

Министерство общего и профессионального образования  
Российской Федерации

Южно-Уральский государственный университет

Кафедра “Двигатели летательных аппаратов”

621.45(07)

Д261

Б. Г. Дегтярь

# КАВИТАЦИЯ И РОГО-НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Учебное пособие

Челябинск

Издательство ЮУрГУ

1997

УДК 621.45.02(075.8)+532.528(075.8)+532.24.001.57(075.8)

Дегтярь Б. Г. Кавитация и РОГО - неустойчивость: Учебное пособие. – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 1997. – 100 с.

В учебном пособии приведены результаты исследования специфических особенностей кавитационного обтекания лопастей насоса и протекания тепломассообменных процессов в кавитационной каверне, являющихся причиной возникновения продольной колебательной неустойчивости мощных ракет на жидком топливе.

Показано, что кавитирующий насос представляет собой тепловую машину, которая преобразует внутреннюю энергию топлива в механическую. Эти знания позволяют разработать простейшие способы устранения продольной колебательной неустойчивости ракет на этапе летных испытаний.

Пособие предназначено для студентов вузов соответствующих специальностей и может быть полезно инженерно-техническим работникам ракетно-космической промышленности.

Ил. 37, табл. 7, список лит. – 43 назв.

Одобрено учебно-методической комиссией аэрокосмического факультета.

Рецензенты: А. Н. Гузь, А. Н. Янченко.

ISBN 5-696-00846-1

© Издательство ЮУрГУ, 1997.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Кавитация, возникающая в проточной части насоса, стала предметом многочисленных исследований тогда, когда ученые столкнулись с таким сложным, опасным и потенциальным явлением мощных ракет на жидком топливе, как продольная колебательная неустойчивость.

Трудно поверить, что кавитационная полость, заполненная паром, объемом 40...60 кубических сантиметров может способствовать разрушению ракеты, длиной в несколько десятков метров. В действительности оказалось, что не только гидродинамика каверны, но и тепломассообменные процессы играют важную роль в возникновении и развитии продольной колебательной неустойчивости.

Пособие состоит из четырех глав. В первой главе описаны результаты экспериментальных исследований системы питания. Во второй главе определяются статические кавитационные характеристики, необходимые для разработки математических моделей. Третья и четвертая главы посвящены математическому моделированию и анализу механизмов возникновения автоколебательных режимов.

Приведенный в пособии материал может быть полезным при разработке принципиально новых способов устранения продольных колебаний.

Автор признателен Ершову Н.С., Кинелеву В.Г., Козелкову В.П., Натанзону М.С., Петрову В.И., Пилипенко В.В. за доброжелательное, творческое общение, позволившее обогатить и углубить познания, составляющие предмет настоящего пособия и выражает благодарность докт. техн. наук, профессору Торопову Е.В. за просмотр рукописи и ценные замечания.

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

### *Основные*

- $g$  – ускорение свободного падения;  
 $m$  – масса;  
 $p$  – давление;  
 $P$  – тяга двигателя;  
 $k$  – коэффициент кавитации, постоянная величина;  
 $H$  – напор насоса;  
 $\dot{m}$  – массовый расход;  
 $\omega$  – угловая скорость, частота;  
 $C$  – кавитационный коэффициент кавитации;  
 $\Delta$  – разность параметров, определитель матрицы, отклонение;  
 $\rho$  – плотность;  
 $[\sigma]$  – допустимое напряжение на прочность;  
 $\gamma$  – угол скоса решетки;  
 $\beta$  – угол установки лопасти;  
 $\alpha$  – угол атаки;  
 $x, y$  – координаты контура каверны;  
 $h, c$  – высота и длина каверны;  
 $t$  – шаг решетки, время;  
 $w$  – относительная скорость;  
 $u$  – окружная скорость;  
 $c$  – абсолютная скорость;  
 $\tau$  – параметр кавитации;  
 $R$  – коэффициент отношения скоростей;  
 $\xi$  – коэффициент потерь;  
 $\bar{\delta}, \delta$  – относительная толщина лопасти, толщина лопасти, малое отклонение;  
 $Q$  – объемный расход;  
 $d, D$  – внутренний диаметр, наружный диаметр, определитель матрицы, минора;

- $\Delta h$  – кавитационный запас;  
 $r$  – радиус, скрытая теплота парообразования;  
 $f, \mu f$  – площадь сечения, приведенная площадь проходного сечения местного сопротивления;  
 $l$  – длина магистрали;  
 $Re$  – критерий Рейнольдса, действительная часть;  
 $Jm$  – мнимая часть;  
 $s$  – поверхность каверны, параметр преобразования Лапласа;  
 $\vartheta$  – удельный объем, угол тангажа;  
 $T$  – абсолютная температура;  
 $Nu$  – критерий Нуссельта;  
 $b$  – характерный размер каверны, коэффициент;  
 $\lambda$  – коэффициент гидравлического трения, теплопроводность;  
 $n$  – обороты насосного агрегата, число каналов;  
 $F$  – сила сопротивления;  
 $\Psi$  – среднее значение коэффициента объема каверны;  
 $\chi$  – коэффициент количества движения;  
 $\Phi$  – функция потери напора насоса;  
 $A$  – параметр, характеризующий скорость изменения пара в каверне;  
 $\theta$  – постоянная времени;  
 $k$  – коэффициент усиления;  
 $W$  – передаточная функция;  
 $C$  – упругость;  
 $G$  – сопротивление;  
 $\sim$  – преобразованная по Лапласу переменная.

### ***Индексы***

- гч – головная часть;  
о – окислитель;  
г – горючее;  
к – камера сгорания, каверна;  
тна – турбонасосный агрегат;  
б, тб – бак, топливный бак;

пот – потери магистрали;  
резерв – резерв по давлению;  
s, sk – параметры на кривой насыщения при температуре жидкости и при давлении в каверне;  
 $\Sigma$  – суммарный;  
ст – стенка;  
сп – система питания;  
opt – оптимальный;  
кр – критический;  
срв – теоретический срыв энергетических характеристик;  
вх – вход;  
кав – начало кавитации;  
суперкав – суперкавитация;  
m – меридиональная составляющая скорости;  
срвд – действительный срыв энергетических характеристик;  
z – осевая составляющая скорости, число лопастей, координата;  
п – периферия, пар;  
вт – втулка;  
ш – шнек, местное сопротивление;  
ком – комплекс;  
гр – градусы;  
д – действительное значение параметра;  
н – насос;  
m – массовый;  
т – тепловой;  
ж – жидкости;  
i – i-й канал;  
n – n-й канал;  
1 – на входе;  
2 – на выходе.

## ВВЕДЕНИЕ

Практика летных испытаний мощных ракетоносителей на жидком топливе показала, что на определенном участке траектории, как правило на конечном, возможно возникновение продольной колебательной неустойчивости с частотой 1...30 Гц опасной с точки зрения прочности корпуса ракеты и недопустимой для нормальной работы приборов и экипажа.

Обнаружение и устранение этого сложного и опасного явления на этапе летных испытаний ракет с жидкостным ракетным двигателем требует больших затрат материальных, трудовых и временных ресурсов, поэтому еще на этапе проектирования необходимо оценивать склонность ракеты к продольным колебаниям.

На протяжении нескольких десятков лет продольная колебательная неустойчивость привлекала внимание ученых многих стран мира, благодаря чему механизм возникновения колебаний корпуса ракеты достаточно изучен и изложен в многочисленных работах, например [7-11, 13-19, 24-34, 39-42].

Толчком к пониманию физической картины процессов, которые приводят к возникновению продольной колебательной неустойчивости, явились результаты анализа многочисленных телеметрических измерений. Так, например, результаты измерений перегрузки и давления на входе в насос окислителя первой ступени ракетоносителя “Сатурн-5” системы “Аполлон”, приведенные на рис. 1, позволяют увидеть наиболее характерную черту этого явления, заключающуюся в том, что наряду с колебаниями перегрузки наблюдаются колебания гидродинамических параметров с той же частотой. Кроме того, как видно из рис. 1, колебания возникают в конце активного участка траектории, когда продольное ускорение и градиент нарастания давления максимальны.

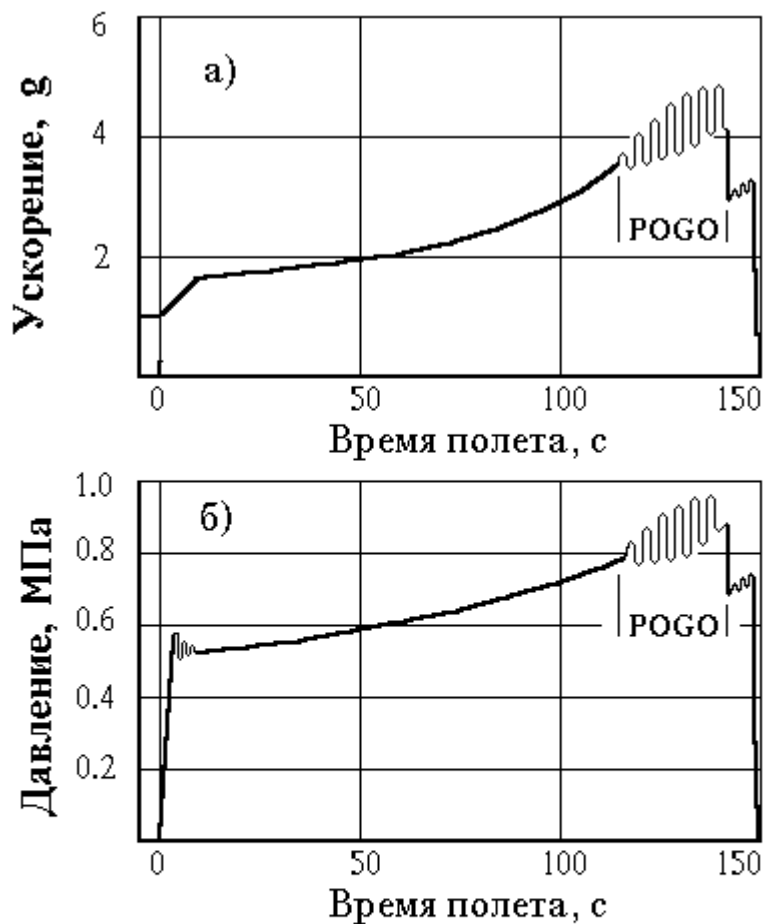


Рис. 1. Типичные данные летных испытаний первой ступени ракеты "Сатурн-5" (пуск AS-502): а — продольное ускорение межбакового отсека; б — давление в расходной магистрали вблизи насоса

Если представить ракету, состоящую из упругого корпуса и двигателя, схема которой показана на рис. 2, то картину взаимодействия гидродинамических и механических колебаний можно описать следующим образом.

Низкочастотные колебания давления и расхода в топливоподающей магистрали, возбуждаемые и поддерживаемые кавитационными явлениями в проточной части лопастного насоса, вызывают колебания

давления и расхода в напорной магистрали, которые, взаимодействуя с процессами горения в камере сгорания, вызывают колебания давления в камере сгорания и тяги двигателя. Колебания тяги двигателя деформируют упругий корпус ракеты и вызывают колебания продольного ускорения, что приводит к колебаниям давления и расхода в топливоподающей магистрали. Если амплитуды этих колебаний превосходят исходные, то в системе установятся механические и гидродинамические колебания с одинаковой частотой, именуемые продольной колебательной неустойчивостью или POGO-неустойчивостью.

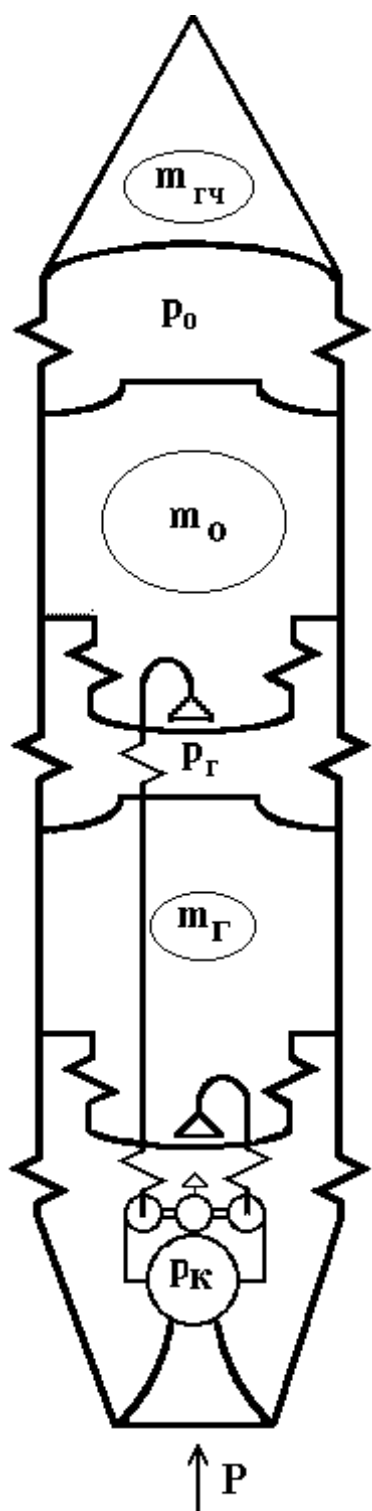


Рис. 2. Схема ракеты с ЖРД

Следует заметить, что продольная колебательная неустойчивость представляет собой потенциальное явление ракет на жидком топливе. Дело в том, что важным параметром, влияющим на конечную скорость ракеты, является коэффициент совершенства конструкции, представляющий собой отношение массы конструкции к полной массе ракеты. Для равнопрочной конструкции ее масса, а вместе с ней и ее жесткость, уменьшаются с понижением давления в свободном газовом пространстве топливных баков. В то же время, понижение давления в баках приводит к возникновению в проточной части насосов кавитационных явлений, которые существенно снижают собственные частоты колебаний топлива в расходных магистралях окислителя и горючего. Таким образом, с одной стороны, ракета становится более податливой, а, следовательно, чувствительной к воздействию тяги, а с другой стороны, собственные частоты колебаний расхода и давления в магистрали снижаются до уровня собственных частот элементов корпуса ракеты, что может привести к явлению резонанса. Если иметь в виду, что по

мере опорожнения топливных баков собственные частоты корпуса ракеты изменяются в широких пределах, то избежать явления резонанса не представляется возможным.

Для того, чтобы устранить влияние кавитации на продольные колебания ракеты, можно уменьшить обороты турбонасосного агрегата. Однако это приведет к увеличению массы конструкции из-за увеличения массы турбонасосного агрегата.

Покажем, что при насосной системе подачи имеется такое давление в топливном баке и такая угловая скорость турбонасосного агрегата, когда масса системы питания, состоящая из массы топливных баков и массы турбонасосного агрегата, имеет минимальное значение.

В первом приближении массу одновального турбонасосного агрегата с одной турбиной и с одноступенчатыми насосами с односторонним входом с суммарным расходом более  $0.06 \text{ м}^3/\text{с}$  можно определить по соотношению, предложенному в работе [28]:

$$m_{\text{тн а}} = \frac{k_{\text{тн а}} \cdot \epsilon}{\omega} \cdot \left( \dot{m}_{\text{тн}} \cdot H_{\text{тн}}^{3/2} + \dot{m}_{\text{н}} \cdot H_{\text{н}}^{3/2} \right), \quad (1)$$

где  $k_{\text{тн а}} = (0.3 \dots 0.35) \cdot 10^{-3} \text{ рад} \cdot \text{с}^3 / \text{м}^3$ .

Зависимость угловой скорости от давления в топливном баке можно получить из выражения для кавитационного коэффициента кавитации [5]:

$$\omega = \frac{C_{\text{к}} \cdot p_{\text{ба}}}{298 \cdot \sqrt{\dot{m}} \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \left( p_{\text{ба}} - \Delta p_{\text{тн}} - \Delta p_{\text{н}} - p_{\text{с}} \right)^{3/4}. \quad (2)$$

Предполагая, что давления в топливных баках окислителя и горючего одинаковы и баки изготовлены из материалов с одинаковой плотностью и прочностью, массу топливных баков можно оценить так:

$$m_{\text{тб}} = \frac{3 \cdot k_{\text{с}} \cdot \rho_{\text{с}}}{2 \cdot k_{\text{в}} \cdot [\sigma]} \cdot \left( \frac{m_{\text{о}}}{\rho_{\text{о}}} + \frac{m_{\text{г}}}{\rho_{\text{г}}} \right) \cdot p_{\text{ба}} + \Delta m_{\Sigma}, \quad (3)$$

где постоянная  $\Delta m_{\Sigma}$  представляет собой суммарную массу элементов топливных баков, масса которых не зависит от давления в баках, например, заборные устройства, датчики уровня и давления, демпферы и др.

$$\text{Тогда масса системы питания} \quad m_{\text{с п}} = m_{\text{тн а}} + m_{\text{тб}}. \quad (4)$$

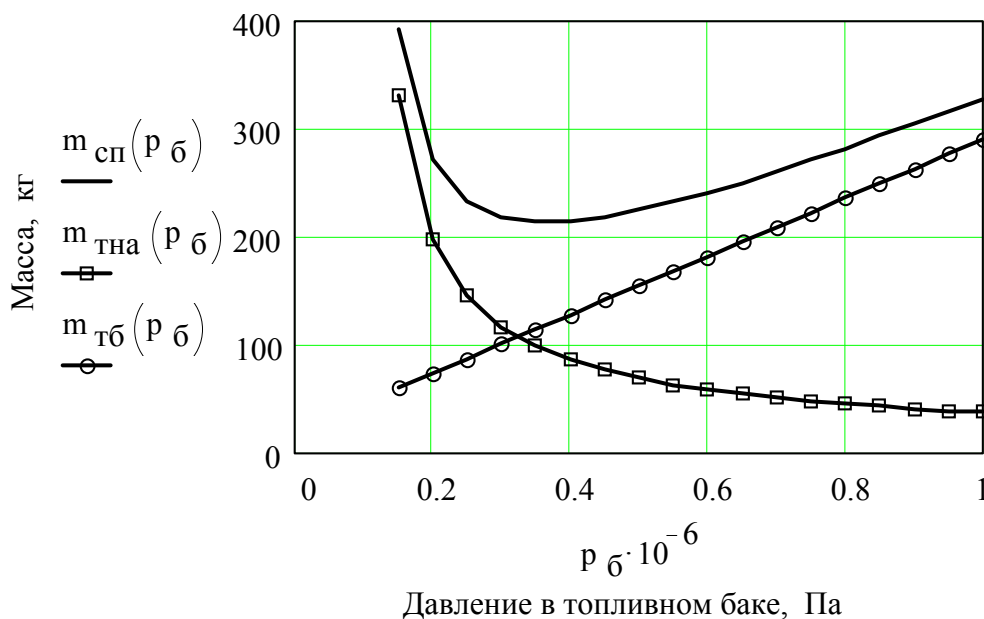


Рис.3. Зависимость массы топливных баков, массы ТНА и массы системы питания от давления в топливном баке

На рис. 3 представлены результаты расчета массы турбонасосного агрегата, массы топливных баков и массы системы питания в зависимости от давления. Расчеты были выполнены для двигательной установки с последовательным горением с параметрами: расход окислителя - 100 кг/с; плотность окислителя - 1500 кг/м<sup>3</sup>; напор насоса окислителя - 23 кДж/кг; расход горючего - 50 кг/с; плотность горючего - 1000 кг/м<sup>3</sup>; напор насоса горючего - 35 кДж/кг; время работы двигательной установки - 60 секунд. При этом принималось, что кавитационный коэффициент быстроходности равен 4000, а потери давления на расходной магистрали, резерв по давлению и давление насыщенных паров, вместе взятые, равны 0,1 МПа.

Из рис. 3 видно, что с увеличением давления в свободном газовом пространстве увеличивается масса топливных баков, а с уменьшением – увеличивается масса турбонасосного агрегата.

Минимальная масса системы питания возможна тогда, когда давление как можно меньше, а угловая скорость как можно больше, что представляет наиболее благоприятные условия для возникновения продольной колебательной неустойчивости.

Если подставить соотношения (1-3) в (4) и продифференцировать по давлению в топливном баке, то можно получить выражения для оптимальных значений давления, угловой скорости и массы системы питания в виде:

$$p_{б\ opt} = \left( \frac{3 \cdot k_2}{4 \cdot k_1 \cdot k_3} \right)^{4/7} + \Delta p_{\Sigma} ; \quad \omega_{opt} = k_3 \cdot \left( \frac{3 \cdot k_2}{4 \cdot k_1 \cdot k_3} \right)^{3/7} ;$$

$$m_{\bullet\ opt} = k_1 \cdot \left[ \frac{7}{3} \cdot \left( \frac{3 \cdot k_2}{4 \cdot k_1 \cdot k_3} \right)^{4/7} + \Delta p_{\Sigma} \right] + \Delta m_{\Sigma} ,$$

где  $k_1 = \frac{3 \cdot k_{\sigma} \cdot \rho_{с.т.}}{2 \cdot k_v \cdot [\sigma]} \cdot \left( \frac{m_o}{\rho_o} + \frac{m_{\Gamma}}{\rho_{\Gamma}} \right) ; \quad k_2 = k_{\epsilon} \cdot \left( \dot{m}_{,,} \cdot H^{3/2} + \dot{m}_{\epsilon} \cdot H^{3/2} \right) ;$

$$k_3 = \frac{C_{-p\%o}}{298 \cdot \sqrt{\dot{m}_{,,}} \cdot \sqrt{\rho_{,,}}} ; \quad \Delta p_{\Sigma} = \Delta p_{\bullet\,,\sim} + \Delta p_{p\ H\dot{K}\ H p\%o} + p_s .$$

В нашем случае угловая скорость равна 2512 рад/с , а давление в баке равно 0.364 МПа. Следует заметить, что давление в баке не зависит от параметра  $\Delta m_{\Sigma}$  (массы заборного устройства, демпферов, датчиков и других элементов ), а угловая скорость не зависит от таких параметров как  $\Delta m_{\Sigma}$  и  $\Delta p_{\Sigma}$  (давления насыщенных паров, сопротивления расходной магистрали и резерва по давлению).

Продольная колебательная неустойчивость –это своего рода плата за улучшение тактико-технических характеристик ракет на жидком топливе путем улучшения коэффициента совершенства конструкции. В связи с тем, что в ближайшее время альтернативы ракетам на жидком топливе не предвидится, то проблема продольной колебательной устойчивости еще долго будет оставаться актуальной.

Очевидно, что для устранения продольной колебательной неустойчивости необходимо развести собственные частоты колебаний корпуса ракеты и собственные частоты колебаний давления и расхода в

топливоподающих магистральных. Для этого необходимо уметь определять указанные частоты и изменять их значения. Поэтому все последующие усилия ученых были направлены на исследование динамики упругого корпуса ракеты, например, [20, 22, 27, 35] и исследование динамических характеристик топливоподающей магистрали с насосной системой подачи [7-11, 13-19, 24, 29, 34].

Многочисленные исследования системы питания показали, что специфические особенности обтекания лопастей насоса в режиме частичной кавитации, а также особенности протекания тепломассообменных процессов в каверне могут возбуждать в топливоподающей магистрали автоколебательные режимы. Поэтому устранить продольную колебательную неустойчивость можно и путем демпфирования кавитационных автоколебаний.

На этой основе разработаны различные способы стабилизации продольной колебательной неустойчивости [4, 6, 40], например, путем вдува газа в расходную магистраль, или установкой демпфера на входе в кавитирующий насос. Однако, это приводит к увеличению массы конструкции и может свести на нет все преимущества, полученные за счет улучшения коэффициента совершенства конструкции.

В последующих главах рассмотрены экспериментальные и теоретические результаты, полученные различными исследователями, позволяющие углубить познания специфических особенностей протекания кавитационных явлений в проточной части лопастного насоса и с учетом новых знаний разработать более эффективные способы устранения продольной колебательной неустойчивости.

## **Глава 1.**

### **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Для разработки математической модели топливоподающей магистрали, содержащей кавитирующий шнекоцентробежный насос,

описывающей возникновение и развитие кавитационных автоколебаний, необходимо знание опытных статических энергетических и кавитационных характеристик лопастного насоса, а для оценки качества модели и параметры автоколебаний и границы устойчивой работы системы питания.

Экспериментальным исследованиям статических и динамических характеристик систем питания ЖРДУ посвящено большое количество работ, например, [26,31,33,41]. Приведем обобщенные результаты экспериментальных исследований, которые нашли широкое применение как при разработке математических моделей, так и при разработке мероприятий, обеспечивающих устойчивую работу системы питания.

Все системы питания, состоящие из расходной магистрали, кавитирующего лопастного насоса и напорной магистрали удобнее разделить на устойчивые и неустойчивые. Дело в том, что для устойчивой системы невозможно определить параметры предельного цикла автоколебаний или границы устойчивой работы, а для неустойчивой системы невозможно определить статические характеристики в режиме автоколебаний. Поэтому опытные характеристики для устойчивых и неустойчивых систем существенно отличаются друг от друга, а их сопоставление может дать весьма любопытные результаты.

### **1.1. Экспериментальная установка**

Схема типичной экспериментальной установки для определения статических энергетических и кавитационных характеристик лопастного насоса, а также параметров предельного цикла автоколебаний и границ устойчивости системы питания “расходная магистраль – лопастной насос – напорная магистраль”, приведена на рис. 1.1.

