## ВОЕННО-МОРСКАЯ АКАДЕМИЯ имени Адмирала Флота Советского Союза Н. Г. КУЗНЕЦОВА

Н. С. ВОЛГИН

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

Часть 2

Утвержден Главнокомандующим ВМФ в качестве учебника для слушателей Академии

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ 1 9 9 9 Учебник состоит из двух частей: часть I — раздел I "Теоретические основы использования математического моделирования (исследования операций) при управлении силами", раздел II "Методы математического моделирования (методы прикладной математики)", часть 2 — раздел III "Методы математического моделирования применения сил и средств флота (методы исследования операций)".

В разделе I изложены цель использования математического моделирования при управлении и основы методологии эвристической оптимизации, математического обеспечения управления (МОУ) силами, построения системы МОУ силами.

В разделах II и III рассмотрены методы моделирования, которые наиболее часто употребляются в оперативно-тактической и тактико-специальной областях. Методы используются как строительный материал при моделировании применения сил и средств флота. Некоторые из них могут использоваться при управлении самостоятельно. Приемы такого использования излагаются при описании методов.

При отборе методов, их описании учтены характер и объем подготовки офицеров в военно-морских училищах.

Приводятся многочисленные примеры применения сил, средств, иллюстрирующие содержание, области и особенности применения методов для целей практики.

Учебник предназначен для российских и иностранных слушателей Военноморской академии, а также может быть использован офицерами ВМФ и РА, курсантами военных училищ, специалистами научно-исследовательских учреждений.

Ответственный редактор контр-адмирал В. А. Рогунов

© Военно-морская академия имени Адмирала Флота Советского Союза Н. Г. Кузнецова, 1999 г.

#### ПРЕДИСЛОВИЕ

Издание учебника обусловлено многими новыми особенностями ведения вооруженной борьбы на море, необходимостью учета накопленного опыта отрицательного) в использовании математического (положительного и моделирования управлении, развитием методов при математического моделирования применения сил и средств флота, совершенствованием электронно-вычислительной техники (ЭВТ) и других средств автоматизации накопленным в управления, наконец, академии опытом специалистов в области управления силами флота.

По сравнению с ранее изданными пособиями и учебниками по курсу "Исследование операций" в настоящем учебнике в большей степени уделено внимание вопросам использования математического моделирования в работе органов управления соединениями, кораблями, частями. Это потребовало продвижения в малоизученную область творческой деятельности командиров различных уровней. Однако при разработке этой области сохранены объем и степень детализации изложения необходимых математических методов моделирования, позволяющие осуществлять подготовку различных групп специалистов органов управления силами ВМФ, а также преподавателей и специалистов научно-исследовательских учреждений.

Построение учебника и стиль изложения материала избраны такими, чтобы удовлетворить двум принципам. Первый принцип — принцип Аристотеля (4 в. до н. э.) успешности действия: чтобы действие было успешным необходимо правильно определить конечную цель действия и способ достижения конечной цели. Принцип успешно прошел многовековую проверку. Применительно к учебнику речь идет о цели использования математического моделирования при управлении силами и о способах ее достижения. Второй принцип — принцип проблемного обучения. Высокие темпы научно-технического прогресса делают невозможным для руководителя пользоваться при решении "рецептами", полученными при обучении. практических задач только Проблемное обучение должно привить обучаемому умение по отдельным признакам своевременно выявить факт зарождения проблемы, четко ее сформулировать, а затем решить, т. е. обучаемый должен освоить методику разработки методик решения новых задач.

Народная мудрость уже давно выявила и сформулировала требование к такому обучению: понимание важнее, чем знание, знает тот, кто понимает, а кто знает, но не понимает, тот не знает, тот помнит. По этой причине в учебнике, когда это важно и возможно, положения не постулируются, а обосновываются и излагается методика обоснований.

Цель использования математического моделирования обоснована в гл. 1 части 1 учебника, в гл. 2 этой части обоснованы теоретические основы использования математического моделирования при управлении, и в частности в творческой деятельности командира и специалистов органа управления. Читателям предлагается обратить внимание на методы обоснования, в которых используются результаты обобщения истории военного искусства и логические умозаключения. Учтено требование диалектического метода познания рассмотрение явлений во взаимосвязи и взаимозависимости составляющих их элементов (системный подход). В соответствии с этим требованием при обосновании использования математического моделирования одновременно боевых действий особенности ведения на море, математических моделей вооруженной борьбы и возможности существующей ЭВТ.

Математическое моделирование в работе командира, офицера штаба предлагается использовать в организационно-методической форме эвристической оптимизации (гл. 2), при этом творчество должно обоснованно сочетать в себе применение закона единства и борьбы противоположностей и математическое моделирование.

В разделах II и III рассмотрены соответственно математические методы моделирования (их часто называют методами прикладной математики) и методы исследования операций — методы математического моделирования отдельных фрагментов применения сил: поиска ими объектов противника и слежения за ними, применения оружия, систем связи и т. д. Разница между этими группами методов весьма ощутима, во-первых, с точки зрения их освоения. Методы первой группы в принципе можно изучить, и не зная конкретной прикладной области\*, методы второй группы требуют

<sup>\*</sup> В учебнике методы первой группы излагаются с широкой иллюстрацией примерами из оперативно-тактической области, чем облегчается освоение и применение методов специалистами флота.

определенных знаний прикладной области, например оперативного искусства, тактики, теории управления силами, свойств систем оружия, технических средств и способов их применения. Излагаются методы, наиболее употребимые в оперативно-тактической области. Во-вторых, методы второй группы — по существу методы разработки блоков, из которых состоят модели морских боев, операций, других форм применения сил. Эти блоки могут использоваться командирами, офицерами штабов и как самостоятельные модели (автономно, например, как модели поисковых действий сил, поражения носителями оружия различных объектов и т. д.). Такое их использование рассмотрено в учебнике. Что же касается методов формирования и использования более сложных моделей — математических моделей морских боев и операций, то этим методам посвящено пособие "Математическое моделирование морских боев и операций" (см. [5]).

Предполагается, что в последующих работах будут изложены методы создания и использования математического, информационного и программного обеспечения как взаимосвязанных элементов системы математического обеспечения управления (МОУ) силами.

Учебник предназначен для всех специалистов органа управления: командиров соединений, кораблей, частей, офицеров штабов, корабельных специалистов — пользователей моделей; специалистов по исследованию операций $^*$ ; специалистов в области создания и использования программного обеспечения $^{**}$ ; инженерно-технического персонала; специалистов по оперативно-тактическому применению АСУ.

Программы, уровень подготовки специалистов различных групп в области исследования операций и использования ЭВТ (АСУ) в учебнике не рассматриваются. Для понимания организации использования математического моделирования при управлении силами необходимо знать, что это использование невозможно, если между командиром (пользователем) и ЭВМ (АСУ) на определенных этапах не будут "стоять" специалисты четырех последних из числа указанных групп. В настоящее время ведется активная работа по совершенствованию ЭВМ, методов математического и программного

<sup>\*</sup> В отечественной и зарубежной специальной литературе этих специалистов еще называют прикладными математиками, инженерами-математиками, специалистами-алгоритмистами.

<sup>\* &</sup>quot;Часто употребляемые понятия "системные, прикладные программисты" не очень четко определяют особенности квалификации специалистов этой группы органа управления силами.

обеспечения, имеющая одной из целей сокращение числа групп таких специалистов. Следует, однако, ожидать, что необходимость в указанных специалистах при управлении в военной области сохранится в течение более длительного времени, чем при управлении в народнохозяйственной области. Причиной этого являются особенности управления в военной области (см. §2.2). Это обстоятельство следует учитывать при изучении и использовании работ, посвященных применению математических методов и ЭВТ в промышленности, сельском хозяйстве, на транспорте, в медицине, в научно-исследовательской работе.

Учебник ориентирован на офицеров, получивших подготовку в области высшей математики и теории вероятностей в объеме программы высших военно-морских училищ. В ряде случаев, однако, для специалистов по исследованию операций требуются дополнительные сведения из теории вероятностей, изложенные в [6].

Автор считает своим долгом предупредить читателей, что учебник написан с позиций материалистического понимания действительности, признания наличия объективных закономерностей окружающей нас действительности и возможности их познания, отсутствия сверхъестественных сил (бога, дьявола, космического разума и т. д.), к которым можно воззвать, чтобы получить желаемый результат. Следует отметить, что на этих позициях стоят все специалисты в области математического моделирования\*. Например: в теории вероятностей считается, что закономерности случайных явлений и их проявления абсолютно одинаковы как для атеистов, так и для приверженцев какой-то религии; в теории игр рассматриваются только стороны А и В с их силами, средствами и в рассмотрение не вводятся сверхъестественные силы; в теории статистических решений учитываются силы и средства, с одной стороны, и познанные объективно существующие закономерности условий обстановки. одинаковые для верующих и атеистов (сверхъестественные силы в постановке задачи отсутствуют) и т. д.

<sup>\*</sup> Поучителен в этом смысле следующий факт из биографии А. А. Маркова — выдающегося русского математика, автора первого в России учебника по теории вероятностей. В 1912 г. А. А. Марков обратился в Правительствующий Синод с просьбой отлучить его от церкви. По его мнению, написание учебника по теории вероятностей является неопровержимым свидетельством его неверия в бога, православного, иудейского или какого-либо другого. (А. А. Марков. Избранные труды. М.: Изд-во АН СССР, 1951).

Такой подход к оценке математических методов моделирования полезно знать всем, кто ими пользуется. Однако каждому читателю следует самостоятельно дать свое мировоззренческое толкование методам математического моделирования.

В учебнике рассматриваются вопросы исследования операций, связанные с подготовкой и применением сил и средств флота. Их знание необходимо также в работе организаций и учреждений, занятых созданием математического, программного, информационного обеспечения, ЭВТ и других технических средств автоматизации управления как для органов управления соединениями флота, так и для автоматизированных систем оружия и технических средств.

Деление материала на главы, параграфы, пункты осуществлено так, чтобы облегчить читателям различных специализаций поиск необходимого материала. Нумерация глав и параграфов во всех частях сквозная, нумерация формул, рисунков, примеров — в пределах глав с указанием номера глав.

В учебнике не приводятся ссылки на какие-либо конкретные образцы вооружения, технических средств, способы применения сил, используется опыт истории военного искусства, в том числе опыт Великой Отечественной, второй мировой войн.

### РАЗДЕЛ III МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИМЕНЕНИЯ СИЛ И СРЕДСТВ ФЛОТА (МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ)

## Глава 17. **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПОИСКА И СЛЕЖЕНИЯ**

Великий русский мыслитель и ученый М. В. Ломоносов оставил нам правило: "Мысленные рассуждения проведены бывают из надежных и много раз проведенных опытов". Важность и справедливость правила подтверждены многовековым опытом. Возможность следовать ему значительно расширяется при использовании математического моделирования. Требуется, однако, умение своевременно разрабатывать и использовать достаточно точные математические модели управляемых процессов. Как указывалось в ч. І учебника, одно из необходимых для этого условий — блочное формирование моделей применения сил и средств. Методы исследования операций — это методы построения и использования таких блоков. Моделирование процессов поиска и слежения есть один из них.

# § 17.1. ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ ПОИСКА И СЛЕЖЕНИЯ ПРИ УПРАВЛЕНИИ СИЛАМИ

#### 17.1.1. Область применения моделей

Выполнение задач силами флота во многих случаях требует предварительного обнаружения соответствующих объектов противника. Дальнейшие действия сил зависят от задач, выполняемых ими, и обстановки. Часто воздействию по противнику может предшествовать этап слежения за ним. Поиск — это обследование района или рубежа с целью обнаружения объектов: подводных лодок, кораблей, самолетов, мин, терпящих бедствие судов, затонувших объектов и т. д. Иногда цель поиска заключается в том, чтобы убедиться в отсутствии объекта в районе или на рубеже. Под слежением будем понимать процесс поиска и поддержания контакта с обнаруженным объектом по данным собственных средств или внешних источников целеуказания.

Для поиска применяются гидроакустические, радиолокационные, оптические и другие средства, регистрирующие какое-либо одно или несколько физических полей объекта поиска. Средства поиска устанавливаются либо на маневренных носителях (кораблях, самолетах, подводных лодках и т. д.), либо на берегу, островах, на дне морей и океанов.

Условимся в дальнейшем называть разведчиком того, кто осуществляет поиск. Это может быть маневренный носитель средств поиска, стационарная наземная или подводная установка и т. д.

В поиске объектов, слежении за ними могут участвовать неоднотипные разведчики, вооруженные различными поисковыми средствами. Эффективность поиска решающим образом зависит от качества принятого решения, управления поисковыми силами, в частности от организации взаимодействия между ними. Существенное влияние на эффективность поиска оказывают военногеографические условия, а также предпринимаемые противником меры по активному противодействию разведчикам, маскировке своих объектов и дезинформации сил поиска.

Эффективность воздействия по противнику (нанесение ударов, преследование и т. д.) находится в сложной зависимости от способов поиска объектов, поддержания контакта с ними. Высокая степень зависимости эффективности выполнения силами поставленных задач от исхода процессов поиска и слежения, сложный характер этих процессов делают во многих случаях невозможным объективное обоснование решений без математического моделирования поиска и слежения. К математическому моделированию этих процессов необходимо прибегать и для планирования мероприятий, направленных на срыв поисковых усилий противника. Наконец, моделирование процессов поиска и слежения находит широкое применение при обосновании планов строительства и совершенствования сил и средств флота.

