Y_b B	Символ
032	0 000 0000 0 110 1100	пробелел/0	096	0 000 0000 0 100 1010	`/ P
033	0 011 1000 0 110 1100	!/ 1	097	0 011 1000 0 100 1010	a/ Q
034	0 110 1100 0 110 1100	“/ 3	098	0 110 1100 0 100 1010	b/ S
035	0 101 0100 0 110 1100	#/ 2	099	0 101 0100 0 100 1010	c/ R
036	0 010 0110 0 110 1100	$/ 6	100	0 010 0110 0 100 1010	d/ V
037	0 001 1110 0 110 1100	%/ 7	101	0 001 1110 0 100 1010	e/ W
038	0 100 1010 0 110 1100	&/ 5	102	0 100 1010 0 100 1010	f/ U
039	0 111 0010 0 110 1100	‘/ 4	103	0 111 0010 0 100 1010	g/ T
040	0 001 0011 0 110 1100	(/ <	104	0 001 0011 0 100 1010	h/ \
041	0 010 1011 0 110 1100	)/ =	105	0 010 1011 0 100 1010	i/]
042	0 111 1111 0 110 1100	*/ ?	106	0 111 1111 0 100 1010	j/ _
043	0 100 0111 0 110 1100	+/ >	107	0 100 0111 0 100 1010	k/ ^
044	0 011 0101 0 110 1100	,/ :	108	0 011 0101 0 100 1010	l/ Z
045	0 000 1101 0 110 1100	-/ ;	109	0 000 1101 0 100 1010	m/ [
046	0 101 1001 0 110 1100	./ 9	110	0 101 1001 0 100 1010	n/ Y
047	0 110 0001 0 110 1100	// 8	111	0 110 0001 0 100 1010	o/ X
048	0 000 0000 0 101 0100	0/ пробел	112	0 000 0000 0 111 0010	p/ @
049	0 011 1000 0 101 0100	1/ !	113	0 011 1000 0 111 0010	q/ A
050	0 110 1100 0 101 0100	2/ #	114	0 110 1100 0 111 0010	r/ C
051	0 101 0100 0 101 0100	3/ “	115	0 101 0100 0 111 0010	s/ B
052	0 010 0110 0 101 0100	4/ &	116	0 010 0110 0 111 0010	t/ F
053	0 001 1110 0 101 0100	5/ ‘	117	0 001 1110 0 111 0010	u/ G
054	0 100 1010 0 101 0100	6/ %	118	0 100 1010 0 111 0010	v/ E
055	0 111 0010 0 101 0100	7/ $	119	0 111 0010 0 111 0010	w/ D
056	0 001 0011 0 101 0100	8/ ,	120	0 001 0011 0 111 0010	x/ L
057	0 010 1011 0 101 0100	9/ -	121	0 010 1011 0 111 0010	y/ M
058	0 111 1111 0 101 0100	:/ /	122	0 111 1111 0 111 0010	z/ O
059	0 100 0111 0 101 0100	;/ .	123	0 100 0111 0 111 0010	{/ N
060	0 011 0101 0 101 0100	</ *	124	0 011 0101 0 111 0010	|/J
061	0 000 1101 0 101 0100	=/ +	125	0 000 1101 0 111 0010	}/K
062	0 101 1001 0 101 0100	>/)	126	0 101 1001 0 111 0010	~/ I
063	0 110 0001 0 101 0100	?/ (	127	0 110 0001 0 111 0010	DEL/ H

Покажем, что многомерное пространство любой двоичной системы координат, где в ячейках расположены его двоичные кодовые комбинации, может быть представлено в основной двоичной кодовой системе координат. Таким образом, станет возможным перенести в это цифровое пространство преобразованные геометрические образы сигналов разрядов любого исходного кода и оптимальным образом реализовать их покрытие.

Это преобразование покажем на примере кода Грея. Для пояснения алгоритма перехода из любой двоичной системы координат в основную двоичную систему координат обратимся к таблице 2.5

Таблица 2.5

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
W_a	*000*	*001*	*002*	*003*	*004*	*005*	*006*	*007*	*008*	*009*	*010*	*011*	*012*	*013*	*014*	*015*
	а	*б*	*в*	*г*	*д*	*е*	*ж*	*з*	*и*	*к*	*л*	*м*	*н*	*о*	*п*	*р*
W_c	*000*	*001*	*003*	*002*	*006*	*007*	*005*	*004*	*012*	*013*	*015*	*014*	*010*	*011*	*009*	*008*
	а	*б*	*г*	*в*	*ж*	*з*	*е*	*д*	*н*	*о*	*р*	*п*	*л*	*м*	*к*	*и*

В этой таблице приведено соответствие цифровых сигналов 00 – 15 их кодовым эквивалентам W_a, W_c, которые приведены в двух вариантах – весовых значениях кодов и буквах русского алфавита.

Необходимость буквенного представления кодовых комбинаций связана с простого перехода от одной системы координат к другой, когда замена одинаковых кодовых комбинаций в ячейках пространства должна будет осуществляться через промежуточную основную систему двоичных координат без изменения других кодовых комбинаций. Такую основную систему координат (рис. 2.13) будем называть «основной буквенной», где координаты информационной и контрольной частей кода задаются в основном двоичном коде, а в ячейках пространства занесены буквенные эквиваленты кодовых комбинаций. Этот рисунок соответствует рис. 2.3, но в рис. 2.13 приведены оба варианта записи кодовых комбинаций.

Следует отметить, что любые из (n!) двоичных кодов всегда имеют одинаковые множества для сигналов разрядов, которые отличаются только порядком следования их подмножеств в каждом из кодов. Порядок следования подмножеств в этих множествах определяется соответствием прямого следования цифровых сигналов 00 – 15 с кодовыми комбинациями определенного кода.

Так для основного двоичного кода множества сигналов разрядов определяются общеизвестными выражениями

a_1 = *б* ∨ *г* ∨ *е* ∨ *з* ∨ *к* ∨ *м* ∨ *о* ∨ *р*,

a_2 = *в* ∨ *г* ∨ *ж* ∨ *з* ∨ *л* ∨ *м* ∨ *п* ∨ *р*,

a_3 = *д* ∨ *е* ∨ *ж* ∨ *з* ∨ *н* ∨ *о* ∨ *п* ∨ *р*,

a_4 = *и* ∨ *к* ∨ *л* ∨ *м* ∨ *н* ∨ *о* ∨ *п* ∨ *р*,

а для кода Грея эти зависимости определяются такими же множествами, но порядок расположения в них подмножеств в сигналах $c_1 – c_3$ иной:

$$
\begin{array}{llllllllllllllll}
c_1 & = & б & \vee & г & \vee & з & \vee & е & \vee & о & \vee & р & \vee & м & \vee\ к, \\
c_2 & = & г & \vee & в & \vee & ж & \vee & з & \vee & р & \vee & п & \vee & л & \vee\ м, \\
c_3 & = & ж & \vee & з & \vee & е & \vee & д & \vee & н & \vee & о & \vee & р & \vee\ п, \\
c_4 & = & и & \vee & к & \vee & л & \vee & м & \vee & н & \vee & о & \vee & п & \vee\ р.
\end{array}
$$

(A)	Кодовые комбинации																					
					x_3					4	4	4	4									
					x_2			2	2			2	2									
					x_1		1		1		1		1									
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000	000	000	000	008	000	002	001	004	000	а	а	а	и	а	в	б	д
01				1	001	000	005	001	003	001	009	001	001	001	а	е	б	г	б	к	б	б
02			2		002	000	002	006	003	002	002	010	002	002	а	в	ж	г	в	в	л	в
03			2	1	003	011	003	003	003	007	002	001	003	003	м	г	г	г	з	в	б	г
04		4			004	000	005	006	004	012	004	004	004	004	а	е	ж	д	н	д	д	д
05		4		1	005	005	005	013	005	007	005	001	004	005	е	е	о	е	з	е	б	д
06		4	2		006	006	014	006	006	007	002	006	004	006	ж	п	ж	ж	з	в	ж	д
07		4	2	1	007	007	005	006	003	007	007	007	015	007	з	е	ж	г	з	з	з	р
08	8				008	000	008	008	008	012	009	010	008	008	а	и	и	и	н	к	л	и
09	8			1	009	011	009	013	008	009	009	001	009	009	м	к	о	и	к	к	б	к
10	8		2		010	011	014	010	008	010	002	010	010	010	м	п	л	и	л	в	л	л
11	8		2	1	011	011	011	011	003	011	009	010	015	011	м	м	м	г	м	к	л	р
12	8	4			012	012	014	013	008	012	012	012	004	012	н	п	о	и	н	н	н	д
13	8	4		1	013	013	005	013	013	012	009	013	015	013	о	е	о	о	н	к	о	р
14	8	4	2		014	014	014	006	014	012	014	010	015	014	п	п	ж	п	н	п	л	р
15	8	4	2	1	015	011	014	013	015	007	015	015	015	015	м	п	о	р	з	р	р	р

Рис. 2.13

На рис. 2.14 – рис. 2.18 приведены соответственно кодовые комбинации и геометрические образы сигналов разрядов (c_1) – (c_4) кода Грея в двух системах координат **AX** (выделена светло-бирюзовым цветом) и **CX**.

Из этих рисунков, очевидно, что геометрические образы сигналов (c_1) – (c_4) в системе координат **AX** совпадают с геометрическими образами сигналов основного двоичного кода (a_1) – (a_4) и поэтому их логические эквиваленты (2.1.4) – (2.1.7) могут быть использованы для определения сигналов разрядов (c_1) – (c_4) кода Грея. Очевидно, что эти логические выражения соответствуют любому двоичному коду из их общего числа (n!).

Следовательно, зависимости (2.1.4) – (2.1.7) являются первым (K1) ключом, который сообщается всем получателям одного из 192 совершенных двоичных кодов и любой из них может расшифровать символ таблицы 2.1, но этого одного ключа недостаточно, чтобы расшифровать символ, например таблицы 2.4.

(C)	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4	код Грея								
					x_2			2	2			2	2									
					x_1		1		1		1		1									
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000	а	а	а	и	а	в	б	д	000	а	а	а	и	а	в	б	д
01				1	001	а	е	б	г	б	к	б	б	001	а	е	б	г	б	к	б	б
02			2		002	а	в	ж	г	в	в	л	в	003	м	г	г	г	з	в	б	г
03			2	1	003	м	г	г	г	з	в	б	г	002	а	в	ж	г	в	в	л	в
04		4			004	а	е	ж	д	н	д	д	д	006	ж	п	ж	ж	з	в	ж	д
05		4		1	005	е	е	о	е	з	е	б	д	007	з	е	ж	г	з	з	з	р
06		4	2		006	ж	п	ж	ж	з	в	ж	д	005	е	е	о	е	з	е	б	д
07		4	2	1	007	з	е	ж	г	з	з	з	р	004	а	е	ж	д	н	д	д	д
08	8				008	а	и	и	и	н	к	л	и	012	н	п	о	и	н	н	н	д
09	8			1	009	м	к	о	и	к	к	б	к	013	о	е	о	о	н	к	о	р
10	8		2		010	м	п	л	и	л	в	л	л	015	м	п	о	р	з	р	р	р
11	8		2	1	011	м	м	м	г	м	к	л	р	014	п	п	ж	п	н	п	л	р
12	8	4			012	н	п	о	и	н	н	н	д	010	м	п	л	и	л	в	л	л
13	8	4		1	013	о	е	о	о	н	к	о	р	011	м	м	м	г	м	к	л	р
14	8	4	2		014	п	п	ж	п	н	п	л	р	009	м	к	о	и	к	к	б	к
15	8	4	2	1	015	м	п	о	р	з	р	р	р	008	а	и	и	и	н	к	л	и

Рис. 2.14

(C), (c_1)	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4	код Грея								
					x_2			2	2			2	2									
					x_1		1		1		1		1									
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000							*		000							*	
01				1	001		*	*	*	*	*	*	*	001		*	*	*	*	*	*	*
02			2		002				*					003	*	*	*	*	*		*	*
03			2	1	003	*	*	*	*	*		*	*	002				*				
04		4			004		*							006					*			
05		4		1	005	*	*	*	*	*	*	*		007	*	*		*	*	*	*	*
06		4	2		006					*				005	*	*	*	*	*	*	*	
07		4	2	1	007	*	*		*	*	*	*	*	004		*						
08	8				008						*			012			*					
09	8			1	009	*	*	*		*	*	*	*	013	*	*	*	*		*	*	*
10	8		2		010	*								015	*		*	*	*	*	*	*
11	8		2	1	011	*	*	*	*	*	*		*	014								*
12	8	4			012			*						010	*							
13	8	4		1	013	*	*	*	*		*	*	*	011	*	*	*	*	*	*		*
14	8	4	2		014								*	009	*	*	*		*	*	*	*
15	8	4	2	1	015	*		*	*	*	*	*	*	008						*		

Рис. 2.15

(C), (c_2) — Кодовые комбинации — код Грея

цифры	a_4	a_3	a_2	a_1	x_3 / x_2 / x_1	00	01 (1)	02 (2)	03 (2, 1)	04 (4)	05 (4, 1)	06 (4, 2)	07 (4, 2, 1)
00					000						*		
01				1	001				*				
02			2		002		*	*	*	*	*	*	*
03			2	1	003	*	*	*	*	*	*		*
04		4			004			*					
05		4		1	005					*			
06		4	2		006	*	*	*	*	*	*	*	
07		4	2	1	007	*		*	*	*	*	*	*
08	8				008							*	
09	8			1	009	*							
10	8		2		010	*	*	*		*	*	*	*
11	8		2	1	011	*	*	*	*	*		*	*
12	8	4			012		*						
13	8	4		1	013								*
14	8	4	2		014	*	*	*	*		*	*	*
15	8	4	2	1	015	*	*		*	*	*	*	*

код Грея

000						*		
001				*				
003	*	*	*	*	*	*		*
002		*	*	*	*	*	*	*
006	*	*	*	*	*	*	*	
007	*		*	*	*	*	*	*
005					*			
004			*					
012		*						
013								*
015	*	*		*	*	*	*	*
014	*	*	*	*		*	*	*
010	*	*	*		*	*	*	*
011	*	*	*	*	*		*	*
009	*							
008							*	

Рис. 2.16

(C), (c_3) — Кодовые комбинации — код Грея

цифры	a_4	a_3	a_2	a_1	x_3 / x_2 / x_1	00	01 (1)	02 (2)	03 (2, 1)	04 (4)	05 (4, 1)	06 (4, 2)	07 (4, 2, 1)
00					000								*
01				1	001		*						
02			2		002			*					
03			2	1	003					*			
04		4			004		*	*	*	*	*	*	*
05		4		1	005	*	*	*	*	*	*		*
06		4	2		006	*	*	*	*	*		*	*
07		4	2	1	007	*	*	*		*	*	*	*
08	8				008					*			
09	8			1	009			*					
10	8		2		010		*						
11	8		2	1	011								*
12	8	4			012	*	*	*		*	*	*	*
13	8	4		1	013	*	*	*	*	*		*	*
14	8	4	2		014	*	*	*	*	*	*		*
15	8	4	2	1	015		*	*	*	*	*	*	*

код Грея

000								*
001		*						
003					*			
002			*					
006	*	*	*	*	*		*	*
007	*	*	*		*	*	*	*
005	*	*	*	*	*	*		*
004		*	*	*	*	*	*	*
012	*	*	*		*	*	*	*
013	*	*	*	*	*		*	*
015		*	*	*	*	*	*	*
014	*	*	*	*	*	*		*
010		*						
011								*
009			*					
008					*			

Рис. 2.17

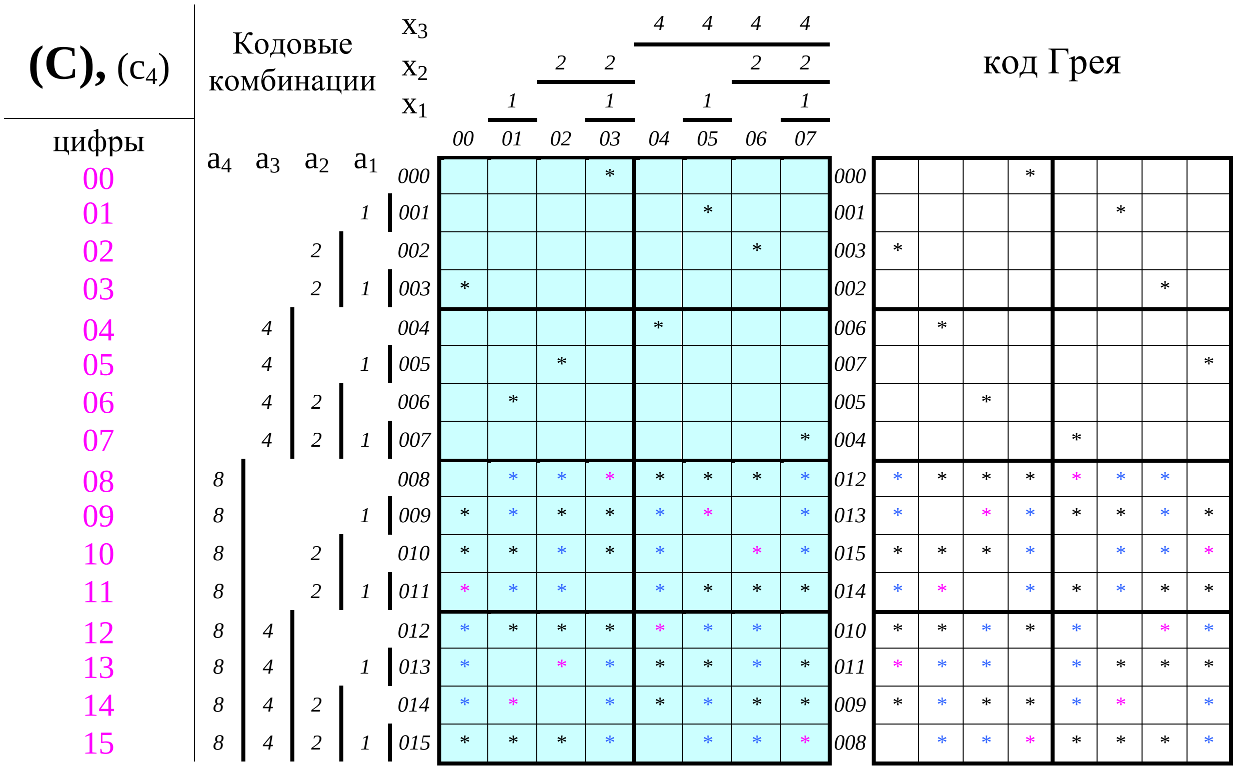


Рис. 2.18

Для расшифровки символов таблицы 2.4 необходимо знать второй ключ (К2) по переводу сигналов (c_1) – (c_4) в сигналы основного двоичного кода (a_1) – (a_4). Второй ключ сообщается конкретному получателю (получателям) по отдельному секретному каналу или в информационных разрядах сообщения.

Геометрические образы сигналов второго ключа (a_1) – (a_4) определяются на основании соответствия данных кодовых комбинаций W_c и W_a таблицы 2.5 (рис. 2.19).

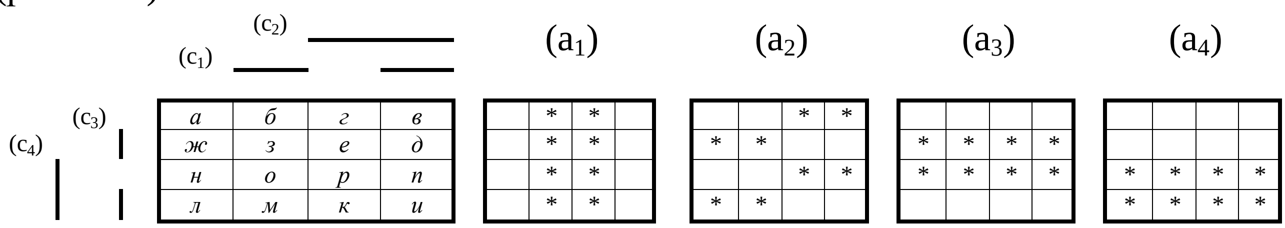


Рис. 2.19

Покрытие этих геометрических образов и определяет логические зависимости сигналов основного двоичного кода (a_1) – (a_4).

При максимальном быстродействии дешифрования символов на стороне получателя необходимо иметь один ключ, который объединяет логические операции этих двух ключей. Для этого следует выполнить замену на рис. 2.14 кодовых комбинаций из W_c в W_a (см. табл. 2.5). Это замена осуществляется через промежуточное преобразование кодовых комбинаций из их буквенного представления непосредственно в кодовые комбинации. Результаты такого преобразования приведены на рис. 2.20.

(C)	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4	код Грея								
					x_2			2	2			2	2									
					x_1		1		1		1		1									
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000	000	000	000	015	000	003	001	007	000	000	000	000	015	000	003	001	007
01				1	001	000	006	001	002	001	014	001	001	001	000	006	001	002	001	014	001	001
02			2		002	000	003	004	002	003	003	012	003	003	013	002	002	002	005	003	001	002
03			2	1	003	013	002	002	002	005	003	001	002	002	000	003	004	002	003	003	012	003
04		4			004	000	006	004	007	008	007	007	007	006	004	011	004	004	005	003	004	007
05		4		1	005	006	006	009	006	005	006	001	007	007	005	006	004	002	005	005	005	010
06		4	2		006	004	011	004	004	005	003	004	007	005	006	006	009	006	005	006	001	007
07		4	2	1	007	005	006	004	002	005	005	005	010	004	000	006	004	007	008	007	007	007
08	8				008	000	015	015	015	008	014	012	015	012	008	011	009	015	008	008	008	007
09	8			1	009	013	014	009	015	014	014	001	014	013	009	006	009	009	008	014	009	010
10	8		2		010	013	011	012	015	012	003	012	012	015	013	011	009	010	005	010	010	010
11	8		2	1	011	013	013	013	002	013	014	012	010	014	011	011	004	011	008	011	012	010
12	8	4			012	008	011	009	015	008	008	008	007	010	013	011	012	015	012	003	012	012
13	8	4		1	013	009	006	009	009	008	014	009	010	011	013	013	013	002	013	014	012	010
14	8	4	2		014	011	011	004	011	008	011	012	010	009	013	014	009	015	014	014	001	014
15	8	4	2	1	015	013	011	009	010	005	010	010	010	008	000	015	015	015	008	014	012	015

Рис. 2.20

(C), (a_1)	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4	код Грея								
					x_2			2	2			2	2									
					x_1		1		1		1		1									
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000				*		*	*	*	000				*		*	*	*
01				1	001			*		*		*	*	001			*		*		*	*
02			2		002		*			*	*		*	003	*				*	*	*	
03			2	1	003	*				*	*	*		002		*			*	*		*
04		4			004				*		*	*	*	006		*			*	*		*
05		4		1	005			*		*		*	*	007	*				*	*	*	
06		4	2		006		*			*	*		*	005			*		*		*	*
07		4	2	1	007	*				*	*	*		004				*		*	*	*
08	8				008		*	*	*				*	012		*	*	*				*
09	8			1	009	*		*	*			*		013	*		*	*			*	
10	8		2		010	*	*		*		*			015	*	*	*		*			
11	8		2	1	011	*	*	*		*				014	*	*		*		*		
12	8	4			012		*	*	*				*	010	*	*		*		*		
13	8	4		1	013	*		*	*			*		011	*	*	*		*			
14	8	4	2		014	*	*		*		*			009	*		*	*			*	
15	8	4	2	1	015	*	*	*		*				008		*	*	*				*

Рис. 2.21

(C), (a_2)	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4	код Грея								
					x_2			2	2			2	2									
					x_1		1		1		1		1									
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000				*		*		*	000				*		*		*
01				1	001		*		*		*			001		*		*		*		
02			2		002		*		*	*	*		*	003		*	*	*		*		*
03			2	1	003		*	*	*		*		*	002		*		*	*	*		*
04		4			004		*		*		*	*	*	006		*				*		*
05		4		1	005	*	*		*		*		*	007		*		*				*
06		4	2		006		*				*		*	005	*	*		*		*		*
07		4	2	1	007		*		*				*	004		*		*		*	*	*
08	8				008		*	*	*		*		*	012		*		*				*
09	8			1	009		*		*	*	*		*	013		*				*		*
10	8		2		010		*		*		*			015		*		*		*	*	*
11	8		2	1	011				*		*		*	014	*	*		*		*		*
12	8	4			012		*		*				*	010		*		*		*		
13	8	4		1	013		*				*		*	011				*		*		*
14	8	4	2		014	*	*		*		*		*	009		*		*	*	*		*
15	8	4	2	1	015		*		*		*	*	*	008		*	*	*		*		*

Рис. 2.22

(C), (a_3)	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4	код Грея								
					x_2			2	2			2	2									
					x_1		1		1		1		1									
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000				*				*	000				*				*
01				1	001		*				*			001		*				*		
02			2		002			*				*		003	*				*			
03			2	1	003	*				*				002			*				*	
04		4			004		*	*	*		*	*	*	006	*		*	*	*		*	*
05		4		1	005	*	*		*	*	*		*	007	*	*	*		*	*	*	
06		4	2		006	*		*	*	*		*	*	005	*	*		*	*	*		*
07		4	2	1	007	*	*	*		*	*	*		004		*	*	*		*	*	*
08	8				008		*	*	*		*	*	*	012				*				*
09	8			1	009	*	*		*	*	*		*	013		*				*		
10	8		2		010	*		*	*	*		*	*	015	*				*			
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*		014			*				*	
12	8	4			012				*				*	010	*		*	*	*		*	*
13	8	4		1	013		*				*			011	*	*	*		*	*	*	
14	8	4	2		014			*				*		009	*	*		*	*	*		*
15	8	4	2	1	015	*				*				008		*	*	*		*	*	*

Рис. 2.23

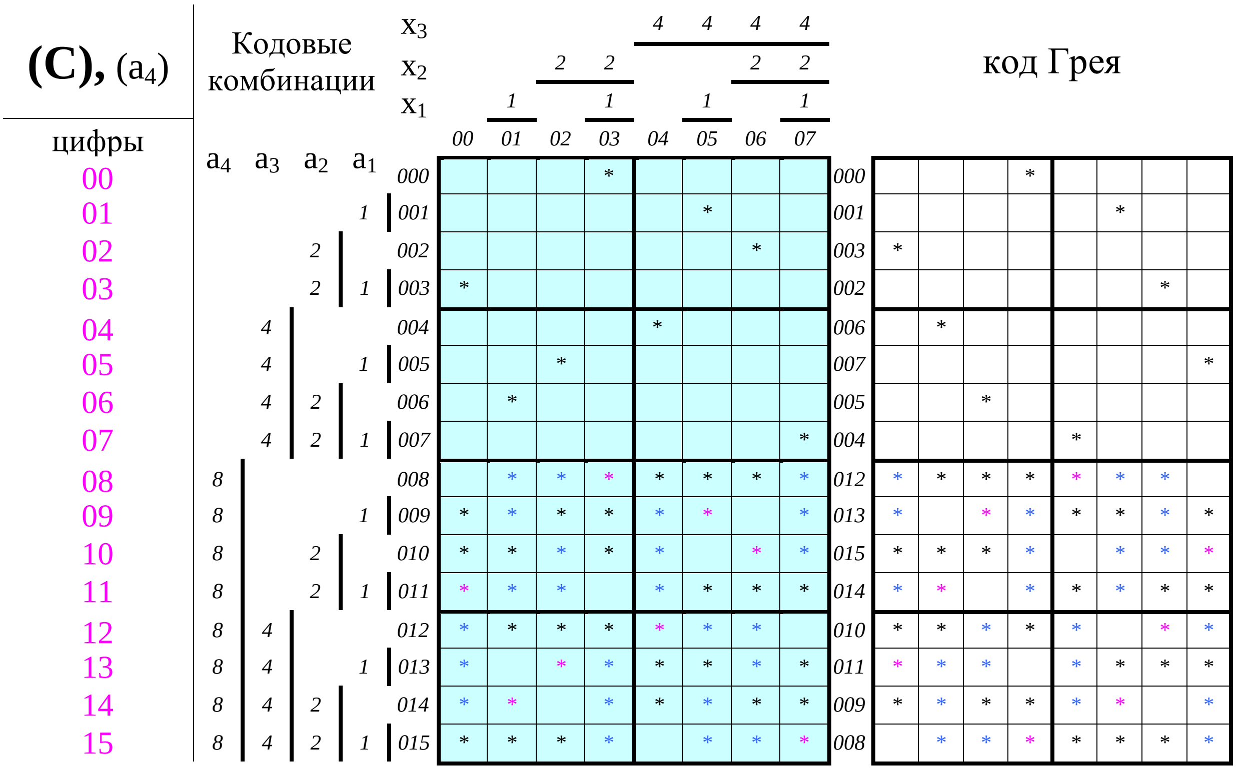


Рис. 2.24

Для определения геометрических образов сигналов разрядов основного двоичного кода (a_1) – (a_4) ключа дешифрования необходимо соответствующие кодовые комбинации на рис. 2.20, взятые отдельно для каждого разряда, заменить звездочками, а остальные кодовые комбинации удалить. Результат таких преобразований приведен на рис. 2.21 – рис. 2.24. Геометрические образы этих сигналов в координатах **AX** (выделена светло-бирюзовым цветом) и **CX,** позволяют известным образом их покрытия определить все возможные варианты реализации логических зависимостей ключа дешифрования, когда в линии связи используется код Грея.

Геометрические образы в координатах **AX**, как отмечалось и ранее, наиболее удобны для реализации их покрытия и определения всех вариантов минимальных логических выражений ключа дешифрования.

Выполнить эти покрытия и определить логические выражения ключа дешифрования предоставляется читателю.

Общеизвестная кодовая таблица символов ASCII для двухбайтового их представления при безошибочности информации будет в этом примере отличать от таблицы 2.1. В столбцах символов таблицы 2.4 первым приведены символы этой таблицы, а через разделяющую черту (/) – символы таблицы 2.1, которые определяют соответствующую их замену при использовании кода Грея.

2.3. Кодовая таблица символов ASCII, где для сигналов A'_{I}, B'_{i} используются двухфазные коды

Для второго примера геометрического принципа кодирования информационной части систематического совершенного кода выберем использование двухфазных кодов, которые находятся в ряду геометрических кодов при осуществлении перестановок кодовых комбинаций основания n = 16.

Взаимная зависимость кодовых комбинаций основного двоичного кода и двухфазного кода основания системы счисления n = 16 определяются данными таблицы 2.6.

Таблица 2.6

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
W_a	*000*	*001*	*002*	*003*	*004*	*005*	*006*	*007*	*008*	*009*	*010*	*011*	*012*	*013*	*014*	*015*
	а	*б*	*в*	*г*	*д*	*е*	*ж*	*з*	*и*	*к*	*л*	*м*	*н*	*о*	*п*	*р*
W_d	*000*	*001*	*003*	*002*	*004*	*005*	*007*	*006*	*012*	*013*	*015*	*014*	*008*	*009*	*011*	*010*
	а	*б*	*г*	*в*	*д*	*е*	*з*	*ж*	*н*	*о*	*р*	*п*	*и*	*к*	*м*	*л*

Логические выражения, связывающие сигналы разрядов обычного двоичного кода и двухфазного кода общеизвестны [1]. Эти логические зависимости совместно с (2.1.1) – (2.1.3) формируют структуру шифратора.

Общеизвестная кодовая таблица символов ASCII для двухбайтового их представления при безошибочности информации и применении, как и ранее совершенного кода N 99 из [4], будет в этом примере соответствовать таблице 2.7. В столбцах символов таблицы 2.7, как и прежде, первым приведены символы этой таблицы, а через разделяющую черту (/) – символы таблицы 2.1.

Зависимости (2.1.4) – (2.1.7) являются первым (K1) ключом, который сообщается всем получателям одного из выбранных совершенных двоичных кодов и любой из них может расшифровать символ таблицы 2.1, а для расшифровки символов таблицы 2.7 необходимо знание второго ключа. Геометрические образы сигналов второго ключа (a_1) – (a_4) приведены на рис. 2.25.

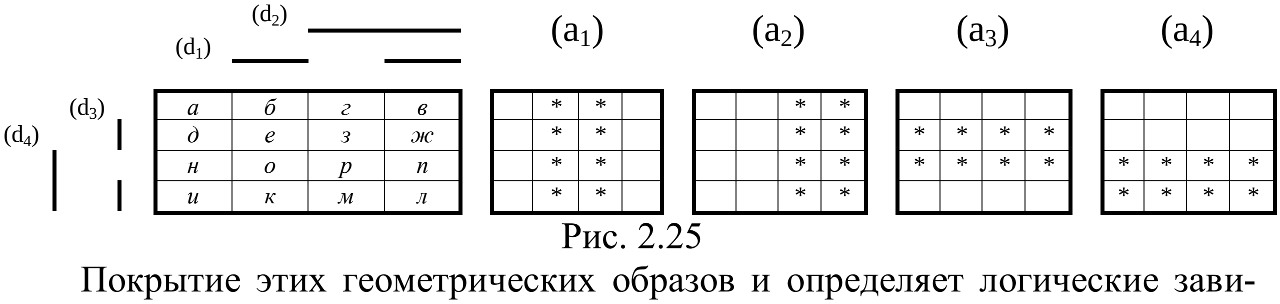


Рис. 2.25

Покрытие этих геометрических образов и определяет логические зависимости сигналов основного двоичного кода (a_1) – (a_4).

Таблица 2.7

Цифра	X_a A Y_b B	Символ	Цифра	X_a A Y_b B	Символ
000	0 000 0000 0 000 0000	NUL/ NUL	064	0 000 0000 0 110 1100	@/ 0
001	0 011 1000 0 000 0000	SOH/ SOH	065	0 011 1000 0 110 1100	A/ 1
002	0 110 1100 0 000 0000	STX/ ETX	066	0 110 1100 0 110 1100	B/ 3
003	0 101 0100 0 000 0000	ETX/ STX	067	0 101 0100 0 110 1100	C/ 2
004	0 111 0010 0 000 0000	EOT/ EOT	068	0 111 0010 0 110 1100	D/ 4
005	0 100 1010 0 000 0000	ENQ/ ENQ	069	0 100 1010 0 110 1100	E/ 5
006	0 001 1110 0 000 0000	ACK/ BEL	070	0 001 1110 0 110 1100	F/ 7
007	0 010 0110 0 000 0000	BEL/ ACK	071	0 010 0110 0 110 1100	G/ 6
008	0 001 0011 0 000 0000	BS/ FF	072	0 001 0011 0 110 1100	H/ <
009	0 010 1011 0 000 0000	HT/ CR	073	0 010 1011 0 110 1100	I/ =
010	0 111 1111 0 000 0000	LF/ SI	074	0 111 1111 0 110 1100	J/ ?
011	0 100 0111 0 000 0000	VT/ SO	075	0 100 0111 0 110 1100	K/ >
012	0 110 0001 0 000 0000	FF/ BS	076	0 110 0001 0 110 1100	L/ 8
013	0 101 1001 0 000 0000	CR/ HT	077	0 101 1001 0 110 1100	M/ 9
014	0 000 1101 0 000 0000	SO/ VT	078	0 000 1101 0 110 1100	N/ ;
015	0 011 0101 0 000 0000	SI/ LF	079	0 011 0101 0 110 1100	O/ :
016	0 000 0000 0 011 1000	DLE/ DLE	080	0 000 0000 0 101 0100	P/ пробел
017	0 011 1000 0 011 1000	DC1/ DC1	081	0 011 1000 0 101 0100	Q/ !
018	0 110 1100 0 011 1000	DC2/ DC3	082	0 110 1100 0 101 0100	R/ #
019	0 101 0100 0 011 1000	DC3/ DC2	083	0 101 0100 0 101 0100	S/ “
020	0 111 0010 0 011 1000	DC4/ DC4	084	0 111 0010 0 101 0100	T/ $
021	0 100 1010 0 011 1000	NAK/ NAK	085	0 100 1010 0 101 0100	U/ %
022	0 001 1110 0 011 1000	SYN/ ETB	086	0 001 1110 0 101 0100	V/ ‘
023	0 010 0110 0 011 1000	ETB/ SYN	087	0 010 0110 0 101 0100	W/ &
024	0 001 0011 0 011 1000	CAN/ FS	088	0 001 0011 0 101 0100	X/ ,
025	0 010 1011 0 011 1000	EM/ GS	089	0 010 1011 0 101 0100	Y/ -
026	0 111 1111 0 011 1000	SUB/ US	090	0 111 1111 0 101 0100	Z/ /
027	0 100 0111 0 011 1000	ESC/ RS	091	0 100 0111 0 101 0100	[/ .
028	0 110 0001 0 011 1000	FS/ CAN	092	0 110 0001 0 101 0100	\/ (
029	0 101 1001 0 011 1000	GS/ EM	093	0 101 1001 0 101 0100	]/)
030	0 000 1101 0 011 1000	RS/ ESC	094	0 000 1101 0 101 0100	^/ +
031	0 011 0101 0 011 1000	US/ SUB	095	0 011 0101 0 101 0100	_/ *

Продолжение таблицы 2.4

Цифра	X_a A Y_b B	Символ	Цифра	X_a A Y_b B	Символ
032	0 000 0000 0 111 0010	пробел/ @	096	0 000 0000 0 001 1110	`/ p
033	0 011 1000 0 111 0010	!/ A	097	0 011 1000 0 001 1110	a/ q
034	0 110 1100 0 111 0010	“/ C	098	0 110 1100 0 001 1110	b/ s
035	0 101 0100 0 111 0010	#/ B	099	0 101 0100 0 001 1110	c/ r
036	0 111 0010 0 111 0010	$/ D	100	0 111 0010 0 001 1110	d/ t
037	0 100 1010 0 111 0010	%/ E	101	0 100 1010 0 001 1110	e/ u
038	0 001 1110 0 111 0010	&/ G	102	0 001 1110 0 001 1110	f/ w
039	0 010 0110 0 111 0010	‘/ F	103	0 010 0110 0 001 1110	g/ v
040	0 001 0011 0 111 0010	(/ L	104	0 001 0011 0 001 1110	h/ |
041	0 010 1011 0 111 0010	)/ M	105	0 010 1011 0 001 1110	i/ }
042	0 111 1111 0 111 0010	*/ O	106	0 111 1111 0 001 1110	j/ DEL
043	0 100 0111 0 111 0010	+/ N	107	0 100 0111 0 001 1110	k/ ~
044	0 110 0001 0 111 0010	,/ H	108	0 110 0001 0 001 1110	l/ x
045	0 101 1001 0 111 0010	-/ I	109	0 101 1001 0 001 1110	m/ y
046	0 000 1101 0 111 0010	./ K	110	0 000 1101 0 001 1110	n/ {
047	0 011 0101 0 111 0010	// J	111	0 011 0101 0 001 1110	O /z
048	0 000 0000 0 100 1010	0/ P	112	0 000 0000 0 010 0110	p/ `
049	0 011 1000 0 100 1010	1/ Q	113	0 011 1000 0 010 0110	q/ a
050	0 110 1100 0 100 1010	2/ S	114	0 110 1100 0 010 0110	r/ c
051	0 101 0100 0 100 1010	3/ R	115	0 101 0100 0 010 0110	s/ b
052	0 111 0010 0 100 1010	4/ T	116	0 111 0010 0 010 0110	t/ d
053	0 100 1010 0 100 1010	5/ U	117	0 100 1010 0 010 0110	u/ e
054	0 001 1110 0 100 1010	6/ W	118	0 001 1110 0 010 0110	v/ g
055	0 010 0110 0 100 1010	7/ V	119	0 010 0110 0 010 0110	w/ f
056	0 001 0011 0 100 1010	8/ \	120	0 001 0011 0 010 0110	x/ l
057	0 010 1011 0 100 1010	9/]	121	0 010 1011 0 010 0110	y/ m
058	0 111 1111 0 100 1010	:/ _	122	0 111 1111 0 010 0110	z/ o
059	0 100 0111 0 100 1010	;/ ^	123	0 100 0111 0 010 0110	{/ n
060	0 110 0001 0 100 1010	</ X	124	0 110 0001 0 010 0110	|/ h
061	0 101 1001 0 100 1010	=/ Y	125	0 101 1001 0 010 0110	}/ i
062	0 000 1101 0 100 1010	>/ [	126	0 000 1101 0 010 0110	~/ k
063	0 011 0101 0 100 1010	?/ Z	127	0 011 0101 0 010 0110	DEL/ j

Для максимального быстродействия дешифровки символов на стороне получателя необходимо использовать один ключ. Для этого необходимо через промежуточные преобразования из буквенного представления непосредственно в кодовые комбинации рис. 2.26 осуществить замену кодовых комбинаций из W_d в W_a (см. табл. 2.8). Результаты такого преобразования приведены на рис. 2.27.

(A)	Кодовые комбинации													двухфазный код								
					x3					4	4	4	4									
					x2			2	2			2	2									
					x1		1		1		1		1									
цифры	d_4	d_3	d_2	d_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
0					000	а	а	а	и	а	в	б	д	000	а	а	а	и	а	в	б	д
1				1	001	а	е	б	г	б	к	б	б	001	а	е	б	г	б	к	б	б
2			2	1	002	а	в	ж	г	в	в	л	в	003	м	г	г	г	з	в	б	г
3			2		003	м	г	г	г	з	в	б	г	002	а	в	ж	г	в	в	л	в
4		4			004	а	е	ж	д	н	д	д	д	004	а	е	ж	д	н	д	д	д
5		4		1	005	е	е	о	е	з	е	б	д	005	е	е	о	е	з	е	б	д
6		4	2	1	006	ж	п	ж	ж	з	в	ж	д	007	з	е	ж	г	з	з	з	р
7		4	2		007	з	е	ж	г	з	з	з	р	006	ж	п	ж	ж	з	в	ж	д
8	8	4			008	а	и	и	и	н	к	л	и	012	н	п	о	и	н	н	н	д
9	8	4		1	009	м	к	о	и	к	к	б	к	013	о	е	о	о	н	к	о	р
10	8	4	2	1	010	м	п	л	и	л	в	л	л	015	м	п	о	р	з	р	р	р
11	8	4	2		011	м	м	м	г	м	к	л	р	014	п	п	ж	п	н	п	л	р
12	8				012	н	п	о	и	н	н	н	д	008	а	и	и	и	н	к	л	и
13	8			1	013	о	е	о	о	н	к	о	р	009	м	к	о	и	к	к	б	к
14	8		2	1	014	п	п	ж	п	н	п	л	р	011	м	м	м	г	м	к	л	р
15	8		2		015	м	п	о	р	з	р	р	р	010	м	п	л	и	л	в	л	л

Рис. 2.26

Для определения геометрических образов сигналов разрядов основного двоичного кода (a_1) – (a_4) ключа дешифрования необходимо соответствующие кодовые комбинации на рис. 2.27, взятые отдельно для каждого разряда, заменить звездочками, а остальные кодовые комбинации удалить. Результат таких преобразований приведен на рис. 2.28 – рис. 2.31. Геометрические образы этих сигналов в координатах **AX** (выделен светло-бирюзовым цветом) и **DX,** позволяют известным образом их покрытия определить все возможные варианты реализации логических зависимостей ключа дешифрования, когда в линии связи используется двухфазный код.

Геометрические образы в координатах **AX**, как отмечалось и ранее, наиболее удобны для реализации их покрытия и определения всех вариантов минимальных логических выражений ключа дешифрования.

Выполнить эти покрытия и определить логические выражения ключа дешифрования предоставляется читателю.

(D)	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4	двухфазный код								
					x_2			2	2			2	2									
					x_1		1		1		1		1									
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000	000	000	000	012	000	003	001	004	000	000	000	000	012	000	003	001	004
01				1	001	000	005	001	002	001	013	001	001	001	000	005	001	002	001	013	001	001
02			2		002	000	003	007	002	003	003	015	003	003	014	002	002	002	006	003	001	002
03			2	1	003	014	002	002	002	006	003	001	002	002	000	003	007	002	003	003	015	003
04		4			004	000	005	007	004	008	004	004	004	004	000	005	007	004	008	004	004	004
05		4		1	005	005	005	009	005	006	005	001	004	005	005	005	009	005	006	005	001	004
06		4	2		006	007	011	007	007	006	003	007	004	007	006	005	007	002	006	006	006	010
07		4	2	1	007	006	005	007	002	006	006	006	010	006	007	011	007	007	006	003	007	004
08	8				008	000	012	012	012	008	013	015	012	012	008	011	009	012	008	008	008	004
09	8			1	009	014	013	009	012	013	013	001	013	013	009	005	009	009	008	013	009	010
10	8		2		010	014	011	015	012	015	003	015	015	015	014	011	009	010	006	010	010	010
11	8		2	1	011	014	014	014	002	014	013	015	010	014	011	011	007	011	008	011	015	010
12	8	4			012	008	011	009	012	008	008	008	004	008	000	012	012	012	008	013	015	012
13	8	4		1	013	009	005	009	009	008	013	009	010	009	014	013	009	012	013	013	001	013
14	8	4	2		014	011	011	007	011	008	011	015	010	011	014	014	014	002	014	013	015	010
15	8	4	2	1	015	014	011	009	010	006	010	010	010	010	014	011	015	012	015	003	015	015

Рис. 2.27

(D), (d_1)	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4	двухфазный код								
					x_2			2	2			2	2									
					x_1		1		1		1		1									
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000						*	*		000						*	*	
01				1	001		*	*		*	*	*	*	001		*	*		*	*	*	*
02			2		002		*	*		*	*	*	*	003						*	*	
03			2	1	003						*	*		002		*	*		*	*	*	*
04		4			004		*	*						004		*	*					
05		4		1	005	*	*	*	*		*	*		005	*	*	*	*		*	*	
06		4	2		006	*	*	*	*		*	*		007		*	*					
07		4	2	1	007		*	*						006	*	*	*	*		*	*	
08	8				008						*	*		012		*	*					
09	8			1	009		*	*		*	*	*	*	013	*	*	*	*		*	*	
10	8		2		010		*	*		*	*	*	*	015		*	*					
11	8		2	1	011						*	*		014	*	*	*	*		*	*	
12	8	4			012		*	*						008						*	*	
13	8	4		1	013	*	*	*	*		*	*		009		*	*		*	*	*	*
14	8	4	2		014	*	*	*	*		*	*		011						*	*	
15	8	4	2	1	015		*	*						010		*	*		*	*	*	*

Рис. 2.28

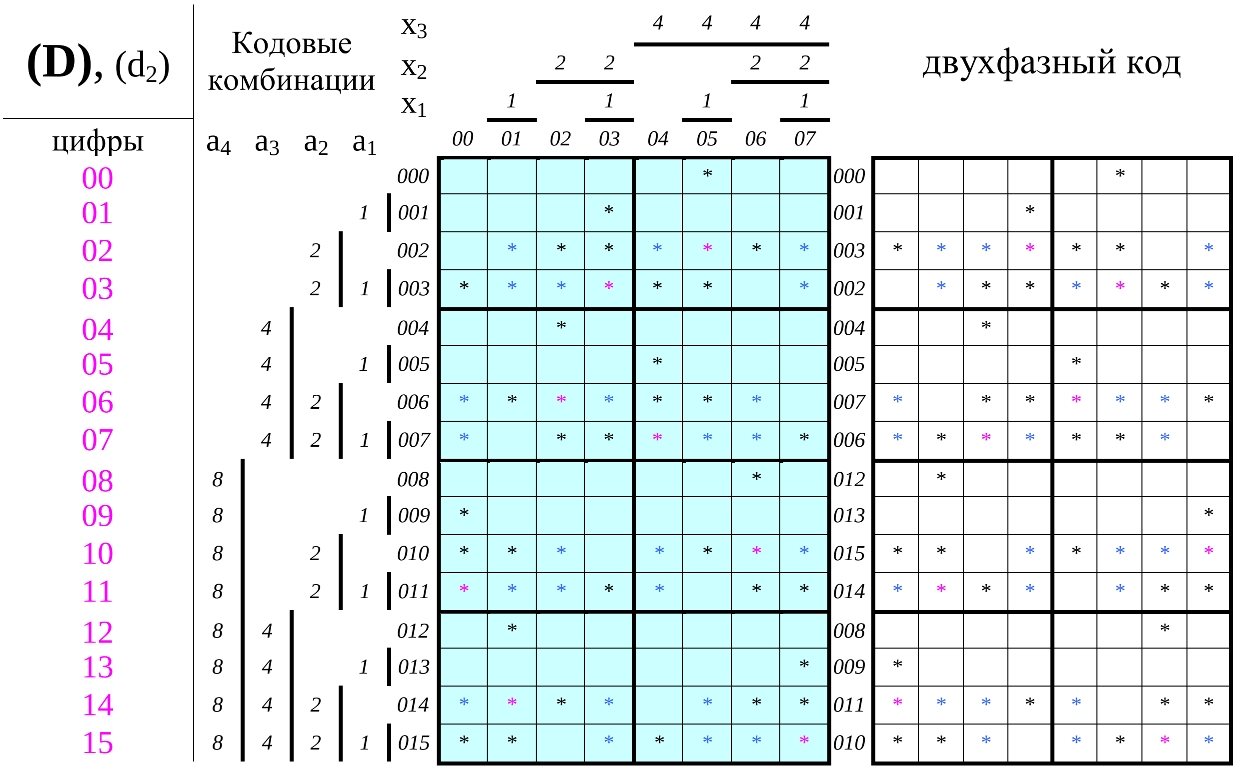


Рис. 2.29

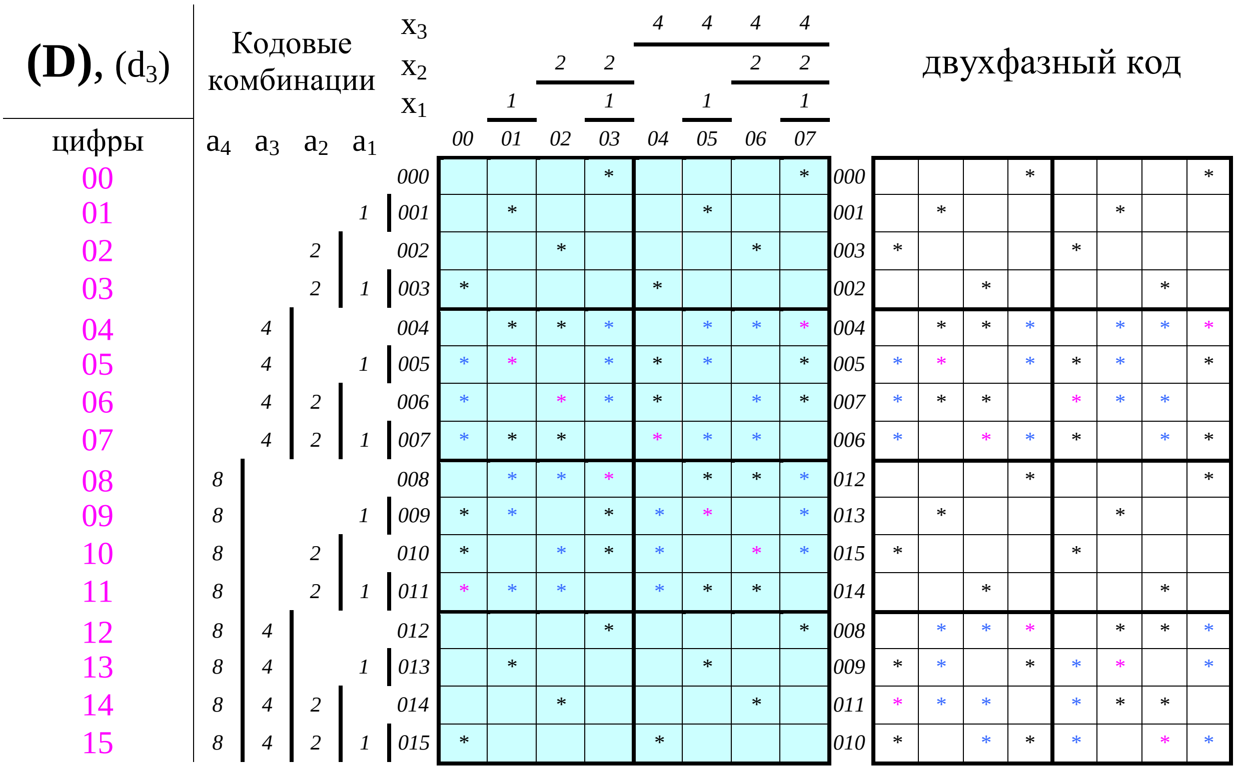


Рис. 2.30

(D), (d_4)	Кодовые комбинации														двухфазный код							
					x_3					4	4	4	4									
					x_2			2	2			2	2									
					x_1		1		1		1		1									
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000				*					000				*				
01				1	001						*			001						*		
02			2		002							*		003	*							
03			2	1	003	*								002							*	
04		4			004					*				004					*			
05		4		1	005			*						005			*					
06		4	2		006		*							007								*
07		4	2	1	007								*	006		*						
08	8				008		*	*	*	*	*	*	*	012	*	*	*	*	*	*	*	
09	8			1	009	*	*	*	*	*	*		*	013	*		*	*	*	*	*	*
10	8		2		010	*	*	*	*	*		*	*	015	*	*	*	*		*	*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	*	014	*	*		*	*	*	*	*
12	8	4			012	*	*	*	*	*	*	*		008		*	*	*	*	*	*	*
13	8	4		1	013	*		*	*	*	*	*	*	009	*	*	*	*	*	*		*
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*	011	*	*	*		*	*	*	*
15	8	4	2	1	015	*	*	*	*		*	*	*	010	*	*	*	*	*		*	*

Рис. 2.31

2.4. Кодовая таблица символов ASCII, где для сигналов A'_I, B'_i используется случайная последовательность кодовых комбинаций

В приведенных выше разделах 2.3 и 2.4 были использованы два неарифметических кода (код Грея и двухфазный код) основания системы счисления n = 16, которые не применяются в машинной арифметике вычислительных систем, но известны в других разделах техники – цифровых электроприводах, угловых преобразователях информации [1] и имеют при этом строгую симметрию.

Известность структур кодов всегда облегчает работу криптоаналитика, поскольку любые закономерности, имеющиеся в системе шифрования и в порядке ее использования, являются подспорьем для криптоаналитика [10]. Потому наиболее целесообразно выбирать неизвестный язык (код) исходя из случайной последовательности, например из последовательности кодовых комбинаций (16!) информационной части совершенного кода. Случайным образом выбранная нами такая последовательность кодовых комбинаций для первого (A_i) и второго (B_i) байтов символов может выглядеть следующим рядом кодовых комбинаций соответственно для сигналов R и Q (таблица 2.8).

Таблица 2.8

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
W_a	*000*	*001*	*002*	*003*	*004*	*005*	*006*	*007*	*008*	*009*	*010*	*011*	*012*	*013*	*014*	*015*
	а	*б*	*в*	*г*	*д*	*е*	*ж*	*з*	*и*	*к*	*л*	*м*	*н*	*о*	*п*	*р*
W_r	*000*	*008*	*001*	*006*	*007*	*005*	*003*	*009*	*012*	*015*	*002*	*010*	*014*	*004*	*011*	*013*
	а	*и*	*б*	*ж*	*з*	*е*	*г*	*к*	*н*	*р*	*в*	*л*	*п*	*д*	*м*	*о*
W_q	*000*	*002*	*001*	*006*	*007*	*005*	*003*	*004*								
	а	*в*	*б*	*ж*	*з*	*е*	*г*	*д*								

Исходя из этой последовательности на рис. 2.32 приведено соответствие этих кодовых комбинаций с кодовыми комбинациями (*000 – 015*) обычного двоичного кода. Здесь также приведены сигналы разрядов ($a_1 – a_4$) обычного двоичного кода и кода (R), который выбран нами для передачи в информационных разрядах первого байта символа линии связи.

На основании рис. 2.14 эти соответствия кодов изображены в многомерном пространстве координат $a_1 – a_4$, в ячейках которого последовательно записаны кодовые комбинации сигнала R (рис. 2.15, *а*) и кодовые комбинации сигнала Q (рис. 2.15, *б*). Из этих геометрических образов непосредственно получаются зависимости (2.4.1) и (2.4.2) для второй части шифрующего устройства ($x_1\ x_2\ x_3\ a_1\ a_2\ a_3\ a_4 \equiv 1\,2\,3\,4\,5\ 6\,7$).

$$r_1 = a_3a_4 \vee a_2a_4 \vee a_1\underline{a}_2\underline{a}_4 \vee a_1\underline{a}_2\underline{a}_3a_4$$

$$r_2 = \underline{a}_1a_3 \vee a_2\underline{a}_3a_4 \vee \underline{a}_1a_2a_3 \vee a_1a_2\underline{a}_3 \vee a_1\underline{a}_3a_4$$

$$r_3 = \underline{a}_2a_4 \vee \underline{a}_2a_{\underline{4}} \vee a_1a_2\underline{a}_3\underline{a}_4 \vee a_1a_3a_4$$

$$r_2 = \underline{a}_1\underline{a}_2a_4 \vee a_1\underline{a}_2\underline{a}_3 \vee a_1a_2a_3 \vee a_1a_2a_4 \vee a_2a_3a_4 \qquad (2.4.1\ )$$

Первая часть этого устройства, как и ранее, неизменна и определяет формирование сигналов контрольных разрядов $x_1 - x_3$ совершенного кода по логическим зависимостям (2.1.1) – (2.1.3).

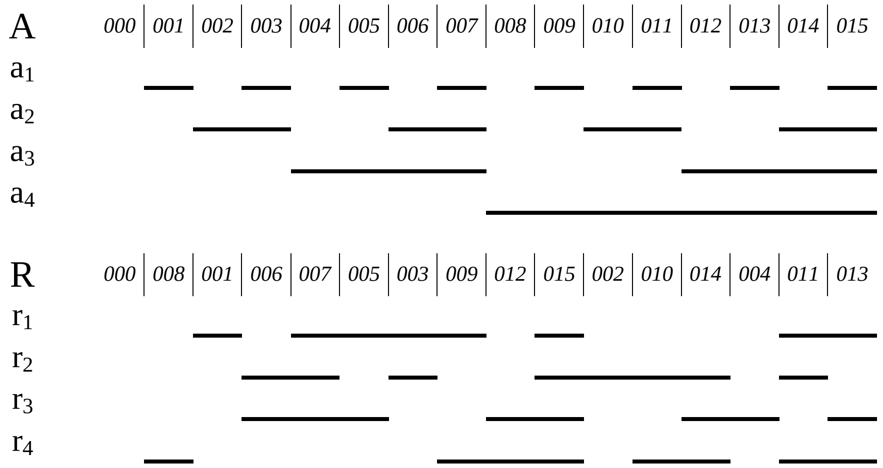


Рис. 2.32

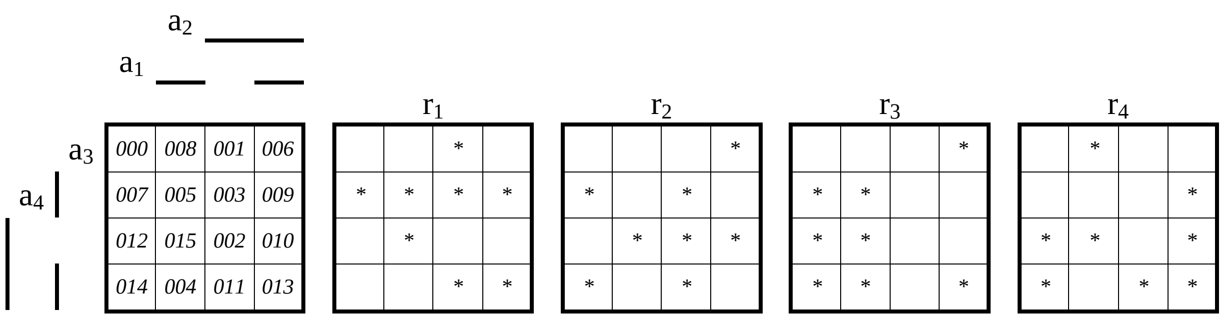
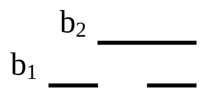


Рис. 2.33 *а*)



$$q_1 = \underline{b}_1 b_2 \vee \underline{b}_2 b_3,\ q_2 = b_1 \underline{b}_3 \vee \underline{b}_2 b_3,\ q_3 = b_1 b_2 \vee \underline{b}_2 b_3 \quad (2.4.2)$$

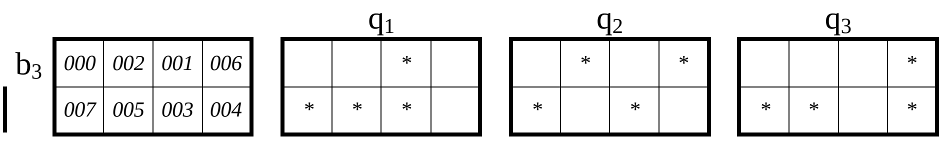


Рис. 2.33 *б*)

Для определения логических зависимостей при одиночных ошибках в информационной или контрольной частях систематического кода обратимся к многомерному пространству координат размещения их кодовых комбинаций (рис. 2.34).

В ячейках этого многомерного пространства, определяемых данными координат рис. 2.32, записаны безошибочные кодовые комбинации информационной части систематического кода (*000 – 015*). В остальных ячейках записаны такие же кодовые комбинации при одиночной ошибке в информационной части кода – (*000 – 015*), а также одиночные ошибки в контрольной части – *(000 – 015)*.

Заменяя эти кодовые комбинации, составляющие конкретные множества сигналов разрядов $r_1 - r_4$, на звездочки (*), получим геометрические образы (рис. 2.34 – рис. 2.38) этих сигналов в координатах **RX** и **AX** (выделен светло-бирюзовым цветом) многомерного цифрового пространства для первого байта (A_i) .