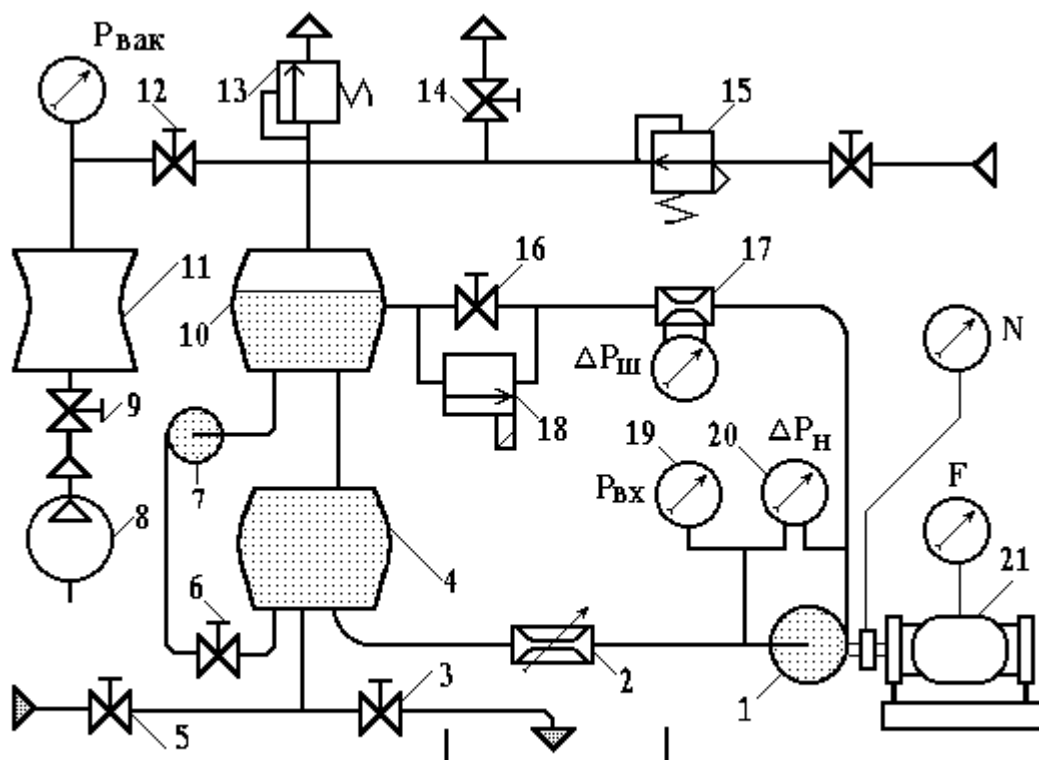


Рис. 1.1. Схема экспериментальной установки

Рабочее тело поступает из питающей емкости 4 по расходной магистрали с переменным сопротивлением 2 к насосу 1, а затем по напорной магистрали возвращается обратно в питающую емкость. На напорной магистрали установлены вентиль 16, расходная шайба с дифференциальным манометром 17 и электропневмоклапан 18. С помощью вентилей поддерживается постоянным или изменяется расход через систему, а с помощью дифференциального манометра измеряется перепад давления на расходной шайбе и рассчитывается расход. Электропневмоклапан 18 позволяет подать на систему ступенчатое воздействие по расходу.

Для привода лопастного насоса используется электродвигатель постоянного тока 21, выполненный по балансирной схеме. Это позволяет поддерживать постоянными обороты насосного агрегата и определять крутящий момент и мощность, потребляемую насосом. В опыте непосредственно измеряется сила  $F$ , приложенная к статору

электродвигателя на плече  $L$ , и обороты вала насоса  $N$  посредством электроимпульсного счетчика оборотов, состоящего из индуктивного датчика и частотомера.

Напор насоса рассчитывается по перепаду давления на насосе, который измеряется дифференциальным манометром 20. Кроме того, параллельно указанным средствам измерения подключены датчики, позволяющие измеряемые параметры записывать на осциллограф, либо непосредственно вводить в вычислительную машину для обработки результатов измерения и составления протокола испытаний.

Для управления кавитационными явлениями в проточной части насоса имеются система наддува питающей емкости сжатым воздухом и система вакуумирования. Система наддува состоит из вентиля 14, редуктора 15 и предохранительного клапана 13. Настройка редуктора позволяет изменять давление в свободном газовом пространстве емкости и тем самым давление на входе в насос, которое измеряется манометром 19. Система вакуумирования состоит из вентиля 9, ресивера 11, и вакуумного насоса 8. Заправка и опорожнение системы осуществляются с помощью вентиля 5 и 3.

Кавитационные явления существенно зависят от количества растворенного воздуха в рабочем теле. Для того, чтобы воздух не насыщал рабочее тело, имеются две емкости 10 и 4. Емкость 10 исключает прямой контакт сжатого воздуха с рабочим телом в емкости 4 и тем самым растворение воздуха в процессе проведения испытаний. Кроме того, рабочее тело можно предварительно деаэрировать, если прокачивать его стационарным насосом 7 при открытом вентиле 6 и одновременно вакуумировать свободное газовое пространство в емкости 10. При этом испытуемый насос 2 должен продолжать работать во избежание проникновения воздуха в систему через уплотнения. С этой же целью при проведении испытаний необходимо в начале выполнить наддув

свободного газового пространства, затем запуск насоса, а после проведения испытаний, перед выключением насоса, вновь обеспечить наддув свободного газового пространства.

Таким образом, простейшая экспериментальная установка позволяет управлять расходом рабочего тела, оборотами ротора насоса и давлением на входе в насос. Этого достаточно для определения и анализа статических характеристик кавитирующего насоса и динамических характеристик системы питания в целом.

## **1.2. Неустойчивые системы питания**

В связи с тем, что кавитационные явления в проточной части насоса возникают и развиваются при понижении давления на входе в лопастной насос, во многих работах, например [10,11], исследуются зависимости напора насоса, объема кавитационной каверны, амплитуды и частоты автоколебаний от давления на входе насоса при постоянных значениях расхода через насос и оборотах насосного агрегата. Опишем уникальные экспериментальные результаты, полученные многочисленными исследователями, обобщенное качественное представление которых показано на рис. 1.2. При этом будем сопоставлять результаты измерений, и визуальные наблюдения за поведением кавитационной каверны с помощью стробоскопического эффекта либо скоростной киносъемки.

В зависимости от величины давления на входе лопастного насоса можно выделить различные режимы и стадии развития кавитации в проточной части, а следовательно работы насоса. Монотонно понижая давление на входе лопастного насоса, будем наблюдать картину обтекания входной кромки лопасти потоком жид-кости и при этом регистрировать показания измерительных приборов. При определенном давлении на входе насоса на входной кромке одной из лопастей спонтанно появляется кавитационная каверна. Это давление будем обозначать  $P_{\text{кав}}$

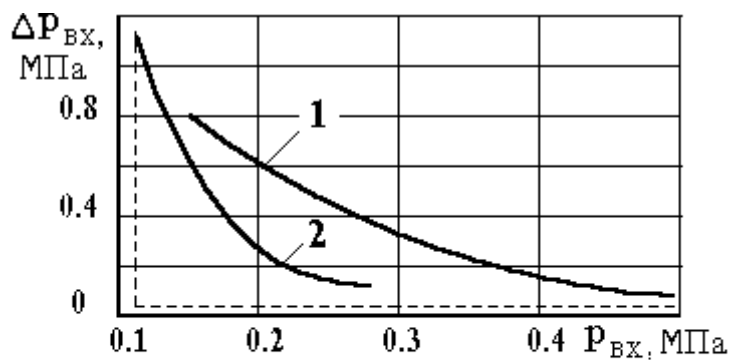


Рис.1.3. Зависимость амплитуды автоколебаний от входного давления, перепад давления на расходной магистрали: 1 — 0.004 МПа; 2 — 0.34 МПа

#### 5. Кавитация и POGO-неустойчивость

и называть режимом зарождения или начала кавитации. Стадию работы насоса при давлении на входе больше чем давление  $P_{кав}$  называют стадией бескавитационной работы.

При последующем понижении давления кавитационная каверна появляется на всех входных кромках лопастей и при давлении  $P_{вх} = P_{кр1}$  на напорной характеристике наблюдается излом. Режим работы насоса, соответствующий первому излому напорной характеристики называют первым критическим режимом. В связи с тем, что при изменении давления от  $P_{кав}$  до  $P_{кр1}$  показания измерительных приборов не изменяются, несмотря на то, что кавитационная каверна наблюдается на всех лопастях и увеличивается с понижением давления, эту стадию называют стадией скрытой кавитации.

При дальнейшем понижении давления наблюдается монотонное падение напора с возникновением кавитационных автоколебаний малой амплитуды и высокой частоты. Следует заметить, что уменьшение давления приводит к увеличению амплитуды и уменьшению частоты автоколебаний. При этом кавитационная каверна становится неустановившейся, периодической и распространяется на всю лопасть. Определить характер изменения напора насоса не представляется возможным и поэтому на рис. 1.2 напорная характеристика изображается пунктиром. Особенностью кавитационных автоколебаний является зависимость формы колебаний от давления. При высоких давлениях форма колебаний близка к синусоидальной. При низких давлениях форма колебаний несинусоидальная, разрывная, представляющая собой

чередование острых “пиков” и “полочек”. В точке 2 кавитационные автоколебания затухают и вновь напор насоса монотонно уменьшается. При давлении равном  $P_{кр2}$  или  $P_{срв}$  появляется второй излом в напорной характеристике. Режим работы насоса, соответствующий второму излому напорной характеристики называют вторым критическим режимом или срывным режимом. Впервые критические режимы были введены С.С. Рудневым [38]. Стадию работы насоса при давлении ниже первого критического режима, но выше второго критического режима называют стадией неустановившейся или периодической кавитации.

Последующее понижение давления приводит к резкому падению напора, кавитационная каверна охватывает всю лопасть и распространяется за пределы лопасти. Сохранить постоянным расход через насос не представляется возможным. При давлении равном  $P_{суперкав}$  наблюдается срыв работы лопастного насоса. Стадию работы насоса при давлении ниже второго критического режима, но выше режима начала суперкавитации называют суперкавитационной стадией.

Анализ приведенных экспериментальных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. Низкочастотные кавитационные автоколебания возникают при давлении на входе насоса ниже первого критического режима и исчезают при давлении близком к кавитационному срыву насоса;
2. Частота кавитационных автоколебаний уменьшается с понижением давления на входе в насос, а амплитуда увеличивается;
3. Форма колебаний существенно зависит от давления на входе в насос: при высоких давлениях – синусоидальная, а при низких давлениях – разрывная.

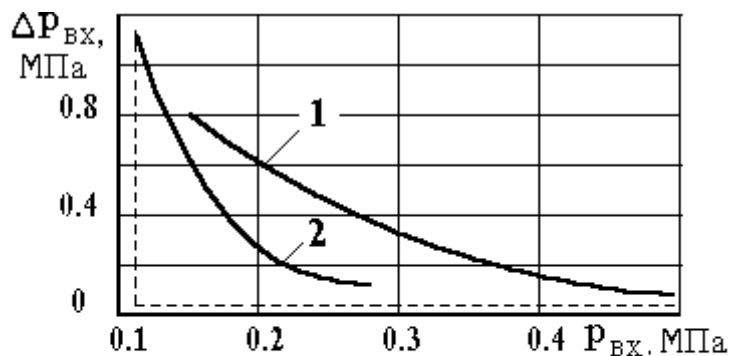
На основе полученных результатов были разработаны различные математические модели системы питания (см. главу 3), позволяющие в той

или иной степени объяснить опытные данные, вскрыть механизмы возникновения и развития автоколебаний и разработать способы, обеспечивающие устойчивую работу системы питания. Практическое применение нашли следующие способы: повышение сопротивления расходной магистрали, установка демпфера на выходе расходной магистрали и вдув нейтрального газа в расходную магистраль.

Следует обратить внимание на два весьма важных обстоятельства. Во-первых, указанные способы ухудшают тактико-технические характеристики ракет, т. к. приводят к увеличению коэффициента совершенства конструкции. Во-вторых, летные испытания показали, что и в этом случае, устойчивые в лабораторных условиях системы питания, теряют устойчивость в полете. Это побудило к более детальному исследованию так называемых устойчивых систем питания ЖРДУ и позволило открыть новые опытные данные, которые не укладывались в рамки существовавших на тот момент математических моделей.

### **1.3. Устойчивые системы питания**

В работе [26] представлена систематизированная информация о влиянии основных режимных факторов и сопротивлений магистралей на возникновение и развитие кавитационных автоколебаний. Наибольший интерес представляет исследование влияния сопротивления расходной магистрали на устойчивость системы питания. Зависимость амплитуды автоколебаний от входного давления для различных значений перепада давления на расходной магистрали, полученные в работе [26], приведены на рис. 1.3.



**Рис.1.3. Зависимость амплитуды автоколебаний от входного давления, перепад давления на расходной магистрали: 1 — 0.004 МПа; 2 — 0.34 МПа**

Из рисунка следует, что при малом значении сопротивления, равном 0,004 МПа, система питания ведет себя точно так же, как это описано в параграфе 1.2, независимо от того повышается давление на входе системы или понижается. При повышенном значении сопротивления, равном 0.34 МПа, понижение давления до значения 0.11 МПа не приводит к потере устойчивости. При входном давлении 0.11 МПа возникают автоколебания значительной амплитуды, которые сохраняются при повышении входного давления до 0.2 ... 0.3 МПа. Это говорит о том, что система с кавитирующим лопастным насосом с повышенным сопротивлением расходной магистрали обладает гистерезисом и склонна к режимам жесткого возбуждения.

Любопытные результаты были получены при исследовании системы питания с таким сопротивлением расходной магистрали, когда она была устойчива при любом давлении на входе.

Прежде всего удалось определить вид срывной напорной характеристики для лабораторного насоса в интервале входного давления, соответствующего стадии периодической кавитации. Из рис. 1.4 следует, что напор насоса возрастает при понижении входного давления, а так как при этом объем каверны увеличивается, то такое свойство насоса получило название “отрицательной упругости”. Такого вида срывные напорные характеристики можно увидеть в работах [18,19] и [40,41]. В последней было показано, что так называемая “отрицательная упругость” приводит к возникновению и развитию кавитационных автоколебаний. Следует заметить, что природа можно увидеть в работах [18,19] и [40,41]. В

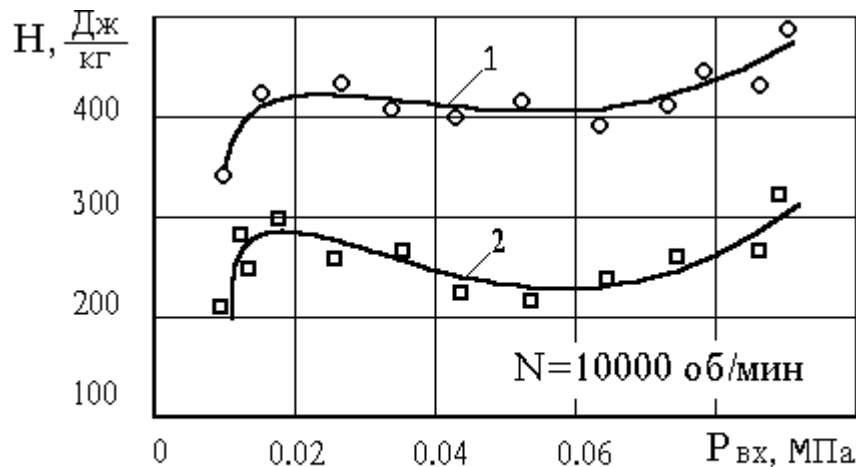


Рис. 1.4. Срывная напорная характеристика; расход: 1— 2 кг/с; 2— 4.5 кг/с

ция и POGO-неустойчивость

последней было показано, что так называемая “отрицательная упругость” приводит к возникновению и развитию

кавитационных автоколебаний. Следует заметить, что природа “отрицательной упругости” до конца не изучена, но имеются попытки объяснить “отрицательную упругость” существованием локальных зон неустойчивости. Если измерить давление между шнеком и центробежным колесом, то можно наблюдать интенсивные колебания давления тогда, когда на входе и на выходе насоса колебания отсутствуют. Это дает основание рассматривать кавитирующий шнекоцентробежный насос как многоканальную систему, с различными объемами каверн в каждом канале, которые обусловлены технологическим разбросом при изготовлении.

Особый интерес представляет отклик системы на ступенчатое воздействие по расходу. Схема подачи возмущения по расходу показана на рис.1.1, где на напорной магистрали установлено местное сопротивление 16, а параллельно ему нормально закрытый электроклапан 18. При открытии электроклапана расход через систему питания увеличивается, что приводит к уменьшению давления на входе в насос, а при закрытии электроклапана расход уменьшается до прежнего значения, давление увеличивается и система возвращается в исходное состояние, но уже в новом качестве.

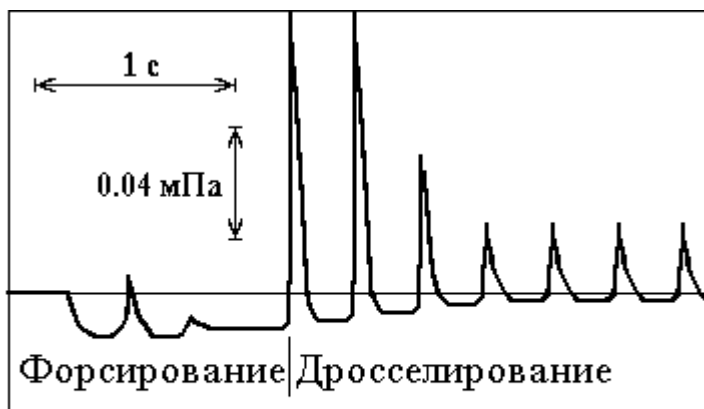


Рис. 1.5. Осциллограмма изменения давления на входе в насос при его форсировании и дросселировании

Характер изменения давления на входе в насос, при его форсировании и дросселировании по расходу, приведен на рис. 1.5. Из рисунка следует, что при форсировании насоса переходный процесс быстро затухает и система питания остается устойчивой. При дросселировании в системе питания устанавливается предельный цикл колебаний, который сохраняется при последующем повышении входного давления. Следовательно, кавитирующий шнекоцентробежный насос действительно склонен к режимам жесткого возбуждения. Кроме того, можно предположить, что процессы при испарении пара – устойчивы, а процессы, сопровождаемые конденсацией пара – неустойчивые.

В подтверждение последнего предположения было проведено исследование влияния градиента нарастания давления в свободном газовом пространстве питающей емкости на устойчивость абсолютно устойчивой системы питания. Установлено, что с увеличением градиента нарастания давления в системе питания возникают автоколебания.

Таким образом, анализ результатов экспериментальных исследований кавитирующего шнекоцентробежного насоса позволяет сделать следующие выводы.

1. Кавитирующий шнекоцентробежный насос обладает гистерезисом и склонен к режимам жесткого возбуждения. При этом процессы, связанные с испарением рабочего тела – устойчивы, с конденсацией – неустойчивы. Градиент изменения режимных параметров оказывает существенное влияние на устойчивость системы питания.

2. Срывная напорная характеристика в стадии периодической кавитации обладает “отрицательной упругостью”, т.е. с увеличением объема кавитационной каверны давление на выходе из насоса увеличивается.

3. В кавитирующем шнекоцентробежном насосе возможна межканальная неустойчивость.

## **Глава 2.**

### **СТАТИЧЕСКИЕ КАВИТАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

При исследовании устойчивости топливоподающей магистрали ЖРДУ важное значение имеют количественные соотношения между объемом кавитационной каверны, коэффициентом кавитации, расходом рабочего тела и оборотами турбонасосного агрегата. Не менее важное значение имеют параметры, соответствующие срыву энергетических характеристик насоса. Расчету указанных характеристик и параметров посвящено большое количество работ, но наиболее значимыми в инженерной практике, на наш взгляд, являются работы [38, 40, 41], на идеализированные результаты которых мы будем опираться в своих расчетах, лишь по иному учитывая реальную природу обтекания решетки пластин потоком жидкости.

## 2.1. Обтекание бесконечной решетки абсолютно тонких пластин потенциальным потоком идеальной жидкости

В основу расчетов положим соотношения, полученные в работах [40, 41], при решении задачи обтекания бесконечной решетки абсолютно тонких лопастей потенциальным потоком идеальной жидкости для режима частичной кавитации и суперкавитации. Выполним расчеты координат контура кавитационной каверны в режиме частичной кавитации и параметров начала режима суперкавитации, соответствующих срыву энергетических характеристик гидромашины, и проанализируем полученные результаты.

### 2.1.1. Теоретические параметры кавитационной каверны в режиме частичной кавитации

Координаты контура кавитационной каверны в плоскости течения в параметрическом виде связаны соотношением [40]:

$$x(\varphi) + iy(\varphi) = z(\varphi) - z(\varphi = -\pi), \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} z(\varphi) = & \exp(-i\gamma) \cdot \ln[\sqrt{k+1} \cdot \exp(i\varphi) - \exp(-i\alpha)] + \\ & + \exp(i\gamma) \cdot \ln[\sqrt{k+1} \cdot \exp(i\varphi) - \exp(i\alpha)] + \\ & + \frac{1}{k+1} \cdot \exp[i(\gamma + 2 \cdot \alpha)] \cdot \ln\left[\frac{1}{\sqrt{k+1}} \cdot \exp(i\varphi) - \exp(-i\alpha)\right] + \\ & + \frac{1}{k+1} \cdot \exp[-i(\gamma + 2 \cdot \alpha)] \cdot \ln\left[\frac{1}{\sqrt{k+1}} \cdot \exp(i\varphi) - \exp(i\alpha)\right] - \\ & - 2 \cdot R \cdot \cos(\gamma + \alpha) \cdot \left\{ \ln[R \cdot \sqrt{k+1} \cdot \exp(i\varphi) - 1] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{R^2 \cdot (k+1)} \cdot \ln\left[\frac{1}{R \cdot \sqrt{k+1}} \cdot \exp(i\varphi) - 1\right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

при изменении параметра  $\varphi$  от  $-\pi$  до нуля. Когда параметр  $\varphi$  увеличивается на  $2 \cdot \pi$ , координата  $z$  перемещается на расстояние  $2 \cdot \pi$  к соответствующей точке на следующем профиле решетки.

Коэффициент кавитации  $k$  в режиме частичной кавитации связан с коэффициентом отношения скоростей  $R$  соотношением

$$k = \frac{1/R + R - 2 \cdot \cos(\alpha)}{\cos(\alpha) - R + \sin(\alpha) \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \alpha)}, \quad (2.3)$$

которое можно непосредственно получить из уравнения количества движения в проекции на касательную к лопасти.

Результаты расчета координат контура кавитационной каверны, выполненные по соотношениям (2.1) - (2.3), для различных значений коэффициента кавитации и углов атаки при постоянном значении угла скоса решетки, равном 75 градусов, что соответствует углу установки лопасти 15 градусов, приведены на рис. 2.1, 2.2. На рис. 2.1 показаны координаты контура кавитационной каверны при значении коэффициента кавитации  $k = 0.018$ , угла установки лопасти  $\beta = 15^\circ$  и различных углах атаки.

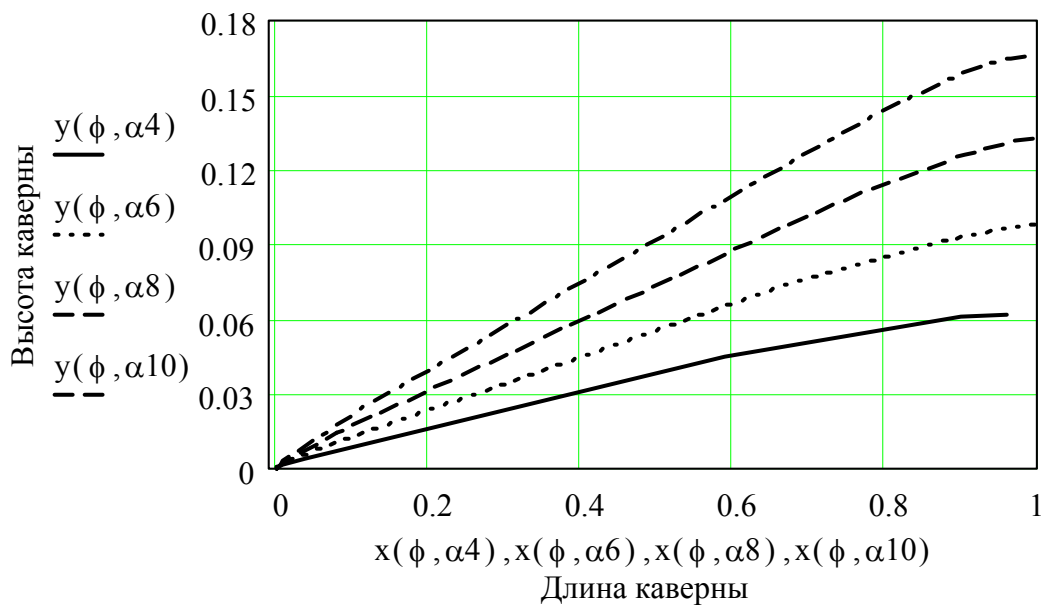


Рис.2.1. Координаты контура кавитационной каверны для различных значений угла атаки:  $\alpha_4 = 4^\circ$ ;  $\alpha_6 = 6^\circ$ ;  $\alpha_8 = 8^\circ$ ;  $\alpha_{10} = 10^\circ$ ; при  $\beta = 15^\circ$ ;  $k = 0.018$

Из анализа контуров следует, что с увеличением угла атаки высота кавитационной каверны увеличивается, а живое сечение потока уменьшается, т.е. сопротивление, оказываемое потоку решеткой возрастает и становится максимальным при значениях угла атаки равном углу установки лопасти, которое практически не достижимо из-за равенства расхода нулю. Очевидно и обратное, с уменьшением угла атаки, высота

каверны уменьшается, живое сечение потока возрастает, а сопротивление решетки падает и становится минимальным при угле атаки равном нулю, что также не достижимо из-за равенства напора нулю.