Указанные модели могут применяться как самостоятельно, так и входить в виде блоков в модели более высокого уровня.

#### 17.1.2. Показатели эффективности процессов поиска (слежения)

В соответствии с принципом Колмогорова показатель эффективности поиска (слежения) является численной мерой степени достижения цели, ради которой осуществляется поиск (слежение). Поиск объектов, слежение за ними очень редко являются самоцелью. Как правило, это этап процесса выполнения силами поставленной им задачи. Поэтому в общем случае показателем эффективности поиска (слежения) является показатель эффективности выполнения поставленной задачи тем нарядом, той группировкой сил, в составе которых действует разведчик.

Показатель эффективности вычисляется учетом параметров, характеризующих непосредственно слежение: вероятности поиск обнаружения объекта или математического ожидания числа обнаруженных объектов на некоторый момент времени t; вероятности поддержания контакта с объектом или математического ожидания числа объектов, с которыми поддерживается контакт в заданный момент времени t; математического ожидания времени, необходимого для обнаружения объекта либо какой-то доли объектов, наряда поисковых сил и др.

В некоторых случаях для упрощения математической модели в качестве показателя эффективности поиска (слежения) могут использоваться параметры, характеризующие непосредственно поиск (слежение). Возможность такой замены должна вытекать из анализа поисковой ситуации, осуществляемого с учетом целей моделирования. Замена возможна, если в заданных условиях выполнения задачи исследуемые альтернативы влияют лишь на эффективность самих процессов поиска (слежения) и не сказываются на эффективности, например, наведения ударных сил, передачи ударным силам данных целеуказания, нанесения ударов и других мероприятий, выполняемых для достижения конечного результата — поставленной силам задачи.

Следует специально указать на ошибочность иногда встречающегося мнения, что показателем эффективности поиска одиночного объекта всегда является вероятность его обнаружения, а показателем эффективности слежения за ним — вероятность поддержания контакта на заданный момент времени. Выбор командиром соединения во всех случаях в качестве показателя эффективности поиска (слежения) параметров, характеризующих непосредственно этот процесс, может привести к грубым просчетам. Например, наряд разведчиков, эффективный с точки зрения возможности обнаружения объекта, может оказаться совершенно неспособным обеспечить наведение на обнаруженный объект ударных сил либо сорвать удар по противнику из-за низкой скрытности поиска, большого времени передачи добытой информации в орган управления и т. д.

Рассмотрим некоторые примеры определения показателя эффективности.

Пример 17.1. Разведчику поставлена задача поиска объекта противника в районе. Выявленная командиром соединения при уяснении задачи цель поиска — обеспечение поражения объекта ударными силами к заданному моменту времени.

Рассматривается несколько способов поиска разведчиком объекта. При этом некоторые способы характеризуются тем, что повышение вероятности обнаружения объекта достигается за счет снижения точности определения его места и параметров движения либо же за счет снижения скрытности действия разведчика. В свою очередь, эти обстоятельства сказываются на эффективности наведения на объект ударных сил и выполнения удара. Цель моделирования — обоснование способа поиска.

В рассматриваемых условиях показателем эффективности поиска будет являться вероятность поражения объекта противника к заданному моменту времени, т. е. показатель эффективности выполнения поставленной задачи всем нарядом сил, в составе которого действует разведчик.

Пример 17.2. В отличие от условий примера 17.1 считать, что от способов поиска зависит только эффективность наведения на объект ударных сил, но не эффективность самого удара.

Показателем эффективности поиска, как и в примере 17.1, является показатель эффективности выполнения силами поставленной задачи. Однако для упрощения модели с учетом условий процесса и цели моделирования в качестве показателя эффективности может быть использована вероятность того, что ударные силы будут наведены на объект к заданному моменту времени.

Пример 17.3. В условиях примера 17.1 считать, что основанием для наведения ударных сил является сам факт обнаружения объекта противника. Эффективность нанесения удара не зависит от способа поиска.

Показателем эффективности поиска, как и в примерах 17.1, 17.2, является эффективность выполнения силами поставленной задачи. Для упрощения моделирования в качестве показателя эффективности поиска может быть использована вероятность обнаружения объекта противника к заданному моменту времени. Это вытекает из особенностей процесса и цели моделирования.

Пример 17.4. Планируется поиск разведчиком объекта противника. При уяснении командиром соединения задачи выявлена цель поиска — установление наблюдения за обнаруженным объектом и его последующее поражение по приказанию. Оценка обстановки показала, что если в момент приема сигнала об атаке разведчик не имеет контакта с объектом либо же, получив сигнал, неудачно использует оружие по объекту, дальнейшее выполнение им задачи оказывается сорванным.

Возможность получения разведчиком сигнала об атаке, эффективность применения им оружия по объекту существенно зависят от позиции поддержания контакта. В различных позициях, кроме того, существуют различные возможности обнаружения объектом разведчика и уклонение объекта от слежения. Математическая модель должна позволить обосновать лучшую позицию поддержания контакта из числа рассматриваемых.

В соответствии с принципом Колмогорова в данном случае показателем эффективности действий разведчика является вероятность поражения объекта противника после получения приказания.

Пример 17.5. В отличие от условий примера 17.4 считать, что в различных позициях поддержания контакта возможность получения сигнала об атаке и эффективность применения разведчиком оружия по объекту одинаковы.

Показателем эффективности, как и в примере 17.4, будет являться вероятность поражения объекта противника по сигналу. Для упрощения моделирования этот показатель может быть заменен другим — вероятностью поддержания разведчиком контакта с объектом на момент времени приема сигнала об атаке.

В заключение следует обратить внимание на то, что параметры, характеризующие непосредственно сам процесс поиска (слежения): вероятность обнаружения объекта, вероятность поддержания контакта с ним к заданному моменту времени и т. д. — необходимы для вычисления "истинного" основного показателя эффективности поиска и, кроме того, могут выступать в качестве дополнительных показателей эффективности.

#### 17.1.3. Особенности оперативно-тактической постановки задачи

Процессы поиска объектов, слежения за ними чрезвычайно многообразны. Совершенно нереально ставить задачу описания всех возможных ситуаций поиска и слежения и тем более задачу заблаговременной разработки моделей для всех таких ситуаций. Однако с точки зрения методов математического моделирования многие процессы поиска объектов, слежения за ними обладают некоторой общностью, что позволяет классифицировать поисковые ситуации и разработать для каждого из классов способы достаточно оперативного модульного формирования в динамике управления необходимых моделей с использованием ЭВМ. Исходя из сказанного, различают поиск объектов в районе и на рубеже.

**Поиск объектов в районе.** С точки зрения теории вероятностей процессы поиска объектов в районе являются случайными процессами со счетным числом состояний и непрерывным временем переходов системы (о классификации случайных процессов см. гл. 4). Для моделирования таких процессов в настоящее время могут использоваться либо системы дифференциальных (интегральных) уравнений, либо метод статистических испытаний.

Модели процессов поиска (слежения), разработанные с использованием метода статистических испытаний, как правило, требуют для своей реализации больших затрат времени даже при условии использования ЭВМ с большим быстродействием. Поэтому метод статистических испытаний применяется для моделирования процессов поиска в двух случаях: во-первых, когда известно, что применение систем дифференциальных уравнений потребует таких допущений и ограничений, которые существенно искажают исследуемые закономерности, а метод статистических испытаний позволяет их избежать; вовторых, когда требуется оценить характер искажения закономерностей такими допущениями и ограничениями, надобность в которых отсутствует при статистическом моделировании и неизбежна при использовании систем дифференциальных уравнений. Разумеется, обязательным условием является наличие необходимого времени для моделирования. Описание метода статистических испытаний и его применение для моделирования приведены в гл. 9.

В данной главе рассмотрен метод моделирования процессов поиска с применением систем дифференциальных уравнений. При разработке таких моделей используются многие методы, идеи, понятия теории массового обслуживания (см. гл. 6). Процесс поиска объектов и слежения за ними интерпретируется как случайный процесс переходов некоторой системы в счетное число состояний. Переходы системы в различные состояния осуществляются с заданными интенсивностями в случайные моменты времени.

Применение систем дифференциальных уравнений для моделирования процессов поиска и слежение связано с обязательным допущением о "марковости" процесса, т. е. его ординарности и отсутствии в нем последействия. Известно, что немарковский процесс может быть описан как марковский при увеличении числа состояний системы. Что касается процессов поиска (слежения), то эта принципиальная возможность может быть реализована лишь с большими трудностями и далеко не во всех случаях.

Чтобы правильно поставить задачу на разработку модели, оценить возможность использования систем дифференциальных уравнений для моделирования, а также правильно разработать модель и интерпретировать результаты моделирования, необходимо отчетливо представлять условия ординарности и отсутствия последействия применительно к рассматриваемым процессам.

Ординарность процесса поиска одиночного объекта означает: 1) за бесконечно малый промежуток времени dt может либо состояться одно обнаружение, либо не состояться ни одного обнаружения объекта; 2) при поиске нескольких объектов за время dt может быть либо обнаружен один, либо не обнаружен ни один объект; 3) при слежении за время dt может либо произойти одна, либо не произойти ни одной потери контакта с объектом. Во всех перечисленных случаях вероятность появления за время dt более одного события есть бесконечно малая величина более высокого порядка малости чем dt.

В большом числе случаев процессы поиска (слежения) с достаточной строгостью могут считаться ординарными. Иногда ординарности процесса добиваются введением некоторых условий. Например, рассматривают обнаружение не одного корабля, а группы, если в зону действия средств обнаружения разведчика может одновременно войти группа совместно действующих кораблей.

Отсутствие последействия при поиске означает, что возможность обнаружения объекта после момента времени t зависит только от факта его необнаружения к этому моменту и не зависит от того, как система функционировала до момента t и осуществлялся ли поиск вообще. Для этого необходимо, чтобы: а) предыдущие поисковые усилия не сказывались на результате последующих; б) факт обнаружения в момент времени t не означал, что объект не будет обнаружен и в момент времени t + dt.

Реальные поисковые ситуации обладают в той или иной степени последействием. В частности, в большинстве случаев предыдущие поисковые усилия влияют на возможности обнаружения в последующем.

Добиться того, чтобы процесс поиска все же интерпретировался как процесс, обладающий свойством "а", можно двумя способами. При первом увеличивается число состояний системы. Пусть, например, возможность обнаружения объекта после момента времени t зависит не только от факта необнаружения объекта к этому моменту, но еще и от такой предыстории

процесса, как факт обнаружения или необнаружения самого разведчика силами противника. Тогда вместо состояния системы "объект не обнаружен" рассматривают два состояния: "объект не обнаружен; разведчик ранее противником не обнаруживался" и "объект не обнаружен; разведчик ранее противником обнаруживался". Смысл этого способа заключается в том, что процесс как бы рассматривается не в целом, а по частям, причем для каждой "части" процесса выполняется условие п. "а".

Второй способ связан с методами вычисления интенсивностей поиска. Если, например возможность обнаружения объекта после момента времени t зависит от размеров обследованной разведчиком до этого момента площади (как это имеет место, например, при тралении), то необходимо на каждый момент времени t вычислять интенсивность поиска с учетом ранее обследованной площади (см. § 17.3). При этом дело обстоит так, как если бы в каждый момент времени поиск начинался заново.

Что касается п. "б", то необходимо отметить, что в реальных поисковых ситуациях это условие, как правило, не выполняется. Если в момент времени tразведчик не обнаружил объект (последний находился на большом удалении от него), то при определенных размерах района, скоростях разведчика и объекта и дальности действия средств наблюдения разведчика обнаружение объекта достоверно не состоится и в момент времени t + dt. Это — элемент последействия. Чтобы отразить такое последействие в модели, необходимо использовать метод статистических испытаний. При использовании для моделирования систем дифференциальных уравнений приходится лишь считаться с фактом не учета такого последействия и оценивать характер искажения исследуемых закономерностей, возможность сравнения исследуемых альтернатив.

Опыт показывает, что во многих случаях допущение об отсутствии последействия не мешает достичь целей моделирования. Это обстоятельство, а также сравнительная простота разработки моделей объясняют достаточно широкое использование систем дифференциальных уравнений (уравнений Колмогорова) для моделирования процессов поиска (слежения). При этом математическая модель процесса поиска (слежения) включает следующие четыре основных элемента:

1) формульные зависимости для вычисления основного и дополнительных показателей эффективности;

- 2) систему дифференциальных уравнений, моделирующих собственно процесс поиска (слежения);
  - 3) интенсивности переходов системы;
  - 4) процедуру интегрирования системы дифференциальных уравнений.

Каждый элемент модели несет определенную информационную нагрузку, отражая в модели те или иные стороны процесса, касающиеся сил противника, своих сил, особенностей района, времени поиска.

Оперативно-тактическая постановка задачи должна содержать информацию, необходимую при формализованной постановке для указанной выше интерпретации реального процесса поиска (слежения) и далее для разработки всех четырех элементов модели.

Рассмотрим те особенности элементов модели, знание которых необходимо для разработки оперативно-тактической постановки задачи и формализованной постановки, а также основы ее разработки.

Формульные зависимости определения для показателей эффективности. Формульные зависимости отражают характер влияния динамики процесса поиска (слежения) на величину показателя эффективности выполнения поставленной задачи (основного показателя) и дополнительных эффективности. Разумеется, вначале выявляется основной показателей показатель эффективности И определяется система дополнительных показателей эффективности. Для этого необходимо уяснить цель поиска (слежения) и цель моделирования.