(A)	Кодовые комбинации																					
					x3					4	4	4	4									
					x2			2	2			2	2									
					x1		1		1		1		1									
цифры	r4	r3	r2	r1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000	000	000	000	008	000	002	001	004	000	000	000	000	008	000	002	001	004
01	8				008	000	008	008	008	012	009	010	008	001	000	005	001	003	001	009	001	001
02				1	001	000	005	001	003	001	009	001	001	002	000	002	006	003	002	002	010	002
03		4	2		006	006	014	006	006	007	002	006	004	003	011	003	003	003	007	002	001	003
04		4	2	1	007	007	005	006	003	007	007	007	015	004	000	005	006	004	012	004	004	004
05		4	2	1	005	005	005	013	005	007	005	001	004	005	005	005	013	005	007	005	001	004
06			2	1	003	011	003	003	003	007	002	001	003	006	006	014	006	006	007	002	006	004
07	8			1	009	011	009	013	008	009	009	001	009	007	007	005	006	003	007	007	007	015
08	8	4			012	012	014	013	008	012	012	012	004	008	000	008	008	008	012	009	010	008
09	8	4	2	1	015	011	014	013	015	007	015	015	015	009	011	009	013	008	009	009	001	009
10			2		002	000	002	006	003	002	002	010	002	010	011	014	010	008	010	002	010	010
11	8		2		010	011	014	010	008	010	002	010	010	011	011	011	011	003	011	009	010	015
12	8	4	2		014	014	014	006	014	012	014	010	015	012	012	014	013	008	012	012	012	004
13		4			004	000	005	006	004	012	004	004	004	013	013	005	013	013	012	009	013	015
14	8		2	1	011	011	011	011	003	011	009	010	015	014	014	014	006	014	012	014	010	015
15	8	4		1	013	013	005	013	013	012	009	013	015	015	011	014	013	015	007	015	015	015

Рис. 2.34

(A), (r_1)	Кодовые комбинации																					
					x3					4	4	4	4									
					x2			2	2			2	2									
					x1		1		1		1		1									
цифры	r4	r3	r2	r1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000							*		000							*	
01	8				008						*			001		*	*	*	*	*	*	*
02				1	001		*	*	*	*	*	*	*	002				*				
03		4	2		006					*				003	*	*	*	*	*		*	*
04		4	2	1	007	*	*		*	*	*	*	*	004		*						
05		4	2	1	005	*	*	*	*	*	*	*		005	*	*	*	*	*	*	*	
06			2	1	003	*	*	*	*	*		*	*	006					*			
07	8			1	009	*	*	*		*	*	*	*	007	*	*		*	*	*	*	*
08	8	4			012			*						008						*		
09	8	4	2	1	015	*		*	*	*	*	*	*	009	*	*	*		*	*	*	*
10			2		002				*					010	*							
11	8		2		010	*								011	*	*	*	*	*	*		*
12	8	4	2		014								*	012			*					
13		4			004		*							013	*	*	*	*		*	*	*
14	8		2	1	011	*	*	*	*	*	*		*	014								*
15	8	4		1	013	*	*	*	*		*	*	*	015	*		*	*	*	*	*	*

Рис. 2.35

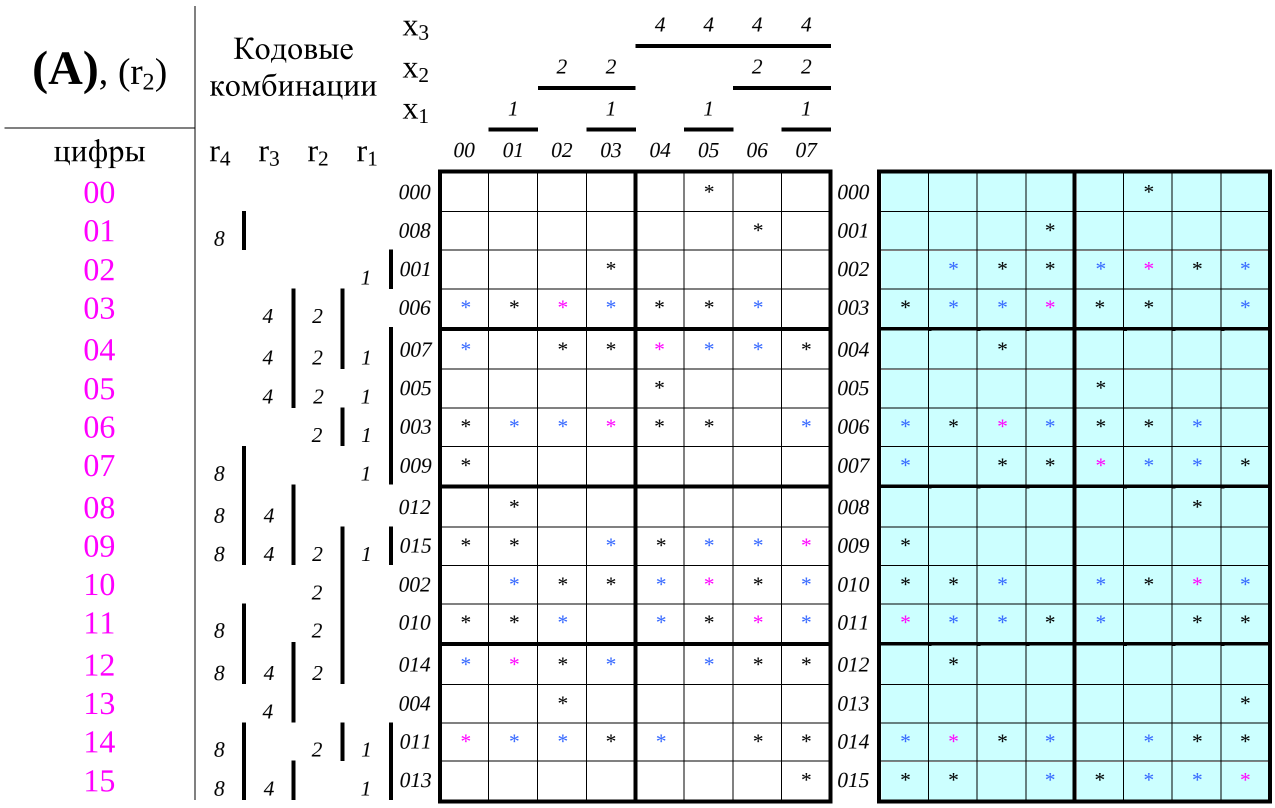


Рис. 2.36

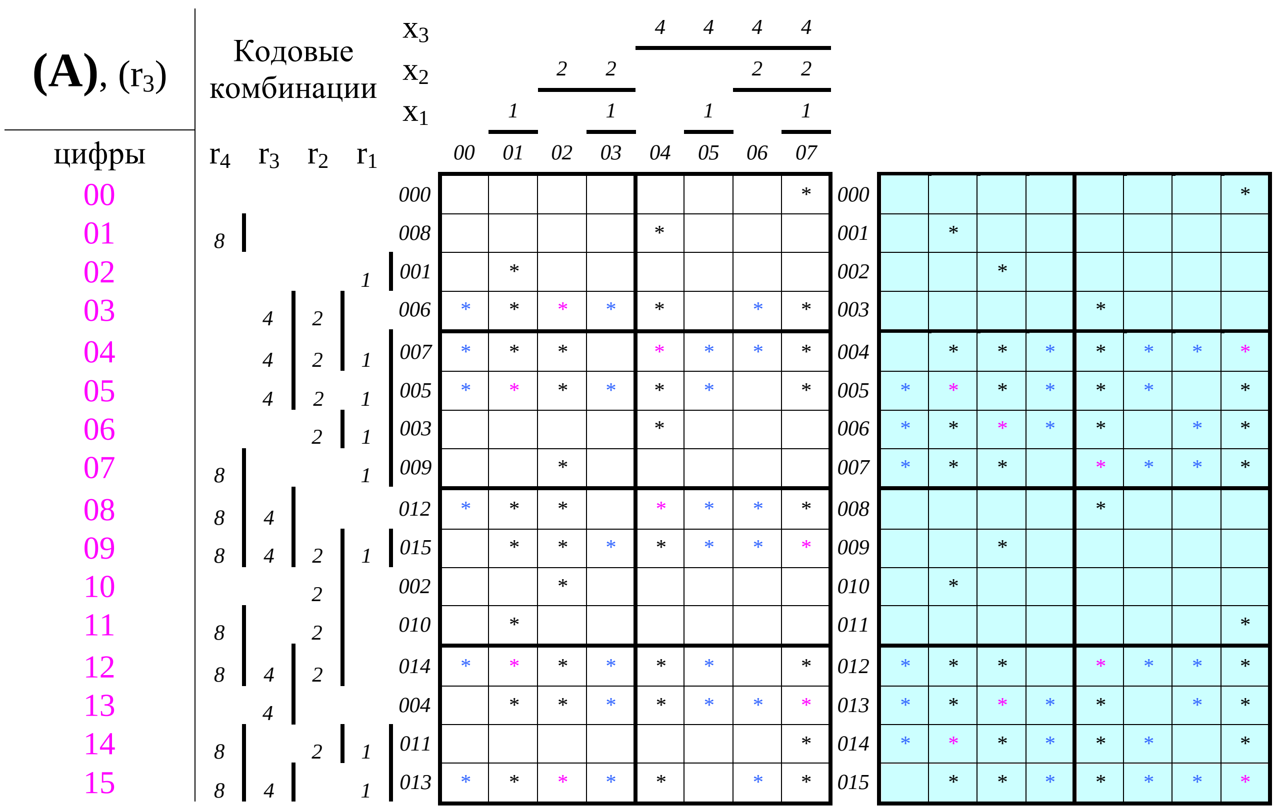


Рис. 2.37

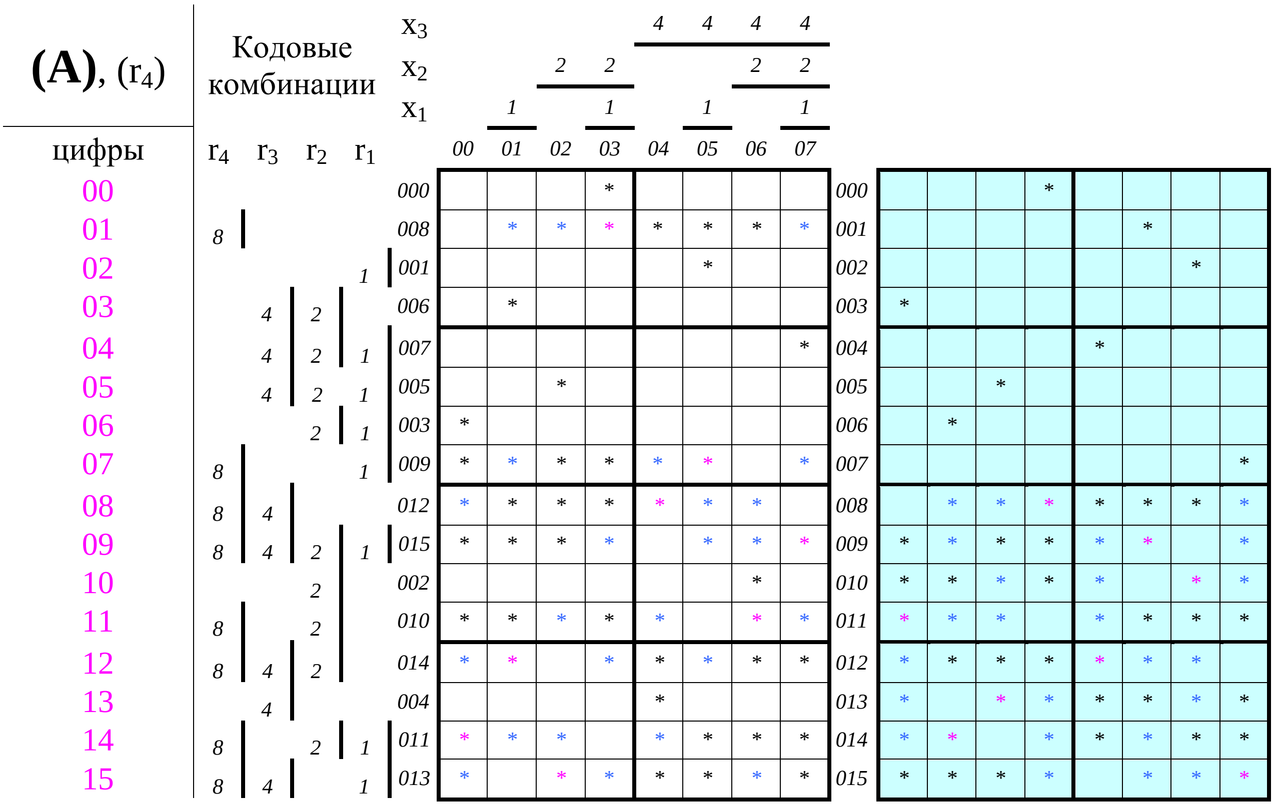


Рис. 2.38

Геометрические образы сигналов разрядов в координатах **QY** и **AY** (выделены светло-бирюзовым цветом) многомерного цифрового пространства для второго байта (B_i) формируются аналогичным образом исходя из кодовой последовательности сигнала B_i (*000 002 001 006 007 005 003 004*).

В отличие от предыдущих примеров эта кодовая последовательность не совпадает с первой частью последовательности сигнала A_i (*000 008 001 006 007 005 003 009*), что и определяет различие геометрических образов сигналов в одинаковых разрядах для первого и второго байта символов кодовой таблицы символов ASCII.

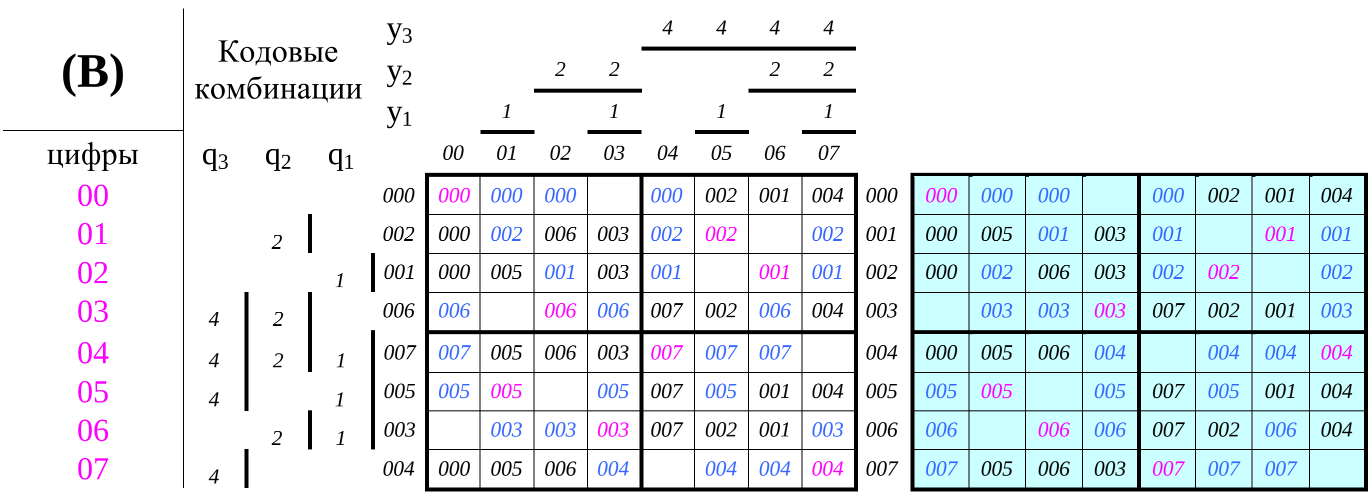


Рис. 2.39

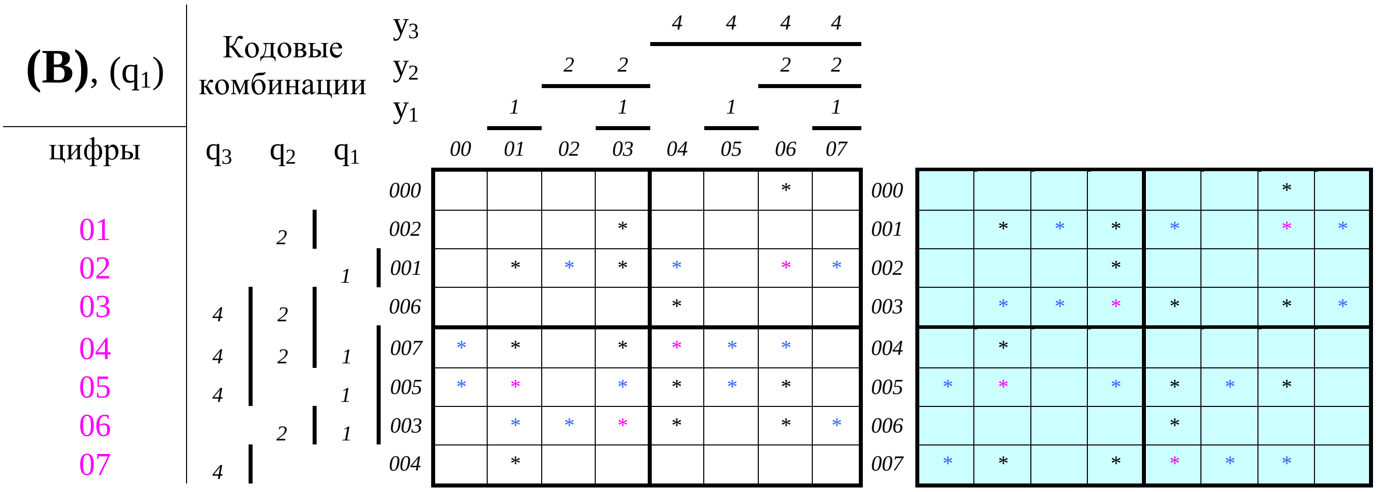


Рис. 2.40

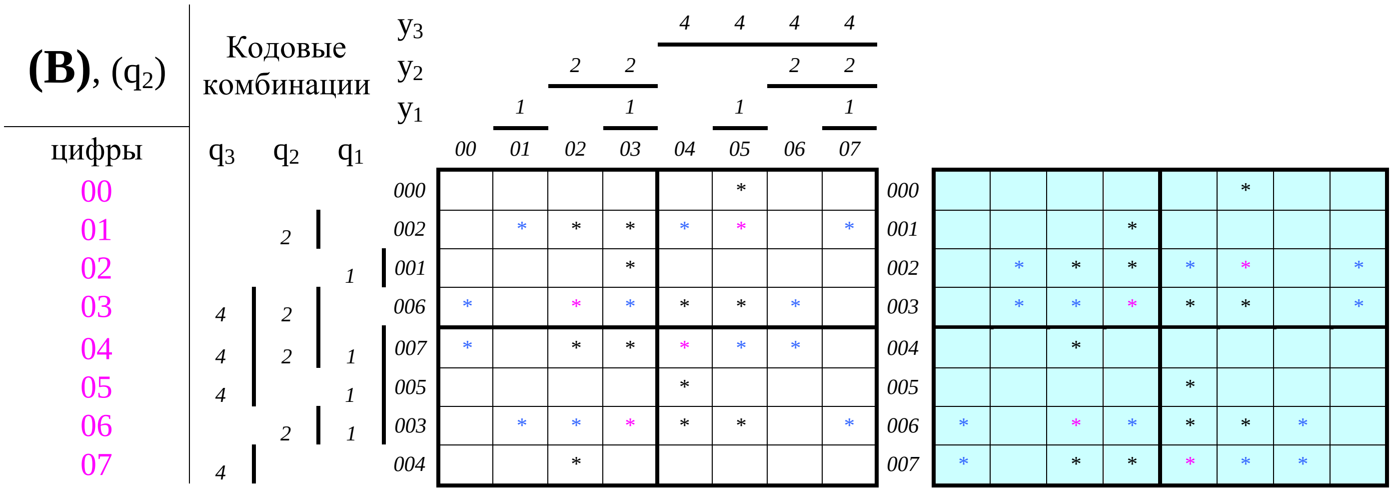


Рис. 2.41

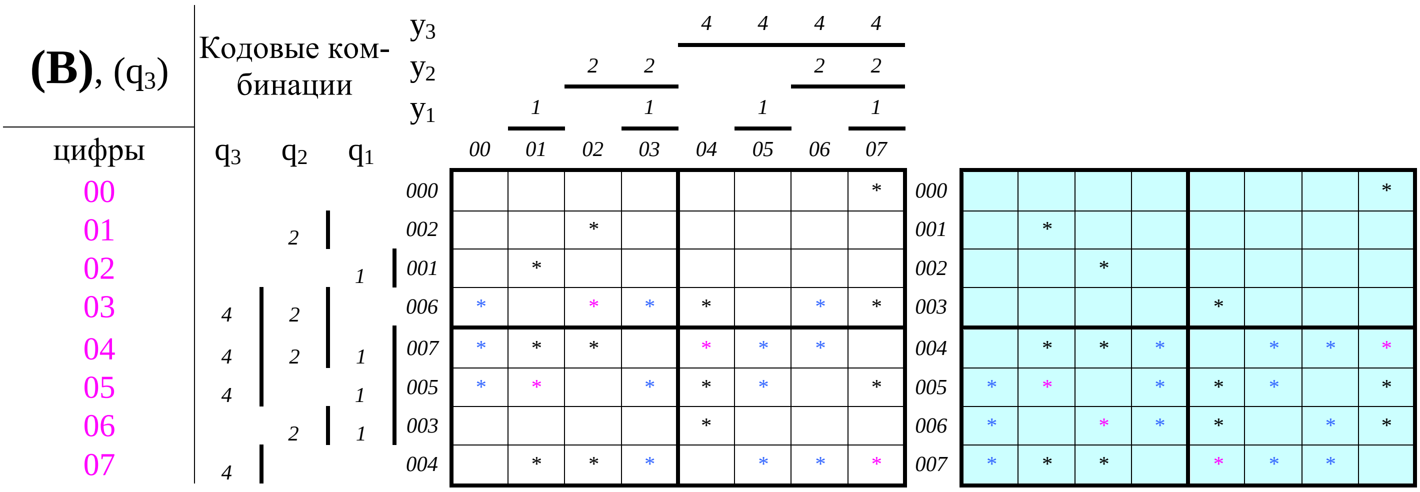


Рис. 2.42

Исходя из вышеизложенного кодовая таблица символов ASCII для двухбайтового их представления при безошибочности информации и применении, как и ранее, совершенного кода N 99 [4] станет таблицей 2.9

Таблица 2.9

Цифра	X_a A Y_b B	Символ	Цифра	X_a A Y_b B	Символ
000	0 000 0000 0 000 0000	NUL/ NUL	064	0 000 0000 0 001 1110	@/ p
001	0 110 0001 0 000 0000	SOH/ BS	065	0 110 0001 0 001 1110	A/ x
002	0 011 1000 0 000 0000	STX/ SOH	066	0 011 1000 0 001 1110	B/ q
003	0 010 0110 0 000 0000	ETX/ ACK	067	0 010 0110 0 001 1110	C/ v
004	0 001 1110 0 000 0000	EOT/ BEL	068	0 001 1110 0 001 1110	D/ w
005	0 100 1010 0 000 0000	ENQ/ ENQ	069	0 100 1010 0 001 1110	E/ u
006	0 110 1100 0 000 0000	ACK/ ETX	070	0 110 1100 0 001 1110	F/ s
007	0 101 1001 0 000 0000	BEL/ HT	071	0 101 1001 0 001 1110	D/ y
008	0 001 0011 0 000 0000	BS/ FF	072	0 001 0011 0 001 1110	H/ |
009	0 111 1111 0 000 0000	HT/ SI	073	0 111 1111 0 001 1110	I/
010	0 101 0100 0 000 0000	LF/ STX	074	0 101 0100 0 001 1110	J/
011	0 011 0101 0 000 0000	VT/ LF	075	0 011 0101 0 001 1110	K/ z
012	0 100 0111 0 000 0000	FF/ SO	076	0 100 0111 0 001 1110	L/ ~
013	0 111 0010 0 000 0000	CR/ EOT	077	0 111 0010 0 001 1110	M/ t
014	0 000 1101 0 000 0000	SO/ VT	078	0 000 1101 0 001 1110	N/ {
015	0 010 1011 0 000 0000	SI/ CR	079	0 010 1011 0 001 1110	O/ }
016	0 000 0000 0 101 0100	DLE/ пробел	080	0 000 0000 0 100 1010	P/ P
017	0 110 0001 0 101 0100	DC1/ (	081	0 110 0001 0 100 1010	Q/ X
018	0 011 1000 0 101 0100	DC2/ !	082	0 011 1000 0 100 1010	R/ Q
019	0 010 0110 0 101 0100	DC3/ &	083	0 010 0110 0 100 1010	S/ V
020	0 001 1110 0 101 0100	DC4/ ‘	084	0 001 1110 0 100 1010	T/ W
021	0 100 1010 0 101 0100	NAK/ %	085	0 100 1010 0 100 1010	U/ U
022	0 110 1100 0 101 0100	SYN/ #	086	0 110 1100 0 100 1010	V/ S
023	0 101 1001 0 101 0100	ETB/)	087	0 101 1001 0 100 1010	W/ Y
024	0 001 0011 0 101 0100	CAN/ ,	088	0 001 0011 0 100 1010	X/ \
025	0 111 1111 0 101 0100	EM/ /	089	0 111 1111 0 100 1010	Y/ _
026	0 101 0100 0 101 0100	SUB/ “	090	0 101 0100 0 100 1010	Z/ R
027	0 011 0101 0 101 0100	ESC/ *	091	0 011 0101 0 100 1010	[/ Z
028	0 100 0111 0 101 0100	FS/ .	092	0 100 0111 0 100 1010	\/ ^
029	0 111 0010 0 101 0100	DS/ $	093	0 111 0010 0 100 1010	]/ T
030	0 000 1101 0 101 0100	RS/ +	094	0 000 1101 0 100 1010	^/ [
031	0 010 1011 0 101 0100	US/ -	095	0 010 1011 0 100 1010	_/

Продолжение таблицы 2.6

Цифра	X_a A Y_b B	Символ	Цифра	X_a A Y_b B	Символ
032	0 000 0000 0 011 1000	Проб/ DLE	096	0 000 0000 0 110 1100	`/ 0
033	0 110 0001 0 011 1000	!/ CAN	097	0 110 0001 0 110 1100	a/ 8
034	0 011 1000 0 011 1000	“/ DC1	098	0 011 1000 0 110 1100	b/ 1
035	0 010 0110 0 011 1000	#/ SYN	099	0 010 0110 0 110 1100	c/ 6
036	0 001 1110 0 011 1000	$/ ETB	100	0 001 1110 0 110 1100	d/ 7
037	0 100 1010 0 011 1000	%/ NAK	101	0 100 1010 0 110 1100	e/ 5
038	0 110 1100 0 011 1000	&/ DC3	102	0 110 1100 0 110 1100	f/ 3
039	0 101 1001 0 011 1000	‘/ EM	103	0 101 1001 0 110 1100	d/ 9
040	0 001 0011 0 011 1000	(/ FS	104	0 001 0011 0 110 1100	h/ <
041	0 111 1111 0 011 1000	)/ US	105	0 111 1111 0 110 1100	i/ ?
042	0 101 0100 0 011 1000	*/ DC2	106	0 101 0100 0 110 1100	j/ 2
043	0 011 0101 0 011 1000	+/ SUB	107	0 011 0101 0 110 1100	k/ :
044	0 100 0111 0 011 1000	,/ RS	108	0 100 0111 0 110 1100	l/ >
045	0 111 0010 0 011 1000	-/ DC4	109	0 111 0010 0 110 1100	m/ 4
046	0 000 1101 0 011 1000	./ ESC	110	0 000 1101 0 110 1100	n/ ;
047	0 010 1011 0 011 1000	// DS	111	0 010 1011 0 110 1100	o/ =
048	0 000 0000 0 010 0110	0/ `	112	0 000 0000 0 111 0010	p/ @
049	0 110 0001 0 010 0110	1/ h	113	0 110 0001 0 111 0010	q/ H
050	0 011 1000 0 010 0110	2/ a	114	0 011 1000 0 111 0010	r/ A
051	0 010 0110 0 010 0110	3/ f	115	0 010 0110 0 111 0010	s/ F
052	0 001 1110 0 010 0110	4/ d	116	0 001 1110 0 111 0010	t/ D
053	0 100 1010 0 010 0110	5/ e	117	0 100 1010 0 111 0010	u/ E
054	0 110 1100 0 010 0110	6/ c	118	0 110 1100 0 111 0010	v/ C
055	0 101 1001 0 010 0110	7/ i	119	0 101 1001 0 111 0010	w/ I
056	0 001 0011 0 010 0110	8/ l	120	0 001 0011 0 111 0010	x/ L
057	0 111 1111 0 010 0110	9/ o	121	0 111 1111 0 111 0010	y/ O
058	0 101 0100 0 010 0110	:/ b	122	0 101 0100 0 111 0010	z/ B
059	0 011 0101 0 010 0110	;/ j	123	0 011 0101 0 111 0010	{/ J
060	0 100 0111 0 010 0110	</ n	124	0 100 0111 0 111 0010	|/ N
061	0 111 0010 0 010 0110	=/ d	125	0 111 0010 0 111 0010	}/ D
062	0 000 1101 0 010 0110	>/ k	126	0 000 1101 0 111 0010	~/ K
063	0 010 1011 0 010 0110	?/ m	127	0 010 1011 0 111 0010	DEL/ M

Очевидно, что логические зависимости сигналов R_i определяются по функциям (2.1.4) – (2.1.7) с заменой в них сигналов разрядов (a_1) – (a_4) на сигналы разрядов (r_1) – (r_4), а покрытие геометрических образов сигналов Q_i (2.40) – (2.42) формирует логические зависимости сигналов (q_1) – (q_3).

Выполнить все возможные покрытия геометрических образов сигналов Q_i, которые на рис. 2.40 – рис. 2.42 приведены в двух системах координат **QY** и **AY** (система выделена светло-бирюзовым цветом), не представляет каких-либо трудностей.

Преобразование сигналов R_i в основной двоичный код A_i приведено в геометрических образах на рис. 2.43, а сигналов Q_i в основной двоичный код B_i – на рис. 2.44.

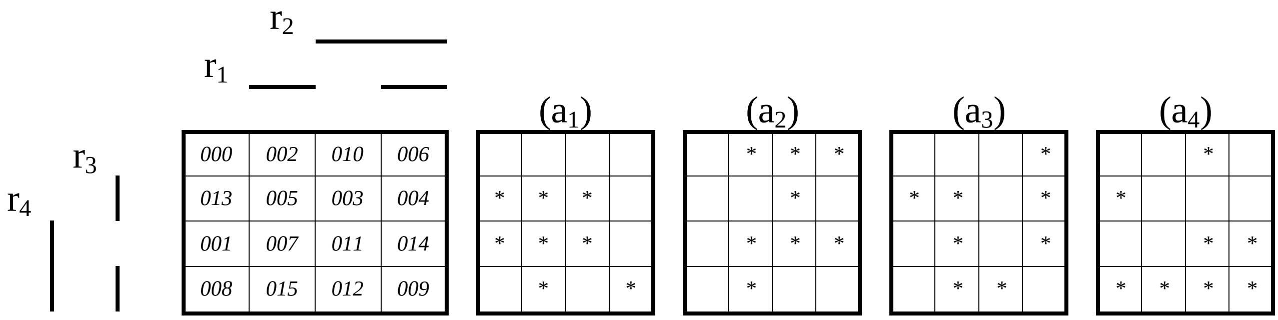


Рис. 2.43

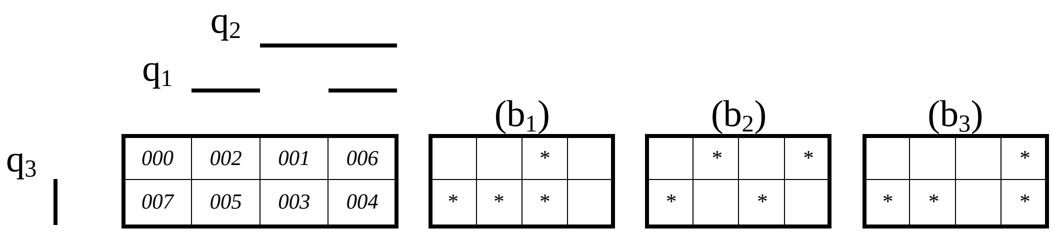


Рис. 2.44

На основании этих геометрических образов получены логические зависимости (2.4.3), (2.4.4) для реализации этих преобразователей, которые вместе с зависимостями (r_1) – (r_4) и (q_1) – (q_3) определяют второй ключ для адресата информации.

Все эти логические зависимости приведены, как и ранее, для прямого следования передаваемых сигналов первого и второго байтов символов таблицы 2.6 ($x_1\ x_2\ x_3\ a_1\ a_2\ a_3\ a_4 \equiv 1234567$, $y_1\ y_2\ y_3\ b_1\ b_2\ b_3 \equiv 123456$).

$$
\begin{aligned}
(a_1) &= \underline{r}_1 r_3 \underline{r}_4 \vee r_1 \underline{r}_3 r_4 \vee r_1 r_3 r_4 \vee \underline{r}_2 r_3 \underline{r}_4 \vee \underline{r}_2 \underline{r}_2 r_3 \\
(a_2) &= \underline{r}_1 r_2 \underline{r}_4 \vee r_1 \underline{r}_2 r_3 \vee r_1 \underline{r}_2 r_4 \vee r_1 r_2 \underline{r}_3 \vee r_2 \underline{r}_3 r_4 \\
(a_3) &= r_1 r_2 \underline{r}_4 \vee \underline{r}_2 r_3 \underline{r}_4 \vee r_1 \underline{r}_2 r_4 \vee r_1 \underline{r}_3 r_4 \vee \underline{r}_1 r_2 r_3 r_4 \\
(a_4) &= r_3 r_4 \vee r_2 r_4 \vee \underline{r}_1 r_2 \underline{r}_3 \underline{r}_4 \vee \underline{r}_1 \underline{r}_2 r_3 \underline{r}_4
\end{aligned}
\qquad (2.4.3)
$$

$$
(b_1) = \underline{q}_1 q_2 \vee \underline{q}_2 q_3,\ (b_2) = q_1 \underline{q}_3 \vee \underline{q}_2 q_3,\ (b_3) = q_1 q_2 \vee \underline{q}_2 q_3 \qquad (2.4.4)
$$

При необходимости иметь максимальное быстродействие дешифрования символов на стороне получателя необходимо иметь один ключ, который объединяет логические операции этих двух ключей. Для этого следует выполнить замену кодовых комбинаций из W_r в W_a на рис. 2.34, а на рис. 3.39 – W_q в W_a (см. табл. 2.8). Это замена осуществляется через промежуточное преобразование кодовых комбинаций из их буквенного представления непосредственно в кодовые комбинации.

Результаты такого преобразования, опуская промежуточный этап перехода из кодовых комбинаций к их буквенному эквиваленту, приведены на рис. 2.45 – рис. 2.53.

При необходимости иметь максимальное быстродействие дешифрования символов на стороне получателя необходимо иметь один ключ, который объединяет логические операции этих двух ключей. Для этого следует выполнить замену кодовых комбинаций из W_r в W_a на рис. 2.34, а на рис. 3.39 – W_q в W_a (см. табл. 2.8). Это замена осуществляется через промежуточное преобразование кодовых комбинаций из их буквенного представления непосредственно в кодовые комбинации. Результаты такого преобразования приведены на рис. 2.45 – рис. 2.53.

На рис. 2.46 – рис. 2.49 приведены геометрические образы сигналов (a_1) – (a_4) первого байта символов в координатах **AX** и **RX**, а на рис. 2.51 – рис. 2.53 приведены геометрические образы сигналов (b_1) – (b_3) второго байта символов в координатах **AY** и **QY**. Геометрические образы в координатах основного двоичного кода **AX** и **AУ** выделены светло-бирюзовым цветом

(R)	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4		несимметричный код / основной двоичный код							
					x_2			2	2			2	2									
					x_1		1		1		1		1									
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07									
00					000	000	000	000	001	000	010	002	013	000	000	000	000	001	000	010	002	013
01				1	001	000	005	002	006	002	007	002	002	008	000	001	001	001	008	007	011	001
02			2		002	000	010	003	006	010	010	011	010	001	000	005	002	006	002	007	002	002
03			2	1	003	014	006	006	006	004	010	002	006	006	003	012	003	003	004	010	003	013
04		4			004	000	005	003	013	008	013	013	013	007	004	005	003	006	004	004	004	009
05		4		1	005	005	005	015	005	004	005	002	013	005	005	005	015	005	004	005	002	013
06		4	2		006	003	012	003	003	004	010	003	013	003	014	006	006	006	004	010	002	006
07		4	2	1	007	004	005	003	006	004	004	004	009	009	014	007	015	001	007	007	002	007
08	8				008	000	001	001	001	008	007	011	001	012	008	012	015	001	008	008	008	013
09	8			1	009	014	007	015	001	007	007	002	007	015	014	012	015	009	004	009	009	009
10	8		2		010	014	012	011	001	011	010	011	011	002	000	010	003	006	010	010	011	010
11	8		2	1	011	014	014	014	006	014	007	011	009	010	014	012	011	001	011	010	011	011
12	8	4			012	008	012	015	001	008	008	008	013	014	012	012	003	012	008	012	011	009
13	8	4		1	013	015	005	015	015	008	007	015	009	004	000	005	003	013	008	013	013	013
14	8	4	2		014	012	012	003	012	008	012	011	009	011	014	014	014	006	014	007	011	009
15	8	4	2	1	015	014	012	015	009	004	009	009	009	013	015	005	015	015	008	007	015	009

Рис. 2.45

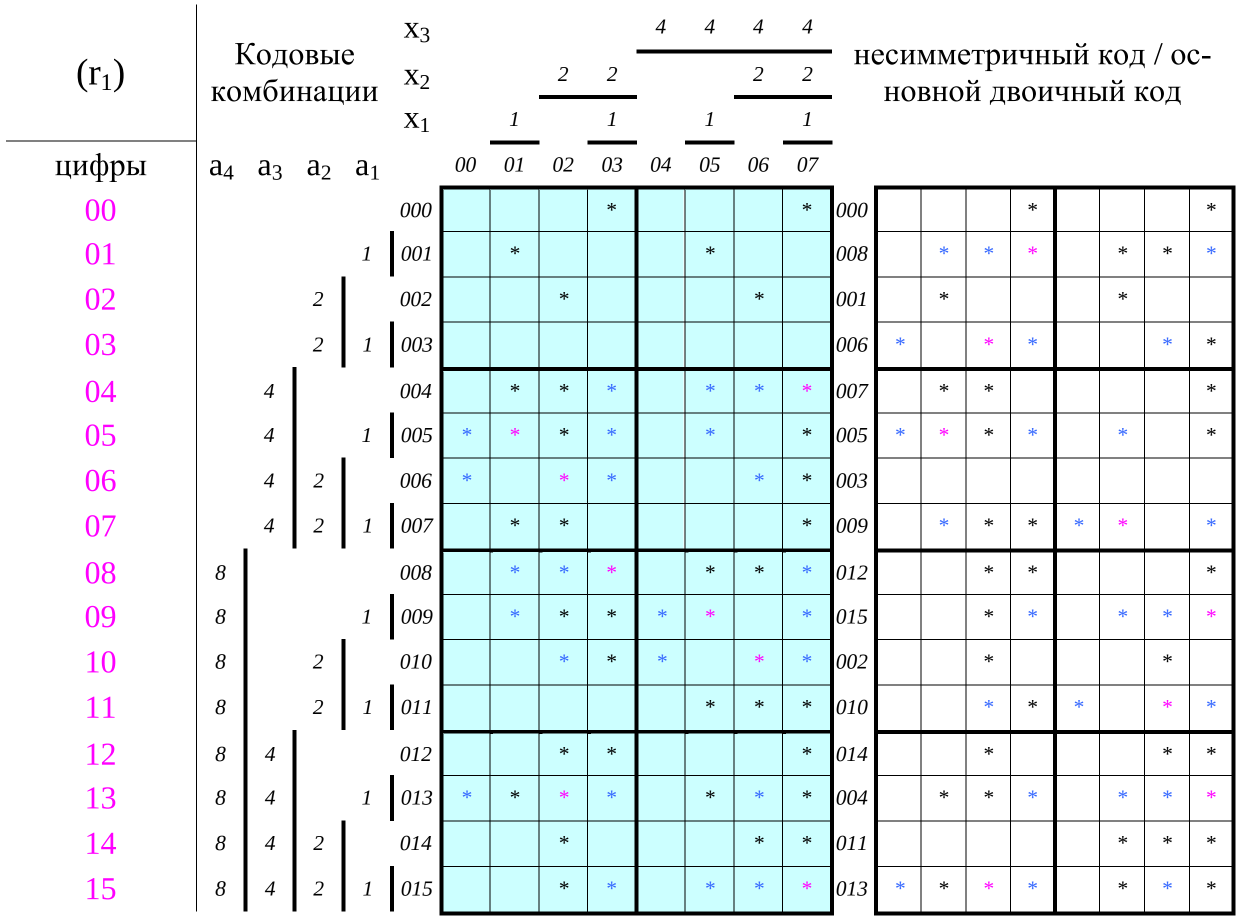


Рис. 2.46

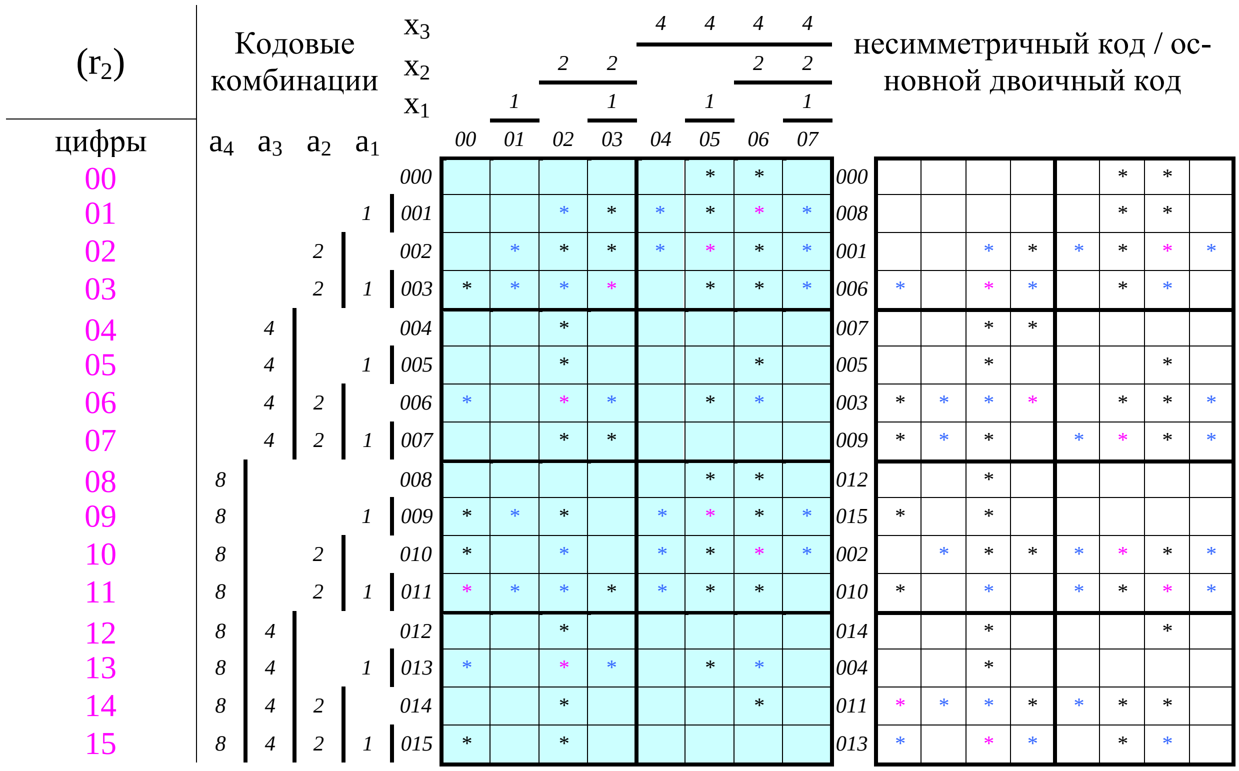


Рис. 2.47

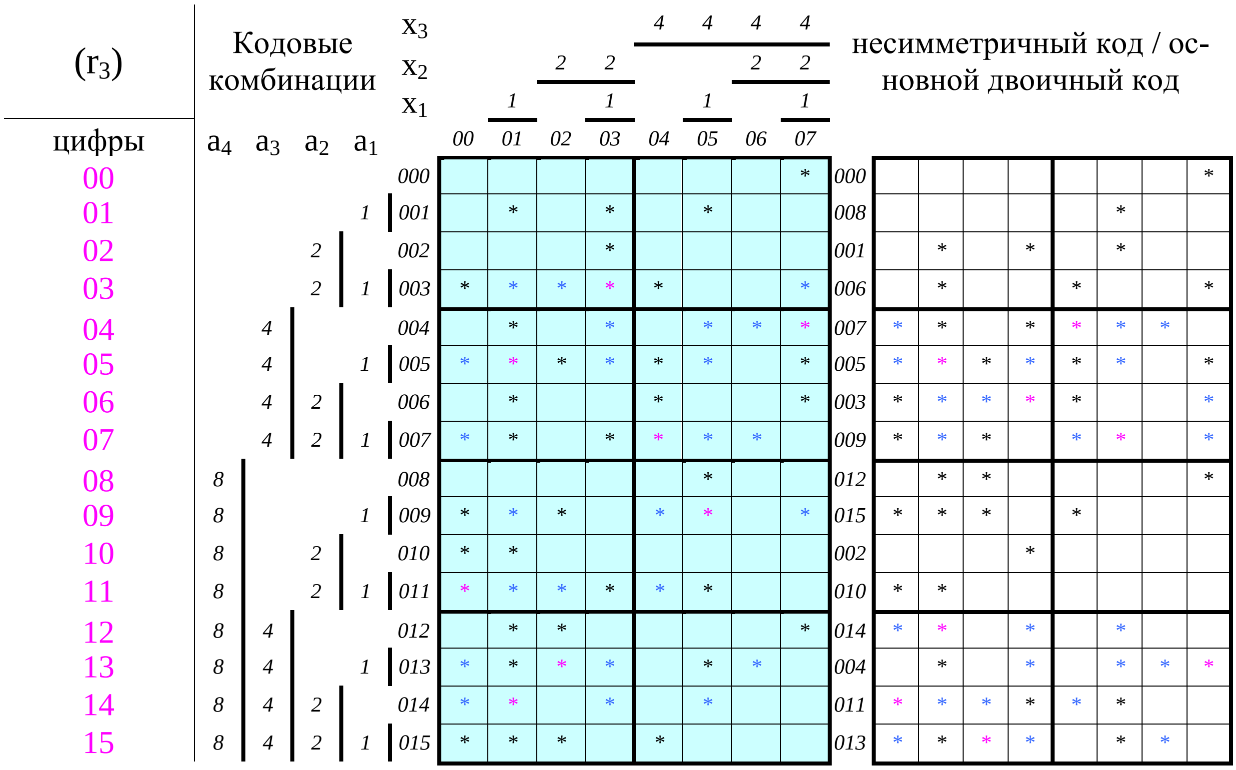


Рис. 2.48

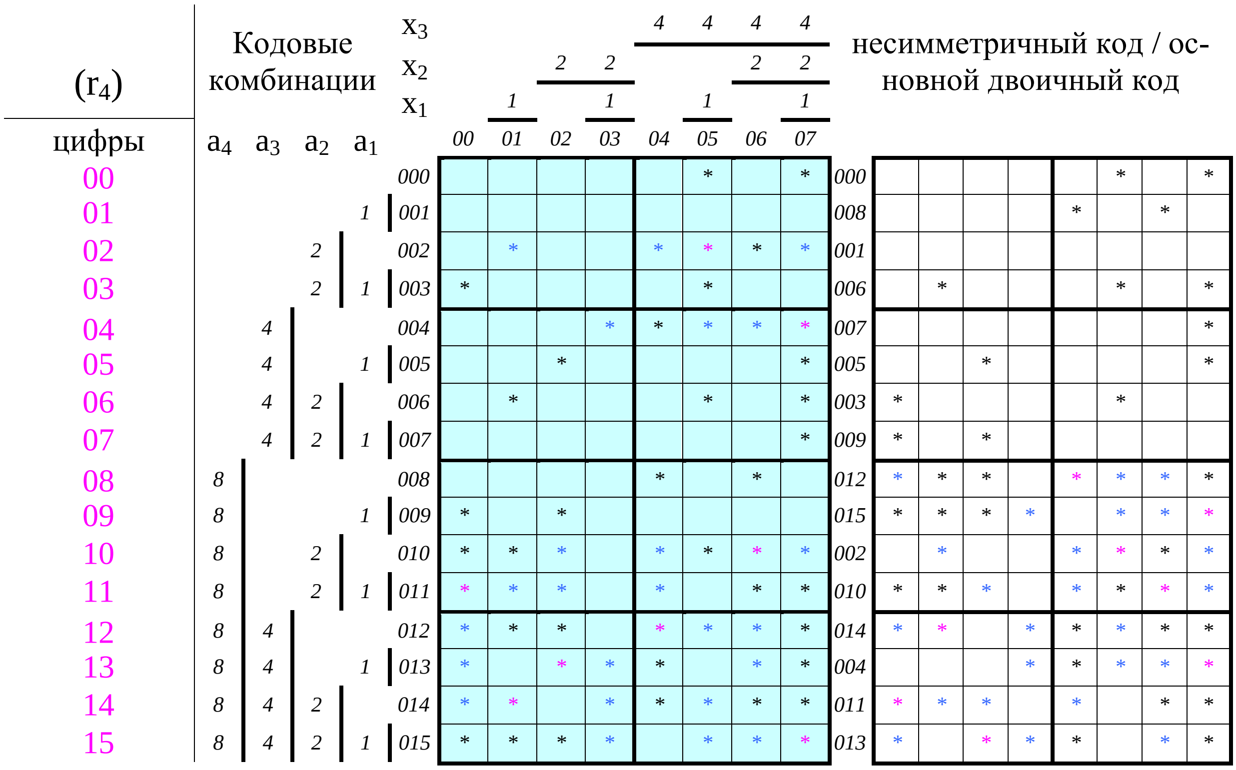


Рис. 4.49

(B)

Кодовые комбинации — несимметричный код / основной двоичный код

цифры	q_3	q_2	q_1
00			
01		2	
02			1
03	4	2	
04	4	2	1
05	4		1
06		2	1
07	4		

	00	01	02	03	04	05	06	07
y_3					4	4	4	4
y_2			2	2			2	2
y_1		1		1		1		1
000	000	000	000		000	001	002	007
001	000	001	003	006	001	001		001
002	000	005	002	006	002		002	002
003	003		003	003	004	001	003	007
004	004	005	003	006	004	004	004	
005	005	005		005	004	005	002	007
006		006	006	006	004	001	002	006
007	000	005	003	007		007	007	007

000	000	000	000		000	001	002	007
002	000	005	002	006	002		002	002
001	000	001	003	006	001	001		001
006		006	006	006	004	001	002	006
007	000	005	003	007		007	007	007
005	005	005		005	004	005	002	007
003	003		003	003	004	001	003	007
004	004	005	003	006	004	004	004	

Рис. 2.50

(B), (q_1)

Кодовые комбинации — несимметричный код / основной двоичный код

цифры	q_3	q_2	q_1
01		2	
02			1
03	4	2	
04	4	2	1
05	4		1
06		2	1
07	4		

	00	01	02	03	04	05	06	07
y_3					4	4	4	4
y_2			2	2			2	2
y_1		1		1		1		1
000						*		*
001		*	*		*	*		*
002		*						
003	*		*	*		*	*	*
004		*	*					
005	*	*		*		*		*
006						*		
007		*	*	*		*	*	*

000						*		*
002		*						
001		*	*		*	*		*
006						*		
007		*	*	*		*	*	*
005	*	*		*		*		*
003	*		*	*		*	*	*
004		*	*					

Рис. 2.51

(B), (q_2)

Кодовые комбинации — несимметричный код / основной двоичный код

цифры	q_3	q_2	q_1
00			
01		2	
02			1
03	4	2	
04	4	2	1
05	4		1
06		2	1
07	4		

	00	01	02	03	04	05	06	07
y_3					4	4	4	4
y_2			2	2			2	2
y_1		1		1		1		1
000							*	*
001			*	*				
002			*	*	*		*	*
003	*		*	*			*	*
004			*	*				
005							*	*
006		*	*	*			*	*
007			*	*		*	*	*

000							*	*
002			*	*	*		*	*
001			*	*				
006		*	*	*			*	*
007			*	*		*	*	*
005							*	*
003	*		*	*			*	*
004			*	*				

Рис. 2.52

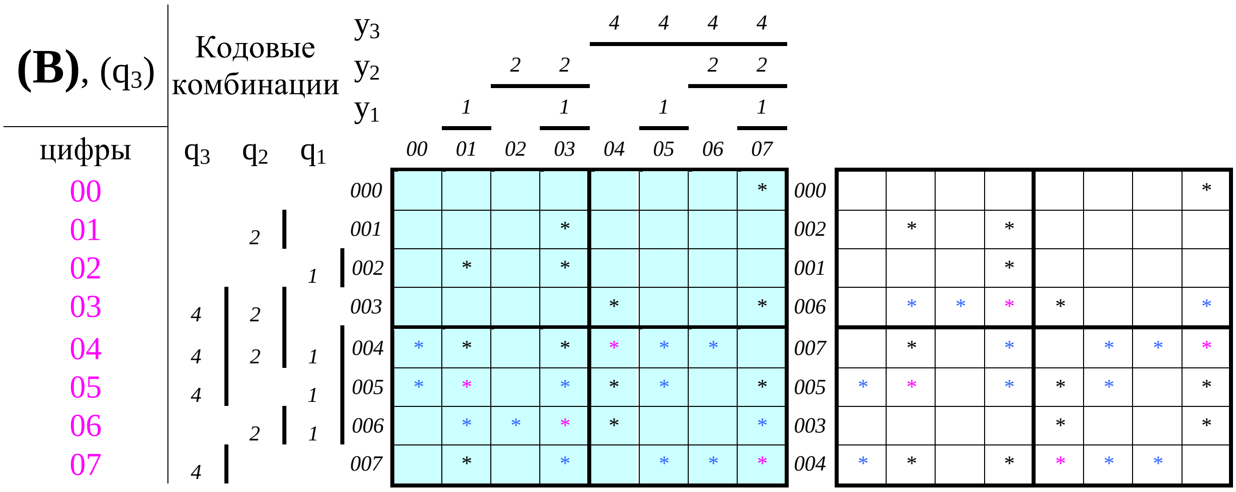


Рис. 2.53

Некоторой сложностью расшифровки сообщения адресатом может здесь служить то обстоятельство, что первый и второй байт для символа таблицы 2.9 имеют разные первичные ключи (К1) дешифратора. Здесь только в первом байте ключ К1 совпадает с ключами при использовании в линии связи основного двоичного кода, кода Грея или двоичного кода в канале связи. Чтобы ключи были одинаковыми для обоих байтов, необходимо использовать расширенную таблицу символов ASCII, содержащую 256 символов. Другими вариантами будет, как и ранее, применение одного кода в байтах символов, либо для второго байта ограничить число возможных перестановок кодовых комбинаций, остановившись только на восьми перестановках (8!) взятых из кодовых комбинаций первой половины основного двоичного кода.

Необходимо отметить что любые геометрические образы логических схем, представленные в координатах основного двоичного кода **АХ** и **АУ,** позволяют с помощью алгоритма геометрического синтеза двузначных логических функций [1] получить все возможные варианты реализации этих схем.

Этот алгоритм отличается наглядностью и простотой, не имеет ограничений по числу аргументов, о чем свидетельствуют многочисленные примеры использования этого алгоритма даже в более сложных задачах синтеза [3, 4], чем в данном случае. По этой причине, можно в ряде случаев ограничиваться представлением соответствующих геометрических образов в координатах основного двоичного кода и считать дальнейший синтез логических функции, когда получены эти геометрические образы, простой инженерной задачей.

Следовательно, геометрический образ логической функции, представленной в основной двоичной системе координат, является обобщающим для всех эквивалентных логических функций. Именно это представление логических функций будет выполняться нами в последующих главах книги при описании схем дешифраторов.

В заключение этой главы, подведем итог использования совершенных кодов основания $n = 2^4$ в формате шифрования кодовой таблицы символов ASCII при двухбайтовой их записи. Ключ адресата информации здесь может учитывать все возможные (7!) перестановки сигналов в разрядах совершенного кода, например одинаковые для первого и второго байтов каждого передаваемого символа, где в каждом из них возможно использование 192 функциональных зависимостей между информационными и контрольными разрядами кода. При этом информационная часть совершенного кода может определяться (16!) перестановками кодовых комбинаций информационной части кода в каждом байте символа. Следовательно, каждой из этих перестановок будет соответствовать определенная кодовая таблица символов при безошибочности, передаваемой информации. Логические зависимости информационных сигналов, представляемые в основном двоичном коде (a_1) – (a_4) и (b_1) – (b_3) на стороне отправителя и адресата, могут учитывать в каждом символе перестановки в разрядах передаваемых сигналов и определяют возможность исправления вносимых случайным способом ошибок по одной ошибке в любой разряд байта символа.

Сигналы разрядов индикатора, которые встроены в сообщение, могут передаваться получателю также в зашифрованном виде и служить, например, определителем размера передаваемого блока пакета, состоящим из нескольких блоков. В каждом из блоков может быть реализован иной принцип шифрования информации, что должно отражаться в соответствующем протоколе. Другим примером, использования сигналов разрядов индикатора может быть информация о включении или не включении принудительного внесения ошибок в передаваемую информацию. При этом сигналы разрядов индикатора могут иметь более высокую степень защиты от постороннего вмешательства, чем основной текст. Здесь также возможно применение разделения возможностей пользователей, по зашифрованию и разшифрованию, когда многие могут зашифровать сообщение, которое в состоянии расшифровать только один человек, или наоборот, один человек может зашифровать сообщение, которое в состояние прочесть многие.

Предложение верно, если оно выведено внутри некоторой логической системы по принятым правилам

ЭЙНШТЕЙН Альберт

Глава 3

КВАЗИСОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ В КОДОВОЙ ТАБЛИЦЕ СИМВОЛОВ ASCII

Дальнейшей возможностью использования кодов, исправляющих ошибки при двухбайтовой записи символов кодовой таблицы ASCII, является, например, применение квазисовершенного кода основания $n = 2^7$ в информационной части такого систематического кода.

Формат шифрования кодовой таблицы символов ASCII при двухбайтовой их записи, где все информационные (a_1 – a_7) и контрольные разряды представляются в двоичном стандартном коде, соответствует таблице 3.1

Таблица 3.1

Z				X				A								Символ
z_1	z_2	z_3	z_4	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		

Квазисовершенный код основания системы счисления $n = 2^7$ являются производным от совершенного кода основания системы счисления $n = 2^{11}$ ($k = 4$, $i = 11$). Число совершенных кодов этого основания $S_{11} = 2^4(11!) =$ 638 668 800, и, очевидно, не представляется возможным все их рассмотреть. По этой причине ограничимся известными 192 совершенными кодами основания $n = 2^4$ и возьмем их за основу формирования квазисовершенных кодов оснований $n = 2^{11}$.

В [3] предложен геометрический алгоритм синтеза совершенного кода основания $n = 2^{11}$, из которого в дальнейшем были сформированы квазисовершенные коды оснований $n = 2^5$ и $n = 2^6$. Выполним аналогичным образом формирование для кода основания системы счисления $n = 2^7$.

Этот алгоритм формирования поясняется рис. 3.1, где в ячейках цифровекторного пространства координат a_5 – a_{11} размещены «геометрические» фигуры σ_1 – σ_8 кодовых комбинаций (*0–7*) контрольных разрядов x_1, x_2, x_3 в координатах a_1, a_2, a_3, a_4 исходного совершенного систематического кода, например N 99 [4] основания системы счисления $n = 2^4$.

В определенных ячейках этого цифрового пространства рядом с обозначениями фигур σ_1 – σ_8 установлен вверху знак «плюс» ($^+$). Постановка этого знака означает, что фигуры σ_1 – σ_8, которые представляют определенные коды основания $n = 2^4$ кодовыми комбинациями контрольной части систематического кода этого основания, должны увеличиться на восемь единиц.

a_8

a_7

a_6

a_5

a_9	σ_1	σ_5^+	σ_6^+	σ_2	σ_7^+	σ_3	σ_4	σ_8^+	σ_8^+	σ_4	σ_3	σ_7^+	σ_2	σ_6^+	σ_5^+	σ_1
a_{10}	σ_2^+	σ_6	σ_5	σ_1^+	σ_8	σ_4^+	σ_3^+	σ_7	σ_7	σ_3^+	σ_4^+	σ_8	σ_1^+	σ_5	σ_6	σ_2^+
	σ_3^+	σ_7	σ_8	σ_4^+	σ_5	σ_1^+	σ_2^+	σ_6	σ_6	σ_2^+	σ_1^+	σ_5	σ_4^+	σ_8	σ_7	σ_3^+
a_{11}	σ_4	σ_8^+	σ_7^+	σ_3	σ_6^+	σ_2	σ_1	σ_5^+	σ_5^+	σ_1	σ_2	σ_6^+	σ_3	σ_7^+	σ_8^+	σ_4
	σ_4^+	σ_8	σ_7	σ_3^+	σ_6	σ_2^+	σ_1^+	σ_5	σ_5	σ_1^+	σ_2^+	σ_6	σ_3^+	σ_7	σ_8	σ_4^+
	σ_3	σ_7^+	σ_8^+	σ_4	σ_5^+	σ_1	σ_2	σ_6^+	σ_6^+	σ_2	σ_1	σ_5^+	σ_4	σ_8^+	σ_7^+	σ_3
	σ_2	σ_6^+	σ_5^+	σ_1	σ_8^+	σ_4	σ_3	σ_7^+	σ_7^+	σ_3	σ_4	σ_8^+	σ_1	σ_5^+	σ_6^+	σ_2
	σ_1^+	σ_5	σ_6	σ_2^+	σ_7	σ_3^+	σ_4^+	σ_8	σ_8	σ_4^+	σ_3^+	σ_7	σ_2^+	σ_6	σ_5	σ_1^+

Рис. 3.1

В табл. 3.2 приведены значения кодовых комбинаций *00 – 07* контрольных разрядов для каждой из фигур $\sigma_1 - \sigma_8$. Для квазисовершенного кода основания системы счисления $n = 2^7$, в соответствии с данными рис. 3.1, в котором должны быть исключены столбцы и строки для сигналов разрядов $a_8 - a_{11}$, необходимо знание только восьми фигур этого рисунка (σ_1, σ_5^+, σ_6^+,σ_2, σ_7^+, σ_3, σ_4, σ_8^+). Эти фигуры на рис. 3.1, а также в табл. 3.2 отмечены красным цветом.

На примере кода N 99 в соответствии с табл. 3.2 определим кодовые комбинации информационной и контрольной частей кода основания системы счисления $n = 2^7$. Эти кодовые комбинации задаются данными рис. 3.2, *а*. На этом рисунке все цифро-векторное пространство координат $a_5 - a_7$ разбито на восемь частей пространств координат $a_1 - a_4$ соответственно для σ_1, σ_5^+, σ_6^+,σ_2, σ_7^+, σ_3, σ_4, σ_8^+, где первая часть (σ_1) – это кодовые комбинации контрольной части в информационных координатах $a_1 - a_4$ совершенного кода N 99. Контрольные разряды для этой части пространства (см. табл. 3.2) записываются в следующем порядке следования $x_1\ x_2\ x_3$.

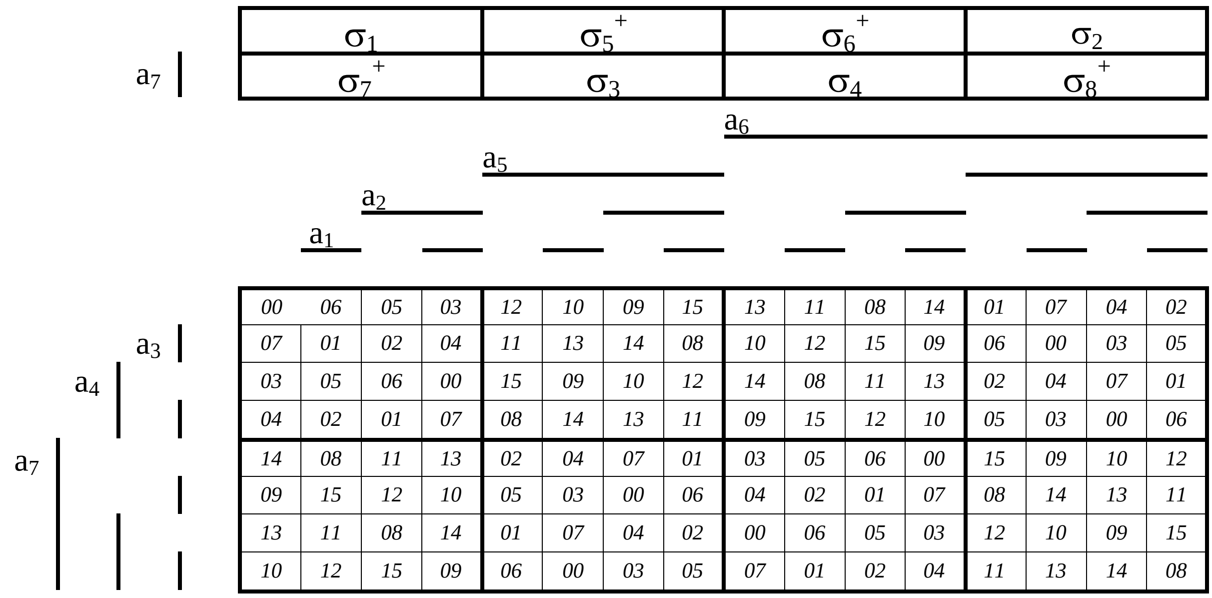
Вторая часть σ_5^+ пространства формируется из первой его части при инвертировании (см. табл. 3.2) третьего контрольного разряда ($x_1\ x_2\ \underline{x}_3$) в σ_1, такое преобразование приводит к тому, что кодовая комбинация *00* заменяется кодовой комбинацией *12*; кодовая комбинация *06* заменяется кодовой комбинацией *10* и т. д.

Третья часть σ_6^+ пространства формируется из первой его части при инвертировании (см. табл. 3.2) первого и третьего контрольных разрядов ($\underline{x}_1\ x_2\ \underline{x}_3$) в σ_1, в результате этого кодовая комбинация *00* заменяется кодовой комбинацией *13*; кодовая комбинация *06* заменяется кодовой комбинацией *11* и т. д.

Из этого представления очевиден дальнейший порядок заполнения всех ячеек пространства (рис. 3.2, *а*) кодовыми комбинациями новых контрольных разрядов (x_1 x_2 x_3 x_4) для квазисовершенного кода системы счисления основания $n = 2^7$.