Из треугольника скоростей на входе в решетку при отсутствии закрутки вектора абсолютной скорости следует, что с увеличением угла атаки абсолютная скорость потока, а значит и расход уменьшаются и наоборот с увеличением абсолютной скорости или расхода угол атаки уменьшается, т.е. кавитирующая решетка пластин обладает так называемым “отрицательным сопротивлением”.

На рис. 2.2 и 2.3 приведены координаты контура кавитационной каверны в области входной кромки лопасти для различных значений угла атаки и различных значений коэффициента кавитации.

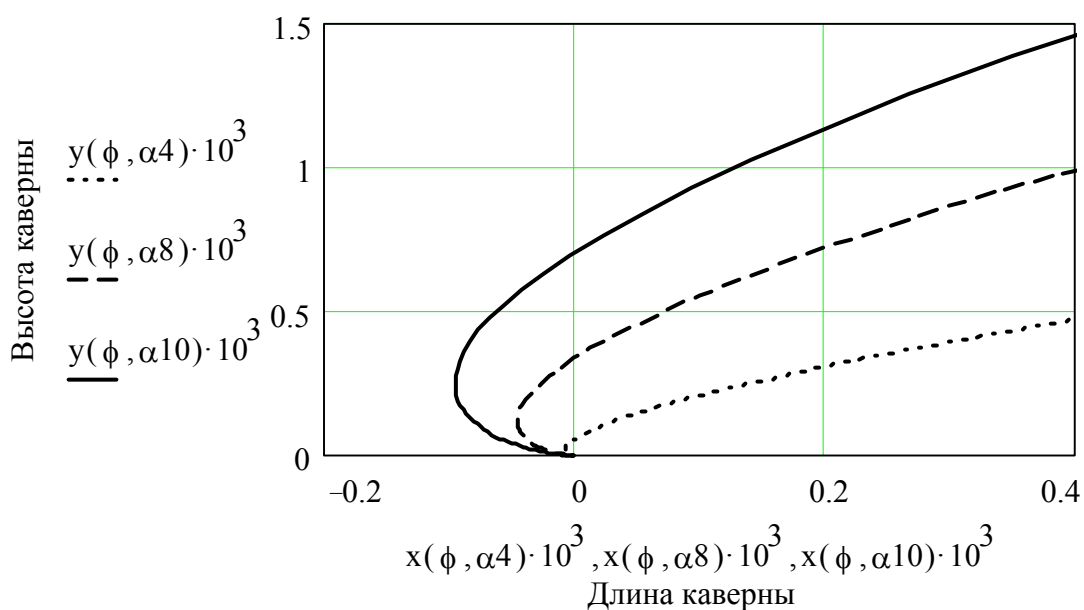


Рис.2.2. Координаты контура кавитационной каверны в области входной кромки для различных значений угла атаки:  $\alpha_4 = 4^\circ$ ;  $\alpha_8 = 8^\circ$ ;  $\alpha_{10} = 10^\circ$ ; при  $\beta = 15^\circ$ ,  $k = 0.2$

На рис.2.2 координаты контура кавитационной каверны рассчитывались при постоянном значении коэффициента кавитации, а на рис.2.3 при постоянном значении угла атаки.

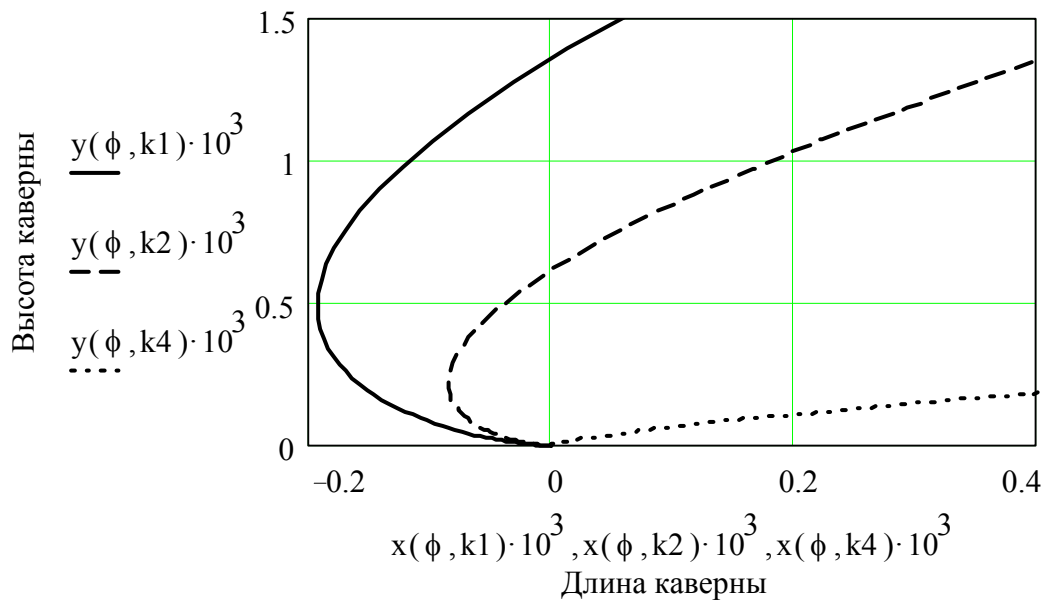


Рис.2.3. Координаты контура кавитационной каверны в области входной кромки для различных значений коэффициента кавитации:

$k_1 = 1$ ;  $k_2 = 0.5$ ;  $k_4 = 0.02$ ; при  $\beta = 15^\circ$ ;  $\alpha = 6^\circ$

Из анализа рисунков следует, что с уменьшением угла атаки и коэффициента кавитации высота кавитационной каверны в области входной кромки уменьшается. Это значит, что толщина входной кромки должна оказывать существенное влияние при малых углах атаки и особенно на параметры срыва энергетических характеристик осевой гидромашины.

Для проведения большинства расчетов достаточно знать максимальные значения координат кавитационной каверны, которые легко получить, если положить в соотношении (3.1) параметр  $\varphi = 0$ . Тогда длина кавитационной каверны  $c = x(\varphi = 0)$ , а высота  $h = y(\varphi = 0)$ . С учетом соотношения (2.2) после преобразования имеем:

$$h = t \cdot \sin(\beta) \cdot \left[ 1 - R \cdot \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin(\beta)} \right]; \quad (2.4)$$

$$c = \frac{t}{2 \cdot \pi} \cdot \left\{ 2 \cdot \left[ \cos(\beta) + \frac{1}{k+1} \cdot \cos(\beta - 2 \cdot \alpha) \right] \cdot \operatorname{arctg} \left[ \frac{2\sqrt{k+1} \cdot \sin(\alpha)}{k} \right] + \right. \\ \left. + \left[ \sin(\beta) + \frac{1}{k+1} \cdot \sin(\beta - 2 \cdot \alpha) \right] \cdot \ln \left[ \frac{k+2-2 \cdot \sqrt{k+1} \cdot \cos(\alpha)}{k+2+2 \cdot \sqrt{k+1} \cos(\alpha)} \right] - \right. \\ \left. - 2 \cdot \sin(\beta - \alpha) \cdot \left[ R + \frac{1}{R \cdot (k+1)} \right] \cdot \ln \left[ \frac{R \cdot \sqrt{k+1} - 1}{R \cdot \sqrt{k+1} + 1} \right] \right\}, \quad (2.5)$$

где  $t$  - шаг решетки, отличный от  $2 \cdot \pi$ .

Результаты расчета высоты и длины кавитационной каверны в зависимости от коэффициента кавитации при постоянном значении угла установки лопасти равном  $15^\circ$  и различных углах атаки, приведены на рис. 2.4, 2.5.

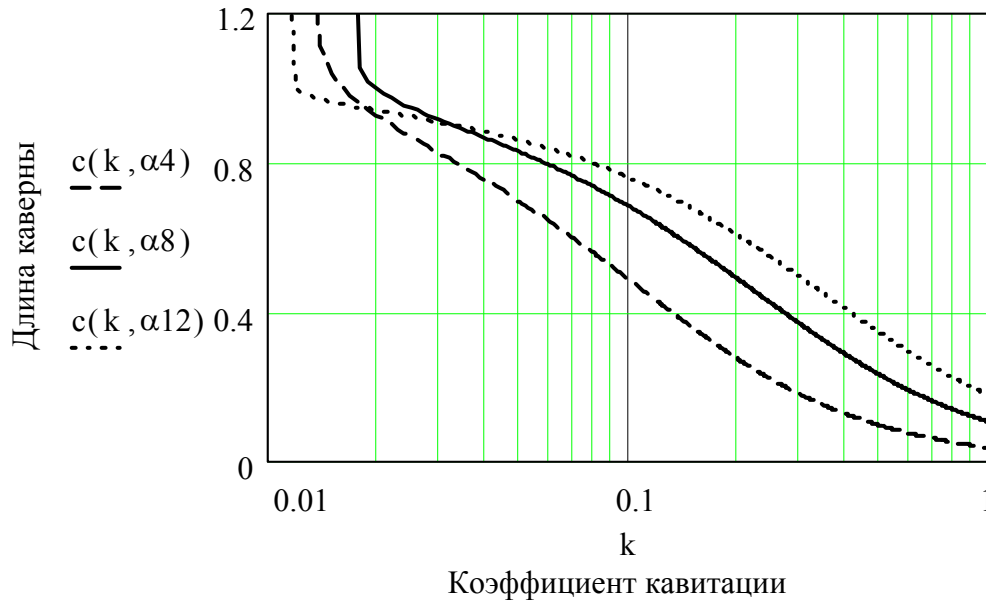


Рис.2.4. Зависимость длины кавитационной каверны от коэффициента кавитации для различных значений угла атаки:  $\alpha_4 = 4^\circ$ ;  $\alpha_8 = 8^\circ$ ;  $\alpha_{12} = 12^\circ$ ; при  $\beta = 15^\circ$

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что с понижением коэффициента кавитации наблюдается предельное его значение, которое соответствует максимальной высоте и бесконечной длине каверны. Это значение коэффициента кавитации называют критическим, а обтекание решетки суперкавитационным.

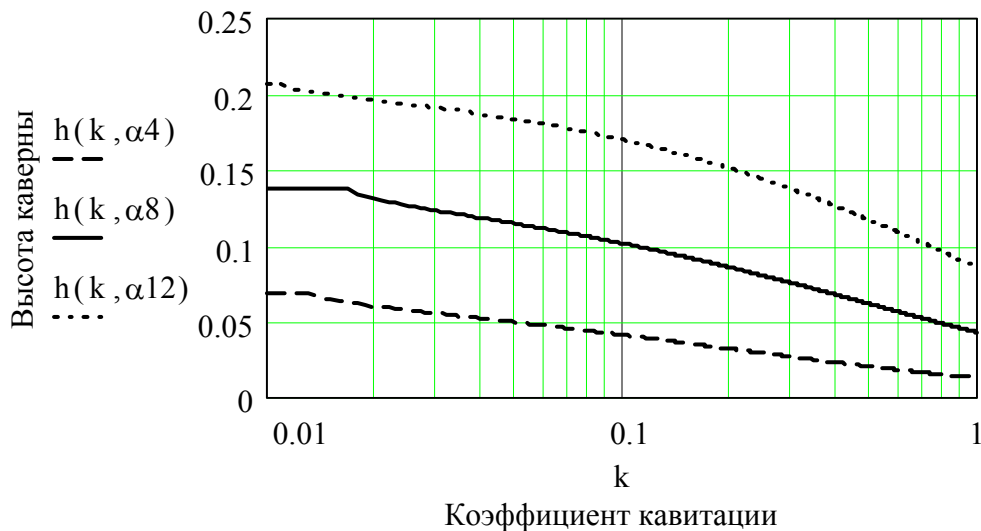


Рис.2.5. Зависимость высоты кавитационной каверны от коэффициента кавитации для различных значений углов атаки:

$$\alpha 4 = 4^\circ; \alpha 8 = 8^\circ; \alpha 12 = 12^\circ; \text{ при } \beta = 15^\circ$$

Лопастная гидромашина не может выполнять свои функции при значении коэффициента кавитации равном критическому, так как происходит срыв энергетических характеристик гидромашины. Приведем теоретические параметры, характеризующие кавитационные явления в проточной части гидромашины, соответствующие суперкавитационному режиму обтекания.

### 2.1.2. Теоретические параметры начала режима суперкавитации

Рассмотрим винтовой шнек постоянного шага с большой густотой решетки и постоянными значениями внешнего радиуса и радиуса втулки. Развертка сечения цилиндрической поверхностью, например, по внешнему радиусу, представляет собой бесконечную решетку плоских пластин. Определим условия срыва шнекового преднасоса из решения задачи обтекания бесконечной решетки бесконечно тонких плоских пластин установившимся потенциальным потоком идеальной жидкости в режиме суперкавитации, когда каверна становится бесконечной длины. Развертка сечения и картина течения, соответствующие данному случаю, а также геометрические и кинематические параметры потока показаны на рис. 2.6.



К контрольному объему  $a_1 b_1 b_2 a_2$ , выделенному пунктиром, применим уравнения количества движения, неразрывности и энергии. В связи с тем, что жидкость идеальная, а лопасть абсолютно тонкая, результирующая сила, действующая на лопасть, обусловлена только циркуляционным обтеканием и направлена по нормали к лопасти. Поэтому уравнение количества движения удобнее записать в проекции на направление лопасти:

$$\dot{m}_k \cdot [w_2 - w_1 \cdot \cos(\alpha)] = (p_1 - p_2) \cdot t \cdot \sin(\beta), \quad (2.6)$$

где расход через канал можно определить из уравнения неразрывности

$$\dot{m}_k = \rho \cdot t \cdot c_{1m} = \rho \cdot t \cdot w_1 \cdot \sin(\beta - \alpha), \quad (2.7)$$

а перепад давления на решетке из уравнения энергии для относительного движения

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} \cdot (w_2^2 - w_1^2). \quad (2.8)$$

Подставим соотношения (2.7) и (2.8) в (2.6) и поделим на квадрат скорости на выходе из решетки, получим квадратное уравнение относительно коэффициента отношения скоростей  $R_{срв} = w_1/w_2$ , соответствующего режиму срыва энергетических характеристик, в виде

$$R_{срв}^2 - \frac{2 \cdot \sin(\beta - \alpha)}{\sin(\beta - 2 \cdot \alpha)} \cdot R_{срв} + \frac{\sin(\beta)}{\sin(\beta - 2 \cdot \alpha)} = 0,$$

и решение

$$R_{срв} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{\sin(\beta - \alpha) - \sin(\alpha)}{\sin(\beta - 2 \cdot \alpha)}. \quad (2.9)$$

При проведении преобразований использовались соотношения:

$$\sin(\beta - 2 \cdot \alpha) = 2 \cdot \sin(\beta - \alpha) \cdot \cos(\alpha) - \sin(\beta);$$

$$\sin^2(\alpha) = \sin^2(\beta - \alpha) - \sin(\beta) \cdot \sin(\beta - 2 \cdot \alpha),$$

а из двух корней был выбран наименьший.

Из уравнения энергии (2.8) получим выражение, соответствующее срыву энергетических характеристик, для коэффициента кавитации

$$k_{\text{срв}} = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot w_1^2 / 2} = \left( \frac{w_2}{w_1} \right)^2 - 1 = \frac{1}{R_{\text{срв}}^2} - 1 = \frac{2 \cdot \sin(\beta - \alpha) \cdot \sin(\alpha)}{1 + \cos(\beta)} \quad (2.10)$$

и параметра кавитации

$$\tau_{-p\%} = \frac{p_1^* - p_2}{\rho \cdot u^2 / 2} = \left( \frac{w_2}{u} \right)^2 - 1 = \frac{1}{R_{-p\%}^2 \cdot \cos^2(\beta - \alpha)} - 1. \quad (2.11)$$

Сопоставления расчетных значений с опытными, которые соответствуют режиму срыва энергетических характеристик шнека, показали их существенные различия. Для оценки реальной природы жидкости в работе [41] введен поправочный коэффициент, так называемый коэффициент сжатия, представляющий собой отношение действительной, уменьшенной площади поперечного сечения потока, к теоретической, и получено выражение для оптимального значения коэффициента сжатия, соответствующего максимальному значению коэффициента кавитации. Это позволило получить удовлетворительное совпадение теоретических и экспериментальных результатов для оптимального значения угла атаки. Однако, для других значений углов атаки коэффициент сжатия необходимо определять из опыта. Кроме того, коэффициент сжатия учитывает влияние на срыв работы гидромашины различных факторов как бы в интегральном виде, что не позволяет выявить влияние того или иного фактора на развитие кавитационных явлений в проточной части решетки, а следовательно, и совершенствовать форму проточной части.

Анализ результатов расчета контура каверны для различных углов атаки дает основание предположить, что при малых углах атаки существенное влияние на срыв энергетических характеристик шнека оказывает толщина входной кромки лопасти, а при больших углах атаки –

потери, обусловленные стеснением потока жидкости каверной, а также потери, связанные с поворотом потока.

В работе [5] учтено влияние толщины входной кромки, что позволило улучшить совпадение теоретических и опытных результатов при малых углах атаки. Воспользуемся результатами, полученными в работах [40] и [5], и учтем потери на стеснение и поворот потока.

## **2.2. Обтекание решетки конечной толщины с учетом потерь энергии на стеснение и поворот потока**

В результате решения задачи обтекания решетки конечной толщины в режиме суперкавитации учтем потери энергии, обусловленные конечной толщиной входной кромки лопасти и коэффициентом потерь энергии на стеснение и поворот потока. Это дает большие возможности по улучшению сходимости теоретических и опытных значений параметров, характеризующих срыв работы гидромашины, так как мы можем варьировать не одним а двумя параметрами. Полученные результаты будем использовать и в режиме частичной кавитации.

### **2.2.1. Модифицированные параметры режима суперкавитации**

Расчетная схема обтекания решетки конечной толщины несжимаемой жидкостью в режиме суперкавитации показана на рис. 2.6. Для определения коэффициента кавитации либо параметра кавитации применим уравнение количества движения, неразрывности и энергии к контрольному объему  $a_1 a_2 b_2 b_1$ , который показан на рис. 2.6 пунктиром.

Уравнение количества движения удобнее записать в проекции на направление лопасти:

$$\dot{m}_k \cdot (w_2 - w_1 \cdot \cos \alpha) = t \cdot \sin \beta \cdot (p_1 - p_2) - (F - p_2 \delta) \quad (2.11)$$

В соответствии с работой [5] величина

$$(F - p_2 \cdot \delta) = A \cdot \delta \cdot \frac{\rho \cdot w_1^2}{2}, \text{ где } A = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sin(\beta - \alpha)}{4 + \pi \cdot \sin(\beta - \alpha)}. \quad (2.12)$$

Расход  $\dot{m}_k$  через межлопастной канал можно определить из уравнения неразрывности

$$\dot{m}_k = \rho \cdot t \cdot c_{1m} = \rho \cdot t \cdot w_1 \cdot \sin(\beta - \alpha), \quad (2.13)$$

а перепад давления на решетке из уравнения энергии для относительного движения

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} \cdot (w_2^2 - w_1^2) \pm \Delta p, \quad (2.14)$$

где  $\Delta p$  – представляет собой потери на поворот и внезапное сужение потока, которые пропорциональны изменению вектора относительной скорости по величине и направлению и в соответствии с работой [36] их можно определить так:

$$\Delta p = \xi \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (w_1^2 + w_2^2 - 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \cos \alpha). \quad (2.15)$$

Следует иметь в виду, что указанные потери вычитаются, если перепад давления  $(p_1 - p_2)$  используется в уравнении изменения количества движения (2.11), и прибавляются, когда определяются параметры, характеризующие срыв работы решетки.

Подставим соотношения (2.15) в (2.14), а соотношения (2.12), (2.13) и (2.14) в (2.11) и поделим на квадрат скорости на выходе из решетки, получим квадратное уравнение относительно коэффициента отношения скоростей

$$R_{\text{срвд}}^2 + \frac{2 \sin(\beta - \alpha) - 2 \xi \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\beta - 2\alpha) - \xi \sin \beta - A \bar{\delta}} \cdot R_{\text{срвд}} + \frac{1 - \xi}{\sin(\beta - 2\alpha) - \xi \sin \beta - A \bar{\delta}} = 0. \quad (2.16)$$

После преобразования, выбирая наименьший корень, получим:

$$R_{\text{срвд}} = \frac{\sin(\beta - \alpha) - \xi \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\beta - 2\alpha) - \xi \sin \beta - A \bar{\delta}} - \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha (1 - \xi^2 \sin^2 \beta) + (1 - \xi) A \bar{\delta} \sin \beta}}{\sin(\beta - 2\alpha) - \xi \sin \beta - A \bar{\delta}}. \quad (2.17)$$

Из уравнения энергии (3.14) легко получить выражение для коэффициента кавитации

$$k_{\text{срвд}} = \frac{1}{R_{\text{срвд}}^2} - 1 + \xi \cdot \left[ \frac{1}{R_{\text{срвд}}^2} + 1 - \frac{2 \cdot \cos \alpha}{R_{\text{срвд}}} \right] \quad (2.18)$$

и параметра кавитации

$$\tau_{\text{срвд}} = \frac{1}{R_{\text{срвд}}^2 \cdot \cos^2(\beta - \alpha)} - 1 + \frac{\xi}{\cos^2(\beta - \alpha)} \left[ \frac{1}{R_{\text{срвд}}^2} + 1 - \frac{2 \cdot \cos \alpha}{R_{\text{срвд}}} \right]. \quad (2.19)$$

Для характеристики антикавитационных свойств гидромашины и проведения проектных расчетов широко применяется кавита-ционный коэффициент быстроходности

$$C_{\text{срв}} = 298 \cdot \frac{\omega \cdot \sqrt{Q}}{(\Delta h_{\text{срв}})^{3/4}}. \quad (2.20)$$

Выражая угловую скорость через окружную, а расход через осевую с помощью соотношений:  $\omega = \frac{2 \cdot u_{\text{п}}}{D_{\text{ш}}}$ ;  $Q = c_{17} \cdot \frac{\pi \cdot D_{\text{ш}}^2}{4} (1 - \bar{d}_{\text{вт}}^2)$ ,

и принимая во внимание, что на срывном режиме кавитационный запас

$\Delta h_{\text{срв}} = 0.5 \cdot \tau_{\text{срвд}} \cdot u_{\text{п}}^{3/2}$ , зависимость (2.20) можно представить в виде:

$$C_{\text{срв}} = 298 \cdot \sqrt{1 - \bar{d}_{\text{вт}}^2} \cdot \frac{\sqrt{\pi \cdot \text{tg}(\beta - \alpha)}}{(0.5 \cdot \tau_{\text{срвд}})^{3/4}}. \quad (2.21)$$

Для того чтобы исключить относительный диаметр втулки, удобнее перейти к кавитационному комплексу быстроходности

$$C_{\text{к о м}} = \frac{C_{\text{срв}}}{\sqrt{1 - \bar{d}_{\text{вт}}^2}} = 298 \cdot \frac{\sqrt{\pi \cdot \text{tg}(\beta - \alpha)}}{(0.5 \cdot \tau_{\text{срвд}})^{3/4}}. \quad (2.22)$$

Задаваясь углом установки лопасти, углом атаки, коэффициентом потерь энергии на поворот и стеснение потока и относительной толщиной входной кромки можно рассчитать по соотношению (2.17) значение коэффициента отношения скоростей, затем по соотношениям (2.18) и (2.19) значения коэффициента и параметра кавитации и, наконец, по соотношению (2.22) значение кавитационного комплекса кавитации.

На рис. 2.7, 2.8, 2.9 показаны расчетные значения идеализированных и модифицированных параметров, характеризующих срывные кавитационные характеристики осевого насоса для различных значений относительной толщины лопасти и коэффициента потерь энергии на поворот и стеснение потока в зависимости от угла атаки, при постоянном значении угла установки лопасти, равном 15 градусам.

Анализ результатов расчета показывает, что толщина лопасти оказывает существенное влияние на кавитационные характеристики при малых углах атаки, а потери энергии на поворот и стеснение потока при углах атаки, близких к углу установки лопасти. Это приводит к тому, что кавитационный комплекс быстроходности имеет максимальное значение при определенном значении угла атаки, соответствующего наилучшим антикавитационным свойствам осевой гидромашины.