Возможные цели поиска (слежения) многообразны: обеспечение наведения своих сил, целеуказания им, обеспечение применения собственного оружия разведчика, обеспечение вывода сил из-под удара противника или приведение их в должные степени готовности и т. д. Многообразны и возможные цели моделирования: обоснование способов применения своих сил и средств (в том числе с учетом возможностей системы управления силами), обоснование требований к системе управления силами для заданных нарядов сил и способов их применения, обоснование нарядов сил, времени выполнения поставленной задачи, прогнозирование действий противника, его объектов поиска (слежения), его разведывательных сил и средств и т. д. Поэтому невозможно составить необходимые формульные зависимости на все случаи жизни: следует обеспечить возможность их формирования в процессе формирования модели.

Выявив цель поиска (слежения), специалист по исследованию операций должен уяснить, будут или не будут с изменением исследуемых альтернатив

меняться не только вероятностные характеристики самого поиска (например, вероятности обнаружения объектов, поддержания контакта с ними к заданному моменту времени и т. д.), но и в связи с этим степень достижения цели теми силами, в составе которых действует разведчик. Если будут, то за показатель эффективности поиска (слежения) принимается показатель эффективности выполнения задачи, поставленной силам, в составе которых действует разведчик. Если не будут, то в качестве показателя эффективности может быть принят показатель эффективности собственно поиска или слежения вероятность обнаружения объекта, поддержания c ним контакта, математическое ожидание числа обнаруженных объектов к заданному моменту времени и т. д.

Система дополнительных показателей эффективности должна обеспечить оценку изменения состояния сил и средств сторон на различных этапах выполнения поставленной задачи (потери, боевая устойчивость сил и средств противников, расход материально-технических средств и т. д.), выявление сильных и слабых сторон в рассматриваемых вариантах применения сил (см. пп. 1.2.1, 2.3.1, 2.3.2).

С точки зрения структуры множество формульных зависимостей для вычисления показателей эффективности может быть разбито на несколько типов. Укажем три из них, наиболее часто встречающиеся.

 $\Pi$  е р в ы й  $\,$  т и  $\pi$   $\,$  структуры формульной зависимости характеризуется тем, что в его состав входит выражение вида

$$\mathcal{F}^{(i)}(T) = \sum_{j=n_1}^{n_2} S_j^{(i)}(T) W_{1j}^{(i)} \dots W_{rj}^{(i)}, \qquad (17.1.1)$$

где  $S_j^{(i)}(T)$  — вероятностная характеристика нахождения системы на заданный момент времени T в таком j-м состоянии  $(j=n_1,...,n_2)$ , при котором возможно выполнение силами поставленной задачи. Параметром  $S_j^{(i)}(T)$  может являться вероятность нахождения системы в j-м состоянии, математическое ожидание числа объектов поиска, находящихся в j-м состоянии, и т. д.; i — номер рассматриваемой альтернативы;  $W_{1j}^{(i)}$ , ...,  $W_{rj}^{(i)}$  — параметры, необходимые для вычисления показателя эффективности. В качестве таких параметров могут выступать, например, вероятности наведения ударных сил, получения ими

целеуказания, поражения объекта и т. д. В общем случае численные значения этих параметров зависят от состояния системы. Параметры  $W_{1j}^{(i)}, ..., W_{rj}^{(i)}$  в моделях поиска будут далее считаться заданными. Вообще же для их определения могут либо использоваться статистические данные, либо разрабатываться специальные модели (блоки моделей).

Первый тип структуры имеет место, если эффективность выполнения силами поставленной задачи не зависит от того, когда именно в интервале времени  $[0,\ T]$  система перешла в необходимое состояние (выполнена поставленная задача). Рассмотрим пример.

 $\Pi$  р и м е р 17.6. Противолодочные силы в промежутке времени [0, T] осуществляют поиск подводной лодки в районе, через который затем должен проследовать охраняемый объект.

Рассматриваются различные способы поиска. Им соответствуют различные исходы поиска:

- $A_1$  осуществляется поиск; подводная лодка ранее не обнаруживалась;
- $A_2$  осуществляется поиск; подводная лодка ранее обнаруживалась, но не поражена;
  - $A_3$  подводная лодка поражена.



Различным способам и исходам поиска  $(A_1$  или  $A_2)$  соответствуют различные вероятность получения  $W_{\mathfrak{u},j}^{(i)}$  подводной лодкой данных целеуказания и вероятность поражения  $W_{\mathfrak{u},j}^{(i)}$  объекта ее оружием (j=1,2).

Математическая модель должна позволить обосновать выбор способа поиска подводной лодки из числа заданных.

Граф процесса представлен на рис. 17.1. Показателем эффективности действий сил поиска является вероятность непоражения охраняемого объекта. Этот показатель может быть вычислен по формуле

$$\mathfrak{I}^{(i)}(T) = 1 - \sum_{j=1}^{2} P_{j}^{(i)}(T) W_{\pi_{j}}^{(i)} W_{\pi_{j}}^{(i)},$$

где  $P_j^{(i)}(T)$  — вероятность нахождения подводной лодки в состоянии  $A_j$  к моменту времени T движения объекта через район.

Второй тип структуры формульной зависимости характеризуется наличием в ее составе выражений вида

$$\mathcal{J}^{(i)}(T) = \sum_{j=n_1}^{n_2} \int_{0}^{T} M_j^{(i)}(t) W_{1j}^{(i)} \dots W_{rj}^{(i)} dS_j^{(i)}(t), \qquad (17.1.2)$$

где  $M_j^{(i)}(t)$  — ущерб, причиняемый противнику при нахождении системы в j-м состоянии на момент времени t;  $dS_j^{(i)}(t)$  — элементарная вероятность нахождения системы в состоянии  $A_j$  на момент времени t. Остальные обозначения такие же, как в формуле (17.1.1).

Второй тип структуры имеет место, когда эффективность воздействия по противнику зависит от момента времени воздействия (так называемый случай воздействия по временно функционирующей цели).

Пример 17.7. Носитель оружия стороны A в промежутке времени [0, T] будет наносить последовательные удары по объектам стороны B. Общее число боеприпасов на носителе равно M, известно число боеприпасов M(t), остающихся у него неизрасходованными на любой момент времени t после начала ударов.

Разведчику стороны B поставлена задача обнаружить противника и навести на него ударные силы. Различным способам поиска разведчиком носителя

соответствуют различные вероятность  $W_{\rm H}^{(i)}$  наведения ударных сил, вероятность  $W_{\rm H}^{(i)}$  поражения носителя противника и, конечно, вероятность обнаружения объекта  $P^{(i)}(t)$ .

Математическая модель должна позволить обосновать способ поиска.

Показателем эффективности действия сил стороны *В* в данном случае является математическое ожидание предотвращенного ущерба. Этим показателем и должна измеряться эффективность действий разведчика. Однако с целью упрощения модели в качестве показателя эффективности может быть принято математическое ожидание числа недовыпущенных противником боеприпасов. Этот показатель эффективности вычисляется по формуле

$$\mathfrak{I}^{(i)}(T) = W_{\mathrm{H}}^{(i)} W_{\mathrm{II}}^{(i)} \int_{0}^{T} M^{(i)}(t) dP^{(i)}(t).$$

Третий тип структуры формульной зависимости:

$$\mathcal{I}^{(i)}(T) = \sum_{j=n_1}^{n_2} S_j^{(i)}(t). \tag{17.1.3}$$

Этот тип зависимости имеет место, если в качестве показателя эффективности поиска могут быть приняты вероятность обнаружения объекта, математическое ожидание числа обнаруженных объектов и т. д.

Пример 17.8. В условиях примера 17.6 считать, что успешность получения подводной лодкой данных целеуказания и применения оружия не зависит от способов ее поиска противолодочными силами. При этом в качестве показателя эффективности поиска может быть использована вероятность поражения подводной лодки

$$\mathcal{F}^{(i)}(t) = P_3^{(i)}(t).$$

Возможно, что необходимая формульная зависимость для вычисления показателя эффективности будет являться комбинацией трех указанных выше типов зависимостей или же потребуется система показателей эффективности различных типов.

Чтобы специалист по исследованию операций мог избрать тип показателя эффективности и разработать формульную зависимость для его вычисления, в оперативно-тактической постановке задачи должны содержаться указания о

характере зависимости эффективности выполнения поставленной задачи от хода и исхода процесса поиска (слежения) $^*$ .

Система дифференциальных уравнений (СДУ). Система дифференциальных уравнений отражает динамику процесса поиска (слежения) в зависимости от числа состояний системы "разведчик — объект" и интенсивностей перехода. Для разработки СДУ оперативно-тактическая постановка задачи должна содержать сведения, позволяющие определить структуру системы:

- что есть система, какие элементы ситуации ее составляют;
- в какие состояния способна переходить система;
- каковы направления переходов системы из каждого состояния за бесконечно малый промежуток времени dt.

Далее целесообразно определить вид вероятностной характеристики (вероятность, математическое ожидание) состояний системы.

Осуществление подобной интерпретации процесса требует от специалиста по исследованию операций определенных навыков. Систему могут составлять либо объект (объекты) поиска, либо разведчик (разведчики), либо разведчики и объекты. Это зависит, во-первых, от того, кто из них (какой элемент ситуации) должен быть представлен вероятностной характеристикой в формульных зависимостях для вычисления показателей эффективности. Во-вторых, тот или иной элемент обстановки может включаться в состав системы, если изменение его состояний влечет за собой изменение условий поиска. Так, в состав системы потребуется включать и объект поиска и разведчика, если возможны, например, состояния "разведчик обнаружен объектом, вследствие чего объект покинул район поиска" или "из-за неисправности аппаратуры поиска (или других технических средств) разведчик прекратил поиск объекта", "в результате поражения вертолетоносца его вертолеты прекратили поиск подводных лодок" и т. д.

<sup>\*</sup> У читателя не должно сложиться впечатление, что оптимизация процесса поиска (слежения) осуществляется лишь простым перебором альтернатив. Для этой цели широко применяются различные методы оптимизации (см. гл. 12—16). При этом модели (блоки моделей) поиска используются для определения целевых функций, а также ограничивающих условий.

В состав системы будут включаться силы и (или) средства, обеспечивающие действия как разведчика, так и объекта, если необходимо учесть изменения их состояний, вызывающие изменения условий поиска.

Пример 17.9. Действия маневренных сил поиска (разведчиков) обеспечиваются стационарной системой наблюдения (ССН). Требуется учесть, что характер действий маневренных сил, условия поиска объектов будут различными в зависимости от состояний ССН: "ССН осуществляет поиск объекта", "ССН обеспечивает наведение маневренных сил на обнаруженный ею объект", "маневренные силы наведены на объект поиска" и т. д. В этом случае потребуется включить ССН в состав системы.

Пример 17.10. Действия объекта обеспечиваются постановкой ложной цели (ЛЦ), В модели потребуется учесть, что обнаружение ЛЦ, ее классификация будут отвлекать разведчика от поиска объекта. В этом случае в состав системы необходимо включить и ложную цель и определить те ее состояния, от которых зависит процесс поиска.

Вообще число и характер состояний системы должны обеспечить: определение вероятностных характеристик, необходимых для вычисления показателей эффективности; марковское представление процесса поиска (отсутствие последействия и ординарность процесса). Кроме того, число состояний системы должны быть по возможности минимальным.

Направления переходов системы за время dt должны, во-первых, отражать условия поиска. При этом с математической точки зрения все переходы системы за время dt должны составлять полную группу несовместных событий. Условную полную группу несовместных событий должны составлять и переходы из любого состояния системы (с учетом возможности того, что система после окончания времени dt останется в прежнем состоянии). При марковском представлении процесса невозможно, чтобы за время dt наступили одновременно несколько событий. Так, в условиях примера 17.6 система за время dt не может перейти из состояния  $A_1$  и в состояние  $A_2$  и в состояние  $A_3$ , а может перейти или в состояние  $A_2$ , или в состояние  $A_3$ , или остаться в состоянии  $A_1$ . Структура системы однозначно определяет структуру системы дифференциальных уравнений.

При моделировании процессов поиска (слежения) группой разведчиков группы объектов процесс также интерпретируется как марковский случайный процесс переходов некоторой системы в счетное число состояний в случайные моменты времени.

Для марковских случайных процессов поиска и слежения, так же как процессов массового обслуживания, возможны два метода моделирования — с использованием случайной схемы или схемы динамики (квазирегулярной схемы). При случайной схеме рассматривается полная группа возможных состояний всех тех элементов, которые входят в понятие "система". Использование случайной схемы позволяет определить на заданный момент времени различные характеристики системы: распределение вероятностей состояний системы, математическое ожидание числа элементов, находящихся в различных состояниях и др. При схеме динамики средних состояния системы оцениваются математическим ожиданием числа соответствующих элементов, составляющих систему. При этом в результате моделирования могут определяться лишь математические ожидания (средние значения) числа элементов, находящихся в том или ином состоянии на заданный момент времени: обнаруженных объектов или объектов, с которыми поддерживается контакт; разведчиков, ведущих поиск, и т. д.