Таблица 3.2

σ_i, σ_i^+	Кодовые комбинации контрольных разрядов								Контрольные разряды
σ_1	*00*	*01*	*02*	*03*	*04*	*05*	*06*	*07*	x_1 x_2 x_3
$\sigma_1^+(\sigma_1+8)$	*08*	*09*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	
σ_2	*01*	*00*	*03*	*02*	*05*	*04*	*07*	*06*	$\underline{x}_1$ x_2 x_3
$\sigma_2^+(\sigma_2+8)$	*09*	*08*	*11*	*10*	*13*	*12*	*15*	*14*	
σ_3	*02*	*03*	*00*	*01*	*06*	*07*	*04*	*05*	x_1 $\underline{x}_2$ x_3
$\sigma_3^+(\sigma_3+8)$	*10*	*11*	*08*	*09*	*14*	*15*	*12*	*13*	
σ_4	*03*	*02*	*01*	*00*	*07*	*06*	*05*	*04*	$\underline{x}_1$ $\underline{x}_2$ x_3
$\sigma_4^+(\sigma_4+8)$	*11*	*10*	*09*	*08*	*15*	*14*	*13*	*12*	
σ_5	*04*	*05*	*06*	*07*	*00*	*01*	*02*	*03*	x_1 x_2 $\underline{x}_3$
$\sigma_5^+(\sigma_5+8)$	*12*	*13*	*14*	*15*	*08*	*09*	*10*	*11*	
σ_6	*05*	*04*	*07*	*06*	*01*	*00*	*03*	*02*	$\underline{x}_1$ x_2 $\underline{x}_3$
$\sigma_6^+(\sigma_6+8)$	*13*	*12*	*15*	*14*	*09*	*08*	*11*	*10*	
σ_7	*06*	*07*	*04*	*05*	*02*	*03*	*00*	*01*	x_1 $\underline{x}_2$ $\underline{x}_3$
$\sigma_7^+(\sigma_7+8)$	*14*	*15*	*12*	*13*	*10*	*11*	*08*	*09*	
σ_8	*07*	*06*	*05*	*04*	*03*	*02*	*01*	*00*	$\underline{x}_1$ $\underline{x}_2$ $\underline{x}_3$
$\sigma_8^+(\sigma_8+8)$	*15*	*14*	*13*	*12*	*11*	*10*	*09*	*08*	



00	*06*	*05*	*03*	*12*	*10*	*09*	*15*	*13*	*11*	*08*	*14*	*01*	*07*	*04*	*02*
07	*01*	*02*	*04*	*11*	*13*	*14*	*08*	*10*	*12*	*15*	*09*	*06*	*00*	*03*	*05*
03	*05*	*06*	*00*	*15*	*09*	*10*	*12*	*14*	*08*	*11*	*13*	*02*	*04*	*07*	*01*
04	*02*	*01*	*07*	*08*	*14*	*13*	*11*	*09*	*15*	*12*	*10*	*05*	*03*	*00*	*06*
14	*08*	*11*	*13*	*02*	*04*	*07*	*01*	*03*	*05*	*06*	*00*	*15*	*09*	*10*	*12*
09	*15*	*12*	*10*	*05*	*03*	*00*	*06*	*04*	*02*	*01*	*07*	*08*	*14*	*13*	*11*
13	*11*	*08*	*14*	*01*	*07*	*04*	*02*	*00*	*06*	*05*	*03*	*12*	*10*	*09*	*15*
10	*12*	*15*	*09*	*06*	*00*	*03*	*05*	*07*	*01*	*02*	*04*	*11*	*13*	*14*	*08*

Рис. 3.2 *а*)

Выполняя в таком цифро-векторном пространстве рис. 3.2, *а* последовательно замены сигналов разрядов a_6 на a_7 (рис. 3.2, *б*), а затем – a_5 на a_4 (рис. 3.2, *в*), получим необходимый стандартный вариант представления цифро-векторного пространства. При последовательных шагах прохождения ячеек этого пространства слева направо и сверху в низ от номера *000* до номера *127* информационной части кода, в его ячейках оказываются записанными соответствующие этим номерам кодовые комбинации (*00 – 15*) контрольной части квазисовершенного кода основания n = 2^7.

a_7 a_5 a_2 a_1

a_3 a_4 a_6

00	*06*	*05*	*03*	*12*	*10*	*09*	*15*	*14*	*08*	*11*	*13*	*02*	*04*	*07*	*01*
07	*01*	*02*	*04*	*11*	*13*	*14*	*08*	*09*	*15*	*12*	*10*	*05*	*03*	*00*	*06*
03	*05*	*06*	*00*	*15*	*09*	*10*	*12*	*13*	*11*	*08*	*14*	*01*	*07*	*04*	*02*
04	*02*	*01*	*07*	*08*	*14*	*13*	*11*	*10*	*12*	*15*	*09*	*06*	*00*	*03*	*05*
13	*11*	*08*	*14*	*01*	*07*	*04*	*02*	*03*	*05*	*06*	*00*	*15*	*09*	*10*	*12*
10	*12*	*15*	*09*	*06*	*00*	*03*	*05*	*04*	*02*	*01*	*07*	*08*	*14*	*13*	*11*
14	*08*	*11*	*13*	*02*	*04*	*07*	*01*	*00*	*06*	*05*	*03*	*12*	*10*	*09*	*15*
09	*15*	*12*	*10*	*05*	*03*	*00*	*06*	*07*	*01*	*02*	*04*	*11*	*13*	*14*	*08*

Рис. 3.2 *б*)

a_4 a_3 a_2 a_1

a_5 a_6 a_7

00	*06*	*05*	*03*	*07*	*01*	*02*	*04*	*03*	*05*	*06*	*00*	*04*	*02*	*01*	*07*
12	*10*	*09*	*15*	*11*	*13*	*14*	*08*	*15*	*09*	*10*	*12*	*08*	*14*	*13*	*11*
13	*11*	*08*	*14*	*10*	*12*	*15*	*09*	*14*	*08*	*11*	*13*	*09*	*15*	*12*	*10*
01	*07*	*04*	*02*	*06*	*00*	*03*	*05*	*02*	*04*	*07*	*01*	*05*	*03*	*00*	*06*
14	*08*	*11*	*13*	*09*	*15*	*12*	*10*	*13*	*11*	*08*	*14*	*10*	*12*	*15*	*09*
02	*04*	*07*	*01*	*05*	*03*	*00*	*06*	*01*	*07*	*04*	*02*	*06*	*00*	*03*	*05*
03	*05*	*06*	*00*	*04*	*02*	*01*	*07*	*00*	*06*	*05*	*03*	*07*	*01*	*02*	*04*
15	*09*	*10*	*12*	*08*	*14*	*13*	*11*	*12*	*10*	*09*	*15*	*11*	*13*	*14*	*08*

Рис. 3.2 *в*)

a_4 a_3 a_2 a_1

a_5 a_6 a_7

000	*001*	*002*	*003*	*004*	*005*	*006*	*007*	*008*	*009*	*010*	*011*	*012*	*013*	*014*	*015*
016	*017*	*018*	*019*	*020*	*021*	*022*	*023*	*024*	*025*	*026*	*027*	*028*	*029*	*030*	*031*
032	*033*	*034*	*035*	*036*	*037*	*038*	*039*	*040*	*041*	*042*	*043*	*044*	*045*	*046*	*047*
048	*049*	*050*	*051*	*052*	*053*	*054*	*044*	*056*	*057*	*048*	*056*	*060*	*051*	*062*	*063*
064	*065*	*066*	*067*	*068*	*069*	*070*	*071*	*072*	*073*	*074*	*075*	*076*	*077*	*078*	*079*
080	*081*	*082*	*083*	*084*	*085*	*086*	*087*	*088*	*089*	*090*	*091*	*092*	*093*	*094*	*095*
096	*097*	*098*	*099*	*100*	*101*	*102*	*103*	*104*	*105*	*106*	*107*	*108*	*109*	*110*	*111*
112	*113*	*114*	*115*	*116*	*117*	*118*	*119*	*120*	*121*	*122*	*123*	*124*	*125*	*126*	*127*

Рис. 3.3

Подобные преобразования можно выполнить, взяв за исходный код любой из 192 совершенных кодов основания $n = 2^4$. Из полученных таким образом квазисовершенного кода основания $n = 2^7$, можно получить новые квазисовершенные коды мысленными поворотами относительно осей этого пространства (см. раздел 1.5 первой главы). Таким образом, число квазисовершенных кодов станет равным $S_7 = (2^4)\ (7!) = 80640$, что приемлемо для их анализа и выделения определенных классов и подклассов.

a_4 a_3 a_2 a_1 a_5 a_6 a_7

00	06	05	03	12	10	09	15	13	11	08	14	01	07	04	02
07	01	02	04	11	13	14	08	10	12	15	09	06	00	03	05
03	05	06	00	15	09	10	12	14	08	11	13	02	04	07	01
04	02	01	07	08	14	13	11	09	15	12	10	05	03	00	06
14	08	11	13	02	04	07	01	03	05	06	00	15	09	10	12
09	15	12	10	05	03	00	06	04	02	01	07	08	14	13	11
13	11	08	14	01	07	04	02	00	06	05	03	12	10	09	15
10	12	15	09	06	00	03	05	07	01	02	04	11	13	14	08

Рис. 3.4

a_4 a_3 a_2 a_1 a_5 a_6 a_7

00	06	05	03	12	10	09	15	14	08	11	13	02	04	07	01
07	01	02	04	11	13	14	08	09	15	12	10	05	03	00	06
03	05	06	00	15	09	10	12	13	11	08	14	01	07	04	02
04	02	01	07	08	14	13	11	10	12	15	09	06	00	03	05
13	11	08	14	01	07	04	02	03	05	06	00	15	09	10	12
10	12	15	09	06	00	03	05	04	02	01	07	08	14	13	11
14	08	11	13	02	04	07	01	00	06	05	03	12	10	09	15
09	15	12	10	05	03	00	06	07	01	02	04	11	13	14	08

Рис. 3.5

Тогда, например, данные ячеек рис. 3.2, *а* и рис. 3.2, *б* могут рассматриваться в качестве данных новых квазисовершенных кодов, полученных из кода рис. 3.2, *в* [координаты 1234567] мысленными поворотами относительно осей цифро-векторного пространства. Эти повороты соответствуют мысленной замене исходных координат 1234567 соответственно на 1256347 и 1257346. Фактические же координаты цифро-векторного пространства для этих двух новых кодов остаются неизменными – 1234567 (рис. 3.4, рис. 3.5).

3.1. Кодовая таблица символов ASCII, где сигналы A'$_i$ в основном двоичном коде

В качестве примера при составлении кодовой таблицы символов ASCII примем квазисовершенный код, задаваемый схемой соответствия кодовых комбинаций информационной части кода и контрольной, представленных на рис. 3.2, *в* в пространстве координат $a_1 - a_7$. Из этого рисунка непосредственно определяются геометрические образы сигналов x_1, x_2, x_3, x_4 шифратора (рис. 3.6) и логические схемы их формирования.

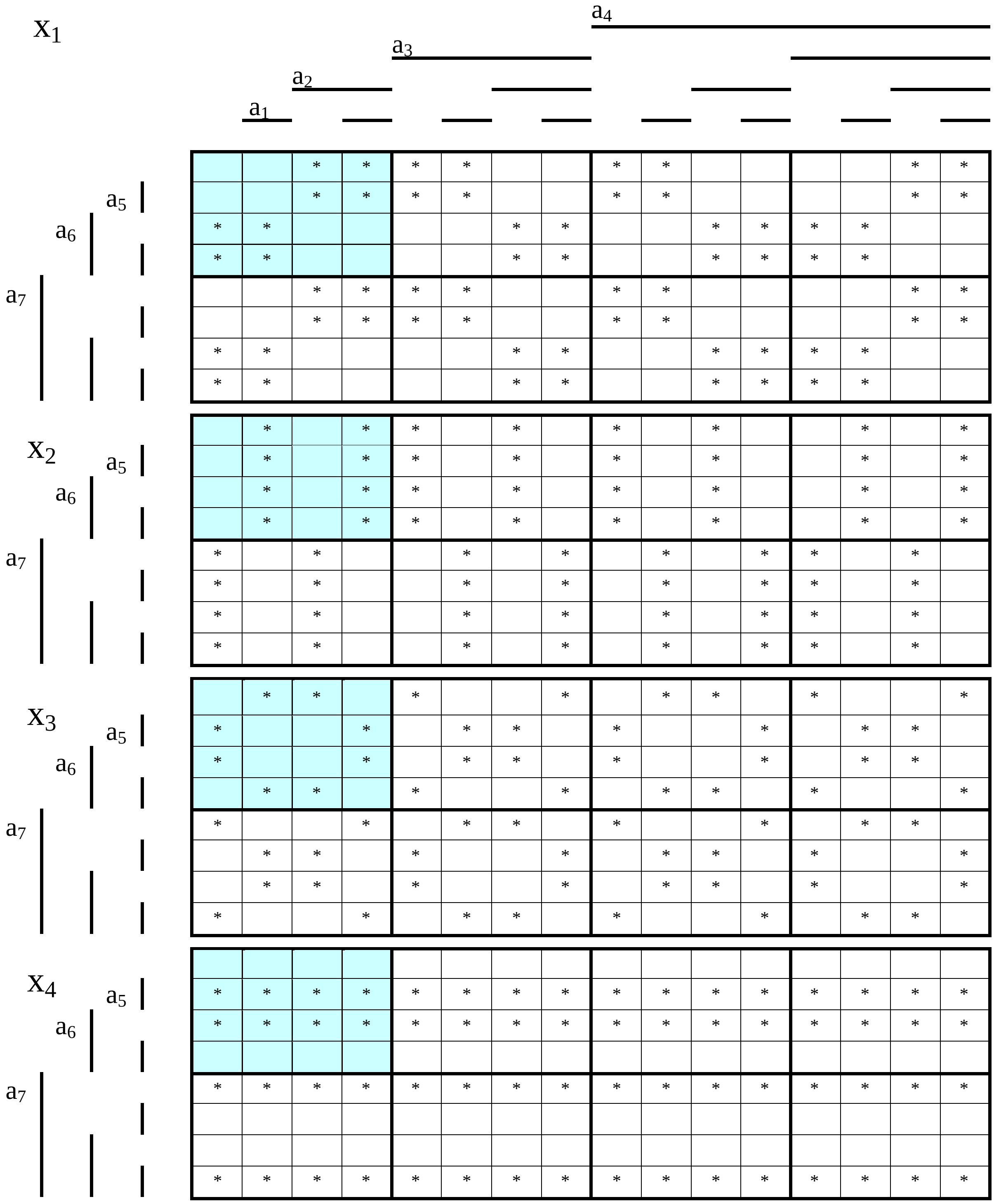


Рис. 3.6

$$x_1 = \underline{a}_3\underline{a}_4K1 \vee \underline{a}_3\underline{a}_4K1 \vee a_3\underline{a}_4\underline{K1} \vee \underline{a}_3a_4\underline{K1}, \tag{3.1.1}$$

где $K1 = a_2\underline{a}_6 \vee \underline{a}_2a_6$;

$$x_2 = a_1\underline{a}_3\underline{a}_4\underline{a}_7 \vee a_1a_3\underline{a}_4a_7 \vee a_1\underline{a}_3a_4\underline{a}_7 \vee a_1a_3a_4\underline{a}_7 \vee \underline{a}_1\underline{a}_3\underline{a}_4a_7 \vee \underline{a}_1a_3\underline{a}_4\underline{a}_7 \vee$$
$$\vee \underline{a}_1\underline{a}_3a_4a \vee a_1a_3a_4a_7; \tag{3.1.2}$$

$$x_3 = \underline{a}_3\underline{a}_7K2 \vee a_3a_7K2 \vee a_3\underline{a}_7\underline{K2} \vee \underline{a}_3a_7\underline{K2}, \tag{3.1.3}$$

где $K2 = a_1\underline{a}_2\underline{a}_5\underline{a}_6 \vee \underline{a}_1a_2\underline{a}_5\underline{a}_6 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2a_5\underline{a}_6 \vee a_1a_2a_5\underline{a}_6 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2\underline{a}_5a_6 \vee a_1a_2\underline{a}_5a_6 \vee$
$\vee a_1\underline{a}_2a_5a_6 \vee \underline{a}_1a_2a_5a_6$;

$$x_4 = a_5\underline{a}_6\underline{a}_7 \vee \underline{a}_5a_6\underline{a}_7 \vee \underline{a}_5\underline{a}_6a_7 \vee a_5a_6a_7. \tag{3.1.4}$$

Эта схема шифратора является общей для всех (n!) кодовых таблиц символов ASCII, где используется функциональная зависимость, определяемая рис. 3.2, *в*.

Общеизвестная кодовая таблица символов ASCII для двухбайтового их представления при безошибочности информации и использовании выбранного нами в качестве примера квазисовершенного кода, соответствует таблице 3.3.

В этой таблице контрольные разряды ($x_1 - x_4$) выделяются – синим цветом, информационные ($a_1 - a_7$) – черным, а сигнальные ($z_1 - z_4$) – голубым. Контрольные и сигнальные разряды в соответствии с принятым форматом образуют первый байт символов, второй байт – это информационные разряды. При этом определение символов осуществляется, как и ранее, по общему кортежу контрольных и информационных разрядов.

Общее число возможных шифров, т. е. кодовых таблиц, будет определяться следующим выражением **Σ** = (7!) (128!) (638 668 800), где первый множитель определяет только перестановки кортежа информационных разрядов, оставив неизменным кортеж контрольных разрядов, второй – все возможные двоичные коды основания n = 128, третий – все возможные квазисовершенные коды этого основания системы счисления. Автор не берется смелости записать это астрономическое число. Такую криптосистему даже теоретически невозможно раскрыть.

При использовании только стандартного двоичного принципа формирования информационной части квазисовершенного кода, когда второй сомножитель равен единице, число возможных шифров **Σ** = 3 218 890 752 000.

При ограничении числа квазисовершенный кодов этого основания системы счисления $S_7 = (2^4)\ (7!) = 80640$ число возможных шифров станет не таким огромным **Σ** = 406 425 600, но также вполне достаточным для создания практически нераскрываемой криптосистемы (effectively unbreakable cryptosystem).

Все эти подсчеты выполнены здесь без учета возможности внесения случайным образом (cryptographic randomization) исправляемых на стороне получателя ошибок. При этом если в линии связи возможно появления значительных помех, то эту возможность внесения ошибок можно предоставить этим помехам.

Таблица 3.3

цифра	Z	X A	Символ	цифра	Z	X A	Символ
000	0000	0000 0000000	NUL	064	0000	0111 0000001	@
001		0110 1000000	SOH	065		0001 1000001	A
002		1010 0100000	STX	066		1101 0100001	B
003		1100 1100000	ETX	067		1011 1100001	C
004		1110 0010000	EOT	068		1001 0010001	D
005		1000 1010000	ENQ	069		1111 1010001	E
006		0100 0110000	ACK	070		0011 0110001	F
007		0010 1110000	BEL	071		0101 1110001	G
008		1100 0001000	BS	072		1011 0001001	H
009		1010 1001000	HT	073		1101 1001001	I
010		0110 0101000	LF	074		0001 0101001	J
011		0000 1101000	VT	075		0111 1101001	K
012		0010 0011000	FF	076		0101 0011001	L
013		0100 1011000	CR	077		0011 1011001	M
014		1000 0111000	SO	078		1111 0111001	N
015		1110 1111000	SI	079		1001 1111001	O
016		0011 0000100	DLE	080		0100 0000101	P
017		0101 1000100	DC1	081		0010 1000101	Q
018		1001 0100100	DC2	082		1110 0100101	R
019		1111 1100100	DC3	083		1000 1100101	S
020		1101 0010100	DC4	084		1010 0010101	T
021		1011 1010100	NAK	085		1100 1010101	U
022		0111 0110100	SYN	086		0000 0110101	V
023		0001 1110100	ETB	087		0110 1110101	W
024		1111 0001100	CAN	088		1000 0001101	X
025		1001 1001100	EM	089		1110 1001101	Y
026		0101 0101100	SUB	090		0010 0101101	Z
027		0011 1101100	ESC	091		0100 1101101	[
028		0001 0011100	FS	092		0110 0011101	\
029		0111 1011100	GS	093		0000 1011101	]
030		1011 0111100	RS	094		1100 0111101	^
031		1101 1111100	US	095		1010 1111101	_

Продолжение таблицы 3.3

цифра	Z	X A	Символ	цифра	Z	X A	Символ
032	0000	1011 0000010	Пробел	096	0000	1100 0000011	`
033		1101 1000010	!	097		1010 1000011	a
034		0001 0100010	“	098		0110 0100011	b
035		0111 1100010	#	099		0000 1100011	c
036		0101 0010010	$	100		0010 0010011	d
037		0011 1010010	%	101		0100 1010011	e
038		1111 0110010	&	102		1000 0110011	f
039		1001 1110010	‘	103		1110 1110011	g
040		0111 0001010	(	104		0000 0001011	h
041		0001 1001010	)	105		0110 1001011	i
042		1101 0101010	*	106		1010 0101011	j
043		1011 1101010	+	107		1100 1101011	k
044		1001 0011010	,	108		1110 0011011	l
045		1111 1011010	-	109		1000 1011011	m
046		0011 0111010	.	110		0100 0111011	n
047		0101 1111010	/	111		0010 1111011	o
048		1000 0000110	0	112		1111 0000111	p
049		1110 1000110	1	113		1001 1000111	q
050		0010 0100110	2	114		0101 0100111	r
051		0100 1100110	3	115		0011 1100111	s
052		0110 0010110	4	116		0001 0010111	t
053		0000 1010110	5	117		0111 1010111	u
054		1100 0110110	6	118		1011 0110111	v
055		1010 1110110	7	119		1101 1110111	w
056		0100 0001110	8	120		0011 0001111	x
057		0010 1001110	9	121		0101 1001111	y
058		1110 0101110	:	122		1001 0101111	z
059		1000 1101110	;	123		1111 1101111	{
060		1010 0011110	<	124		1101 0011111	|
061		1100 1011110	=	125		1011 1011111	}
062		0000 0111110	>	126		0111 0111111	~
063		0110 1111110	?	127		0001 1111111	DEL

Для определения логических зависимостей при одиночных ошибках в информационной или контрольной частях систематического квазисовершенного кода обратимся к многомерному пространству координат их кодовых комбинаций (рис. 3.7 *а, б, в, г*).

В ячейках этого многомерного пространства, определяемых данными координат рис. 3.2, *в,* записаны безошибочные кодовые комбинации информационной части систематического кода (*000* – *127*). В остальных ячейках записаны такие же кодовые комбинации при одиночной ошибке в информационной части кода – (*000 – 127*), а также одиночные ошибки в контрольной его части – (*000 – 127*).

Определение координат одиночных ошибок задается таблицей 3.4 [1]. Например, данные в ячейке с координатами *000*, при одиночной ошибке запишутся в ячейки с координатами *001, 002, 004, 008, 016, 032, 064* (первая строка таблицы); данные в ячейке с координатами *001*, при одиночной ошибке запишутся в ячейки с координатами *000, 003, 004, 009, 017, 033, 065* (вторая строка таблицы) и т. д. В последней строке таблицы, данные ячейки с координатами *127*, при одиночной ошибке запишутся в ячейки с координатами *063, 095, 111, 119, 123, 125, 126.*

Первый столбец этой таблицы определяет в нашем случае координаты безошибочных кодовых комбинаций информационной части систематического кода (*000* – *127*). Если одиночная ошибка произошла в контрольной части кода, то кодовая комбинация информационной части систематического кода записывается, в соответствующие ячейки, синим цветом (*000 – 127*), а если одиночная ошибка произошла непосредственно в информационной части кода – черным цветом (*000 – 127*).

Вариантом логической схемы дешифратора, которая и есть секретный ключ, сообщаемый получателю, может быть принята одна из конкретных перестановок кортежа [1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11] из контрольных и информационных разрядов. Дальнейшим усложнением секретного ключа является возможность исправления одиночных ошибок, которые по случайному способу заносятся в шифратор для каждого передаваемого символа таблицы 3.3.

Для определения геометрических образов исправленных сигналов, например информационных разрядов (a_1) – (a_7), необходимо для каждого из них произвести в многомерном цифровом пространстве, в ячейках которого записаны информационные кодовые комбинации, их замену на звездочки (*) в соответствии общеизвестными логическими зависимостями, например, для

$$
\begin{aligned}
(a_1) = {} & 001 \vee 003 \vee 005 \vee 007 \vee 009 \vee 011 \vee 013 \vee 015 \\
& \vee 017 \vee 019 \vee 021 \vee 023 \vee 025 \vee 027 \vee 029 \vee 031 \\
& \dots \\
& \vee 113 \vee 115 \vee 117 \vee 119 \vee 121 \vee 123 \vee 125 \vee 127.
\end{aligned}
$$

и т. д.

(A) Кодовые комбинации

x_1 x_2 x_3 x_4

цифры	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1		000	001	002	003	004	005	006	007	008	009	010	011	012	013	014	015
000								000	000	000	000	008	000	002	001	004	000			033	016	032	064	
001							1	001	000	005	001	003	001	009	001	001	065		017				001	
002						2		002	000	002	006	003	002	002	010	002		018		066		002		
003						2	1	003	011	003	003	003	007	002	001	003	034			003		067	035	019
004					4			004	000	005	006	004	012	004	004	004		068	036	020				004
005					4		1	005	005	005	013	005	007	005	001	004		005			037	021		069
006					4	2		006	006	014	006	006	007	002	006	004			006		070		022	038
007					4	2	1	007	007	005	006	003	007	007	007	015	023	039	071		007			
008				8				008	000	008	008	008	012	009	010	008				008		072	040	024
009				8			1	009	011	009	013	008	009	009	001	009	041	025		073		009		
010				8		2		010	011	014	010	008	010	002	010	010	074		026	042			010	
011				8		2	1	011	011	011	011	003	011	009	010	015	011				027	043	075	
012				8	4			012	012	014	013	008	012	012	012	004	028	044	076		012			
013				8	4		1	013	013	005	013	013	012	009	013	015			013		077		029	045
014				8	4	2		014	014	014	006	014	012	014	010	015		014			046	030		078
015				8	4	2	1	015	011	014	013	015	007	015	015	015		079	047	031				015
016			16					016	000	048	080		016				016	018	017	020	016	016	016	024
017			16				1	017			017		081		001	049	017	025	017	017	016	021	017	019
018			16			2		018		018			050	002		082	018	018	026	018	016	018	022	019
019			16			2	1	019		083	051	003				019	023	018	017	019	027	019	019	019
020			16		4			020				020		084	052	004	028	020	020	020	016	021	022	020
021			16		4		1	021	053	005		085		021			023	021	017	020	021	021	029	021
022			16		4	2		022	086		006	054			022		023	018	022	020	022	030	022	022
023			16		4	2	1	023	023				007	055	087		023	023	023	031	023	021	022	019
024			16	8				024		087	056	008				024	028	025	026	024	016	024	024	024
025			16	8			1	025		025			057	009		089	025	025	017	025	027	025	029	024
026			16	8		2		026			026		090		010	058	026	018	026	026	027	030	026	024
027			16	8		2	1	027	011	059	091		027				027	025	026	031	027	027	027	019
028			16	8	4			028	028				012	060	092		028	028	028	020	028	030	029	024
029			16	8	4		1	029	093		013	061			029		028	025	029	031	029	021	029	029
030			16	8	4	2		030	062	014		094		030			028	030	026	031	030	030	022	030
031			16	8	4	2	1	031				031		095	063	015	023	031	031	031	027	030	029	031

Рис. 3.7 *а*)

(A)

Кодовые комбинации

x_4 x_3 x_2 x_1

цифры	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1		000	001	002	003	004	005	006	007	008	009	010	011	012	013	014	015
032		32						032	000	048		096		032			034	032	036	033	032	032	040	032
033		32					1	033				033		097	001	049	041	033	033	033	037	032	035	033
034		32				2		034	034				050	002	098		034	034	034	042	034	032	035	038
035		32				2	1	035	099		051	003			035		034	039	035	033	035	043	035	035
036		32			4			036			036		100		052	004	036	044	036	036	037	032	036	038
037		32			4		1	037	053	005	101		037				037	039	036	033	037	037	037	045
038		32			4	2		038		102	006	054				038	034	039	036	038	046	038	038	038
039		32			4	2	1	039		039			007	055		103	039	039	047	039	037	039	035	038
040		32		8				040	104		056	008			040		041	044	040	042	040	032	040	040
041		32		8			1	041	041				057	009	105		041	041	041	033	041	043	040	045
042		32		8		2		042				042		106	010	058	034	042	042	042	046	043	040	042
043		32		8		2	1	043	011	059		107		043			041	043	047	042	043	043	035	043
044		32		8	4			044		044			012	060		108	044	044	036	044	046	044	040	045
045		32		8	4		1	045		109	013	061				045	041	044	047	045	037	045	045	045
046		32		8	4	2		046	062	014	110		046				046	044	047	042	046	046	046	038
047		32		8	4	2	1	047			047		111		063	015	047	039	047	047	046	043	047	045
048		32	16					048	048	048	056	048	050	048	052	049		048			016	032		112
049		32	16				1	049	053	048	051	049	057	049	049	049		113	017	033				049
050		32	16			2		050	050	048	051	054	050	050	050	058	034	018	114		050			
051		32	16			2	1	051	051	059	051	051	050	055	051	049			051		115		035	019
052		32	16		4			052	053	048	052	054	052	060	052	052	116		036	020			052	
053		32	16		4		1	053	053	053	053	061	053	055	052	049	053				037	021	117	
054		32	16		4	2		054	062	054	054	054	050	055	052	054				054		118	022	038
055		32	16		4	2	1	055	053	055	051	054	055	055	063	055	023	039		119		055		
056		32	16	8				056	056	048	056	056	057	060	056	058			056		120		040	024
057		32	16	8			1	057	057	059	056	061	057	057	057	049	041	025	121		057			
058		32	16	8		2		058	062	059	056	058	050	058	058	058		122	026	042				058
059		32	16	8		2	1	059	059	059	051	059	057	059	063	058		059			027	043		123
060		32	16	8	4			060	062	060	056	061	060	060	052	060	028	044		124		060		
061		32	16	8	4		1	061	053	061	061	061	057	060	063	061				061		125	029	045
062		32	16	8	4	2		062	062	062	062	054	062	060	063	058	062				046	030	126	
063		32	16	8	4	2	1	063	062	059	063	061	063	055	063	063	127		047	031			063	

Рис. 3.7 *б*)

(A) Кодовые комбинации

x_4 x_3 x_2 x_1

цифры	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1		*000*	*001*	*002*	*003*	*004*	*005*	*006*	*007*	*008*	*009*	*010*	*011*	*012*	*013*	*014*	*015*
064	64							064	000		080	096			064		065	068	064	066	064	072	064	064
065	64						1	065	065				081	097	001		065	065	065	073	065	067	064	069
066	64					2		066				066		002	098	082	074	066	066	066	070	067	064	066
067	64					2	1	067	099	083		003		067			065	067	071	066	067	067	075	067
068	64				4			068		068			100	084		004	068	068	076	068	070	068	064	069
069	64				4		1	069		005	101	085				069	065	068	071	069	077	069	069	069
070	64				4	2		070	086	102	006		070				070	068	071	066	070	070	070	078
071	64				4	2	1	071			071		007		087	103	071	079	071	071	070	067	071	069
072	64			8				072	104	087		008		072			074	072	076	073	072	072	064	072
073	64			8			1	073				073		009	105	089	065	073	073	073	077	072	075	073
074	64			8		2		074	074				090	106	010		074	074	074	066	074	072	075	078
075	64			8		2	1	075	011		091	107			075		074	079	075	073	075	067	075	075
076	64			8	4			076			076		012		092	108	076	068	076	076	077	072	076	078
077	64			8	4		1	077	093	109	013		077				077	079	076	073	077	077	077	069
078	64			8	4	2		078		014	110	094				078	074	079	076	078	070	078	078	078
079	64			8	4	2	1	079		079			111	095		015	079	079	071	079	077	079	075	078
080	64		16					080	080	087	080	080	081	084	080	082			080		016		064	112
081	64		16				1	081	081	083	080	085	081	081	081	089	065	113	017		081			
082	64		16			2		082	086	083	080	082	090	082	082	082		018	114	066				082
083	64		16			2	1	083	083	083	091	083	081	083	087	082		083			115	067		019
084	64		16		4			084	086	084	080	085	084	084	087	084	116	068		020		084		
085	64		16		4		1	085	093	085	085	085	081	084	085	085				085		021	117	069
086	64		16		4	2		086	086	086	086	094	086	084	087	082	086				070	118	022	
087	64		16		4	2	1	087	086	083	087	085	087	095	087	087	023		071	119			087	
088	64		16	8				088	088	088	080	088	090	088	092	089		088			120	072		024
089	64		16	8			1	089	093	087	091	089	081	089	089	089		025	121	073				089
090	64		16	8		2		090	090	087	091	094	090	090	090	082	074	122	026		090			
091	64		16	8		2	1	091	091	083	091	091	090	095	091	089			091		027		075	123
092	64		16	8	4			092	093	087	092	094	092	084	092	092	028		076	124			092	
093	64		16	8	4		1	093	093	093	093	085	093	095	092	089	093				077	125	029	
094	64		16	8	4	2		094	086	094	094	094	090	095	092	094				094		030	126	078
095	64		16	8	4	2	1	095		095	091	094	095	095	087	095	127	079		031		095		

Рис. 3.7 *в*)

(A) Кодовые комбинации

x_4 x_3 x_2 x_1

цифры	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1		000	001	002	003	004	005	006	007	008	009	010	011	012	013	014	015
096	64	32						096	104	096	096	096	100	097	098	096				096		032	064	112
097	64	32					1	097	099	097	101	096	097	097	105	097	065	113		033		097		
098	64	32				2		098	099	102	098	096	098	106	098	098	034		114	066			098	
099	64	32				2	1	099	099	099	099	107	099	097	098	103	099				115	067	035	
100	64	32			4			100	100	102	101	096	100	100	100	108	116	068	036		100			
101	64	32			4		1	101	101	109	101	101	100	097	101	103			101		037		117	069
102	64	32			4	2		102	102	102	110	102	100	102	098	103		102			070	118		038
103	64	32			4	2	1	103	099	102	101	103	111	103	103	103		039	071	119	120			103
104	64	32		8				104	104	104	104	096	104	106	105	108	104					072	040	
105	64	32		8			1	105	104	109	105	107	105	097	105	105	041		121	073			105	
106	64	32		8		2		106	104	106	110	107	106	106	098	106	074	122		042		106		
107	64	32		8		2	1	107	099	107	107	107	111	106	105	107				107		043	075	123
108	64	32		8	4			108	104	109	110	108	100	108	108	108		044	076	124				108
109	64	32		8	4		1	109	109	109	101	109	111	109	105	108		109			077	125		045
110	64	32		8	4	2		110	110	102	110	110	111	106	110	108			110		046		126	078
111	64	32		8	4	2	1	111	111	109	110	107	111	111	111	103	127	079	047		111			
112	64	32	16					112		048	080	096				112	116	113	114	112	115	112	112	112
113	64	32	16				1	113		113			081	097		049	113	113	121	113	120	113	117	112
114	64	32	16			2		114			114		050		098	082	114	122	114	114	115	118	114	112
115	64	32	16			2	1	115	099	083	051		115				115	113	114	119	115	115	115	123
116	64	32	16		4			116	116				100	084	052		116	116	116	124	116	118	117	112
117	64	32	16		4		1	117	053		101	085			117		116	113	117	119	117	125	117	117
118	64	32	16		4	2		118	086	102		054		118			116	118	114	119	118	118	126	118
119	64	32	16		4	2	1	119				119		055	087	103	127	119	119	119	115	118	117	119
120	64	32	16	8				120	104	087	056		120				120	122	121	124	120	120	120	112
121	64	32	16	8			1	121			121		057		105	089	121	113	121	121	120	125	121	123
122	64	32	16	8		2		122		122			090	106		058	122	122	114	122	120	122	126	123
123	64	32	16	8		2	1	123		059	091	107				123	127	122	121	123	115	123	123	123
124	64	32	16	8	4			124				124		060	092	108	116	124	124	124	120	125	126	124
125	64	32	16	8	4		1	125	093	109		061		125			127	125	121	124	125	125	117	125
126	64	32	16	8	4	2		126	062		110	094			126		127	122	126	124	126	118	126	126
127	64	32	16	8	4	2	1	127	127				111	095	063		127	127	127	119	127	125	126	123

Рис. 3.7 *г*)

Таблица 3.4

0	1	2	4	8	16	32	64
1	0	3	5	9	17	33	65
2	0	3	6	10	18	34	66
3	1	2	7	11	19	35	67
4	0	5	6	12	20	36	68
5	1	4	7	13	21	37	69
6	2	4	7	14	22	38	70
7	3	5	6	15	23	39	71
8	0	9	10	12	24	40	72
9	1	8	11	13	25	41	73
10	2	8	11	14	26	42	74
11	3	9	10	15	27	43	75
12	4	8	13	14	28	44	76
13	5	9	12	15	29	45	77
14	6	10	12	15	30	46	78
15	7	11	13	14	31	47	79
16	0	17	18	20	24	48	80
17	1	16	19	21	25	49	81
18	2	16	19	22	26	50	82
19	3	17	18	23	27	51	83
20	4	16	21	22	28	52	84
21	5	17	20	23	29	53	85
22	6	18	20	23	30	54	86
23	7	19	21	22	31	55	87
24	8	16	25	26	28	56	88
25	9	17	24	27	29	57	89
26	10	18	24	27	30	58	90
27	11	19	25	26	31	59	91
28	12	20	24	29	30	60	92
29	13	21	25	28	31	61	93
30	14	22	26	28	31	62	94
31	15	23	27	29	30	63	95
32	0	33	34	36	40	48	96
33	1	32	35	37	41	49	97
34	2	32	35	38	42	50	98
35	3	33	34	39	43	51	99
36	4	32	37	38	44	52	100
37	5	33	36	39	45	53	101
38	6	34	36	39	46	54	102
39	7	35	37	38	47	55	103
40	8	32	41	42	44	56	104
41	9	33	40	43	45	57	105
42	10	34	40	43	46	58	106
43	11	35	41	42	47	59	107
44	12	36	40	45	46	60	108
45	13	37	41	44	47	61	109
46	14	38	42	44	47	62	110
47	15	39	43	45	46	63	111
48	16	32	49	50	52	56	112
49	17	33	48	51	53	57	113
50	18	34	48	51	54	58	114
51	19	35	49	50	55	59	115
52	20	36	48	53	54	60	116
53	21	37	49	52	55	61	117
54	22	38	50	52	55	62	118
55	23	39	51	53	54	63	119
56	24	40	48	57	58	60	120
57	25	41	49	56	59	61	121
58	26	42	50	56	59	62	122
59	27	43	51	57	58	63	123
60	28	44	52	56	61	62	124
61	29	45	53	57	60	63	125
62	30	46	54	58	60	63	126
63	31	47	55	59	61	62	127
64	0	65	66	68	72	80	96
65	1	64	67	69	73	81	97
66	2	64	67	70	74	82	98
67	3	65	66	71	75	83	99
68	4	64	69	70	76	84	100
69	5	65	68	71	77	85	101

Продолжение таблицы 3.4

70	6	66	68	71	78	86	102
71	7	67	69	70	79	87	103
72	8	64	73	74	76	88	104
73	9	65	72	75	77	89	105
74	10	66	72	75	78	90	106
75	11	67	73	74	79	91	107
76	12	68	72	77	78	92	108
77	13	69	73	76	79	93	109
78	14	70	74	76	79	94	110
79	15	71	75	77	78	95	111
80	16	64	81	82	84	88	112
81	17	65	80	83	85	89	113
82	18	66	80	83	86	90	114
83	19	67	81	82	87	91	115
84	20	68	80	85	86	92	116
85	21	69	81	84	87	93	117
86	22	70	82	84	87	94	118
87	23	71	83	84	86	95	119
88	24	72	80	89	90	92	120
89	25	73	81	88	91	93	121
90	26	74	82	88	91	94	122
91	27	75	83	89	90	95	123
92	28	76	84	88	93	94	124
93	29	77	85	89	92	95	125
94	30	78	86	90	92	95	126
95	31	79	87	91	93	94	127
96	32	64	97	98	100	104	112
97	33	65	96	99	101	105	113
98	34	66	96	99	102	106	114
99	35	67	97	98	103	107	115
100	36	68	96	101	102	108	116
101	37	69	97	100	103	109	117
102	38	70	98	100	103	110	118
103	39	71	99	101	102	111	119
104	40	72	96	105	106	108	120
105	41	73	97	104	107	109	121
106	42	74	98	104	107	110	122
107	43	75	99	105	106	111	123
108	44	76	100	104	109	110	124
109	45	77	101	105	108	111	125
110	46	78	102	106	108	111	126
111	47	79	103	107	109	110	127
112	48	80	96	113	114	116	120
113	49	81	97	112	115	117	121
114	50	82	98	112	115	118	122
115	51	83	99	113	114	119	123
116	52	84	100	112	117	118	124
117	53	85	101	113	116	119	125
118	54	86	102	114	116	119	126
119	55	87	103	115	117	118	127
120	56	88	104	112	121	122	124
121	57	89	105	113	120	123	125
122	58	90	106	114	120	123	126
123	59	91	107	115	121	122	127
124	60	92	108	116	120	125	126
125	61	93	109	117	121	124	127
126	62	94	110	118	122	124	127
127	63	95	111	119	123	125	126

Оставшиеся незаполненные звездочками ячейки должны быть очищены от записей. Все полученные таким образом геометрические образы сигналов приведены соответственно на рис. 3.8 *а, б, в, г, д, е, ж, з, и, к, л, м, н, п, р, с, т, у, ф, х, ц, ч, ш, ы, э, ю, я*.

Разряд (a_1) в диапазоне кодовых комбинаций *000 – 031*; множества W1(C1 – C8), W2(C1 – C8)

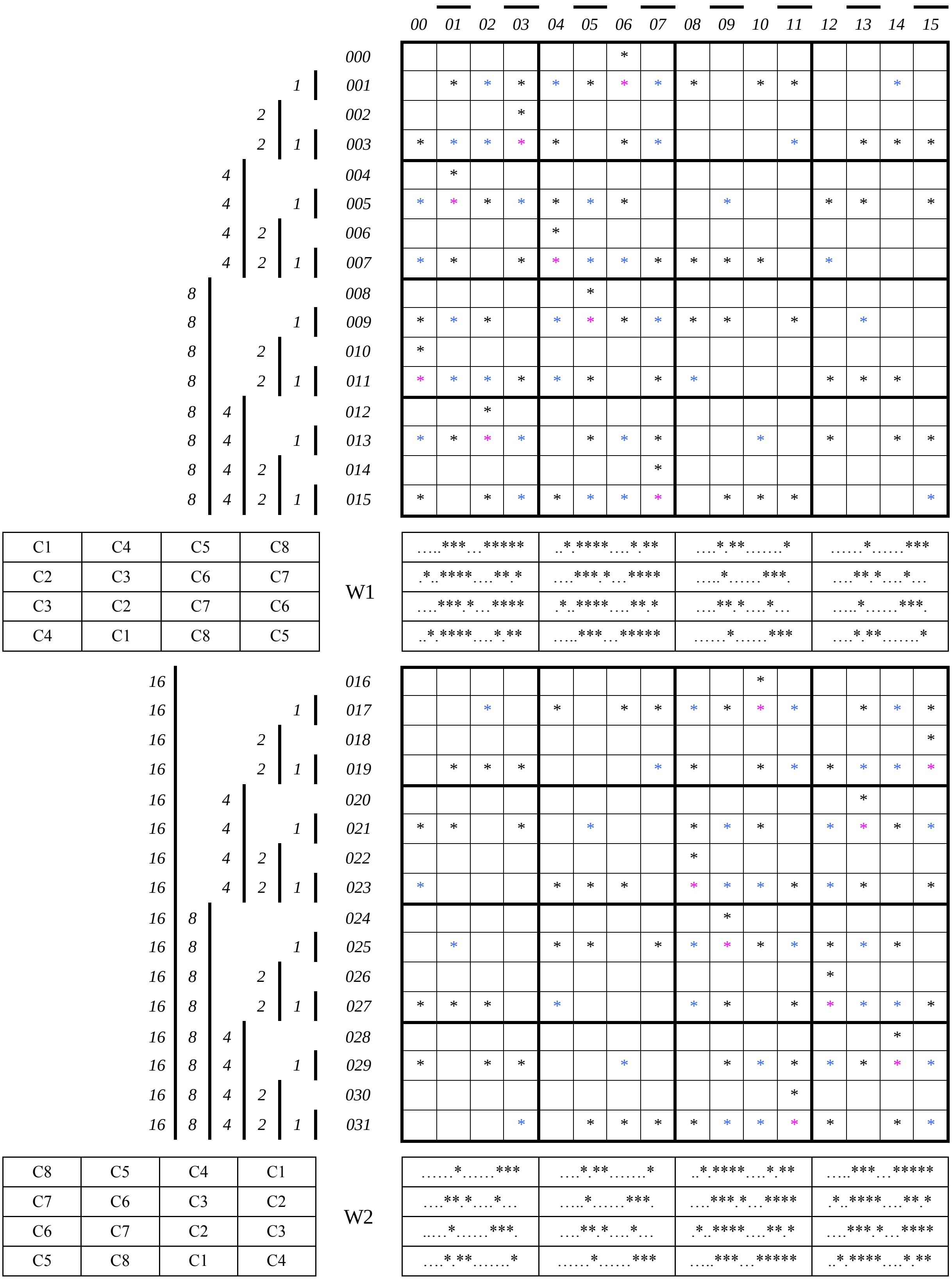


Рис. 3.8 *а*)

Разряд (a_1) в диапазоне кодовых комбинаций *032 – 063*; множества W3 (C9 – C16), W4(C9 – C16)

x_4 x_3 x_2 x_1

32	16	8	4	2	1		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
32						032												*				
32					1	033				*		*	*	*	*	*	*	*	*		*	*
32				2		034															*	
32				2	1	035	*		*	*			*			*	*	*	*	*	*	*
32			4			036													*			
32			4		1	037	*	*	*		*				*	*		*	*	*	*	*
32			4	2		038										*						
32			4	2	1	039		*			*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	
32		8				040									*							
32		8			1	041	*				*	*	*		*	*	*	*	*	*		*
32		8		2		042														*		
32		8		2	1	043	*	*		*		*			*	*	*		*	*	*	*
32		8	4			044																*
32		8	4		1	045		*	*	*				*	*		*	*	*	*	*	*
32		8	4	2		046											*					
32		8	4	2	1	047			*		*		*	*	*	*	*	*		*	*	*

C9	C12	C13	C16		.......*....*.**	.....***......*.	...*****.....***	....*.**..*.****
C10	C11	C14	C15	W3	....***......*..	....*.......**.*	....**.*.*..****	*...****....***.
C11	C10	C15	C14		....*.......**.*	....***......*..	*...****....***.	....**.*.*..****
C12	C9	C16	C13		.....***......*.	.......*....*.**	....*.**..*.****	...*****.....***

32	16	8	4	2	1		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
32	16					048								*								
32	16				1	049	*		*	*	*	*	*	*		*	*	*				*
32	16			2		050			*													
32	16			2	1	051	*	*	*	*		*	*	*			*		*		*	*
32	16		4			052	*															
32	16		4		1	053	*	*	*	*	*	*		*	*				*	*	*	
32	16		4	2		054						*										
32	16		4	2	1	055	*	*	*		*	*	*	*	*	*		*		*		
32	16	8				056					*											
32	16	8			1	057	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*		*			
32	16	8		2		058		*														
32	16	8		2	1	059	*	*	*	*	*	*	*			*			*	*		*
32	16	8	4			060				*												
32	16	8	4		1	061	*	*	*	*	*		*	*				*		*	*	*
32	16	8	4	2		062							*									
32	16	8	4	2	1	063		*	*	*	*	*	*	*	*		*	*			*	

C13	C16	C12	C9		....*.**..*.****	...*****.....***	.....***......*.	.......*....*.**
C14	C15	C11	C10	W4	*...****....***.	....**.*.*..****	....*.......**.*	....***......*..
C15	C14	C10	C11		....**.*.*..****	*...****....***.	....***......*..	....*.......**.*
C16	C13	C9	C12		...*****.....***	....*.**..*.****	.......*....*.**	.....***......*.

Рис. 3.8 *б*)

Разряд (a_1) в диапазоне кодовых комбинаций *064 – 095*; множества W5(C9 – C16), W6(C9 – C16)

x_4 x_3 x_2 x_1

64	16	8	4	2	1		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64						064									*							
64					1	065	*				*	*	*		*	*	*	*	*	*		*
64				2		066														*		
64				2	1	067	*	*		*		*			*	*	*		*	*	*	*
64			4			068																*
64			4		1	069		*	*	*				*	*		*	*	*	*	*	*
64			4	2		070											*					
64			4	2	1	071			*		*		*	*	*	*	*	*		*	*	*
64		8				072												*				
64		8			1	073				*		*	*	*	*	*	*	*	*		*	*
64		8		2		074															*	
64		8		2	1	075	*		*	*			*			*	*	*	*	*	*	*
64		8	4			076													*			
64		8	4		1	077	*	*	*		*				*	*		*	*	*	*	*
64		8	4	2		078										*						
64		8	4	2	1	079		*			*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	

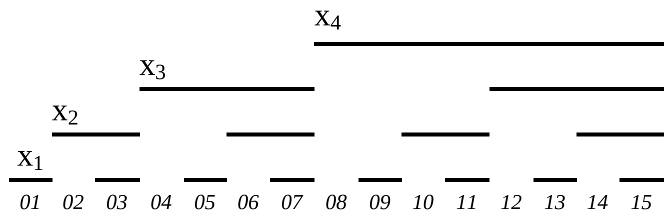
C11	C10	C14	C15	W5	....*.......**.*	....***......*..	*...****....***.	....**.*.*..****
C12	C9	C13	C16		.....***......*.	.......*....*.**	....*.**..*.****	...*****.....***
C9	C12	C16	C13		.*.....*....*.**	.....***......*.	...*****.....***	....*.**..*.****
C10	C11	C15	C14		....***......*..	....*.......**.*	....**.*.*..****	*...****....***.

64	16	8	4	2	1		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	16					080					*											
64	16				1	081	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*		*			
64	16			2		082		*														
64	16			2	1	083	*	*	*	*	*	*	*			*			*	*		*
64	16		4			084				*												
64	16		4		1	085	*	*	*	*	*		*	*				*		*	*	*
64	16		4	2		086							*									
64	16		4	2	1	087		*	*	*	*	*	*	*	*		*	*			*	
64	16	8				088								*								
64	16	8			1	089	*		*	*	*	*	*	*		*	*	*				*
64	16	8		2		090			*													
64	16	8		2	1	091	*	*	*	*		*	*	*			*		*		*	*
64	16	8	4			092	*	*														
64	16	8	4		1	093	*	*	*	*	*	*		*	*				*	*	*	
64	16	8	4	2		094						*										
64	16	8	4	2	1	095	*	*	*		*	*	*	*	*	*		*		*		

C15	C14	C10	C11	W6	....**.*.*..****	*...****....***.	....***......*..	....*.......**.*
C16	C13	C9	C12		...*****.....***	....*.**..*.****	.......*....*.**	.....***......*.
C13	C16	C12	C9		....*.**..*.****	...*****.....***	.....***......*.	.......*....*.**
C14	C15	C11	C10		**..****....***.	....**.*.*..****	....*.......**.*	....***......*..

Рис. 3.8 *в*)

Разряд (a_1) в диапазоне кодовых комбинаций *096 – 127*; множества W7(C1 – C8), W8(C1 – C8)



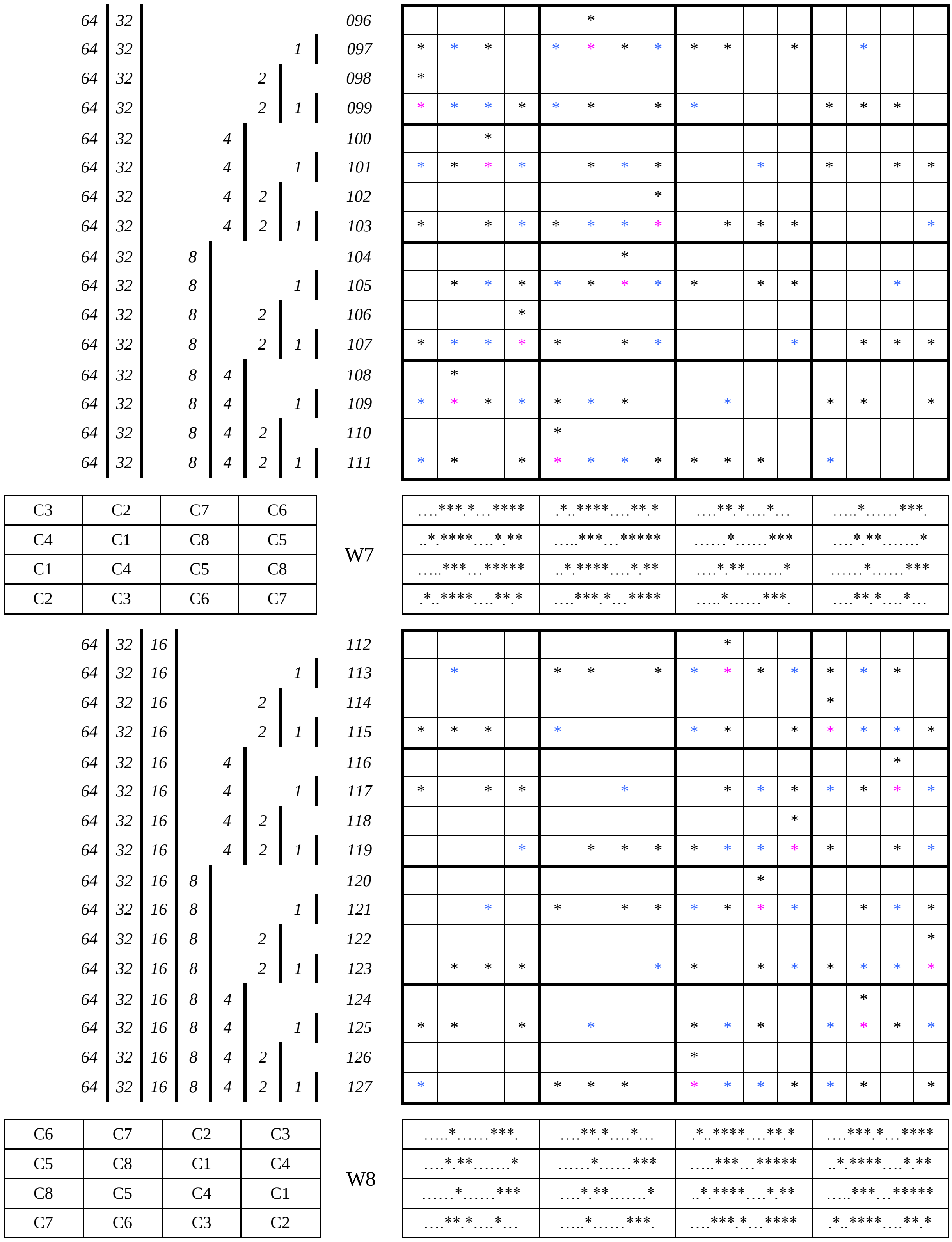


Рис. 3.8 *г*)

Разряд (a_2) в диапазоне кодовых комбинаций *000 – 031*; множества W9(D1 – D8), W10(D1 – D8)

x_4 x_3 x_2 x_1

						00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
					000						*										
				1	001				*												
			2		002		*	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*		
			2	1	003	*	*	*	*	*	*		*				*		*	*	*
		4			004			*													
		4		1	005					*											
		4	2		006	*	*	*	*	*	*	*				*		*		*	*
		4	2	1	007	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*		*			
	8				008							*									
	8			1	009	*															
	8		2		010	*	*	*		*	*	*	*	*		*	*			*	
	8		2	1	011	*	*	*	*	*		*	*	*				*	*	*	
	8	4			012		*														
	8	4		1	013								*								
	8	4	2		014	*	*	*	*		*	*	*		*			*	*		*
	8	4	2	1	015	*	*		*	*	*	*	*		*	*	*				*

D1	D4	D5	D8
D2	D3	D6	D7
D3	D2	D7	D6
D4	D1	D8	D5

W9

.......*.*******	.*......******.*	........**.*...*	.........*...***
..*.....*****.**	....*...***.****	..........*.***.	........*.***...
....*...***.****	..*.....*****.**	........*.***...	..........*.***.
.*......******.*	.......*.*******	.........*...***	........**.*...*

						00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
16					016										*						
16				1	017																*
16			2		018		*			*	*		*	*	*	*	*		*	*	*
16			2	1	019		*	*	*				*	*	*		*	*	*	*	*
16		4			020															*	
16		4		1	021									*							
16		4	2		022	*		*	*			*		*	*	*		*	*	*	*
16		4	2	1	023	*				*	*	*		*	*	*	*	*		*	*
16	8				024											*					
16	8			1	025													*			
16	8		2		026			*		*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	
16	8		2	1	027	*	*	*		*				*		*	*	*	*	*	*
16	8	4			028														*		
16	8	4		1	029												*				
16	8	4	2		030	*	*		*		*				*	*	*	*	*	*	*
16	8	4	2	1	031				*		*	*	*	*	*	*	*	*	*		*

D8	D5	D4	D1
D7	D6	D3	D2
D6	D7	D2	D3
D5	D8	D1	D4

W10

.........*...***	........**.*...*	.*......******.*	.......*.*******
........*.***...	..........*.***.	....*...***.****	..*.....*****.**
..........*.***.	........*.***...	..*.....*****.**	....*...***.****
........**.*...*	.........*...***	.......*.*******	.*......******.*

Рис. 3.8 *д*)

Разряд (a_2) в диапазоне кодовых комбинаций *032 – 063*; множества W11(D9 – D16), W12(D9 – D16)

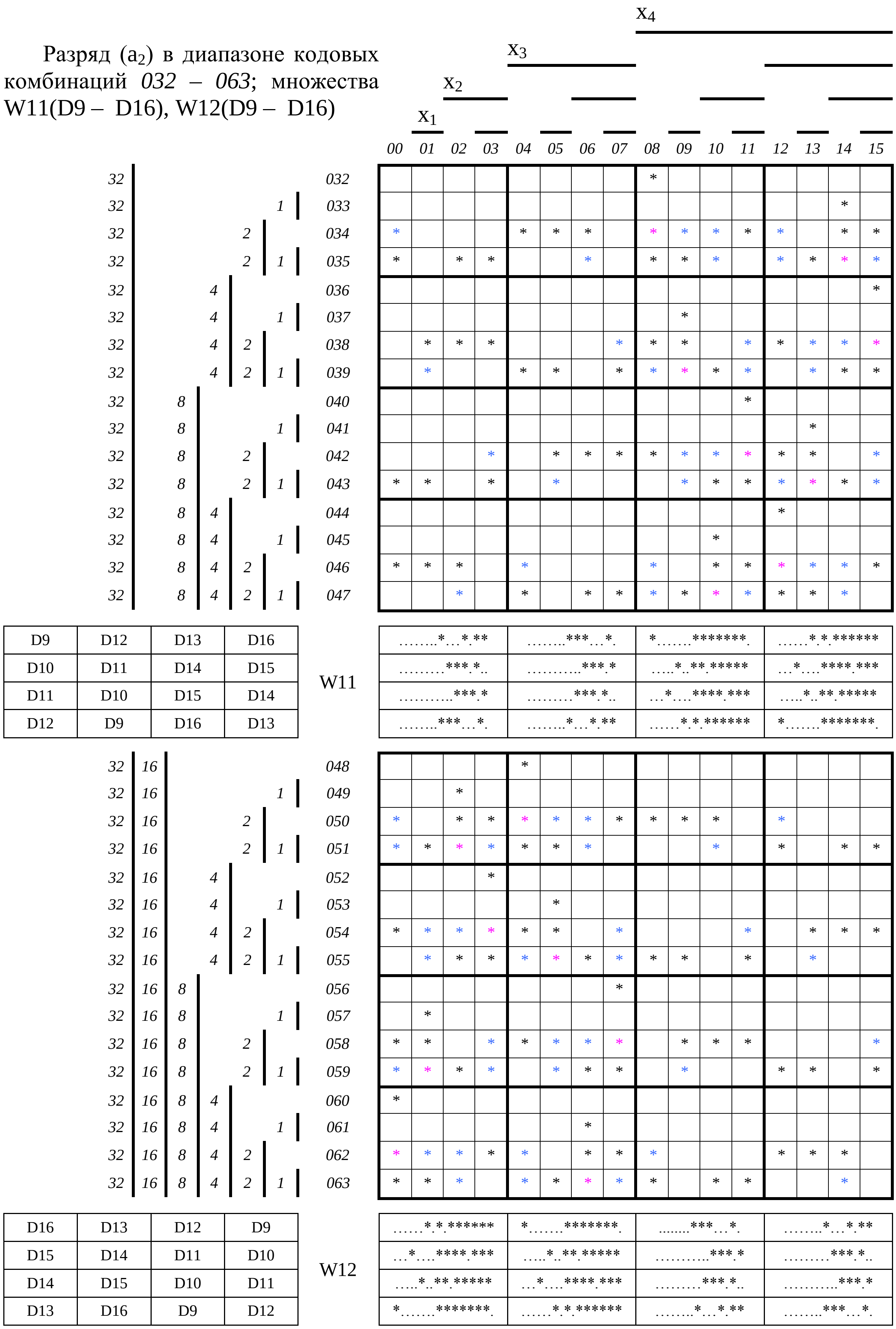


Рис. 3.8 *е*)

Разряд (a_2) в диапазоне кодовых комбинаций *064 – 095*; множества W13(D9 – D16), W14(D9 – D16)

x_4 x_3 x_2 x_1

							00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64						064												*				
64					1	065														*		
64				2		066				*		*	*	*	*	*	*	*	*	*		*
64				2	1	067	*	*		*		*				*	*	*	*	*	*	*
64			4			068													*			
64			4		1	069											*					
64			4	2		070	*	*	*		*				*		*	*	*	*	*	*
64			4	2	1	071			*		*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	
64		8				072									*							
64		8			1	073															*	
64		8		2		074	*				*	*	*		*	*	*	*	*		*	*
64		8		2	1	075	*		*	*			*		*	*	*		*	*	*	*
64		8	4			076																*
64		8	4		1	077										*						
64		8	4	2		078		*	*	*				*	*	*		*	*	*	*	*
64		8	4	2	1	079		*			*	*		*	*	*	*	*		*	*	*

D11	D10	D15	D14		……….***.*	……..***.*..
D12	D9	D16	D13	W13	……..***…*.	……..*…*.**
D9	D12	D13	D16		……..*…*.**	……..***…*.
D10	D11	D14	D15		………***.*..	……….***.*

…*….****.***	…..*..**.*****
……*.*.******	*…….*******.
*…….*******.	……*.*.******
…..*..**.*****	…*….****.***

							00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	16					080								*								
64	16				1	081		*														
64	16			2		082	*	*		*	*	*	*	*		*	*	*				*
64	16			2	1	083	*	*	*	*		*	*	*		*			*	*		*
64	16		4			084	*															
64	16		4		1	085							*									
64	16		4	2		086	*	*	*	*	*		*	*	*				*	*	*	
64	16		4	2	1	087	*	*	*		*	*	*	*	*		*	*			*	
64	16	8				088					*											
64	16	8			1	089			*													
64	16	8		2		090	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*		*			
64	16	8		2	1	091	*	*	*	*	*	*	*				*		*		*	*
64	16	8	4			092				*												
64	16	8	4		1	093						*										
64	16	8	4	2		094	*	*	*	*	*	*		*				*		*	*	*
64	16	8	4	2	1	095		*	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*		

D14	D15	D10	D11		…..*..**.*****	…*….****.***
D13	D16	D9	D12	W14	*…….*******.	……*.*.******
D16	D13	D12	D9		……*.*.******	*…….*******.
D15	D14	D11	D10		…*….****.***	…..*..**.*****

………***.*..	……….***.*
……..*…*.**	……..***…*.
……..***…*.	……..*…*.**
……….***.*	………***.*..