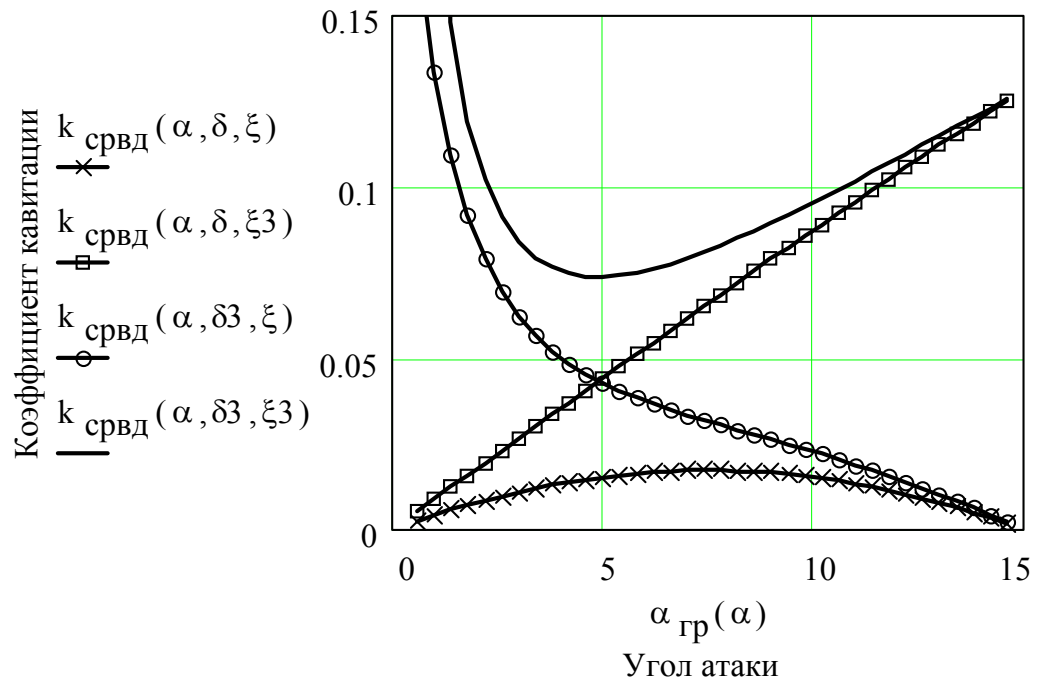


Рис.2.7. Зависимость срывного значения коэффицента кавитации от угла атаки при различных значениях относительной толщины входной кромки:  $\bar{\delta} = 0$ ;  $\bar{\delta} = 0.01$  и коэффициента потерь:  $\xi = 0$ ;  $\xi_3 = 0.9$

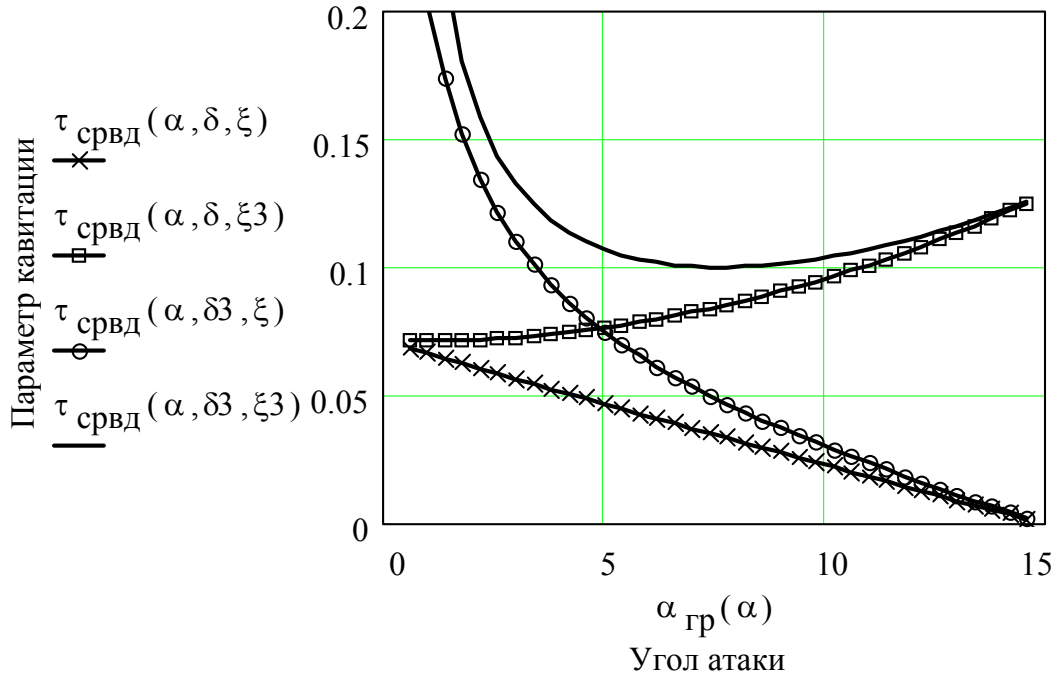


Рис.2.8. Зависимость срывного значения параметра кавитации от угла атаки при различных значениях относительной толщины входной кромки лопасти:  $\bar{\delta} = 0$ ;  $\bar{\delta}_3 = 0.01$  и коэффициента потерь:  $\xi = 0$ ;  $\xi_3 = 0.9$

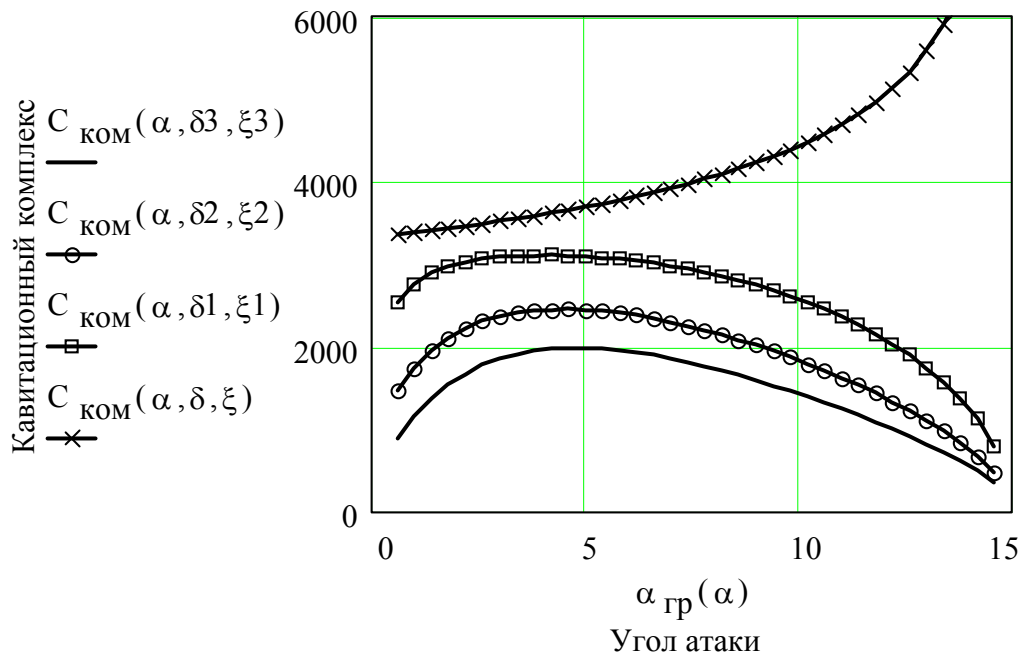


Рис.2.9. Зависимость кавитационного комплекса быстроходности от угла атаки при различных значениях относительной толщины входной кромки лопасти:  $\bar{\delta} = 0$ ;  $\bar{\delta}1 = 0.001$ ;  $\bar{\delta}2 = 0.005$ ;  $\bar{\delta}3 = 0.01$ , коэффициента потерь:  $\xi = 0$ ;  $\xi1 = 0.3$ ;  $\xi2 = 0.6$ ;  $\xi3 = 0.9$

### 2.2.2. Модифицированные кавитационные характеристики в режиме частичной кавитации

Для моделирования давления на входе в гидромашину необходимо знать зависимость коэффициента кавитации от объема кавитационной каверны и угла атаки, который при заданном угле установки лопасти определяется расходом и оборотами.

В режиме частичной кавитации суммарный объем кавитационной каверны

$$V_{k\Sigma} = z_{\text{ш}} \cdot \iiint_D dx \cdot dy \cdot dr, \quad (2.23)$$

где  $x, y$  - координаты в плоскости течения характерных свободных линий тока на радиусе шнека  $r$ ;  $z_{\text{ш}}$  - число лопастей шнека;  $D$  - область, заключенная между поверхностью, образованной свободными линиями тока, поверхностью лопасти и двумя цилиндрическими поверхностями с диаметрами шнека и втулки.

Ввиду малых значений высоты кавитационной каверны цилиндрические поверхности, ограничивающие область D в радиальном направлении, заменим соответствующими касательными плоскостями. Интегрируя выражение (2.23) по  $y$ , получим:

$$V_{k\Sigma}(k_{\bullet}, \alpha_{\bullet}, \beta_{\bullet}) = z_{\text{ш}} \cdot \int_{r_{\text{ш}}}^{r_{\text{ш}}'} \left\{ \int_{-\pi}^0 y[k(r), \alpha(r), \beta(r), \varphi] \cdot x'[k(r), \alpha(r), \beta(r), \varphi] \cdot d\varphi \right\} \cdot dr, \quad (2.24)$$

как функцию коэффициента кавитации, угла атаки и угла установки лопасти на периферии лопасти.

Координаты контура каверны в параметрической форме определяются соотношениями (2.1) - (2.3) при изменении параметра  $\varphi$  от  $-\pi$  до 0, в которые необходимо подставить угол установки лопасти, угол атаки и коэффициент кавитации как функции радиуса шнека:

$$\beta(r) = \arctg \left[ \frac{\tg \beta_{\Pi}}{r/r_{\text{ш}}} \right]; \quad (2.25)$$

$$\alpha(r) = \beta(r) - \arctg \left[ \frac{\tg(\beta_{\Pi} - \alpha_{\Pi})}{r/r_{\text{ш}}} \right]; \quad (2.26)$$

$$k(r) = k_{\Pi} \cdot \frac{1 + \tg^2(\beta_{\Pi} - \alpha_{\Pi})}{\left(r/r_{\text{ш}}\right)^2 + \tg^2(\beta_{\Pi} - \alpha_{\Pi})}, \quad (2.27)$$

где индекс “П” означает, что соответствующие параметры задаются на периферии шнека.

Для приближенного определения объема кавитационной каверны значение интеграла в фигурных скобках выражения (2.24) выразим через высоту и длину каверны. С учетом соотношений (2.4) и (2.5) для высоты и длины каверны и зависимостей (2.25), (2.26), (2.27) интегральное соотношение (2.24) можно представить в виде:

$$V_{k\Sigma}(k_{\Pi}, \alpha_{\Pi}, \beta_{\Pi}) = z_{\text{ш}} \cdot \int_{r_{\text{вт}}}^{r_{\text{ш}}} \psi \cdot h[k_{\Pi}, \alpha_{\Pi}, \beta_{\Pi}, (r/r_{\text{ш}})] \cdot c[k_{\Pi}, \alpha_{\Pi}, \beta_{\Pi}, (r/r_{\text{ш}})] \cdot dr, \quad (2.28)$$

где

$$\psi = \frac{\int_{-\pi}^0 y[k_{\Pi}, \alpha_{\Pi}, \beta_{\Pi}, (r/r_{\text{ш}}), \varphi] \cdot x[k_{\Pi}, \alpha_{\Pi}, \beta_{\Pi}, (r/r_{\text{ш}}), \varphi] \cdot d\varphi}{h[k_{\Pi}, \alpha_{\Pi}, \beta_{\Pi}, (r/r_{\text{ш}})] \cdot c[k_{\Pi}, \alpha_{\Pi}, \beta_{\Pi}, (r/r_{\text{ш}})]}. \quad (2.29)$$

Удобнее перейти к безразмерному объему, если в подинтегральном выражении (2.28) положить  $r = \bar{r} \cdot r_{\text{ш}}$ , а в соотношениях (2.4) и (2.5) выразить шаг решетки через радиус  $t = 2 \cdot \pi \cdot r / z_{\text{ш}}$ , тогда

$$\bar{V}_{k\Sigma}(k_{\bullet}, \beta_{\bullet}, \alpha_{\bullet}) = \frac{z_{\text{ш}} \cdot V_{k\Sigma}}{4 \cdot \pi \cdot 2 \cdot r_{\text{ш}}^3} = \int_{r_{\%0} \sim}^1 \psi \cdot \bar{r}^2 \cdot \bar{h}[k_{\bullet}, \alpha_{\bullet}, \beta_{\bullet}, \bar{r}] \cdot \bar{c}[k_{\bullet}, \alpha_{\bullet}, \beta_{\bullet}, \bar{r}] \cdot d\bar{r}, \quad (2.30)$$

В большинстве случаев нет необходимости прибегать к вычислению интегрального соотношения (2.30) и тем более (2.24), так как значение коэффициента  $\psi$  можно с достаточной степенью точности оценить без выполнения операции интегрирования.

Для оценки области определения коэффициента  $\psi$  проанализируем расчетные значения координат контура кавитационной каверны для различных значений коэффициента кавитации и постоянных значениях угла установки лопасти и угла атаки на периферии шнека.

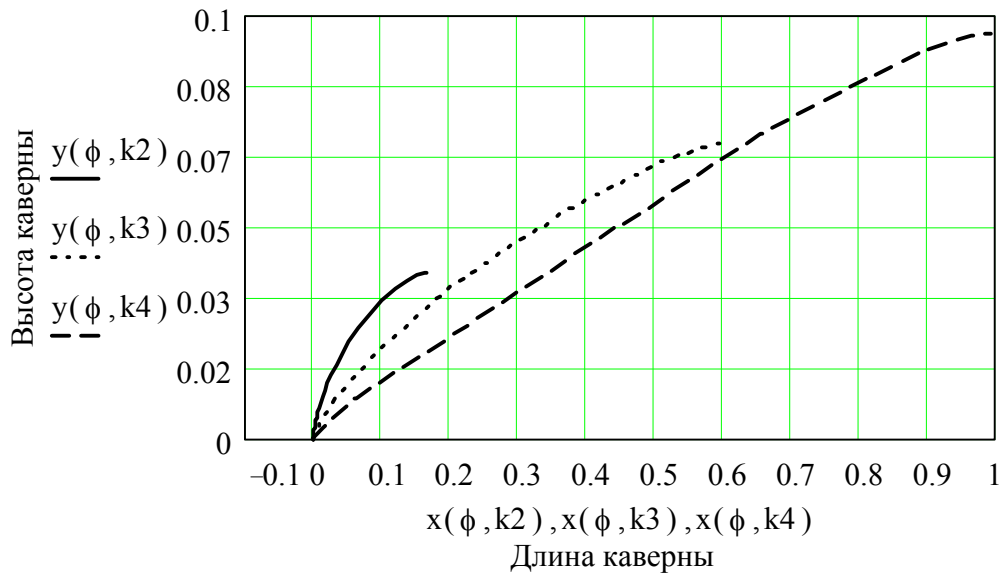


Рис.2.10. Координаты контура кавитационной каверны для различных значений коэффициента кавитации:  $k_2 = 0.5$ ;  $k_3 = 0.2$ ;  $k_4 = 0.02$ , при значении на периферии шнека угла установки лопасти  $\beta_{\Pi} = 15^\circ$  и угла атаки  $\alpha_{\Pi} = 6^\circ$

Из анализа результатов расчета, представленных на рис. 2.10, следует, что при высоких значениях коэффициента кавитации форма каверны близка к параболической, а при значениях коэффициента кавитации близких к срыву работы гидромашины форма контура каверны становится треугольной. Следовательно, расчетные значения соотношения (2.29) для различных значений коэффициента кавитации находится в достаточно узком интервале:  $1/2 \leq \psi \leq 2/3$ .

Результаты расчета суммарного объема кавитационной каверны в зависимости от теоретического значения коэффициента кавитации, при относительном диаметре втулки равном 0.25, угле установки лопасти на периферии шнека  $15^\circ$  и различных значениях угла атаки, показаны на рис. 2.11.

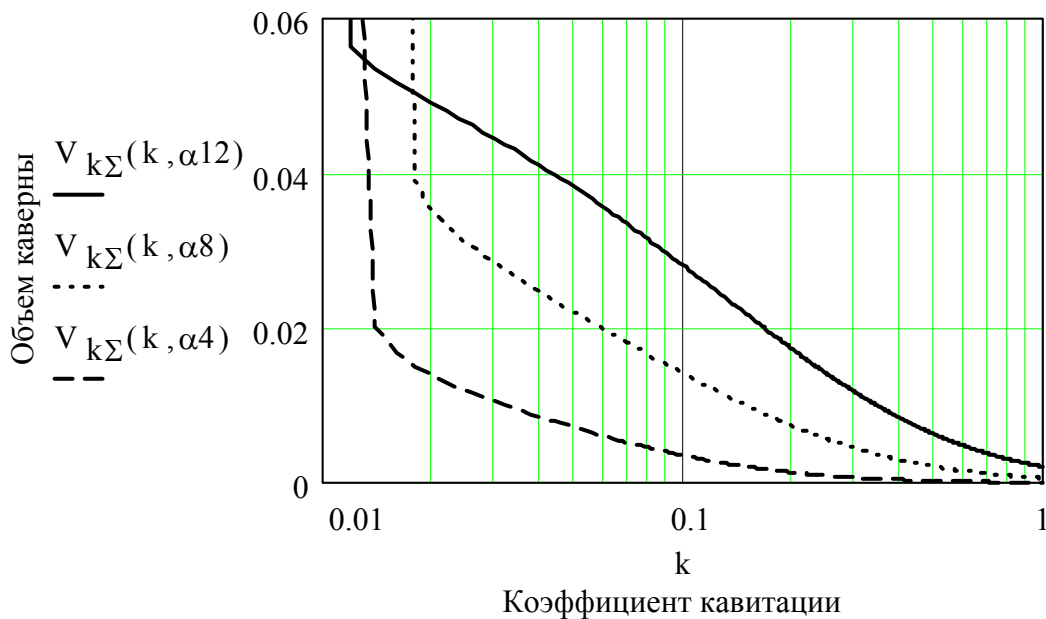


Рис.2.11. Зависимость объема кавитационной каверны от теоретического значения коэффициента кавитации для значений угла атаки:

$$\alpha 4 = 4^\circ; \alpha 8 = 8^\circ; \alpha 12 = 12^\circ; \text{ при } \beta_{\Pi} = 15^\circ$$

Для учета реальной картины обтекания решетки пластин потоком жидкости в режиме частичной кавитации будем исходить из того, что при бесконечно большом значении коэффициента кавитации объем кавитационной каверны равен нулю, а при значении коэффициента

кавитации равно действительному значению коэффициента кавитации, соответствующему срыву энергетических характеристик гидромашины, объем кавитационной каверны равен бесконечности. Тогда действительное значение коэффициента кавитации

$$k_d(k, \beta_{\Pi}, \alpha_{\Pi}, \bar{\delta}, \xi) = \frac{k_{срвд}(\beta_{\Pi}, \alpha_{\Pi}, \bar{\delta}, \xi) + 1}{k_{срв}(\beta_{\Pi}, \alpha_{\Pi}) + 1} \cdot (k + 1) - 1, \quad (2.31)$$

а зависимость объема каверны от действительного значения коэффициента кавитации, при значении относительной толщины лопасти равной 0.01, значении коэффициента потерь энергии на стеснение и поворот потока равно 0.3, значении угла установки лопасти 15 градусов и различных углах атаки, приведены на рис. 2.12.

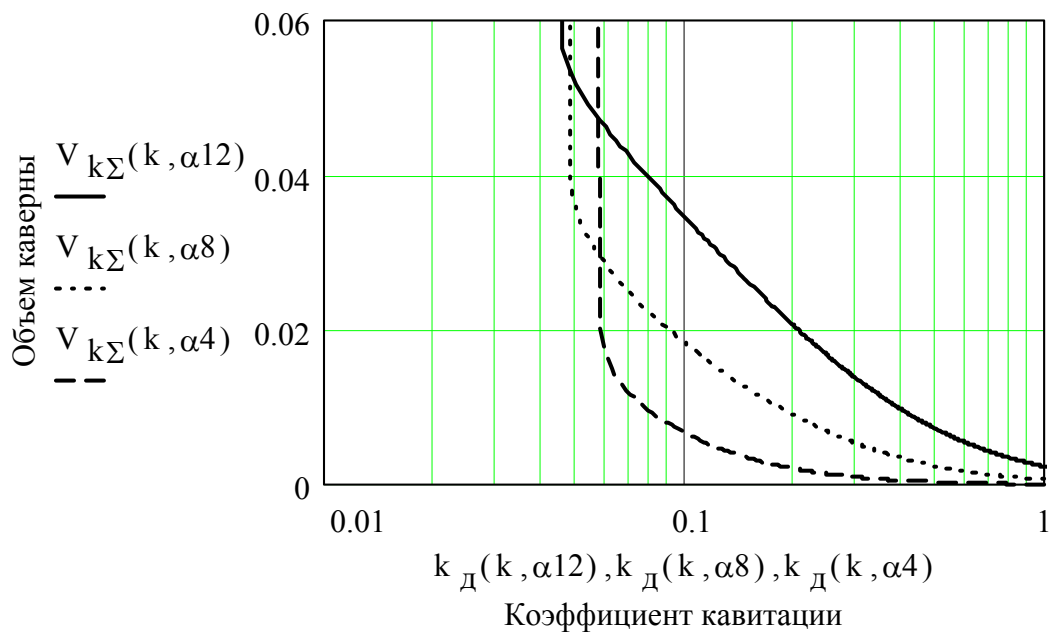


Рис.2.12. Зависимость объема кавитационной каверны от действительного значения коэффициента кавитации для значений угла атаки:

$$\alpha 4 = 4^\circ; \alpha 8 = 8^\circ; \alpha 12 = 12^\circ; \text{ при } \beta_{\Pi} = 15^\circ$$

Из рисунка следует, что при постоянном значении объема кавитационной каверны с уменьшением угла атаки коэффициент кавитации уменьшается. Однако уменьшение угла атаки соответствует увеличению расхода, а уменьшение коэффициента кавитации приводит к снижению давления на входе в гидромашину и большему увеличению

расхода. Отмеченная особенность зависимости объема кавитационной каверны от угла атаки и обусловлена “отрицательным сопротивлением” кавитирующей решетки, что является одной из причин развития кавитационных автоколебаний.

### **Глава 3**

## **МОДЕЛИ КАВИТАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ**

Для описания кавитационных колебаний в системе питания состоящей из расходной магистрали, лопастного насоса и напорной магистрали, с целью объяснения экспериментальных результатов и разработки эффективных способов подавления автоколебаний разработано большое количество математических моделей, опубликованных в работах [1-3, 7-19, 24-34, 39].

В основном математические модели отличаются описанием процессов в расходной и напорной магистралях, а также описанием процессов в кавитационной каверне.

При описании магистралей привлекаются сосредоточенные и распределенные модели. Сосредоточенные модели представляют процессы в магистралях в основном в виде апериодического звена первого порядка либо колебательного звена второго порядка. Распределенные модели позволяют учесть волновые процессы в магистралях. Следует заметить, что в области низких частот распределенные модели лишь уточняют количественные значения и не вносят качественных изменений в поведение системы.

По описанию процессов в кавитационной каверне можно все модели условно распределить на три группы в зависимости от того, как учитывают процессы обмена теплом и массой между каверной и компонентами топлива.

К первой группе отнесем модели, в которых предполагается, что тепломассообменные процессы, обусловленные процессами испарения и конденсации, протекают мгновенно и не оказывают влияние на динамические характеристики каверны, а унос парогазовой фазы из каверны отсутствует. В этом случае при спонтанном увеличении объема кавитационной каверны давление в каверне остается постоянным и равным давлению насыщенных паров при температуре топлива, так как топливо мгновенно испаряется и заполняет каверну. Такую модель будем называть струйной, так как в этом случае динамика каверны определяется только гидродинамикой обтекания лопастей. Наиболее значимые результаты, в рамках струйной теории, были получены в работах [10-11, 18-19], что позволило вскрыть механизмы возникновения неустойчивости обусловленные “отрицательным сопротивлением” и “отрицательной упругостью”.

В моделях второй группы, которые называют кинетическими, предполагается, что кавитационная каверна проточная и ее динамические характеристики определяются уносом парогазовой фазы из каверны. Такие модели качественные, так как очень сложно количественно учесть расход пара либо газа из каверны. Несмотря на это, такой подход позволил установить механизм возникновения неустойчивости, связанный с уносом парогазовой фазы из каверны. Более подробно кинетические модели представлены в работах [24, 27].

И, наконец, в моделях третьей группы предполагается, что процессы испарения и конденсации протекают с конечной скоростью, которая определяется скоростью передачи тепла между компонентами топлива и каверной. В этом случае динамика каверны определяется как струйным обтеканием решетки, так и тепломассообменными процессами в каверне. Такой подход позволил обнаружить еще один механизм возникновения неустойчивости, обусловленный специфическими особенностями протекания тепломассообменных процессов в каверне.

В настоящее время представляется возможным рассмотреть математическую модель, учитывающую все многообразие процессов, протекающих в каверне. Однако это не позволит наглядно представить механизмы возникновения неустойчивости, обусловленные специфическими особенностями обтекания лопастей рабочего колеса, протеканием тепломассообменных процессов и уносом парогазовой фазы из каверны. Поэтому рассмотрим каждую из моделей в отдельности.