Случайная схема применяется, если с изменением числа, характеризующего систему (числа обнаруженных объектов, числа занятых слежением разведчиков и т. д.), меняется какой-либо элемент ситуации, требующий исследования, если определения лишь средних характеристик системы недостаточно. Например, если с изменением числа обнаруженных объектов требуется менять распределение разведчиков по районам поиска и в соответствии с этим найти лучшее из заданных распределений для каждого числа обнаруженных объектов.

Схема динамики средних применяется, если альтернативы — конкурирующие варианты действий, сравниваемые варианты обстановки — не меняются с изменением числа обнаруженных объектов, занятых слежением разведчиков и т. д. Эта схема моделирования приводит к более простым моделям по сравнению со случайной схемой. Несмотря на присущие этому методу искажения исследуемых закономерностей (см. § 6.2), в большом числе случаев он дает возможность достичь цели моделирования. Поэтому такие модели получили широкое распространение.

Оперативно-тактическая постановка задачи должна содержать информацию, позволяющую избрать схему моделирования и далее определить структуру системы дифференциальных уравнений. Целесообразно, чтобы на основании данного командиром описания процесса специалист по

исследованию операций разрабатывал граф процесса поиска (слежения) как итог определения им структуры системы (см. рис. 17.1).

Интенсивности переходов системы. При моделировании процессов поиска (слежения) в качестве интенсивностей переходов систем выступают интенсивности поиска объектов, потерь и восстановления с ними контактов, поражения объектов. Интенсивности переходов отражают в модели важные особенности процессов поиска: типы разведчиков и объектов поиска, состав и свойства поисковой аппаратуры, оружия; способы поиска, поддержания и восстановления с объектом контакта, поражения объектов; возможности объекта поиска уклоняться от обнаружения, слежения, поражения; военногеографические условия поиска и др. Следует также обратить внимание, что именно интенсивности переходов либо же величины, от которых они зависят, при моделировании часто являются управляющими параметрами.

Интенсивность переходов по своей природе есть математическое ожидание (среднее число) некоторых событий в единицу времени. Для вычисления интенсивностей переходов могут использоваться статистические данные либо же специальные математические модели. В последнем случае постановка задачи должна содержать сведения, необходимые для их разработки.

Существует большое число поисковых ситуаций и соответственно классов моделей поиска, различающихся особенностями интенсивностей поиска объектов, потерь и восстановления с ними контактов.

Расчет интенсивностей, как правило, индивидуален и требует определенных навыков исполнителя. Этому вопросу посвящен § 17.3.

**Процедура интегрирования системы дифференциальных уравнений.** С помощью процедуры интегрирования системы дифференциальных уравнений в модели учитываются следующие элементы обстановки:

- начальное состояние системы, которое характеризуется распределением вероятностных характеристик ее отдельных состояний. Оно определяет начальные условия интегрирования системы дифференциальных уравнений;
  - продолжительность поиска (слежения);
- события, сопровождающие поиск, слежение и вызывающие в заранее определенные моменты времени изменение каких-либо интенсивностей переходов системы, вероятностных характеристик системы, системы дифференциальных уравнений.

Начальное распределение вероятностных характеристик системы, а также время поиска (слежения) выявляются в результате уяснения командиром задачи

и оценки обстановки. В ряде случаев для определения начальных условий может потребоваться использование статистических данных или же математическое моделирование.

Подчеркнем, что начальное распределение вероятностных характеристик системы и промежуток времени интегрирования — обязательные элементы, учитываемые процедурой интегрирования системы дифференциальных уравнений. Что же касается упомянутых выше событий, изменяющих интенсивности переходов или вероятностные характеристики системы, то по условиям обстановки они могут иметь или не иметь места. При разработке программного обеспечения важно также учитывать, что такие события могут носить систематический характер (например, всплытия подводной лодки на связь через определенные промежутки времени) или же быть эпизодическими (например, нанесение ударов по противолодочным силам). Очень часто элементы процедуры интегрирования являются управляющими параметрами модели.

Пример 17.11. Планируется преодоление противолодочного рубежа подводной лодкой с дизель-электрической установкой. Поиск подводных лодок осуществляют разнородные противолодочные силы (ПЛС) противника, равномерно распределенные в пределах рубежа.

Ввиду большой протяженности рубежа часть маршрута подводная лодка должна следовать в надводном положении. Стремление к скрытности заставляет сокращать эту часть маршрута, а стремление иметь достаточную плотность электролита аккумуляторной батареи на случай уклонения от противолодочных сил — увеличивать. Кроме того, установлено, что противник выставил минное заграждение. Вероятность преодоления этого заграждения в надводном и подводном положениях различна.

Преодоление рубежа подводная лодка начинает из надводного положения. Математическая модель должна позволить обосновать момент времени перехода в подводное положение.

В рассматриваемом случае моментами времени и событиями, которые должны быть учтены в процедуре интегрирования, являются:  $t_0$  — начало преодоления подводной лодкой рубежа (надводное положение);  $t_1$  — переход в подводное положение;  $t_2$  — пересечение минного заграждения, переход в район с другим составом ПЛС;  $t_3$  — окончание преодоления рубежа. Параметром управления при моделировании выступает  $t_1$  — момент погружения подводной

лодки. Изменение этого параметра и позволит выявить искомую закономерность. Параметр  $t_1$  может принимать любые значения в интервале  $[0, t_3]$ .

Процедура интегрирования системы дифференциальных уравнений должна быть разработана так, чтобы в интервале времени  $[0, t_1]$  использовались интенсивности переходов, соответствующие надводному, а в интервале  $[t_1, t_3]$  — подводному положению подводной лодки. Кроме того, должно быть учтено, что в момент времени  $t_2$  подводная лодка из любых своих возможных состояний может перейти с некоторой вероятностью в состояние "подводная лодка поражена", а интенсивности переходов системы изменятся.

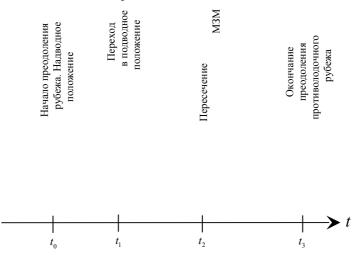


Рис. 17.2.

Целесообразно, чтобы информация об определяющих процедуру интегрирования событиях и соответствующих им моментах времени оформлялась в виде временного графика событий, который для этого примера показан на рис. 17.2.

Таким образом, графическим отражением формализованной постановки задачи на разработку модели процесса поиска (слежения) являются граф процесса и временной график событий, значительно облегчающие формирование модели.

Отметим также, что в оперативно-тактической постановке задачи командир (офицер-оператор) может указать моменты времени процесса, для которых

должны вычисляться показатели эффективности. Если такие указания командиром не даны, эти вопросы решает специалист по исследованию операций при разработке замысла моделирования.

Ввиду большой сложности процессов поиска (слежения) возможно корректирование исходной оперативно-тактической постановки задачи в процессе формализованной постановки и далее, при формировании модели.

**Поиск объектов на рубеже.** Поиск объектов на рубеже обладает столь же большим многообразием ситуаций, как и поиск их в районе, и аналогичной возможностью классифицировать все многообразие ситуаций в такой степени, чтобы обеспечить разработку достаточно оперативных методов формирования математических моделей с использованием ЭВМ.

Прежде всего, различают рубежи с расположением разведчиков на одном эшелоне (линии) и на нескольких эшелонах.

С точки зрения математического моделирования можно выделить несколько типов эшелонов. Рассмотрим три из них.

1-й тип эшелона характеризуется равновероятным законом распределения точек пересечения объектом эшелона и равновероятным законом распределения моментов времени пересечения объектом эшелона в заданном интервале времени.

2-й т и п эшелона имеет место при нормальном законе распределения точек пересечения объектом эшелона. При этом разведчик должен получить данные об объекте (его ожидаемые курс, скорость) от разведчиков других эшелонов или иных источников информации.

3-й т и п эшелона является комбинацией эшелонов 1-го и 2-го типов: если разведчик не получил данные об объекте, то имеет место эшелон 1-го типа, а если получил — эшелон 2-го типа.

Во многих случаях для эшелонов 1-го типа и всегда для эшелонов 2-го и 3-го типов существенным фактором является возможность своевременного занятия разведчиком позиции относительно выявленного объекта. В свою очередь, эта возможность зависит от своевременности получения разведчиком информации о противнике и смещении в позицию.

Для эшелонов всех типов правдоподобным является допущение о цикличном характере маневрирования разведчика: от цикла к циклу в одной и той же последовательности повторяются галсы одних и тех же типов.

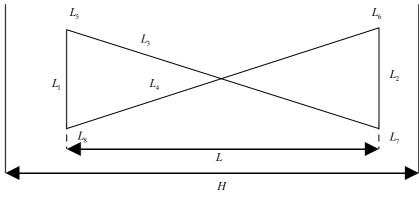


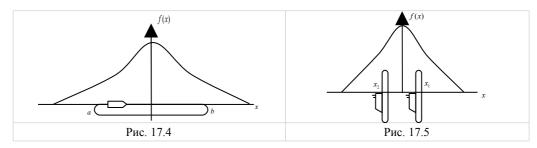
Рис.17.3

Для эшелонов 1-го типа можно выделить галсы следующих трех типов: параллельные или наклонные к линии эшелона (галсы  $L_3$ ,  $L_4$  на рис. 17.3); перпендикулярные к линии эшелона (галсы  $L_1$ ,  $L_2$ ; циркуляции (галсы  $L_5$ ,  $L_6$ ,  $L_7$ ,  $L_8$ ). Если на эшелоне используются неподвижные (стационарные) средства обнаружения объектов: буи, гидрофоны, радиолокационные станции, посты зрительного наблюдения и т. д., их рассматривают как разведчиков с нулевой скоростью перемещения относительно линии эшелона (аналогично случаю циркуляции подвижного разведчика).

Для эшелонов 2-го типа целесообразно выделять два типа галсов — перпендикулярные и параллельные выявленному (ожидаемому) курсу цели (рис. 17.4, 17.5).

Забегая вперед укажем, что галсы различных типов имеют определенные модели для оценки вероятности обнаружения объекта, следующего некоторым курсом относительно эшелона.

Итак, указание в формализованной постановке задачи числа эшелонов, их типов, взаимного расположения эшелонов, состава галсов (их типов, числа) в цикле маневрирования разведчиков на каждом из эшелонов однозначно определяет состав модели.



Как структура модели поиска объектов на рубеже в целом, так и структура ее блоков (после того как определен состав блоков модели) зависят от ряда условий поиска. Рассмотрим важнейшие из них, которые должны быть указаны в формализованной постановке задачи.

Может потребоваться моделирование действий на рубеже разнотипных разведчиков. Возможны и ситуации, когда однотипные разведчики будут выглядеть разнотипными из-за различных условий поиска в пределах одного эшелона.

Взаимодействие сил различных эшелонов рубежа является важнейшим элементом содержания действий сил на рубеже, а отражение этого взаимодействия — важнейшим элементом блоков модели. Для этого в постановке задачи должны быть указаны элементы обстановки, от которых зависят вероятности получения на КП данных об обнаружении противника от сил различных эшелонов или от других источников информации, получения силами сигналов о занятии эшелонов и своевременном занятии ими указанных позиций. Зачастую имеет место и требует отражения в модели ограниченная продолжительность действия на эшелоне каких-либо групп, единиц поисковых сил, смена сил на эшелонах (например, ввиду зарядки подводными лодками аккумуляторных батарей, окончания срока автономности сил и т. д.). В постановке задачи потребуется указать все моменты времени, когда будет изменяться построение сил на рубеже, изменяться характер их маневрирования.

В формализованной постановке должны быть отмечены возможность упреждающего обнаружения объектом поиска разведчика и их последующие действия. Простейшим с точки зрения моделирования является случай, когда объект после обнаружения разведчика отказывается от прорыва рубежа.

Моделирование может потребовать учета активного противодействия различных сил противника разведчикам, действующим на тех или иных

эшелонах. Тогда составным элементом формализованной постановки задачи явится описание разведчика как объекта поиска или (и) объекта огневого, радиоэлектронного воздействия сил противника (см. гл. 18).

Через участок, отведенный разведчику на эшелоне, могут проследовать несколько объектов поиска. Кроме объекта (объектов) поиска через участок может следовать поток других целей (например, промысловых, коммерческих судов), способных препятствовать выполнению разведчиком его задачи (например, маскируя физические поля объекта, требуя затрат времени для классификации очередной обнаруженной цели и т. д.). В этом случае разведчик предстает как канал массового обслуживания определенного класса (см. § 6.1) и потребуется его формализованное описание.

Существуют, разумеется, и многие другие условия поиска, которые будут влиять на его эффективность. Однако умение отразить в постановке задачи и в модели указанные выше условия — залог успешного учета при моделировании и многих других особенностей процесса поиска.

Многообразны цели действий сил на рубеже, а следовательно, возможные цели моделирования их действий. Наиболее типичными целями моделирования являются обоснование построения сил на рубеже, организации их взаимодействия с учетом возможностей системы управления, обоснование состава сил, требований к системе управления для избранных способов действия сил, прогнозирование действий противника. Описание цели действий сил, целей моделирования должно позволить выявить основной и избрать систему дополнительных показателей эффективности.