Рис. 3.8 *ж*)

Разряд (a_2) в диапазоне кодовых комбинаций *096 – 127*; множества W15(D1 – D8), W16(D1 – D8)

x_4

x_3

x_2

x_1

								00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	32						096							*									
64	32					1	097	*															
64	32				2		098	*	*	*		*	*	*	*	*		*	*			*	
64	32				2	1	099	*	*	*	*	*		*	*	*				*	*	*	
64	32			4			100		*														
64	32			4		1	101								*								
64	32			4	2		102	*	*	*	*		*	*	*		*			*	*		*
64	32			4	2	1	103	*	*		*	*	*	*	*		*	*	*				*
64	32		8				104						*										
64	32		8			1	105				*												
64	32		8		2		106		*	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*		
64	32		8		2	1	107	*	*	*	*	*	*		*				*		*	*	*
64	32		8	4			108			*													
64	32		8	4		1	109					*											
64	32		8	4	2		110	*	*	*	*	*	*	*				*		*		*	*
64	32		8	4	2	1	111	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*		*			

D3	D2	D7	D6
D4	D1	D8	D5
D1	D4	D5	D8
D2	D3	D6	D7

W15

....*...***.****	..*.....*****.**	........*.***...	..........*.***.
.*......******.*	.......*.*******	.........*...***	........**.*...*
.......*.*******	.*......******.*	........**.*...*	.........*...***
..*.....*****.**	....*...***.****	..........*.***.	........*.***...

								00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	32	16					112											*					
64	32	16				1	113													*			
64	32	16			2		114			*		*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	
64	32	16			2	1	115	*	*	*		*				*		*	*	*	*	*	*
64	32	16		4			116														*		
64	32	16		4		1	117												*				
64	32	16		4	2		118	*	*		*		*				*	*	*	*	*	*	*
64	32	16		4	2	1	119				*		*	*	*	*	*	*	*	*	*		*
64	32	16	8				120										*						
64	32	16	8			1	121																*
64	32	16	8		2		122		*			*	*		*	*	*	*	*		*	*	*
64	32	16	8		2	1	123		*	*	*				*	*	*		*	*	*	*	*
64	32	16	8	4			124															*	
64	32	16	8	4		1	125									*							
64	32	16	8	4	2		126	*		*	*			*		*	*	*		*	*	*	*
64	32	16	8	4	2	1	127	*				*	*	*		*	*	*	*	*		*	*

D6	D7	D2	D3
D5	D8	D1	D4
D8	D5	D4	D1
D7	D6	D3	D2

W16

..........*.***.	........*.***...	..*.....*****.**	....*...***.****
........**.*...*	.........*...***	.......*.*******	.*......******.*
.........*...***	........**.*...*	.*......******.*	.......*.*******
........*.***...	..........*.***.	....*...***.****	..*.....*****.**

Рис. 3.8 *з*)

Разряд (a_3) в диапазоне кодовых комбинаций *000 – 031*; множества W17(E1 – E6), W18(E1 – E6)

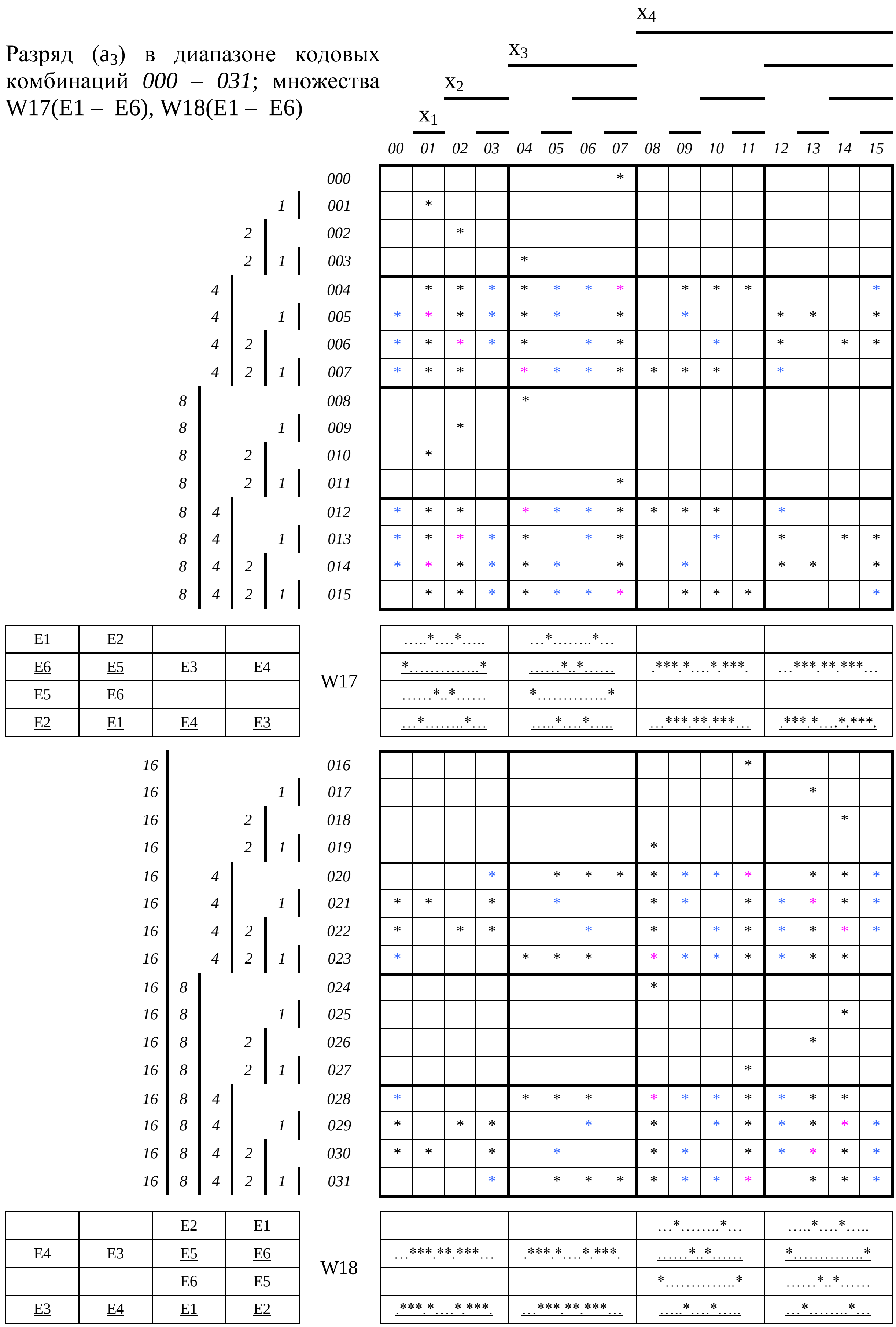


Рис. 3.8 *и*)

Разряд (a_3) в диапазоне кодовых комбинаций *032 – 063*; множества W19(E8 – E12), W20(E8 – E12)

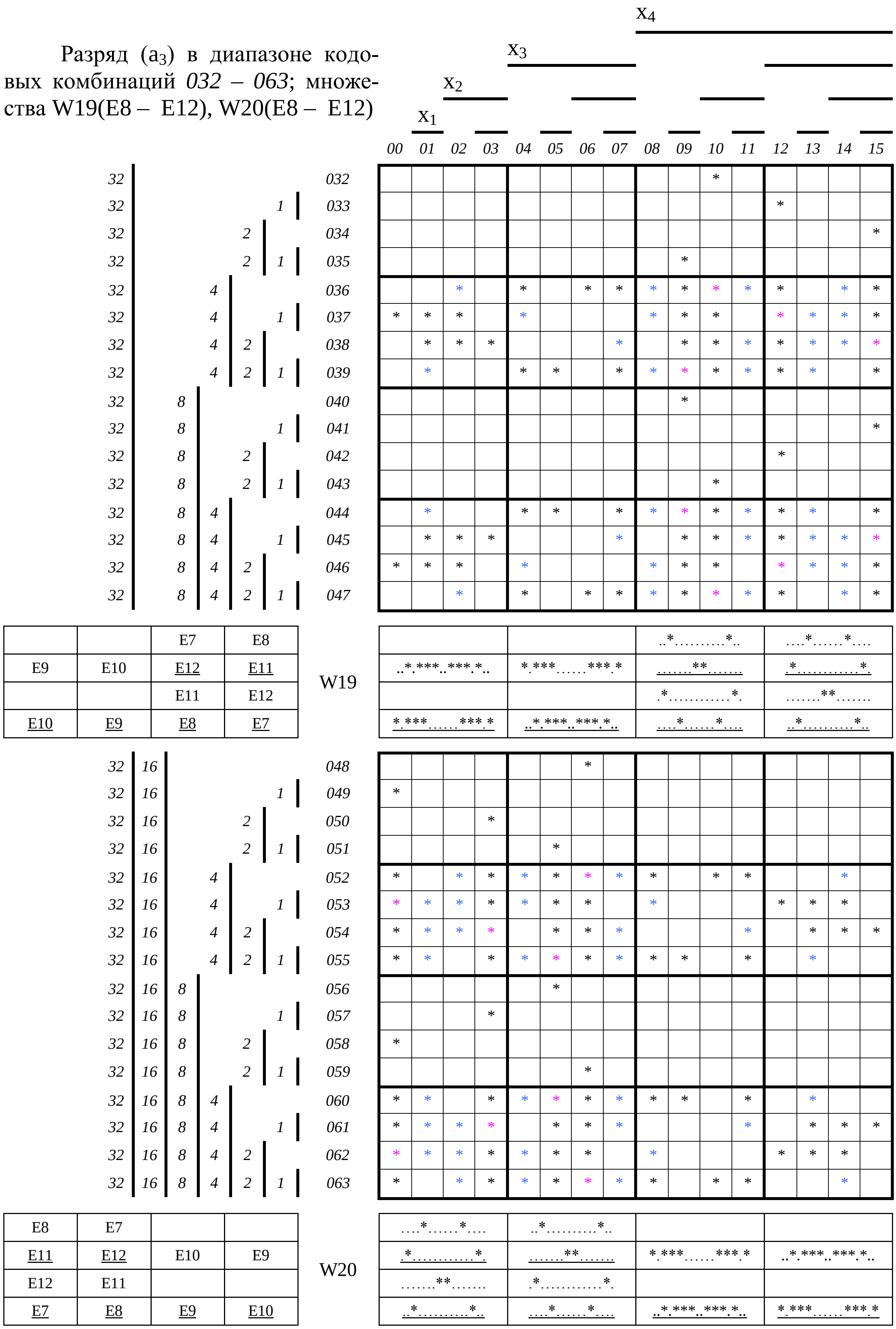


Рис. 3.8 *к*)

Разряд (a_3) в диапазоне кодовых комбинаций *064 – 095*; множества W21(E7, E8, E11, E12, E13, E14), W22(E7, E8, E11, E12, E13, E14)

x_4 x_3 x_2 x_1

64	16	8	4	2	1		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64						064										*						
64					1	065																*
64				2		066													*			
64				2	1	067											*					
64			4			068		*			*	*		*	*	*	*	*	*	*		*
64			4		1	069		*	*	*				*		*	*	*	*	*	*	*
64			4	2		070	*	*	*		*				*	*	*		*	*	*	*
64			4	2	1	071			*		*		*	*	*	*	*	*	*		*	*
64		8				072											*					
64		8			1	073													*			
64		8		2		074																*
64		8		2	1	075										*						
64		8	4			076			*		*		*	*	*	*	*	*	*		*	*
64		8	4		1	077	*	*	*		*				*	*	*		*	*	*	*
64		8	4	2		078		*	*	*				*		*	*	*	*	*	*	*
64		8	4	2	1	079		*			*	*		*	*	*	*	*	*	*		*

		E11	E12				.*…………*.	…….**…….
E14	E13	E8	E7	W21	.*…******…*.	**.*…**…*.**	….*……*….	..*……….*..
		E7	E8				..*……….*..	….*……*….
E13	E14	E12	E11		**.*…**…*.**	.*…******…*.	…….**…….	.*…………*.

64	16	8	4	2	1		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	16					080						*										
64	16				1	081				*												
64	16			2		082	*															
64	16			2	1	083							*									
64	16		4			084	*	*		*	*	*	*	*	*	*		*		*		
64	16		4		1	085	*	*	*	*		*	*	*				*		*	*	*
64	16		4	2		086	*	*	*	*	*	*	*		*				*	*	*	
64	16		4	2	1	087	*		*	*	*	*	*	*	*		*	*			*	
64	16	8				088							*									
64	16	8			1	089	*															
64	16	8		2		090				*												
64	16	8		2	1	091						*										
64	16	8	4			092	*		*	*	*	*	*	*	*		*	*			*	
64	16	8	4		1	093	*	*	*	*	*	*	*		*				*	*	*	
64	16	8	4	2		094	*	*	*	*		*	*	*				*		*	*	*
64	16	8	4	2	1	095	*	*		*	*	*	*	*	*	*		*		*		

E12	E11				…….**…….	.*…………*.		
E7	E8	E13	E14	W22	..*……….*..	….*……*….	**.*…**…*.**	.*…******…*.
E8	E7				….*……*….	..*……….*..		
E11	E12	E14	E13		.*…………*.	…….**…….	.*…******…*.	**.*…**…*.**

Рис. 3.8 *л*)

Разряд (a_3) в диапазоне кодовых комбинаций *096 – 127*; множества W23(E1, E2, E5, E6, E15, E16), W24(E1, E2, E5, E6, E15, E16)

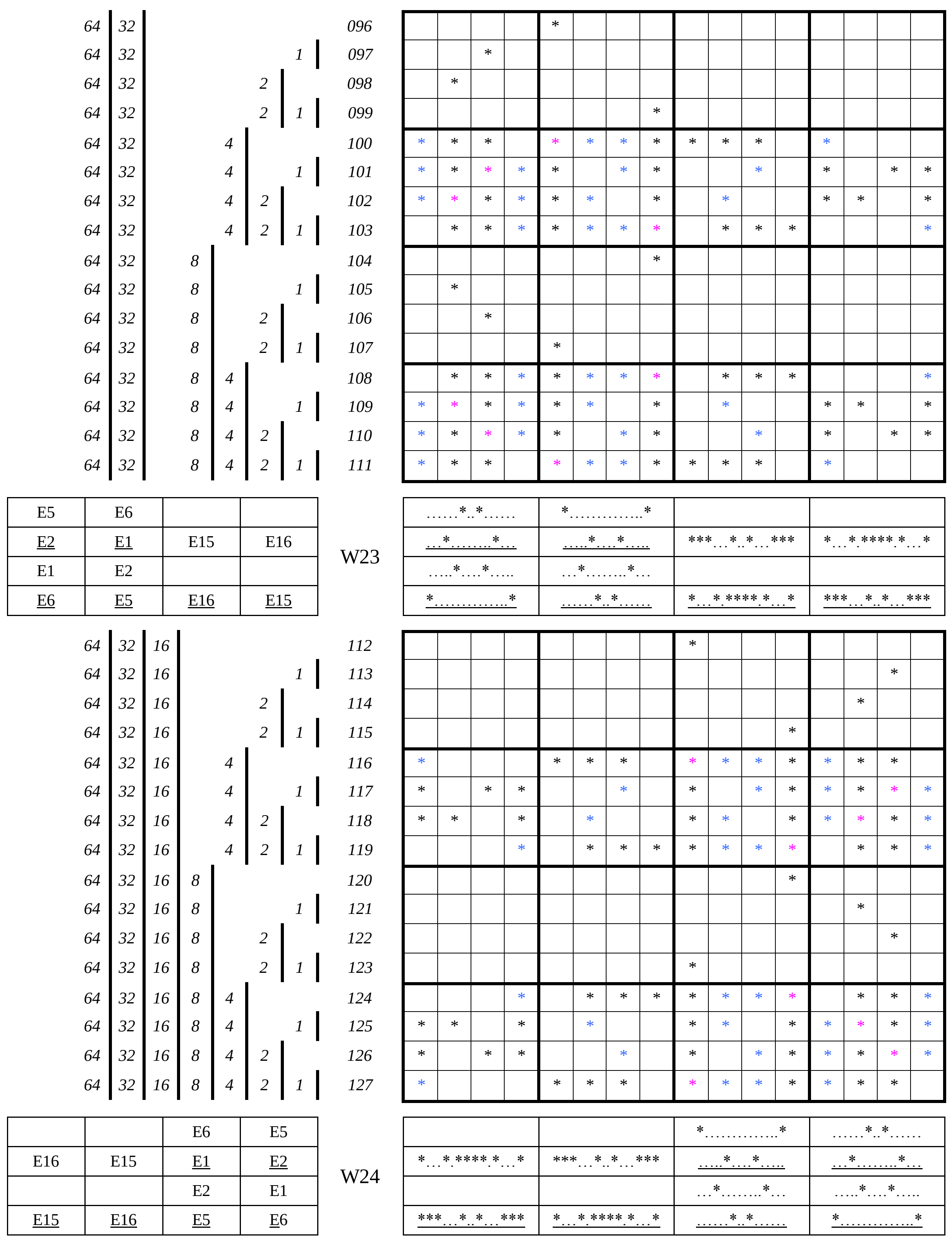


Рис. 3.8 *м*)

Разряд (a_4) в диапазоне кодовых комбинаций *000 – 031*; множества W25(E1 – E6), W26(E1 – E6)

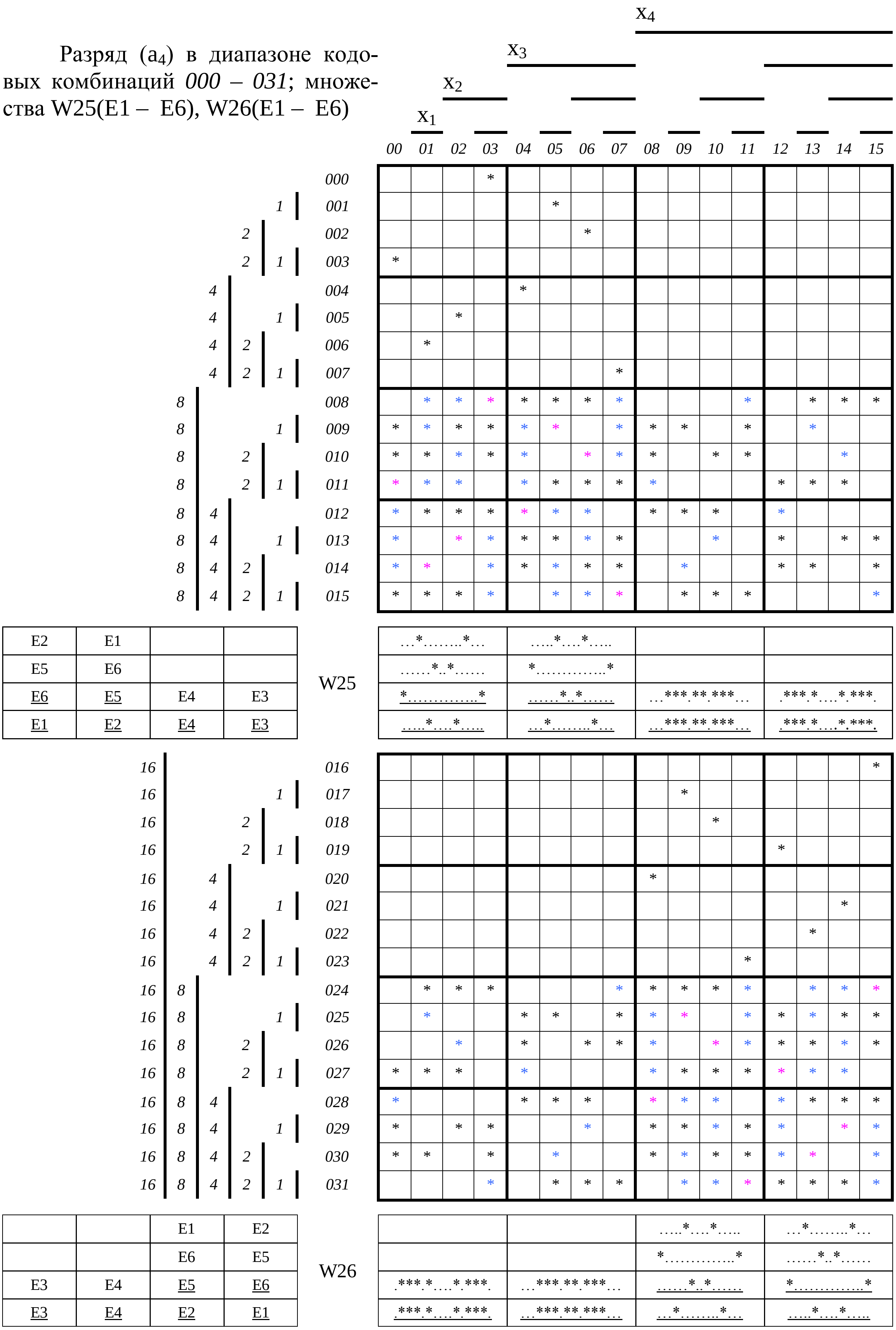


Рис. 3.8 *н*)

Разряд (a_4) в диапазоне кодовых комбинаций *032 – 064*; множества W27(E8 – E12), W28(E8 – E12)

							x_1/x_2/x_3/x_4: 00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
32						032															*	
32					1	033									*							
32				2		034												*				
32				2	1	035														*		
32			4			036										*						
32			4		1	037																*
32			4	2		038													*			
32			4	2	1	039											*					
32		8				040	*		*	*			*		*	*	*	*	*		*	*
32		8			1	041	*				*	*	*		*	*	*		*	*	*	*
32		8		2		042				*		*	*	*		*	*	*	*	*	*	*
32		8		2	1	043	*	*		*		*			*	*	*	*	*	*		*
32		8	4			044		*			*	*		*	*	*		*	*	*	*	*
32		8	4		1	045		*	*	*				*	*	*	*	*		*	*	*
32		8	4	2		046	*	*	*		*				*	*	*	*	*	*	*	
32		8	4	2	1	047			*		*		*	*	*		*	*	*	*	*	*

				W27				
		E8	E7				....*......*....	..*..........*..
		E11	E12				.*............*.	.......**.......
E10	E9	E12	E11		*.***......***.*	..*.***..***.*..	.......**.......	.*............*.
E10	E9	E7	E8		*.***......***.*	..*.***..***.*..	..*..........*..	....*......*....

							00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
32	16					048			*													
32	16				1	049					*											
32	16			2		050								*								
32	16			2	1	051		*														
32	16		4			052						*										
32	16		4		1	053				*												
32	16		4	2		054	*															
32	16		4	2	1	055							*									
32	16	8				056	*		*	*	*	*	*	*			*		*		*	*
32	16	8			1	057	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*		*			
32	16	8		2		058	*	*	*	*		*	*	*		*	*	*				*
32	16	8		2	1	059	*	*		*	*	*	*	*		*			*	*		*
32	16	8	4			060	*	*	*	*	*	*		*	*	*		*		*		
32	16	8	4		1	061		*	*	*	*	*	*	*				*		*	*	*
32	16	8	4	2		062	*	*	*		*	*	*	*	*				*	*	*	
32	16	8	4	2	1	063	*	*	*	*	*		*	*	*		*	*			*	

				W28				
E7	E8				..*..........*..	....*......*....		
E12	E11				.......**.......	.*............*.		
E11	E12	E9	E10		.*............*.	.......**.......	..*.***..***.*..	*.***......***.*
E8	E7	E9	E10		....*......*....	..*..........*..	..*.***..***.*..	*.***......***.*

Рис. 3.8 *о*)

Разряд (a_4) в диапазоне кодовых комбинаций *064 – 095*; множества W29(E8 – E12), W30(E8 – E12)

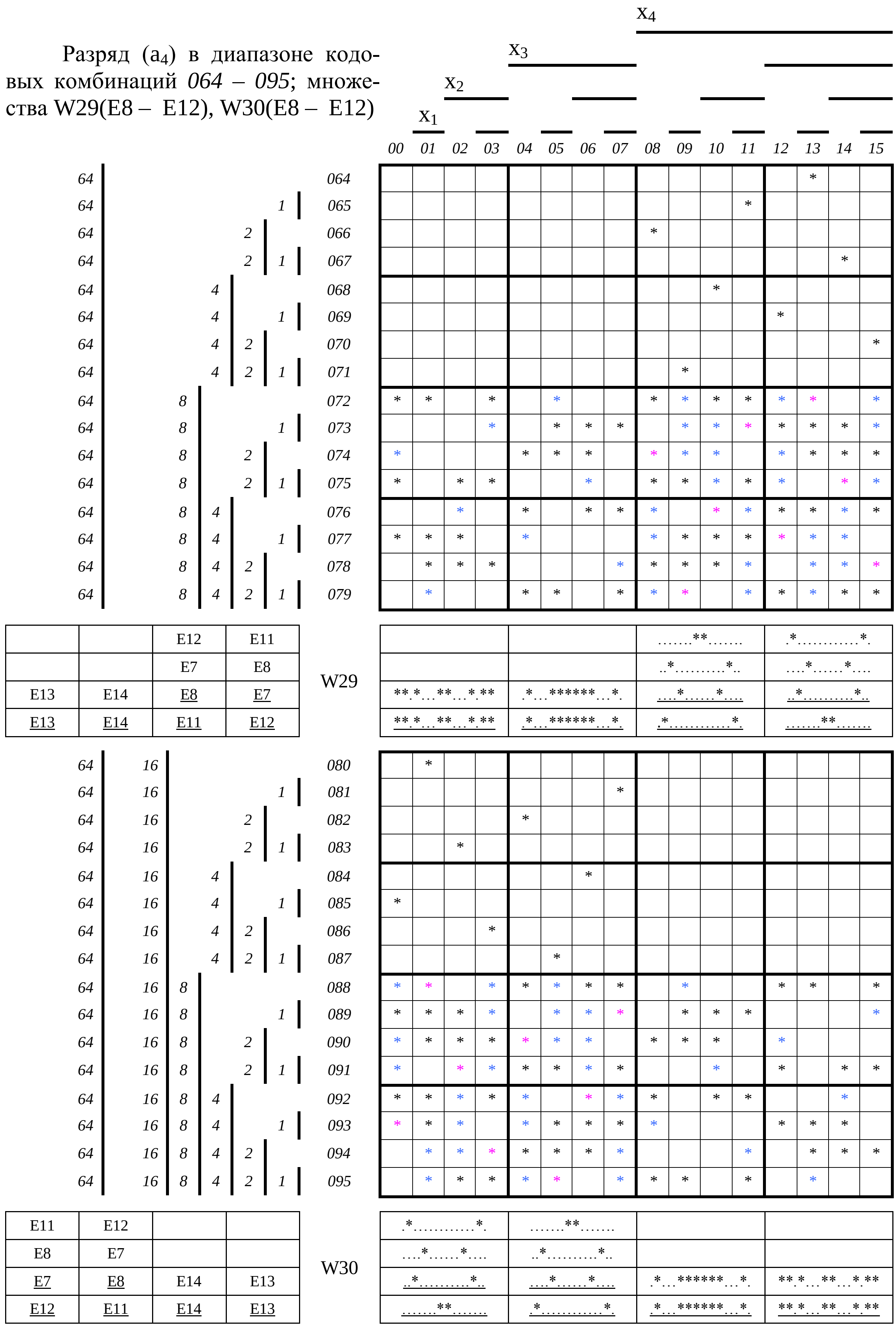


Рис. 3.8 *п*)

Разряд (a_4) в диапазоне кодовых комбинаций *096 – 127*; множества W31(E1, E2, E5, E6, E15, E16), W32(E1, E2, E5, E6, E15, E16)

x_4 x_3 x_2 x_1

64	32	16	8	4	2	1		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	32						096	*															
64	32					1	097							*									
64	32				2		098						*										
64	32				2	1	099				*												
64	32			4			100								*								
64	32			4		1	101		*														
64	32			4	2		102			*													
64	32			4	2	1	103					*											
64	32		8				104	*	*	*		*	*	*	*	*				*	*	*	
64	32		8			1	105	*	*	*	*	*		*	*	*		*	*			*	
64	32		8		2		106	*	*	*	*	*	*		*	*	*		*		*		
64	32		8		2	1	107		*	*	*	*	*	*	*				*		*	*	*
64	32		8	4			108	*	*	*	*		*	*	*		*	*	*				*
64	32		8	4		1	109	*	*		*	*	*	*	*		*			*	*		*
64	32		8	4	2		110	*		*	*	*	*	*	*			*		*		*	*
64	32		8	4	2	1	111	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*		*			

W31

E6	E5		
E1	E2		
E2	E1	E16	E15
E5	E6	E16	E15

…………..	……*..*……		
…..*….*…..	…*……..*…		
…*……..*…	…..*….*…..	*…*.****.*…*	***…*..*…***
……*..*……	*…………..*	*…*.****.*…*	***…*..*…***

64	32	16	8	4	2	1		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	32	16					112													*			
64	32	16				1	113											*					
64	32	16			2		114										*						
64	32	16			2	1	115																*
64	32	16		4			116												*				
64	32	16		4		1	117														*		
64	32	16		4	2		118															*	
64	32	16		4	2	1	119									*							
64	32	16	8				120	*	*	*		*				*	*	*	*	*	*	*	
64	32	16	8			1	121			*		*		*	*	*		*	*	*	*	*	*
64	32	16	8		2		122		*			*	*		*	*	*		*	*	*	*	*
64	32	16	8		2	1	123		*	*	*				*	*	*	*	*		*	*	*
64	32	16	8	4			124				*		*	*	*		*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8	4		1	125	*	*		*		*			*	*	*	*	*	*		*
64	32	16	8	4	2		126	*		*	*			*		*	*	*	*	*		*	*
64	32	16	8	4	2	1	127	*				*	*	*		*	*	*		*	*	*	*

W32

		E5	E6
		E2	E1
E15	E16	E1	E2
E15	E16	E6	E5

		……*..*……	*…………..*
		…*……..*…	…..*….*…..
…*..*…	*…*.****.*…*	…..*….*…..	…*……..*…
…*..*…	*…*.****.*…*	*…………..*	……*..*……

Рис. 3.8 *р*)

Разряд (a_5) в диапазоне кодовых комбинаций *000 – 031*; множества W33(E1, E2, E5, E6), W34(F1 – E4)

x_4 x_3 x_2 x_1

						00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
					000													*			
				1	*001*											*					
			2		*002*										*						
			2	1	*003*																*
		4			*004*												*				
		4		1	*005*														*		
		4	2		*006*															*	
		4	2	1	*007*									*							
	8				*008*																*
	8			1	*009*										*						
	8		2		*010*											*					
	8		2	1	*011*													*			
	8	4			*012*									*							
	8	4		1	*013*															*	
	8	4	2		*014*														*		
	8	4	2	1	*015*												*				

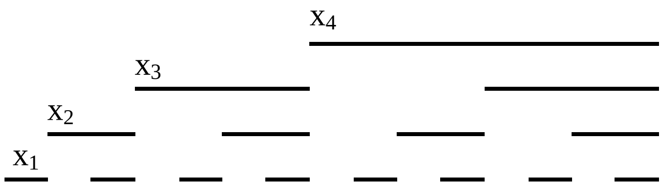
		E5	E6	W33			……*..*……	*…………..*
		E2	E1				…*……..*…	…..*….*…..
		E1	E2				…..*….*…..	…*……..*…
		E6	E5				*…………..*	……*..*……

						00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
16					*016*		*	*		*				*	*	*	*	*	*	*	*
16				1	*017*			*		*			*	*	*	*	*	*	*	*	*
16			2		*018*		*			*			*	*	*	*	*	*	*	*	*
16			2	1	*019*		*	*					*	*	*	*	*	*	*	*	*
16		4			*020*				*		*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
16		4		1	*021*	*			*		*			*	*	*	*	*	*	*	*
16		4	2		*022*	*			*			*		*	*	*	*	*	*	*	*
16		4	2	1	*023*	*					*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
16	8				*024*		*	*					*	*	*	*	*	*	*	*	*
16	8			1	*025*		*			*			*	*	*	*	*	*	*	*	*
16	8		2		*026*			*		*			*	*	*	*	*	*	*	*	*
16	8		2	1	*027*		*	*		*				*	*	*	*	*	*	*	*
16	8	4			*028*	*					*	*		*	*	*	*	*	*	*	*
16	8	4		1	*029*	*			*			*		*	*	*	*	*	*	*	*
16	8	4	2		*030*	*			*		*			*	*	*	*	*	*	*	*
16	8	4	2	1	*031*				*		*	*		*	*	*	*	*	*	*	*

F1	F2	*	*	W34	.**…*..*…**.	*…*..**..*…*	*	*
F3	F4	*	*		…**..**..**…	.**..*….*..**.	*	*
F4	F3	*	*		.**..*….*..**.	…**..**..**…	*	*
F2	F1	*	*		*…*..**..*…*	.**…*..*…**.	*	*

Рис. 3.8 *с*)

Разряд (a_5) в диапазоне кодовых комбинаций *032 – 064*; множества W35(E7, E8, E11, E12), W36(F5 – E8)



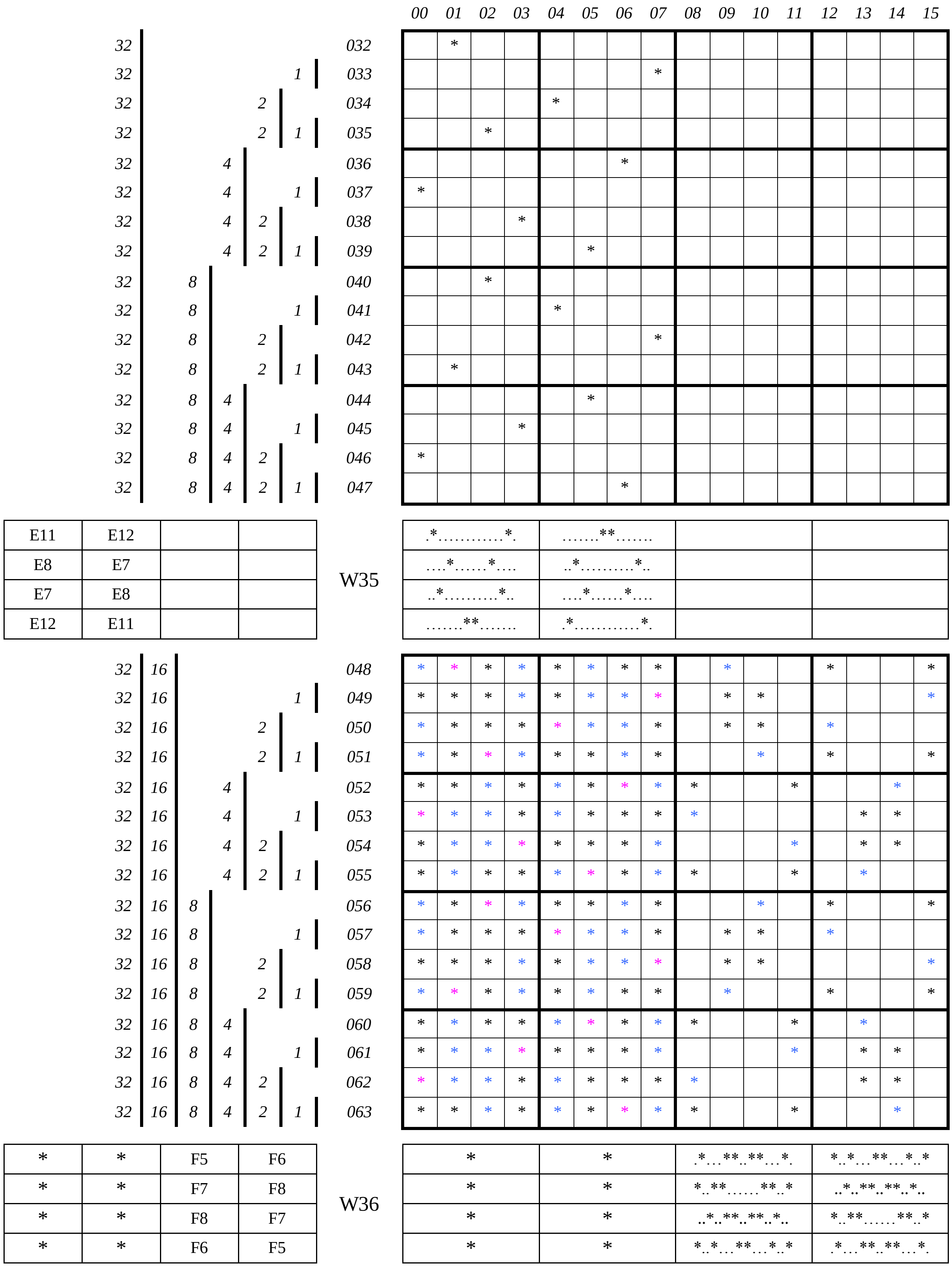


Рис. 3.8 *m*)

Разряд (a_5) в диапазоне кодовых комбинаций *064 – 095*; множества W37(E7, E8, E11, E12), W38(F5 – E8)

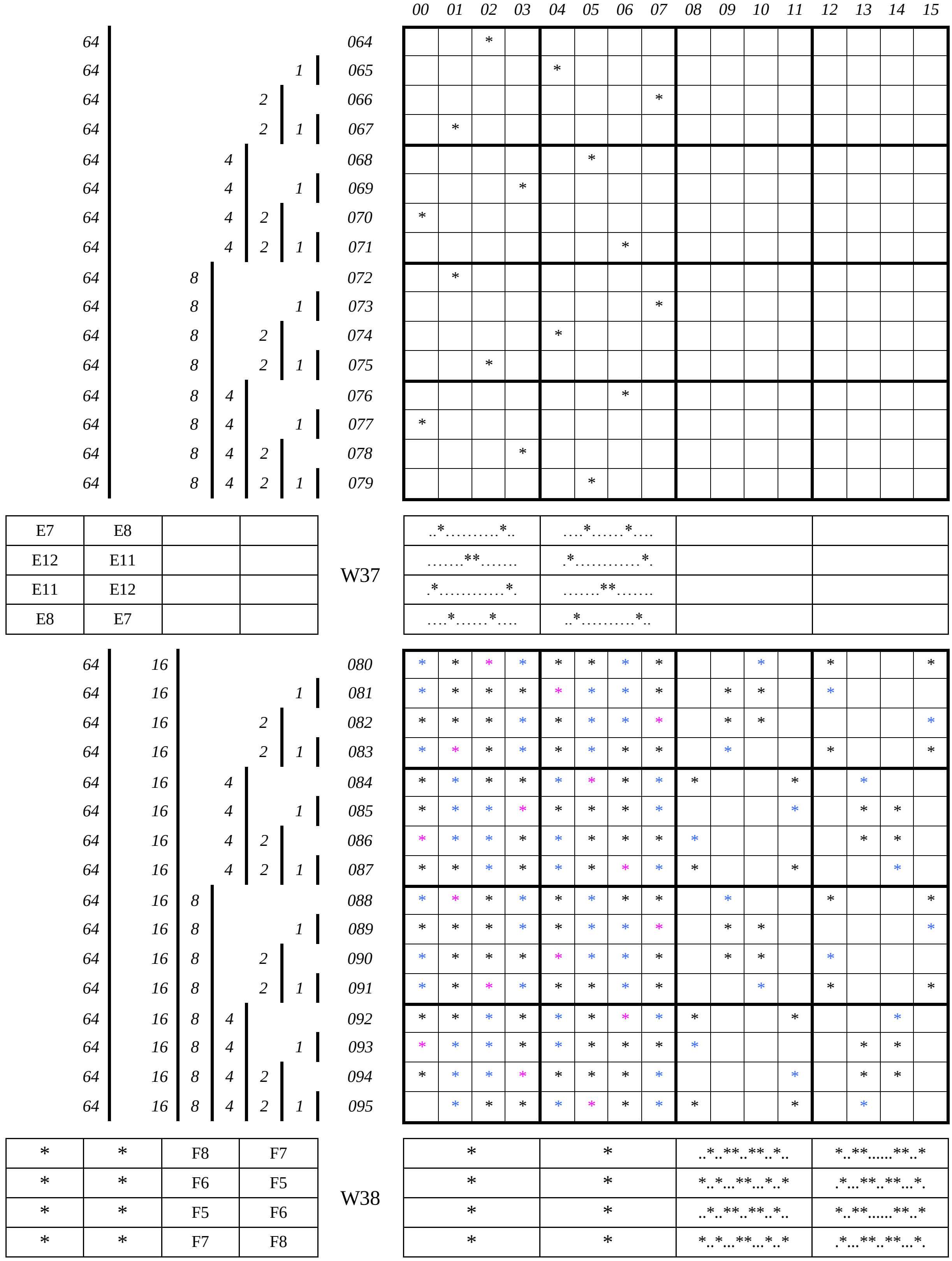


Рис. 3.8 *у*)

Разряд (a_5) в диапазоне кодовых комбинаций *096 – 127*; множества W39(E1, E2, E5, E6), W39(F1, F2, F5, F6)

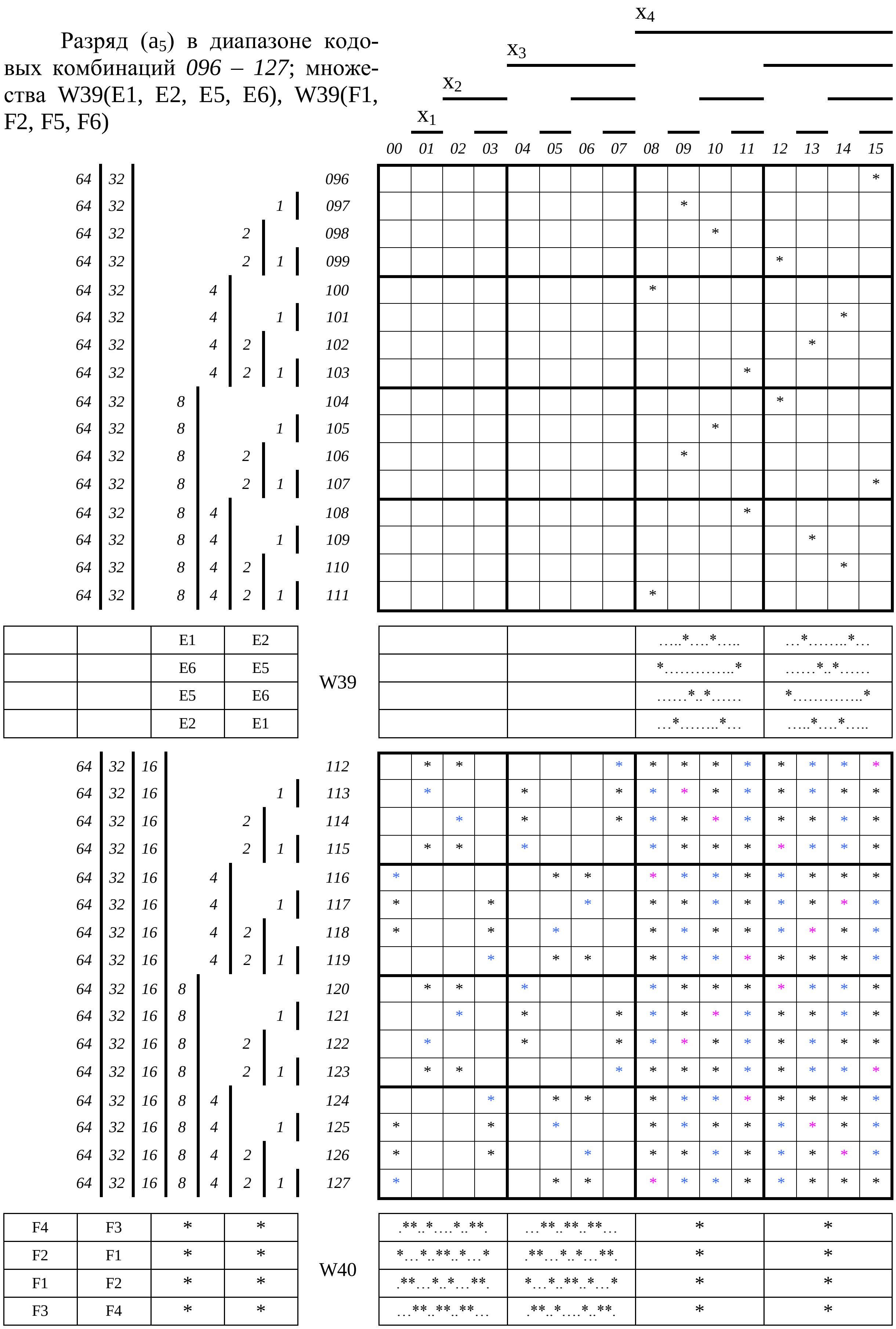


Рис. 3.8 *ф*)

Разряд (a_6) в диапазоне кодовых комбинаций *000 – 031*; множества W40(E7, E8, E11, E12), W42(E7, E8, E11, E12)

x_4 x_3 x_2 x_1

16	8	4	2	1		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
					000														*		
				1	*001*												*				
			2		*002*									*							
			2	*1*	*003*															*	
		4			*004*											*					
		4		*1*	*005*													*			
		4	*2*		*006*																*
		4	*2*	*1*	*007*										*						
	8				*008*															*	
	8			*1*	*009*									*							
	8		*2*		*010*												*				
	8		*2*	*1*	*011*														*		
	8	*4*			*012*										*						
	8	*4*		*1*	*013*																*
	8	*4*	*2*		*014*													*			
	8	*4*	*2*	*1*	*015*											*					

		E12	E11	W41			…….**…….	.*…………*.
		E7	E8				..*……….*..	….*……*….
		E8	E7				….*……*….	..*……….*..
		E11	E12				.*…………*.	…….**…….

16	8	4	2	1		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
16					*016*		*														
16				*1*	*017*								*								
16			*2*		*018*					*											
16			*2*	*1*	*019*			*													
16		*4*			*020*							*									
16		*4*		*1*	*021*	*															
16		*4*	*2*		*022*				*												
16		*4*	*2*	*1*	*023*						*										
16	*8*				*024*			*													
16	*8*			*1*	*025*					*											
16	*8*		*2*		*026*								*								
16	*8*		*2*	*1*	*027*		*														
16	*8*	*4*			*028*						*										
16	*8*	*4*		*1*	*029*				*												
16	*8*	*4*	*2*		*030*	*															
16	*8*	*4*	*2*	*1*	*031*							*									

E11	E12			W42	.*…………*.	…….**…….		
E8	E7				….*……*….	..*……….*..		
E7	E8				..*……….*..	….*……*….		
E12	E11				…….**…….	.*…………*.		

Рис. 3.8 *x*)

Разряд (a_6) в диапазоне кодовых комбинаций *032 – 063*; множества W43(G1 – G4), W44(G1 – G4)

x_4 x_3 x_2 x_1

							00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
32						032		*		*		*			*	*	*	*	*	*	*	*
32					1	033				*		*		*	*	*	*	*	*	*	*	*
32				2		034	*				*		*		*	*	*	*	*	*	*	*
32				2	1	035	*		*				*		*	*	*	*	*	*	*	*
32			4			036			*		*		*		*	*	*	*	*	*	*	*
32			4		1	037	*		*		*				*	*	*	*	*	*	*	*
32			4	2		038		*		*				*	*	*	*	*	*	*	*	*
32			4	2	1	039		*				*		*	*	*	*	*	*	*	*	*
32		8				040	*		*				*		*	*	*	*	*	*	*	*
32		8			1	041	*				*		*		*	*	*	*	*	*	*	*
32		8		2		042				*		*		*	*	*	*	*	*	*	*	*
32		8		2	1	043		*		*		*			*	*	*	*	*	*	*	*
32		8	4			044		*				*		*	*	*	*	*	*	*	*	*
32		8	4		1	045		*		*				*	*	*	*	*	*	*	*	*
32		8	4	2		046	*		*		*				*	*	*	*	*	*	*	*
32		8	4	2	1	047			*		*		*		*	*	*	*	*	*	*	*

G1	G2	*	*	W43	.*.*...**...*.*.	.*...*.**.*...*.	*	*
G3	G4	*	*		..*.*.*..*.*.*..	*.*.*......*.*.*	*	*
G4	G3	*	*		*.*.*......*.*.*	..*.*.*..*.*.*..	*	*
G2	G1	*	*		.*...*.**.*...*.	.*.*...**...*.*.	*	*

							00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
32	16					048	*	*	*	*	*	*	*	*		*				*		*
32	16				1	049	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*				*
32	16			2		050	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*			
32	16			2	1	051	*	*	*	*	*	*	*	*			*		*		*	
32	16		4			052	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*				*	
32	16		4		1	053	*	*	*	*	*	*	*	*	*				*		*	
32	16		4	2		054	*	*	*	*	*	*	*	*				*		*		*
32	16		4	2	1	055	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*		*		
32	16	8				056	*	*	*	*	*	*	*	*			*		*		*	
32	16	8			1	057	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*			
32	16	8		2		058	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*				*
32	16	8		2	1	059	*	*	*	*	*	*	*	*		*				*		*
32	16	8	4			060	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*		*		
32	16	8	4		1	061	*	*	*	*	*	*	*	*				*		*		*
32	16	8	4	2		062	*	*	*	*	*	*	*	*	*				*		*	
32	16	8	4	2	1	063	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*				*	

*	*	G2	G1	W44	*	*	.*...*.**.*...*.	.*.*...**...*.*.
*	*	G4	G3		*	*	*.*.*......*.*.*	..*.*.*..*.*.*..
*	*	G3	G4		*	*	..*.*.*..*.*.*..	*.*.*......*.*.*
*	*	G1	G2		*	*	.*.*...**...*.*.	.*...*.**.*...*.

Рис. 3.8 *ц*)

Разряд (a_6) в диапазоне кодовых комбинаций *064 – 095*; множества W45(E1, E2, E5, E6), W46(E1, E2, E5, E6)

x_4 x_3 x_2 x_1

							00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64						064				*												
64					1	065						*										
64				2		066							*									
64				2	1	067	*															
64			4			068					*											
64			4		1	069			*													
64			4	2		070		*														
64			4	2	1	071								*								
64		8				072	*															
64		8			1	073							*									
64		8		2		074						*										
64		8		2	1	075				*												
64		8	4			076								*								
64		8	4		1	077		*														
64		8	4	2		078			*													
64		8	4	2	1	079					*											

E2	E1			W45	…*……..*…	…..*….*…..		
E5	E6				……*..*……	*…………..*		
E6	E5				*…………..*	……*..*……		
E1	E2				…..*….*…..	…*……..*…		

							00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	16					080																*
64	16				1	081										*						
64	16			2		082											*					
64	16			2	1	083													*			
64	16		4			084									*							
64	16		4		1	085															*	
64	16		4	2		086														*		
64	16		4	2	1	087												*				
64	16	8				088													*			
64	16	8			1	089											*					
64	16	8		2		090										*						
64	16	8		2	1	091																*
64	16	8	4			092												*				
64	16	8	4		1	093														*		
64	16	8	4	2		094															*	
64	16	8	4	2	1	095									*							

		E1	E2	W46			…..*….*…..	…*……..*…
		E6	E5				*…………..*	……*..*……
		E5	E6				……*..*……	*…………..*
		E2	E1				…*……..*…	…..*….*…..

Рис. 3.8 *ч*)

Разряд (a_6) в диапазоне кодовых комбинаций *096 – 127*; множества W47(G5 – G8), W48(G5 – G8)

x_4 x_3 x_2 x_1

								00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	32						096	*	*	*	*	*	*	*	*				*		*		*
64	32					1	097	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*		*		
64	32				2		098	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*				*	
64	32				2	1	099	*	*	*	*	*	*	*	*	*				*		*	
64	32			4			100	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*			
64	32			4		1	101	*	*	*	*	*	*	*	*			*		*		*	
64	32			4	2		102	*	*	*	*	*	*	*	*		*				*		*
64	32			4	2	1	103	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*	*			*
64	32		8				104	*	*	*	*	*	*	*	*	*				*		*	
64	32		8			1	105	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*				*	
64	32		8		2		106	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*		*		
64	32		8		2	1	107	*	*	*	*	*	*	*	*				*		*		*
64	32		8	4			108	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*				*
64	32		8	4		1	109	*	*	*	*	*	*	*	*		*				*		*
64	32		8	4	2		110	*	*	*	*	*	*	*	*			*		*		*	
64	32		8	4	2	1	111	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*		*			

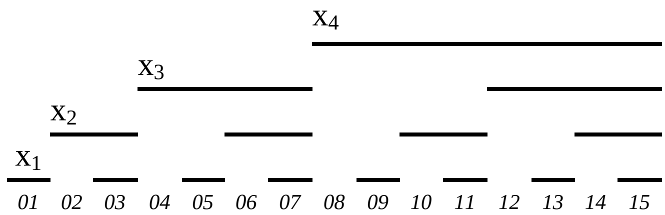
*	*	G5	G6		*	*	...*.*.**.*.*...	.*.*.*....*.*.*.
*	*	G7	G8	W47	*	*	*.*...*..*...*.*	*...*.*..*.**..*
*	*	G8	G7		*	*	*...*.*..*.**..*	*.*...*..*...*.*
*	*	G6	G5		*	*	.*.*.*....*.*.*.	...*.*.**.*.*...

								00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	32	16					112		*		*				*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16				1	113		*				*		*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16			2		114			*		*		*		*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16			2	1	115	*		*		*				*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16		4			116	*				*		*		*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16		4		1	117	*		*				*		*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16		4	2		118		*		*		*			*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16		4	2	1	119				*		*		*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8				120	*		*		*				*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8			1	121			*		*		*		*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8		2		122		*				*		*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8		2	1	123		*		*				*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8	4			124				*		*		*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8	4		1	125		*		*		*			*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8	4	2		126	*		*				*		*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8	4	2	1	127	*				*		*		*	*	*	*	*	*	*	*

G6	G5	*	*		.*.*.*....*.*.*.	...*.*.**.*.*...	*	*
G8	G7	*	*	W48	*...*.*..*.**..*	*.*...*..*...*.*	*	*
G7	G8	*	*		*.*...*..*...*.*	*...*.*..*.**..*	*	*
G5	G6	*	*		...*.*.**.*.*...	.*.*.*....*.*.*.	*	*

Рис. 3.8 *ш*)

Разряд (a_7) в диапазоне кодовых комбинаций *000 – 031*; множества W49(E7, E8, E11, E12), W50(E7, E8, E11, E12)



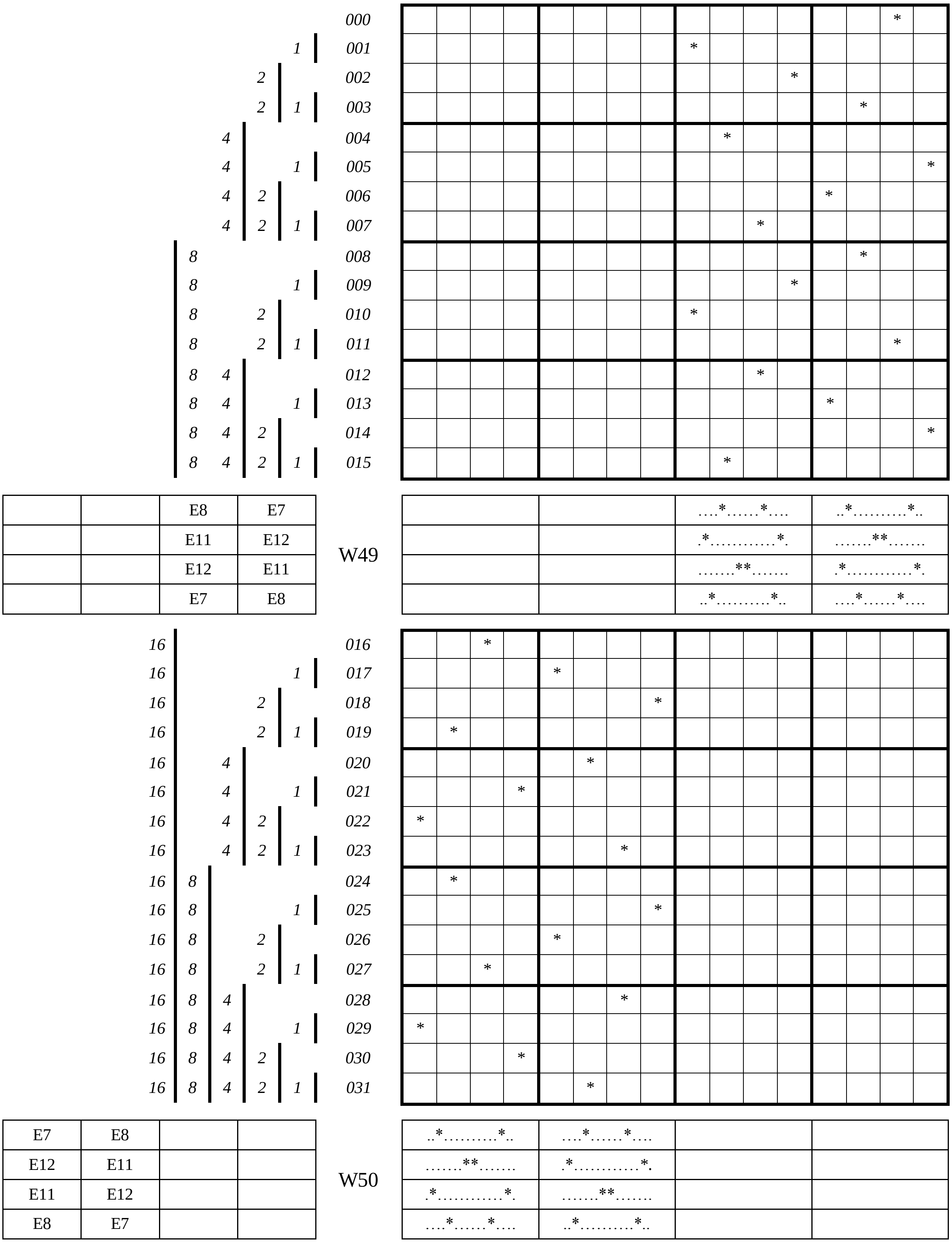


Рис. 3.8 *ы*)

Разряд (a_7) в диапазоне кодовых комбинаций *032 – 063*; множества W51(E1, E2, E5, E6), W52(E1, E2, E5, E6)

							00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
32						032				*												
32					1	033						*										
32				2		034							*									
32				2	1	035	*															
32			4			036					*											
32			4		1	037			*													
32			4	2		038		*														
32			4	2	1	039								*								
32		8				040	*															
32		8			1	041							*									
32		8		2		042						*										
32		8		2	1	043				*												
32		8	4			044								*								
32		8	4		1	045		*														
32		8	4	2		046			*													
32		8	4	2	1	047					*											

E2	E1			W51	…*……..*…	…..*….*…..		
E5	E6				……*..*……	*…………..*		
E6	E5				*…………..*	……*..*……		
E1	E2				…..*….*…..	…*……..*…		

							00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
32	16					048																*
32	16				1	049										*						
32	16			2		050											*					
32	16			2	1	051													*			
32	16		4			052									*							
32	16		4		1	053															*	
32	16		4	2		054														*		
32	16		4	2	1	055												*				
32	16	8				056													*			
32	16	8			1	057											*					
32	16	8		2		058										*						
32	16	8		2	1	059																*
32	16	8	4			060												*				
32	16	8	4		1	061														*		
32	16	8	4	2		062															*	
32	16	8	4	2	1	063									*							

		E1	E2	W52			…..*….*…..	…*……..*…
		E6	E5				*…………..*	……*..*……
		E5	E6				……*..*……	*…………..*
		E2	E1				…*……..*…	…..*….*…..

Рис. 3.8 э)

Разряд (a_7) в диапазоне кодовых комбинаций *064 – 095*; множества W53(G9 – G12), W54(G9 – G12)

							00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64						064			*	*			*		*	*	*	*	*	*	*	*
64					1	065	*				*	*			*	*	*	*	*	*	*	*
64				2		066				*			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
64				2	1	067	*	*				*			*	*	*	*	*	*	*	*
64			4			068		*			*	*			*	*	*	*	*	*	*	*
64			4		1	069			*	*				*	*	*	*	*	*	*	*	*
64			4	2		070	*	*			*				*	*	*	*	*	*	*	*
64			4	2	1	071			*				*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
64		8				072	*	*				*			*	*	*	*	*	*	*	*
64		8			1	073				*			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
64		8		2		074	*				*	*			*	*	*	*	*	*	*	*
64		8		2	1	075			*	*			*		*	*	*	*	*	*	*	*
64		8	4			076			*				*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
64		8	4		1	077	*	*			*				*	*	*	*	*	*	*	*
64		8	4	2		078			*	*				*	*	*	*	*	*	*	*	*
64		8	4	2	1	079		*			*	*			*	*	*	*	*	*	*	*

G9	G10	*	*	W53	..***......***..	..*.**....**.*..	*	*
G11	G12	*	*		.*....****....*.	**.....**.....**	*	*
G12	G11	*	*		**.....**.....**	.*....****....*.	*	*
G10	G9	*	*		..*.**....**.*..	..***......***..	*	*

							00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	16					080	*	*	*	*	*	*	*	*			*				*	*
64	16				1	081	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*			*			
64	16			2		082	*	*	*	*	*	*	*	*			*	*				*
64	16			2	1	083	*	*	*	*	*	*	*	*		*			*	*		
64	16		4			084	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*				*		
64	16		4		1	085	*	*	*	*	*	*	*	*				*			*	*
64	16		4	2		086	*	*	*	*	*	*	*	*	*				*	*		
64	16		4	2	1	087	*	*	*	*	*	*	*	*			*	*			*	
64	16	8				088	*	*	*	*	*	*	*	*		*			*	*		
64	16	8			1	089	*	*	*	*	*	*	*	*			*	*				*
64	16	8		2		090	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*			*			
64	16	8		2	1	091	*	*	*	*	*	*	*	*			*				*	*
64	16	8	4			092	*	*	*	*	*	*	*	*			*	*			*	
64	16	8	4		1	093	*	*	*	*	*	*	*	*	*				*	*		
64	16	8	4	2		094	*	*	*	*	*	*	*	*				*			*	*
64	16	8	4	2	1	095	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*				*		

*	*	G10	G9	W54	*	*	..*.**....**.*..	..***......***..
*	*	G12	G11		*	*	**.....**.....**	.*....****....*.
*	*	G11	G12		*	*	.*....****....*.	**.....**.....**
*	*	G9	G10		*	*	..***......***..	..*.**....**.*..

Рис. 3.8 *ю*)

Разряд (a_7) в диапазоне кодовых комбинаций *096 – 127*; множества W55(G13 – G16), W56(G13 – G16)

x_4 x_3 x_2 x_1

								00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	32						096	*	*	*	*	*	*	*	*				*			*	*
64	32					1	097	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*				*		
64	32				2		098	*	*	*	*	*	*	*	*			*	*			*	
64	32				2	1	099	*	*	*	*	*	*	*	*	*				*	*		
64	32			4			100	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*			*			
64	32			4		1	101	*	*	*	*	*	*	*	*			*				*	*
64	32			4	2		102	*	*	*	*	*	*	*	*		*			*	*		
64	32			4	2	1	103	*	*	*	*	*	*	*	*			*	*				*
64	32		8				104	*	*	*	*	*	*	*	*	*					*		
64	32		8			1	105	*	*	*	*	*	*	*	*			*	*			*	
64	32		8		2		106	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*				*		
64	32		8		2	1	107	*	*	*	*	*	*	*	*				*			*	*
64	32		8	4			108	*	*	*	*	*	*	*	*			*	*				*
64	32		8	4		1	109	*	*	*	*	*	*	*	*		*			*	*		
64	32		8	4	2		110	*	*	*	*	*	*	*	*			*				*	*
64	32		8	4	2	1	111	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*			*			

*	*	G13	G14	W55	*	*	...***....***...	..**.*....*.**..
*	*	G15	G16		*	*	**....*..*....**	*.....****.....*
*	*	G16	G15		*	*	*.....****.....*	**....*..*....**
*	*	G14	G13		*	*	..**.*....*.**..	...***....***...