### 3.1. Струйная модель

Рассмотрим систему питания, состоящую из расходной магистрали, кавитирующего шнекоцентробежного насоса и напорной магистрали, расчетная схема которой показана на рис. 3.1.

Будем считать, что система питания в исходном состоянии уже заполнена топливом, кавитационные каверны наблюдаются в проточной части шнека на всех лопастях, имеют одинаковые размеры и заполнены только паром.

При описании неустановившегося движения топлива в расходной магистрали, расположенной параллельно оси ракеты, будем считать, что топливо несжимаемое, а трубопровод абсолютно жесткий. При таких допущениях из уравнения движения жидкости имеем

$$a_1 \cdot \frac{d\dot{m}_1}{dt} = p_{\text{г}} - p_1 - b_1 \cdot \dot{m}_1^2 + l_1 \cdot \rho \cdot (g \cdot \cos \vartheta + j),$$

(3.1)

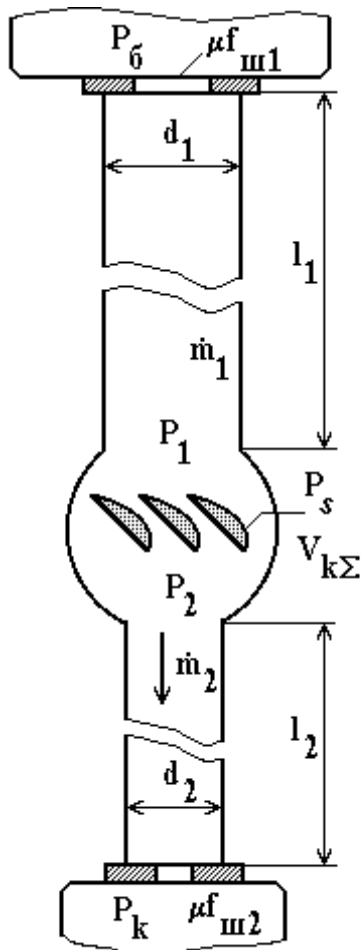


Рис.3.1. Расчетная схема системы питания

$$\text{где } a_1 = \chi \cdot \frac{l_1}{f_{p1}}, \quad b_1 = \frac{1}{2 \cdot \rho \cdot (\mu \cdot f_{u1})^2} + \frac{\lambda(Re_1) \cdot l_1}{2 \cdot d_1 \cdot f_{p1}^2}.$$

Принимая такие же допущения для напорной магистрали, получим:

$$a_2 \cdot \frac{d\dot{m}_2}{dt} = p_2 - p_h - b_2 \cdot \dot{m}_2^2 + l_2 \cdot \rho \cdot (g \cdot \cos \vartheta + j), \quad (3.2)$$

$$\text{где } a_2 = \chi \cdot \frac{l_2}{f_{tp2}}, \quad b_2 = \frac{1}{2 \cdot \rho \cdot (\mu \cdot f_{ш2})^2} + \frac{\lambda(Re_2) \cdot l_2}{2 \cdot d_2 \cdot f_{tp2}^2}.$$

В связи с тем, что длина каверны во много раз меньше длины расходной магистрали, давление на входе в насос можно определить из выражения для коэффициента кавитации (2.10). При этом будем считать, что давление в каверне постоянное и равно давлению насыщенных паров при температуре топлива. Это допущение означает, что процессы испарения и конденсации пара, а также передача тепла происходят с бесконечно большой скоростью, а масса пара ничтожно мала по сравнению с массой топлива. Пренебрегая закруткой потока на входе в насос и выражая относительную скорость через массовый расход и обороты ротора насоса, получим уравнение для давления на входе в насос:

$$p_1 = p_s + k(V_{k\Sigma}, \dot{m}_1, n) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left[ \left( \frac{\dot{m}_1}{\rho \cdot f_{u1}} \right)^2 + \left( \frac{\pi \cdot D_{u1} \cdot n}{60} \right)^2 \right], \quad (3.3)$$

Зависимость коэффициента кавитации от суммарного объема кавитационных каверн, массового расхода и оборотов ротора можно определить из соотношения (2.30), если угол атаки на входе в шнек выразить через массовый расход и обороты ротора в минуту,

$$\alpha = \beta - \arctg \left( \frac{240}{\pi^2 \cdot \rho \cdot D_{u1} \cdot (D_{u1}^2 - d_{\%o}^2)} \cdot \frac{\dot{m}_1}{n} \right).$$

Суммарный объем кавитационных каверн найдем из уравнения баланса массы для проточной части насоса

$$\rho \cdot \frac{dV_{k\Sigma}}{dt} = \dot{m}_2 - \dot{m}_1. \quad (3.4)$$

Если пренебречь динамической составляющей давления и энергией положения, то давление на выходе из насоса определим из выражения для напора насоса

$$p_2 = p_1 + \Phi(V_{k\Sigma}) \cdot \rho \cdot H(\dot{m}_2, n), \quad (3.5)$$

где функция  $\Phi(V_{k\Sigma})$  учитывает потери напора насоса, обусловленные кавитацией, так как в динамике нарушается однозначная связь между напором и давлением на входе в насос.

Для анализа устойчивости системы питания линеаризуем уравнения (3.1-3.5) методом малого параметра. Для этого все параметры представим в виде:

$$p_1 = \bar{p}_1 + \delta p_1; \dot{m}_1 = \bar{\dot{m}}_1 + \delta \dot{m}_1; p_{\ddagger} = \bar{p}_{\ddagger} + \delta p_{\ddagger} \text{ и т.д.}, \quad (3.6)$$

где параметры с чертой представляют собой невозмущенные значения переменной, а знак "δ" перед переменной здесь и далее означает малое отклонение переменной от невозмущенного значения. Невозмущенные значения переменных можно найти из нелинеаризованных уравнений невозмущенного неустановившегося режима.

Уравнение (3.1), для расходной магистрали лабораторной установки расположенной горизонтально, при ускорении равном нулю и с учетом соотношений (3.6) примет вид

$$a_1 \cdot \frac{d(\bar{\dot{m}}_1 + \delta \dot{m}_1)}{dt} = \bar{p}_{\ddagger} + \delta p_{\ddagger} - (\bar{p}_1 + \delta p_1) - b_1 \cdot (\bar{\dot{m}}_1 + \delta \dot{m}_1)^2. \quad (3.7)$$

Пренебрегая бесконечно малыми второго порядка, и, вычитая из уравнения (3.7) уравнение для невозмущенного движения

$$a_1 \cdot \frac{d\bar{\dot{m}}_1}{dt} = \bar{p}_{\ddagger} - \bar{p}_1 - b_1 \cdot \bar{\dot{m}}_1^2, \quad (3.8)$$

получаем уравнение возмущенного движения для расходной магистрали

$$a_1 \cdot \frac{d}{dt} \delta \dot{m}_1 = \delta p_{\ddagger} - \delta p_1 - 2 \cdot b_1 \cdot \bar{\dot{m}}_1^2 \cdot \delta \dot{m}_1. \quad (3.9)$$

Полагая невозмущенное движение установившимся, из уравнения (3.8) получим выражение для коэффициента  $b_1 = 2 \cdot (\bar{p}_{\dot{z}} - \bar{p}_1) / \bar{m}_1^2$ , с учетом которого уравнение (3.9) примет вид:

$$a_1 \cdot \frac{d}{dt} \delta \dot{m}_1 = \delta p_{\dot{z}} - \delta p_1 - \frac{2 \cdot (\bar{p}_{\dot{z}} - \bar{p}_1)}{\bar{m}_1} \cdot \delta \dot{m}_1.$$

Умножим последнее уравнение на величину  $\kappa_1 = \bar{m}_1 / 2 \cdot (\bar{p}_{\dot{z}} - \bar{p}_1)$ , в результате получим

$$\theta_1 \cdot \frac{d}{dt} \delta \dot{m}_1 + \delta \dot{m}_1 = \kappa_1 \cdot (\delta p_{\dot{z}} - \delta p_1), \quad (3.10)$$

где  $\theta_1 = \kappa_1 \cdot a_1$  и  $\kappa_1$  - постоянная времени и коэффициент усиления питающего трубопровода соответственно. Таким образом, абсолютно жесткий трубопровод, заполненный несжимаемой жидкостью, в линейном приближении представляет собой устойчивое звено первого порядка.

Аналогично для напорного трубопровода имеем

$$\theta_2 \cdot \frac{d}{dt} \delta \dot{m}_2 + \delta \dot{m}_2 = \kappa_2 \cdot (\delta p_2 - \delta p_k), \quad (3.11)$$

где  $\theta_2 = \kappa_2 \cdot a_2$  и  $\kappa_2 = \bar{m}_2 / 2 \cdot (\bar{p}_2 - \bar{p}_k)$  - постоянная времени и коэффициент усиления напорной магистрали соответственно.

При линеаризации уравнения (3.8) малые отклонения давления на входе в насос можно найти, если зависимость коэффициента кавитации от объема каверны, расхода и оборотов ротора разложить в ряд Тейлора в окрестности невозмущенного значения параметров и ограничиться бесконечно малыми первого порядка,

$$\delta p_1 = -C_1 \cdot \delta V_{k\Sigma} - G_1 \cdot \delta \dot{m}_1 + N_1 \delta n, \quad (3.12)$$

$$\text{где } C_1 = -\frac{\partial p_1}{\partial V_{k\Sigma}} = -\left\{ \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\partial k(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{n})}{\partial V_{k\Sigma}} \cdot \left[ \left( \frac{\bar{m}_1}{\rho \cdot f_{\text{ш}}}} \right)^2 + \left( \frac{\pi \cdot D_{\text{ш}} \cdot n}{60} \right)^2 \right] \right\};$$

$$G_1 = -\frac{\partial p_1}{\partial \dot{m}_1} = -\left\{ \begin{aligned} & \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\partial k(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{n})}{\partial \dot{m}_1} \cdot \left[ \left( \frac{\bar{m}_1}{\rho \cdot f_{uy}} \right)^2 + \left( \frac{\pi \cdot D_{uy} \cdot n}{60} \right)^2 \right] + \\ & + \rho \cdot k(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{n}) \cdot \frac{\bar{m}_1}{(\rho \cdot f_{uy})^2} \end{aligned} \right\};$$

$$N_1 = \frac{\partial p_1}{\partial n} = -\left\{ \begin{aligned} & \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\partial k(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{n})}{\partial n} \cdot \left[ \left( \frac{\bar{m}_1}{\rho \cdot f_{uy}} \right)^2 + \left( \frac{\pi \cdot D_{uy} \cdot n}{60} \right)^2 \right] + \\ & + \rho \cdot k(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{n}) \cdot \left( \frac{\pi \cdot D_{uy}}{60} \right)^2 \cdot \bar{n} \end{aligned} \right\}.$$

Дифференциальное уравнение (3.4) после линеаризации примет вид

$$\rho \cdot \frac{d}{dt} \cdot \delta V_{k\Sigma} = \delta \dot{m}_2 - \delta \dot{m}_1. \quad (3.13)$$

В результате линеаризации уравнения (3.5) малые отклонения давления на выходе из насоса определяются соотношением

$$\delta p_2 = \delta p_1 - C_2 \cdot \delta V_{k\Sigma} - G_2 \cdot \delta \dot{m}_2 + N_2 \cdot \delta n, \quad (3.14)$$

$$\text{где } C_2 = -\frac{\partial (p_2 - p_1)}{\partial V_{k\Sigma}} = -\frac{\partial \Phi(\bar{V}_{k\Sigma})}{\partial V_{k\Sigma}} \cdot \rho \cdot H(\bar{m}_2, \bar{n});$$

$$G_2 = -\frac{\partial (p_2 - p_1)}{\partial \dot{m}_2} = -\Phi(\bar{V}_{k\Sigma}) \cdot \frac{\partial}{\partial \dot{m}_2} [\rho \cdot H(\bar{m}_2, \bar{n})];$$

$$N_2 = \frac{\partial (p_2 - p_1)}{\partial n} = \Phi(\bar{V}_{k\Sigma}) \cdot \frac{\partial}{\partial n} [\rho \cdot H(\bar{m}_2, \bar{n})].$$

Для анализа устойчивости топливоподающей магистрали систему линейных уравнений (3.10 - 3.14) преобразуем по Лапласу при нулевых начальных условиях, в результате получим:

$$\begin{aligned}
(\theta_1 \cdot s + 1) \cdot \delta \tilde{m}_1(s) + \kappa_1 \cdot \delta \tilde{p}_1(s) &= \kappa_1 \cdot \delta \tilde{p}_{\neq}(s); \\
(\theta_2 \cdot s + 1) \cdot \delta \tilde{m}_2(s) - \kappa_2 \cdot \delta \tilde{p}_2(s) &= -\kappa_2 \cdot \delta \tilde{p}_k(s); \\
\delta \tilde{p}_1(s) + C_1 \cdot \delta \tilde{V}_{k\Sigma}(s) + G_1 \cdot \delta \tilde{m}_1(s) &= N_1 \cdot \delta \tilde{n}; \\
\rho \cdot s \cdot \delta \tilde{V}_{k\Sigma}(s) - \delta \tilde{m}_2(s) + \delta \tilde{m}_1(s) &= 0; \\
\delta \tilde{p}_2(s) - \delta \tilde{p}_1(s) + C_2 \cdot \delta \tilde{V}_{k\Sigma}(s) + G_2 \cdot \delta \tilde{m}_2(s) &= N_2 \cdot \delta \tilde{n}(s).
\end{aligned}
\tag{3.15}$$

где  $\delta \tilde{m}_1(s), \delta \tilde{m}_2(s), \delta \tilde{V}_{k\Sigma}(s), \delta \tilde{p}_{\neq}, \delta \tilde{p}_1(s), \delta \tilde{p}_2(s), \delta \tilde{p}_k(s), \delta \tilde{n}(s)$  – преобразованные по Лапласу переменные,  $s$  – параметр преобразования Лапласа.

Будем считать, что обороты насосного агрегата, давление в топливном баке и давление в камере сгорания постоянные, тогда их малые отклонения от невозмущенных значений будут равны нулю и матрицу коэффициентов системы уравнений (3.15) можно представить в виде, приведенном в табл. 1.

Таблица 1

| $\delta \tilde{p}_1(s)$ | $\delta \tilde{m}_1(s)$ | $\delta \tilde{V}_{k\Sigma}(s)$ | $\delta \tilde{m}_2(s)$ | $\delta \tilde{p}_2(s)$ |
|-------------------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1                       | $G_1$                   | $C_1$                           | 0                       | 0                       |
| $\kappa_1$              | $\theta_1 \cdot s + 1$  | 0                               | 0                       | 0                       |
| 0                       | 1                       | $\rho \cdot s$                  | -1                      | 0                       |
| 0                       | 0                       | 0                               | $\theta_2 \cdot s + 1$  | $-\kappa_2$             |
| -1                      | 0                       | $C_2$                           | $G_2$                   | 1                       |

Приравняв определитель матрицы нулю, получим характеристическое уравнение системы питания. Для вычисления определителя исключим из системы уравнений вначале давление на выходе из насоса, а затем расход на выходе из насоса, в результате получим матрицу коэффициентов, приведенную в табл. 2.

Таблица 2

| $\delta \tilde{p}_1(s)$ | $\delta \tilde{m}_1(s)$                     | $\delta \tilde{V}_{k\Sigma}(s)$                                                                      |
|-------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                       | $G_1$                                       | $C_1$                                                                                                |
| $\kappa_1$              | $\theta_1 \cdot s + 1$                      | 0                                                                                                    |
| $-\kappa_2$             | $\theta_2 \cdot s + 1 + \kappa_2 \cdot G_2$ | $\left[ \theta_2 \cdot s + (1 + \kappa_2 \cdot G_2) \right] \cdot \rho \cdot s + \kappa_2 \cdot C_2$ |

Раскроем определитель и приведем члены, содержащие  $s$  в одинаковой степени, получим характеристическое уравнение в виде

$$\begin{aligned}
 & \theta_1 \cdot \theta_2 \cdot \rho \cdot s^3 + \left[ \rho \cdot \theta_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) + \rho \cdot \theta_2 \cdot (1 - \kappa_1 \cdot G_1) \right] \cdot s^2 + \\
 & + \left[ \kappa_1 \cdot C_1 \cdot \theta_2 + \kappa_2 \cdot \theta_1 \cdot (C_1 + C_2) + (1 - \kappa_1 \cdot G_1) \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) \cdot \rho \right] \cdot s + \\
 & + \kappa_2 \cdot C_1 + \kappa_2 \cdot C_2 \cdot (1 - \kappa_1 \cdot G_1) + \kappa_1 \cdot C_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) = 0.
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Для выбора проектных параметров системы питания из условия ее устойчивой работы воспользуемся методом Д-разбиения в плоскости двух параметров.

Полагая  $s = j \cdot \omega$ , выделяя действительную и мнимую части и разрешая характеристическое уравнение относительно параметров  $G_1$  и  $C_1$ , получаем уравнение кривой Д-разбиения в параметрической форме:

$$\begin{aligned}
 G_1 \cdot \text{Re}_1 + C_1 \cdot \text{Re}_2 &= \text{Re} \\
 G_1 \cdot \text{Im}_1 + C_1 \cdot \text{Im}_2 &= \text{Im} \quad ,
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

$$\text{где } \text{Re}_1 = \kappa_1 \cdot \kappa_2 \cdot C_2 - \kappa_1 \cdot \rho \cdot \theta_2 \cdot \omega^2, \quad \text{Im}_1 = \kappa_1 \cdot \rho \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) \cdot \omega,$$

$$\text{Re}_2 = -\left[ \kappa_2 + \kappa_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) \right], \quad \text{Im}_2 = -(\kappa_1 \cdot \theta_2 + \kappa_2 \cdot \theta_1) \cdot \omega,$$

$$\text{Re} = \kappa_2 \cdot C_2 - \rho \cdot \left[ \theta_2 + \theta_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) \right] \cdot \omega^2,$$

$$\text{Im} = \left[ \kappa_2 \cdot C_2 \cdot \theta_1 + \rho (1 + \kappa_2 \cdot G_2) \right] \cdot \omega - \rho \cdot \theta_1 \cdot \theta_2 \cdot \omega^3.$$

Если определитель системы  $D = Re_1 \cdot Jm_2 + Re_2 \cdot Jm_1 \neq 0$ , то система (3.17) будет иметь единственное решение, которое можно найти в параметрической форме с помощью правила Крамера:

$$G_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{Re \cdot Jm_2 - Re_2 \cdot Jm}{Re_1 \cdot Jm_2 - Re_2 \cdot Jm_1},$$

$$C_1 = \frac{D_2}{D} = \frac{Re_1 \cdot Jm - Re \cdot Jm_1}{Re_1 \cdot Jm_2 - Re_2 \cdot Jm_1}.$$

Изменяя  $\omega$  от 0 до  $\infty$ , можно получить кривую Д-разбиения в плоскости параметров  $G_1 - C_1$ . Кроме кривой Д-разбиения, необходимо найти уравнения особых прямых. Их может быть несколько. Во-первых, когда коэффициент при члене с наибольшим показателем степени характеристического уравнения обращается в ноль. Это означает, что один из корней удаляется в бесконечность. В нашем случае особой прямой при  $\omega = \infty$  нет, т.к.  $\rho \cdot \theta_1 \cdot \theta_2 \neq 0$ . Во-вторых, когда  $D$  становится равным нулю и при этом  $D_1$  и  $D_2$  также обращаются в ноль. В нашем случае  $D$  не обращается в ноль ни при каком значении  $\omega \neq 0$ . И, наконец, когда свободный член обращается в ноль, что соответствует одному нулевому корню. Из характеристического уравнения (3.16) имеем

$$G_1 = \frac{\kappa_2 + \kappa_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2)}{\kappa_1 \cdot \kappa_2 \cdot C_2} \cdot C_1 + \frac{1}{\kappa_1}. \quad (3.18)$$

Таким образом, Д-разбиение плоскости параметров  $C_1 - G_1$  имеет вид, показанный на рис. 3.2. С помощью правила штриховки можно выделить область, имеющую не менее двух корней с отрицательной действительной частью, которая и является областью устойчивости.

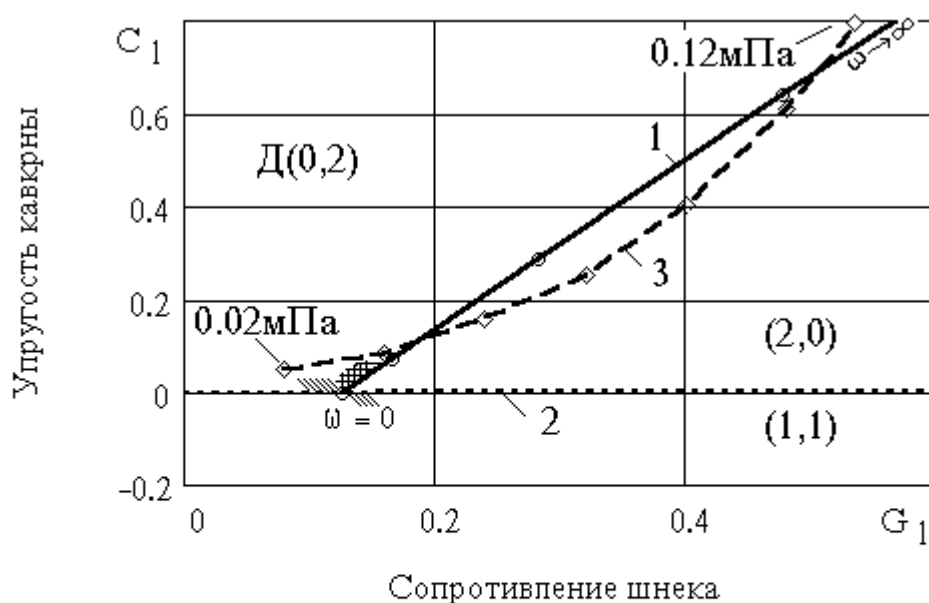


Рис. 3.2. Д-разбиение плоскости параметров  $C_1 - G_1$  :  
1 – граница устойчивости; 2 – особая прямая; 3 – зависимость упругости каверны от сопротивления шнека при различных значениях давления на входе в шнек

Это можно легко проверить, если приравнять постоянную времени напорной магистрали нулю, т.к. длина напорной магистрали, как правило, во много раз меньше расходной. Тогда характеристическое уравнение (3.16) примет вид

$$\begin{aligned} & \rho \cdot \theta_1 \cdot (1 + \kappa_2 G_2) \cdot s^2 + \\ & + \left[ \kappa_2 \cdot \theta_1 \cdot (C_1 + C_2) + (1 - \kappa_1 \cdot G_1) \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) \cdot \rho \right] \cdot s + \\ & + \kappa_2 \cdot C_1 + \kappa_2 \cdot C_2 \cdot (1 - \kappa_1 \cdot G_1) + \kappa_1 \cdot C_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

и имеет всего два корня. Следовательно, область Д является областью устойчивой работы системы.

Если приравнять нулю мнимую и действительную части характеристического уравнения, то представляется возможным получить уравнение кривой Д-разбиения

$$G_1 = \frac{\kappa_2 \cdot \theta_1}{\kappa_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) \cdot \rho} \cdot C_1 + \frac{\kappa_2 \cdot \theta_1 \cdot C_2}{\kappa_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) \cdot \rho} + \frac{1}{\kappa_1} \quad (3.20)$$

и выражение для частоты колебаний на границе устойчивости

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa_2 \cdot C_1 + \kappa_2 \cdot C_2 \cdot (1 - \kappa_1 \cdot G_1) + \kappa_1 \cdot C_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2)}{\rho \cdot \theta_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2)}}. \quad (3.21)$$

Можно показать, что коэффициент  $C_1 = -\partial(p_1 - p_s)/\partial V_{k\Sigma}$  характеризует упругость кавитационной каверны, а коэффициент  $G_1 = -\partial(p_1 - p_s)/\partial \dot{m}_1$  характеризует входное сопротивление шнека. С помощью соотношений, приведенных во второй главе, были рассчитаны значения указанных коэффициентов в зависимости от давления на входе в насос, которые также представлены на рис. 3.2. Из рисунка следует, что с понижением давления на входе в насос в системе возникают автоколебания с высокой частотой. С понижением давления частота автоколебаний уменьшается, а при давлении близком к давлению срыва напора насоса система вновь становится устойчивой, что соответствует экспериментальным результатам, приведенным на рис. 2.1.

Для того чтобы наиболее наглядно объяснить механизм возникновения кавитационных автоколебаний, проанализируем характеристическое уравнение второго порядка (3.19), которое соответствует системе питания, состоящей из расходной магистрали и насоса.

Очевидно, что система питания будет устойчива, если

$$\frac{(1 + \kappa_2 \cdot G_2) \cdot (1 - \kappa_1 \cdot G_1) \cdot r + \kappa_2 \cdot q_1 \cdot (C_1 + C_2)}{\rho \cdot \theta_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2)} > 0. \quad (3.22)$$

Прежде всего определимся со знаком знаменателя. Так как плотность рабочего тела и постоянная времени расходной магистрали всегда больше нуля, то покажем, что и параметр  $(1 + \kappa_2 \cdot G_2) > 0$  тогда, когда обеспечена статическая устойчивость насосного агрегата, т.е. явление помпажа отсутствует.