В качестве показателей эффективности поиска на рубеже выступают или для вычисления показателей эффективности используются следующие параметры:

— вероятность  $\Delta w_s$  обнаружения объекта противника именно на *s*-м эшелоне:

$$\Delta w_s = \prod_{j=1}^{s-1} (1 - w_j) w_s, \tag{17.1.4}$$

где  $w_j$  — вероятность того, что на j-м эшелоне состоится обнаружение объекта;

— вероятность  $\Delta r_s$  поражения объекта противника именно на *s*-м эшелоне:

$$\Delta r_s = \prod_{j=1}^{s-1} (1 - r_j) r_s, \qquad (17.1.5)$$

где  $r_j$  — вероятность того, что на j-м эшелоне объект противника будет поражен;

— вероятность  $W_s$  обнаружения объекта противника после прохождения им s эшелонов рубежа:

$$W_s = \sum_{j=1}^{s} \Delta w_j; (17.1.6)$$

— вероятность поражения объекта противника в результате действий сил поиска на s эшелонах рубежа:

$$R_s = \sum_{j=1}^{s} \Delta r_j. {17.1.7}$$

Если рубеж пересекают M объектов, то в качестве показателей эффективности могут также выступать:

— математическое ожидание числа объектов, обнаруженных именно на s-м эшелоне:

$$\Delta m_{\text{of}}^{(s)} = M \Delta w_s; \tag{17.1.8}$$

— математическое ожидание числа объектов, пораженных именно на s-м эшелоне:

$$\Delta m_{_{\Pi}}^{(s)} = M \Delta r_{_{S}}; \tag{17.1.9}$$

— математическое ожидание числа объектов, которые могут быть обнаружены на s-м эшелоне:

$$m_{\text{of}}^{(s)} = Mw_s;$$
 (17.1.10)

— математическое ожидание числа объектов, которые могут быть поражены на s-м эшелоне:

$$m_{\Pi}^{(s)} = Mr_s;$$
 (17.1.11)

— математическое ожидание числа обнаружений объектов после прохождения ими s эшелонов рубежа  $^*$ :

$$M_{\circ \circ}^{(s)} = \sum_{j=1}^{s} \Delta m_{\circ \circ}^{(j)};$$
 (17.1.12)

— математическое ожидание числа пораженных объектов после прохождения ими *s* эшелонов рубежа:

$$M_{\Pi}^{(s)} = \sum_{j=1}^{s} \Delta m_{\Pi}^{(j)}.$$
 (17.1.13)

При написании формул (17.1.8)—(17.1.13) считалось, что объекты однотипны, условия их поиска и поражения одинаковы.

## § 17.2. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ ПОИСКА ОБЪЕКТОВ В РАЙОНЕ, СЛЕЖЕНИЯ ЗА НИМИ И ИХ ПОРАЖЕНИЯ

Излагаемые методы могут быть названы общими, так как они позволяют разрабатывать модели любых процессов поиска, слежения, поражения обнаруженных в районе объектов, если только эти процессы могут быть описаны как марковские, и, значит, для математического описания таких процессов можно использовать системы дифференциальных уравнений Колмогорова. Как правило, реализация моделей требует обязательного применения ЭВМ. Поэтому по существу разработка таких методов органически включает разработку общих методологических вопросов создания и использования в интересах управления специального математического обеспечения для моделирования на ЭВМ процессов поиска, слежения, поражения обнаруженных объектов.

Последовательность действий при разработке математической модели должна обеспечить определение всех четырех элементов модели поиска (слежения). Для разработки математической модели поиска объекта в районе необходимо:

- 1. Уяснить оперативно-тактическую постановку задачи.
- 2. Определить основной и дополнительные показатели эффективности.

<sup>\*</sup> Если обнаруженные объекты не поражаются, то каждый из них может обнаруживаться на нескольких эшелонах рубежа.

- 3. Разработать замысел моделирования, т. е. определить: варианты необходимых выявления заданных закономерностей, и расчетов, ДЛЯ управляющие параметры для каждого варианта, целесообразную последовательность расчетов; показатели эффективности, которые должны вычисляться при каждом варианте, и форму их представления; моменты времени протекания процесса, для которых должны вычисляться показатели эффективности. Выявив управляющие параметры, следует далее определить "нижний ярус" частных моделей (блоков), составляющих общую модель.
- 4. Разработать формульные зависимости для вычисления показателей эффективности.
- 5. Определить, что является системой: какие элементы ситуации составляют систему; каковы ее состояния; возможные направления переходов системы из каждого состояния за бесконечно малый промежуток времени *dt*. Завершить выполнение этого пункта следует разработкой графа процесса. Целесообразно также разработать матрицу интенсивностей переходов в общем (буквенном) виде.
- 6. На основании замысла моделирования определить способ получения интенсивностей переходов системы: назначение интенсивностей переходов в некотором возможном (подлежащем исследованию) интервале их значений; использование статистических данных или математических моделей; комбинированный метод. При необходимости следует добыть соответствующие статистические данные или подготовить (выбрать) нужные математические модели.
- 7. Установить процедуру интегрирования системы дифференциальных уравнений, как указано в п. 17.1.3. Завершить выполнение этого пункта следует разработкой временного графика событий.
- 8. Определить способы задания параметров, которые необходимы для вычисления показателей эффективности (см. параметры  $W_{1j}^{(i)},...,W_{rj}^{(i)}$  в формулах (17.1.1)—(17.1.3)), но не являются характеристиками собственно процесса поиска (слежения). Подготовить математические модели для их вычисления либо добыть необходимый статистический материал.
- 9. Разработать перечень допущений и ограничений, принятых при разработке модели, оценить характер искажения ими исследуемых закономерностей.

На этом разработка математической модели заканчивается. Следует заметить, что формализованная постановка задачи является составным элементом содержания каждого из мероприятий изложенной последовательности разработки модели. В зависимости от характера моделируемого процесса, а также навыка специалиста по исследованию операций последовательность выполнения указанных мероприятий может меняться.

Включение разработанной модели в состав математического обеспечения ЭВК, выполнение оперативно-тактических расчетов, последующие операции с разработанной моделью и полученными результатами моделирования осуществляются с использованием системы программного обеспечения (см. § 2.5). Особенностью СПО для моделирования поиска объектов в районе, слежения за ними, их поражения является предоставление возможности оперативного формирования в памяти ЭВК всех четырех элементов сформированной модели, снабжения их необходимой информацией, операций над ними и моделью в целом в соответствии с замыслом моделирования и особенностями цикла управления (заблаговременная, непосредственная подготовка и т. д.). Система программного обеспечения должна позволять использовать модели поиска, слежения автономно либо как элемент более сложной модели.

Ниже рассмотрим выполнение мероприятий, перечисленных в пп. 2, 4—7 изложенной выше последовательности действий при разработке математической модели. Мероприятия, приведенные в пп. 1, 3, 8, 9 считаются выполненными.

Ввиду бесконечного многообразия классов возможных поисковых ситуаций задача разработки рекомендаций для моделирования каждого из них невыполнима. Поэтому рассмотрены примеры некоторых, наиболее типичных с точки зрения разработки моделей, ситуаций. Что касается приведенных в качестве примеров моделей, то в практике оперативно-тактических расчетов подобные им могут использоваться либо самостоятельно, либо являться элементами более сложных конструкций.

Все вопросы, связанные с определением интенсивностей переходов (см. п. 6), рассмотрены в § 18.3. В приведенных ниже примерах интенсивности переходов считаются известными.

## 17.2.1. Разработка модели поиска разведчиком объекта. Учет факторов, ограничивающих поисковые усилия

**Постановка задачи.** Разведчик стороны A должен осуществить поиск объекта стороны B в некотором районе для обеспечения поражения его ударными силами.

При уяснении задачи и оценке обстановки установлено следующее. Целью действия всего наряда сил стороны A, в составе которого действует разведчик, является срыв ударов объекта противника по объектам стороны A, для чего противник должен быть поражен не позже момента времени T. Противник способен обнаружить разведчика первым. В этом случае он практически достоверно уклоняется от обнаружения разведчиком, покидает район поиска, и выполнение стороной A задачи оказывается сорванным. Характер маневрирования объекта приводит к тому, что в моменты времени  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$  возможности обнаружения разведчиком объекта и объектом разведчика меняются.

В распоряжении командования имеется несколько типов разведчиков, один из которых можно привлечь к выполнению поставленной задачи. Разведчики отличаются друг от друга поисковыми возможностями (дальностью действия средств наблюдения, скоростью хода при осуществлении поиска), надежностью обеспечения наведения на противника ударных сил и временем наведения, скрытностью ведения поиска. Кроме того, различные способы наведения, характерные при использовании разведчиков разных типов, обусловливают различные возможности поражения объекта противника ударными силами.

Возможность поражения разведчика до начала и в процессе поиска в данном примере рассматривать не будем.

Математическое моделирование необходимо для обоснования типа разведчика, привлекаемого к выполнению задачи.

**Разработка модели.** Показателем эффективности выполнения разведчиком задачи является вероятность поражения объекта противника не позже момента времени T. Обозначим этот показатель эффективности  $\mathfrak{I}^{(i)}(T)$ , где i — номер типа разведчика. Дополнительными показателями эффективности целесообразно избрать:  $\mathfrak{I}^{(i)}(T)$  — вероятность необнаружения разведчиком

объекта до момента времени T;  $\Im_2^{(i)}(T)$  — вероятность упреждающего обнаружения объектом разведчика.

Формульная зависимость для вычисления основного показателя эффективности имеет вид

$$\mathcal{J}^{(i)}(T) = P^{(i)}(T - t_{H}^{(i)}) W_{H}^{(i)} W_{\Pi}^{(i)}, \tag{17.2.1}$$

где  $P^{(i)}(T-t_{\rm H}^{(i)})$  — вероятность обнаружения разведчиком i-го типа объекта противника не позже момента времени  $T-t_{\rm H}^{(i)};\ t_{\rm H}^{(i)},W_{\rm H}^{(i)},W_{\rm H}^{(i)}$  — время наведения ударных сил, вероятность их наведения за время  $t_{\rm H}^{(i)}$ , вероятность поражения объекта наведенными силами, если поиск противника осуществляет разведчик i-го типа, соответственно.

Замысел моделирования вытекает из постановки задачи и должен учитывать особенности построения математического обеспечения ЭВК. Допустим, что состав математического обеспечения позволяет получить параметры  $t_{\rm H}^{(i)}$ ,  $W_{\rm H}^{(i)}$ ,  $W_{\rm H}^{(i)}$ ,  $W_{\rm H}^{(i)}$ , однако в него не вошли модели, необходимые для расчета интенсивностей поиска разведчиками объекта и упреждающих обнаружений объектом разведчиков различного типа. Тогда для достижения цели моделирования число вариантов расчетов должно соответствовать числу типов разведчиков. "Нижним ярусом" модели будут блоки, необходимые для вычисления указанных выше интенсивностей, управляющими являются параметры, необходимые для вычисления этих интенсивностей и характерные для разведчиков различных типов (дальности действия их средств наблюдения, скорости при поиске объекта, дальности упреждающих обнаружений объектом разведчика). Выходными данными ЭВК для каждого i-го варианта расчетов должны быть основой и дополнительные показатели эффективности, соответствующие моменту времени  $T-t_{\rm H}^{(i)}$ .

Для формирования математической модели интерпретируем процесс поиска разведчиком объекта как процесс перехода системы разведчик стороны A — объект стороны B в случайные моменты времени в следующие состояния:

 $A_1$  — осуществляется поиск объекта разведчиком (разведчик не обнаружил объект, объект не обнаружил разведчика);

 $A_2$  — объект первым обнаружил разведчика (и, следовательно, покинул район);

 $A_3$  — объект обнаружен разведчиком.

Система за бесконечно малый промежуток времени dt способна из состояния  $A_1$  переходить в состояние  $A_2$  или  $A_3$ . Состояние  $A_2$  и  $A_3$  — поглощающие: они не имеют выхода.

Граф процесса поиска показан на рис. 17.6. С помощью этого графа может быть разработана матрица 17.1 интенсивностей переходов.

Матрица 17.1

$A_j$	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$A_1$	0	$\delta^{(i)}(t)$	$\gamma^{(i)}(t)$
$A_2$	0	0	0
$A_3$	0	0	0

В этой матрице  $\delta^{(i)}(t)$  и  $\gamma^{(i)}(t)$  являются интенсивностями поиска объектом разведчика и разведчиком объекта соответственно.

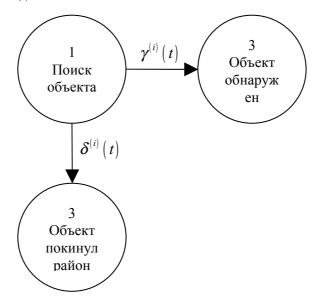


Рис. 17.6

Система дифференциальных уравнений (СДУ) может быть составлена либо на основании графа процесса, либо на основании матрицы интенсивностей переходов (способы разработки СДУ см. § 6.3):

$$\frac{dP_1^{(i)}(t)}{dt} = -P_1^{(i)}(t)\gamma^{(i)}(t) - P_1^{(i)}(t)\delta^{(i)}(t);$$

$$\frac{dP_2^{(i)}(t)}{dt} = P_1^{(i)}(t)\delta^{(i)}(t);$$

$$\frac{dP_3^{(i)}(t)}{dt} = P_1^{(i)}(t)\gamma^{(i)}(t).$$
(17.2.2)

При этом  $\sum_{j=1}^{3} P_{j}^{(i)}(t) = 1$ ;  $P_{j}^{(i)}(t)$  — вероятности нахождения системы в состоянии

 $A_j$  на текущий момент времени поиска. В зависимости от условий поиска интенсивности  $\gamma^{(i)}(t)$  и  $\delta^{(i)}(t)$  могут и не меняться с течением времени. Составление системы дифференциальных уравнений должно возлагаться на ЭВК.