								00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
64	32	16					112			*	*				*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16				1	113		*			*	*			*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16			2		114			*				*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16			2	1	115	*	*			*				*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16		4			116	*				*	*			*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16		4		1	117			*	*			*		*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16		4	2		118	*	*				*			*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16		4	2	1	119				*			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8				120	*	*			*				*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8			1	121			*				*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8		2		122		*			*	*			*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8		2	1	123			*	*				*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8	4			124				*			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8	4		1	125	*	*				*			*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8	4	2		126			*	*			*		*	*	*	*	*	*	*	*
64	32	16	8	4	2	1	127	*				*	*			*	*	*	*	*	*	*	*

G14	G13	*	*	W56	..**.*....*.**..	...***....***...	*	*
G16	G15	*	*		*.....****.....*	**....*..*....**	*	*
G15	G16	*	*		**....*..*....**	*.....****.....*	*	*
G13	G14	*	*		...***....***...	..**.*....*.**..	*	*

Рис. 3.8 *я*)

На рис. 3.8 *а*, *б*, *в*, *г* приведены соответственно в диапазонах кодовых комбинаций (*000 – 031*), (*032 – 063*), (*064 – 095*) и (*111 – 127*) информационной части квазисовершенного кода геометрические образы сигнала (a_1) в координатах $x_1 – x_4$, $a_1 – a_7$.

На рис. 3.8 *д, е, ж, з* в этих же диапазонах и этих же координатах приведены геометрические образы сигнала (a_2); на рис. 3.8 *и, к, л, м* – сигнала (a_3); на рис. 3.8 *н, о, п, р* – сигнала (a_4); на рис. 3.8 *с, т, у, ф* – сигнала (a_5); на рис. 3.8 *х, ц, ч, ш* – сигнала (a_6); на рис. 3.8 *ы, э, ю, я* – сигнала (a_7).

На каждом из рисунков эти геометрические образы изображены также в координатах старших разрядов x_3, x_4, $a_3 – a_7$. В ячейках координатах старших разрядов в буквенной, например C1, C2 и т. д., и геометрической (.....***...*****), (.*..****....**.*) записи представлено их геометрическое содержание. Эти геометрические образы и их имена в координатах x_1, x_2, a_1, a_2, являются подмножествами геометрического множества W_i в диапазонах кодовых комбинаций (*000 – 031*), (*032 – 063*), (*064 – 095*), (*111 – 127*) всего множества для сигналов (a_1) – (a_7). Эти множества являются в свою очередь подмножествами геометрических образов всех сигналов (a_1) – (a_7).

Все геометрические образы подмножеств в координатах x_1, x_2, a_1, a_2 приведены ниже на рис. 3.9 – 3.13. Здесь также содержатся логические зависимости (3.1.5) – (3.1.22) , соответствующие этим геометрическим образам подмножеств по группам:

(C1 – C4), (C5 – C8), (C9 – C12), (C13 – C16); (D1 – D4), (D5 – D8),
(D9 – D12), (D13 – D16), (E1 – E4), (E5 – E8), (E9 – E12), (E13 – E16),
(G1 – G4), (G5 – G8), (G9 – G12), (G13 – G16), (F1 – F4), (F5 – F6).

Входящие в геометрические образы (множества) W1 – W16 подмножества (C1 – C4), (C5 – C8), (C9 – C12), (C13 – C16); (D1 – D4), (D5 – D8), (D9 – D12), (D13 – D16), (E1 – E4), (E5 – E8), (E9 – E12), (E13 – E16) не имеют в каждом из множеств W1 – W16 взаимных включений. По этой причине все логические зависимости (3.1.23) – (3.1.38) для множеств W1 – W16 имеют одинаковую структуру записи, которая полностью определяется геометрией размещения их в координатах $x_3x_4a_3a_4$ цифро-векторного пространства.

Для большей наглядности связи логических зависимостей (функций) W_i с их геометрическими образами в координатах $x_3x_4a_3a_4$ цифро-векторного пространства будем в дальнейшем помещать их элементы (конъюнкции) в соответствующих ячейках этого пространства. Такой наглядности соответствует табличная форма представления логических зависимостей, где ячейки таблицы полностью соответствуют ячейкам цифро-векторного пространства.

$$C1 = a_1a_2 \vee x_1a_1 \vee x_2a_1 \vee x_1x_2a_2,$$
$$C2 = a_1\underline{a_2} \vee x_1a_1 \vee \underline{x_2}a_1 \vee x_1\underline{x_2}\underline{a_2},$$
$$C3 = a_1a_2 \vee \underline{x_1}a_1 \vee \underline{x_2}a_1 \vee \underline{x_1}\underline{x_2}a_2,$$
$$C4 = a_1\underline{a_2} \vee \underline{x_1}a_1 \vee x_2a_1 \vee \underline{x_1}x_2\underline{a_2}. \quad (3.1.5)$$

x_2 x_1 a_1 a_2

					*									*	
	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
			*					*							
*	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*	*		*	*
C1				C2				C3				C4			

$$C5 = \underline{x_1}a_1\underline{a_2} \vee x_2a_1\underline{a_2} \vee x_1x_2a_1,$$
$$C6 = \underline{x_1}a_1a_2 \vee \underline{x_2}a_1a_2 \vee x_1\underline{x_2}a_1,$$
$$C7 = x_1a_1\underline{a_2} \vee \underline{x_2}a_1\underline{a_2} \vee \underline{x_1}\underline{x_2}a_1,$$
$$C8 = x_1a_1a_2 \vee x_2a_1a_2 \vee \underline{x_1}x_2a_1. \quad (3.1.6)$$

x_2 x_1 a_1 a_2

*		*	*		*			*	*		*			*	
			*	*	*	*		*					*	*	*
C5				C6				C7				C8			

$$C9 = \underline{x_1}a_1a_2 \vee x_2a_1a_2 \vee x_1x_2a_1,$$
$$C10 = \underline{x_1}a_1\underline{a_2} \vee \underline{x_2}a_1\underline{a_2} \vee x_1\underline{x_2}a_1,$$
$$C11 = x_1a_1a_2 \vee \underline{x_2}a_1a_2 \vee \underline{x_1}\underline{x_2}a_1,$$
$$C12 = x_1a_1\underline{a_2} \vee x_2a_1\underline{a_2} \vee \underline{x_1}x_2a_1. \quad (3.1.7)$$

x_2 x_1 a_1 a_2

			*	*	*	*		*					*	*	*
*		*	*		*			*	*		*			*	
C9				C10				C11				C12			

$$C13 = a_1\underline{a_2} \vee x_1 a_1 \vee x_2 a_1 \vee x_1x_2\underline{a_2},$$
$$C14 = a_1a_2 \vee x_1 a_1 \vee \underline{x_2} a_1 \vee x_1\underline{x_2}a_2,$$
$$C15 = a_1\underline{a_2} \vee \underline{x_1} a_1 \vee \underline{x_2} a_1 \vee \underline{x_1}\underline{x_2}\underline{a_2},$$
$$C16 = a_1a_2 \vee x_1a_1 \vee x_2 a_1 \vee x_1x_2a_2. \quad (3.1.8)$$

x_2 x_1 a_1 a_2

			*					*							
*	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*	*		*	*
					*									*	
	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
C13				C14				C15				C16			

Рис. 3.9

$$D1 = a_1a_2 \vee x_1\underline{a}_1a_2 \vee x_2a_1 \vee x_1x_2a_1,$$
$$D2 = \underline{a}_1a_2 \vee \underline{x}_1a_1a_2 \vee x_2a_1 \vee x_1\underline{x}_2\underline{a}_1,$$
$$D3 = a_1a_2 \vee \underline{x}_1\underline{a}_1a_2 \vee \underline{x}_2a_1 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_1,$$
$$D4 = \underline{a}_1a_2 \vee x_1a_1a_2 \vee \underline{x}_2a_1 \vee \underline{x}_1x_2\underline{a}_1. \quad (3.1.9)$$

						*							*		
			*					*							
	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
*	*	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*		*
	D1				D2				D3				D4		

$$D5 = \underline{x}_2\underline{a}_1a_2 \vee x_1x_2a_2,$$
$$D6 = \underline{x}_2a_1a_2 \vee \underline{x}_1x_2a_2,$$
$$D7 = x_2\underline{a}_1a_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_2,$$
$$D8 = x_2a_1a_2 \vee x_1\underline{x}_2a_2. \quad (3.1.10)$$

*	*		*			*		*		*	*		*		
			*	*	*	*		*					*	*	*
	D5				D6				D7				D8		

$$D9 = x_2a_1a_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_2,$$
$$D10 = x_2\underline{a}_1a_2 \vee x_1\underline{x}_2a_2,$$
$$D11 = \underline{x}_2a_1a_2 \vee x_1x_2a_2,$$
$$D12 = \underline{x}_2\underline{a}_1a_2 \vee \underline{x}_1x_2a_2. \quad (3.1.11)$$

*					*	*	*				*	*	*	*	
*		*	*		*			*	*		*			*	
	D9				D10				D11				D12		

$$D13 = \underline{a}_1a_2 \vee \underline{x}_1a_2 \vee \underline{x}_2a_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_1,$$
$$D14 = a_1a_2 \vee x_1a_2 \vee \underline{x}_2a_2 \vee x_1\underline{x}_2a_1,$$
$$D15 = \underline{a}_1a_2 \vee x_1a_2 \vee x_2a_2 \vee x_1x_2\underline{a}_1,$$
$$D16 = a_1a_2 \vee \underline{x}_1a_2 \vee x_2a_2 \vee \underline{x}_1x_2a_1. \quad (3.1.12)$$

*											*				
					*									*	
*	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*	*		*	*
*	*	*		*	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*
	D13				D14				D15				D16		

Рис. 3.10

$$E1 = x_1\underline{x}_2a_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1x_2\underline{a}_1a_2,$$
$$E2 = x_1x_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_1a_2,$$
$$E3 = x_1\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee x_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee x_1\underline{x}_2\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1a_1a_2 \vee \underline{x}_2a_1a_2 \vee \underline{x}_1x_2a_2,$$
$$E4 = x_1a_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_2a_1\underline{a}_2 \vee x_1x_2\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{a}_1a_2 \vee x_2\underline{a}_1a_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_2. \tag{3.1.13}$$

x_2 x_1 a_1 a_2

							*		*	*	*				*
	*								*			*	*		*
		*								*		*		*	*
				*				*	*	*		*			
E1				E2				E3				E4			

$$E5 = \underline{x}_1x_2a_1\underline{a}_2 \vee x_1\underline{x}_2\underline{a}_1a_2,$$
$$E6 = \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee x_1x_2a_1a_2,$$
$$E7 = \underline{x}_1x_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee x_1\underline{x}_2a_1a_2,$$
$$E8 = \underline{x}_1\underline{x}_2a_1\underline{a}_2 \vee x_1x_2\underline{a}_1a_2. \tag{3.1.14}$$

x_2 x_1 a_1 a_2

				*						*					
		*										*			
	*														*
							*		*						
E5				E6				E7				E8			

$$E9 = \underline{x}_1a_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_2a_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1x_2\underline{a}_2 \vee x_1\underline{a}_1a_2 \vee x_2\underline{a}_1a_2 \vee x_1\underline{x}_2a_2,$$
$$E10 = x_1a_1a_2 \vee \underline{x}_2a_1a_2 \vee x_1x_2a_2 \vee \underline{x}_1\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee x_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_2,$$
$$E11 = x_1\underline{x}_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1x_2a_1a_2,$$
$$E12 = x_1x_2a_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_1a_2. \tag{3.1.15}$$

x_2 x_1 a_1 a_2

		*		*		*	*		*						
*	*	*		*											*
	*	*	*				*					*			
	*			*	*		*			*					
E9				E10				E11				E12			

$$E13 = \underline{x}_1a_1a_2 \vee x_2a_1a_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_2 \vee x_1\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee x_1x_2\underline{a}_2,$$
$$E14 = x_1a_1\underline{a}_2 \vee x_2a_1\underline{a}_2 \vee x_1\underline{x}_2\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{a}_1a_2 \vee \underline{x}_2\underline{a}_1a_2 \vee \underline{x}_1x_2a_2,$$
$$E15 = \underline{x}_1\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1x_2\underline{a}_2 \vee x_1a_1a_2 \vee x_2a_1a_2 \vee x_1\underline{x}_2a_2,$$
$$E16 = \underline{x}_1a_1\underline{a}_2 \vee x_2a_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_2 \vee x_1\underline{a}_1a_2 \vee \underline{x}_2\underline{a}_1a_2 \vee x_1x_2a_2. \tag{3.1.16}$$

x_2 x_1 a_1 a_2

*	*		*		*			*	*	*		*			
			*		*	*	*			*		*		*	*
*				*	*	*			*			*	*		*
*		*	*			*			*	*	*				*
E13				E14				E15				E16			

Рис. 3.11

$$G1 = x_1x_2\underline{a}_2 \vee x_1\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_2 \vee \underline{x}_1a_1a_2,$$
$$G2 = x_1\underline{x}_2\underline{a}_2 \vee x_1a_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1x_2a_2 \vee \underline{x}_1\underline{a}_1a_2,$$
$$G3 = \underline{x}_1x_2\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1a_1\underline{a}_2 \vee x_1\underline{x}_2a_2 \vee x_1\underline{a}_1a_2,$$
$$G4 = \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee x_1x_2a_2 \vee x_1a_1a_2. \quad (3.1.17)$$

x_2, x_1, a_1, a_2

	*		*		*					*		*		*	
			*		*		*	*		*		*			
*				*		*			*		*				*
*		*				*			*				*		*
G1				G2				G3				G4			

$$G5 = x_1x_2\underline{a}_2 \vee x_1a_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_2 \vee \underline{x}_1\underline{a}_1a_2,$$
$$G6 = x_1\underline{x}_2\underline{a}_2 \vee x_1\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1x_2a_2 \vee \underline{x}_1a_1a_2,$$
$$G7 = \underline{x}_1x_2\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee x_1\underline{x}_2a_2 \vee x_1a_1a_2,$$
$$G8 = \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1a_1\underline{a}_2 \vee x_1x_2a_2 \vee x_1\underline{a}_1a_2. \quad (3.1.18)$$

x_2, x_1, a_1, a_2

			*		*		*	*		*		*			
	*		*		*					*		*		*	
*		*				*			*				*		*
*				*		*			*		*	*			*
G5				G6				G7				G8			

$$G9 = \underline{x}_1\underline{x}_2a_1 \vee x_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee x_1x_2\underline{a}_1 \vee \underline{x}_2a_1a_2,$$
$$G10 = \underline{x}_1x_2\underline{a}_1 \vee \underline{x}_2a_1\underline{a}_2 \vee x_1\underline{x}_2a_1 \vee x_2\underline{a}_1a_2,$$
$$G11 = x_1\underline{x}_2\underline{a}_1 \vee x_2a_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1x_2a_1 \vee \underline{x}_2\underline{a}_1a_2,$$
$$G12 = x_1x_2a_1 \vee \underline{x}_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_1 \vee x_2a_1a_2. \quad (3.1.19)$$

x_2, x_1, a_1, a_2

		*	*			*			*			*	*		
*				*	*					*	*				*
			*			*	*	*	*			*			
*	*				*					*				*	*
G9				G10				G11				G12			

$$G13 = \underline{x}_1\underline{x}_2a_1 \vee \underline{x}_2a_1\underline{a}_2 \vee x_1x_2\underline{a}_1 \vee x_2\underline{a}_1a_2,$$
$$G14 = \underline{x}_1x_2\underline{a}_1 \vee x_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee x_1\underline{x}_2a_1 \vee \underline{x}_2a_1a_2,$$
$$G15 = x_1\underline{x}_2\underline{a}_1 \vee \underline{x}_2\underline{a}_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1x_2a_1 \vee x_2a_1a_2,$$
$$G16 = x_1x_2a_1 \vee x_2a_1\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_1 \vee \underline{x}_2\underline{a}_1a_2. \quad (3.1.20)$$

x_2, x_1, a_1, a_2

			*			*	*	*	*			*			
*	*				*					*				*	*
		*	*			*			*			*	*		
*				*	*					*	*				*
G13				G14				G15				G16			

Рис. 3.12

$$F1 = x_1\underline{x}_2\underline{a}_1 \vee \underline{x}_1x_2\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1x_2a_1 \vee x_1\underline{x}_2a_2,$$
$$F2 = \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_1 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_2 \vee x_1x_2a_1 \vee x_1x_2a_2,$$
$$F3 = x_1x_2\underline{a}_1 \vee x_1x_2\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_1 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_2,$$
$$F4 = \underline{x}_1x_2\underline{a}_1 \vee x_1\underline{x}_2a_2 \vee x_1\underline{x}_2a_1 \vee \underline{x}_1x_2\underline{a}_2. \quad (3.1.21)$$

x_2, x_1, a_1, a_2

	*	*		*							*		*	*	
		*		*			*	*			*		*		
	*			*			*	*			*			*	
	*	*					*	*					*	*	
	F1				F2				F3				F4		

$$F5 = x_1\underline{x}_2\underline{a}_1 \vee x_1\underline{x}_2\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1x_2a_1 \vee \underline{x}_1x_2a_2,$$
$$F6 = x_1x_2a_1 \vee x_1x_2a_2 \vee x_1x_2a_1 \vee x_1x_2a_2,$$
$$F7 = x_1x_2a_1 \vee x_1x_2\underline{a}_2 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2\underline{a}_1 \vee \underline{x}_1\underline{x}_2a_2,$$
$$F8 = \underline{x}_1x_2\underline{a}_1 \vee \underline{x}_1x_2\underline{a}_2 \vee x_1\underline{x}_2a_1 \vee x_1\underline{x}_2a_2. \quad (3.1.22)$$

x_2, x_1, a_1, a_2

	*			*			*	*			*			*	
	*	*					*	*					*	*	
	*	*		*							*		*	*	
		*		*			*	*			*		*		
	F5				F6				F7				F8		

Рис. 3.13

(3.1.23)

W1 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C1 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C4 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C5 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C8 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C2 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C3 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4C6 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4C7 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C3 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C2 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4C7 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4C6 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4C4 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4C1 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4C8 \vee$	$x_3x_4a_3a_4C5.$

(3.1.24)

W2 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C8 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C5 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C4 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C1 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C7 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C6 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4C3 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4C2 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C6 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C7 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4C2 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4C3 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4C5 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4C8 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4C1 \vee$	$x_3x_4a_3a_4C4.$

(3.1.25)

W3 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C9 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C12 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C13 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C14 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C10 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C11 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4C14 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4C15 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C11 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C10 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4C15 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4C14 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4C12 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4C9 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4C16 \vee$	$x_3x_4a_3a_4C13.$

(3.1.26)

W4 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C13 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C16 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C12 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C9 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C14 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C15 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4C11 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4C10 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C15 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C14 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4C10 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4C11 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4C16 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4C13 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4C9 \vee$	$x_3x_4a_3a_4C12.$

$W5 =$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C11 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C10 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C14 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C15 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C12 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C9 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4C13 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4C16 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C9 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C12 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4C16 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4C13 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4C10 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4C11 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4C15 \vee$	$x_3x_4a_3a_4C14.$

(3.1.27)

$W6 =$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C15 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C14 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C10 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C11 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C16 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C13 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4C9 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4C12 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C13 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C16 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4C12 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4C9 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4C14 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4C15 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4C11 \vee$	$x_3x_4a_3a_4C10.$

(3.1.28)

$W7 =$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C3 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C2 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C7 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C6 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C4 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C1 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4C8 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4C5 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C1 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C4 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4C5 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4C8 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4C2 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4C3 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4C6 \vee$	$x_3x_4a_3a_4C7.$

(3.1.29)

$W8 =$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C6 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4C7 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C2 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4C3 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C5 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4C8 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4C1 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4C4 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C8 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4C5 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4C4 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4C1 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4C7 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4C6 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4C3 \vee$	$x_3x_4a_3a_4C2.$

(3.1.30)

$W9 =$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D1 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D4 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D5 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D8 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D2 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D3 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4D6 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4D7 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D3 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D2 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4D7 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4D6 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4D4 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4D1 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4D8 \vee$	$x_3x_4a_3a_4D5.$

(3.1.31)

$W10 =$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D8 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D5 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D4 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D1 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D7 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D6 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4D3 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4D2 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D6 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D7 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4D2 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4D3 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4D5 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4D8 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4D1 \vee$	$x_3x_4a_3a_4D4.$

(3.1.32)

$W11 =$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D9 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D12 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D13 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D16 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D10 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D11 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4D14 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4D15 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D11 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D10 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4D15 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4D14 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4D12 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4D9 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4D16 \vee$	$x_3x_4a_3a_4D13.$

(3.1.33)

$W12 =$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D16 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D13 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D12 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D9 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D15 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D14 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4D11 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4D10 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D14 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D15 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4D10 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4D11 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4D13 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4D16 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4D9 \vee$	$x_3x_4a_3a_4D12.$

(3.1.34)

$W13 =$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D11 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D10 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D15 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D14 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D12 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D9 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4D16 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4D13 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D9 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D12 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4D13 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4D16 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4D10 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4D11 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4D14 \vee$	$x_3x_4a_3a_4D15.$

(3.1.35)

W14 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D14 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D15 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D10 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D11 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D13 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D16 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4D9 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4D12 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D16 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D13 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4D12 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4D9 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4D15 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4D14 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4D11 \vee$	$x_3x_4a_3a_4D10.$

(3.1.36)

W15 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D3 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D2 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D7 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D6 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D4 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D1 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4D8 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4D5 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D1 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D4 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4D5 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4D8 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4D2 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4D3 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4D6 \vee$	$x_3x_4a_3a_4D7.$

(3.1.37)

W16 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D6 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4D7 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D2 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4D3 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D5 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4D8 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4D1 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4D4 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D8 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4D5 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4D4 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4D1 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4D7 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4D6 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4D3 \vee$	$x_3x_4a_3a_4D7.$

(3.1.38)

W17	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E1 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E2 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4\underline{E6} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4\underline{E5} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E3 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E4 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E5 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E6 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E2} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E1} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E4} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E3}.$

(3.1.39)

Принимая во внимание, что в (3.1.39) одни подмножества включают в себя другие подмножества [$\underline{E6} \supset E1$, $\underline{E6} \supset E3$, $\underline{E5} \supset E2$, $\underline{E5} \supset E4$, $\underline{E2} \supset E5$, $\underline{E2} \supset \underline{E4}$, $\underline{E1} \supset E6$, $\underline{E1} \supset \underline{E3}$], это выражение станет более простым – в нем исчезнут некоторые сигналы разрядов (отмечены затемнением). В дальнейшем изложении также будут отмечаться подобные включения после соответствующих логических формул, а в них, после учета взаимных включений подмножеств, отсутствующие сигналы разрядов будут затемняться.

W18			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E2 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E1 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E4 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E3 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4\underline{E5} \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4\underline{E6} \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E6 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E5 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E3} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E4} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E1} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E2}.$

(3.1.40)

[$\underline{E6} \supset E1$, $\underline{E6} \supset E3$, $\underline{E5} \supset E2$, $\underline{E5} \supset E4$, $\underline{E2} \supset E5$, $\underline{E2} \supset \underline{E4}$, $\underline{E1} \supset E6$, $\underline{E1} \supset \underline{E3}$]

W19			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E7 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E8 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E9 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E10 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4\underline{E12} \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4\underline{E11} \vee$
$\vee$		$\vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E11 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E12 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E10} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E9} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E8} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E7}.$

(3.1.41)

[$\underline{E11} \supset E8$, $\underline{E11} \supset E10$, $\underline{E12} \supset E7$, $\underline{E12} \supset E9$, $\underline{E7} \supset E12$, $\underline{E7} \supset \underline{E9}$, $\underline{E8} \supset E11$, $\underline{E8} \supset \underline{E10}$]

W20 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E8 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E7 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4\underline{E11} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4\underline{E12} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E10 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E9 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E12 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E11 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E7} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E8} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E9} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E10}.$

(3.1.42)

[$\underline{E11} \supset E8$, $\underline{E11} \supset E10$, $\underline{E12} \supset E7$, $\underline{E12} \supset E9$, $\underline{E7} \supset E12$, $\underline{E7} \supset \underline{E9}$, $\underline{E8} \supset E11$, $\underline{E8} \supset \underline{E10}$]

W21 =			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E11 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E12 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E14 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E13 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4\underline{E8} \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4\underline{E7} \vee$
$\vee$			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E7 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E8 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E13} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E14} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E12} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E11}.$

(3.1.43)

[$\underline{E7} \supset E12$, $\underline{E7} \supset E13$, $\underline{E8} \supset E11$, $\underline{E8} \supset E14$, $\underline{E11} \supset E8$, $\underline{E11} \supset \underline{E14}$, $\underline{E12} \supset E7$, $\underline{E12} \supset \underline{E13}$]

W22 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E12 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E11 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4\underline{E7} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4\underline{E8} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E13 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E14 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E8 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E7 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E11} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E12} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E14} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E13}.$

(3.1.44)

[$\underline{E7} \supset E12$, $\underline{E7} \supset E13$, $\underline{E8} \supset E11$, $\underline{E8} \supset E14$, $\underline{E11} \supset E8$, $\underline{E11} \supset \underline{E14}$, $\underline{E12} \supset E7$, $\underline{E12} \supset \underline{E13}$]

W23 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E5 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E6 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4\underline{E2} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4\underline{E1} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E15 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E16 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E1 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E2 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E6} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E5} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E16} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E15}.$

(3.1.45)

[$\underline{E2} \supset E5$, $\underline{E2} \supset E15$, $\underline{E1} \supset E6$, $\underline{E1} \supset E16$, $\underline{E6} \supset E1$, $\underline{E11} \supset \underline{E14}$, $\underline{E12} \supset E7$, $\underline{E12} \supset \underline{E13}$]

W24			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E6 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E5 \vee$
	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E16 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E15 \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4\underline{E1} \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4\underline{E2} \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E2 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E1 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E15} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E16} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E5} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E6}.$

(3.1.46)

[$\underline{E2} \supset E5$, $\underline{E2} \supset E15$, $\underline{E1} \supset E6$, $\underline{E1} \supset E16$, $\underline{E6} \supset E1$, $\underline{E11} \supset \underline{E14}$, $\underline{E12} \supset E7$, $\underline{E12} \supset \underline{E13}$]

W25	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E2 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E1 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E5 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E6 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4\underline{E6} \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4\underline{E5} \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E4 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E3 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E1} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E2} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E4} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E3}.$

(3.1.47)

[$\underline{E5} \supset E1$, $\underline{E5} \supset E3$, $\underline{E6} \supset E2$, $\underline{E6} \supset E4$, $\underline{E2} \supset E6$, $\underline{E2} \supset \underline{E3}$, $\underline{E1} \supset E5$, $\underline{E11} \supset \underline{E4}$]

W26			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E1 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E2 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E6 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E5 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E3 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E4 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4\underline{E5} \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4\underline{E6} \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E3} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E4} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E2} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E1}.$

(3.1.48)

[$\underline{E5} \supset E1$, $\underline{E5} \supset E3$, $\underline{E6} \supset E2$, $\underline{E6} \supset E4$, $\underline{E2} \supset E6$, $\underline{E2} \supset \underline{E3}$, $\underline{E1} \supset E5$, $\underline{E11} \supset \underline{E4}$]

W27 =			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E8 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E7 \vee$
$\vee$			$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E11 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E12 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E10 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E9 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4\underline{E12} \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4\underline{E11} \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E10} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E9} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E7} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E8}.$

(3.1.49)

[$\underline{E11} \supset E7$, $\underline{E11} \supset E9$, $\underline{E12} \supset E8$, $\underline{E12} \supset E10$, $\underline{E8} \supset E12$, $\underline{E8} \supset \underline{E9}$, $\underline{E7} \supset E11$, $\underline{E7} \supset \underline{E10}$]

W28 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E7 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E8 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E12 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E11 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4\underline{E11} \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4\underline{E12} \vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E9 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E10 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E8} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E7} \vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E9} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E10}.$

(3.1.50)

[$\underline{E11} \supset E7$, $\underline{E11} \supset E9$, $\underline{E12} \supset E8$, $\underline{E12} \supset E10$, $\underline{E8} \supset E12$, $\underline{E8} \supset \underline{E9}$, $\underline{E7} \supset E11$, $\underline{E7} \supset \underline{E10}$]

W29 =			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E12 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E11 \vee$
$\vee$			$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E7 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E8 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E13 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E14 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4\underline{E8} \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4\underline{E7} \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E13} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E14} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E11} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E12}.$

(3.1.51)

[$\underline{E8} \supset E12$, $\underline{E8} \supset E13$, $\underline{E7} \supset E11$, $\underline{E7} \supset E14$, $\underline{E11} \supset E7$, $\underline{E11} \supset \underline{E13}$, $\underline{E12} \supset E8$, $\underline{E12} \supset \underline{E14}$]

W30 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E11 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E12 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E8 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E7 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4\underline{E7} \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4\underline{E8} \vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E14 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E13 \vee$
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E12} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E11} \vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E14} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E13}.$

(3.1.52)

[$\underline{E8} \supset E12$, $\underline{E8} \supset E13$, $\underline{E7} \supset E11$, $\underline{E7} \supset E14$, $\underline{E11} \supset E7$, $\underline{E11} \supset \underline{E13}$, $\underline{E12} \supset E8$, $\underline{E12} \supset \underline{E14}$]

W31 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E6 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E5 \vee$			
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E1 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E2 \vee$			
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4\underline{E3} \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4\underline{E1} \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E16 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E15 \vee$	(3.1.53)
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E5} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E6} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E16} \vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E15}.$	

[$\underline{E2} \supset E6$, $\underline{E2} \supset E16$, $\underline{E1} \supset E5$, $\underline{E1} \supset E15$, $\underline{E5} \supset E1$, $\underline{E5} \supset \underline{E16}$, $\underline{E6} \supset E2$, $\underline{E6} \supset \underline{E15}$]

W32 =			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E5 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E6 \vee$	
$\vee$			$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E2 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E1 \vee$	
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E15 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E16 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4\underline{E1} \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4\underline{E2} \vee$	(3.1.54)
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E15} \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4\underline{E16} \vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4\underline{E6}\vee$	$x_3x_4a_3a_4\underline{E5}.$	

[$\underline{E8} \supset E12$, $\underline{E8} \supset E13$, $\underline{E7} \supset E11$, $\underline{E7} \supset E14$, $\underline{E11} \supset E7$, $\underline{E11} \supset \underline{E13}$, $\underline{E12} \supset E8$, $\underline{E12} \supset \underline{E14}$]

W33 =			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E5 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E6 \vee$	
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E2 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E1 \vee$	
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E1 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E2 \vee$	(3.1.55)
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4E6 \vee$	$x_3x_4a_3a_4E5.$	

W34 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4F1 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4F2 \vee$			
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4F3 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4F4 \vee$			
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4F4 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4F3 \vee$			(3.1.56)
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4F2 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4F1 \vee$	$x_4.$		

W35 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E11 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E12 \vee$			
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E8 \quad \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E7 \quad \vee$			
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E7 \quad \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E8 \quad \vee$			(3.1.57)
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4E12 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4E11.$			

W36 =		$\underline{x}_4 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4F5 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4F6 \vee$	
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4F7 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4F8 \vee$	
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4F8 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4F7 \vee$	(3.1.58)
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4F6 \vee$	$x_3x_4a_3a_4F5.$	

W37 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E7 \quad \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E8 \quad \vee$			
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E12 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E11 \vee$			
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E11 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E12 \vee$			(3.1.59)
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4E8 \quad \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4E7.$			

W38 =		$\underline{x}_4 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E8 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E7 \vee$	
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E6 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E5 \vee$	
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E5 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E6 \vee$	(3.1.60)
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4E7 \vee$	$x_3x_4a_3a_4E8.$	

W39 =			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E1 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E2 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E6 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E5 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E5 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E6 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4E2 \vee$	$x_3x_4a_3a_4E1.$

(3.1.61)

W40 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4F4 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4F3 \vee$	$x_4 \vee$	
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4F2 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4F1 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4F1 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4F2 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4F3 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4F4.$		

(3.1.62)

W41 =			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E12 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E11 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E7 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E8 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E8 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E7 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4E11 \vee$	$x_3x_4a_3a_4E12.$

(3.1.63)

W42 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E11 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E12 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E8 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E7 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E7 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E8 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4E12 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4E11.$		

(3.1.64)

W43 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4G1 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4G2 \vee$	$x_4 \vee$	
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4G3 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4G4 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4G4 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4G3 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4G2 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4G1.$		

(3.1.65)

W44 =		$\underline{x}_4 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4G2 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4G1 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4G4 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4G3 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4G3 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4G4 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4G1 \vee$	$x_3x_4a_3a_4G2.$

(3.1.66)

W45 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E2 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E1 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E5 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E6 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E6 \vee$	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E5 \vee$		
$\vee$	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4E1 \vee$	$x_3\underline{x}_4a_3a_4E2.$		

(3.1.67)

W46 =			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E1 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E2 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E6 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E5 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E5 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E6 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4E2 \vee$	$x_3x_4a_3a_4E1.$

(3.1.68)

W47 =		$\underline{a}_4 \vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4G5 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4G6 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4G7 \vee$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4G8 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4G8 \vee$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4G7 \vee$
		$\vee$	$\underline{x}_3x_4a_3a_4G6 \vee$	$x_3x_4a_3a_4G5.$

(3.1.69)

W48 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4G6$ ∨	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4G5$ ∨	x_4 ∨	
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4G8$ ∨	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4G7$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4G7$ ∨	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4G8$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4G5$ ∨	$x_3\underline{x}_4a_3a_4G6.$		

(3.1.70)

W49 =			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E8$ ∨	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E7$ ∨
		∨	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E11$ ∨	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E12$ ∨
		∨	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E12$ ∨	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E11$ ∨
		∨	$\underline{x}_3x_4a_3a_4E7$ ∨	$x_3x_4a_3a_4E8.$

(3.1.71)

W50 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E7$ ∨	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E8$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E12$ ∨	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E11$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E11$ ∨	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E12$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4E8$∨	$x_3\underline{x}_4a_3a_4E7.$		

(3.1.72)

W51 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E2$ ∨	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4E1$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E5$ ∨	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4E6$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E6$ ∨	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4E5$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4E1$ ∨	$x_3\underline{x}_4a_3a_4E2.$		

(3.1.73)

W52 =			$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E1$ ∨	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4E2$ ∨
		∨	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4E6$ ∨	$x_3x_4a_3\underline{a}_4E5$ ∨
		∨	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4E5$ ∨	$x_3x_4\underline{a}_3a_4E6$ ∨
		∨	$\underline{x}_3x_4a_3a_4E2$ ∨	$x_3x_4a_3a_4E1.$

(3.1.74)

W53 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4G9$ ∨	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4G10$ ∨	x_4 ∨	
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4G11$∨	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4G12$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4G12$ ∨	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4G11$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4G10$ ∨	$x_3\underline{x}_4a_3a_4G9.$		

(3.1.75)

W54 =		$\underline{x}_4$ ∨	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4G10$ ∨	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4G9$ ∨
		∨	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4G12$ ∨	$x_3x_4a_3\underline{a}_4G11$ ∨
		∨	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4G11$ ∨	$x_3x_4\underline{a}_3a_4G12$ ∨
		∨	$\underline{x}_3x_4a_3a_4G9$ ∨	$x_3x_4a_3a_4G10.$

(3.1.76)

W55 =		$\underline{x}_4$ ∨	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4G13$	$x_3x_4\underline{a}_3\underline{a}_4G14$
		∨	$\underline{x}_3x_4a_3\underline{a}_4G15$	$x_3x_4a_3\underline{a}_4G16$
		∨	$\underline{x}_3x_4\underline{a}_3a_4G16$	$x_3x_4\underline{a}_3a_4G15$
		∨	$\underline{x}_3x_4a_3a_4$ G14 ∨	$x_3x_4a_3a_4G13.$

(3.1.77)

W56 =	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4G14$ ∨	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3\underline{a}_4G13$ ∨	x_4 ∨	
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4G16$ ∨	$x_3\underline{x}_4a_3\underline{a}_4G15$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4G15$ ∨	$x_3\underline{x}_4\underline{a}_3a_4G16$ ∨		
∨	$\underline{x}_3\underline{x}_4a_3a_4G13$ ∨	$x_3\underline{x}_4a_3a_4G14.$		

(3.1.78)

Геометрические образы сигналов (a_1) – (a_7) в пространстве координат $a_5a_6a_7$ (рис. 3.8 *а – я*) позволяют представить их логические зависимости:

$$\begin{aligned}(a_1) = {} & \underline{a}_5\underline{a}_6\underline{a}_7W1 \vee a_5\underline{a}_6\underline{a}_7W2 \vee \underline{a}_5a_6\underline{a}_7W3 \vee a_5a_6\underline{a}_7W4 \vee \\ \vee {} & \underline{a}_5\underline{a}_6a_7W5 \vee a_5\underline{a}_6a_7W6 \vee \underline{a}_5a_6a_7W7 \vee a_5a_6a_7W8,\end{aligned} \tag{3.1.79}$$

$$\begin{aligned}(a_2) = {} & \underline{a}_5\underline{a}_6\underline{a}_7W9 \vee a_5\underline{a}_6\underline{a}_7W10 \vee \underline{a}_5a_6\underline{a}_7W11 \vee a_5a_6\underline{a}_7W12 \vee \\ \vee {} & \underline{a}_5\underline{a}_6a_7W13 \vee a_5\underline{a}_6a_7W14 \vee \underline{a}_5a_6a_7W15 \vee a_5a_6a_7W16,\end{aligned} \tag{3.1.80}$$

$$\begin{aligned}(a_3) = {} & \underline{a}_5\underline{a}_6\underline{a}_7W17 \vee a_5\underline{a}_6\underline{a}_7W18 \vee \underline{a}_5a_6\underline{a}_7W19 \vee a_5a_6\underline{a}_7W20 \vee \\ \vee {} & \underline{a}_5\underline{a}_6a_7W21 \vee a_5\underline{a}_6a_7W22 \vee \underline{a}_5a_6a_7W23 \vee a_5a_6a_7W24,\end{aligned} \tag{3.1.81}$$

$$\begin{aligned}(a_4) = {} & \underline{a}_5\underline{a}_6\underline{a}_7W25 \vee a_5\underline{a}_6\underline{a}_7W26 \vee \underline{a}_5a_6\underline{a}_7W27 \vee a_5a_6\underline{a}_7W28 \vee \\ \vee {} & \underline{a}_5\underline{a}_6a_7W29 \vee a_5\underline{a}_6a_7W30 \vee \underline{a}_5a_6a_7W31 \vee a_5a_6a_7W32,\end{aligned} \tag{3.1.82}$$

$$\begin{aligned}(a_5) = {} & \underline{a}_5\underline{a}_6\underline{a}_7W33 \vee a_5\underline{a}_6\underline{a}_7W34 \vee \underline{a}_5a_6\underline{a}_7W35 \vee a_5a_6\underline{a}_7W36 \vee \\ \vee {} & \underline{a}_5\underline{a}_6a_7W37 \vee a_5\underline{a}_6a_7W38 \vee \underline{a}_5a_6a_7W39 \vee a_5a_6a_7W40,\end{aligned} \tag{3.1.83}$$

$$\begin{aligned}(a_6) = {} & \underline{a}_5\underline{a}_6\underline{a}_7W41 \vee a_5\underline{a}_6\underline{a}_7W42 \vee \underline{a}_5a_6\underline{a}_7W43 \vee a_5a_6\underline{a}_7W44 \vee \\ \vee {} & \underline{a}_5\underline{a}_6a_7W45 \vee a_5\underline{a}_6a_7W46 \vee \underline{a}_5a_6a_7W47 \vee a_5a_6a_7W48,\end{aligned} \tag{3.1.84}$$

$$\begin{aligned}(a_7) = {} & \underline{a}_5\underline{a}_6\underline{a}_7W49 \vee a_5\underline{a}_6\underline{a}_7W50 \vee \underline{a}_5a_6\underline{a}_7W51 \vee a_5a_6\underline{a}_7W52 \vee \\ \vee {} & \underline{a}_5\underline{a}_6a_7W53 \vee a_5\underline{a}_6a_7W54 \vee \underline{a}_5a_6a_7W55 \vee a_5a_6a_7W56.\end{aligned} \tag{3.1.85}$$

Очевидно, что логические зависимости (3.1.5) – (3.1.85), определяющие схему дешифратора при использовании основного двоичного кода в информационной части квазисовершенного кода, могут быть использованы, когда в линии связи будет применяться иной информационный код, например код Грея, из числа (n!) кодов этого основания системы счисления. Эти логические зависимости будут при замене в них сигналов (a_1) – (a_7) соответственно на сигналы (c_1) – (c_7) определять первый ключ К1 дешифратора, а вторым его ключом К2 станет преобразователь из промежуточного сетевого кода в основной двоичный код.

По причине очевидности подобных преобразований ограничимся в дальнейшем представлением только изменений в таблицах символов ASCII, когда будут рассматриваться примеры использования кодов Грея и двухфазного в информационных частях квазисовершенного кода основания $n = 2^7$.

3.2. Кодовые таблицы символов ASCII, где сигналы A'_i в коде Грея и двухфазном коде

В качестве примера при составлении кодовой таблицы символов ASCII примем квазисовершенный код, задаваемый схемой соответствия кодовых комбинаций информационной части кода и контрольной, представленных на рис. 3.2, *в* в координатах сигналов $a_1 – a_7$.

В отличие от использования основного двоичного кода в разрядах сигналов $\mathbf{A'_I}$, где нет разницы между порядком следования кодовых комбинаций для систем счисления, состоящих из последовательно соединенных разрядов, например $n = 2^4$ и $n = 2^3$, в коде Грея и двухфазном коде двухразрядное и одноразрядное исполнение отличаются порядком следования кодовых комбинаций. Где-то они совпадают между собой с одноименными цифровыми данными, для других цифровых данных такого совпадения нет.

Таблица 3.5 отвечает представлению информационной части квазисовершенного кода двумя последовательно соединенными разрядами ($n_1 = 2^4$, $n_2 = 2^3$) в коде Грея, а таблица 3.6 соответствует одноразрядному его представлению.

Таблица 3.7 отвечает представлению информационной части квазисовершенного кода двумя последовательно соединенными разрядами ($n_1 = 2^4$, $n_2 = 2^3$) в двухфазном коде, а таблица 3.8 соответствует одноразрядному его представлению.

Очевидно, что двухразрядное представление информационных разрядов могло быть и иным ($n_1 = 2^3$, $n_2 = 2^4$), что соответствовало бы другим таблицам символов ASCII.

В этих таблицах, как и в таблице 3.4 сигнальные разряды Z совместно с контрольными разрядами X расположены последовательно, например, в первом байте каждого символа, информационные – во втором байте.

В колонках таблиц с именем «Символ» первым представлен символ данной таблицы, вторым через черту (/) – символ таблицы 3.4, показывающий замену символов этой исходной таблицы при смене принципа кодирования информационной части кода.

Приняв принцип двухразрядного кодирования информационной части квазисовершенного кода, можно перестановками кодовых комбинаций получить (16!)(8!) = 843606888284160000 таблиц символов ASCII, а для одноразрядного кодирования информационной части число таких таблиц достигнет астрономического значения (128!).

Очевидно, что для расширенной таблицы символов ASCII их число станет соответственно $(16!)^2$ и (256!).

Таблица 3.5

цифра	Z	X A	Символ	цифра	Z	X A	Символ
000	0000	0000 0000000	NUL/ NUL	064	0000	1100 0000011	@/ `
001		0110 1000000	SOH/ SOH	065		1010 1000011	A/ a
002		1100 1100000	STX/ ETX	066		0000 1100011	B/ c
003		1010 0100000	ETX/ STX	067		0110 0100011	C/ b
004		0100 0110000	EOT/ ACK	068		1000 0110011	D/ f
005		0010 1110000	ENQ/ BEL	069		1110 1110011	E/ g
006		1000 1010000	ACK/ ENQ	070		0100 1010011	F/ e
007		1110 0010000	BEL/ EOT	071		0010 0010011	G/ d
008		0010 0011000	BS/ FF	072		1110 0011011	H/ l
009		0100 1011000	HT/ CR	073		1000 1011011	I/ m
010		1110 1111000	LF/ SI	074		0010 1111011	J/ o
011		1000 0111000	VT/ SO	075		0100 0111011	K/ n
012		0110 0101000	FF/ LF	076		1010 0101011	L/ j
013		0000 1101000	CR/ VT	077		1100 1101011	M/ k
014		1010 1001000	SO/ HT	078		0110 1001011	N/ i
015		1100 0001000	SI/ BS	079		0000 0001011	O/ h
016		0011 0000100	DLE/ DLE	080		1111 0000111	P/ p
017		0101 1000100	DC1/ DC1	081		1001 1000111	Q/ q
018		1111 1100100	DC2/ DC3	082		0011 1100111	R/ s
019		1001 0100100	DC3/ DC2	083		0101 0100111	S/ r
020		0111 0110100	DC4/ SYN	084		1011 0110111	T/ v
021		0001 1110100	NAK/ ETB	085		1101 1110111	U/ w
022		1011 1010100	SYN/ NAK	086		0111 1010111	V/ u
023		1101 0010100	ETB/ DC4	087		0001 0010111	W/ t
024		0001 0011100	CAN/ FS	088		1101 0011111	X/ |
025		0111 1011100	EM/ GS	089		1011 1011111	Y/ }
026		1101 1111100	SUB/ US	090		0001 1111111	Z/ DEL
027		1011 0111100	ESC/ RS	091		0111 0111111	[/ ~
028		0101 0101100	FS/ SUB	092		1001 0101111	\/ z
029		0011 1101100	GS/ ESC	093		1111 1101111	]/ {
030		1001 1001100	RS/ EM	094		0101 1001111	^/ y
031		1111 0001100	US/ CAN	095		0011 0001111	_/ x

Продолжение таблицы 3.5

цифра	Z	X A	Символ	цифра	Z	X A	Символ
032	0000	1000 0000110	Пробел/ 0	096	0000	0100 0000101	`/ P
033		1110 1000110	!/ 1	097		0010 1000101	a/ Q
034		0100 1100110	“/ 3	098		1000 1100101	b/ S
035		0010 0100110	#/ 2	099		1110 0100101	c/ R
036		1100 0110110	$/ 6	100		0000 0110101	d/ V
037		1010 1110110	%/ 7	101		0110 1110101	e/ W
038		0000 1010110	&/ 5	102		1100 1010101	f/ U
039		0110 0010110	‘/ 4	103		1010 0010101	g/ T
040		1010 0011110	(/ <	104		0110 0011101	h/ \
041		1100 1011110	)/ =	105		0000 1011101	i/]
042		0110 1111110	*/ ?	106		1010 1111101	j/ _
043		0000 0111110	+/ >	107		1100 0111101	k/ ^
044		1110 0101110	,/ :	108		0010 0101101	l/ Z
045		1000 1101110	-/ ;	109		0100 1101101	m/ [
046		0010 1001110	./ 9	110		1110 1001101	n/ Y
047		0100 0001110	// 8	111		1000 0001101	o/ X
048		1011 0000010	0/ Пробел	112		0111 0000001	p/@
049		1101 1000010	1/ !	113		0001 1000001	q/ A
050		0111 1100010	2/ #	114		1011 1100001	r/ C
051		0001 0100010	3/ “	115		1101 0100001	s/ B
052		1111 0110010	4/ &	116		0011 0110001	t/ F
053		1001 1110010	5/ ‘	117		0101 1110001	u/ G
054		0011 1010010	6/ %	118		1111 1010001	v/ E
055		0101 0010010	7/ $	119		1001 0010001	w/ D
056		1001 0011010	8/ ,	120		0101 0011001	x/ L
057		1111 1011010	9/ -	121		0011 1011001	y/ M
058		0101 1111010	:/ /	122		1001 1111001	z/ O
059		0011 0111010	;/ .	123		1111 0111001	{/ N
060		1101 0101010	</ *	124		0001 0101001	|/ J
061		1011 1101010	=/ +	125		0111 1101001	}/ K
062		0001 1001010	>/)	126		1101 1001001	~/ I
063		0111 0001010	?/ (	127		1011 0001001	DEL/ H

Таблица 3.6

цифра	Z	X A	Символ	цифра	Z	X A	Символ
000	0000	0000 0000000	NUL/ NUL	064	0000	1100 0000011	@/ `
001		0110 1000000	SOH/ SOH	065		1010 1000011	A/ a
002		1100 1100000	STX/ ETX	066		0000 1100011	B/ c
003		1010 0100000	ETX/ STX	067		0110 0100011	C/ b
004		0100 0110000	EOT/ACK	068		1000 0110011	D/ f
005		0010 1110000	ENQ/ BEL	069		1110 1110011	E/ g
006		1000 1010000	ACK/ ENQ	070		0100 1010011	F/ e
007		1110 0010000	BEL/ EOT	071		0010 0010011	G/ d
008		0010 0011000	BS/ FF	072		1110 0011011	H/ l
009		0100 1011000	HT/ CR	073		1000 1011011	I/ m
010		1110 1111000	LF/ SI	074		0010 1111011	J/ o
011		1000 0111000	VT/ SO	075		0100 0111011	K/ n
012		0110 0101000	FF/ LF	076		1010 0101011	L/ j
013		0000 1101000	CR/ VT	077		1100 1101011	M/ k
014		1010 1001000	SO/ HT	078		0110 1001011	N/ i
015		1100 0001000	SI/ BS	079		0000 0001011	O/ h
016		1111 0001100	DLE/ CAN	080		0011 0001111	P/ x
017		1001 1001100	DC1/ EM	081		0101 1001111	Q/ y
018		0011 1101100	DC2/ ESC	082		1111 1101111	R/ {
019		0101 0101100	DC3/ SUB	083		1001 0101111	S/ z
020		1011 0111100	DC4/ RS	084		0111 0111111	T/ ~
021		1101 1111100	NAK/ US	085		0001 1111111	U/ DEL
022		0111 1011100	SYN/ GS	086		1011 1011111	V/ }
023		0001 0011100	ETB/ FS	087		1101 0011111	W/ |
024		1101 0010100	CAN/ DC4	088		0001 0010111	X/ t
025		1011 1010100	EM/ NAK	089		0111 1010111	Y/ u
026		0001 1110100	SUB/ ETB	090		1101 1110111	Z/ w
027		0111 0110100	ESC/ SYN	091		1011 0110111	[/v
028		1001 0100100	FS/ DC2	092		0101 0100111	\/ r
029		1111 1100100	GS/ DC3	093		0011 1100111	]/ s
030		0101 1000100	RS/ DC1	094		1001 1000111	^/ q
031		0011 0000100	US/ DLE	095		1111 0000111	_/ p

Продолжение таблицы 3.6

цифра	Z	X A	Символ	цифра	Z	X A	Символ
032	0000	1000 0000110	Пробел/ 0	096	0000	0100 0000101	`/ P
033		1110 1000110	!/ 1	097		0010 1000101	a/ Q
034		0100 1100110	“/ 3	098		1000 1100101	b/ S
035		0010 0100110	#/ 2	099		1110 0100101	c/ R
036		1100 0110110	$/ 6	100		0000 0110101	d/ V
037		1010 1110110	%/ 7	101		0110 1110101	e/ W
038		0000 1010110	&/ 5	102		1100 1010101	f/ U
039		0110 0010110	‘/ 4	103		1010 0010101	g/ T
040		1010 0011110	(/ <	104		0110 0011101	h/ \
041		1100 1011110	)/ =	105		0000 1011101	i/]
042		0110 1111110	*/ ?	106		1010 1111101	j/ _
043		0000 0111110	+/ >	107		1100 0111101	k/ ^
044		1110 0101110	,/ :	108		0010 0101101	l/ Z
045		1000 1101110	-/ ;	109		0100 1101101	m/ [
046		0010 1001110	./ 9	110		1110 1001101	n/ Y
047		0100 0001110	// 8	111		1000 0001101	o/ X
048		0111 0001010	0/ (	112		1011 0001001	p/ H
049		0001 1001010	1/)	113		1101 1001001	q/ I
050		1011 1101010	2/ +	114		0111 1101001	r/ K
051		1101 0101010	3/ *	115		0001 0101001	s/ J
052		0011 0111010	4/ .	116		1111 0111001	t/ N
053		0101 1111010	5/ /	117		1001 1111001	u/ O
054		1111 1011010	6/ -	118		0011 1011001	v/ M
055		1001 0011010	7/ ,	119		0101 0011001	w/ L
056		0101 0010010	8/ $	120		1001 0010001	x/ D
057		0011 1010010	9/ %	121		1111 1010001	y/ E
058		1001 1110010	:/ ‘	122		0101 1110001	z/ G
059		1111 0110010	;/ &	123		0011 0110001	{/ F
060		0001 0100010	</ “	124		1101 0100001	|/ B
061		0111 1100010	=/ #	125		1011 1100001	}/ C
062		1101 1000010	>/ !	126		0001 1000001	~/ A
063		1011 0000010	?/ Пробел	127		0111 0000001	DEL/ @

Таблица 3.7

цифра	Z	X A	Символ	цифра	Z	X A	Символ
000	0000	0000 0000000	NUL/ NUL	064	0000	1011 0000010	@/ Пробел
001		0110 1000000	SOH/ SOH	065		1101 1000010	A/ !
002		1100 1100000	STX/ ETX	066		0111 1100010	B/ #
003		1010 0100000	ETX/ STX	067		0001 0100010	C/ “
004		1110 0010000	EOT/ EOT	068		0101 0010010	D/ $
005		1000 1010000	ENQ/ ENQ	069		0011 1010010	E/ %
006		0010 1110000	ACK/ BEL	070		1001 1110010	F/ ‘
007		0100 0110000	BEL/ ACK	071		1111 0110010	G/ &
008		0010 0011000	BS/ FF	072		1001 0011010	H/
009		0100 1011000	HT/ CR	073		1111 1011010	I/ -
010		1110 1111000	LF/ SI	074		0101 1111010	J/ /
011		1000 0111000	VT/ SO	075		0011 0111010	K/ .
012		1100 0001000	FF/ BS	076		0111 0001010	L/ (
013		1010 1001000	CR/ HT	077		0001 1001010	M/)
014		0000 1101000	SO/ VT	078		1011 1101010	N/ +
015		0110 0101000	SI/ LF	079		0001 0101001	O/ J
016		0011 0000100	DLE/ DLE	080		0100 0000101	P/ P
017		0101 1000100	DC1/ DC1	081		0010 1000101	Q/ Q
018		1111 1100100	DC2/ DC3	082		1000 1100101	R/ S
019		1001 0100100	DC3/ DC2	083		1110 0100101	S/ R
020		1101 0010100	DC4/ DC4	084		1010 0010101	T/ T
021		1011 1010100	NAK/ NAK	085		1100 1010101	U/ U
022		0001 1110100	SYN/ ETB	086		0110 1110101	V/ W
023		0111 0110100	ETB/ SYN	087		0000 0110101	W/ V
024		0001 0011100	CAN/ FS	088		0110 0011101	X/ \
025		0111 1011100	EM/ GS	089		0000 1011101	Y/]
026		1101 1111100	SUB/ US	090		1010 1111101	Z/ _
027		1011 0111100	ESC/ RS	091		1100 0111101	[/ ^
028		1111 0001100	FS/ CAN	092		1000 0001101	\/ X
029		1001 1001100	GS/ EM	093		1110 1001101	]/ Y
030		0011 1101100	RS/ ESC	094		0100 1101101	^/ [
031		0101 0101100	US/ SUB	095		0010 0101101	_/ Z

Продолжение таблицы 3.7

цифра	Z	X A	Символ	цифра	Z	X A	Символ
032	0000	1000 0000110	Пробел/ 0	096	0000	1111 0000111	`/ p
033		1110 1000110	!/ 1	097		1001 1000111	a/ q
034		0100 1100110	“/ 3	098		0011 1100111	b/ s
035		0010 0100110	#/ 2	099		0101 0100111	c/ r
036		0110 0010110	$/ 4	100		0001 0010111	d/ t
037		0000 1010110	%/ 5	101		0111 1010111	e/ u
038		1010 1110110	&/ 7	102		1101 1110111	f/ w
039		1100 0110110	‘/ 6	103		1011 0110111	g/ v
040		1010 0011110	(/ <	104		1101 0011111	h/ |
041		1100 1011110	)/ =	105		1011 1011111	i/ }
042		0110 1111110	*/ ?	106		0001 1111111	j/ DEL
043		0000 0111110	+/ >	107		0111 0111111	k/ ~
044		0100 0001110	,/ 8	108		0011 0001111	l/ x
045		0010 1001110	-/ 9	109		0101 1001111	m/ y
046		1000 1101110	./ ;	110		1111 1101111	n/ {
047		1110 0101110	// :	111		1001 0101111	o/ z
048		1011 0000010	0/	112		1100 0000011	p/ `
049		1101 1000010	1/ !	113		1010 1000011	q/ a
050		0111 1100010	2/ #	114		0000 1100011	r/ c
051		0001 0100010	3/ “	115		0110 0100011	s/ b
052		0101 0010010	4/ $	116		0010 0010011	t/ d
053		0011 1010010	5/ %	117		0100 1010011	u/ e
054		1001 1110010	6/ ‘	118		1110 1110011	v/ g
055		1111 0110010	7/ &	119		1000 0110011	w/ f
056		1001 0011010	8/ ,	120		1110 0011011	x/ l
057		1111 1011010	9/ -	121		1000 1011011	y/ m
058		0101 1111010	:/ /	122		0010 1111011	z/ o
059		0011 0111010	;/ .	123		0100 0111011	{/ n
060		0111 0001010	</ (	124		0000 0001011	|/ h
061		0001 1001010	=/)	125		0110 1001011	}/ i
062		1011 1101010	>/ +	126		1100 1101011	~/ k
063		1101 0101010	?/ *	127		1010 0101011	DEL/ j

Таблица 3.8

цифра	Z	X A	Символ	цифра	Z	X A	Символ
000	0000	0000 0000000	NUL/ NUL	064	0000	0111 0000001	@/@
001		0110 1000000	SOH/ SOH	065		0001 1000001	A/A
002		1100 1100000	STX/ ETX	066		1011 1100001	B/C
003		1010 0100000	ETX/ STX	067		1101 0100001	C/B
004		1110 0010000	EOT/ EOT	068		1001 0010001	D/D
005		1000 1010000	ENQ/ ENQ	069		1111 1010001	E/E
006		0010 1110000	ACK/ BEL	070		0101 1110001	F / G
007		0100 0110000	BEL/ ACK	071		0011 0110001	G / F
008		0010 0011000	BS/ FF	072		0101 0011001	H/ L
009		0100 1011000	HT/ CR	073		0011 1011001	I/ M
010		1110 1111000	LF/ SI	074		1001 1111001	J/ O
011		1000 0111000	VT/ SO	075		1111 0111001	K/ N
012		1100 0001000	FF/ BS	076		1011 0001001	L/ H
013		1010 1001000	CR/ HT	077		1101 1001001	M / I
014		0000 1101000	SO/ VT	078		0111 1101001	N/ K
015		0110 0101000	SI/ LF	079		0001 0101001	O/ J
016		0011 0000100	DLE/ DLE	080		0100 0000101	P/ P
017		0101 1000100	DC1/ DC1	081		0010 1000101	Q/ Q
018		1111 1100100	DC2/ DC3	082		1000 1100101	R/ S
019		1001 0100100	DC3/ DC2	083		1110 0100101	S/ R
020		1101 0010100	DC4/ DC4	084		1010 0010101	T/ T
021		1011 1010100	NAK/ NAK	085		1100 1010101	U/ U
022		0001 1110100	SYN/ ETB	086		0110 1110101	V/ W
023		0111 0110100	ETB/ SYN	087		0000 0110101	W/ V
024		0001 0011100	CAN/ FS	088		0110 0011101	X/ \
025		0111 1011100	EM/ GS	089		0000 1011101	Y/]
026		1101 1111100	SUB/ US	090		1010 1111101	Z/ _
027		1011 0111100	ESC/ RS	091		1100 0111101	[/ ^
028		1111 0001100	FS/ CAN	092		1000 0001101	\/ X
029		1001 1001100	GS/ EM	093		1110 1001101	]/ Y
030		0011 1101100	RS/ ESC	094		0100 1101101	^/ [
031		0101 0101100	US/ SUB	095		0010 0101101	_/ Z

Продолжение таблицы 3.8

цифра	Z	X A	Символ	цифра	Z	X A	Символ
032	0000	1000 0000110	Пробел/ 0	096	0000	1111 0000111	`/ p
033		1110 1000110	!/ 1	097		1001 1000111	a/ q
034		0100 1100110	“/ 3	098		0011 1100111	b/ s
035		0010 0100110	#/ 2	099		0101 0100111	c/ r
036		0110 0010110	$/ 4	100		0001 0010111	d/ t
037		0000 1010110	%/ 5	101		0111 1010111	e/ u
038		1010 1110110	&/ 7	102		1101 1110111	f/ w
039		1100 0110110	‘/ 6	103		1011 0110111	g/ v
040		1010 0011110	(/ <	104		1101 0011111	h/ |
041		1100 1011110	)/ =	105		1011 1011111	i/ }
042		0110 1111110	*/ ?	106		0001 1111111	j/ DEL
043		0000 0111110	+/ >	107		0111 0111111	k/ ~
044		0100 0001110	,/ 8	108		0011 0001111	l/ x
045		0010 1001110	-/ 9	109		0101 1001111	m/ y
046		1000 1101110	./ ;	110		1111 1101111	n/ {
047		1110 0101110	// :	111		1001 0101111	o/ z
048		1011 0000010	0/ Пробел	112		1100 0000011	p/ `
049		1101 1000010	1/ !	113		1010 1000011	q/ a
050		0111 1100010	2/ #	114		0000 1100011	r/ c
051		0001 0100010	3/ “	115		0110 0100011	s/ b
052		0101 0010010	4/ $	116		0010 0010011	t/ d
053		0011 1010010	5/ %	117		0100 1010011	u/ e
054		1001 1110010	6/ ‘	118		1110 1110011	v/ g
055		1111 0110010	7/ &	119		1000 0110011	w/ f
056		1001 0011010	8/ ,	120		1110 0011011	x/ l
057		1111 1011010	9/ -	121		1000 1011011	y/ m
058		0101 1111010	:/ /	122		0010 1111011	z/ o
059		0011 0111010	;/ .	123		0100 0111011	{/ n
060		0111 0001010	</ (	124		0000 0001011	|/ h
061		0001 1001010	=/)	125		0110 1001011	}/ i
062		1011 1101010	>/ +	126		1100 1101011	~/ k
063		1101 0101010	?/ *	127		1010 0101011	DEL/ j

Аналогично заключению предыдущей главы можно сделать следующие выводы по использованию квазисовершенных кодов основания n = 2^7 в формате шифрования кодовой таблицы символов ASCII при двухбайтовой их записи, а также расширенной таблицы символов ASCII.

Ключ потребителя здесь учитывает все возможные (11!) перестановки сигналов в разрядах совершенного кода, где возможно использование 2^3(7!) функциональных зависимостей между информационными и контрольными разрядами кода. При этом информационная часть совершенного кода определяется возможным максимальным значением [(128!) – для таблицы символов ASCII, либо (256!) – для расширенной таблицы символов ASCII] перестановок кодовых комбинаций информационной части кода в каждом байте символа. Таким образом, каждой из этих перестановок будет соответствовать определенная кодовая таблица символов при безошибочности, передаваемой информации. Логические зависимости информационных сигналов, представляемые в основном двоичном коде [(a_1) – (a_7) – для таблицы символов ASCII, либо (a_1) – (a_8) – для расширенной таблицы символов ASCII] для каждого символа, могут учитывать любые перестановки в разрядах передаваемых сигналов.

В качестве недостатка использования квазисовершенных кодов для шифровки информации большими основаниями систем счисления необходимо отметить сложность ключа адресата не только, когда в линии связи будет использован код отличный от основного двоичного кода, но даже и при использовании на всех уровнях передачи информации разрядами основного двоичного кода.

При этом основания больших систем счисления не имеют значительных преимуществ по скорости расшифровки информации перед представлением этих систем последовательным соединением разрядов меньших систем счисления.

Вполне очевидно, что передача информационных и контрольных разрядов может осуществляться как в одном потоке, так и в двух последовательно передаваемых потоках данных. Например, в первом потоке передаются информационные данные, а во втором потоке – контрольные либо наоборот. При этом применение совершенных кодов основания n =2^4 дает возможность исправления двух ошибок в каждом символе таблицы при четырех их сочетаниях в контрольных и информационных байта символа. При использовании квазисовершенных кодов оснований 2^7 или 2^8 имеется возможность исправлять только одну ошибку в символе аналогичной таблицы при двух аналогичных сочетаниях.