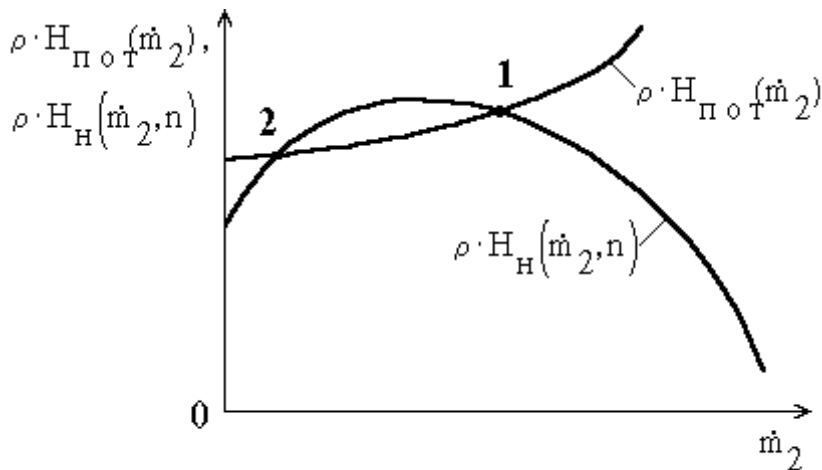


Рис.3.3. Напорная и расходная характеристики системы питания

Условие статической устойчивости определяется видом напорной характеристики насоса и расходной характеристики системы и их взаимным расположением, которые пока-

заны на рис. 3.3. Из рисунка следует, что в точке 1 система статически устойчива, а в точке 2 неустойчива. Следовательно, условие статической устойчивости имеет вид

$$\frac{\partial [\rho \cdot H, (\dot{m}_2, n)]}{\partial \dot{m}_2} > \frac{\partial [\rho \cdot H_{\text{пот}}(\dot{m}_2)]}{\partial \dot{m}_2}. \quad (3.23)$$

В нашем случае

$$\frac{\partial [\rho \cdot H, (\dot{m}_2, n)]}{\partial \dot{m}_2} = -G_2, \quad \text{а} \quad \frac{\partial [\rho \cdot H_{\text{пот}}(\dot{m}_2)]}{\partial \dot{m}_2} = 2 \cdot b_2 \cdot \dot{m}_2 = \frac{2 \cdot (p_2 - p_h)}{\dot{m}_2} = \frac{1}{\kappa_2} \quad \text{и}$$

условие статической устойчивости примет вид  $\kappa_2 \cdot G_2 + 1 > 0$ .

Таким образом, система может потерять устойчивость тогда, когда числитель выражения (3.22) будет равен нулю или меньше нуля. Если коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$ , характеризующие упругость кавитационной каверны на входе и на выходе из насоса, положительные, т.е. с увеличением давления на входе в насос либо на выходе из насоса объем каверны уменьшается, и наоборот, при уменьшении давления объем увеличивается, то условие устойчивости можно представить в виде

$$G_1 < \frac{1}{\kappa_1} + \frac{\kappa_2 \cdot \theta_1 \cdot (C_1 + C_2)}{\kappa_1 \cdot \rho \cdot (1 + \kappa_2 G_2)},$$

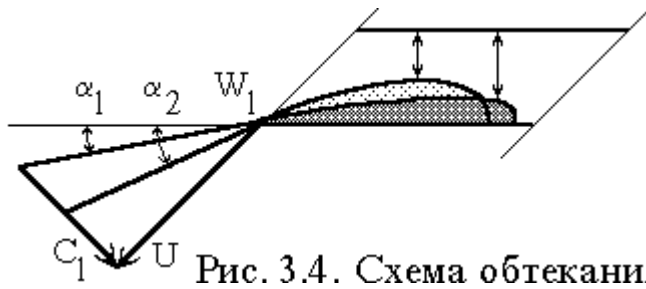


Рис. 3.4. Схема обтекания

из которого следует, что устойчивость системы существенно зависит от соотношения сопротивления расходной магистрали и сопротивления, которое оказы-

вает потоку шнек. Дело в том, что специфические особенности обтекания входных кромок шнека таковы, что с увеличением расхода (см. рис. 3.4) сопротивление шнека уменьшается, так как уменьшается угол атаки, а скорость набегающего потока остается практически постоянной в связи с тем, что на входе в насос абсолютная скорость на порядок меньше окружной. Впервые механизм возникновения кавитационных автоколебаний, обусловленный “отрицательным сопротивлением”, описан в работах [10, 29], несмотря на то, что это следует из расчета статических кавитационных характеристик, полученных в работе [40]. Очевидно, что для обеспечения устойчивости системы питания достаточно увеличить сопротивление расходной магистрали. Однако экспериментальные результаты, полученные, например в работе [26] и приведенные во второй главе, показывают, что и в этом случае система питания может потерять устойчивость.

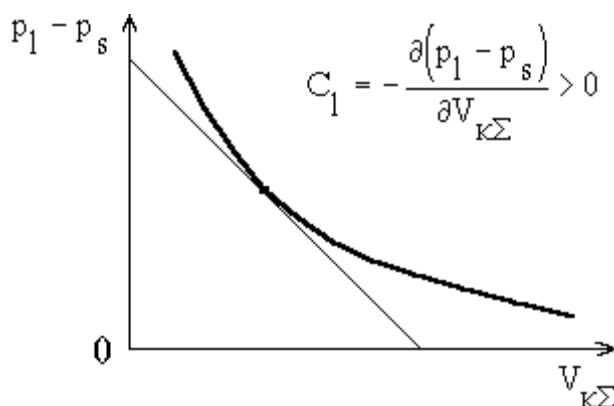


Рис.3.5. Зависимость давления на входе в насос от объема каверны

увеличивается. Статическая кавитационная характеристика,

Если оставаться в рамках сформулированной математической модели, то остается предположить, что коэффициенты, характеризующие упругость кавитационной каверны могут быть отрицательными, т.е. с увеличением давления объем кавитационной каверны также

представляющая собой зависимость давления на входе в насос от объема каверны, качественное представление которой приведено на рис. 3.5, показывает, что коэффициент, характеризующий упругость каверны на входе в насос всегда положительный.

Анализ срывной напорной характеристики, построенной с учетом зависимости объема каверны от давления на входе насоса, приведенной на рис. 3.6, показывает, что для определенных насосов наблюдается так называемая “отрицательная упругость”, когда с увеличением объема кавитационной каверны давление на выходе из насоса также увеличивается. При увеличении давления на выходе из насоса увеличивается расход на выходе из насоса, что при постоянном расходе на входе в насос приводит к увеличению объема каверны и еще большему увеличению давления на выходе из насоса.

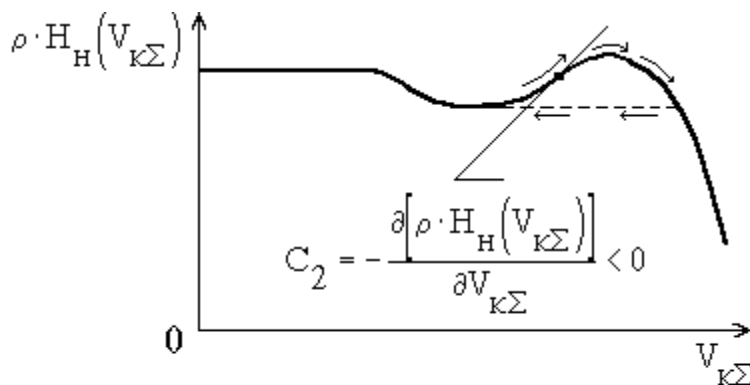


Рис.3.6. Зависимость напора насоса от объема кавитационной каверны

Такой механизм впервые был предложен в работе [18], несмотря на то, что специфический вид срывной напорной характеристики был известен и ранее, например в работе [41].

Из вышеизложенного следует, что если сопротивление расходной магистрали значительно превышает сопротивление шнека, а кавитирующий шнекоцентробежный насос обладает падающими напорной и срывной характеристиками, то система будет устойчива при любом давлении на входе в насос. Практика же летных испытаний показывает, что и в этом случае возникают кавитационные автоколебания. Причем появление таких колебаний невозможно предсказать. При отработке одного и того же типа ракеты в одних случаях они возникают, а в других нет. Это дает основание предположить, что существуют другие механизмы

возникновения неустойчивости, которые обусловлены явлениями, которые не учитывает струйная математическая модель.

Кинетическая математическая модель кавитационных автоколебаний, разработанная М.С. Натанзоном, которая учитывает унос парогазовой фазы из каверны, позволила вскрыть еще один механизм возникновения автоколебаний. Мы не будем подробно рассматривать кинетическую модель, так как она опубликована во многих работах, например [24-27], а обратим внимание только на возможный механизм возникновения автоколебаний. Это можно сделать с помощью струйной модели, если качественно учесть унос парогазовой фазы из каверны. Очевидно, что расход парогазовой смеси из каверны существенно зависит от скорости потока в межлопастном канале и поверхности раздела фаз. Пусть скорость в межлопастном канале по какой-либо причине возросла. Это приведет к увеличению расхода парогазовой смеси из каверны, а следовательно, к уменьшению давления в каверне. Уменьшение давления в каверне в соответствии с уравнением (3.3) приведет к уменьшению давления на входе в насос и как следствие к увеличению объема каверны. Как следует из рис. 3.7 с увеличением объема каверны увеличивается поверхность раздела фаз и уменьшается проходное сечение межлопастного канала, что приведет к еще большему увеличению скорости потока в межлопастном канале и расхода парогазовой смеси из каверны. Это может привести к разрыву потока в проточной части шнека, что позволяет объяснить разрывной характер кавитационных автоколебаний.

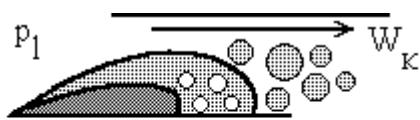


Рис. 3.7. Схема уноса парогазовой фазы

Следует обратить внимание на специфическую особенность процесса уноса парогазовой смеси из каверны, которая заключается в том, что с увеличением

расхода парогазовой смеси объем кавитационной каверны увеличивается.

Однако как струйная, так и кинетическая модели не могут объяснить такие опытные данные как гистерезисные свойства и склонность системы

питания к режимам жесткого возбуждения. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что условие устойчивой работы, декремент затухания и собственная частота колебаний, которые легко получить из характеристического уравнения (3.19), не зависят от теплофизических свойств рабочего тела. Для исследования влияния теплофизических свойств рабочего тела на устойчивость системы питания учтем тепломассообменные процессы в кавитационной каверне.

### 3.2. Тепломассообменная модель

Математическая модель системы питания с учетом тепломассообменных процессов в каверне можно разработать на базе струйной модели, если положить, что давление в каверне определяется скоростями испарения и конденсации пара, которые неразрывно связаны с процессами передачи тепла между жидкой и парообразной фазами. Поэтому дополним систему уравнений (3.1-3.5) соотношениями, которые бы связывали давление пара в каверне с остальными переменными системы уравнений. При этом предположим, что каверну заполняет насыщенный пар. Тогда его состояние полностью определяется тремя параметрами: давлением пара в каверне, объемом каверны и массой пара в каверне, ибо температура на линии насыщения однозначно определяется давлением. Следовательно, плотность пара будет только функцией давления и определится соотношением

$$\rho_{\Pi}(p_k) = m_k / V_{k\Sigma} \quad (3.25)$$

Масса пара в каверне можно найти, если рассмотреть массообмен между жидкой и паровой фазами. Скорость изменения массы пара в каверне можно представить в виде произведения площади поверхности раздела фаз на удельный массовый поток через границу раздела фаз

$$\frac{dm_k}{dt} = s_k \cdot q_m \quad (3.26)$$

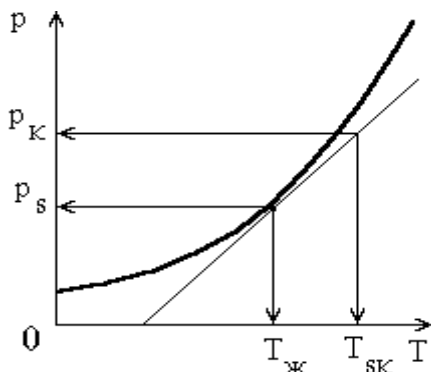
Удельный массовый поток выразим через удельный тепловой поток и скрытую теплоту парообразования

$$q_m = q_T / r. \quad (3.27)$$

Величину удельного теплового потока можно определить по формуле Ньютона в виде произведения коэффициента теплопередачи от жидкости к поверхности каверны и разности температуры жидкости вдали от поверхности раздела фаз и температуры пара на линии насыщения при давлении в каверне

$$q_T = \alpha \cdot (T_{\text{ж}} - T_{\text{СК}}). \quad (3.28)$$

Температуру жидкости приближенно можно считать постоянной вследствие большой теплоемкости жидкости и относительно малой массовой доли испарившейся части. При малой разности  $T_{\text{ж}} - T_{\text{СК}}$  можно приближенно записать  $T_{\text{ж}} - T_{\text{СК}} = \varepsilon \cdot (p_s - p_k)$ , (3.29)



**Рис.3.8. Зависимость давления насыщенных паров от температуры**

где  $\varepsilon = \frac{dT}{dp} = \frac{v_{\text{п}} - v_{\text{ж}}}{r} \cdot T$  определяется уравнением Клапейрона – Клаузиуса, графическое представление которого показано на рис. 3.8. В формуле (3.29)  $p_s$  – давление на линии насыщенных паров при температуре жидкости, окружающей каверну;  $T_{\text{СК}}$  – температура пара в каверне на линии насыщенных паров при давлении пара в каверне.

Коэффициент теплоотдачи выразим через критерий Нуссельта, теплопроводность жидкости и характерный размер каверны

$$\alpha = \text{Nu} \cdot \lambda / b, \quad (3.30)$$

где критерий Нуссельта можно выразить через критерии Рейнольдса и Прандтля.

Из соотношений (3.26 - 3.30) имеем

$$\frac{dm_{\bar{h}}}{dt} = A(V_{\bar{h}\Sigma}, \dot{m}_1, p_{\bar{h}}) \cdot (p_s - p_{\bar{h}}), \quad (3.31)$$

где параметр  $A(V_{\bar{h}\Sigma}, \dot{m}_1, p_{\bar{h}}) = s_{\bar{h}} \cdot \frac{\lambda}{r} \cdot \varepsilon \cdot \frac{Nu}{b}$  является функцией объема каверны, расхода на входе в шнек и давления в каверне.

Для исследования устойчивости системы питания уравнения (3.25) и (3.31) линеаризуем методом малого параметра и добавим к системе уравнений (3.10 - 3.14). После линеаризации уравнение (3.25) примет вид

$$\delta m_{\kappa} = \frac{\partial m_{\kappa}}{\partial p_{\kappa}} \cdot \delta p_{\kappa} + \frac{\partial m_{\kappa}}{\partial V_{\kappa\Sigma}} \cdot \delta V_{\kappa\Sigma}. \quad (3.32)$$

Заметим, что на стационарном режиме давление в каверне равно давлению насыщенных паров при температуре рабочего тела и поэтому после линеаризации уравнения (3.31) получим

$$\frac{d\delta m_{\bar{h}}}{dt} = -A(\bar{V}_{\bar{h}\Sigma}, \bar{\dot{m}}_1, \bar{p}_{\bar{h}}) \cdot \delta p_{\bar{h}}. \quad (3.33)$$

Преобразованные по Лапласу линейные уравнения (3.32, 3.33) при нулевых начальных условиях будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \delta \tilde{m}_{\bar{h}}(s) &= \frac{\partial m_{\bar{h}}}{\partial p_{\bar{h}}} \cdot \delta \tilde{p}_{\bar{h}}(s) + \frac{\partial m_{\bar{h}}}{\partial V_{\bar{h}\Sigma}} \cdot \delta \tilde{V}_{\bar{h}\Sigma}(s); \\ s \cdot \delta \tilde{m}_{\bar{h}}(s) &= -A(\bar{V}_{\bar{h}\Sigma}, \bar{\dot{m}}_1, \bar{p}_{\bar{h}}) \cdot \delta \tilde{p}_{\bar{h}}(s) \end{aligned} \quad (3.34)$$

и дают возможность найти связь между малыми отклонениями объема каверны и давлением в каверне.

Исключим из уравнений (3.34) малые отклонения массы пара, в результате получим

$$(s \cdot \theta_{\bar{h}} + 1) \cdot \delta \tilde{p}_{\bar{h}}(s) = -s \cdot k_{\bar{h}} \cdot \delta \tilde{V}_{\bar{h}\Sigma}(s),$$

$$\text{где } \theta_{\hbar} = \frac{1}{A(\bar{V}_{\hbar\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_{\hbar})} \cdot \frac{\partial m_{\hbar}}{\partial p_{\hbar}}; \quad k_{\hbar} = \frac{1}{A(\bar{V}_{\hbar\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_{\hbar})} \cdot \frac{\partial m_{\hbar}}{\partial V_{\hbar\Sigma}}.$$

Следует заметить, что это уравнение можно рассматривать как некоторое релаксационное уравнение, где  $\theta_{\kappa}$  – время релаксации. Однако в нашем случае параметры  $\theta_{\kappa}$  и  $k_{\kappa}$  имеют четкий физический смысл и могут быть определены по параметрам невозмущенного режима на базе статических расчетов.

Матрица коэффициентов преобразованной по Лапласу системы уравнений (3.15, 3.34), приведена в табл. 3.

Таблица 3

| $\delta\tilde{p}_1(s)$ | $\delta\tilde{m}_1(s)$ | $\delta\tilde{V}_{\kappa\Sigma}(s)$ | $\delta\tilde{p}_{\hbar}(s)$  | $\delta\tilde{m}_2(s)$ | $\delta\tilde{p}_2(s)$ |
|------------------------|------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|------------------------|------------------------|
| 1                      | $G_1$                  | $C_1$                               | 0                             | 0                      | 0                      |
| $\kappa_1$             | $\theta_1 \cdot s + 1$ | 0                                   | 0                             | 0                      | 0                      |
| 0                      | 1                      | $\rho \cdot s$                      | 0                             | -1                     | 0                      |
| 0                      | 0                      | $k_{\hbar} \cdot s$                 | $\theta_{\kappa} \cdot s + 1$ | 0                      | 0                      |
| 0                      | 0                      | 0                                   | 0                             | $\theta_2 \cdot s + 1$ | $-\kappa_2$            |
| -1                     | 0                      | $C_2$                               | 0                             | $G_2$                  | 1                      |

Приравняв определитель матрицы системы уравнений нулю получим характеристическое уравнение в виде:

$$\begin{aligned}
 \Delta(s) = & \theta_1 \cdot \theta_2 \cdot \theta_k \cdot \rho \cdot s^4 + \theta_1 \cdot \theta_2 \cdot \theta_k \cdot \rho \cdot \left( \frac{1 + \kappa_2 \cdot G_2}{\theta_2} + \frac{1 - \kappa_1 \cdot G_1}{\theta_1} + \frac{1}{\theta_k} \right) \cdot s^3 + \\
 & + \left\{ \left( \kappa_2 \cdot \theta_1 + \kappa_1 \cdot \theta_2 \right) \cdot \left( \kappa_k + C_1 \cdot \theta_k \right) + \kappa_2 \cdot C_2 \cdot \theta_1 \cdot \theta_k + \rho \cdot \theta_1 \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) + \right. \\
 & \left. + \rho \cdot \theta_2 \cdot \left( 1 - \kappa_1 \cdot G_1 \right) + \rho \cdot \theta_k \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) \cdot \left( 1 - \kappa_1 \cdot G_1 \right) \right\} \cdot s^2 + \\
 & + \left\{ \left( 1 - \kappa_1 \cdot G_1 \right) \cdot \left[ \kappa_2 \cdot \theta_k \cdot \left( C_1 + C_2 \right) + \rho \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) + \kappa_2 \cdot k_k \right] + \kappa_2 \cdot C_2 \cdot \theta_1 + \right. \\
 & \left. + C_1 \cdot \left( \kappa_2 \cdot \theta_1 + \kappa_1 \cdot \theta_2 \right) + \left[ 1 + \kappa_2 \cdot \left( G_1 + G_2 \right) \right] \cdot \kappa_1 \cdot \left( k_k + C_1 \cdot \theta_k \right) \right\} \cdot s + \\
 & + \kappa_2 \cdot C_2 \cdot \left( 1 - \kappa_1 \cdot G_1 \right) + \kappa_1 \cdot C_1 \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) + \kappa_2 \cdot C_1 = 0.
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Полагая  $s = j \cdot \omega$  и, разрешая характеристическое уравнение (3.35) относительно параметров  $G_1 - C_1$ , получим уравнение кривой Д-разбиения в параметрической форме:

$$G_1 = \frac{D_1}{D}; \quad C_1 = \frac{D_2}{D}, \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned}
 \text{где } D = & \omega \cdot \kappa_1 \cdot \left( 1 + \theta_k^2 \cdot \omega^2 \right) \cdot \left\{ \left( \rho \cdot \theta_2 \cdot \omega^2 \right) \cdot \left( \kappa_2 \cdot \theta_1 + \kappa_1 \cdot \theta_2 \right) + \right. \\
 & \left. + \rho \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) \cdot \left[ \kappa_2 + \kappa_1 \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) \right] \right\}, \\
 D_1 = & \omega \cdot k_k \cdot \left\{ \left[ \kappa_2 + \kappa_1 \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) \right]^2 + \left( \kappa_2 \cdot \theta_1 + \kappa_1 \cdot \theta_2 \right)^2 \cdot \omega^2 \right\} + \\
 & + \omega \cdot \left( 1 + \theta_k^2 \cdot \omega^2 \right) \cdot \left\{ \left[ \kappa_2 + \kappa_1 \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) \right] \cdot \left[ \rho \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) + \theta_1 \cdot \left( \kappa_2 \cdot C_2 - \theta_2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \right) \right] + \right. \\
 & \left. + \left[ \theta_2 \cdot \rho \cdot \omega^2 - \kappa_2 \cdot C_2 + \rho \cdot \theta_1 \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) \cdot \omega^2 \right] \cdot \left( \kappa_2 \cdot \theta_1 + \kappa_1 \cdot \theta_2 \right) \right\}, \\
 D_2 = & \omega \cdot \kappa_1 \cdot \theta_1 \cdot \left( 1 + \theta_k^2 \cdot \omega^2 \right) \cdot \left[ \left( \rho \cdot \theta_2 \cdot \omega^2 - \kappa_2 \cdot C_2 \right) + \rho^2 \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right)^2 \cdot \omega^2 \right] - \\
 & - \omega \cdot \kappa_1 \cdot k_k \cdot \left\{ \left( \theta_2 \cdot \rho \cdot \omega^2 - \kappa_2 \cdot C_2 \right) \cdot \theta_k \cdot \omega - \rho \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) \cdot \left( \kappa_2 \cdot \theta_1 + \kappa_1 \cdot \theta_2 \right) \cdot \omega^2 + \right. \\
 & \left. + \left[ \kappa_2 + \kappa_1 \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) \right] \cdot \left[ \left( \rho \cdot \theta_2 \cdot \omega^2 - \kappa_2 \cdot C_2 \right) + \rho \cdot \theta_k \cdot \left( 1 + \kappa_2 \cdot G_2 \right) \cdot \omega^2 \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Это уравнение кривой Д-разбиения соответствует характеристическому уравнению системы, имеющему два чисто мнимых корня. Кроме

того, область устойчивости ограничивается особой прямой, которая отвечает характеристическому уравнению, имеющему нулевой корень. Уравнение этой особой прямой имеет вид

$$G_1 = \frac{\kappa_2 + \kappa_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2)}{\kappa_1 \cdot \kappa_2 \cdot C_2} \cdot C_1 + \frac{1}{\kappa_1}. \quad (3.37)$$

Особой прямой при  $\omega = \infty$  нет, так как коэффициент характеристического уравнения при старшем члене не зависит от определяемых параметров.

В зависимости от соотношения параметров системы граница устойчивости может иметь различную картину. Если параметр

$$a = \kappa_2 \cdot C_2 - \frac{\rho \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) \cdot [\kappa_2 + \kappa_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2)]}{\kappa_2 \cdot \theta_1 + \kappa_1 \cdot \theta_2} > 0,$$

то главный определитель системы  $D$  обращается в нуль при  $\omega_1 = \sqrt{\rho \cdot a / \theta_2}$ .

Однако в данном случае второй особой прямой нет, так как ни один из определителей  $D_1$  и  $D_2$  не обращается в нуль при  $\omega = \omega_1$ . В этой точке кривая  $D$ -разбиения претерпевает разрыв. Границы и их штриховка в этом случае показаны на рис. 3.9.