Разработка процедуры интегрирования СДУ осуществляется на основании поставленной задачи. В рассматриваемом случае элементами этой процедуры являются начальные условия для интегрирования:  $P_1^{(i)}(t)=1,\ P_2^{(i)}(t)=P_3^{(i)}(t)=0,$  промежуток интегрирования  $[0,T-t_{_{\rm H}}^{(i)}],$  а также изменение интенсивностей  $\gamma^{(i)}(t)$  и  $\delta^{(i)}(t)$  в моменты времени  $t_1,t_2,t_3,t_4.$ 

Временной график событий показан на рис. 17.7.

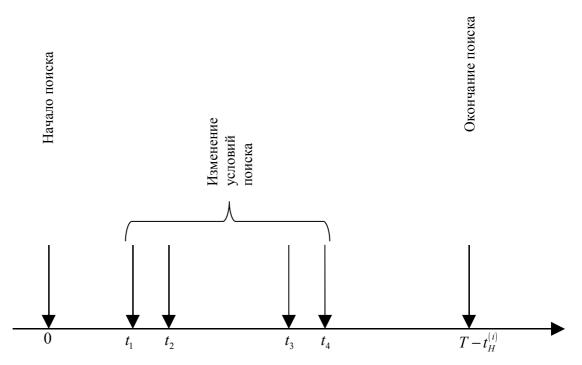


Рис. 17.7

На этом разработка математической модели закончена. Следует лишь уточнить формульные зависимости, необходимые для вычисления показателей эффективности:

$$\begin{split} \mathcal{G}^{(i)}(T) &= P_{3}^{(i)}(T - t_{_{\mathrm{H}}}^{(i)}) W_{_{\mathrm{H}}}^{(i)} W_{_{\mathrm{\Pi}}}^{(i)};\\ \mathcal{G}_{1}^{(i)}(T) &= P_{1}^{(i)}(T - t_{_{\mathrm{H}}}^{(i)});\\ \mathcal{G}_{2}^{(i)}(T) &= P_{2}^{(i)}(T - t_{_{\mathrm{H}}}^{(i)}). \end{split}$$

В результате численного интегрирования СДУ для заданных начальных условий будут получены вероятности состояний системы  $P_j^{(i)}(T-t_{\scriptscriptstyle 
m H}^{(i)})$  на момент времени  $T-t_{\scriptscriptstyle 
m H}^{(i)}$ , после чего вычисляются показатели эффективности.

Сравнение показателей эффективности для всех заданных типов разведчиков поможет выбрать лучший.

Обратим внимание, что рассмотренная модель является примером модели поиска одного объекта одним разведчиком с учетом фактора, ограничивающего поисковые усилия. В данном случае таким фактором является обнаружение объектом разведчика первым с последующим выходом из района, в котором действует разведчик.

Аналогичную структуру будет иметь модель и при учете ряда других факторов, ограничивающих поисковые усилия:

- поражение разведчика противником до начала или в процессе поиска;
- гидрометеорологические условия, исключающие ведение дальнейшего поиска;
  - упреждающее обнаружение объекта другим разведчиком;
  - отвлечение разведчика на ложные направления;
- прекращение поиска из-за выхода из строя технических средств разведчика;
- ограниченное (и случайное в вероятностном смысле этого слова) время пребывания объекта в районе;
- комбинированное действие сразу нескольких перечисленных выше факторов

ит. д.

Интенсивность  $\delta^{(i)}(t)$  (см. рис. 17.6) будет при этом иметь смысл интенсивности наступления соответствующего ограничивающего поиск фактора (случайного события): неблагоприятная гидрометеорологическая обстановка, выход из строя технических средств разведчика и т. д. Если требуется учесть независимое влияние нескольких ограничивающих факторов, то интенсивность  $\delta(t)$  будет являться суммой интенсивностей появления всех

учитываемых факторов  $\delta(t) = \sum_{i=1}^{n} \delta^{(i)}(t)$ . Недостоверное пребывание объекта в районе учитывается в процедуре интегрирования заданием начальных условий.

Для конструирования математических моделей важно помнить, что с помощью изложенного выше метода учитываются лишь те ограничивающие факторы, появление которых представляет собой случайный процесс и момент времени начала действия которых случаен. Если же ограничивающий фактор

действует в детерминированные моменты времени, то он учитывается в модели процедурой интегрирования.

Рассмотрим частный случай модели поиска разведчиком объекта с учетом фактора, ограничивающего поисковые усилия. Допустим, что в условиях поставленной выше задачи объект может выйти из района до начала поиска с вероятностью r. При этом будем считать:

- интенсивности поиска  $\gamma^i(t)$  и  $\delta^i(t)$  не зависят от времени либо равны их средним значениям, т. е.  $\gamma(t) = \gamma$ ,  $\delta(t) = \delta$ ;
- в интервале времени [0, t] отсутствуют какие-либо события, меняющие в дискретные моменты времени интенсивности поиска либо состояния системы. В процедуре интегрирования следует учесть лишь начальные условия при t = 0:  $P_1(0) = 1 r$ ;  $P_2(0) = r$ ;  $P_3(0) = 0$  и промежуток интегрирования [0, t]. Тогда в результате решения СДУ (17.2.2) получим (индексы i для краткости опущены):
  - вероятность обнаружения объекта

$$P_3(t) = \frac{\gamma(1-r)}{\gamma + \delta} (1 - e^{-(\gamma + \delta)t}); \tag{17.2.3}$$

— вероятность выхода объекта из района не обнаруженным до начала или в процессе ее поиска

$$P_2(t) = r + \frac{\delta(1-r)}{\gamma + \delta} (1 - e^{-(\gamma + \delta)t}); \tag{17.2.4}$$

— вероятность осуществления поиска объекта, находящегося в районе,

$$P_1(t) = (1-r)e^{-(\gamma+\delta)t}$$
. (17.2.5)

В установившемся режиме получим:

$$\lim_{t \to \infty} P_3(t) = \frac{\gamma(1-r)}{\gamma + \delta};\tag{17.2.6}$$

$$\lim_{t \to \infty} P_2(t) = r + \frac{\delta(1-r)}{\gamma + \delta}; \quad \lim_{t \to \infty} P_1(t) = 0.$$
 (17.2.7)

Выражениями (17.2.6) и (17.2.7) можно пользоваться при  $(\gamma + \delta)t \ge 4$ .

При независимом действии n ограничивающих факторов вероятность обнаружения объекта будет равна

$$P_3(t) = \frac{\gamma \prod_{i=1}^{n} (1 - r_i)}{\gamma + \sum_{i=1}^{n} \delta_i} \left( 1 - e^{-(\gamma + \sum_{i=1}^{n} \delta_i)t} \right),$$

где  $\delta_i$  — интенсивность действия i-го ограничивающего фактора в процессе поиска;  $r_i$  — вероятность действия i-го ограничивающего фактора до начала поиска.

В заключение сделаем два важных замечания. Учет в моделях указанных факторов, ограничивающих действия разведчика, аналогичен изложенному и при более сложных процессах таких действий и, следовательно, более сложных графах процесса. Необходимо лишь выявить все состояния процесса, в которых могут проявиться те или иные факторы, вызывающие появление состояний: "выполнение разведчиком задачи сорвано", "процесс поиска перешел в новые (такие-то) условия" и т. д. На графе следует отобразить эти состояния и ребра, ведущие к нему от соответствующих состояний системы, определить необходимые интенсивности переходов (см. п. 17.3.5). Это вызовет затем расширение матрицы интенсивностей переходов СДУ и, как правило, изменение состава системы показателей эффективности и формульных зависимостей для их вычисления.

Методы учета в моделях ограничивающего поиск (слежение) фактора — поражение разведчика противником до начала или в процессе поиска — будут рассмотрены более подробно в п. 17.2.6.

#### 17.2.2. Разработка модели слежения разведчиком за объектом

Сделаем предварительно некоторые замечания. Слежение разведчика за объектом есть процесс, включающий поиск объекта (первичный поиск), поддержание разведчиком контакта с обнаруженным объектом и при необходимости восстановление потерянного контакта (вторичный поиск). Потери и восстановления контакта могут чередоваться многократно. Потери контакта происходят по тактическим и техническим причинам. К ним

относятся: специальные мероприятия противника, предпринимаемые им с целью отрыва от слежения; особенности работы средств наблюдения разведчика; необходимость выполнения разведчиком маневров, способных приводить к потере контакта, и т. д.

Восстановление контакта с объектом разведчик может производить способами, которые учитывают знание места потери контакта и поэтому отличны от способов первичного поиска. При этом интенсивности первичного и вторичного поиска будут различными. Однако в ряде случаев разведчику может оказаться выгодным после потери контакта осуществлять его восстановление (вторичный поиск) тем же способом, что и первичный поиск. Если и характер маневрирования объекта остается неизменным, то в таком случае интенсивности первичного и вторичного поиска будут одинаковыми.

Знание этих вопросов является необходимым при разработке модели слежения. Вот почему они должны обязательно отражаться в оперативнотактическом описании задачи.

Перейдем к рассмотрению примеров. Вначале рассмотрим случай, когда способ восстановления контакта (вторичного поиска) отличается от способа первичного поиска.

**Постановка задачи.** Разведчик стороны A должен осуществить поиск объекта стороны B в указанном районе и установить наблюдение для обеспечения наведения на него своих ударных сил. При уяснении задачи и оценке обстановки установлено следующее. Объект противника маневрирует в районе, чтобы в момент времени  $t_1$  начать нанесение последовательных ударов по объектам стороны A. Ресурс боеприпасов у объекта ограничен.

Ожидается, что в момент времени  $\tau < t_1$  противник осуществит "профилактические" мероприятия, в результате которых разведчик с некоторой вероятностью может потерять поддерживаемый контакт. Условия поиска, поддержания и восстановления контакта после момента времени  $\tau$  изменятся. Ударные силы стороны A закончат развертывание к моменту времени  $t_2$ , после чего будет возможным их наведение на противника по данным разведчика. Цель действия ударных сил стороны A — срыв или максимальное ослабление ударов противника по обороняемым объектам.

Для выполнения поставленной задачи разведчик должен к моменту времени  $t_2$  или хотя бы после момента времени  $t_2$  иметь контакт с объектом противника. Возможно несколько позиций поддержания контакта с объектом. Они

различаются интенсивностями потерь и восстановлений контакта с объектом, а также надежностью и временем наведения на него ударных сил. Разведчик должен выполнять задачу в течение времени T.

Математическая модель необходима для обоснования позиции поддержания контакта с объектом.

**Разработка модели.** Показателем эффективности действий разведчика является математическое ожидание предотвращенного ущерба обороняемым объектам стороны A. Для упрощения модели в соответствии с особенностями процесса, целью моделирования этот показатель может быть заменен другим — математическим ожиданием недовыпущенных противником боеприпасов. В качестве дополнительных показателей эффективности целесообразно принять вероятности  $\mathcal{G}_1(t)$ ,  $\mathcal{G}_2(t)$ ,  $\mathcal{G}_3(t)$  того, что на заданный момент времени будет осуществляться поиск объекта, поддерживаться с ним контакт, восстанавливаться потерянный контакт соответственно.

Для вычисления основного показателя эффективности может быть получено выражение

$$\mathcal{J}^{(i)}(T) = P_{\pi,\kappa}^{(i)}(t_2) W_{\mathrm{H}}^{(i)} W_{\mathrm{\Pi}}^{(i)} M(t_2 + t_{\mathrm{H}}^{(i)}) + \int_{t_2}^{T} W_{\mathrm{H}}^{(i)} W_{\mathrm{\Pi}}^{(i)} M(t + t_{\mathrm{H}}^{(i)}) dP_{\pi,\kappa}^{(i)}(t),$$
(17.2.8)

где i — номер позиции поддержания контакта;  $P_{_{\rm II},{\rm K}}^{(i)}(t)$  — вероятность поддержания контакта разведчиком с объектом в момент времени t в i-й позиции;  $W_{_{\rm H}}^{(i)}W_{_{\rm II}}^{(i)}$  — вероятности наведения ударных сил на объект противника и поражения объекта соответственно;  $M(t+t_{_{\rm H}}^{(i)})$  — математическое ожидание числа боеприпасов, не израсходованных противником на момент времени  $t+t_{_{\rm H}}^{(i)}$ . При этом если  $t+t_{_{\rm H}}^{(i)} \le t_{_{\rm I}}$  (по противнику наносится упреждающий удар), то  $M(t+t_{_{\rm H}}^{(i)})$  принимается равным полному запасу боеприпасов, который имеется у объекта стороны B.

**Замысел** моделирования. Основной показатель эффективности необходимо вычислить на момент времени T для всех заданных позиций поддержания контакта, дополнительные показатели — также для всех позиций. Построить графики зависимости от времени показателей эффективности  $\mathfrak{I}^{(i)}(t), \mathfrak{I}^{(i)}(t), \mathfrak{I}^{(i)}(t), \mathfrak{I}^{(i)}(t)$  в интервале времени [0, T].

Управляющими параметрами являются вероятности  $W_{\rm H}^{(i)}, W_{\rm I}^{(i)},$  а также интенсивности поиска, потерь и восстановлений контакта при различных позициях слежения.