Выбор того или иного способа передачи информации будет зависеть от требований по быстродействию систем шифрования и дешифрования, числе адресатов одного круга доступа к секретной информации и числе адресатов в этом круге, а также уровня помех в канале связи. Значительный уровень помех может исключить возможность внесения специально организованных помех, которые однозначно исправляются ключом на стороне адресата и позволяют усложнить работу криптоаналитика-мошенника.

В конечном итоге выбор будет зависеть от установления приоритетов требований и определяется вероятностными показателями максимального выполнения этих требований. Настоящая книга не является справочником по определению этих показателей, поскольку сочетание каждого из них требует принятие отдельного достаточного сложного решения.

В случае возможности достаточно длительного времени дешифрования информации на стороне получателя никакая сложность логических функций ключа не может служить ограничением применения того или иного варианта решения этой задачи. При этом возможно применение не одного, а сочетание многих вариантов методов дешифрования.

В современное время это в большей степени относится к банковским операциям, коммерческим сделкам, где требуется засвидетельствование подлинности содержания сообщения и подтверждения полномочий участников сделки, например их электронной подписью.

Особое место занимают методы шифрования и дешифрования управляющей информацией с предельно возможным быстродействием, что имеет место в системах управления автономными объектами в реальном масштабе времени. Именно эти методы, где любая даже одиночная ошибка может быть катастрофой для объекта управления, являются предметом нашего исследования. Эти методы исключают возможность использования сложных математических операций и их программной реализации в режиме реального времени, где не может быть достигнуто требуемое для правильности работы системы быстродействие.

В таких цифровых системах управления на первое место в приоритетах занимает защита от помех, быстродействие и возможность реализации резервирования.

Математика – это единственный совершенный метод водить самого себя за нос

ЭЙНШТЕЙН Альберт

Глава 4

СОВЕРШЕННЫЕ И КВАЗИСОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ В КОДОВОЙ ТАБЛИЦЕ СИМВОЛОВ ASCII

Совместное использование совершенных кодов основания $n = 2^4$ и квазисовершенных кодов основания $n = 2^7$ может повысить помехозащищенность рассмотренных в предыдущей главе алгоритмов шифрования и дешифрования символов кодовой таблицы ASCII.

Формат шифрования кодовой таблицы символов ASCII при двухбайтовой их записи, где содержатся информационные ($a_1 – a_7$) и соответствующие им контрольные разряды ($x_1 – x_4$), причем эти контрольные разряды кода воспринимаются здесь как информационная часть совершенных кодов основания $n = 2^4$ с контрольной частью ($y_1 – y_3$), соответствует таблице 4.1.

Таблица 4.1

Z	Y			X				A								Символ
z_1	y_1	y_2	y_3	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	

Все то, что было изложено в предыдущей главе относительно вариантов применения квазисовершенных кодов, остается неизменным. Отличие заключается лишь в том, что здесь остается один информационный разряд, а три других информационных разряда заменяются дополнительными контрольными разрядами ($y_1 – y_3$) совершенного кода основания $n = 2^4$.

Эти разряды могут быть поименованы как вторые контрольные. Число вариантов функциональной зависимости между первыми контрольными разрядами ($x_1 – x_4$) и вторыми контрольными разрядами ($y_1 – y_3$) равно числу совершенных кодов основания $n = 2^4$, которые рассмотрены во второй главе книги.

В качестве примера реализации кодовой таблицы символов ASCII возьмем исходную таблицу 3.3 предыдущей главы, в которой выполнена соответствующая замена информационных разрядов на вторые контрольные разряды. Это новая таблица 4.2 содержит в каждом символе только один информационный разряд. В таблице функциональная зависимость между двумя группами контрольных разрядов ($x_1 – x_4$) и ($y_1 – y_3$), когда уже известна и зафиксирована в ней функциональная зависимость между информационными разрядами ($a_1– a_7$) и первыми контрольными разрядами ($x_1 – x_4$), пусть определяется, например систематическим совершенным кодом N 1 [4].

Таблица 4.2

цифра	Z	Y X A	Символ	цифра	Z	Y X A	Символ
000	0	000 0000 0000000	NUL	064	0	000 0111 0000001	@
001		011 0110 1000000	SOH	065		011 0001 1000001	A
002		010 1010 0100000	STX	066		010 1101 0100001	B
003		001 1100 1100000	ETX	067		001 1011 1100001	C
004		100 1110 0010000	EOT	068		100 1001 0010001	D
005		111 1000 1010000	ENQ	069		111 1111 1010001	E
006		110 0100 0110000	ACK	070		110 0011 0110001	F
007		101 0010 1110000	BEL	071		101 0101 1110001	G
008		001 1100 0001000	BS	072		001 1011 0001001	H
009		010 1010 1001000	HT	073		010 1101 1001001	I
010		011 0110 0101000	LF	074		011 0001 0101001	J
011		000 0000 1101000	VT	075		000 0111 1101001	K
012		101 0010 0011000	FF	076		101 0101 0011001	L
013		110 0100 1011000	CR	077		110 0011 1011001	M
014		111 1000 0111000	SO	078		111 1111 0111001	N
015		100 1110 1111000	SI	079		100 1001 1111001	O
016		110 0011 0000100	DLE	080		110 0100 0000101	P
017		101 0101 1000100	DC1	081		101 0010 1000101	Q
018		100 1001 0100100	DC2	082		100 1110 0100101	R
019		111 1111 1100100	DC3	083		111 1000 1100101	S
020		010 1101 0010100	DC4	084		010 1010 0010101	T
021		001 1011 1010100	NAK	085		001 1100 1010101	U
022		000 0111 0110100	SYN	086		000 0000 0110101	V
023		011 0001 1110100	ETB	087		011 0110 1110101	W
024		111 1111 0001100	CAN	088		111 1000 0001101	X
025		100 1001 1001100	EM	089		100 1110 1001101	Y
026		101 0101 0101100	SUB	090		101 0010 0101101	Z
027		110 0011 1101100	ESC	091		110 0100 1101101	[
028		011 0001 0011100	FS	092		011 0110 0011101	\
029		000 0111 1011100	GS	093		000 0000 1011101	]
030		001 1011 0111100	RS	094		001 1100 0111101	^
031		010 1101 1111100	US	095		010 1010 1111101	_

Продолжение таблицы 4.2

цифра	Z Y X A	Символ	цифра	Z Y X A	Символ
032	0 001 1011 0000010	Пробел	096	0 001 1100 0000011	`
033	010 1101 1000010	!	097	010 1010 1000011	a
034	011 0001 0100010	“	098	011 0110 0100011	b
035	000 0111 1100010	#	099	000 0000 1100011	c
036	101 0101 0010010	$	100	101 0010 0010011	d
037	110 0011 1010010	%	101	110 0100 1010011	e
038	111 1111 0110010	&	102	111 1000 0110011	f
039	100 1001 1110010	‘	103	100 1110 1110011	g
040	000 0111 0001010	(	104	000 0000 0001011	h
041	011 0001 1001010	)	105	011 0110 1001011	i
042	010 1101 0101010	*	106	010 1010 0101011	j
043	001 1011 1101010	+	107	001 1100 1101011	k
044	100 1001 0011010	,	108	100 1110 0011011	l
045	111 1111 1011010	-	109	111 1000 1011011	m
046	110 0011 0111010	.	110	110 0100 0111011	n
047	101 0101 1111010	/	111	101 0010 1111011	o
048	111 1000 0000110	0	112	111 1111 0000111	p
049	100 1110 1000110	1	113	100 1001 1000111	q
050	101 0010 0100110	2	114	101 0101 0100111	r
051	110 0100 1100110	3	115	110 0011 1100111	s
052	011 0110 0010110	4	116	011 0001 0010111	t
053	000 0000 1010110	5	117	000 0111 1010111	u
054	001 1100 0110110	6	118	001 1011 0110111	v
055	010 1010 1110110	7	119	010 1101 1110111	w
056	110 0100 0001110	8	120	110 0011 0001111	x
057	101 0010 1001110	9	121	101 0101 1001111	y
058	100 1110 0101110	:	122	100 1001 0101111	z
059	111 1000 1101110	;	123	111 1111 1101111	{
060	010 1010 0011110	<	124	010 1101 0011111	|
061	001 1100 1011110	=	125	001 1011 1011111	}
062	000 0000 0111110	>	126	000 0111 0111111	~
063	011 0110 1111110	?	127	011 0001 1111111	DEL

На рис. 4.1 представлена эта функциональная зависимость путем сопоставления кодовых комбинаций первых и вторых контрольных разрядов, где в ячейках координат $x_1 - x_4$ приведены кодовые комбинации первых (*00 – 15*) и через черту вторых (*00 - 07*) контрольных разрядов.

x_2 x_1 x_3 x_4

00/00	*01/07*	*02/03*	*03/04*
04/05	*05/02*	*06/06*	*07/01*
08/06	*09/01*	*10/05*	*11/02*
12/03	*13/04*	*14/00*	*15/07*

Рис. 4.1

На основании зависимости рис. 4.1 определяются геометрические образы сигналов y_1, y_2, y_3 шифратора и соответствующие им логические схемы формирования этих сигналов (4.1) – (4.3).

x_2 x_1 x_3 x_4

00	*07*	*03*	*04*
05	*02*	*06*	*01*
06	*01*	*05*	*02*
03	*04*	*00*	*07*

y_1

	*	*	
*			*
	*	*	
*			*

y_2

	*	*	
	*	*	
*			*
*			*

y_3

	*		*
*		*	
*		*	
	*		*

Рис. 4.2

$$(y_1) = \underline{x}_1\underline{x}_2x_3 \vee x_1\underline{x}_2\underline{x}_3 \vee \underline{x}_1x_2\underline{x}_3 \vee x_1x_2x_3. \tag{4.1}$$

$$(y_2) = \underline{x}_1\underline{x}_2x_4 \vee x_1\underline{x}_2\underline{x}_4 \vee \underline{x}_1x_2\underline{x}_4 \vee x_1x_2x_4. \tag{4. 2}$$

$$(y_3) = \underline{x}_3\underline{x}_4x_1 \vee x_3\underline{x}_4\underline{x}_1 \vee \underline{x}_3x_4\underline{x}_1 \vee x_3x_4x_1. \tag{4. 3}$$

Сигналы $x_1 - x_4$ логических зависимостей (3.1.1) – (3.1.4) предыдущей главы совместно с (4.1) – (4.3) определяют схему шифратора.

На стороне адресата информации по логическим зависимостям (3.1.5) – (3.1.85) осуществляется побайтовая расшифровка поступающей информации, где в (3.1.5) – (3.1.78) сигналы $x_1 - x_4$ формируются по логическим выражениям, исправляющим одиночные ошибки систематического совершенного кода $(y_1 - y_3)$, $(x_1 - x_4)$ основания $n = 2^4$ [4].

Поскольку содержание этой главы являются комбинацией материалов второй и третьей глав, где приведены примеры методов шифрования и дешифрования с использованием соответственно совершенных и квазисовершенных кодов, то имеется возможность опустить примеры описания аналогичных методов синтеза и тем самым сократить размеры этой главы..

Поэтому остановимся только на тех возможностях синтеза, которые позволяют увеличить криптологическую стойкость системы с одновременным разделением возможностей пользователей по шифрованию и дешифрованию (separation of capacities for encryption and decryption). Разделение возможностей пользователей заключается в том, что многие могут зашифровать сообщение, которое в состоянии расшифровать только один адресат или только определенная группа пользователей системы может зашифровать сообщение, предназначенное одному адресату. Для этой цели могут предназначаться различные ключи, сообщаемые конкретным адресатам.

Принимая во внимание, что информационные **A** и контрольные **X**, **Y** сигналы передаются по раздельным последовательным или параллельным каналам, рассмотрим последовательно те изменения в этих сигналах, которые шаг за шагом могут служить одновременно повышению криптологической стойкости системы с разделением возможностей пользователей.

Во-первых, это перетасовка, например информационных сигналов разрядов $a_1 - a_7$, которая может определяться числом их перестановок (7!) либо числом поворотов относительно осей цифрового пространства ($2^7 7!$) их координат. Отметим этот уровень шифрования ключом K1.

Во-вторых, это применение в линии связи двоичных кодов отличных от основного двоичного кода передающей и принимающей цифровой системы. Для информационных сигналов разрядов, число таких кодов определяется основанием системы счисления. Когда система счисления основания $n = 128$ представляется двумя последовательно соединенными разрядами, соответственно оснований $n_1 = 16$ и $n_2 = 8$, число таких кодов равно (16!)(8!), а при одной системе счисления $n = 128$ число возможных кодов в линии связи (128!). Преобразователи из основного двоичного кода в код линии связи и обратно образуют следующий уровень шифрования – K2.

В-третьих, это введение в сигналы информационных разрядов $a_1 - a_7$, случайным образом определяемых, одиночных ошибок, которые полностью исправляются на стороне адресата с использованием сообщаемого ему ключа K3, при безошибочности контрольных сигналов $x_1 - x_4$.

В-четвертых, это в дополнении к ключу K3 введение в контрольные сигналы $x_1 - x_4$, также случайным образом определяемых, одиночных ошибок. Эти одиночные ошибки полностью исправляются на стороне адресата с использованием сообщаемого ему ключа K4, при безошибочности контрольных сигналов $y_1 - y_3$.

При этом естественно, что первый самый простой уровень шифрования с ключом K1 может применяться отдельно и в сочетании с ключами K2 и K3.

Последовательное сообщение конкретному адресату кортежа необходимых ключей позволяет только ему расшифровать сообщение.

Для адресата высшего приоритета, которому можно читать всю информацию, сообщается объединенный ключ K. Этот ключ объединяет все возможные сочетания ключей и может геометрически представляется в трехмерном цифровом пространстве координат **A**, **X**, **Y**.

Иногда полезнее не знать, что сделано до тебя, чтобы не сбиться на проторенный путь, ведущий в тупик

БУДГЕР Андрей Михайлович

Глава 5
МНОГОФАЗНЫЙ КОД В КОДОВЫХ ТАБЛИЦАХ СИМВОЛОВ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ

Многофазные коды являются «внутренним языком» многих электротехнических приборов (инверторов и конверторов напряжений, кодовых датчиков положений и т.д.), входящих в состав, например удаленных автономных устройств, где используется прямое цифровое управление в реальном масштабе времени. Задача устранения внешнего вмешательства в управление такими важными безлюдными объектами, которое может заключаться в подаче ложных сигналов в их систему управления, либо внесением помех в линию связи, мешающее их нормальному функционированию, будет рассматриваться в этой главе. При этом предполагается, что управление этими объектами осуществляется удаленными вычислительными устройствами, работающими в основной двоичной системе счисления.

Несмотря на то, что цифровые сигналы управления таких систем не являются текстовыми, все положения предыдущих глав относительно использования совершенных и квазисовершенных кодов двоичного представления, а также их комбинаций в кодовых таблицах ASCII, могут быть здесь также использованы. В этом случае возможно применение двух подходов. Первый из них заключается в существовании в линии связи этих кодов в двоичном представлении и формировании многофазных сигналов на стороне удаленного объекта. Второй – в линию связи информация передается в многофазном коде эквивалентном одному из двоичных кодов, который в объекте управления преобразуется в многофазный код эквивалентный основному двоичному коду.

Кроме этих двух вариантов, с целью обеспечения более высокой помехозащищенности информации в линии связи, будут рассмотрены варианты применения в ней совершенных и квазисовершенных многофазных кодов. Необходимость распространить понятие совершенного кода на систематический код, где информационная часть представлена многофазным кодом, связана с тем, что многофазные коды обладают значительной избыточностью, но позволяют исправлять только определенные типы ошибок. Причем возможность исправления большего количества различных типов ошибок и даже пачек ошибок возрастает с увеличением числа фаз, но исправить, например, все одиночные ошибки только в многофазных кодах невозможно. По этой причине к информационным разрядам для исправления всех одиночных ошибок в любом многофазном коде необходимо добавить три контрольных разряда, и именно такой код был синтезирован и назван [3] совершенным многофазным кодом.

В инверторах напряжения, которые предназначены, например, для питания приводных электродвигателей объектов, используются внутренние многофазные коды с числом фаз, кратных трем ($m = 3, 6, 9, 12 \ldots$).

Для конверторов напряжений, которые также могут входить в системы питания двигателей постоянного и даже переменного тока электроприводов, наиболее целесообразно использовать управляющие многофазные коды с числом фаз, совпадающих с двоичной системой счисления ($m = 4, 8, 16, \ldots$).

Целесообразность в данном случае определяется их более простым устройством преобразования из двоичных систем счисления в такую многофазную систему счисления.

Число выходных силовых фаз напряжений конверторов, регулируемых широтно-импульсным многофазным способом, может быть здесь в два раза больше числа фаз многофазных управляющих ими цифровых сигналов [1].

Все эти многофазные коды могут использоваться не только одновременно во всех разрядах управляющих сигналов, но и совместно с разрядами двоичных кодов, которые составляют младшие разряды этих сигналов. Причем автономные объекты управления (роботы, летательные аппараты и т. д.) могут содержать большое количество типов инверторов и конверторов с выходными напряжениями одинаковым или разным числом фаз.

В литературе известны по времени появления разновидности многофазного кода под названием «код Либау-Крейга» [11], «код управляемого делителя» [7], «код Джонсона». Наиболее удачным является представление многофазного кода в записи Либау-Крейга, что будет применяться нами в дальнейшем.

Для представления основания системы счисления многофазным кодом используется только $2m$ кодовых комбинаций из их общего числа 2^m, где основание системы счисления – $n = 2m$, а m – число фаз. Число кодов, которые могут быть составлены из таких кодовых комбинаций, равно $n!$. Из этого числа все многофазные коды могут быть образованы из исходного многофазного кода, например из кода в записи Либау-Крейга, поворотами относительно m осей координат многомерного цифрового пространства, что соответствует $2^m(m!)$ многофазным кодам.

Совершенно естественно, что невозможно рассмотреть даже один тип многофазного кода при любом числе их фаз и поэтому остановимся на примерах только для одного многофазного кода.

Поскольку в [4] были рассмотрены совершенные многофазные коды: четырехфазный, пятифазный и шестифазный, то с целью расширения информации в дальнейших примерах будем использовать восьмифазный код в записи Либау-Крейга. Этот код соответствует основанию системы счисления $n = 16$ при таком же числе составляющего его кодовых комбинаций, выбранных из их общего числа (20 922 789 888 000), а число всех возможных восьмифазных фазных кодов при этом также весьма значительно (10 321 920).

5.1. Восьмифазный код на стороне автономного объекта

Принципы построения кодовых таблиц символов ASCII с использованием совершенных (глава 2), квазисовершенных кодов (глава 3) и их совместного применения (глава 4) могут быть полностью применены для построения кодовых таблиц управления автономными объектами с управляющими сигналами восьмифазного кода в его разрядах. Причем коды разрядов управляющих сигналов могут быть не только одинаковыми, но и разными, например младшие разряды в двоичном коде, а старший разряд – восьмифазном коде. Подобное сочетание кодов в разрядах управляющих сигналов является естественным для конверторов напряжения с регулируемым выходным напряжением по многофазному принципу широтно-импульсной модуляции (ШИМ) [12, 13].

Приняв этот принцип построения кодовых таблиц символов, будем считать, что все разряды управляющих сигналов имеют одинаковое основание системы счисления n = 16. Тогда разряд двоичного кода этого основания системы счисления может рассматриваться нами как сжатие сигнала восьмифазного кода. Задание символов и их числа в таблице символов при этом будет определяться конкретной структурой автономного объекта управления и может содержать от 16 до 256 символов.

Формирование контрольных разрядов совершенных и квазисовершенных кодов из сигналов разрядов основного двоичного кода управляющей системы, что выполняется схемами шифратора, а также выполнение обратной операции расшифровки информации на стороне автономного объекта совпадает с представленным в предыдущих главах. Преобразование двоичного кода в многофазный код выполняется после расшифровки информации в соответствующих схемах разрядов автономного объекта.

Вопрос здесь заключается только в том, какой двоичный код наиболее оптимален для схемы дешифратора и преобразования его в восьмифазный код? Для ответа на этот вопрос обратимся к диаграмме рис. 5.1. На этом рисунке приведены сигналы многофазного кода a_1 – a_8; их «весовые» значения – (*001, 002, 004, 008, 016, 032, 064, 128*) и кодовые комбинации – (*000, 001, 003, 007, 015, 062, 127, 255, 254, 252, 248, 240, 224, 192, 128*), составляющие цифровые эквиваленты восьмифазного кода 00 – 15.

На этом же рисунке приведены три варианта кодовых комбинаций, составляющих основания этой системы счисления, соответственно для сигналов основного (a_1) – (a_4) двоичного кода, кода Грея (c_1) – (c_4) и двухфазного кода (d_1) – (d_4). Для основного двоичного кода цифровым сигналам 00 – 15 соответствуют одноименные с ними кодовые комбинации *00 – 15*; для кода Грея это – кодовые комбинации в последовательности *00, 01, 03, 02, 06, 07, 05, 04, 12, 13, 14, 10, 11, 09, 08*; для двухфазного кода – кодовые комбинации в последовательности *00, 01, 03, 02, 04, 05, 07, 06, 12, 13, 15, 14, 08, 09, 10*.

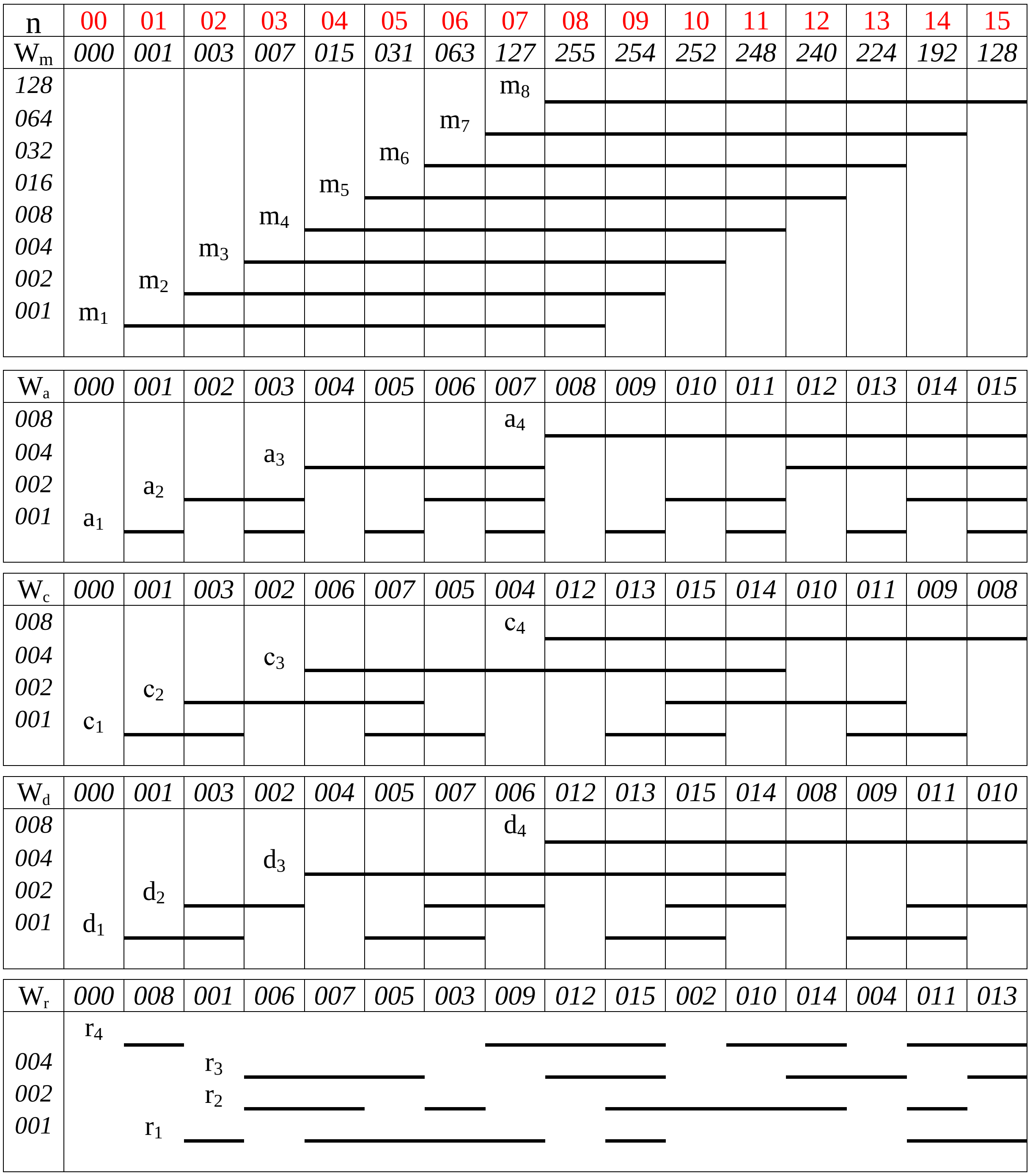


Рис. 5.1

Для определения схем преобразования сигналов двоичных кодов в соответствующие им восьмифазные коды сигналов $m_1 - m_8$ обратимся к многомерным цифровым пространствам (рис. 5.2) в координатах сигналов разрядов $a_1 - a_4$. В этих пространствах приведены геометрические образы многофазных сигналов $m_1 - m_8$, соответственно для основного двоичного кода (рис. 5.2, *а*), кода Грея (рис. 5.2, *б*), двухфазного кода (рис. 5.2, *в*) и «несимметричного» кода (рис. 5.2, *г*).

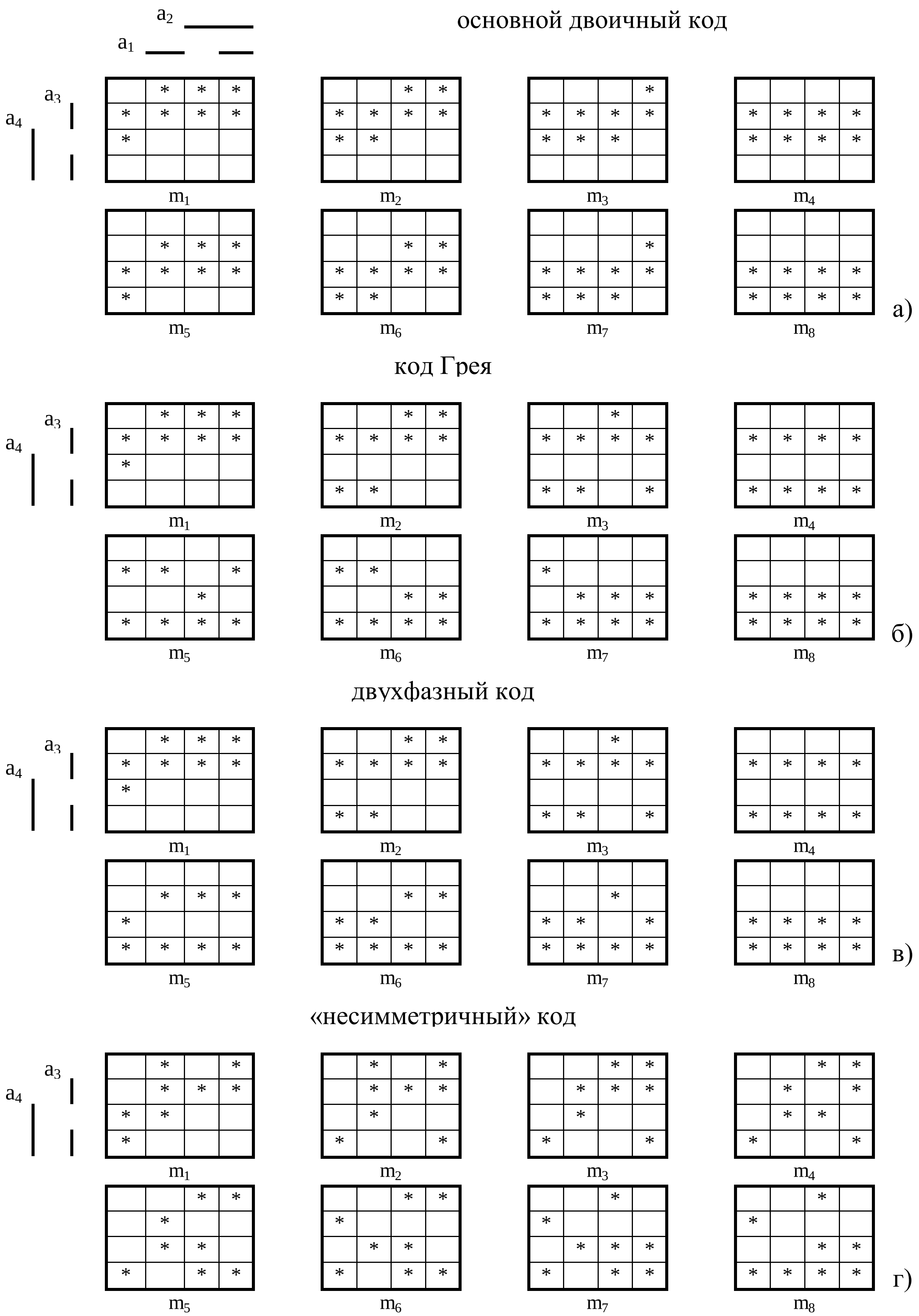

основной двоичный код
a2
a1
a3
a4
m1 m2 m3 m4
m5 m6 m7 m8
а)
код Грея
a3
a4
m1 m2 m3 m4
m5 m6 m7 m8
б)
двухфазный код
a3
a4
m1 m2 m3 m4
m5 m6 m7 m8
в)
«несимметричный» код
a3
a4
m1 m2 m3 m4
m5 m6 m7 m8
г)

Рис. 5.2

Эти геометрические образы составлены исходя из включения во множества сигналов $m_1 - m_8$ соответствующих им подмножеств кодовых комбинаций, определяемых рис. 5.1. Покрытие геометрических образов этих сигналов и определяет все логические схемы формирования многофазных сигналов, что представляет простую задачу и может быть, учитывая аналогичные примеры решения таких задач в предыдущих разделах книги и цитируемой литературе, выполнено читателем самостоятельно. В дальнейшем изложении, когда геометрические образы просты, будем предоставлять определение по ним логических выражений читателю.

Логические функциональные зависимости, определяющие выполнение схем ключа-дешифратора в случае использования любого двоичного кода в линии связи, приведены во второй главе – это выражения (2.1.4) – (2.1.7). В этих четырех выражениях, которые зависят от сигналов информационной ($a_1 - a_4$) и контрольной ($x_1 - x_3$) частей одного из выбранных нами совершенных кодов, определяются выходные сигналы дешифратора двоичного кода. Эти логические выражения являются ключом, встроенным в автономное устройство, позволяющий расшифровать входной сигнал и исправить все одиночные ошибки в линии связи для сигналов разряда основания $n = 16$.

Для основного двоичного кода в канале линии связи эти зависимости непосредственно определяют сигналы (a_1) – (a_4) на стороне получателя сообщения, а для других двоичных кодов это сигналы разрядов непосредственно в этих кодах: для кода Грея (c_1) – (c_4), двухфазного кода (d_1) – (d_4), «несимметричного» кода (r_1) – (r_4).

Преобразование кода Грея, двухфазного кода и «несимметричного» кода в сигналы основного двоичного кода выполняется на стороне объекта управления логическими выражениями, определяемыми покрытием их геометрических образов соответственно рис. 2.19, рис. 2.25 и рис. 2.43. Такие логические зависимости будем в дальнейшем обозначать по их геометрическому образу. По аналогии с общепринятым обозначением, где в круглых скобках после логических зависимостей приводится их порядковый номер, будем вместо номера записывать в квадратных скобках номер рисунка его геометрического образа: ([рис. 2.19]), ([рис. 2.25]), ([рис. 2.43]).

Следующим этапом, определяющим совместно с логическими зависимостями ([рис. 2.19]), ([рис. 2.25]), ([рис. 2.43]) ключ получателя, является формирование многофазных кодов $m_1 - m_8$, по зависимостям их геометрических образов. Эти геометрические образы представлены в системе координат основного двоичного кода на (рис. 5.3, *а*) – (рис. 5.3, *г*).

Покрытие этих геометрических образов определяет логические завимости ключа ([рис. 5.3, *а*]), ([рис. 5.3, *б*]), ([рис. 5.3, *в*]), ([рис. 5.3, *г*]) восьмифазных сигналов $m_1 - m_8$ для четырех различных кодов в линии связи.

(A) m_1	Кодовые комбинации					00	01	02	03	04	05	06	07
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000				*		*	*	*
01				1	001		*	*	*	*		*	*
02			2		002		*	*	*	*	*		*
03			2	1	003		*	*	*	*	*	*	*
04		4			004		*	*	*		*	*	*
05		4		1	005	*	*		*	*	*	*	*
06		4	2		006	*		*	*	*	*	*	*
07		4	2	1	007	*	*	*	*	*	*	*	
08	8				008		*	*	*				*
09	8			1	009				*			*	
10	8		2		010				*		*		
11	8		2	1	011				*				
12	8	4			012				*				*
13	8	4		1	013		*						
14	8	4	2		014			*					
15	8	4	2	1	015					*			

основной двоичный код / восьмифазный код

***.*...*...*...	*....*....*.....
.......*......	*..............*
.***...*...*...*	...*..*..*......
...*.*....*.....	...*........*...

A1	A2
A3	A4
A5	A6
A7	A8

Рис. 5.3

(A) m_2	Кодовые комбинации					00	01	02	03	04	05	06	07
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000				*		*		*
01				1	001		*		*		*		
02			2		002		*	*	*	*	*		*
03			2	1	003		*	*	*	*	*		*
04		4			004		*	*	*		*	*	*
05		4		1	005	*	*		*	*	*		*
06		4	2		006	*		*	*	*	*	*	*
07		4	2	1	007	*	*	*	*	*	*	*	
08	8				008		*	*	*		*		*
09	8			1	009		*		*	*	*		*
10	8		2		010				*		*		
11	8		2	1	011				*		*		
12	8	4			012				*				*
13	8	4		1	013		*				*		
14	8	4	2		014			*					
15	8	4	2	1	015					*			

основной двоичный код / восьмифазный код

***.*.*.*...*...	*.*.*.**..*...*.
.......*......	*.....*........*
.***.*.*...*...*	.*.***.*.*...*..
...*.*....*.....	...*.*......*...

A9	A10
A3	A11
A12	A13
A7	A14

Рис. 5.4

(A) m_3	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000				*				*
01				1	001		*		*		*		
02			2		002			*	*			*	
03			2	1	003		*	*	*	*			*
04		4			004		*	*	*		*	*	*
05		4		1	005	*	*		*	*	*		*
06		4	2		006	*		*	*	*		*	*
07		4	2	1	007	*	*	*	*	*	*	*	
08	8				008		*	*	*		*	*	*
09	8			1	009		*		*	*	*		*
10	8		2		010			*	*	*		*	*
11	8		2	1	011				*		*	*	
12	8	4			012				*				*
13	8	4		1	013		*				*		
14	8	4	2		014			*				*	
15	8	4	2	1	015					*			

основной двоичный код / восьмифазный код

...*.*.*..**.***	...*.*....*.*..*
.......*......	*.....*..*.....*
.***.*.*..**...*	*.....*..*..*..*
...*.*....*.....	...*.*....*.*...

A15	A16
A3	A17
A18	A19
A7	A20

Рис. 5.5

(A) m_4	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000				*				*
01				1	001		*				*		
02			2		002			*				*	
03			2	1	003	*				*			
04		4			004		*	*	*		*	*	*
05		4		1	005	*	*		*	*	*		*
06		4	2		006	*		*	*	*		*	*
07		4	2	1	007	*	*	*		*	*	*	
08	8				008		*	*	*		*	*	*
09	8			1	009	*	*		*	*	*		*
10	8		2		010	*		*	*	*		*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	
12	8	4			012				*				*
13	8	4		1	013		*				*		
14	8	4	2		014			*				*	
15	8	4	2	1	015	*				*			

основной двоичный код / восьмифазный код

...*.*....*.*...	...*.*....*.*...
.......*.....*	*.....*..*.....*
.......*.....*	*.....*..*.....*
...*.*....*.*...	...*.*....*.*...

A20	A20
A17	A17
A17	A17
A20	A20

Рис. 5.6

(A) m_5	Кодовые комбинации												
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000				*				
01				1	001		*				*		
02			2		002			*				*	
03			2	1	003	*				*			
04		4			004		*	*		*			
05		4		1	005	*	*		*	*	*		
06		4	2		006	*		*	*	*		*	
07		4	2	1	007	*	*	*		*	*	*	
08	8				008		*	*	*	*	*	*	*
09	8			1	009	*	*		*	*	*		*
10	8		2		010	*		*	*	*		*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	
12	8	4			012	*			*	*	*	*	
13	8	4		1	013		*			*	*		
14	8	4	2		014			*		*		*	
15	8	4	2	1	015	*				*			

основной двоичный код / восьмифазный код

...*.*....*.*...	.....*....*.*...
....*..*.....*	*...**..*.*.***.
.......*.....*	......*..*.....*
...*....*.*...	***.**..*.*.*...

A20	A21
A21	A22
A17	A23
A24	A25

Рис. 5.7

(A) m_6	Кодовые комбинации												
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000				*				
01				1	001						*		
02			2		002			*				*	
03			2	1	003	*				*			
04		4			004			*		*			
05		4		1	005			*		*			
06		4	2		006	*		*	*	*		*	
07		4	2	1	007	*		*		*	*	*	
08	8				008		*	*	*	*	*	*	*
09	8			1	009	*	*	*	*	*	*		*
10	8		2		010	*		*	*	*		*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	
12	8	4			012	*		*	*	*	*	*	
13	8	4		1	013	*		*	*	*	*	*	
14	8	4	2		014			*		*		*	
15	8	4	2	1	015	*		*		*			

основной двоичный код / восьмифазный код

...*......*.*...	.....*....*.*...
..*...*.*.***.*.	*...*...*.*.***.
.............*	......*..*.....*
.*...*..**.*.*.*	...*...*.*.*.***

A26	A21
A27	A28
A29	A23
A30	A31

Рис. 5.8

(A) m_7

	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000				*				
01				1	001						*		
02			2		002							*	
03			2	1	003	*				*			
04		4			004					*			
05		4		1	005			*		*			
06		4	2		006		*			*			
07		4	2	1	007	*				*	*	*	
08	8				008		*	*	*	*	*	*	*
09	8			1	009	*	*	*	*	*	*		*
10	8		2		010	*	*	*	*	*		*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	
12	8	4			012	*	*	*	*	*	*	*	
13	8	4		1	013	*		*	*	*	*	*	
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	
15	8	4	2	1	015	*	*	*		*			

основной двоичный код / восьмифазный код

…*……..*…	…..*….*.*…
……*..*..*…	*…*…*…***.
…………..	……*..*…..*
…..*….*….*	…*…*…*.***

A8	A21
A32	A33
A4	A23
A34	A35

Рис. 5.9

(A) m_8

	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000				*				
01				1	001						*		
02			2		002							*	
03			2	1	003	*							
04		4			004					*			
05		4		1	005			*					
06		4	2		006		*						
07		4	2	1	007								*
08	8				008		*	*	*	*	*	*	*
09	8			1	009	*	*	*	*	*	*		*
10	8		2		010	*	*	*	*	*		*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	*
12	8	4			012	*	*	*	*	*	*	*	
13	8	4		1	013	*		*	*	*	*	*	*
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*
15	8	4	2	1	015	*	*	*	*		*	*	*

основной двоичный код / восьмифазный код

…*……..*…	…..*….*…..
……*..*……	*…………..*
…………..	……*..*……
…..*….*…..	…*……..*…

A8	A36
A37	A4
A4	A37
A36	A8

Рис. 5.10

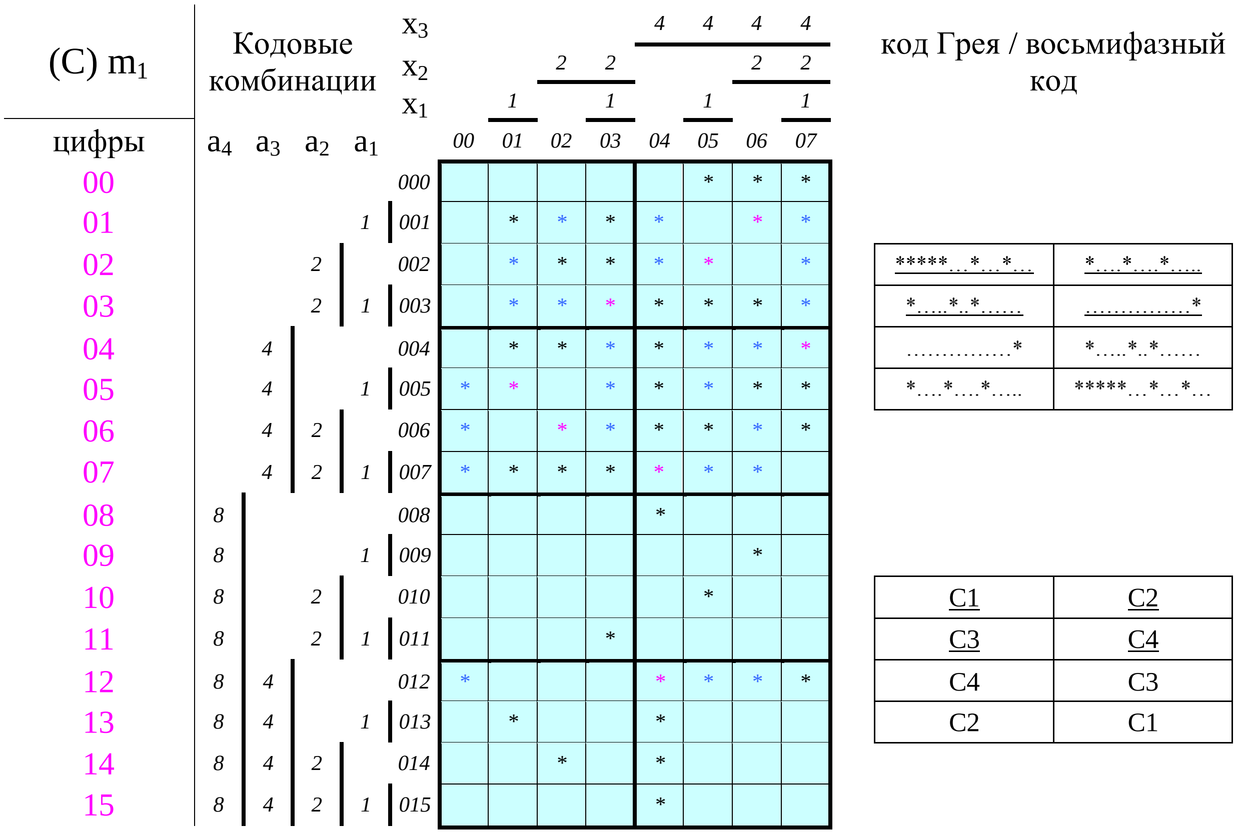


Рис. 5.11

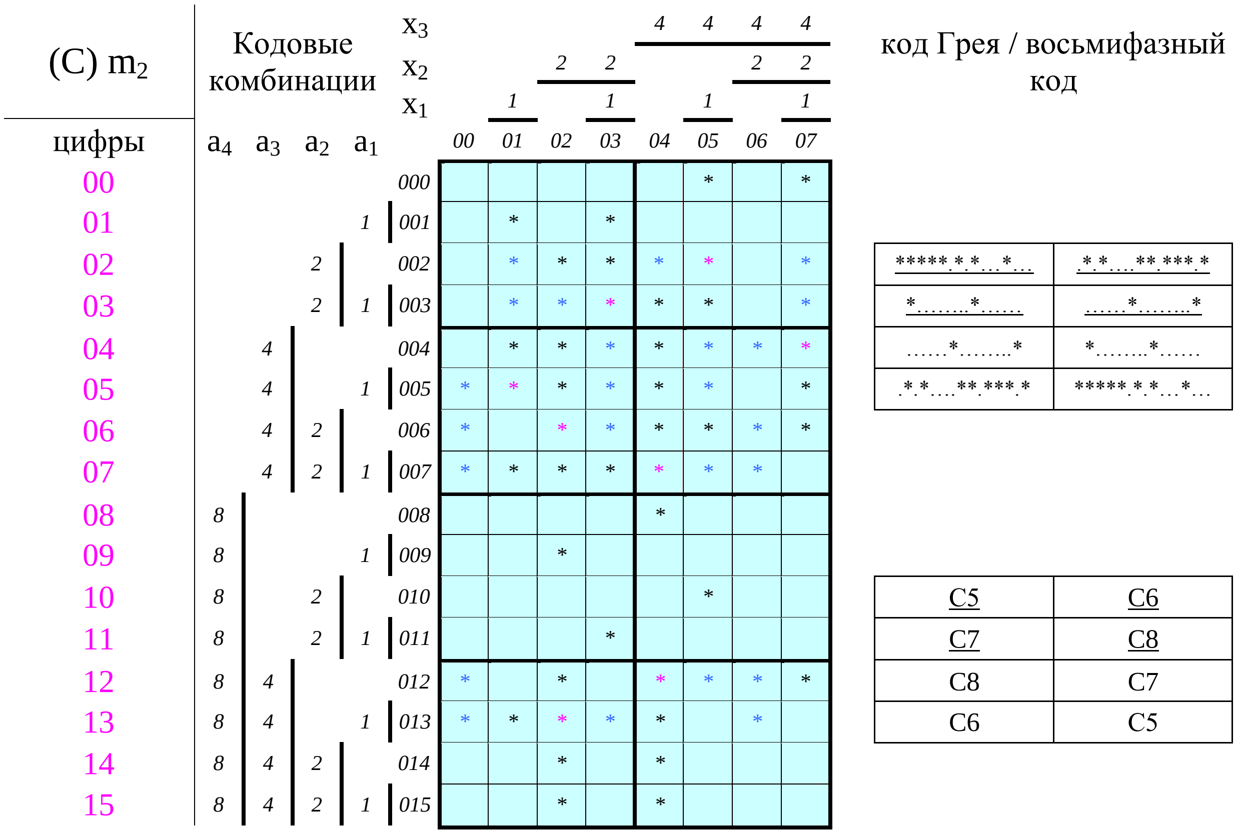


Рис. 5.12

(C) m_3	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000						*		*
01				1	001		*						
02			2		002		*	*		*	*		*
03			2	1	003					*	*		
04		4			004		*	*	*	*	*	*	*
05		4		1	005	*	*	*	*	*	*		*
06		4	2		006	*		*	*	*	*	*	*
07		4	2	1	007	*	*	*		*	*	*	*
08	8				008					*			
09	8			1	009			*					
10	8		2		010						*		
11	8		2	1	011								*
12	8	4			012	*		*		*	*	*	*
13	8	4		1	013	*	*	*	*	*		*	*
14	8	4	2		014			*		*			*
15	8	4	2	1	015			*	*	*	*	*	*

код Грея / восьмифазный код

.....*...**.....	.*.*....**.***..
.............*	......*.........
......*.........	*........*.....*
.*.*....**.***..	.....*...**.....

C9	C10
C11	C12
C12	C11
C10	C9

Рис. 5.13

(C) m_4	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000								*
01				1	001		*						
02			2		002			*					
03			2	1	003					*			
04		4			004		*	*	*	*	*	*	*
05		4		1	005	*	*	*	*	*	*		*
06		4	2		006	*	*	*	*	*		*	*
07		4	2	1	007	*	*	*		*	*	*	*
08	8				008					*			
09	8			1	009			*					
10	8		2		010		*						
11	8		2	1	011								*
12	8	4			012	*	*	*		*	*	*	*
13	8	4		1	013	*	*	*	*	*		*	*
14	8	4	2		014	*	*	*	*	*	*		*
15	8	4	2	1	015		*	*	*	*	*	*	*

код Грея / восьмифазный код

.....*....*.....	...*........*...
....	......*..*......
......*..*......	*..............*
...*........*...	.....*....*.....

C13	C14
C15	C16
C16	C15
C14	C13

Рис. 5.14

(C) m_5 | Кодовые комбинации | код Грея / восьмифазный код

					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000								*
01				1	001		*						
02			2		002							*	
03			2	1	003					*			
04		4			004		*		*	*	*	*	*
05		4		1	005	*	*	*	*	*	*		*
06		4	2		006		*			*			*
07		4	2	1	007	*	*			*	*	*	*
08	8				008					*		*	
09	8			1	009			*					
10	8		2		010		*	*		*		*	*
11	8		2	1	011							*	*
12	8	4			012	*	*	*		*	*	*	*
13	8	4		1	013	*	*	*	*	*		*	*
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*
15	8	4	2	1	015		*	*	*	*	*	*	*

.....*..........	...*......*.*...
......*.**..**	......*..**.....
......*..**.....	*.*.....*.**..**
...*......*.*...	.....*..........

C17	C18
C20	C19
C19	C20
C18	C17

Рис. 5.15

(C) m_6 | Кодовые комбинации | код Грея / восьмифазный код

					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000								*
01				1	001		*						
02			2		002							*	
03			2	1	003	*							
04		4			004		*		*	*	*	*	*
05		4		1	005	*	*	*	*		*		*
06		4	2		006		*						*
07		4	2	1	007		*						*
08	8				008					*		*	
09	8			1	009	*		*					
10	8		2		010	*	*	*		*		*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*		*	*
12	8	4			012	*	*	*		*	*	*	*
13	8	4		1	013	*	*	*	*	*		*	*
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*
15	8	4	2	1	015	*	*	*	*		*	*	*

.....*......*...	...*......*.....
.*.*****.*...*..	****.*.*...*...*
****.*.*...*...*	.*.*****.*...*..
...*......*.....	.....*......*...

C21	C22
C23	C24
C24	C23
C22	C21

Рис. 5.16

(C) m_7 / цифры	Кодовые комбинации a_4	a_3	a_2	a_1	x_3 / x_2 / x_1	00	01 (x_1=1)	02 (x_2=2)	03 (x_2=2, x_1=1)	04 (x_3=4)	05 (x_3=4, x_1=1)	06 (x_3=4, x_2=2)	07 (x_3=4, x_2=2, x_1=1)
00					000								*
01				1	001						*		
02			2		002							*	
03			2	1	003	*							
04		4			004				*	*	*	*	*
05		4		1	005			*					*
06		4	2		006		*						*
07		4	2	1	007								*
08	8				008					*	*	*	
09	8			1	009	*	*	*		*	*		*
10	8		2		010	*	*	*		*		*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	*
12	8	4			012	*	*	*		*	*	*	*
13	8	4		1	013	*		*	*	*	*	*	*
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*
15	8	4	2	1	015	*	*	*	*		*	*	*

код Грея / восьмифазный код

…………*…	…*.*….*…..
…*..*..*……	****…*…*…*
****…*…*…*	…*..*..*……
…*.*….*….	…………*…

C25	C26
C27	C28
C28	C27
C26	C25

Рис. 5.17

(C) m_8 / цифры	Кодовые комбинации a_4	a_3	a_2	a_1	x_3 / x_2 / x_1	00	01 (x_1=1)	02 (x_2=2)	03 (x_2=2, x_1=1)	04 (x_3=4)	05 (x_3=4, x_1=1)	06 (x_3=4, x_2=2)	07 (x_3=4, x_2=2, x_1=1)
00					000				*				
01				1	001						*		
02			2		002							*	
03			2	1	003	*							
04		4			004					*			
05		4		1	005			*					
06		4	2		006		*						
07		4	2	1	007								*
08	8				008		*	*	*	*	*	*	*
09	8			1	009	*	*	*	*	*	*		*
10	8		2		010	*	*	*	*	*		*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	*
12	8	4			012	*	*	*	*	*	*	*	
13	8	4		1	013	*		*	*	*	*	*	*
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*
15	8	4	2	1	015	*	*	*	*		*	*	*

код Грея / восьмифазный код

…*……..*…	…..*….*…..
……*..*……	*…………..*
…………..	……*..*……
…..*….*…..	…*……..*…

C14	C13
C16	C15
C15	C16
C13	C14

Рис. 5.18

(D) m_1	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000						*	*	*
01				1	001		*	*	*	*		*	*
02			2		002		*	*	*	*	*		*
03			2	1	003		*	*	*	*	*	*	*
04		4			004		*	*	*	*	*	*	*
05		4		1	005	*	*		*	*	*	*	*
06		4	2		006	*		*	*	*	*	*	*
07		4	2	1	007	*	*	*	*	*	*	*	
08	8				008					*			
09	8			1	009							*	
10	8		2		010						*		
11	8		2	1	011				*				
12	8	4			012	*				*	*	*	*
13	8	4		1	013		*			*			
14	8	4	2		014			*		*			
15	8	4	2	1	015					*			

двухфазный код / восьмифазный код

*****…*…*…	*….*….*…..
…...*……	…………..*
…………..*	*…..*..*……
….….*…..	*****…*…*…

D1	D2
D3	D4
D4	D3
D2	D1

Рис. 5.19

(D) m_2	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000						*		*
01				1	001		*		*				
02			2		002		*	*	*	*	*		*
03			2	1	003		*	*	*	*	*		*
04		4			004		*	*	*	*	*	*	*
05		4		1	005	*	*	*	*	*	*		*
06		4	2		006	*		*	*	*	*	*	*
07		4	2	1	007	*	*	*	*	*	*	*	
08	8				008					*			
09	8			1	009			*					
10	8		2		010						*		
11	8		2	1	011				*				
12	8	4			012	*		*		*	*	*	*
13	8	4		1	013	*	*	*	*	*		*	
14	8	4	2		014			*		*			
15	8	4	2	1	015			*		*			

двухфазный код / восьмифазный код

***** * *…*…	* * **** * …*
……..……	……*……..*
……*……..*	*……..*……
* * **** *…*	***** * *…*…

D5	D6
D7	D8
D7	D7
D6	D5

Рис. 5.20

(D) m_3	Кодовые комбинации				x_3 / x_2 / x_1	00	01	02	03	04	05	06	07	двухфазный код / восьмифазный код	
					x_3					4	4	4	4		
					x_2			2	2			2	2		
					x_1		1		1		1		1		
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07		
00					000						*		*		
01				1	001		*								
02			2		002		*	*		*	*		*	….*…**…..	.*.*….**.***..
03			2	1	003					*	*			*…….*…..*	……*………
04		4			004		*	*	*	*	*	*	*	……*………	*……..*…..*
05		4		1	005	*	*	*	*	*	*		*	.*.*….**.***..	…..*…**…..
06		4	2		006	*		*	*	*	*	*	*		
07		4	2	1	007	*	*	*		*	*	*	*		
08	8				008					*					
09	8			1	009			*						D9	D10
10	8		2		010						*			D12	D11
11	8		2	1	011								*	D11	D12
12	8	4			012	*		*		*	*	*	*	D10	D9
13	8	4		1	013	*	*	*	*	*		*	*		
14	8	4	2		014			*		*			*		
15	8	4	2	1	015			*	*	*	*	*	*		

Рис. 5.21

(D) m_4	Кодовые комбинации				x_3 / x_2 / x_1	00	01	02	03	04	05	06	07	двухфазный код / восьмифазный код	
					x_3					4	4	4	4		
					x_2			2	2			2	2		
					x_1		1		1		1		1		
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07		
00					000								*		
01				1	001		*								
02			2		002			*						…..*….*…..	…*……..*…
03			2	1	003					*				*…………..*	……*.*……
04		4			004		*	*	*	*	*	*	*	……*..*……	*…………..*
05		4		1	005	*	*	*	*	*	*		*	…*……..*…	…..*…*…..
06		4	2		006	*	*	*	*	*		*	*		
07		4	2	1	007	*	*	*		*	*	*	*		
08	8				008					*					
09	8			1	009			*							
10	8		2		010		*							D13	D14
11	8		2	1	011								*	D15	D16
12	8	4			012	*	*	*		*	*	*	*	D16	D15
13	8	4		1	013	*	*	*	*	*		*	*	D14	D13
14	8	4	2		014	*	*	*	*	*	*		*		
15	8	4	2	1	015		*	*	*	*	*	*	*		

Рис. 5.22

(D) m_5	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000				*				
01				1	001		*						
02			2		002			*					
03			2	1	003					*			
04		4			004		*	*		*			
05		4		1	005	*	*	*	*	*	*		
06		4	2		006	*	*	*	*	*		*	
07		4	2	1	007	*	*	*		*	*	*	*
08	8				008		*	*	*	*			*
09	8			1	009			*	*				
10	8		2		010		*		*				
11	8		2	1	011								*
12	8	4			012	*	*	*	*	*	*	*	
13	8	4		1	013	*	*	*	*	*		*	*
14	8	4	2		014	*	*	*	*	*	*		*
15	8	4	2	1	015		*	*	*	*	*	*	*

двухфазный код / восьмифазный код

...*.*....*.....	............*...
$\underline{\text{*..*...........*}}$	$\underline{\text{.***..**.*.*....}}$
.***..**.*.*....	*..*...........*
$\underline{\text{............*...}}$	$\underline{\text{...*.*....*.....}}$

D17	D18
$\underline{\text{D19}}$	$\underline{\text{D20}}$
D20	D19
$\underline{\text{D18}}$	$\underline{\text{D17}}$

Рис. 5.23

(D) m_6	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000				*				
01				1	001						*		
02			2		002			*					
03			2	1	003					*			
04		4			004			*		*			
05		4		1	005			*		*			
06		4	2		006	*	*	*	*	*		*	
07		4	2	1	007	*		*		*	*	*	*
08	8				008		*	*	*	*	*		*
09	8			1	009		*	*	*	*	*		*
10	8		2		010		*		*				
11	8		2	1	011						*		*
12	8	4			012	*	*	*	*	*	*	*	
13	8	4		1	013	*		*	*	*	*	*	*
14	8	4	2		014	*	*	*	*	*	*		*
15	8	4	2	1	015		*	*	*	*	*	*	*

двухфазный код / восьмифазный код

...*......*.....	.....*......*...
..*...*.*****.*.	*...*...*.*.****
$\underline{\text{*...*...*.*.****}}$	$\underline{\text{..*...*.*****.*.}}$
$\underline{\text{.....*......*...}}$	$\underline{\text{...*......*.....}}$

D21	D22
D23	D24
$\underline{\text{D24}}$	$\underline{\text{D23}}$
$\underline{\text{D22}}$	$\underline{\text{D21}}$

Рис. 5.24

(D) m_7	Кодовые комбинации													двухфазный код / восьмифазный код
					x_3					4	4	4	4	
					x_2			2	2			2	2	
					x_1		1		1		1		1	
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07	
00					000				*					
01				1	001						*			
02			2		002			*						
03			2	1	003	*								
04		4			004			*		*				
05		4		1	005			*						
06		4	2		006	*	*	*	*			*		
07		4	2	1	007			*					*	
08	8				008		*	*	*	*	*		*	
09	8			1	009	*	*	*	*	*	*		*	
10	8		2		010	*	*		*					
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*		*	
12	8	4			012	*	*	*	*	*	*	*		
13	8	4		1	013	*		*	*	*	*	*	*	
14	8	4	2		014	*	*	*	*	*	*		*	
15	8	4	2	1	015	*	*	*	*		*	*	*	

...*......*.*...	.....*..........
..*...*.****..*.	*.........*....*
$\underline{\text{*.........*....*}}$	$\underline{\text{..*...*.****..*.}}$
$\underline{\text{.....*..........}}$	$\underline{\text{...*......*.*...}}$

D25	D26
D27	D28
$\underline{\text{D28}}$	$\underline{\text{D27}}$
$\underline{\text{D26}}$	$\underline{\text{D25}}$

Рис. 5.25

(D) m_8	Кодовые комбинации													двухфазный код / восьмифазный код
					x_3					4	4	4	4	
					x_2			2	2			2	2	
					x_1		1		1		1		1	
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07	
00					000				*					
01				1	001						*			
02			2		002							*		
03			2	1	003	*								
04		4			004					*				
05		4		1	005			*						
06		4	2		006		*							
07		4	2	1	007								*	
08	8				008		*	*	*	*	*	*	*	
09	8			1	009	*	*	*	*	*	*		*	
10	8		2		010	*	*	*	*	*		*	*	
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	*	
12	8	4			012	*	*	*	*	*	*	*		
13	8	4		1	013	*		*	*	*	*	*	*	
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*	
15	8	4	2	1	015	*	*	*	*		*	*	*	

...*........*...	.....*....*.....
......*..*......	*..............*
$\underline{\text{*..............*}}$	$\underline{\text{......*..*......}}$
$\underline{\text{.....*....*.....}}$	$\underline{\text{...*........*...}}$

D14	D13
D16	D15
$\underline{\text{D15}}$	$\underline{\text{D16}}$
$\underline{\text{D13}}$	$\underline{\text{D14}}$

Рис. 5.26

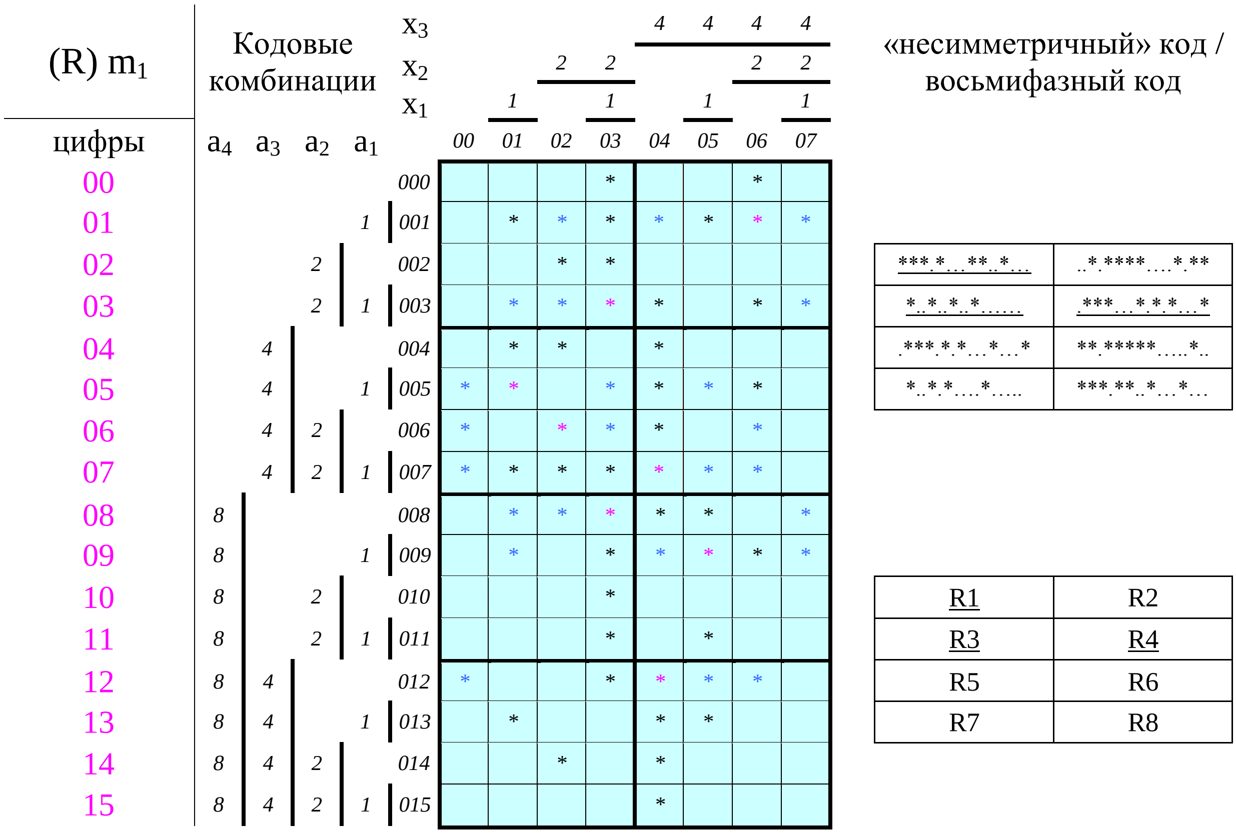


Рис. 5.27

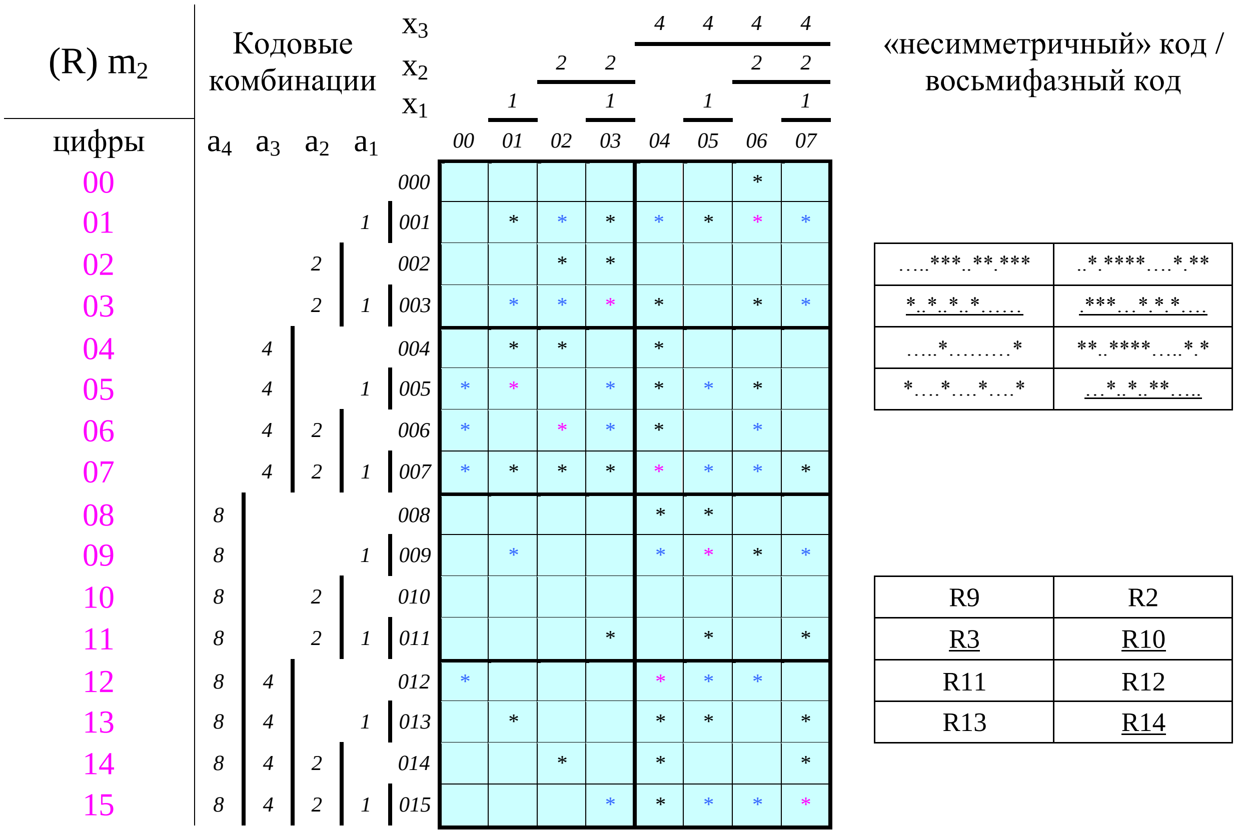


Рис. 5.28

(R) m_3 цифры	a_4	a_3	a_2	a_1	Кодовые комбинации	00	01	02	03	04	05	06	07
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
00					000						*		
01				1	001		*		*		*		
02			2		002		*	*	*	*	*		*
03			2	1	003		*	*	*	*	*		*
04		4			004		*	*		*			
05		4		1	005	*	*		*	*	*		
06		4	2		006	*		*	*	*	*	*	
07		4	2	1	007	*	*	*	*	*	*	*	*
08	8				008					*	*		
09	8			1	009		*			*	*		*
10	8		2		010						*		
11	8		2	1	011				*		*		*
12	8	4			012	*				*	*	*	
13	8	4		1	013		*			*	*		*
14	8	4	2		014			*		*			*
15	8	4	2	1	015				*	*	*	*	*

«несимметричный» код / восьмифазный код

.....*.*.***.***	.*...*..**.***.*
....*..*......	.***..**...*....
.....*.........*	**..**.*.*...*.*
........*....*	...*..*..**.....