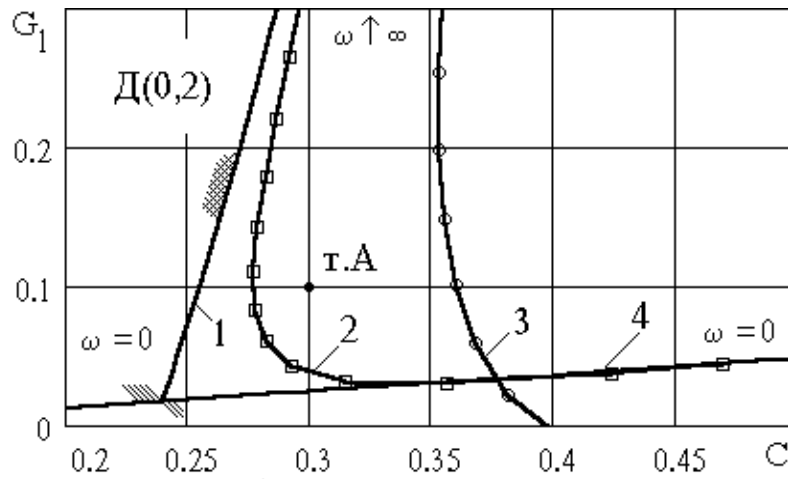


Рис. 3.9 Д-разбиение плоскости параметров  $G_1 - C_1$  при  $a < 0$ : 1 -  $\kappa_k = 0$ ,  $\theta_k = 0$ ; 2 -  $\kappa_k = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\theta_k = 10^{-2}$ ; 3 -  $\kappa_k = 2 \cdot 10^{-3}$ ,  $\theta_k = 10^{-2}$ ; 4 - особая прямая

Граница устойчивости при  $a < 0$  показана на рис. 3.10.

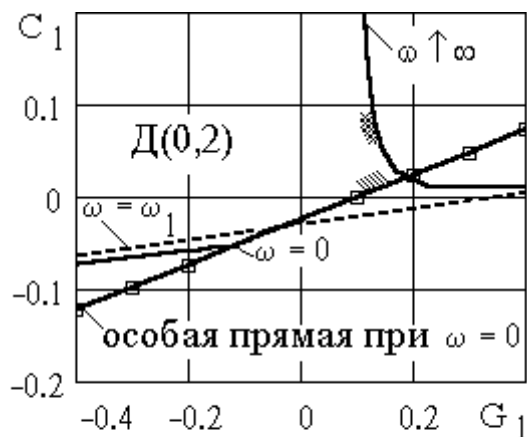


Рис.3.10. Д-разбиение плоскости параметров  $G_1 - C_1$  при  $a > 0$ :  
 $k_k = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\theta_k = 10^{-2}$

Претендент на область устойчивости можно проверить с помощью критерия Михайлова. Полагая в характеристическом уравнении (3.35)  $s = j \cdot \omega$  и изменяя  $\omega$  от 0 до  $\infty$ , можно построить годограф Михайлова. На рис.3.11 приведены годографы Михайлова для т.А (рис.3.9) и параметров системы, соответствующих границам устойчивости 2 и 3.

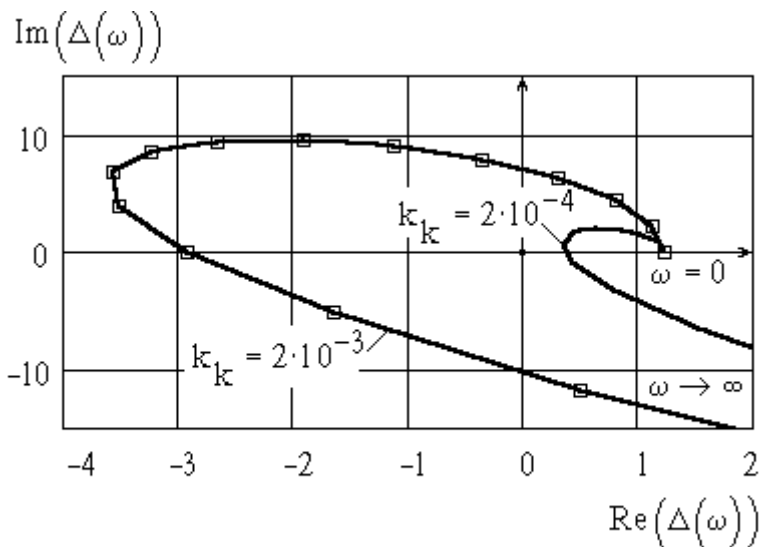


Рис.3.11. Годограф Михайлова

Полагая в определителях  $D_1, D_2$  и  $D$ ,  $\theta_k = k_k = 0$ , мы получим уравнение кривой Д-разбиения без учета неравновесного состояния кавитационной каверны. Уравнение особой прямой и штриховка остаются прежними. Из графиков

видно, что учет неравновесного состояния кавитационной каверны при вполне реальных значениях параметров  $\theta_k$  и  $k_k$  существенно расширяет область устойчивой работы системы питания. Максимальное расхождение получается при частоте, которая получается совместным решением уравнений (3.36 и 3.37).

### 3.3. Массообменные режимы кавитации

Для анализа роли массообменных процессов в развитии кавитационных автоколебаний рассмотрим систему питания, состоящую из кавитирующего шнекоцентробежного насоса с местными сопротивлениями на входе и выходе. Характеристическое уравнение, отвечающее указанному случаю, легко получить, если положить в уравнении (3.35)  $\theta_1 = \theta_2 = 0$ , в результате получим:

$$s^2 \cdot \rho \cdot \theta_k \cdot (1 - \kappa_1 \cdot G_1) \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) + \\ + s \cdot \left\{ (\theta_k \cdot C_1 + k_k) \left[ \kappa_2 + \kappa_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) \right] + (1 - \kappa_1 \cdot G_1) \cdot \left[ \rho \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) + \kappa_2 \cdot C_2 \cdot \theta_k \right] \right\} + \\ + \kappa_2 \cdot C_1 + \kappa_1 \cdot C_1 \cdot (1 + \kappa_2 \cdot G_2) + \kappa_2 \cdot C_2 \cdot (1 - \kappa_1 \cdot G_1) = 0.$$

Если обеспечена статическая устойчивость то  $(1 + \kappa_1 \cdot G_2) > 0$ , если сопротивление расходной магистрали превышает сопротивление, которое оказывает потоку каверна, то  $(1 - \kappa_1 \cdot G_1) > 0$ , если отсутствует отрицательная упругость то  $C_2 > 0$  и тогда система может потерять устойчивость только при условии, что  $k_k < 0$ , т.е. тогда, когда частная

производная  $\frac{\partial m_k}{\partial V_{k\Sigma}} < 0$ . Это значит, что при увеличении объема

каверны масса пара в каверне уменьшается, что возможно при интенсивном уносе пара из каверны. Однако, уносом парогазовой фазы трудно объяснить склонность кавитирующего насоса к режимам жесткого возбуждения и его гистерезисные свойства. Для того, чтобы исключить или свести к минимуму унос парогазовой фазы, необходимо увеличить шаг шнека. Были проведены испытания статически устойчивой системы питания с большим сопротивлением расходной магистрали, с “падающей” срывной характеристикой и с однозаходным шнеком. Система оказалась абсолютно устойчивой при любом давлении на входе в насос и различных

расходах и оборотах. Случайный сбой в работе автоматики позволил понять еще один механизм возникновения неустойчивости, обусловленный специфическими особенностями протекания тепломассообменных процессов в каверне. Дело в том, что для повышения ресурса работы насосного агрегата испытания проводились при пониженных оборотах. Для достижения срыва напорной характеристики на входе насоса приходилось создавать разрежение. Это накладывало определенные ограничения на порядок проведения испытаний. Так, например, после завершения очередного испытания вначале выключалась регистрирующая аппаратура, затем повышалось давление на входе в насос и при достижении атмосферного подавалась команда на выключение привода насоса. Такая последовательность была необходима для того, чтобы через уплотнения атмосферный воздух не проник на вход насоса, что гарантировало надежный последующий запуск. При проведении одного из испытаний автоматика не сработала и регистрирующая аппаратура записала параметры системы при повышении давления на входе. К удивлению исследователей на осциллограмме, проявленной на всякий случай, были обнаружены колебания давления, аналогичные приведенным на рис. 1.

Очевидный, но в силу инерции мышления неожиданный результат, позволил по-другому посмотреть на линеаризацию дифференциального уравнения для массы газа в каверне (3.31). Очень много информации мы теряем, когда полагаем, что давление в каверне равно давлению насыщенных паров. В связи с тем, что параметр  $A(V_{k\Sigma}, \dot{m}_1, p_k)$  является сложной функцией многих переменных, то при линеаризации уравнения (3.31) рассмотрим три наиболее характерных режима: установившийся, конденсации и испарения.

При установившемся режиме невозмущенные параметры системы питания, такие как давление на входе в насос, расход и обороты

изменяются так, что объем каверны остается постоянным, а давление в каверне равно давлению насыщенных паров при температуре рабочего тела.

В режиме конденсации невозмущенные параметры системы изменяются так, что объем каверны монотонно уменьшается и давление в каверне больше давления насыщенных паров, например, при постоянных оборотах и расходе и монотонном увеличении давления на входе в насос.

В режиме испарения невозмущенные параметры изменяются так, что объем каверны монотонно увеличивается, что сопровождается испарением рабочего тела и давление в каверне будет меньше давления насыщенных паров.

Для квазистационарного режима испарения или конденсации уравнение (3.31) после линеаризации будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{d\delta m_k}{dt} = & -A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k) \cdot \delta p_k + \frac{\partial A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k)}{\partial p_k} \cdot (p_s - p_k) \cdot \delta p_k + \\ & + \frac{\partial A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k)}{\partial V_{k\Sigma}} \cdot (p_s - p_k) \cdot \delta V_{k\Sigma} + \frac{\partial A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k)}{\partial \dot{m}_1} \cdot (p_s - p_k) \cdot \delta \dot{m}_1. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Преобразуем уравнение (3.38) по Лапласу при нулевых начальных условиях и после совместного решения с уравнением (3.33) получим

$$(\theta_k \cdot s + 1 - \kappa_k) \cdot \delta \tilde{p}_k(s) + (k_k \cdot s - C_k) \cdot \delta \tilde{V}_{k\Sigma}(s) - G_k \cdot \delta \tilde{m}_1(s) = 0, \quad (3.39)$$

$$\text{где } \kappa_k = \frac{1}{A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k)} \cdot \frac{\partial A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k)}{\partial p_k} \cdot (p_s - p_k);$$

$$C_k = \frac{1}{A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k)} \cdot \frac{\partial A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k)}{\partial V_{k\Sigma}} \cdot (p_s - p_k);$$

$$G_k = \frac{1}{A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k)} \cdot \frac{\partial A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k)}{\partial \dot{m}_1} \cdot (p_s - p_k);$$

$$\theta_k = \frac{1}{A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k)} \cdot \frac{\partial m_k}{\partial p_k}; \quad k_k = \frac{1}{A(\bar{V}_{k\Sigma}, \bar{m}_1, \bar{p}_k)} \cdot \frac{\partial m_k}{\partial V_{k\Sigma}},$$

$(\overline{p_s - p_k})$  – невозмущенное значение перепада давления, равное нулю в установившемся режиме, положительное в режиме испарения и отрицательное в режиме конденсации. Очевидно, коэффициенты  $\kappa_k$ ,  $C_k$ ,  $G_k$  могут быть в одном случае положительными, в другом отрицательными. Этим можно объяснить гистерезисные свойства кавитирующего насоса.

Матрица коэффициентов с учетом уравнения (3.38) будет иметь вид, приведенный в табл. 4.

Таблица 4

| $\delta\tilde{p}_1(s)$ | $\delta\tilde{m}_1(s)$ | $\delta\tilde{V}_{k\Sigma}(s)$ | $\delta\tilde{p}_k(s)$            | $\delta\tilde{m}_2(s)$ | $\delta\tilde{p}_2(s)$ |
|------------------------|------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------|------------------------|
| 1                      | $G_1$                  | $C_1$                          | -1                                | 0                      | 0                      |
| $\kappa_1$             | $\theta_1 \cdot s + 1$ | 0                              | 0                                 | 0                      | 0                      |
| 0                      | 1                      | $\rho \cdot s$                 | 0                                 | -1                     | 0                      |
| 0                      | $-G_k$                 | $k_k \cdot s - C_k$            | $\theta_k \cdot s + 1 - \kappa_k$ | 0                      | 0                      |
| 0                      | 0                      | 0                              | 0                                 | $\theta_2 \cdot s + 1$ | $-\kappa_2$            |
| -1                     | 0                      | $C_2$                          | 0                                 | $G_2$                  | 1                      |

Разрешим определитель матрицы относительно параметров  $G_1 - C_1$  получим границы устойчивости для установившегося режима, режима конденсации и режима испарения, которые показаны на рис. 3.12.

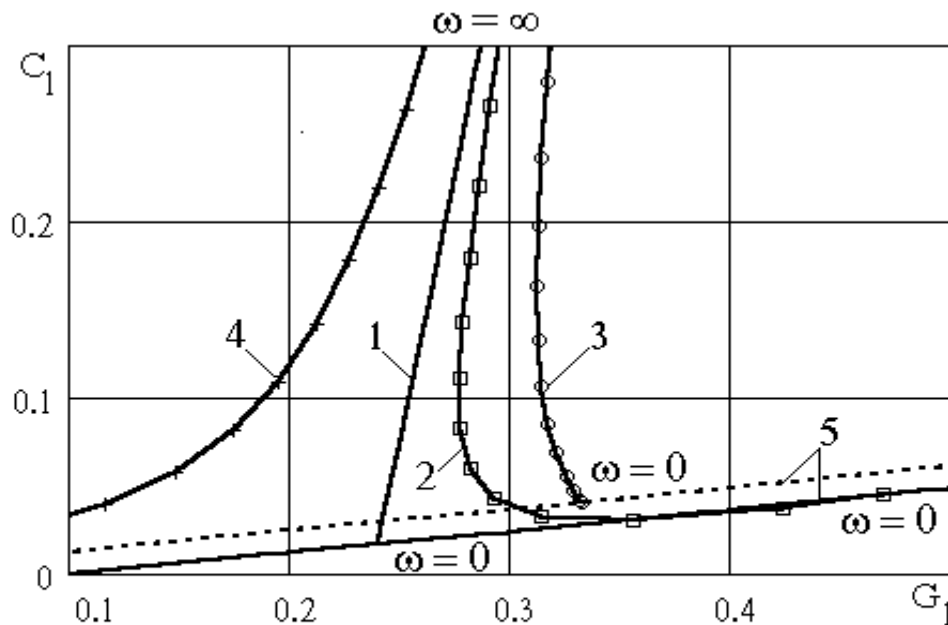


Рис. 3.12. Д-разбиение плоскости параметров  $G_1 - C_1$ :  
 1 — без учета ТМО; 2 —  $(\overline{p_s} - \overline{p_k}) = 0$ ; 3 —  $(\overline{p_s} - \overline{p_k}) = 0.1$ ;  
 4 —  $(\overline{p_s} - \overline{p_k}) = -0.1$ ; 5 — особые прямые при  $\omega = 0$

Анализ областей устойчивости показывает, что запас устойчивости системы питания в режиме испарения больше, а в режиме конденсации меньше по сравнению с установившимся режимом. Так как в процессе полета ракеты тяга остается постоянной, а масса ракеты уменьшается, происходит прогрессивное увеличение продольного ускорения и давления на входе в насос. Наибольший градиент нарастания давления будет в конце активного участка траектории, поэтому продольная колебательная неустойчивость возникает, как правило, в конце активного участка траектории. Очевидно, для устранения продольной колебательной неустойчивости достаточно в конце активного участка траектории отключить систему наддува топливных баков, а при необходимости открыть дренажный клапан. В том случае, когда несущая способность топливного бака не позволяет понизить давление наддува, можно установить на расходной магистрали дроссель переменного сопротивления.

Полученные результаты позволяют описать механизм возникновения кавитационных колебаний, обусловленный специфическими особенностями протекания тепломассообменных процессов в каверне.

Рассмотрим переходные процессы, протекающие в системе питания с кавитирующим шнекоцентробежным насосом, описываемые системой уравнения (3.1-3.5, 3.25, 3.31), при возмущении какого-либо параметра.

Пусть давление на входе в насос повысилось. Это приведет к уменьшению объема кавитационной каверны (см. рис. 2.12) и, в соответствии с уравнением (3.25), к увеличению давления пара в каверне. С повышением давления в каверне еще больше возрастает давление на входе в насос (см. уравнение 3.3) и уменьшается объем каверны. Указанный процесс сопровождается конденсацией пара. На первый взгляд, из уравнения (3.31) следует, что чем больше по модулю перепад давления  $p_s - p_k$ , тем больше расход пара из каверны. В действительности расход пара уменьшается, так как уменьшается параметр  $A(V_{k\Sigma}, \dot{m}_1, p_k)$  из-за уменьшения поверхности раздела фаз и параметра  $\varepsilon = dT/dp$ , который связывает удельный тепловой поток с перепадом давления и определяется производной к кривой насыщения (см. рис. 3.8). Качественная зависимость параметра  $\varepsilon$  от давления в каверне приведена на рис. 3.13.

Следовательно с увеличением давления в каверне расход пара из каверны уменьшается, что приводит к еще большему увеличению давления в каверне и на входе в насос. Указанный процесс завершается схлопыванием каверны, чем и объясняются острые “пики” давления на входе в насос при автоколебаниях.

С другой стороны увеличение давления на входе в насос приводит к уменьшению расхода в питающей магистрали (см. уравнение 3.1) и в соответствии с уравнением (3.4) к увеличению объема каверны. С увеличением объема каверны уменьшается давление в каверне и как только давление в каверне окажется ниже давления насыщенных паров, начинается процесс

испарения, особенностью которого является то, что с уменьшением давления на входе и с увеличением по модулю перепада давления  $p_s - p_k$  увеличивается поверхность раздела фаз и параметр  $\varepsilon$ . Это приводит к значительному увеличению скорости прихода пара в каверну и в результате в графике изменения давления на входе в насос наблюдается “полочка”.

Таким образом, лопастной насос в режиме развитых кавитационных автоколебаний, из-за специфических особенностей протекания тепломассообменных процессов, представляет собой некоторую тепловую машину, которая преобразует внутреннюю энергию топлива, которое в данный момент обтекает каверну, в механическую энергию топлива в расходной магистрали. В процессе испарения температура топлива понижается, так как часть внутренней энергии топлива передается пару в каверне, а затем в режиме конденсации определенная доля тепловой энергии преобразуется в механическую, так как пар не может сконденсироваться. Указанные преобразования энергии и поддерживают автоколебания.

Для того, чтобы механизм возникновения автоколебаний, обусловленный специфическими особенностями протекания

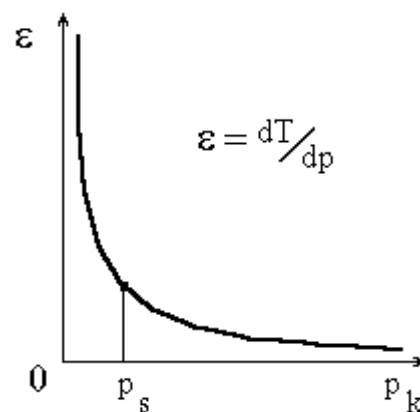


Рис. 3.13. Зависимость параметра  $\varepsilon$  от давления в каверне

тепломассообменных процессов начал работать, необходимо подать на систему воздействие, вызывающее уменьшение объема кавитационной каверны.

Очевидно, указанный механизм объясняет гистерезисные свойства кавитирующего насоса и его склонность к режимам жесткого возбуждения и позволяет разработать мероприятия, устраняющие продольную колебательную неустойчивость без увеличения массы ракеты.

## **Глава 4**

### **МЕЖКАНАЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ**

Исследование тепломассообменных процессов в кавитационной каверне позволило установить специфические особенности их протекания и объяснить многие опытные данные, такие как гистерезисные свойства кавитирующего насоса, склонность системы к режимам жесткого возбуждения, разрывной характер развитых автоколебаний. Однако этих знаний недостаточно, например, для того, чтобы объяснить природу “отрицательной упругости” или возникновение колебаний давления между шнеком и центробежным колесом тогда, когда колебания на входе и на выходе насоса отсутствуют.

Результаты работы [23] позволяют предположить, что шнеко-центробежный насос можно представить как многоканальную систему, которой свойственна межканальная неустойчивость.

Для анализа общесистемной и локальной устойчивости изложим математическую модель системы питания с учетом много-канальности шнека.

#### 4.1. Многоканальная математическая модель

В связи с технологическим разбросом при изготовлении шнека и чувствительностью кавитационных характеристик к качеству обработки входных кромок лопастей, динамические характеристики одинаковых каналов могут отличаться. Для моделирования такого рода процессов рассмотрим математическую модель топливоподающей магистрали со шнеком, состоящим из  $n$  различных каналов. В линейном приближении в систему уравнений будут входить следующие уравнения.

Уравнение расходной магистрали

$$\theta_1 \cdot \frac{d}{dt} \cdot \delta \dot{m}_1 + \delta \dot{m}_1 = \kappa_1 \cdot (\delta p_{\#} - \delta p_1), \quad (4.1)$$

где

$$\delta \dot{m}_1 = \delta \dot{m}_{11} + \dots + \delta \dot{m}_{1i} + \dots + \delta \dot{m}_{1n} = \sum_{1=i}^n \delta \dot{m}_{1i}. \quad (4.2)$$

Уравнение напорной магистрали

$$\theta_2 \cdot \frac{d}{dt} \delta \dot{m}_2 + \delta \dot{m}_2 = \kappa_2 \cdot (\delta p_2 - \delta p_k), \quad (4.3)$$

где

$$\delta \dot{m}_2 = \delta \dot{m}_{21} + \dots + \delta \dot{m}_{2i} + \dots + \delta \dot{m}_{2n} = \sum_{1=i}^n \delta \dot{m}_{2i}. \quad (4.4)$$

Расход рабочего тела на входе в  $i$ -й канал можно определить из выражения для коэффициента кавитации

$$\delta p_1 - \delta p_{ki} + G_{1i} \cdot \delta \dot{m}_{1i} + C_{1i} \cdot \delta V_{ki} = 0, \quad (4.5)$$

а расход на выходе из  $i$ -го канала из соотношения для напора насоса

$$\delta p_2 - \delta p_1 + C_{2i} \cdot \delta V_{ki} + G_{2i} \cdot \delta \dot{m}_{2i} = 0. \quad (4.6)$$

Давление в  $i$ -й камере определяется уравнением баланса пара в камере, которое в линейном приближении имеет вид

$$\theta_{ki} \cdot \frac{d\delta p_{ki}}{dt} + (1 - \kappa_{ki}) \cdot \delta p_{ki} - G_{ki} \cdot \delta \dot{m}_{1i} + k_{ki} \cdot \frac{d\delta V_{ki}}{dt} - C_{ki} \cdot \delta V_{ki} = 0, \quad (4.7)$$

а объем  $i$ -й каверны можно определить из уравнения баланса массы рабочего тела в канале

$$\rho \cdot \frac{d}{dt} \cdot \delta V_{k\Sigma} = \delta \dot{m}_2 - \delta \dot{m}_1. \quad (4.8)$$

Матрица коэффициентов системы уравнений (4.1-4.8), преобразованной по Лапласу при нулевых начальных условиях, приведена в табл. 5.