Формирование модели. Первоначально математическую модель разработаем для следующего упрощающего предположения: если изменение интенсивностей восстановления контакта и имеет место, то лишь в результате таких причин, как например, изменение акустической, радиолокационной наблюдаемости и т. п. Началом отсчета времени при этом является начало поиска.

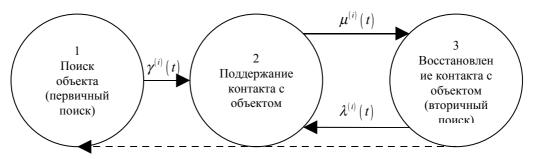
Представим процесс слежения как случайный процесс изменений системы, которой является объект противника. Состояния системы:

 $A_1$  — поиск объекта разведчиком;

 $A_2$  — поддержание разведчиком контакта с объектом;

 $A_3$  — контакт с объектом потерян, осуществляется его вторичный поиск разведчиком.

Возможные переходы системы из состояния в состояние, интенсивности переходов показаны на рис. 17.8 (граф процесса слежения). Разработаем с помощью этого графа СДУ:



 $\alpha_{31}$ 

Рис. 17.8

$$\frac{dP_{1}^{(i)}(t)}{dt} = -P_{1}^{(i)}(t)\gamma^{(i)}(t);$$

$$\frac{dP_{2}^{(i)}(t)}{dt} = P_{1}^{(i)}(t)\gamma^{(i)}(t) + P_{3}^{(i)}(t)\lambda^{(i)}(t) - P_{2}^{(i)}(t)\mu^{(i)}(t);$$

$$\frac{dP_{3}^{(i)}(t)}{dt} = P_{2}^{(i)}(t)\mu^{(i)}(t) - P_{3}^{(i)}(t)\lambda^{(i)}(t)$$
(17.2.9)

при  $\sum_{j=1}^{3} P_{j}^{(i)}(t) = 1$ . В процедуре интегрирования СДУ должны учитываться:

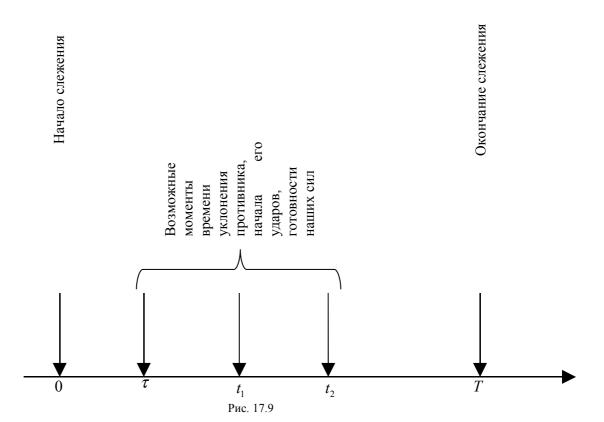
- начальные условия интегрирования. Поскольку в момент времени t=0 поиск объекта только начинается, следует положить  $P_1^{(i)}(t)=1,\ P_2^{(i)}(t)=P_3^{(i)}(t)=0;$ 
  - промежуток времени интегрирования [0, T];
- возможность потери поддерживаемого в момент времени  $\tau$  контакта в результате "профилактических" мероприятий противника. Для этого требуется пересчитать вероятности  $P_j^{(i)}(t)$  состояний системы на момент времени  $\tau + dt$  по правилу:

$$\begin{split} P_1^{(i)}(\tau + dt) &= P_1^{(i)}(\tau); \\ P_2^{(i)}(\tau + dt) &= P_2^{(i)}(\tau)(1 - Q^{(i)}); \\ P_3^{(i)}(\tau + dt) &= P_3^{(i)}(\tau) + P_2^{(i)}(\tau)Q^{(i)}, \end{split}$$

где  $Q^{(i)}$  — вероятность потери контакта в i-й позиции в результате мероприятий противника в момент времени  $\tau$ ;

— изменение условий слежения разведчика за объектом после момента времени  $\tau$ , для чего необходимо в момент времени  $\tau + dt$  задать значения интенсивностей переходов системы  $\gamma(t)$ ,  $\lambda(t)$ ,  $\mu(t)$  в соответствии с новыми условиями слежения.

Временной график событий показан на рис. 17.9.



С учетом обозначений, принятых при разработке СДУ, показатели эффективности будут равны

$$\begin{split} \mathcal{I}^{(i)}(T) &= P_{2}^{(i)}(t_{2}) W_{_{\mathrm{H}}}^{(i)} W_{_{\mathrm{\Pi}}}^{(i)} M(t_{2} + t_{_{\mathrm{H}}}^{(i)}) + W_{_{\mathrm{H}}}^{(i)} W_{_{\mathrm{\Pi}}}^{(i)} \int\limits_{t_{2}}^{T} M(t + t_{_{\mathrm{H}}}^{(i)}) dP_{2}^{(i)}(t); \\ \mathcal{I}_{1}^{(i)}(t) &= P_{1}^{(i)}(t); \quad \mathcal{I}_{2}^{(i)}(t) = P_{2}^{(i)}(t); \quad \mathcal{I}_{3}^{(i)}(t) = P_{3}^{(i)}(t). \end{split}$$

Подчеркнем, что выше был рассмотрен случай, когда и первичный и вторичный поиск осуществлялись с постоянной интенсивностью, либо когда возможность изменения интенсивностей поиска существовала лишь в связи с

изменением военно-географических условий или изменением места цели с течением времени. При этом факт изменения интенсивности первичного поиска не сказался на структуре модели, так как началом отсчета времени для него явился момент t=0 начала процесса.

Что же касается вторичного поиска, то при разработке модели часто приходится считаться с двумя ранее не учтенными обстоятельствами: вопервых, интенсивность  $\lambda(t)$  может существенно уменьшаться с течением времени, так как область возможного местонахождения цели будет непрерывно увеличиваться (см., например, (17.3.38)); во-вторых, моменты времени переходов ко вторичному поиску случайны. Это требует особых приемов моделирования. Рациональным является использование среднего значения  $\lambda_{\rm c}$  интенсивности вторичного поиска и учет возможности возвращения разведчика к способу первичного поиска.

Метод использования в модели среднего значения  $\lambda_{\rm c}$  интенсивности вторичного поиска рассмотрим, ради простоты, для случая постоянной интенсивности  $\gamma$  первичного поиска. Вначале определяется предельная продолжительность  $t_{\rm np}$  вторичного поиска, когда  $\lambda(t_{\rm np})=\gamma$  и целесообразно возвращаться к способу первичного поиска. Для вычисления интенсивностей  $\gamma$ ,  $\lambda(t)$  используют модели, методы, рассмотренные в § 17.3. После этого можно определить

$$\lambda_{\rm c} = \frac{1}{t_{\rm np}} \int_{0}^{t_{\rm np}} \lambda(t) dt. \tag{17.2.10}$$

Следует учесть, что в таком случае через промежутки времени, в среднем равные  $t_{\rm np}$ , разведчик может возвращаться к способу первичного поиска. Для этого на графе процесса слежения указывают направление перехода системы из

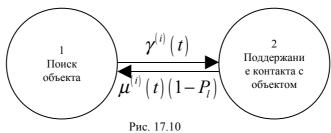
состояния  $A_3$  в состояние  $A_1$  с интенсивностью  $\alpha_{31} = \frac{1}{t_{\text{пр}}}$  (см. пунктирную стрелку на рис. 17.8).

Читателям предлагается разработать СДУ для случая использования интенсивностей  $\lambda_c$  и  $\alpha_{31}$ .

Продолжим рассмотрение методов учета в модели других особенностей процесса слежения. Рассмотрим случай, когда в условиях поставленной выше задачи вторичный поиск производится тем же способом, что и первичный,

интенсивности поиска постоянны либо же меняются под воздействием факторов типа уже упоминавшихся (гидрологических, метеорологических и т. п.), время действия которых может отсчитываться от момента начала процесса слежения или же какого-либо другого неслучайного (детерминированного) момента. В последнем случае как время начала действия указанного фактора, так и моменты изменения интенсивностей поиска указываются на временном графике событий и отражаются в процедуре интегрирования.

Граф процесса слежения представлен на рис. 17.10.



Запишем систему дифференциальных уравнений для условий поставленной выше задачи с учетом особенностей второй ситуации:

$$\frac{dP_1^{(i)}(t)}{dt} = -P_1^{(i)}(t)\gamma^{(i)}(t) + P_2^{(i)}(t)\mu^{(i)}(t);$$

$$\frac{dP_2^{(i)}(t)}{dt} = P_1^{(i)}(t)\gamma^{(i)}(t) - P_2^{(i)}(t)\mu^{(i)}(t)$$
(17.2.11)

при 
$$\sum_{j=1}^{2} P_{j}^{(i)}(t) = 1.$$

Иногда для этих условий требуется учесть следующее обстоятельство: разведчик, потерявший контакт с объектом, предпринимает кратковременное усилие для его немедленного восстановления; время, необходимое для осуществления этого усилия так мало по сравнению со всем временем слежения, что им можно пренебречь; вероятность восстановления контакта равна  $p_{\rm B}^{(i)}$ . Чтобы учесть это, достаточно на графе (см. рис. 17.10) и в СДУ (17.2.11) вместо интенсивности  $\mu^{(i)}(t)$  использовать интенсивность

 $\mu^{(i)}(t)(1-p_{_{\rm B}}^{(i)})$ . Эта интенсивность имеет смысл интенсивности таких потерь разведчиком контакта с объектом, которые ведут к необходимости возвращения к поиску объекта во всем районе его возможного местонахождения.

## 17.2.3. Разработка модели поиска несколькими разведчиками группы объектов и слежения за ними. Метод динамики средних

Напомним, что при наличии нескольких разведчиков или объектов для разработки модели поиска (слежения) может использоваться либо метод динамики средних, либо случайная схема. В первом случае состояния системы оцениваются средним числом элементов, составляющих систему и находящихся в том или ином состоянии на момент времени t, во втором — вероятностью того, что элементы системы будут находиться в соответствующем состоянии. Однако в обоих случаях правило составления по графу СДУ и матрицы интенсивностей переходов одно и то же (см. § 6.3). Структуры графа и СДУ при случайной схеме принципиально не отличаются от рассмотренных ранее для случая поиска одним разведчиком одного объекта. Они будут лишь более сложными. Оба метода рассмотрим на примерах.

Ниже рассматривается метод динамики средних\*.

**Постановка задачи.** Группе в составе N однотипных разведчиков стороны A поставлена задача поиска в некотором районе k объектов противника с целью наведения на них ударных сил.

Разведчики, как и объекты, действуют независимо друг от друга. Для выполнения ударными силами задачи важен лишь сам факт получения целеуказания от разведчиков.

Через район поиска проходит поток судов транспортных, промысловых и т. д., атаковывать которые запрещено. Для краткости условимся называть далее такие объекты ложными целями. Число ложных целей в районе к моменту начала выполнения разведчиками задачи равно M. Поток ложных целей, входящих в район, прерывается в момент времени  $t_1$ .

<sup>\*</sup> Он получил название метода динамики средних 1-го типа — рассматриваются математические ожидания числа объектов, разведчиков, ложных целей и т. д. Его модификация — метод динамики средних 2-го типа — изложен в п. 17.2.6, случайная схема моделирования — в п. 17.2.4.

Для классификации обнаруженного объекта разведчик должен в течение некоторого времени, в среднем равного  $\bar{t}_{\rm кл}$ , поддерживать с ним контакт. Этот контакт может теряться, разведчик восстанавливает его способом, отличным от способа первичного поиска. Возможностью обнаружения при этом разведчиком другого объекта можно пренебречь.

Если объект классифицирован как ложная цель, он далее не является объектом поиска. Классификацию разведчиком объекта можно считать достоверной. Разведчики выполняют задачу в течение времени T. Время выдачи ими целеуказания для ударных сил об обнаруженном объекте пренебрежимо мало по сравнению со временем классификации и осуществляется достоверно.

Целью моделирования является выявление зависимости эффективности действия разведчиков от наличия в районе ложных целей и от времени, потребного для их классификации.

**Разработка модели.** Показателем эффективности выполнения разведчиками поставленной задачи является математическое ожидание числа пораженных объектов противника к моменту времени T. Однако этот показатель является прямо пропорциональным числу обнаруженных и опознанных к моменту времени T объектов. Поэтому в качестве показателя эффективности может быть принято математическое ожидание числа объектов, опознанных к моменту времени T. Обозначим его  $\mathfrak{I}(T)$ .

В качестве дополнительных показателей целесообразно избрать:

- математическое ожидание  $\Im_1(t)$  числа разведчиков, занятых классификацией ложных целей;
- математическое ожидание  $\Im_2(t)$  числа разведчиков, занятых классификацией истинных объектов;
- математическое ожидание  $\mathcal{P}_3(t)$  числа разведчиков, осуществляющих поиск.

Замысел моделирования. Основной и дополнительный показатели эффективности следует вычислить для ряда моментов времени и построить графики зависимости  $\mathcal{I}(t)$  и  $\mathcal{I}(t)$ . Параметрами управления являются: значения математического ожидания времени, необходимого для классификации объектов, потоки ложных целей, входящих в район и покидающих его. Графики зависимостей  $\mathcal{I}(t)$  и  $\mathcal{I}(t)$  следует разработать для различных возможных значений управляющих параметров (естественно, должны быть установлены

конкретные значения параметров; в процессе моделирования, анализа графиков они могут уточняться).