R15	R16
R3	R17
R11	R18
R13	R14

Рис. 5.29

(R) m_4 цифры	a_4	a_3	a_2	a_1	Кодовые комбинации	00	01	02	03	04	05	06	07
					x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
00					000						*		
01				1	001		*		*		*		
02			2		002		*		*	*	*	*	*
03			2	1	003		*	*	*	*	*		*
04		4			004		*			*			
05		4		1	005	*	*		*	*	*		
06		4	2		006					*	*		
07		4	2	1	007	*	*		*	*	*	*	*
08	8				008					*	*	*	
09	8			1	009		*			*	*		*
10	8		2		010			*		*	*	*	*
11	8		2	1	011				*		*	*	*
12	8	4			012	*				*	*	*	
13	8	4		1	013		*			*	*		*
14	8	4	2		014					*		*	*
15	8	4	2	1	015				*	*	*	*	*

«несимметричный» код / восьмифазный код

.....*.*.*.*.***	*.***.**......*.
.*..**.*....**.*	.***..**..**....
.....*....*....*	...*..*.....*...
.............*	...*..*..*......

R19	R20
R21	R22
R23	R24
R25	R26

Рис. 5.30

(R) m_5 цифры	a_4	a_3	a_2	a_1	Кодовые комбинации	00	01	02	03	04	05	06	07
x_3										4	4	4	4
x_2								2	2			2	2
x_1							1		1		1		1
00					000						*		
01				1	001		*		*		*		
02			2		002		*		*	*	*	*	*
03			2	1	003		*	*	*		*		*
04		4			004		*			*			
05		4		1	005	*	*		*		*		
06		4	2		006		*				*		
07		4	2	1	007		*		*				*
08	8				008					*	*	*	
09	8			1	009		*			*	*		*
10	8		2		010		*	*		*	*	*	*
11	8		2	1	011				*		*	*	*
12	8	4			012	*	*			*	*	*	
13	8	4		1	013		*			*	*		*
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*
15	8	4	2	1	015		*		*		*	*	*

«несимметричный» код / восьмифазный код

.....*.*.*.*.***	.*...*..****.*.*
.*..**.*.*...*.*	*....*..*......*
.....*...**....*	...*..*.....*...
...*...*.*.*	...*..*.....*...

R19	R27
R28	R29
R30	R24
R31	R24

Рис. 5.31

(R) m_6 цифры	a_4	a_3	a_2	a_1	Кодовые комбинации	00	01	02	03	04	05	06	07
x_3										4	4	4	4
x_2								2	2			2	2
x_1							1		1		1		1
00					000						*		*
01				1	001				*		*		
02			2		002		*		*	*	*	*	*
03			2	1	003		*	*	*		*		*
04		4			004				*	*	*	*	*
05		4		1	005								*
06		4	2		006						*		*
07		4	2	1	007				*				*
08	8				008					*	*	*	
09	8			1	009		*			*	*		*
10	8		2		010			*		*	*	*	*
11	8		2	1	011				*		*	*	*
12	8	4			012	*				*	*	*	*
13	8	4		1	013					*	*		*
14	8	4	2		014					*		*	*
15	8	4	2	1	015				*		*	*	*

«несимметричный» код / восьмифазный код

.......*.*.*.***	*.*.*.**....*.*.
...*...........*	****...*.*.*...*
.....*....*....*	...*..*.....*...
....	......*..*..*...

R32	R33
R34	R35
R23	R24
R36	R37

Рис. 5.32

(R) m_7	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000								*
01				1	001						*		
02			2		002							*	
03			2	1	003	*							
04		4			004				*	*	*	*	*
05		4		1	005								*
06		4	2		006		*						*
07		4	2	1	007								*
08	8				008					*	*	*	
09	8			1	009	*	*			*	*		*
10	8		2		010	*	*	*		*		*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*	*	*	*
12	8	4			012	*	*			*	*	*	*
13	8	4		1	013					*	*		*
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*
15	8	4	2	1	015	*	*		*		*	*	*

«несимметричный» код / восьмифазный код

............*...	...*.*....*.....
...*.....*......	****...*...*...*
....**..***.***.	...*..*..*......
.......***.*	......*.....*...

R38	R39
R40	R41
R42	R26
R43	R44

Рис. 5.33

(R) m_8	Кодовые комбинации				x_3					4	4	4	4
					x_2			2	2			2	2
					x_1		1		1		1		1
цифры	a_4	a_3	a_2	a_1		00	01	02	03	04	05	06	07
00					000						*		*
01				1	001								
02			2		002		*			*	*	*	*
03			2	1	003	*					*		
04		4			004				*	*	*	*	*
05		4		1	005			*					*
06		4	2		006		*				*		*
07		4	2	1	007								*
08	8				008					*		*	
09	8			1	009	*		*					
10	8		2		010	*	*	*		*	*	*	*
11	8		2	1	011	*	*	*		*		*	*
12	8	4			012	*	*	*		*	*	*	*
13	8	4		1	013	*		*	*	*		*	*
14	8	4	2		014	*	*		*	*	*	*	*
15	8	4	2	1	015	*	*	*	*		*	*	*

«несимметричный» код / восьмифазный код

.........*..*...	.*.*....****.*..
...*..*..*......	****...*.*.*...*
....*.*.***.***.	.*.*****.....*..
...*.*....*.....	.....*......*...

R45	R46
R26	R35
R47	R48
R39	R49

Рис. 5.34

Поскольку быстродействие является основным определяющим условием для систем управления в режиме реального времени, то этому условию по быстродействию должен соответствовать и ключ дешифратора, преобразующий сигналы любого совершенного двоичного кода в многофазные сигналы управления.

Как показано ранее, сигналы любого двоичного кода из их общего числа (n!) отличаются между собой только порядком расположения в них кодовых комбинаций, оставляя при этом неизменным их состав для каждого сигнала разряда. По этой причине логические зависимости (2.1.4) – (2.1.7) определения информационных сигналов основного двоичного кода (a_1) – (a_4) будут такими же и для другого двоичного кода, например кода Грея (c_1) – (c_4), представленного в координатах **AX** основного двоичного кода и т. д. Все эти сигналы в дальнейшем на стороне автономного устройства (получателя информации) преобразуются в необходимые, например, там сигналы основного двоичного кода по известным соотношениям их кодовых комбинаций.

Это правило не может быть распространено на формирования информационных многофазных сигналов из любых двоичных информационных сигналов совершенного кода, где для каждого из них изменяется не только порядок следования кодовых комбинаций в многофазных сигналах, но и их состав в этих сигналах.

Обратимся, например, к восьмифазному коду, формируемому из основного двоичного кода (рис. 5.1). Сигнал $m_1 = 001 \vee 002 \vee 003 \vee 004 \vee 005 \vee 006 \vee 007 \vee 008$, который образуется из информационного основного двоичного кода W_a, отличается от сигнала $m_1 = 008 \vee 001 \vee 006 \vee 007 \vee 005 \vee 003 \vee 009 \vee 012$, формируемого из информационного «несимметричного» кода W_r, не только порядком их расположения, но их составом. Это относится ко всем разрядам других фаз, формируемых из двоичных кодов W_a, W_c, W_d, W_r.

Исходя из сказанного выше, следует простой алгоритм формирования геометрических образов многофазных сигналов, формируемых из сигналов конкретного совершенного систематического кода.

Первым этапом этого алгоритма является, например, представление в ячейках цифрового пространства координат **AX** (рис. 2.3) совершенного двоичного кода N 99 [4], его штатных кодовых комбинаций (*000* – *015*).

В остальных ячейках этого пространства размещаются кодовые комбинации с одной ошибкой в информационной части (*000* – *015*) и контрольной части (*000* – *015*) систематического кода.

На втором этапе алгоритма в ячейках цифрового пространства координат основного двоичного кода **AX** для каждого двоичного кода линии связи и отдельно для каждой из его m_1 – m_8 фаз осуществляется замена кодовых комбинаций, составляющих эти фазы, на звездочки. Все остальные кодовые комбинации в ячейках этих пространств удаляются.

На рис. 5.3 – рис. 5.10 приведены геометрические образы восьмифазных сигналов (m_1 – m_8), когда в линии связи используется основной двоичный код. На рис. 5.11 – рис. 5.18 приведены геометрические образы сигналов

($m_1 - m_8$), когда в линии связи используется код Грея. На рис. 5.19 – рис. 5.26 приведены геометрические образы сигналов ($m_1 - m_8$), когда в линии связи используется двухфазный код. На рис. 5.27 – рис. 5.26 приведены геометрические образы сигналов ($m_1 - m_8$), когда в линии связи используется «несимметричный» код. Для всех кодов, отличных от основного двоичного, все цифровое пространство координат выделено светло-бирюзовым цветом.

Покрытие геометрических образов данных сигналов определяет синтез всех возможных, в том числе минимальных тупиковых, логических выражений для ключа дешифратора. Для облегчения задачи синтеза покрытия этих геометрических образов на каждом из рисунков приведены их подмножества соответственно A1 – A37, C1 – C25, D1 – D27, R1 – R49 в координатах a_1, a_2, x_1, x_2, представленные в ячейках более крупного пространства координат a_3, a_4, x_3.

Из четырех примеров простыми логическими выражениями для ключа дешифрования обладают наиболее симметричные в информационной части коды в линии связи – код Грея (геометрический образ состоит из 25 подмножеств в координатах a_1, a_2, x_1, x_2) и двухфазный код (27 подобных подмножеств). Наиболее сложным является «несимметричный» код, состоящий из 49 подмножеств в таких же промежуточных координатах.

Из оставшегося ряда в (16!) двоичных совершенных кодов, образованных из взятого за основу совершенного кода N 99 с соответствующей его заменой информационной части, также, по всей вероятности, могут содержаться простые логические выражения для ключа шифрования. Примерами таких кодов могут быть симметричные коды на основе магических квадратов 4 х 4, например Эйлера или Корнелия Агриппа [14].

Магический квадрат – это набор кодовых комбинаций, эквивалентных цифрам основания n = 16, расположенных в форме квадрата таким образом, что суммы цифр, стоящих в любой строке, любом столбце или на одной любой диагонали, имеют одно и тоже значение. Для квадратов Эйлера и Корнелия Агриппа это значение суммы равно 30. Число аналогичных магических квадратов можно определить соответствующими мысленными поворотами относительно осей четырехмерного цифрового пространства исходного магического квадрата Эйлера или Корнелия Агриппа.

Приведенные выше примеры использования совершенного кода N 99 в линии связи с информационными частями при различных информационных двоичных кодах позволят читателю самостоятельно синтезировать систему с любыми из 192-х систематических совершенных кодов, содержащих в своем составе любые из (16!) двоичных информационных кодов.

При этом логические выражения, определяющие ключ дешифратора, могут быть реализованы жесткими схемами различного быстродействия вплоть предельного, определяемого минимальными тупиковыми дизъюнктивными нормальными формами.

5.2. Восьмифазный код в линии связи

Очевидно, что восьмифазный код ($m_1 - m_8$) который является «внутренним языком» объекта управления и обладает возможностью исправления большого числа ошибок, может быть также использован в качестве кода линии связи, например, вместо любого совершенного кода ($a_1 - a_4$), ($x_1 - x_3$) основания n = 16. При этом число кодов, использующих только кодовые комбинации восьмифазного кода в общем случае равно (16!), а в случае сохранения структуры фазности кода их число будет меньше – $2^8(8!) = 10\ 321\ 920$. В последнем случае преобразование любого их этих кодов на входе автономного объекта реализуется более простыми логическими функциями, чем в первом варианте использования кодовых комбинаций восьмифазного кода.

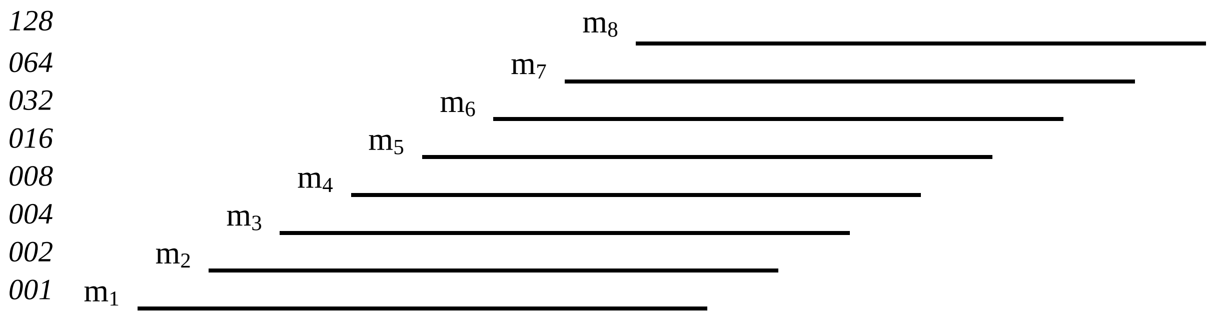
При значительном количестве помех в линии связи их устранение полностью должно быть поручено дешифратору входного устройства объекта управления. Для обеспечения же определенной секретности передаваемой информации в сигналы командных разрядов могут вводиться по случайному методу ошибки, которые все в состоянии исправить дешифратор. Требования достижения максимально возможного быстродействия должны реализоваться при шифровании и дешифровании управляющих сигналов «жесткими» логическими схемами без применения методов программирования.

Однако программирование, вернее сказать программное переключение, может быть использовано в случае необходимости перестройки системы на иные принципы кодирования информации в системе и подключения в ней для реализации этих новых принципов других «жестких» устройств, как для шифрования, так и дешифрования управляющей информации. Перестройка принципов кодирования должна, в этом случае, осуществляется в определенные моменты рабочих пауз системы и используется, например, для увеличения секретности на определенном отрезке времени. Перестройка системы также производится в режиме реального времени, но она не требует

Для определения возможностей восьмифазного кода по исправлению различных типов ошибок обратимся к геометрическим соотношениям сигналов его разрядов, значениям цифровых и кодовых комбинаций его параметров (рис. 5. 35).

На рисунке приведены: многофазные сигналы $m_1 - m_8$; весовые значения этих сигналов (*001*, *002*, *004* … *128*); весовые значения $W_a(8)$ кодовых комбинаций в цифровом (*000*, *001*, *003*, *007*, *015*, *031*, *063*, *127*, *255*, *254*, *252*, *248*, *240*, *224*, *192*, *128*) и латинском буквенном варианте, соответствующие цифрам 000, …, 015 основания системы счисления; а также кодовые расстояния $d_a(8)$ между этими комбинациями. Буквенные вариант представления кодовых комбинаций связан с возможностью использовать меньшие размеров ячеек пространства возможностью его представления на листе стандартного размера.

Кодовые расстояния, не позволяющие исправить одиночные ошибки, выделены красным цветом. Остальные кодовые расстояния от 3 до 8 позволяют исправлять определенный тип ошибок в кодовых комбинациях разряда восьмифазного кода, которые нам предстоит найти и исправить.



	000	001	002	003	004	005	006	007	008	009	010	011	012	013	014	015
$W_a(8)$	*000*	*001*	*003*	*007*	*015*	*031*	*063*	*127*	*255*	*254*	*252*	*248*	*240*	*224*	*192*	*128*
	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	u	n	o	p	q
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4	3	2	1
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4	3	2
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4	3
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4
					0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5
						0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6
							0	1	2	3	4	5	6	7	8	7
								0	1	2	3	4	5	6	7	8
$d_a(8)$									0	1	2	3	4	5	6	7
										0	1	2	3	4	5	6
											0	1	2	3	4	5
												0	1	2	3	4
													0	1	2	3
														0	1	2
															0	1
																0

Рис. 5.35

Зная размещение безошибочных кодовых комбинаций $W_a(8)$ в ячейках восьмимерного цифрового пространства основной двоичной системы координат $a_1 - a_8$, содержащей 256 ячеек, нетрудно показать в этом цифровом пространстве кодовые комбинации с различными ошибками.

Для определения одиночных и двойных ошибок служит их геометрическое представление, которое было синтезировано двумя черно-белыми графическими изображениями соответственно для одиночных и двойных ошибок в [1]. Совместное представление этих изображений в цвете (рис. 5.36) определяет штатную позицию кодовой комбинации лиловой заливкой, ошибку кратности один – серой заливкой, ошибку кратности два – светло-бирюзовой заливкой.

На основании этого представления составлена таблица 5.1 координат одиночных и двойных ошибок, где первый столбец содержит координаты безошибочных кодовых комбинаций, а другие столбцы координаты с соответствующими ошибками.

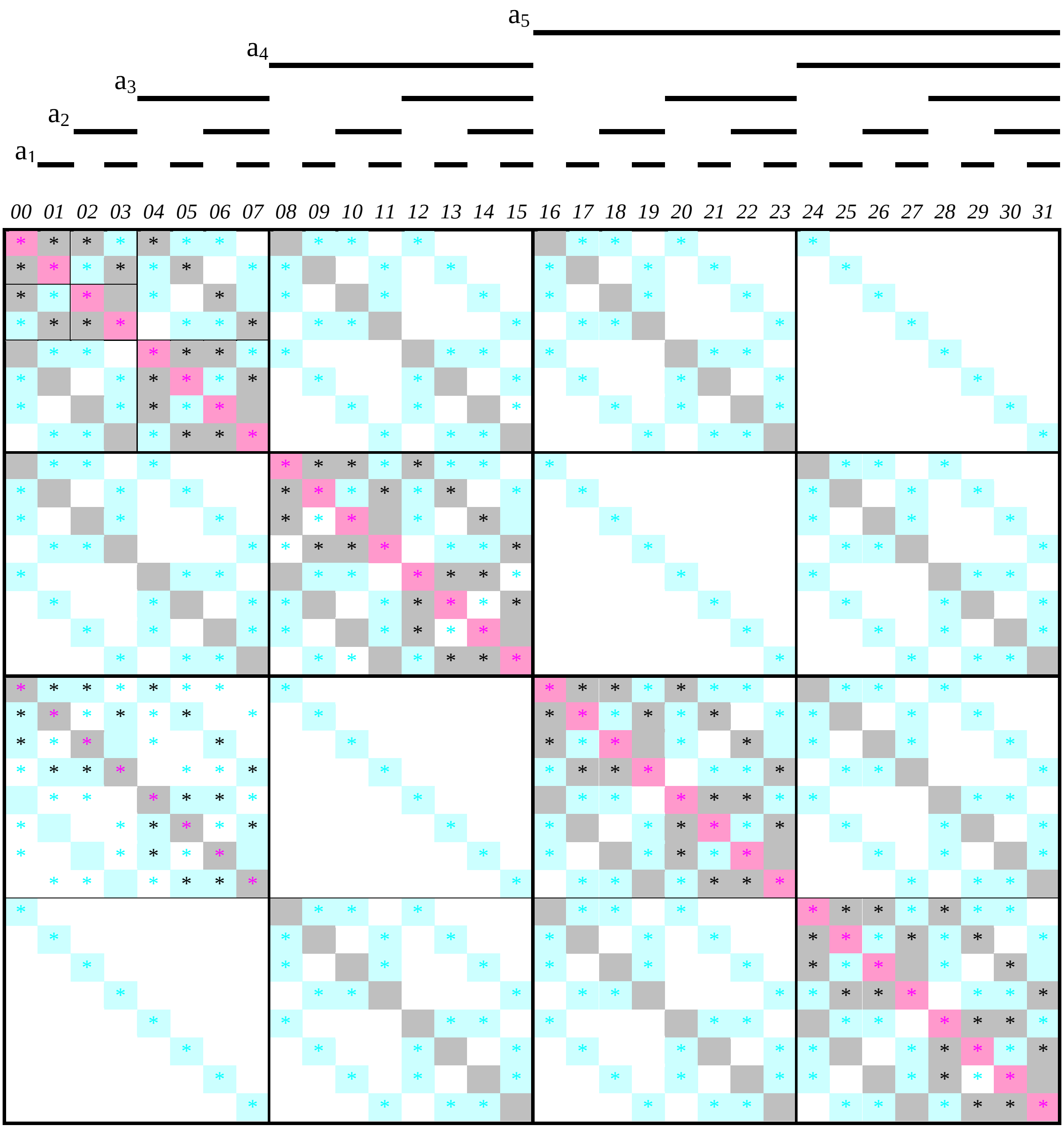


Таблица 5.1

	Одиночные ошибки					Двойные ошибки									
00	01	02	04	08	16	03	05	06	09	10	12	17	18	20	24
01	00	03	05	09	17	02	04	07	08	11	13	16	19	21	25
02	00	03	06	10	18	01	04	07	08	11	14	16	19	22	26
03	01	02	07	11	19	00	05	06	09	10	15	17	18	23	27
04	00	05	06	12	20	01	02	07	08	13	14	16	21	22	28
05	01	04	07	13	21	00	03	06	09	12	15	17	20	23	29
06	02	04	07	14	22	00	03	05	10	12	15	18	20	23	30
07	03	05	06	15	23	01	02	04	11	13	14	19	21	22	31
08	00	09	10	12	24	01	02	04	11	13	14	16	25	26	28
09	01	08	11	13	25	00	03	05	10	12	15	17	24	27	29
10	02	08	11	14	26	00	03	06	09	12	15	18	24	27	30
11	03	09	10	15	27	01	02	07	08	13	14	19	25	26	31

Продолжение таблицы 5.1

	Одиночные ошибки					Двойные ошибки									
12	04	08	13	14	28	00	05	06	09	10	15	20	24	29	30
13	05	09	12	15	29	01	04	07	09	11	14	21	25	28	31
14	06	10	12	15	30	02	04	07	08	11	13	22	26	28	31
15	07	11	13	14	31	03	05	06	09	10	12	23	27	29	30
16	00	17	18	20	24	01	02	04	08	19	21	22	25	26	28
17	01	16	19	21	25	00	03	05	09	18	20	23	24	27	29
18	02	16	19	22	26	00	03	06	10	17	20	23	24	27	30
19	03	17	18	23	27	01	02	07	11	16	21	22	25	26	31
20	04	16	21	22	28	00	05	06	12	17	18	23	24	29	30
21	05	17	20	23	29	01	04	07	13	16	19	22	25	28	31
22	06	18	20	23	30	02	04	07	14	16	19	21	26	28	31
23	07	19	21	22	31	03	05	06	15	17	18	20	27	29	30
24	08	16	25	26	28	00	09	10	12	17	18	20	27	29	30
25	09	17	24	27	29	01	08	11	13	16	19	21	26	28	31
26	10	18	24	27	30	02	08	11	14	16	20	22	25	28	31
27	11	19	25	26	31	03	09	10	15	17	18	23	24	29	30
28	12	20	24	29	30	04	08	13	14	16	21	22	25	26	31
29	13	21	25	28	31	05	09	12	15	17	20	23	24	27	30
30	14	22	26	28	31	06	10	12	15	18	20	23	24	27	29
31	15	23	27	29	30	07	11	13	14	19	21	22	25	26	28

Безошибочные кодовые комбинации выделены в этом цифровом пространстве (рис. 5.37, *а*) красным цветом на белом фоне ячейки, кодовые комбинации с одиночной ошибкой – черным цветом на белом фоне ячейки, кодовые комбинации с двойной ошибкой – черным цветом на бледно-зеленом фоне ячейки.

Пустые ячейки (рис. 5.37, *б*) белого и бледно-зеленого цветов соответствует ситуации, когда нет возможности определить из двух одинаковых ошибок единственную кодовую комбинацию, в которой произошла одиночная или двойная ошибка, переводящая ее в кодовую комбинацию данной незаполненной ячейки цифрового пространства. Ячейки желтого цвета цифрового пространства при этом остаются незанятыми ошибками.

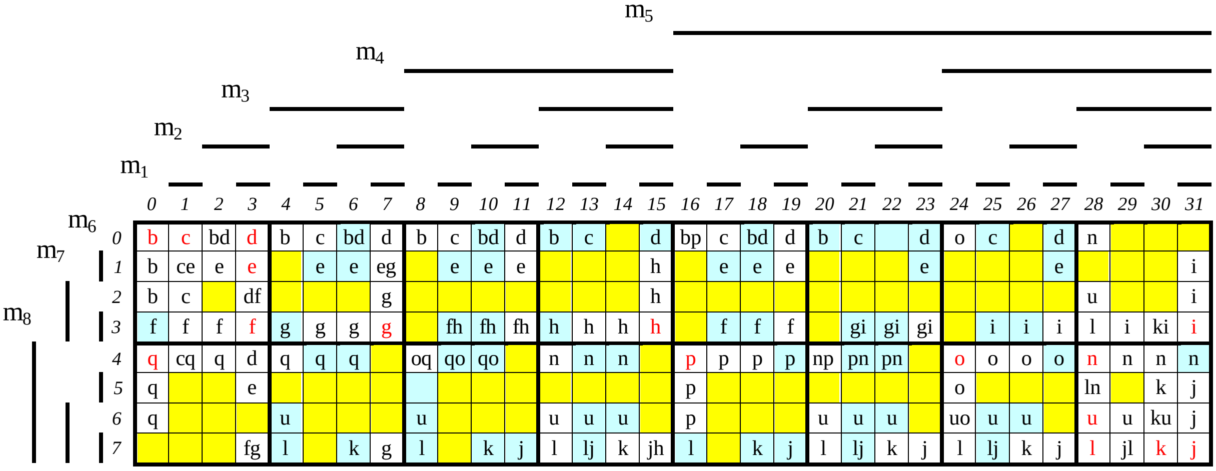


Рис. 5.37, *а*

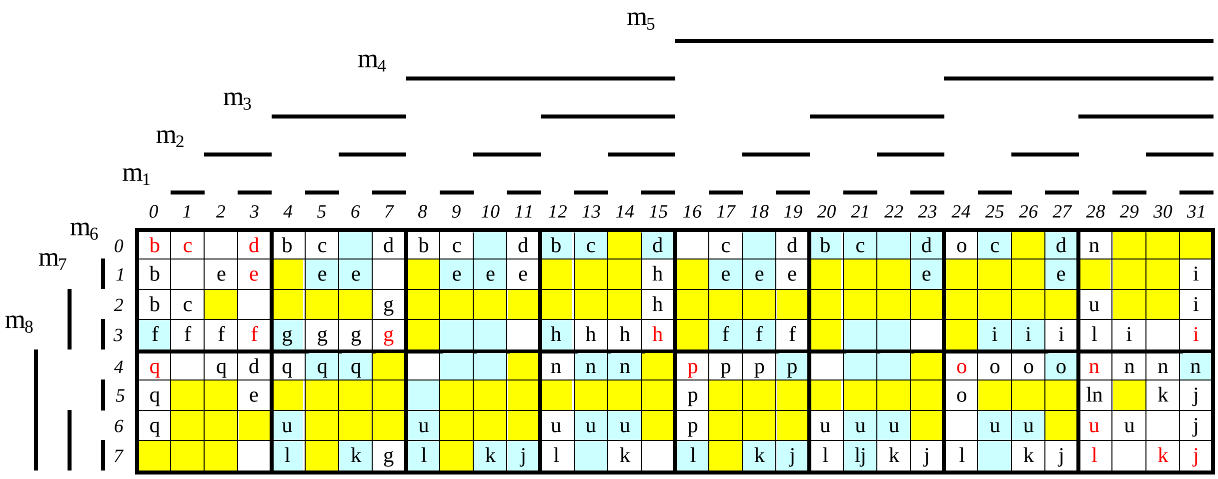


Рис. 5.37, *б*

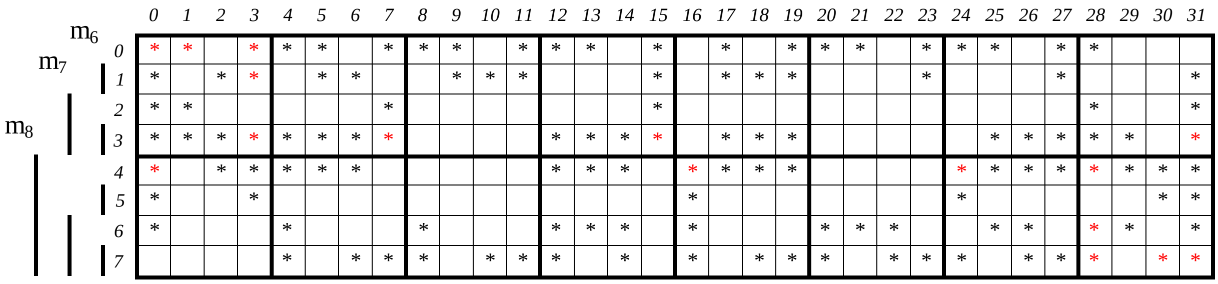


Рис. 5.37, *в*

Для передачи в канал связи безошибочных восьмифазных сигналов передающий шифратор преобразует, например, сигналы основного двоичного кода $a_1 - a_4$ в многофазные сигналы $m_1 - m_8$ по логическим выражениям, определяемых покрытием геометрических фигур рис. 5.2. Все помехи канала связи, которые попадают в рабочую область цифрового пространства, будут однозначно исправляться дешифратором автономного устройства. Рабочая область цифрового пространства определяется при этом по логическому выражению ([рис. 5.37, *в*]), а отсутствие сигнала рабочей области является запретом на выполнение поступающей команды.

При использовании, с целью повышения секретности управляющей информации, в канале связи специально вводимых «ошибочных» многофазных кодовых комбинаций они должны будут находиться в рабочей области цифрового пространства (рис. 5.37, *б*). Очевидно, что возможности исправления помех в таком канале связи будут уменьшены.

В любом случае, ключи для исправления ошибок будут определяться логическими зависимостями покрытия геометрических образов (рис. 5.38, *а*) сигналов (m_1) – (m_4) и геометрических образов (рис. 5.38, *б*) сигналов (m_5) – (m_8). Эти геометрические образы формируются, соответствующей заменой кодовых комбинаций b ... q (рис. 5.37, *б*), составляющих многофазные сигналы $m_1 - m_8$ (рис. 5.35), на звездочки и удалении остальных кодовых комбинаций для каждого сигнала фазы.

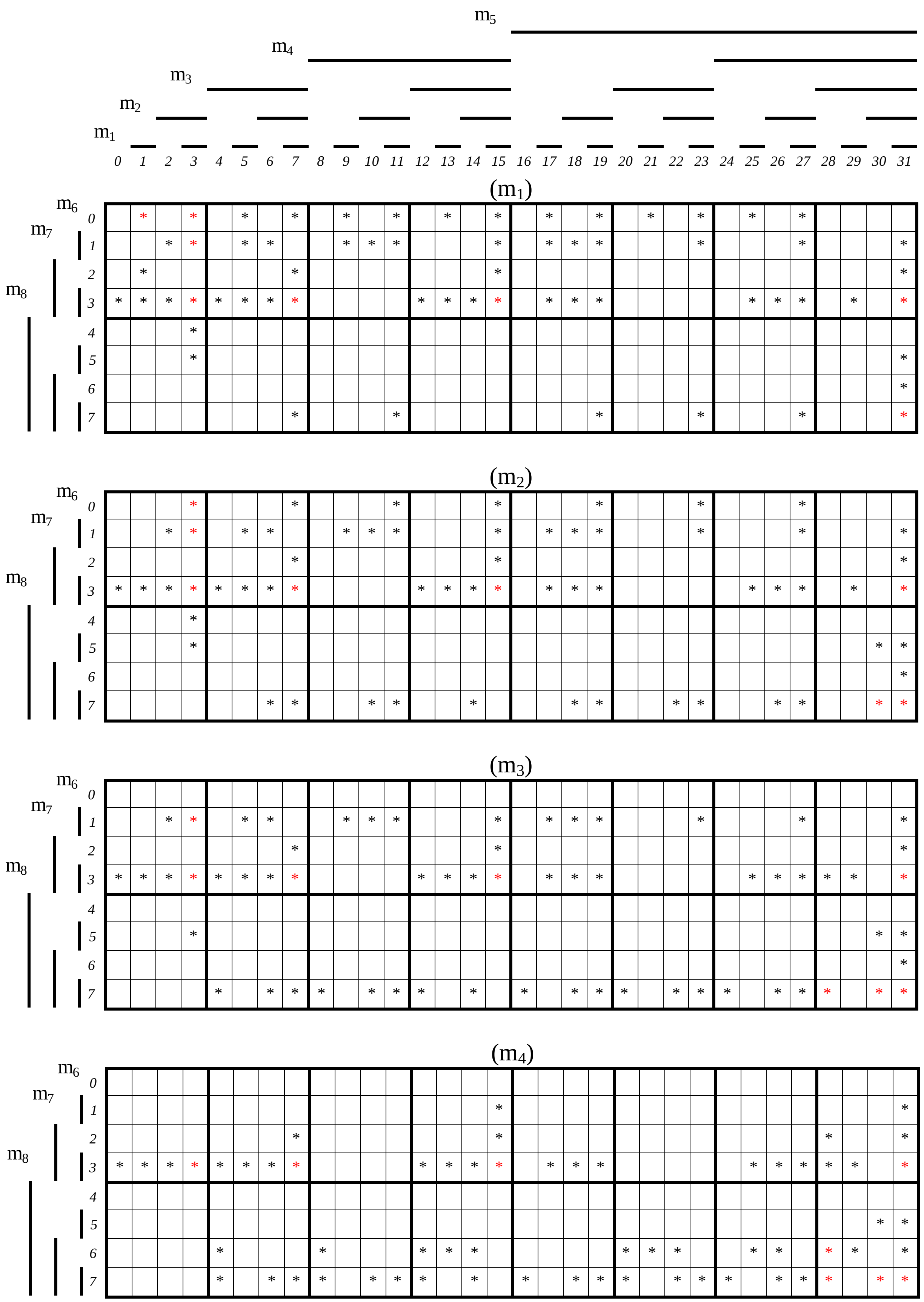

m5
m4
m3
m2
m1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
(m1)
(m2)
(m3)
(m4)
m6
m7
m8
0 1 2 3 4 5 6 7

Рис. 5.38, *а*

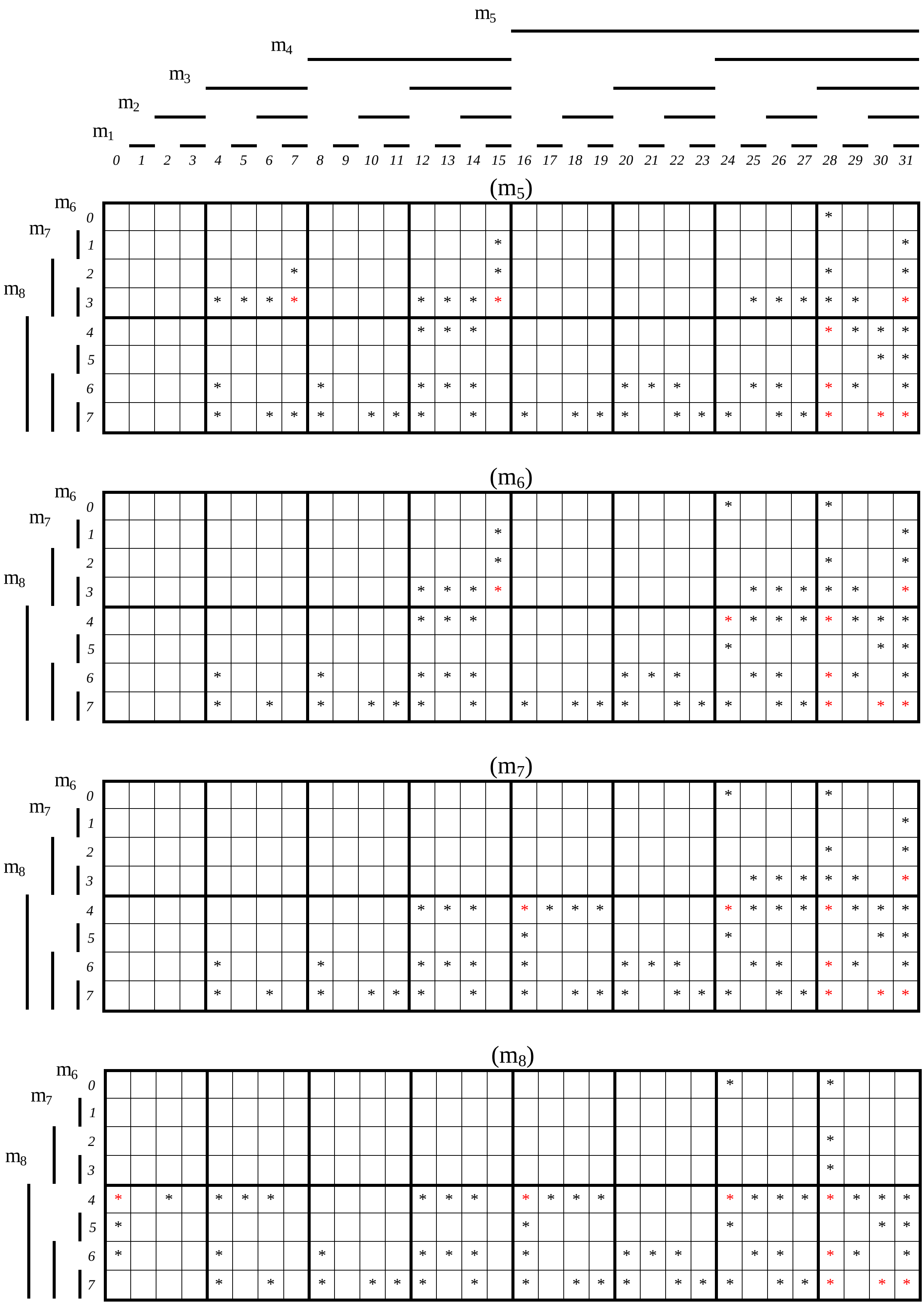

m5
m4
m3
m2
m1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
(m5)
(m6)
(m7)
(m8)
m6
m7
m8

Рис. 5.38, *б*

В [6] предложен более простой алгоритм исправления некоторых ошибок различной кратности в многофазных кодах, который заключается в анализе непрерывности кодовых комбинаций многофазных кодов и устранении мажоритарным способом ошибочности этой непрерывности.

Схемная реализация этого алгоритма наиболее приспособлена для исправления поступающей информации и сохранения ее в блоках памяти (регистрах). Методика обнаружения и исправления ошибок здесь основана на выявлении соответствия структуры каждой кодовой комбинации некоторой эталонной структуре. Иными словами, обнаружение ошибок в многофазном коде производится исследованием множеств нулей и единиц, составляющих данную кодовую комбинацию, на непрерывность. Например, в кодовых комбинациях 00100011 и 11101100, исходя из предположения, что вероятность возникновения одиночной ошибки намного больше, чем двойной и более степени кратности, сигналы третьей и четвертой фаз воспринимаются как ошибочные.

Все ошибки в многофазном коде можно условно разделить на три вида.

К первому из них относятся ошибки в фазах, отделенными более чем двумя сигналами от границ множеств единиц и нулей. Такие ошибки обнаруживаются и исправляются с вероятностью, близкой к 1. Например, для запрещенной кодовой комбинации 00010000 наиболее вероятной истинной кодовой комбинацией следует считать комбинацию 00000000, поскольку вероятность возникновения двойной ошибки (например, в пятой и шестой фазах) или тройной ошибки (например, одновременно в первой, второй и третьей фазах) на несколько порядков ниже, чем одиночных ошибок.

Ко второму виду относятся ошибки в фазах, отделенных от границы множеств одним сигналом. Такие ошибки обнаруживаются с вероятностью, близкой к 1. но не могут быть исправлены без дополнительной информации. Действительно, запрещенная кодовая комбинация 001011111 может быть с одинаковой вероятностью получена из кодовых комбинаций 00001111 и 00111111. Количество фаз, в которых возможны ошибки второго рода, равно двум для любой фазности многофазного кода.

Ошибки третьего вида могут возникать только в фазах, соседних с границей множеств нулей и единиц. Такие ошибки переводят одну из разрешенных кодовых комбинаций в другую (предыдущую или последующую) и не вызывают образования запрещенных кодовых комбинаций. Такие ошибки не могут быть обнаружены и исправлены.

Из этого очевидно, этот простой алгоритм имеет право на использование также в линиях связи, но не позволяет полностью реализовать все потенциальные возможности многофазных кодов по исправлению ошибок, которые были раскрыты в предыдущем примере.

5.3. Совершенный восьмифазный код в линии связи

Дальнейшее повышение помехозащищенности информации в линии связи может быть достигнуто с использованием совершенного восьмифазного кода. При этом возможно выполнить формальный синтез таких кодов, например путем преобразования любых систематических совершенных двоичных кодов основания системы счисления $n = 2^4$ в коды этого же основания с информационной частью в восьмифазном коде.

Такое формальное преобразование позволит увеличить число исправляемых ошибок различной кратности на стороне автономного объекта, но не позволит исправлять, например все одиночные ошибки.

Для пояснения этого утверждения обратимся к приложению 1, где приведены все 192 (N 1 – N 192) совершенных кодов основной двоичной системы счисления основания $n = 2^4$.

Для каждого из этих кодов в ячейках системы координат АХ ($a_1 - a_4$, $x_1 - x_3$) приведены штатные информационные кодовые комбинации (*000 – 015*) и эти же кодовые комбинации с одиночной ошибкой – (*000 – 015*). Здесь же для каждого совершенного кода в системе координат ($a_1 - a_4$) приведены соотношения A/X между кодовыми комбинациями информационной (*000 – 015*) и контрольной (*00 – 15*) частями этого совершенного кода.

Возьмем, например, из этого приложения код N 67 и выполним формальное преобразование его в «совершенный» восьмифазный код.

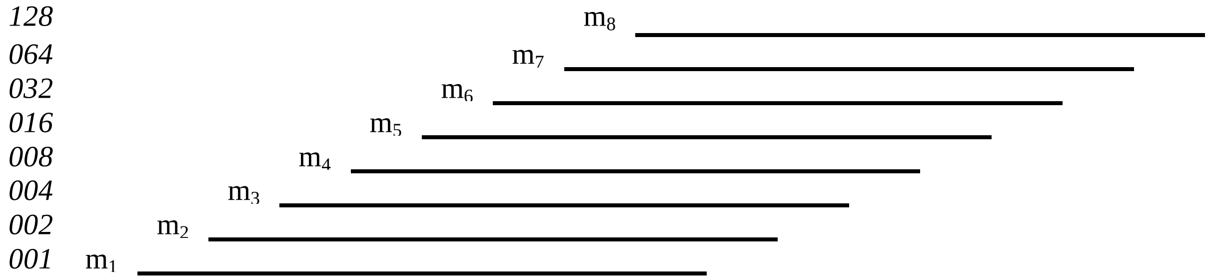
Информационная часть совершенного восьмифазного кода определяется логическими выражениями покрытия геометрических образов сигналов $m_1 - m_8$ (рис. 5.2, *а*).

Соответствие между информационными кодовыми комбинациями совершенного двоичного кода в цифровой системе координат ($a_1 - a_4$) и кодовыми комбинациями совершенного восьмифазного кода в цифровой системе координат ($m_1 - m_8$), а также кодовыми комбинациями их одинаковой контрольной частью представляется в данном случае таблицей 5.2.

Таблица 5.2

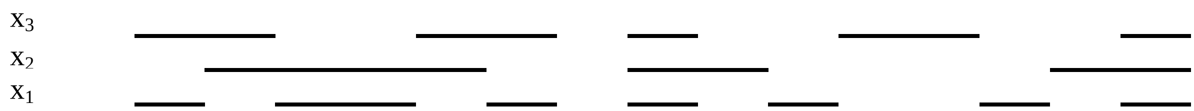
W_a	000	001	002	003	004	005	006	007	008	009	010	011	012	013	014	015
	000	*001*	*003*	*007*	*015*	*031*	*063*	*127*	*255*	*254*	*252*	*248*	*240*	*224*	*192*	*128*
	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	u	n	o	p	q
$W_x(3)$	*00*	*05*	*06*	*03*	*03*	*06*	*05*	*00*	*07*	*02*	*01*	*04*	*04*	*01*	*02*	*07*

В соответствие с этой таблицей на рис. 5.39, *а* приведены кодовые расстояния между информационными кодовыми комбинациями восьмифазного кода $d_a(8)$, а на 5.39, *б* – кодовые расстояния между их контрольными кодовыми комбинациями $d_x(3)$. Кодовые расстояния между информационными кодовыми комбинациями восьмифазного кода, представленной в объединенной системе координат ($m_1 - m_8$), ($x_1 - x_3$), для «совершенного» восьмифазного кода будут определяться простой суммой кодовых расстояний $d_a(8) + d_x(3)$.



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4	3	2	1
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4	3	2
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4	3
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4
					0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5
						0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6
							0	1	2	3	4	5	6	7	8	7
$d_a(8)$								0	1	2	3	4	5	6	7	8
									0	1	2	3	4	5	6	7
										0	1	2	3	4	5	6
											0	1	2	3	4	5
												0	1	2	3	4
													0	1	2	3
														0	1	2
															0	1
																0

Рис. 5.39, *а*



	0	2	2	2	2	2	2	0	3	1	1	1	1	1	1	3
		0	2	2	2	2	0	2	1	3	1	1	1	1	3	1
			0	2	2	0	2	2	1	1	3	1	1	3	1	1
				0	0	2	2	2	1	1	1	3	3	1	1	1
					0	2	2	2	1	1	1	3	3	1	1	1
						0	2	2	1	1	3	1	1	3	1	1
							0	2	1	3	1	1	1	1	3	1
$d_x(3)$								0	3	1	1	1	1	1	1	3
									0	2	2	2	2	2	2	0
										0	2	2	2	2	0	2
											0	2	2	0	2	2
												0	0	2	2	2
													0	2	2	2
														0	2	2
															0	2
																0

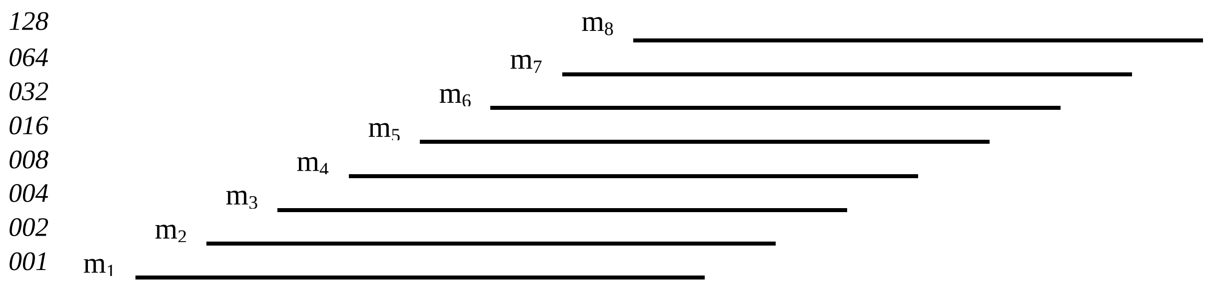
Рис. 5.39, *б*

Из этого представления, очевидно, что представленный здесь пример синтеза не позволил получить из кода N 67 совершенный восьмифазный код, исправляющий все одиночные ошибки: в кодовом расстоянии имеются значения $d_a(8) + d_x(3) \leq 3$ (выделены на рис. 5.39 *а*, *б* заливкой соответствующих ячеек). Выполнение подобной операции с любым из 192 совершенных двоичных кодов также не позволит получить совершенный восьмифазный код.

В [3] приведен пример синтеза совершенного восьмифазного кода, когда для трех контрольных разрядов кода используются кодовые комбинации на каждой четверти основания с кодовыми расстояниями между ними **0 2 2 2**.

Обратимся к приложению 1, где для каждого совершенного кода приведены кодовые расстояния D_x между кодовыми комбинациями их контрольной части на каждой четверти их соответствия цифровым эквивалентам основания системы счисления от значения 00 до 15. Для каждого из этих кодов эти расстояния на этих четвертях одинаковы и позволяют выделить три группы совершенных двоичных кодов в следующих значениях этих кодовых расстояний: **0 3 2 1**, **0 2 3 1**, **0 2 2 2**.

Кодовые расстояния D_x первых двух групп совершенных двоичных кодов не позволяют их применить для синтеза контрольных разрядов совершенного восьмифазного кода. Только кодовые расстояния D_x третьей группы позволяют синтезировать совершенные восьмифазные коды – их сложение с кодовыми расстояниями восьмифазного кода позволяют исправлять в таких совершенных кодах целый ряд ошибок различной кратности, в том числе все одиночные ошибки, поскольку $d_a(8) + d_x(3) \geq 3$ (рис. 5. 40 *а, б, в*).



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4	3	2	1
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4	3	2
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4	3
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4
					0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5
						0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6
							0	1	2	3	4	5	6	7	8	7
$d_a(8)$								0	1	2	3	4	5	6	7	8
									0	1	2	3	4	5	6	7
										0	1	2	3	4	5	6
											0	1	2	3	4	5
												0	1	2	3	4
													0	1	2	3
														0	1	2
															0	1
																0

Рис. 5. 40, *а*

	0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2
		0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2
			0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2	0	2
				0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2	0
					0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2
						0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2
							0	2	2	2	0	2	2	2	0	2
$d_x(3)$								0	2	2	2	0	2	2	2	0
									0	2	2	2	0	2	2	2
										0	2	2	2	0	2	2
											0	2	2	2	0	2
												0	2	2	2	0
													0	2	2	2
														0	2	2
															0	2
																0

Рис. 5. 40, *б*

	0	3	4	5	4	7	8	9	8	9	8	7	4	5	4	3
		0	3	4	5	4	7	8	9	8	9	8	7	4	5	4
			0	3	4	5	4	7	8	9	8	9	8	7	4	5
				0	3	4	5	4	7	8	9	8	9	8	7	4
					0	3	4	5	4	7	8	9	8	9	8	7
						0	3	4	5	4	7	8	9	8	9	8
							0	3	4	5	4	7	8	9	8	9
$d_a(8)$ + $d_x(3)$								0	3	4	5	4	7	8	9	8
									0	3	4	5	4	7	8	9
										0	3	4	5	4	7	8
											0	3	4	5	4	7
												0	3	4	5	4
													0	3	4	5
														0	3	4
															0	3
																0

Рис. 5. 40, *в*

На рис. 5.41 приведены кодовые комбинации контрольных разрядов совершенных кодов основной двоичной системы счисления, которые могут быть использованы в контрольной части эквивалентной ей совершенной восьмифазной $n = 2^4$ системы счисления. Коды, где повторно встречаются такие кодовые комбинации, отмечаются здесь затемнением ячеек. Из этого представления следует, что число совершенных восьмифазных кодов меньше числа совершенных кодов основной двоичной системы и равно 2(4!) = 48.

Общее число совершенных восьмифазных кодов, эквивалентных любой двоичной системы счисления основания $n = 2^4$, равно значению $s_d = 48(n!) = 48(16!) = 1\,004\,293\,914\,624\,000$.

N 15	*00 05 03 06*	N 16	*05 00 06 03*	N 17	*03 06 00 05*	N 18	*07 02 04 01*
N 19	*06 03 05 00*	N 20	*02 07 01 04*	N 21	*00 06 05 03*	N 22	*06 00 03 05*
N 23	*05 03 00 06*	N 24	*03 05 06 00*	N 25	*07 01 02 04*	N 26	*01 07 04 02*
N 35	*00 03 05 06*	N 36	*03 00 06 05*	N 37	*05 06 00 03*	N 38	*07 04 02 01*
N 39	*06 05 03 00*	N 40	*04 07 01 02*	N 47	*00 06 03 05*	N 48	*06 00 05 03*
N 49	*03 05 00 06*	N 50	*05 03 06 00*	N 51	*07 01 04 02*	N 52	*01 07 02 04*
N 61	*00 03 06 05*	N 62	*03 00 05 06*	N 63	*06 05 00 03*	N 64	*05 06 03 00*
N 65	*07 04 01 02*	N 66	*04 07 02 01*	N 67	*00 05 06 03*	N 68	*05 00 03 06*
N 69	*06 03 00 05*	N 70	*07 02 01 04*	N 71	*03 06 05 00*	N 72	*02 07 04 01*
N 93	*00 05 03 06*	N 94	*05 00 06 03*	N 95	*03 06 00 05*	N 96	*06 03 05 00*
N 97	*07 02 04 01*	N 98	*02 07 01 04*	N 99	*00 06 05 03*	N 100	*06 00 03 05*
N 101	*05 03 00 06*	N 102	*07 01 02 04*	N 103	*03 05 06 00*	N 104	*01 07 04 02*
N 113	*00 03 05 06*	N 114	*03 00 06 05*	N 115	*05 06 00 03*	N 116	*06 05 03 00*
N 117	*07 04 02 01*	N 118	*04 07 01 02*	N 125	*00 06 03 05*	N 126	*06 00 05 03*
N 127	*03 05 00 06*	N 128	*07 01 04 02*	N 129	*05 03 06 00*	N 130	*01 07 02 04*
N 139	*00 03 06 05*	N 140	*03 00 05 06*	N 141	*06 05 00 03*	N 142	*07 04 01 02*
N 143	*05 06 03 00*	N 144	*04 07 02 01*	N 145	*00 05 06 03*	N 146	*05 00 03 06*
N 147	*06 03 00 05*	N 148	*03 06 05 00*	N 149	*07 02 01 04*	N 150	*02 07 04 01*
N 159	*04 01 07 02*	N 160	*01 04 02 07*	N 161	*02 04 07 01*	N 162	*04 02 01 07*
N 163	*02 01 07 04*	N 164	*01 02 04 07*	N 167	*04 02 07 01*	N 168	*02 04 01 07*
N 169	*01 02 07 04*	N 170	*02 01 04 07*	N 171	*01 04 07 02*	N 172	*04 01 02 07*
N 177	*04 01 07 02*	N 178	*01 04 02 07*	N 179	*02 04 07 01*	N 180	*04 02 01 07*
N 181	*02 01 07 04*	N 182	*01 02 04 07*	N 185	*04 02 07 01*	N 186	*02 04 01 07*
N 187	*01 02 07 04*	N 188	*02 01 04 07*	N 189	*01 04 07 02*	N 190	*04 01 02 07*

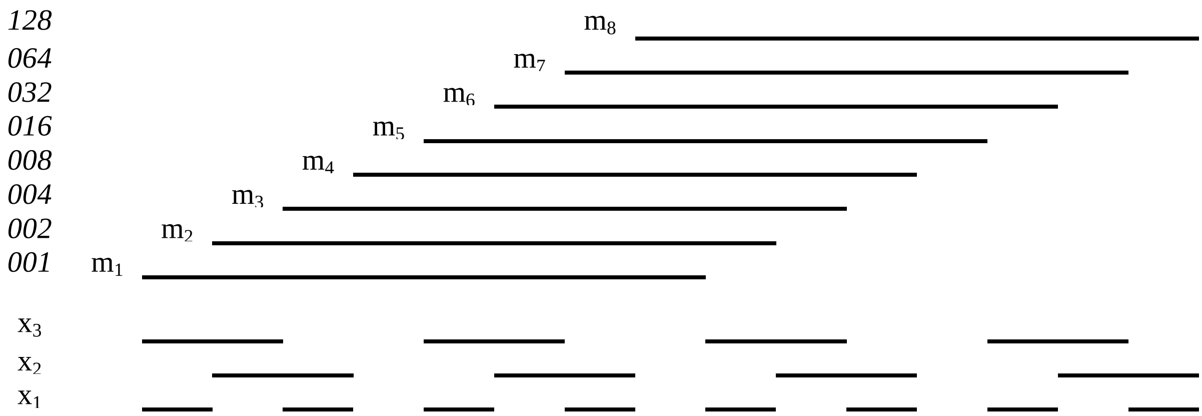
Рис. 5. 41

Контрольные разряды систематических совершенных восьмифазных кодов определяются простыми логическими зависимостями, которые приведены для каждого выбранного значения кодовых комбинаций их контрольной части на рис. 5.42. Для совершенного восьмифазного кода, эквивалентного основному двоичному коду N 67, эти логические зависимости выделены светло-бирюзовой заливкой.

00 05 03 06 $x_1 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_2 = a_2,\ x_3 = a_1$	*05 00 06 03* $x_1 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_2 = a_2,\ x_3 = \underline{a}_1$	*03 06 00 05* $x_1 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_2 = \underline{a}_2,\ x_3 = a_1$	*07 02 04 01* $x_1 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_2 = \underline{a}_2,\ x_3 = \underline{a}_1$
06 03 05 00 $x_1 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_2 = \underline{a}_2,\ x_3 = \underline{a}_1$	*02 07 01 04* $x_1 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_2 = \underline{a}_2,\ x_3 = a_1$	*00 06 05 03* $x_3 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = a_2,\ x_2 = a_1$	*06 00 03 05* $x_3 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = a_2,\ x_2 = \underline{a}_1$
05 03 00 06 $x_3 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = \underline{a}_2,\ x_2 = a_1$	*03 05 06 00* $x_3 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = \underline{a}_2,\ x_2 = \underline{a}_1$	*07 01 02 04* $x_1 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = \underline{a}_2,\ x_2 = a_1$	*01 07 04 02* $x_3 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = \underline{a}_2,\ x_2 = a_1$
00 03 05 06 $x_1 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_2 = a_1,\ x_3 = a_2$	*03 00 06 05* $x_1 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_2 = \underline{a}_1,\ x_3 = a_2$	*05 06 00 03* $x_1 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_2 = a_1,\ x_3 = \underline{a}_2$	*07 04 02 01* $x_1 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_2 = \underline{a}_1,\ x_3 = \underline{a}_2$
06 05 03 00 $x_1 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_2 = \underline{a}_1,\ x_3 = \underline{a}_2$	*04 07 01 02* $x_1 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_2 = a_1,\ x_3 = \underline{a}_2$	*00 06 03 05* $x_2 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = a_2,\ x_3 = a_1$	*06 00 05 03* $x_1 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = a_2,\ x_3 = \underline{a}_1$
03 05 00 06 $x_2 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = \underline{a}_2,\ x_3 = a_1$	*05 03 06 00* $x_2 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = \underline{a}_2,\ x_3 = \underline{a}_1$	*07 01 04 02* $x_2 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = \underline{a}_2,\ x_3 = \underline{a}_1$	*01 07 02 04* $x_2 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = \underline{a}_2,\ x_3 = a_1$
00 03 06 05 $x_2 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = a_1,\ x_3 = a_2$	*03 00 05 06* $x_2 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = \underline{a}_1,\ x_3 = a_2$	*06 05 00 03* $x_1 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = a_1,\ x_3 = a_2$	*05 06 03 00* $x_2 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = \underline{a}_1,\ x_3 = \underline{a}_2$
07 04 01 02 $x_2 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = \underline{a}_1,\ x_3 = \underline{a}_2$	*04 07 02 01* $x_2 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = a_1,\ x_3 = \underline{a}_2$	*00 05 06 03* $x_3 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = a_1,\ x_2 = a_2$	*05 00 03 06* $x_3 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = \underline{a}_1,\ x_2 = a_2$
06 03 00 05 $x_3 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = a_1,\ x_2 = \underline{a}_2$	*07 02 01 04* $x_3 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = \underline{a}_1,\ x_2 = \underline{a}_2$	*03 06 05 00* $x_3 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = \underline{a}_1,\ x_2 = \underline{a}_2$	*02 07 04 01* $x_3 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = a_1,\ x_2 = \underline{a}_2$
04 01 07 02 $x_1 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$ $x_2 = a_2,\ x_3 = \underline{a}_1$	*01 04 02 07* $x_1 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$ $x_2 = a_2,\ x_3 = a_1$	*02 04 07 01* $x_3 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$ $x_1 = a_2,\ x_2 = \underline{a}_1$	*04 02 01 07* $x_3 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$ $x_1 = a_2,\ x_2 = a_1$
02 01 07 04 $x_1 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_2 = \underline{a}_1,\ x_3 = a_2$	*01 02 04 07* $x_1 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_2 = a_1,\ x_3 = a_2$	*04 02 07 01* $x_2 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = a_2,\ x_3 = \underline{a}_1$	*02 04 01 07* $x_2 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = a_2,\ x_3 = a_1$
01 02 07 04 $x_2 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = \underline{a}_1,\ x_3 = a_2$	*02 01 04 07* $x_2 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = a_1,\ x_3 = a_2$	*01 04 07 02* $x_3 = a_1\underline{a}_2 \vee \underline{a}_1 a_2$, $x_1 = \underline{a}_1,\ x_2 = a_2$	*04 01 02 07* $x_3 = a_1 a_2 \vee \underline{a}_1\underline{a}_2$, $x_1 = a_1,\ x_2 = a_2$

Рис. 5. 42

Тогда, например, для совершенного восьмифазного кода, эквивалентного основному двоичному коду N 67, соотношения между контрольными ($x_1 - x_3$) и информационными ($m_1 - m_8$) разрядами, а также кодовые расстояния $d_x(3)$ между контрольными разрядами будут соответствовать рис. 5.43.