Таблица 5

| $\delta \tilde{p}_1(s)$ | $\delta \tilde{m}_1(s)$ | $\delta \tilde{m}_{11}(s)$ | $\delta \tilde{p}_{k1}(s)$              | $\delta \tilde{V}_{k1}(s)$ | $\delta \tilde{m}_{21}(s)$ | ... |
|-------------------------|-------------------------|----------------------------|-----------------------------------------|----------------------------|----------------------------|-----|
| $\kappa_1$              | $\theta_1 \cdot s + 1$  | 0                          | 0                                       | 0                          | 0                          | ... |
| 0                       | 1                       | -1                         | 0                                       | 0                          | 0                          | ... |
| 1                       | 0                       | $G_{11}$                   | -1                                      | $C_{11}$                   | 0                          | ... |
| 0                       | 0                       | $-G_{k1}$                  | $\theta_{k1} \cdot s + 1 - \kappa_{k1}$ | $k_{k1} \cdot s - C_{k1}$  | 0                          | ... |
| 0                       | 0                       | 1                          | 0                                       | $\rho \cdot s$             | -1                         | ... |
| -1                      | 0                       | 0                          | 0                                       | $C_{21}$                   | $G_{21}$                   | ... |
| ...                     | ...                     | ...                        | ...                                     | ...                        | ...                        | ... |
| 1                       | 0                       | 0                          | 0                                       | 0                          | 0                          | ... |
| 0                       | 0                       | 0                          | 0                                       | 0                          | 0                          | ... |
| 0                       | 0                       | 0                          | 0                                       | 0                          | 0                          | ... |
| -1                      | 0                       | 0                          | 0                                       | 0                          | 0                          | ... |
| ...                     | ...                     | ...                        | ...                                     | ...                        | ...                        | ... |
| 0                       | 0                       | 0                          | 0                                       | 0                          | 0                          | ... |
| 0                       | 0                       | 0                          | 0                                       | 0                          | 0                          | ... |
| 0                       | 0                       | 0                          | 0                                       | 0                          | 0                          | ... |
| 0                       | 0                       | 0                          | 0                                       | 0                          | 0                          | ... |
|                         |                         |                            |                                         |                            |                            | ... |
|                         |                         |                            |                                         |                            |                            | ... |

Продолжение табл. 5

|      |                           |                               |                           |                           |     |
|------|---------------------------|-------------------------------|---------------------------|---------------------------|-----|
| ...  | $\delta\tilde{m}_{1i}(s)$ | $\delta\tilde{p}_{ki}(s)$     | $\delta\tilde{V}_{ki}(s)$ | $\delta\tilde{m}_{2i}(s)$ | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | 0                         | ... |
| ...  | -1                        | 0                             | 0                         | 0                         | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | 0                         | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | 0                         | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | 0                         | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | 0                         | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | 0                         | ... |
| ...  | ...                       | ...                           | ...                       | ...                       | ... |
| .... | $G_{1i}$                  | -1                            | $C_{1i}$                  | 0                         | ... |
| ...  | $-G_{ki}$                 | $\theta_{ki+1} - \kappa_{ki}$ | $k_{ki} \cdot s - C_{ki}$ | 0                         | ... |
| ...  | 1                         | 0                             | $\rho \cdot s$            | -1                        | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | $C_{2i}$                  | $G_{2i}$                  | ... |
| ...  | ...                       | ...                           | ...                       | ...                       | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | 0                         | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | 0                         | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | 0                         | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | 0                         | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | -1                        | ... |
| ...  | 0                         | 0                             | 0                         | 0                         | ... |

Окончание табл. 5

| ...  | $\delta\tilde{m}_{1n}(s)$ | $\delta\tilde{p}_{kn}(s)$   | $\delta\tilde{V}_{kn}(s)$ | $\delta\tilde{m}_{2n}(s)$ | $\delta\tilde{m}_2(s)$ | $\delta\tilde{p}_2(s)$ |
|------|---------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------------------|------------------------|------------------------|
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | -1                        | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | ...                       | ...                         | ...                       | ...                       | ...                    | ...                    |
| .... | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | 0                      | 1                      |
| ...  | ...                       | ...                         | ...                       | ...                       | ...                    | ...                    |
| ...  | $G_{1n}$                  | -1                          | $C_{1n}$                  | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | $-G_{kn}$                 | $\theta_{kn} \cdot s + 1 -$ | $k_{kn} \cdot s - C_k$    | 0                         | 0                      | 0                      |
| ...  | 1                         | 0                           | $\rho \cdot s$            | -1                        | 0                      | 0                      |
| ...  | 0                         | 0                           | $C_{2n}$                  | $G_{2n}$                  | 0                      | 1                      |
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | -1                        | 1                      | 0                      |
| ...  | 0                         | 0                           | 0                         | 0                         | $\theta_2 \cdot s + 1$ | $-\kappa_2$            |

Нетрудно заметить, что расходы на входе и выходе  $i$ -го канала можно выразить через давления на входе и выходе насоса:

$$\begin{aligned}\delta\tilde{m}_{1i}(s) &= -W_{1i}^1(s) \cdot \delta\tilde{p}_1(s) - W_{1i}^2(s) \cdot \delta\tilde{p}_2(s); \\ \delta\tilde{m}_{2i}(s) &= -W_{2i}^1(s) \cdot \delta\tilde{p}_1(s) - W_{2i}^2(s) \cdot \delta\tilde{p}_2(s),\end{aligned}\tag{4.9}$$

где

$$W_{1i}^1(s) = \frac{\delta\tilde{m}_{1i}(s)}{\delta\tilde{p}_1(s)} = \frac{\Delta_{1i}^1(s)}{\Delta_i(s)} - \text{передаточная функция расхода на входе } i\text{-го канала к}$$

давлению на входе в насос;

$$W_{1i}^2(s) = \frac{\delta\tilde{m}_{1i}(s)}{\delta\tilde{p}_2(s)} = \frac{\Delta_{1i}^2(s)}{\Delta_i(s)} - \text{передаточная функция расхода на входе } i\text{-го канала}$$

к давлению на выходе из насоса;

$$W_{2i}^1(s) = \frac{\delta\tilde{m}_{2i}(s)}{\delta\tilde{p}_1(s)} = \frac{\Delta_{2i}^1(s)}{\Delta_i(s)} - \text{передаточная функция расхода на выходе } i\text{-го}$$

канала к давлению на входе в насос;

$$W_{2i}^2(s) = \frac{\delta\tilde{m}_{2i}(s)}{\delta\tilde{p}_2(s)} = \frac{\Delta_{2i}^2(s)}{\Delta_i(s)} - \text{передаточная функция расхода на выходе } i\text{-го}$$

канала к давлению на выходе из насоса;

$$\begin{aligned}\Delta_i(s) &= \left( m_{1i} \cdot m_{2i} \cdot \rho \cdot s + m_{1i} \cdot C_{2i} - m_{2i} \cdot C_{1i} \right) \cdot \left( \theta_{ki} \cdot s + 1 - \kappa_{ki} \right) - \\ &\quad - \left[ m_{2i} \cdot \left( m_{ki} \cdot \rho + k_{ki} \right) \cdot s + m_{ki} \cdot C_{2i} - m_{2i} \cdot C_{ki} \right]\end{aligned}\tag{4.10}$$

характеристическое уравнение  $i$ -го межлопастного канала,

$\Delta_{1i}^1(s), \Delta_{1i}^2(s), \Delta_{2i}^1(s), \Delta_{2i}^2(s)$  – присоединенные миноры.

С учетом соотношений (4.9) исходную матрицу коэффициентов можно преобразовать к виду, показанному в табл. 6.

Исключая расходы на входе и выходе в межлопастные каналы, матрица коэффициентов примет вид, приведенный в табл. 7.

Таблица 6

| $\delta \tilde{p}_1(s)$ | $\delta \tilde{m}_1(s)$ | $\delta \tilde{m}_{11}(s)$ | $\delta \tilde{m}_{21}(s)$ | . | $\delta \tilde{m}_{1i}(s)$ | $\delta \tilde{m}_{2i}(s)$ | . | $\delta \tilde{m}_{1n}(s)$ | $\delta \tilde{m}_{2n}(s)$ | $\delta \tilde{m}_2(s)$ | $\delta \tilde{p}_2(s)$ |
|-------------------------|-------------------------|----------------------------|----------------------------|---|----------------------------|----------------------------|---|----------------------------|----------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $\kappa_1$              | $\theta_1 \cdot s + 1$  | 0                          | 0                          | . | 0                          | 0                          | . | 0                          | 0                          | 0                       | 0                       |
| 0                       | 1                       | -1                         | 0                          | . | -1                         | 0                          | . | -1                         | 0                          | 0                       | 0                       |
| $w_{11}^1(s)$           | 0                       | 1                          | 0                          | . | 0                          | 0                          | . | 0                          | 0                          | 0                       | $w_{11}^2(s)$           |
| $w_{21}^1(s)$           | 0                       | 0                          | 1                          | . | 0                          | 0                          | . | 0                          | 0                          | 0                       | $w_{21}^2(s)$           |
| .                       | .                       | .                          | .                          | . | .                          | .                          | . | .                          | .                          | .                       | .                       |
| $w_{1i}^1(s)$           | 0                       | 0                          | 0                          | . | 1                          | 0                          | . | 0                          | 0                          | 0                       | $w_{1i}^2(s)$           |
| $w_{2i}^1(s)$           | 0                       | 0                          | 0                          | . | 0                          | 1                          | . | 0                          | 0                          | 0                       | $w_{2i}^2(s)$           |
| .                       | .                       | .                          | .                          | . | .                          | .                          | . | .                          | .                          | .                       | .                       |
| $w_{1n}^1(s)$           | 0                       | 0                          | 0                          | . | 0                          | 0                          | . | 1                          | 0                          | 0                       | $w_{1n}^2(s)$           |
| $w_{2n}^1(s)$           | 0                       | 0                          | 0                          | . | 0                          | 0                          | . | 0                          | 1                          | 0                       | $w_{2n}^2(s)$           |
| 0                       | 0                       | 0                          | -1                         | . | 0                          | -1                         | . | 0                          | -1                         | 1                       | 0                       |
| 0                       | 0                       | 0                          | 0                          | . | 0                          | 0                          | . | 0                          | 0                          | $\theta_2 \cdot s + 1$  | $-\kappa_2$             |

Таблица 7

| $\delta \tilde{p}_1(s)$    | $\delta \tilde{m}_1(s)$ | $\delta \tilde{m}_2(s)$ | $\delta \tilde{p}_2(s)$    |
|----------------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------------|
| $\kappa_1$                 | $\theta_1 \cdot s + 1$  |                         |                            |
| $\sum_{i=1}^n w_{1i}^1(s)$ | 1                       |                         | $\sum_{i=1}^n w_{1i}^2(s)$ |
| $\sum_{i=1}^n w_{2i}^1(s)$ |                         | 1                       | $\sum_{i=1}^n w_{2i}^2(s)$ |
|                            |                         | $\theta_2 \cdot s + 1$  | $-\kappa_2$                |

Раскрывая определитель матрицы коэффициентов, получаем характеристическое уравнение многоканальной системы питания

$$D(s) = (\theta_1 \cdot s + 1) \cdot (\theta_2 \cdot s + 1) \cdot \left( \sum_{i=1}^n W_{2i}^2(s) \cdot \sum_{i=1}^n W_{1i}^1(s) - \sum_{i=1}^n W_{1i}^2(s) \cdot \sum_{i=1}^n W_{2i}^1(s) \right) + \\ + \kappa_2 \cdot (\theta_1 \cdot s + 1) \cdot \sum_{i=1}^n W_{1i}^1(s) - \kappa_1 (\theta_2 \cdot s + 1) \cdot \sum_{i=1}^n W_{2i}^2(s) - \kappa_1 \cdot \kappa_2 = 0 \quad (4.11)$$

Для исследования общесистемной устойчивости рассмотрим случай, когда все каналы одинаковые. Тогда суммы в матрице коэффициентов можно представить в виде:

$$\sum_{i=1}^n W_{1i}^1(s) = n \cdot W_1^1(s); \quad \sum_{i=1}^n W_{1i}^2(s) = n \cdot W_1^2(s); \\ \sum_{i=1}^n W_{2i}^1(s) = n \cdot W_2^1(s); \quad \sum_{i=1}^n W_{2i}^2(s) = n \cdot W_2^2(s). \quad (4.12)$$

Если поделить первый и последний столбцы на  $n$ , то становится очевидным, что устойчивость многоканальной системы будет эквивалентна устойчивости системы с одним каналом, в которой сопротивления расходной и напорной магистралей в  $n$  раз больше. Следовательно, все ранее полученные соотношения для границ устойчивости с одной суммарной каверной справедливы, при равных каналах, и для системы с многозаходным шнеком.

## 4.2. Межканальная устойчивость

Условие межканальной устойчивости можно получить если приравнять характеристическое уравнение  $i$ -го канала нулю при  $s = j \cdot \omega$ . Область устойчивости в плоскости параметров  $G_{1i} - C_{1i}$  будет состоять из кривой Д-разбиения

$$G_{1i} = \frac{G_{2i} \cdot \theta_{ki} \cdot C_{1i} + G_{2i} \cdot k_{ki}}{C_{2i} \cdot \theta_{ki} + G_{2i} \cdot \rho} \quad (4.13)$$

и двух особых прямых:

$$\text{при } \omega = 0 \quad G_{1i} = \frac{G_{2i}}{C_{2i}} \cdot C_{1i}; \quad (4.14)$$

$$\text{при } \omega = \infty \quad G_{1i} = 0. \quad (4.15)$$

Решая совместно уравнения (4.13 и 4.14) и (4.13 и 4.15) определяем координаты пересечения особых прямых с кривой Д-разбиения:

$$\text{при } \omega = 0 \quad G_{1i} = \frac{k_{ki}}{\rho}, \quad C_{1i} = \frac{C_{2i}}{G_{2i}} \cdot \frac{k_{ki}}{\rho};$$

$$\text{при } \omega = \infty \quad G_{1i} = 0, \quad C_{1i} = -\frac{k_{ki}}{\theta_{ki}}.$$

На рис. 4.4 приведено Д-разбиение для  $i$ -го канала, где  $\sigma_1$  - область устойчивой работы канала. Сопоставляя Д-разбиение для  $i$ -го канала и системы питания (рис. 3.9), нетрудно заметить, что удовлетворить одновременно обоим условиям во всем диапазоне режимных параметров невозможно. Обычно проектные параметры системы выбирают из условия общесистемной устойчивости. Поэтому при работе шнекоцентробежного насоса в режиме частичной кавитации наблюдаются пульсации давления между шнеком и центробежным колесом тогда, когда на входе насоса и на выходе из насоса колебания давления и расхода не наблюдаются. По всей видимости увеличение расхода через один канал сопровождается снижением через другой. Этим можно объяснить эрозийное разрушение лопастей шнека, длительно устойчиво работающего шнекоцентробежного насоса.

С помощью межканальной устойчивости можно объяснить и природу “отрицательной упругости”. При значительном увеличении объема кавитационной каверны в результате межканальной неустойчивости происходит дробление каверны, что и способствует увеличению напора насоса. Из рис. 4.1 следует, что при любых положительных значениях параметров  $G_{1i}$  и  $C_{1i}$  наблюдается межканальная неустойчивость, что не соответствует действительности, так как при давлении близком к давлению срыва напора насоса межканальная неустойчивость не наблюдается. Дело в том, что при разработке математической модели мы не учитывали потери энергии на входе и выходе  $i$ -го канала.



$$C_{li} = -\frac{k_{ki}}{\theta_{ki}} - \frac{\left[ \kappa_{2i} \cdot C_{2i} \cdot \theta_{ki} + \rho \cdot (1 + \kappa_{2i} \cdot G_{2i}) \right] \cdot (1 - \kappa_{li} \cdot G_{li})}{\theta_{ki} \cdot \left[ \kappa_{2i} + \kappa_{li} \cdot (1 + \kappa_{2i} \cdot G_{2i}) \right]}. \quad (4.16)$$

Приравнявая коэффициент при старшем члене нулю, получаем уравнение особой прямой при  $\omega = \infty$ :  $G_{li} = \frac{1}{\kappa_{li}}$ . (4.17)

Приравнявая свободный член нулю, получаем уравнение особой прямой при  $\omega = 0$ :

$$G_{li} = \frac{\left[ \kappa_{2i} + \kappa_{li} \cdot (1 + \kappa_{2i} \cdot G_{2i}) \right] \cdot C_{li}}{\kappa_{li} \cdot \kappa_{2i} \cdot C_{2i}} + \frac{1}{\kappa_{li}}. \quad (4.18)$$

Решая совместно уравнения (4.16, 4.17) и (4.16, 4.18), получаем: при  $\omega = \infty$ :  $G_{li} = \frac{1}{\kappa_{li}}$ ,  $C_{li} = -\frac{k_{ki}}{\theta_{ki}}$ ;

при  $\omega = 0$ :  $C_{li} = \frac{\kappa_{2i} \cdot C_{2i}}{(1 + \kappa_{2i} \cdot G_{2i})} \cdot \frac{k_{ki}}{\rho}$ ,

$$G_{li} = \frac{\left[ \kappa_{2i} + \kappa_{li} \cdot (1 + \kappa_{2i} \cdot G_{2i}) \right] \cdot \frac{k_{ki}}{\rho}}{\kappa_{li} \cdot (1 + \kappa_{2i} \cdot G_{2i})} + \frac{1}{\kappa_{li}}.$$

Область устойчивости с учетом местных сопротивлений на входе и выходе  $i$ -го канала показана на рис. 4.1. В результате учета сопротивлений кроме области  $\sigma_1$  появилась для положительных значений параметров еще одна область  $\sigma_2$ , которая с увеличением сопротивления на входе в канал увеличивается. Следовательно, путем увеличения толщины входной кромки лопасти можно устранить межканальную неустойчивость.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бауэр, Шульц. Новые методы устранения продольной неустойчивости жидкостных ракет // ВРТ. – 1972. – № 7. – С. 7-18.
2. Брамблет, Ноулс, Соек. Исследование динамики кавитационных и напорных характеристик системы подачи двигателей J-2 // ВРТ. – 1967. – № 5. – С. 30 – 45.
3. Бернет, Акоста. Анализ упругости кавитационных каверн в насосах ЖРД // ВРТ. – 1974. – № 3. – С. 31 – 40.
4. Валентайн. Экономичность, устойчивость и работоспособность ЖРД // ВРТ. – 1973. – № 1. – С. 29-59.
5. Высокооборотные лопастные насосы / Под ред. Б.В. Овсянникова, В.Ф. Чебоевского. – М.: Машиностроение, 1975. – 336 с.
6. Гликман Б. Ф. Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, 1974. – 396 с.
7. Дегтярь Б.Г., Морозов И.И. О кавитационных колебаниях в системе с лопастным насосом // Изв. АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт. – 1975. – № 6. – С. 122-126.
8. Дегтярь Б.Г. Срывные кавитационные характеристики осевого насоса // Динамика машин и рабочих процессов: Сб. науч. трудов. – Челябинск: ЧПИ, 1976. – С. 51- 58.
9. Задонцев В.А., Пилипенко В.В. Характерные особенности развития кавитационных автоколебаний в системе “шнекоцентробежный насос – трубопроводы” // Космические исследования на Украине: Сб. науч. трудов. – Киев: Наукова думка. – 1976. – Вып. 8. – С. 55-60.
10. Кавитационные автоколебания в насосных системах / Под ред. В. С. Будника. – Киев: Наукова думка, 1976. – Ч.1. – 152 с.
11. Кавитационные автоколебания в насосных системах / Под ред. В. С. Будника. – Киев: Наукова думка, 1976. – Ч.2. – 142 с.
12. Казакевич В.В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах. – М.: Машиностроение, 1974. – 264 с.
13. Кинелев В.Г., Васильев Ю.Н., Курочкин С.Н. Физическая модель кавитирующего шнекоцентробежного насоса, работающего в широком диапазоне по расходу // Кавитационные автоколебания в насосных системах: Сб. науч. трудов. – Киев: Наукова думка, 1976. – Ч.1. – С. 100-107.

14. Кинелев В.Г., Колесников К.С., Курочкин С.Н. Автоколебания в топливной магистрали с кавитирующим шнекоцентробежным насосом // Кавитационные автоколебания в насосных системах: Сб. науч. трудов. – Киев: Наукова думка, 1976. – Ч.1. – С. 110-118.
15. Кинелев В.Г., Колесников К.С. Динамика топливной магистрали с учетом кавитационных явлений в шнекоцентробежном насосе // Изв. вузов. Сер. Авиационная техника. – 1974. – № 1. – С. 82-86.
16. Кинелев В.Г., Колесников К.С. Колебания в топливной магистрали, вызванные кавитацией в шнекоцентробежном насосе // Изв. вузов. Сер. Авиационная техника. – 1974. – № 2. – С.147-149.
17. Кинелев В.Г., Колесников К.С. Математическая модель кавитационных явлений в шнекоцентробежном насосе // Изв. вузов. Сер. Авиационная техника. – 1973. – № 4. – С. 87-92.
18. Козелков В.П., Ефимочкин А.Ф. Механизм кавитации центробежного насоса на неустановившихся режимах // Гидродинамика лопаточных машин и общая механика: Сб. науч. трудов. – Воронеж. Изд. ВПИ, 1972. – Вып. 1. – С. 17-30.
19. Козелков В.П., Ефимочкин А.Ф. Экспериментальные исследования кавитационных автоколебаний // Кавитационные автоколебания в насосных системах: Сб. науч. трудов. – Киев: Наукова думка, 1976. – Ч.1. – С. 80-86.
20. Колесников К.С. Продольные колебания ракеты с жидкостным ракетным двигателем. – М.: Машиностроение, 1971. – 260 с.
21. Маккена, Уолкер, Винье. Совместные колебания двигателя и конструкции ракеты на жидком топливе // ВРТ, – 1966, – № 1. – С. 36-41.
22. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. – М.: Машиностроение, 1971. – 559 с.
23. Морозов И.И., Герлига В.А. Устойчивость кипящих аппаратов. – М.: Атомиздат, 1969. – 280 с.
24. Натанзон М.С. Кинетическая модель кавитационных колебаний в насосах // Изв. АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт. – 1975. – № 6. – С. 112-121.
25. Натанзон М. С. Продольные автоколебания корпуса ракеты, сопровождающиеся разрывными колебаниями жидкости в

- трубопроводе // Изв. АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт. – 1971. – № 2. – С. 154-159.
26. Натанзон М.С., Бальцев Н.И., Бажанов В.В. Экспериментальные исследования кавитационных колебаний шнекоцентробежных насосов // Изв. АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт. – 1973. – № 2. – С. 151-157.
27. Натанзон М.С. Продольные автоколебания жидкостной ракеты. – М.: Машиностроение, 1977. – 205 с.
28. Овсянников Б.В., Боровский Б.И. Теория и расчет агрегатов питания ЖРД. – М.: Машиностроение, 1986. – 375 с.
29. Пилипенко В.В. О механизме самовозбуждения кавитационных колебаний в системе “шнекоцентробежный насос – трубопровод” на режимах без обратных токов // Космические исследования на Украине: Сб. науч. трудов. – Киев: Наукова думка. – 1975. – Вып. 7. – С. 3-10.
30. Пилипенко В.В. Простейшая теоретическая модель кавитационных автоколебаний в системе “высокооборотный шнекоцентробежный насос – трубопровод” // Космические исследования на Украине: Сб. науч. трудов. – Киев: Наукова думка. – 1975. – Вып. 8. – С. 3-10.
31. Пилипенко В.В., Задонцев В.А. Теоретическое и экспериментальное определение границ областей устойчивости системы шнекоцентробежный насос – трубопроводы в плоскости режимных параметров насоса // Космические исследования на Украине: Сб. науч. трудов. – Киев: Наукова думка. – 1976. – Вып. 9. – С. 16-22.
32. Пилипенко В.В. Теоретическое определение упругости и объема кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах на режимах без обратных токов // Изв. АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт. – 1976. – № 3. – С. 131-139.
33. Пилипенко В.В. Экспериментально-расчетный способ определения упругости и объема кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах // Изв. АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт. – 1976. – № 5. – С. 129-138.
34. Пилипенко В.В., Задонцев В.А., Натанзон М.С. Кавитационные автоколебания и динамика гидросистем. – М.: Машиностроение, 1977. – 353 с.
35. Продольные колебания ракет на жидком топливе (обзор) // ВРТ. – 1971. – № 11, 12. – С. 3-23, С.12-34.

- 36.Пфлейдерер Карл. Лопаточные машины для жидкостей и газов. – М.: ГНТИМЛ, 1960. – 683 с.
- 37.Райан. Анализ продольных колебаний ступени S-2 ракеты-носителя “Сатурн-5” // ВРТ. – 1971. – № 4. – С. 3-15.
- 38.Руднев С.С., Матвеев И.В. Некоторые соображения по проблеме увеличения оборотности лопастных насосов // Тр. / ВИГМ. – 1963. – № 32. – С. 3-27.
- 39.Сак, Нотейдж. Колебания в системе, вызванные кавитацией в шнековом насосе // Тр. Сер. D / ASME. – 1965. – № 4. – С. 84-93.
- 40.Стриплинг Л.Б., Акоста А.И. Кавитация в лопастных насосах // Тр. Сер. D / ASME. – 1962. – № 3, Ч.1. – С. 29-41.
- 41.Стриплинг Л.Б., Акоста А.И. Кавитация в лопастных насосах // Тр. Сер. D / ASME. – 1962. – № 3, Ч. 2. – С. 42-55.
- 42.Чебаевский В.Ф., Петров В.И. Кавитационные характеристики высокооборотных шнекоцентробежных насосов. – М.: Машиностроение, 1973. – 152 с.
- 43.Шорин В.П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах. – М.: Машиностроение, 1980. – 154 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                                               |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Предисловие</b> .....                                                                                      | <b>4</b>  |
| <b>Условные обозначения</b> .....                                                                             | <b>5</b>  |
| <b>Введение.</b> .....                                                                                        | <b>8</b>  |
| <b>Глава 1. Экспериментальные исследования</b> .....                                                          | <b>15</b> |
| 1.1. Экспериментальная установка .....                                                                        | 15        |
| 1.2. Неустойчивые системы питания .....                                                                       | 18        |
| 1.3. Устойчивые системы питания .....                                                                         | 21        |
| <b>Глава 2. Статические кавитационные характеристики</b> .....                                                | <b>25</b> |
| 2.1. Обтекание бесконечной решетки абсолютно тонких<br>пластин потенциальным потоком идеальной жидкости ..... | 25        |
| 2.1.1. Теоретические параметры кавитационной каверны в режиме<br>частичной кавитации .....                    | 26        |
| 2.1.2. Теоретические параметры начала режима суперкавитации .....                                             | 31        |
| 2.2. Обтекание решетки конечной толщины с учетом<br>потерь энергии на стеснение и поворот потока .....        | 35        |
| 2.2.1. Модифицированные параметры режима суперкавитации .....                                                 | 35        |
| 2.2.2. Модифицированные кавитационные характеристики в режиме<br>частичной кавитации .....                    | 40        |
| <b>Глава 3. Модели кавитационных колебаний</b> .....                                                          | <b>45</b> |
| 3.1. Струйная модель .....                                                                                    | 47        |
| 3.2. Тепломассообменная модель .....                                                                          | 61        |
| 3.3. Массообменные режимы кавитации .....                                                                     | 68        |
| <b>Глава 4. Межканальная неустойчивость</b> .....                                                             | <b>75</b> |
| 4.1. Многоканальная математическая модель .....                                                               | 76        |
| 4.2. Межканальная устойчивость .....                                                                          | 82        |
| <b>Литература</b> .....                                                                                       | <b>86</b> |