	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	u	n	o	p	q
$W_x(3)$	*00*	*05*	*06*	*03*	*00*	*05*	*06*	*03*	*00*	*05*	*06*	*03*	*00*	*05*	*06*	*03*
	0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2
		0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2
			0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2	0	2
				0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2	0
					0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2	2
						0	2	2	2	0	2	2	2	0	2	2
							0	2	2	2	0	2	2	2	0	2
$d_x(3)$								0	2	2	2	0	2	2	2	0
									0	2	2	2	0	2	2	2
										0	2	2	2	0	2	2
											0	2	2	2	0	2
												0	2	2	2	0
													0	2	2	2
														0	2	2
															0	2
																0

Рис. 5.43

Для использования алгоритма исправления ошибок различной кратности необходимо знать расположение на цифровой прямой кратной ошибочной кодовой комбинации для каждого его исходного безошибочного значения (b c d e f g h i j k l u n o p q). Эти безошибочные кодовые комбинации в соответствии с рис. 5.43 располагаются в ячейках цифровой прямой ХМ ($x_1 - x_3$, $m_1 - m_8$) соответственно по следующим «адресам»: 0000 1281 1539 0775 0015 1311 1599 0895 0255 1534 1788 1016 0240 1504 1728 0896.

Эта цифровая прямая может быть также представлена в системе координат многомерного цифрового пространства. Здесь кодовые комбинации контрольной части совершенного многофазного кода образуют отдельную координату этого многомерного цифрового пространства. В этом случае двоичные кодовые комбинации контрольной части кода X (*00 – 07*) многомерного цифрового пространства образуют восемь, например «слоев» этого пространства под одноименным их цифровым обозначением 00 – 07. Каждый «слой» этого пространства содержит $2^8 = 256$ ячеек двоичных кодовых комбинаций.

Контрольные кодовые комбинации играют роль распределителя безошибочных информационных кодовых комбинаций по этим «слоям» – многомерным двоичным цифро-векторным пространствам координат $m_1 – m_8$. В «слое» с координатами 00 располагаются кодовые комбинации b f j n; с координатами 05 – c g k o; с координатами 06 – d h l p; ; с координатами 03 – e i u q.

С целью возможности представления на одном рисунке различных по кратности ошибочных кодовых комбинаций в ячейках этого пространства примем различную цветовую заливку для этих ячеек. Для безошибочных кодовых комбинаций, ячейки в которых они расположены, будут иметь заливку розового цвета, для однократных ошибочных комбинаций – заливку серого цвета, двукратных – заливку светло-бирюзового цвета, трехкратных – заливку светло-желтого цвета, четырехкратных – заливку сиреневого цвета и т. д.

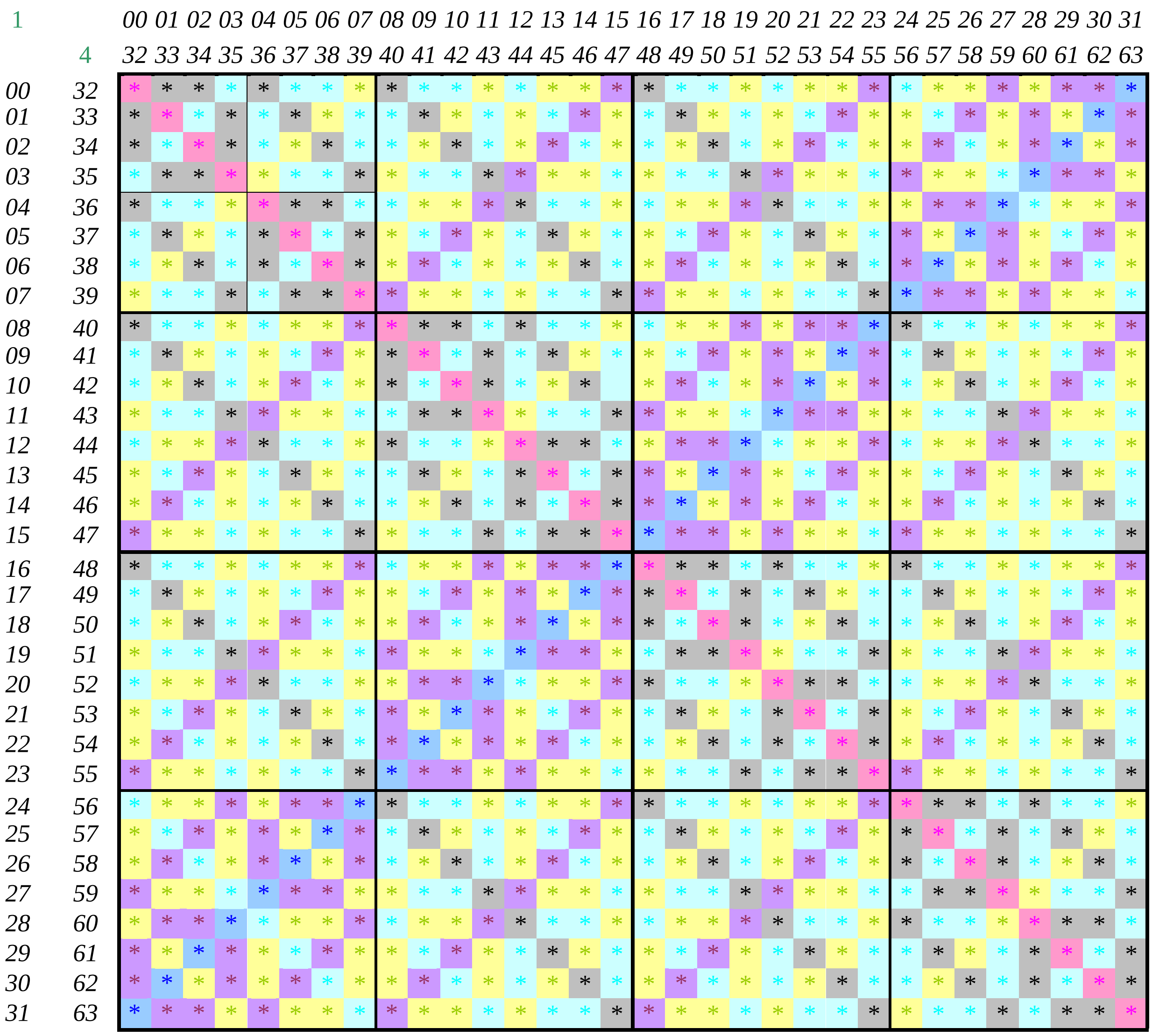


Рис. 5.44, *а*

На рис. 5.44, *а* приведены для каждой безошибочной кодовой комбинации, которые расположены на главной диагонали квадрата размерами 32 ×

32, отрезка цифровой прямой *00 – 31* однократные, двукратные и трехкратные ошибочные кодовые комбинации.

Для дальнейшего определения размещения ошибок на отрезке цифровой прямой, например *00 – 63* необходимо воспользоваться правилом перехода от одного квадрата меньшего размера 32×32 к следующему большему квадрату размера 64×64, состоящему из четырех частей.

Заливки ячеек первой и четвертой четверти этого квадрата совпадают с заливками ячеек квадрата размера 32×32, а одинаковые заливки ячеек второй и третьей четверти формируются последовательной заменой заливки ячеек квадрата размера 32×32 по следующему порядку: розового цвета на заливку серого цвета, серого – на заливку светло-бирюзового цвета, светло-бирюзового – на заливку светло-желтого цвета и т.д.

На рис. 5.44, *а* приведена нумерация столбцов и строк для первой и четвертой четверти квадрата размерами 64×64, а на рис. 5.44, *б* - нумерация столбцов и строк для второй и третьей четверти этого квадрата.

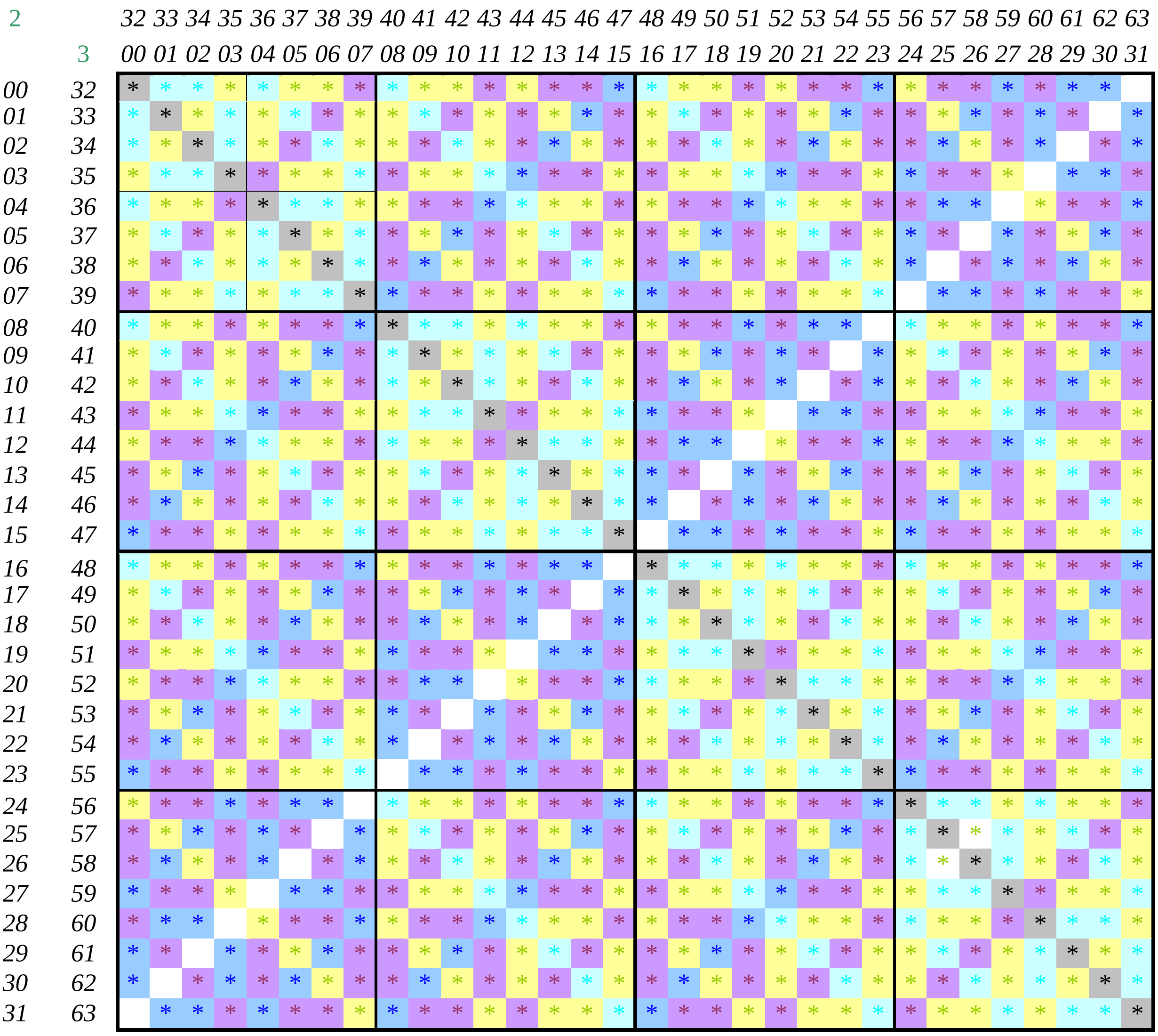


Рис. 5.44, *б*

Ячейки вспомогательной диагонали второго и третьего квадратов предназначаются для размещения пятикратных ошибок.

Аналогичные геометрические представления размещения ошибок на цифровой прямой могут быть представлены квадратами размерами 128 × 128, 256 × 256 и т. д.

Алгоритм исправления ошибок начинается с размещения в ячейках многомерного цифрового пространства ($x_1 - x_3$, $m_1 - m_8$) безошибочных кодовых комбинаций b c d e f g h i j k l u n o p q, ячейки которых в дальнейшем закрываются для любых записей в них ошибок.

На втором этапе для каждой безошибочной кодовой комбинации последовательно определяются кратные ошибки, которые размещаются в соответствующие им ячейки цифрового пространства. Причем, если в ячейки попадают более двух ошибок, ячейка остается пустой и закрытой для дальнейшей записи. После записи однократных ошибок все соответствующие ей ячейки закрываются для записи. Затем наступает очередь размещения в ячейках пространства двукратных ошибок по такому же правилу их записи и т. д. вплоть до полного заполнения всех ячеек пространства.

На третьем этапе для каждого сигнала $m_1 - m_8$ определяется его геометрический образ в цифровом пространстве по логическими зависимостями

$$
\begin{aligned}
m_1 &= c \vee d \vee e \vee f \vee g \vee h \vee i \vee j,\\
m_2 &= d \vee e \vee f \vee g \vee h \vee i \vee j \vee k,\\
m_3 &= e \vee f \vee g \vee h \vee i \vee j \vee k \vee l,\\
m_4 &= f \vee g \vee h \vee i \vee j \vee k \vee l \vee u,\\
m_5 &= g \vee h \vee i \vee j \vee k \vee l \vee u \vee n,\\
m_6 &= h \vee i \vee j \vee k \vee l \vee u \vee n \vee o,\\
m_7 &= i \vee j \vee k \vee l \vee u \vee n \vee o \vee p,\\
m_8 &= j \vee k \vee l \vee u \vee n \vee o \vee p \vee q.
\end{aligned}
$$

Эти геометрические образы формируются, соответствующей заменой кодовых комбинаций b ... q, составляющих многофазные сигналы $m_1 - m_8$, на звездочки и удалении остальных кодовых комбинаций для каждого сигнала фазы.

На четвертом заключительном этапе алгоритма формируются логические выражения для ключа-дешифратора автономного устройства, которые определяются покрытием соответствующих геометрических образов сигналов $m_1 - m_8$.

Дальнейшее повышение помехозащищенности канала связи может заключаться в построении системы с исправлением, например, всех одиночных ошибок и всех двойных ошибок восьмифазного кода, возникающих в канале связи.

Синтез системы исправления ошибок всех двойных ошибок можно осуществить для совершенного восьмифазного кода, добавив к нему дополнительные контрольные разряды, которые увеличат на два значения кодовые расстояния (рис. 5.40, *в*) между кодовыми комбинациями этого совершенного кода. Это позволит исправлять большее число кратных ошибок и исправлять все одиночные и все двойные ошибки восьмифазного кода.

В качестве исходного кода можно использовать совершенный код основания n = 2^{11} [3], который содержит четыре контрольных разряда $y_1 – y_4$.

При этом возможно два пути решения задачи синтеза.

Первый заключается в размещении в 32768 ячейках пятнадцатимерного цифрового пространства безошибочных кодовых комбинаций b c d e f g h i j k l u n o p q и дальнейшем применении описанного выше алгоритма исправления ошибок сигналов восьмифазного кода.

Второй путь заключается в том, что дополнительные кодовые комбинации контрольной части совершенного многофазного кода образуют отдельную координату Y этого многомерного цифрового пространства. В этом случае дополнительные двоичные кодовые комбинации контрольной части кода Y (*00 – 15*) многомерного цифрового пространства образуют шестнадцать, например «слоев» этого пространства под одноименным их цифровым обозначением 00 – 15. Каждый «слой» этого пространства содержит 2^{11} = 2048 ячеек двоичных кодовых комбинаций.

Дополнительные контрольные кодовые комбинации играют роль распределителя предварительно исправленных информационных кодовых комбинаций совершенного восьмифазного кода по этим «слоям» – многомерным двоичным цифро-векторным пространствам координат $x_1 – x_3$, $m_1 – m_8$.

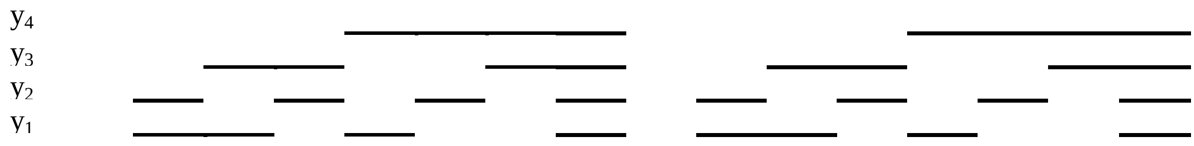
Дальнейшее ход по исправлению одиночных ошибок в предварительно исправленных информационных кодовых комбинациях будет выполняться по известному алгоритму формирования восьмифазных сигналов.

Не будем перебирать, как прежде для n =2^4 ($S_4 = 2^3(4!) = 192$), все кодовые расстояния между контрольными разрядами двоичных совершенных кодов основания n =2^{11} ($S_{11} = 2^4(11!) = 638\,668\,800$) для применения их в качестве контрольных разрядов Y ($y_1 – y_4$). Выберем, например, из [3] только два, которые соответствуют кодовым комбинациям $W_y(4)$ на каждой половине следования кодовых комбинаций b c d e f g h i j k l u n o p q.

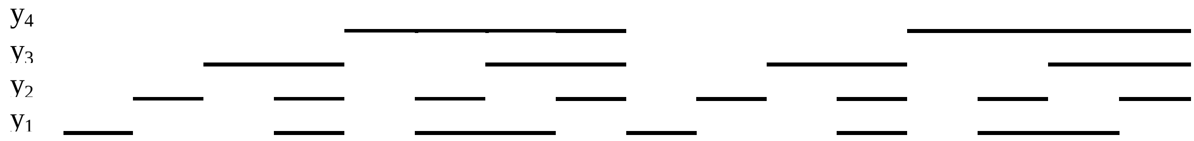
Это будут два варианта соответствия кодовых комбинаций контрольной части кода $W_y(4)$ кодовым комбинациям W_a (b c d e f g h i j k l u n o p q) его информационной части. Первый вариант соответствия – (*00 06 05 03 12 10 09 15 00 06 05 03 12 10 09 15*), второй – (*13 11 08 14 01 07 04 02 13 11 08 14 01 07 04 02*).

На рис. 5.45, *а* приведены соответственно сигналы контрольных разрядов ($y_1 – y_4$) этих вариантов и кодовые расстояния $d_y(4)$ между ними, а на рис. 5.45, *б* – кодовые расстояния [$d_a(8) + d_x(3) + d_y(4)$] между информационными кодовыми комбинациями синтезированных нами восьмифазных кодов, что гарантируют наряду с частичным исправлением ошибок кратности больше двух исправление всех одиночных и всех двойных ошибок [$d_a(8) + d_x(3) + d_y(4) \geq 5$].

При этом следует заметить, что перестановки кодовых комбинаций контрольной части кода $W_y(4)$ на каждой половине соответствия их информационной части синтезированного кода не приводят к изменениям кодовых расстояний $d_y(4)$ между ними. По этой причине кодовые расстояния между информационными кодовыми комбинациями [$d_a(8) + d_x(3) + d_y(4)$] не изменяются.



$W_y(4)$	*00*	*06*	*05*	*03*	*12*	*10*	*09*	*15*	*00*	*06*	*05*	*03*	*12*	*10*	*09*	*15*



$W_y(4)$	*13*	*11*	*08*	*14*	*01*	*07*	*04*	*02*	*13*	*11*	*08*	*14*	*01*	*07*	*04*	*02*
	0	2	2	2	2	2	2	4	0	2	2	2	2	2	2	4
		0	2	2	2	2	4	2	2	0	2	2	2	2	4	2
			0	2	2	4	2	2	2	2	0	2	2	4	2	2
				0	4	2	2	2	2	2	2	0	4	2	2	2
					0	2	2	2	2	2	2	4	0	2	2	2
						0	2	2	2	2	4	2	2	0	2	2
							0	2	2	4	2	2	2	2	0	2
$d_y(4)$								0	4	2	2	2	2	2	2	0
									0	2	2	2	2	2	2	2
										0	2	2	2	2	2	2
											0	2	2	2	2	2
												0	2	2	2	2
													0	2	2	2
														0	2	2
															0	2
																0

Рис. 5.45, *а*

	0	5	6	7	6	9	10	13	8	11	10	9	6	7	6	7
		0	5	6	7	6	11	10	11	8	11	10	9	6	9	6
			0	5	6	9	6	9	10	11	8	11	10	11	6	7
				0	7	6	7	6	9	10	11	8	13	10	9	6
					0	5	6	7	6	9	10	13	8	11	10	9
$d_a(8)$						0	5	6	7	6	11	10	11	8	11	10
+							0	5	6	9	6	9	10	11	8	11
$d_x(3)$								0	7	6	7	6	9	10	11	8
+									0	5	6	7	6	9	10	11
$d_y(4)$										0	5	6	7	6	9	10
											0	5	6	7	6	9
												0	5	6	7	6
													0	5	6	7
														0	5	6
															0	5
																0

Рис. 5.45, *б*

Это свойство позволяет определить общее число всех систематических восьмифазных кодов с исправлением всех одиночных и всех двойных ошибок s_d = (16!)[2(4!)][2(8!)] = 8 098 626 127 529 360 000, которое состоит из произведения трех составляющих. Первая составляющая (16!) определяет общее число возможных двоичных кодов информационной части, которые могут служить образующими восьмифазных кодов, и тем самым задает все варианты распределение кодовых комбинаций в четырехмерном пространстве координат основного двоичного кода. Вторая составляющая [2(4!)] определяет число кодов первой контрольной части систематического кода, третья составляющая [2(8!)] – второй контрольной части.

Очевидно, что добавление к синтезированным восьмифазным кодам третьей контрольной части Z ($z_1 – z_4$), которая будет полностью эквивалентна второй контрольной части, позволит увеличить кодовые расстояния [$d_a(8) + d_x(3) + d_y(4) + d_z(4)$] между информационными кодовыми комбинациями синтезированных нами восьмифазных кодов.

В таком коде станет возможным исправление (рис. 5.46) всех одиночных, двойных и тройных ошибок [$d_a(8) + d_x(3) + d_y(4) + d_z(4) \geq 7$], а общее число кодов станет огромным $s_d = (16!)[2(4!)][2(8!)]^2$.

	0	7	8	9	8	11	12	17	8	13	12	11	8	9	8	11
		0	7	8	9	8	15	12	13	8	13	12	11	8	13	8
			0	7	8	13	8	9	12	13	8	13	12	15	8	9
				0	11	8	9	8	9	12	13	8	17	12	11	8
$d_a(8)$					0	7	8	9	8	9	12	17	8	13	12	11
+						0	7	8	9	8	15	12	13	8	13	12
$d_x(3)$							0	7	8	13	8	9	12	13	8	13
+								0	11	8	9	8	9	12	13	8
$d_y(4)$									0	7	8	9	8	9	12	13
+										0	7	8	9	8	9	12
$d_z(4)$											0	7	8	9	8	9
												0	7	8	9	8
													0	7	8	9
														0	7	8
															0	7
																0

Рис. 5.46

Необходимость практического использования таких сложных систематических восьмифазных кодов с двойными или тройными контрольными частями для сокрытия передаваемой информации вызывает сомнение. Это сомнение обосновывается тем, что даже при исправлении всех одиночных ошибок и сознательному введению по случайному алгоритму таких ошибок в передаваемую информацию, что здесь технически несложно выполнить, расшифровать такие коды будет весьма проблематично.

Однако в тех случаях, когда линия связи содержит большое число внешних помех, использование этих кодов может быть просто необходимым.

Заключение

Геометрия есть средство, с помощью которого мы воспринимаем среду и выражаем себя. Геометрия – это основа. Кроме того, она является материальным воплощением символов, выражающих всё совершенное, возвышенное. Она доставляет нам высокое удовлетворение своей математической точностью.

ЛЕ КОРБЮЗЬЕ

Ученые весьма часто отличаются от нормальных смертных способностью восхищаться многословными и сложными заблуждениями.

АНАТОЛЬ ФРАНС

Приведенные в книге некоторые примеры синтеза криптологических систем с использованием теории многомерных цифро-векторных множеств, а также совершенных и квазисовершенных кодов позволят читателю самостоятельно решать подобные задачи и при других сочетаниях, например, разрядности, фазности и соответствующих им оснований позиционных систем счисления.

При этом от читателя не требуется глубоких математических познаний, «известных лишь специалистам с университетским дипломам по математике, информатике и некоторым другим смежным дисциплинам с блестящим знанием всего арсенала математических концепций, методов, обозначений и языка» [10]. Более того, эти «знания» могут даже препятствовать решению таких простых, но весьма сложных для «чистых математиков» задач.

Эта надуманная сложность решения задач исправления ошибок внесена «глубокой» математикой, которая не рассматривает построение пространства из простых кирпичиков (кубиков) и считает, что «все задается координатами, и нет необходимости рисовать картинки» [15].

В подобных работах можно найти ссылку на восемнадцатою проблему Гильберта, которая, по мнению авторов, однозначно определяет необходимость рассмотрения расположения в n-мерном пространстве только шаров заданного радиуса или тетраэдров. Обратимся к восемнадцатой проблеме в докладе Д. Гильберта, где, в частности, говорится: «Я укажу здесь на связанный с этим вопрос, важный для теории чисел, а возможно, полезный в будущем даже для физики и химии, – как можно наиболее плотным образом расположить в пространстве бесконечное множество одинаковых тел заданной формы, **например**, шаров заданного радиуса или правильных тетраэдров с данным ребром (или в предписанном положении), т. е. расположить так, чтобы отношение заполненной части пространства к незаполненной было по возможности наибольшим».

Следует обратить здесь внимание на выделенное нами слово – «например». Из восемнадцатой проблемы Гильберта вовсе не следует, что заполнение пространства шарами или тетраэдрами является самым удачным решением этой проблемы. Просто это возможные и совсем не обязательно оптимальные решения задачи покрытия фигур многомерного цифрового пространства.

Автор несколько десятков лет занимался вопросами машинной арифметики и теории кодирования информации в применении к специальным разделам техники и не достигал здесь ощутимых успехов, когда пытался решить эти задачи только одним аналитическим способом, используя, например, алгебраическую теорию кодирования. Свою ошибку я понял, когда более внимательно вчитался в замечательные заключительные слова доклада Д. Гильберта [16].

Из важности этого заключения приведем его полностью: «Названные проблемы – это только образцы проблем; но их достаточно, чтобы показать, как богата, многообразна и широка математическая наука уже сейчас; перед нами встает вопрос, предстоит ли математике когда-нибудь то, что с другими науками происходит с давних пор, не распадется ли она на отдельные частные науки, представители которых будут едва ли понимать друг друга и связь, между которыми будет, поэтому становиться все меньше. Я не верю в это и не хочу этого. Математическая наука, на мой взгляд, представляет неделимое целое, организм, жизнеспособность которого обуславливается связанностью его частей. Ведь при всем различии математического материала в частностях мы все же очень ясно видим тождественность логических вспомогательных средств, родство образования идей в математике в целом и многочисленные аналогии в ее различных областях. Мы также замечаем, что, чем дальше развивается математическая теория, тем гармоничнее и более едино оформляется ее сооружение и между разделенными областями открываются неожиданные связи. Так получается, что при расширении математики ее единый характер не теряется, а становится все более отчетливым.

Но – спросим мы – при расширении математического знания не становится ли в конце концов невозможным для отдельного исследователя охватить его части? В качестве ответа я хочу сослаться на то, что существо математической науки таково, что каждый действительный успех в ней идет об руку с нахождением более сильных вспомогательных средств и более простых методов, которые одновременно облегчают понимание более ранних теорий и устраняет затруднительные старые рассуждения; поэтому отдельному исследователю, благодаря тому, что он усвоит эти более сильные вспомогательные средства и более простые методы, удастся легче ориентироваться в различных областях математики, чем это имеет место для какой-нибудь другой науки.

Единый характер математики обусловлен внутренним существом этой науки; ведь математика – основа всего точного естествознания. А для того чтобы в совершенстве выполнить это высокое назначение, пусть в грядущем столетии она приобретет гениальных мастеров и многочисленных, пылающих благородным рвением приверженцев».

В этих словах содержится ответ на вопрос – «почему в многочисленных умных, блестяще сложных работах нет понятных неограниченному кругу людей решений по синтезу совершенных и квазисовершенных кодов, почему возникло необоснованное деление кодов на арифметические и неарифметические коды и почему в историю науки незаслуженно вошел код под именем Хемминга, а не настоящего автора кода Р. Фишера и много почему ?».

Исследователи этих задач искусственно ограничивали себя каким-то одним частным разделом математики (различных видов алгебраической теорией кодирования, комбинаторики, теории вероятности), а не сочетанием аналитических методов с простыми понятными геометрическими образами, например, в декартовой системе координат. Следует также отметить неоправданную сложность цифрового пространства Хемминга (**Hamming space**), которое в математической теории кодирования определяется множеством слов одинаковой длины, удаленность которых друг от друга измеряется расстоянием Хемминга. Размерность этого пространства равна числу разрядов слова, а координата по каждому измерению – значению соответствующего разряда слова. Здесь вводится понятие сферы Хемминга с множеством слов из пространства Хемминга, для которых расстояние Хемминга от некоторого заданного слова («центра») не превышает некоторой заданной величины (радиуса Хемминга).

Наглядно представить в таком мысленном сферическом цифро-векторном пространстве все геометрические образы совершенных и квазисовершенных кодов определить их число и оптимальным образом реализовать покрытие этих геометрических образов не представляется возможным. Поэтому, очевидно алгоритм исправления ошибок в этих кодах реализуется здесь необоснованно сложным образом, где каждый контрольный разряд контролирует по четности свою группу информационных разрядов. Эти группы формируются таким образом, чтобы опрос контрольных разрядов указал место ошибки.

Теория многомерных цифро-векторных множеств, представленных размещением «кубиков» в пространстве декартовой системы координат и образующих таким образом многомерное цифровое пространство, позволила достаточно просто решить многочисленные задачи теории кодирования информации, в том числе и задачи криптологии. При этом в [3] была рассмотрена дополнительно возможность использования не декартовой системы координат, а, казалось бы, более приспособленной к цикличной замкнутости цифр оснований позиционных систем счисления, тороидальной системы координат. Несмотря на то, что декартова система координат и тороидальная являются ортогональными и имеют взаимно однозначные соответствия, обращаться к более сложной тороидальной системе координат оказалось нецелесообразно. Такой переход мог только «затуманить» решение задач покрытия геометрических фигур, размещенных в этом пространстве, как это имеет место с цифровым пространством Хемминга.

Криптология, поскольку она живет на стыке фундаментальной математики, физики и прикладной технологии, развивается вместе с этими научными дисциплинами, но применение их достижений определяется только тем, что в данный момент удобно и легко реализовывать.

Литература

1. *Кочергин В.И.* Теория многомерных цифровых множеств в приложениях к электроприводам и системам электропитания. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002.

2. *Кочергин В.И.* Теория многомерных цифро-векторных множеств в технических системах управления: Дис. …. д-ра техн. наук. – Томск: ТПУ, 2003.

3. *Кочергин В.И.* Теория многомерных цифро-векторных множеств. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006.

4. *Кочергин В.И.* Практика теории многомерных цифро-векторных множеств (совершенные и квазисовершенные коды). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2010.

5. *Кочергин В.И.* Англо-русский толковый научно-технический словарь по современной криптологии. – М: « ИРИС ГРУПП», 2010

6. А. с. 987681 (СССР). Регистр / *В.И. Кочергин* // Открытия. Изобретения. – 1983. – № 1.

7. А. с. 351326 (СССР). Управляемый делитель частоты / *В.И. Кочергин, И. А. Подоплелов //* Открытия. Изобретения. – 1972. – № 27 (заявка от 22.03. 1971).

8. *Фомичев В. М.* Дискретная математика и криптология. – М: «ДИАЛОГ-МИФИ», 2003.

9. *Аршинов М. Н., Садовский Л. Е.* Коды и математика. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1983.

10. *Черхауз Р.* Коды и шифры. Юрий Цезарь, «Энигма», и Интернет/ Пер. с англ. – М: Издательство «Весь Мир», 2005.

11. *Libaw W. H., Craig L. J.* A photo electric decimal coded shaft digitizer. – IRE Transaction on Electronic Computers, 1953, v. EC-2, N 3, p. 1-5.

12. А. с. 1356225 (СССР). Цифроаналоговый преобразователь с многофазным выходом / *В.И. Кочергин* // Открытия. Изобретения. – 1987. – № 44.

13. А. с. 1478811 (СССР). Цифроаналоговый преобразователь с многофазным выходом / *В.И. Кочергин* // Открытия. Изобретения. – 1989. – № 16.

14. *Болл У., Коксетер Г.* Математические эссе и развлечения. Пер. с англ. – М. : Мир, 1986.

15. *Конвей Дж., Слоен Н.* Упаковка шаров, решетки и группы: В 2 т. / Пер. с англ. М.: Мир, 1990.

16. Проблемы Гильберта. Сборник под общей редакцией П. С. Александрова. – М: Издательство «Наука», 1969.

N 1

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015

A/X

00	07	03	04
05	02	06	01
06	01	05	02
03	04	00	07

0 3 2 1

N 2

001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014

A/X

07	00	04	03
02	05	01	06
01	06	02	05
04	03	07	00

0 3 2 1

N 3

002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013

A/X

03	04	00	07
06	01	05	02
05	02	06	01
00	07	03	04

0 3 2 1

N 4

004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011

A/X

05	02	06	01
00	07	03	04
03	04	00	07
06	01	05	02

0 3 2 1

a_4

a_3

a_2

a_1

N 5

x_1 x_2 x_3

008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007

A/X

06	01	05	02
03	04	00	07
00	07	03	04
05	02	06	01

0 3 2 1

N 6

000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015

A/X

04	03	07	00
01	06	02	05
02	05	01	06
07	00	04	03

0 3 2 1

N 7

000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015

A/X

02	05	01	06
07	00	04	03
04	03	07	00
01	06	02	05

0 3 2 1

N 8

000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015

A/X

01	06	02	05
04	03	07	00
07	00	04	03
02	05	01	06

0 3 2 1

N 9

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015

A/X

00	03	07	04
05	06	02	01
06	05	01	02
03	00	04	07

0 2 3 1

N 10

001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014

A/X

03	00	04	07
06	05	01	02
05	06	02	01
00	03	07	04

0 2 3 1

N 11

002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013

A/X

07	04	00	03
02	01	05	06
01	02	06	05
04	07	03	00

0 2 3 1

N 12

004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011

A/X

05	06	02	01
00	03	07	04
03	00	04	07
06	05	01	02

0 2 3 1

a_4 a_3 a_2 a_1 x_1 x_2 x_3

N 13

008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007

A/X

06	05	01	02
03	00	04	07
00	03	07	04
05	06	02	01

0 2 3 1

N 14

000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015

A/X

04	07	03	00
01	02	06	05
02	01	05	06
07	04	00	03

0 2 3 1

N 15

000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015

A/X

00	05	03	06
07	02	04	01
06	03	05	00
01	04	02	07

0 2 2 2

N 16

001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014

A/X

05	00	06	03
02	07	01	04
03	06	00	05
04	01	07	02

0 2 2 2

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

N 17

002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013

A/X

03	06	00	05
04	01	07	02
05	00	06	03
02	07	01	04

0 2 2 2

N 18

004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011

A/X

07	02	04	01
00	05	03	06
01	04	02	07
06	03	05	00

0 2 2 2

N 19

008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007

A/X

06	03	05	00
01	04	02	07
00	05	03	06
07	02	04	01

0 2 2 2

N 20

000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015

A/X

02	07	01	04
05	00	06	03
04	01	07	02
03	06	00	05

0 2 2 2

a_4 a_3 a_2 a_1

N 21

x_1 x_2 x_3

000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015

A/X

00	06	05	03
03	05	06	00
07	01	02	04
04	02	01	07

0 2 2 2

N 22

001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014

A/X

06	00	03	05
05	03	00	06
01	07	04	02
02	04	07	01

0 2 2 2

N 23

002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013

A/X

05	03	00	06
06	00	03	05
02	04	07	01
01	07	04	02

0 2 2 2

N 24

N 24

004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011

A/X

03	05	06	00
00	06	05	03
04	02	01	07
07	01	02	04

0 2 2 2

N 25

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007

A/X

07	01	02	04
04	02	01	07
00	06	05	03
03	05	06	00

0 2 2 2

N 26

000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015

A/X

01	07	04	02
02	04	07	01
06	00	03	05
05	03	00	06

0 2 2 2

N 27

000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015

A/X

00	07	05	02
03	04	06	01
06	01	03	04
05	02	00	07

0 3 2 1

N 28

001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014

A/X

07	00	02	05
04	03	01	06
01	06	04	03
02	05	07	00

0 3 2 1

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

N 29

002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013

A/X

05	02	00	07
06	01	03	04
03	04	06	01
00	07	05	02

0 3 2 1

N 30

004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011

A/X

03	04	06	01
00	07	05	02
05	02	00	07
06	01	03	04

0 3 2 1

N 31

008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007

A/X

06	01	03	04
05	02	00	07
00	07	05	02
03	04	06	01

0 3 2 1

N 32

000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015

A/X

02	05	07	00
01	06	04	03
04	03	01	06
07	00	02	05

0 3 2 1

a_4

a_3

a_2

a_1

N 33

x_1 x_2 x_3

000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015

A/X

04	03	01	06
07	00	02	05
02	05	07	00
01	06	04	03

0 3 2 1

N 34

000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015

A/X

01	06	04	03
02	05	07	00
07	00	02	05
04	03	01	06

0 3 2 1

N 35

000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015

A/X

00	03	05	06
07	04	02	01
06	05	03	00
01	02	04	07

0 2 2 2

N 36

001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014

A/X

03	00	06	05
04	07	01	02
05	06	00	03
02	01	07	04

0 2 2 2

a_4 a_3 a_2 a_1

N 37

x_1 x_2 x_3

002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013

A/X

05	06	00	03
02	01	07	04
03	00	06	05
04	07	01	02

0 2 2 2

N 38

004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011

A/X

07	04	02	01
00	03	05	06
01	02	04	07
06	05	03	00

0 2 2 2

N 39

008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007

A/X

06	05	03	00
01	02	04	07
00	03	05	06
07	04	02	01

0 2 2 2

N 40

000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015

A/X

04	07	01	02
03	00	06	05
02	01	07	04
05	06	00	03

0 2 2 2

a_4

a_3

a_2

a_1

N 41

x_1 x_2 x_3

000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015

A/X

00	05	07	02
03	06	04	01
06	03	01	04
05	00	02	07

0 2 3 1

N 42

001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014

A/X

05	00	02	07
06	03	01	04
03	06	04	01
00	05	07	02

0 2 3 1

N 43

002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013

A/X

07	02	00	05
04	01	03	06
01	04	06	03
02	07	05	00

0 2 3 1

N 44

004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011

A/X

03	06	04	01
00	05	07	02
05	00	02	07
06	03	01	04

0 2 3 1

a_4

a_3

a_2

a_1

N 45

x_1 x_2 x_3

008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007

A/X

06	03	01	04
05	00	02	07
00	05	07	02
03	06	04	01

0 2 3 1

N 46

000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015

A/X

02	07	05	00
01	04	06	03
04	01	03	06
07	02	00	05

0 2 3 1

N 47

000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015

A/X

00	06	03	05
05	03	06	00
07	01	04	02
02	04	01	07

0 | 2 | 2 | 2

N 48

001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014

A/X

06	00	05	03
03	05	00	06
01	07	02	04
04	02	07	01

0 2 2 2

a4

a3

a2

a1

x1

x2

x3

N 49

002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013

A/X

03	05	00	06
06	00	05	03
04	02	07	01
01	07	02	04

0 2 2 2

N 50

004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011

A/X

05	03	06	00
00	06	03	05
02	04	01	07
07	01	04	02

0 2 2 2

N 51

008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007

A/X

07	01	04	02
02	04	01	07
00	06	03	05
05	03	06	00

0 2 2 2

N 52

N 52

000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015

A/X

01	07	02	04
04	02	07	01
06	00	05	03
03	05	00	06

0 2 2 2

N 53

a_4

a_3

a_2

a_1

x_1 x_2 x_3

000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015

A/X

00	07	06	01
05	02	03	04
03	04	05	02
06	01	00	07

0 3 2 1

N 54

001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014

A/X

07	00	01	06
02	05	04	03
04	03	02	05
01	06	07	00

0 3 2 1

N 55

002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013

A/X

06	01	00	07
03	04	05	02
05	02	03	04
00	07	06	01

0 3 2 1

N 56

004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011

A/X

05	02	03	04
00	07	06	01
06	01	00	07
03	04	05	02

0 3 2 1

a_4

a_3

N 57 a_2

a_1

x_1 x_2 x_3

008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007

A/X

03	04	05	02
06	01	00	07
00	07	06	01
05	02	03	04

0 3 2 1

N 58

000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015

A/X

01	06	07	00
04	03	02	05
02	05	04	03
07	00	01	06

0 3 2 1

N 59

000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015

A/X

02	05	04	03
07	00	01	06
01	06	07	00
04	03	02	05

0 3 2 1

N 60

000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	011	003	013	013	014	013
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015

A/X

04	03	02	05
01	06	07	00
07	00	01	06
02	05	04	03

0 3 2 1

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

N 61

000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015

A/X

00	03	06	05
05	06	03	00
07	04	01	02
02	01	04	07

0 2 2 2

N 62

001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014

A/X

03	00	05	06
06	05	00	03
04	07	02	01
01	02	07	04

0 2 2 2

N 63

002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013

A/X

06	05	00	03
03	00	05	06
01	02	07	04
04	07	02	01

0 2 2 2

N 64

N 64

004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011

A/X

05	06	03	00
00	03	06	05
02	01	04	07
07	04	01	02

0 2 2 2

a_4 a_3 a_2 a_1 x_1 x_2 x_3

N 65

008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007

A/X

07	04	01	02
02	01	04	07
00	03	06	05
05	06	03	00

0 2 2 2

N 66

000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015

A/X

04	07	02	01
01	02	07	04
03	00	05	06
06	05	00	03

0 2 2 2

N 67

000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015

A/X

00	05	06	03
07	02	01	04
03	06	05	00
04	01	02	07

0 2 2 2

N 68

001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014

A/X

05	00	03	06
02	07	04	01
06	03	00	05
01	04	07	02

0 2 2 2

N 69

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013

A/X

06	03	00	05
01	04	07	02
05	00	03	06
02	07	04	01

0 2 2 2

N 70

004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011

A/X

07	02	01	04
00	05	06	03
04	01	02	07
03	06	05	00

0 2 2 2

N 71

008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007

A/X

03	06	05	00
04	01	02	07
00	05	06	03
07	02	01	04

0 2 2 2

N 72

N 72

000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015

A/X

02	07	04	01
05	00	03	06
01	04	07	02
06	03	00	05

0 2 2 2

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

N 73

000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015

A/X

00	06	07	01
03	05	04	02
05	03	02	04
06	00	01	07

0 2 3 1

N 74

001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014

A/X

06	00	01	07
05	03	02	04
03	05	04	02
00	06	07	01

0 2 3 1

N 75

002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013

A/X

07	01	00	06
04	02	03	05
02	04	05	03
01	07	06	00

0 2 3 1

N 76

004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011

A/X

03	05	04	02
00	06	07	01
06	00	01	07
05	03	02	04

0 2 3 1

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

N 77

008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007

A/X

05	03	02	04
06	00	01	07
00	06	07	01
03	05	04	02

0 2 3 1

N 78

000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015

A/X

01	07	06	00
02	04	05	03
04	02	03	05
07	01	00	06

0 2 3 1

N 79

000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015

A/X

00	07	03	04
06	01	05	02
05	02	06	01
03	04	00	07

0 3 2 1

N 80

001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014

A/X

07	00	04	03
01	06	02	05
02	05	01	06
04	03	07	00

0 3 2 1

a4

a3

a2

a1

x1

x2

x3

N 81

002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013

A/X

03	04	00	07
05	02	06	01
06	01	05	02
00	07	03	04

0 3 2 1

N 82

004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011

A/X

06	01	05	02
00	07	03	04
03	04	00	07
05	02	06	01

0 3 2 1

N 83

008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007

A/X

05	02	06	01
03	04	00	07
00	07	03	04
06	01	05	02

0 3 2 1

N 84

000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015

A/X

04	03	07	00
02	05	01	06
01	06	02	05
07	00	04	03

0 3 2 1

a_4 a_3 a_2 a_1

N 85

x_1 x_2 x_3

000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015

A/X

01	06	02	05
07	00	04	03
04	03	07	00
02	05	01	06

0 3 2 1

N 86

000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015

A/X

02	05	01	06
04	03	07	00
07	00	04	03
01	06	02	05

0 3 2 1

N 87

000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015

A/X

00	03	07	04
06	05	01	02
05	06	02	01
03	00	04	07

0 2 3 1

N 88

001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014

A/X

03	00	04	07
05	06	02	01
06	05	01	02
00	03	07	04

0 2 3 1

a_4 a_3 a_2 a_1 x_1 x_2 x_3

N 89

002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013

A/X

07	04	00	03
01	02	06	05
02	01	05	06
04	07	03	00

0 2 3 1

N 90

004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011

A/X

06	05	01	02
00	03	07	04
03	00	04	07
05	06	02	01

0 2 3 1

N 91

008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007

A/X

05	06	02	01
03	00	04	07
00	03	07	04
06	05	01	02

0 2 3 1

N 92

N 92

000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015

A/X

04	07	03	00
02	01	05	06
01	02	06	05
07	04	00	03

0 2 3 1

a_4

a_3

a_2

a_1

x_1 x_2 x_3

N 93

000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015

A/X

00	05	03	06
06	03	05	00
07	02	04	01
01	04	02	07

0 2 2 2

N 94

001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014

A/X

05	00	06	03
03	06	00	05
02	07	01	04
04	01	07	02

0 2 2 2

N 95

002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013

A/X

03	06	00	05
05	00	06	03
04	01	07	02
02	07	01	04

0 2 2 2

N 96

004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011

A/X

06	03	05	00
00	05	03	06
01	04	02	07
07	02	04	01

0 2 2 2

a_4

a_3

a_2

a_1

x_1 x_2 x_3

N 97

008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007

A/X

07	02	04	01
01	04	02	07
00	05	03	06
06	03	05	00

0 2 2 2

N 98

000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015

A/X

02	07	01	04
04	01	07	02
05	00	06	03
03	06	00	05

0 2 2 2

N 99

000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015

A/X

00	06	05	03
07	01	02	04
03	05	06	00
04	02	01	07

0 2 2 2

N 100

N 100

001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014

A/X

06	00	03	05
01	07	04	02
05	03	00	06
02	04	07	01

0 2 2 2

N 101

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013

A/X

05	03	00	06
02	04	07	01
06	00	03	05
01	07	04	02

0 2 2 2

N 102

004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011

A/X

07	01	02	04
00	06	05	03
04	02	01	07
03	05	06	00

0 2 2 2

N 103

008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007

A/X

03	05	06	00
04	02	01	07
00	06	05	03
07	01	02	04

0 2 2 2

N 104

000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015

A/X

01	07	04	02
06	00	03	05
02	04	07	01
05	03	00	06

0 2 2 2

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

N 105

000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015

A/X

00	07	05	02
06	01	03	04
03	04	06	01
05	02	00	07

0 3 2 1

N 106

001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014

A/X

07	00	02	05
01	06	04	03
04	03	01	06
02	05	07	00

0 3 2 1

N 107

002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013

A/X

05	02	00	07
03	04	06	01
06	01	03	04
00	07	05	02

0 3 2 1

N 108

004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011

A/X

06	01	03	04
00	07	05	02
05	02	00	07
03	04	06	01

0 3 2 1

N 109

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007

A/X

03	04	06	01
05	02	00	07
00	07	05	02
06	01	03	04

0 3 2 1

N 110

000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015

A/X

02	05	07	00
04	03	01	06
01	06	04	03
07	00	02	05

0 3 2 1

N 111

000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015

A/X

01	06	04	03
07	00	02	05
02	05	07	00
04	03	01	06

0 3 2 1

N 112

000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015

A/X

04	03	01	06
02	05	07	00
07	00	02	05
01	06	04	03

0 3 2 1

N 113

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015

A/X

00	03	05	06
06	05	03	00
07	04	02	01
01	02	04	07

0 2 2 2

N 114

001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014

A/X

03	00	06	05
05	06	00	03
04	07	01	02
02	01	07	04

0 2 2 2

N 115

002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013

A/X

05	06	00	03
03	00	06	05
02	01	07	04
04	07	01	02

0 2 2 2

N 116

004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011

A/X

06	05	03	00
00	03	05	06
01	02	04	07
07	04	02	01

0 2 2 2

a4

a3

a2

a1

x1

x2

x3

N 117

008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007

A/X

07	04	02	01
01	02	04	07
00	03	05	06
06	05	03	00

0 2 2 2

N 118

000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015

A/X

04	07	01	02
02	01	07	04
03	00	06	05
05	06	00	03

0 2 2 2

N 119

000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015

A/X

00	05	07	02
06	03	01	04
03	06	04	01
05	00	02	07

0 2 3 1

N 120

001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014

A/X

05	00	02	07
03	06	04	01
06	03	01	04
00	05	07	02

0 2 3 1

N 121

a_4

a_3

a_2

a_1

x_1

x_2

x_3

002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013

A/X

07	02	00	05
01	04	06	03
04	01	03	06
02	07	05	00

0 2 3 1

N 122

004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011

A/X

06	03	01	04
00	05	07	02
05	00	02	07
03	06	04	01

0 2 3 1

N 123

008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007

A/X

03	06	04	01
05	00	02	07
00	05	07	02
06	03	01	04

0 2 3 1

N 124

000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015

A/X

02	07	05	00
04	01	03	06
01	04	06	03
07	02	00	05

0 2 3 1

a_4 a_3 a_2 a_1 x_1 x_2 x_3

N 125

000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015

A/X

00	06	03	05
07	01	04	02
05	03	06	00
02	04	01	07

0 2 2 2

N 126

001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014

A/X

06	00	05	03
01	07	02	04
03	05	00	06
04	02	07	01

0 2 2 2

N 127

002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013

A/X

03	05	00	06
04	02	07	01
06	00	05	03
01	07	02	04

0 2 2 2

N 128

N 128

004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011

A/X

07	01	04	02
00	06	03	05
02	04	01	07
05	03	06	00

0 2 2 2

N 129

a_1 a_2 a_3 a_4 / x_1 x_2 x_3

008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007

A/X

05	03	06	00
02	04	01	07
00	06	03	05
07	01	04	02

0 2 2 2

N 130

000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015

A/X

01	07	02	04
06	00	05	03
04	02	07	01
03	05	00	06

0 2 2 2

N 131

000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015

A/X

00	07	06	01
03	04	05	02
05	02	03	04
06	01	00	07

0 3 2 1

N 132

001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014

A/X

07	00	01	06
04	03	02	05
02	05	04	03
01	06	07	00

0 3 2 1

N 133

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013

A/X

06	01	00	07
05	02	03	04
03	04	05	02
00	07	06	01

0 3 2 1

N 134

004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011

A/X

03	04	05	02
00	07	06	01
06	01	00	07
05	02	03	04

0 3 2 1

N 135

008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007

A/X

05	02	03	04
06	01	00	07
00	07	06	01
03	04	05	02

0 3 2 1

N 136

000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015

A/X

01	06	07	00
02	05	04	03
04	03	02	05
07	00	01	06

0 3 2 1

N 137

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015

A/X

04	03	02	05
07	00	01	06
01	06	07	00
02	05	04	03

0 3 2 1

N 138

000	009	002	007	004	007	007	007	009	009	010	009	012	009	014	007
004	001	010	003	004	004	004	007	010	009	010	010	004	013	010	015
000	000	000	003	000	005	014	007	000	009	014	011	014	013	014	014
000	003	003	003	004	013	006	003	008	013	010	003	013	013	014	013
002	001	002	002	012	005	002	007	012	009	002	011	012	012	012	015
001	001	002	001	004	001	006	015	008	001	010	015	012	015	015	015
000	005	002	011	005	005	006	005	008	011	011	011	012	005	014	011
008	001	006	003	006	005	006	006	008	008	008	011	008	013	006	015

A/X

02	05	04	03
01	06	07	00
07	00	01	06
04	03	02	05

0 3 2 1

N 139

000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015

A/X

00	03	06	05
07	04	01	02
05	06	03	00
02	01	04	07

0 2 2 2

N 140

001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014

A/X

03	00	05	06
04	07	02	01
06	05	00	03
01	02	07	04

0 2 2 2

N 141

a_4 a_3 a_2 a_1 x_1 x_2 x_3

002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013

A/X

06	05	00	03
01	02	07	04
03	00	05	06
04	07	02	01

0 2 2 2

N 142

004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011

A/X

07	04	01	02
00	03	06	05
02	01	04	07
05	06	03	00

0 2 2 2

N 143

008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007

A/X

05	06	03	00
02	01	04	07
00	03	06	05
07	04	01	02

0 2 2 2

N 144

000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015

A/X

04	07	02	01
03	00	05	06
01	02	07	04
06	05	00	03

0 2 2 2

a_4

a_3

N 145

a_2

a_1

x_1 x_2 x_3

000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015

A/X

00	05	06	03
03	06	05	00
07	02	01	04
04	01	02	07

0 2 2 2

N 146

001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014

A/X

05	00	03	06
06	03	00	05
02	07	04	01
01	04	07	02

0 2 2 2

N 147

002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013

A/X

06	03	00	05
05	00	03	06
01	04	07	02
02	07	04	01

0 2 2 2

N 148

004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011

A/X

03	06	05	00
00	05	06	03
04	01	02	07
07	02	01	04

0 2 2 2

N 149

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007

A/X

07	02	01	04
04	01	02	07
00	05	06	03
03	06	05	00

0 2 2 2

N 150

000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015

A/X

02	07	04	01
01	04	07	02
05	00	03	06
06	03	00	05

0 2 2 2

N 151

000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015

A/X

00	06	07	01
05	03	02	04
03	05	04	02
06	00	01	07

0 2 3 1

N 152

001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014

A/X

06	00	01	07
03	05	04	02
05	03	02	04
00	06	07	01

0 2 3 1

a_4

a_3

N 153

a_2

a_1

x_1 x_2 x_3

002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013

A/X

07	01	00	06
02	04	05	03
04	02	03	05
01	07	06	00

0 2 3 1

N 154

004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011

A/X

05	03	02	04
00	06	07	01
06	00	01	07
03	05	04	02

0 2 3 1

N 155

008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007

A/X

03	05	04	02
06	00	01	07
00	06	07	01
05	03	02	04

0 2 3 1

N 156

000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015

A/X

01	07	06	00
04	02	03	05
02	04	05	03
07	01	00	06

0 2 3 1

N 157

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015

A/X

02	01	05	06
07	04	00	03
04	07	03	00
01	02	06	05

0 2 3 1

N 158

000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015

A/X

01	02	06	05
04	07	03	00
07	04	00	03
02	01	05	06

0 2 3 1

N 159

000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015

A/X

04	01	07	02
03	06	00	05
02	07	01	04
05	00	06	03

0 2 2 2

N 160

000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015

A/X

01	04	02	07
06	03	05	00
07	02	04	01
00	05	03	06

0 2 2 2

a_4

a_3

N 161 a_2

a_1

x_1

x_2

x_3

000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015

A/X

02	04	07	01
01	07	04	02
05	03	00	06
06	00	03	05

0 2 2 2

N 162

000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015

A/X

04	02	01	07
07	01	02	04
03	05	06	00
00	06	05	03

0 2 2 2

N 163

000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015

A/X

02	01	07	04
05	06	00	03
04	07	01	02
03	00	06	05

0 2 2 2

N 164

000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015

A/X

01	02	04	07
06	05	03	00
07	04	02	01
00	03	05	06

0 2 2 2

N 165

a_4

a_3

a_2

a_1

x_1

x_2

x_3

000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015

A/X

04	01	03	06
07	02	00	05
02	07	05	00
01	04	06	03

0 2 3 1

N 166

000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015

A/X

01	04	06	03
02	07	05	00
07	02	00	05
04	01	03	06

0 2 3 1

N 167

000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015

A/X

04	02	07	01
01	07	02	04
03	05	00	06
06	00	05	03

0 2 2 2

N 168

000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015

A/X

02	04	01	07
07	01	04	02
05	03	06	00
00	06	03	05

0 2 2 2

N 169

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015

A/X

01	02	07	04
04	07	02	01
06	05	00	03
03	00	05	06

0 2 2 2

N 170

000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015

A/X

02	01	04	07
07	04	01	02
05	06	03	00
00	03	06	05

0 2 2 2

N 171

000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015

A/X

01	04	07	02
06	03	00	05
02	07	04	01
05	00	03	06

0 2 2 2

N 172

000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015

A/X

04	01	02	07
03	06	05	00
07	02	01	04
00	05	06	03

0 2 2 2

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

N 173

000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015

A/X

04	02	03	05
07	01	00	06
01	07	06	00
02	04	05	03

0 2 3 1

N 174

000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015

A/X

02	04	05	03
01	07	06	00
07	01	00	06
04	02	03	05

0 2 3 1

N 175

000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015

A/X

01	02	06	05
07	04	00	03
04	07	03	00
02	01	05	06

0 2 3 1

N 176

000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015

A/X

02	01	05	06
04	07	03	00
07	04	00	03
01	02	06	05

0 2 3 1

N 177

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015

A/X

04	01	07	02
02	07	01	04
03	06	00	05
05	00	06	03

0 2 2 2

N 178

000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015

A/X

01	04	02	07
07	02	04	01
06	03	05	00
00	05	03	06

0 2 2 2

N 179

000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015

A/X

02	04	07	01
05	03	00	06
01	07	04	02
06	00	03	05

0 2 2 2

N 180

000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015

A/X

04	02	01	07
03	05	06	00
07	01	02	04
00	06	05	03

0 2 2 2

a_4

a_3

N 181 a_2

a_1

x_1 x_2 x_3

000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015

A/X

02	01	07	04
04	07	01	02
05	06	00	03
03	00	06	05

0 2 2 2

N 182

000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015

A/X

01	02	04	07
07	04	02	01
06	05	03	00
00	03	05	06

0 2 2 2

N 183

000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015

A/X

01	04	06	03
07	02	00	05
02	07	05	00
04	01	03	06

0 2 3 1

N 184

000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015

A/X

04	01	03	06
02	07	05	00
07	02	00	05
01	04	06	03

0 2 3 1

N 185

a_4 a_3 a_2 a_1

x_1 x_2 x_3

000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015

A/X

04	02	07	01
03	05	00	06
01	07	02	04
06	00	05	03

0 2 2 2

N 186

000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015

A/X

02	04	01	07
05	03	06	00
07	01	04	02
00	06	03	05

0 2 2 2

N 187

000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015

A/X

01	02	07	04
06	05	00	03
04	07	02	01
03	00	05	06

0 2 2 2

N 188

000	001	002	007	012	007	007	007	012	009	010	011	012	012	012	007
001	001	010	001	004	001	006	007	010	001	010	010	012	013	010	015
000	000	000	011	000	005	006	007	000	011	011	011	012	013	014	011
000	001	006	003	006	013	006	006	008	013	010	011	013	013	006	013
002	009	002	002	004	005	002	007	009	009	002	009	012	009	014	015
004	001	002	003	004	004	004	015	008	009	010	015	004	015	015	015
000	005	002	003	005	005	014	005	008	009	014	011	014	005	014	014
008	003	003	003	004	005	006	003	008	008	008	003	008	013	014	015

A/X

02	01	04	07
05	06	03	00
07	04	01	02
00	03	06	05

0 2 2 2

N 189

a_4 a_3 a_2 a_1 x_1 x_2 x_3

000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015

A/X

01	04	07	02
02	07	04	01
06	03	00	05
05	00	03	06

0 2 2 2

N 190

N 190

000	001	002	011	012	005	006	007	012	011	011	011	012	012	012	011
001	001	006	001	006	001	006	006	008	001	010	011	012	013	006	015
002	005	002	002	005	005	002	005	008	009	002	011	012	005	014	015
008	001	002	003	004	005	006	015	008	008	008	015	008	015	015	015
000	000	000	007	000	007	007	007	000	009	010	011	012	013	014	007
000	001	010	003	004	013	006	007	010	013	010	010	013	013	010	013
000	009	002	003	004	005	014	007	009	009	014	009	014	009	014	014
004	003	003	003	004	004	004	003	008	009	010	003	004	013	014	015

A/X

04	01	02	07
07	02	01	04
03	06	05	00
00	05	06	03

0 2 2 2

N 191

N 191

000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015

A/X

02	04	05	03
07	01	00	06
01	07	06	00
04	02	03	05

0 2 3 1

N 192

N 192

000	001	010	007	004	007	007	007	010	009	010	010	012	013	010	007
004	009	002	003	004	004	004	007	009	009	010	009	004	009	014	015
001	001	002	001	012	001	006	007	012	001	010	011	012	012	012	015
002	001	002	002	004	005	002	015	008	009	002	015	012	015	015	015
000	000	000	003	000	013	006	007	000	013	010	011	013	013	014	013
000	003	003	003	004	005	014	003	008	009	014	003	014	013	014	014
000	001	006	011	006	005	006	006	008	011	011	011	012	013	006	011
008	005	002	003	005	005	006	005	008	008	008	011	008	005	014	015

A/X

04	02	03	05
01	07	06	00
07	01	00	06
02	04	05	03

0 2 3 1

Кодовые расстояния **0 2 2 2**

N 15	*00 05 03 06*	N 16	*05 00 06 03*	N 17	*03 06 00 05*	N 18	*07 02 04 01*
N 19	*06 03 05 00*	N 20	*02 07 01 04*	N 21	*00 06 05 03*	N 22	*06 00 03 05*
N 23	*05 03 00 06*	N 24	*03 05 06 00*	N 25	*07 01 02 04*	N 26	*01 07 04 02*
N 35	*00 03 05 06*	N 36	*03 00 06 05*	N 37	*05 06 00 03*	N 38	*07 04 02 01*
N 39	*06 05 03 00*	N 40	*04 07 01 02*	N 47	*00 06 03 05*	N 48	*06 00 05 03*
N 49	*03 05 00 06*	N 50	*05 03 06 00*	N 51	*07 01 04 02*	N 52	*01 07 02 04*
N 61	*00 03 06 05*	N 62	*03 00 05 06*	N 63	*06 05 00 03*	N 64	*05 06 03 00*
N 65	*07 04 01 02*	N 66	*04 07 02 01*	N 67	*00 05 06 03*	N 68	*05 00 03 06*
N 69	*06 03 00 05*	N 70	*07 02 01 04*	N 71	*03 06 05 00*	N 72	*02 07 04 01*
N 93	*00 05 03 06*	N 94	*05 00 06 03*	N 95	*03 06 00 05*	N 96	*06 03 05 00*
N 97	*07 02 04 01*	N 98	*02 07 01 04*	N 99	*00 06 05 03*	N 100	*06 00 03 05*
N 101	*05 03 00 06*	N 102	*07 01 02 04*	N 103	*03 05 06 00*	N 104	*01 07 04 02*
N 113	*00 03 05 06*	N 114	*03 00 06 05*	N 115	*05 06 00 03*	N 116	*06 05 03 00*
N 117	*07 04 02 01*	N 118	*04 07 01 02*	N 125	*00 06 03 05*	N 126	*06 00 05 03*
N 127	*03 05 00 06*	N 128	*07 01 04 02*	N 129	*05 03 06 00*	N 130	*01 07 02 04*
N 139	*00 03 06 05*	N 140	*03 00 05 06*	N 141	*06 05 00 03*	N 142	*07 04 01 02*
N 143	*05 06 03 00*	N 144	*04 07 02 01*	N 145	*00 05 06 03*	N 146	*05 00 03 06*
N 147	*06 03 00 05*	N 148	*03 06 05 00*	N 149	*07 02 01 04*	N 150	*02 07 04 01*
N 159	*04 01 07 02*	N 160	*01 04 02 07*	N 161	*02 04 07 01*	N 162	*04 02 01 07*
N 163	*02 01 07 04*	N 164	*01 02 04 07*	N 167	*04 02 07 01*	N 168	*02 04 01 07*
N 169	*01 02 07 04*	N 170	*02 01 04 07*	N 171	*01 04 07 02*	N 172	*04 01 02 07*
N 177	*04 01 07 02*	N 178	*01 04 02 07*	N 179	*02 04 07 01*	N 180	*04 02 01 07*
N 181	*02 01 07 04*	N 182	*01 02 04 07*	N 185	*04 02 07 01*	N 186	*02 04 01 07*
N 187	*01 02 07 04*	N 188	*02 01 04 07*	N 189	*01 04 07 02*	N 190	*04 01 02 07*

N 15	*00 05 03 06*
	07 02 04 01
	06 03 05 00
	01 04 02 07