**Формирование модели.** Прежде всего дадим формализованное описание процесса. В данном случае целесообразно рассмотреть систему, состоящую из двух взаимосвязанных подсистем.

Первая подсистема — о б ъ е к т ы . Возможные состояния этой подсистемы:

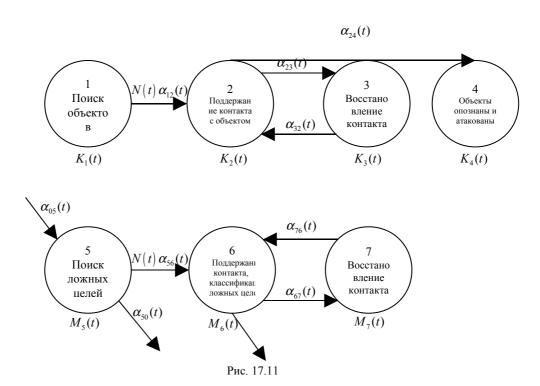
- $A_1$  поиск объектов разведчиками;
- $A_2$  поддержание контакта с обнаруженными объектами для их классификации;
- $A_3$  восстановление потерянного контакта с объектами для завершения классификации;
  - $A_4$  объекты опознаны.

Направления переходов подсистемы за бесконечно малый промежуток времени dt показаны на графе (см. верхний граф на рис. 17.11).

Каждое j-е состояние подсистемы характеризуется математическим ожиданием числа объектов, находящихся в нем. Обозначим это число  $k_j(t)$  (j = 1, 2, 3, 4).

Вторая подсистема — ложные цели. Возможные состояния подсистемы:

- $A_5$  поиск ложных целей;
- $A_6$  поддержание контакта с обнаруженными ложными целями для их классификации;
- $A_7$  восстановление потерянного контакта с ложными целями для завершения классификации.



Каждое *j*-е состояние этой подсистемы характеризуется математическим ожиданием числа ложных целей, находящихся в нем. Обозначим это число  $M_j(t)$  ( j = 5, 6, 7).

Направления переходов подсистемы за бесконечно малый промежуток времени dt показаны на графе (см. нижний граф на рис. 17.11). Дадим пояснения к графам.

Через  $\alpha_{12}(t)$ ,  $\alpha_{56}(t)$  обозначены интенсивности поиска одного объекта, одной ложной цели одним разведчиком на момент времени t. Символом N(t)обозначено математическое ожидание числа разведчиков, которые осуществляют в момент времени t поиск объектов и ложных целей. В это число не входят разведчики, занятые классификацией объектов и ложных целей (их  $N_2(t) = k_2(t), \ N_6(t) = M_6(t),$ математические ожидания равны  $(N_3(t) = k_3(t), N_7(t) = M_7(t).$ восстановлением потерянного контакта Параметр N(t), как видно, связывает оба графа. Укажем, что ввиду этого

обстоятельства двум рассмотренным графам соответствует одна матрица и одна СДУ.

Через  $\alpha_{50}(t)$  обозначена плотность потока выхода из района одной ложной цели, через  $\alpha_{60}(t)$  — плотность потока классификации одним разведчиком ложных целей, а через  $\alpha_{05}(t)$  — плотность потока ложных целей, входящих в район. Плотности потоков обнаружения одного объекта и одной ложной цели, если поиск ведут N(t) разведчиков, равны соответственно  $N(t)\alpha_{12}(t)$  и  $N(t)\alpha_{56}(t)$ . Заметим, что здесь незримо присутствует нулевая фаза, из которой в систему поступают заявки на обслуживание — ложные цели — и в которую уходят обнаруженные заявки — опознанные ложные цели. При этом принято допущение, что, коль скоро разведчик установил с ложной целью контакт, он будет его поддерживать до окончания классификации, даже если ложная цель выйдет из района. В противном случае интенсивность  $\alpha_{50}(t)$  покидания ложными целями района следовало бы приписать и состояниям  $A_6$ ,  $A_7$ .

Прием ввода в рассмотрение нулевой фазы уже использовался при разработке моделей многофазных систем массового обслуживания (см. § 6.6).

Матрица интенсивностей переходов системы имеет вид матрицы 17.2.

Матрица 17.2

$A_i$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_0$
$A_1$	0	$N(t)\alpha_{12}(t)$	0	0	0	0	0	0
$A_2$	0	0	$\alpha_{23}(t)$	$\alpha_{24}(t)$	0	0	0	0
$A_3$	0	$\alpha_{32}(t)$	0	0	0	0	0	0
$A_4$	0	0	0	0	0	0	0	0
$A_5$	0	0	0	0	0	$N(t)\alpha_{56}(t)$	0	$\alpha_{50}(t)$
$A_6$	0	0	0	0	0	0	$\alpha_{67}(t)$	$\alpha_{60}(t)$
$A_7$	0	0	0	0	0	$\alpha_{76}(t)$	0	0
$A_0$	0	0	0	0	$\alpha_{05}(t)$	0	0	0

Порядок разработки СДУ при использовании метода динамики средних аналогичен изложенному в § 6.2. Разница заключается лишь в том, что вместо вероятностей нахождения системы в различных состояниях используются

математические ожидания числа элементов, находящихся в тех или иных состояниях:

$$\frac{dk_{1}(t)}{dt} = -k_{1}(t)N(t)\alpha_{12}(t);$$

$$\frac{dk_{2}(t)}{dt} = k_{1}(t)N(t)\alpha_{12}(t) + k_{3}(t)\alpha_{32}(t) - k_{2}(t)[\alpha_{23}(t) + \alpha_{24}(t)];$$

$$\frac{dk_{3}(t)}{dt} = k_{2}(t)\alpha_{23}(t) - k_{3}(t)\alpha_{32}(t);$$

$$\frac{dk_{4}(t)}{dt} = k_{2}(t)\alpha_{24}(t);$$

$$\frac{dM_{5}(t)}{dt} = -M_{5}(t)[N(t)\alpha_{56}(t) + \alpha_{50}(t)] + \alpha_{05}(t);$$

$$\frac{dM_{6}(t)}{dt} = M_{5}(t)N(t)\alpha_{56}(t) + M_{7}(t)\alpha_{76}(t) - M_{6}(t)[\alpha_{60}(t) + \alpha_{67}(t)];$$

$$\frac{dM_{7}(t)}{dt} = M_{6}(t)\alpha_{67}(t) - M_{7}(t)\alpha_{76}(t).$$
(17.2.12)

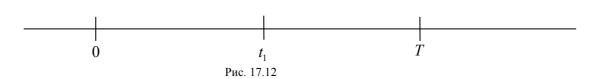
Эта система должна быть дополнена условием

$$N(t) = \begin{cases} N - \sum_{j=2}^{3} k_{j}(t) - \sum_{j=6}^{7} M_{j}(t) & \text{при } N - \sum_{j=2}^{3} k_{j}(t) - \sum_{j=6}^{7} M_{j}(t) > 0; \\ 0 & \text{при } N - \sum_{j=2}^{3} k_{j}(t) - \sum_{j=6}^{7} M_{j}(t) \leq 0. \end{cases}$$

$$(17.2.13)$$

Кроме того, при разработке стандартных процедур для ЭВМ, учитывая особенности численного интегрирования при наличии нулевой фазы, целесообразно вводить проверку условий  $k_j(t) \ge 0,\ M_j(t) \ge 0.$ 





Заметим, что наличие условия (17.2.13) позволяет использовать разработанную модель, когда число разведчиков больше или меньше числа объектов и ложных целей вместе взятых.

Временной график событий показан на рис. 17.12.

В процедуре интегрирования СДУ должны быть учтены:

- на момент времени t=0 начальные условия интегрирования:  $k_1(0)=k;\ k_j(0)=0\ (j=2,3,4);\ M_5(0)=M;\ M_6(0)==M_7(0)=0;$ 
  - на момент времени T окончание интегрирования СДУ;
- на момент времени  $t = t_1$  прекращение входа ложных целей в район, для чего на момент времени  $t_1$  следует положить  $\alpha_{05} = 0$ .

После окончания интегрирования СДУ могут быть определены показатели эффективности:

$$\exists (t) = k_4(t); 
 \exists_1(t) = M_6(t) + M_7(t); 
 \exists_2(t) = k_2(t) + k_3(t); 
 \exists_3(t) = N(t).$$
(17.2.14)

На этом разработка модели закончена, а расчеты выполняются с использованием ЭВК. Включение модели в состав СМО ЭВК осуществляется с помощью СПО.

Изложим теперь прием разработки методом динамики математических моделей поиска объектов, слежения за ними, их поражения, который (прием) позволяет упростить СПО, необходимую для разработки и реализации моделей на ЭВМ, и сократить общее время моделирования. Выше в состав модели была включена система неравенств (17.2.13), которая позволяла определить число разведчиков N(t), способных на момент времени tосуществлять поиск объектов и ложных целей. В различных моделях бывают необходимы системы подобных алгебраических выражений различной структуры, иногда в модели требуется сразу несколько систем. Зачастую уточнение целей моделирования и самих моделей требует изменения ранее разработанных подобных систем алгебраических выражений. Это усложняет структуру СПО, значительно увеличивает время включения новой или откорректированной модели в состав математического обеспечения ЭВК, так как требует каждоразового программирования упомянутых систем. Чтобы избежать этих трудностей, необходимо расширить понятие "система".

Включим в состав системы не только объекты, ложные цели, но и третью подсистему — разведчиков. Цель формирования этой подсистемы — оценка числа N(t) разведчиков, которые в момент времени t способны осуществлять поиск объектов и ложных целей. Общее число разведчиков обозначим через N. С учетом указанной цели и ранее разработанного графа (см. рис. 17.11), выделим следующие состояния новой подсистемы:

 $A_8$  — разведчики осуществляют поиск объектов и ложных целей;

 $A_9$ ,  $A_{11}$  — разведчики поддерживают контакт с объектами и ложными целями соответственно и классифицируют их;

 $A_{10}$ ,  $A_{12}$  — разведчики восстанавливают потерянный контакт с объектами и ложными целями соответственно для продолжения классификации.

Граф переходов за время dt этой подсистемы показан на рис. 17.13. Граф является дополнением графа на рис. 17.11, графы обоих рисунков должны рассматриваться совместно как граф одной системы, состоящей из трех связанных между собой подсистем: объектов, ложных целей (ЛЦ), разведчиков. Следует лишь в графе на рис. 17.11 положить  $N(t) = N_8(t)$ . Читателю предлагается убедиться, что плотности потоков (интенсивности) переходов этой подсистемы составят:

$$\begin{split} k_1(t)\alpha_{89}(t) &= \alpha_{12}(t)k_1(t); \quad \alpha_{9,10}(t) = \alpha_{23}(t); \quad \alpha_{10,9}(t) = \alpha_{32}(t); \\ \alpha_{98}(t) &= \alpha_{24}(t); \quad M_5(t)\alpha_{8,11}(t) = M_5(t)\alpha_{56}(t); \quad \alpha_{11,8}(t) = \alpha_{60}(t); \\ \alpha_{11,12}(t) &= \alpha_{67}(t); \quad \alpha_{12,11}(t) = \alpha_{76}(t). \end{split}$$

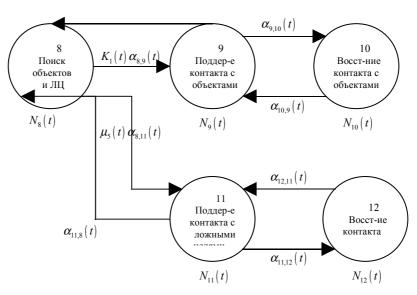


Рис. 17.13

Поясним, что интенсивности  $\alpha_{9,8}(t)$  и  $\alpha_{11,8}(t)$  есть плотности потоков разведчиков, которые закончили классификацию объектов и ложных целей соответственно и приступили к поиску. При необходимости через эти интенсивности можно учесть математическое ожидание продолжительности

времени, которое требуется разведчикам, чтобы сменить род деятельности. Матрица интенсивностей переходов новой системы будет иметь вид матрицы 17.3.

Изменится по сравнению с (17.2.12) и система дифференциальных уравнений:

$$\begin{split} \frac{dk_{1}(t)}{dt} &= -k_{1}(t)N_{8}(t)\alpha_{12}(t); \\ \frac{dk_{2}(t)}{dt} &= k_{1}(t)N_{8}(t)\alpha_{12}(t) + k_{3}(t)\alpha_{32}(t) - k_{2}(t)[\alpha_{23}(t) + \alpha_{24}(t)]; \\ \frac{dk_{3}(t)}{dt} &= k_{2}(t)\alpha_{23}(t) - k_{3}(t)\alpha_{32}(t); \\ \frac{dk_{4}(t)}{dt} &= k_{2}(t)\alpha_{24}(t); \\ \frac{dM_{5}(t)}{dt} &= -M_{5}(t)[N_{8}(t)\alpha_{56}(t) + \alpha_{50}(t)] + \alpha_{05}(t); \\ \frac{dM_{6}(t)}{dt} &= M_{5}(t)N_{8}(t)\alpha_{56}(t) + M_{7}(t)\alpha_{76}(t) - \\ &- M_{6}(t)[\alpha_{60}(t) + \alpha_{67}(t)]; \\ \frac{dM_{7}(t)}{dt} &= M_{6}(t)\alpha_{67}(t) - M_{7}(t)\alpha_{76}(t); \\ \frac{dN_{8}(t)}{dt} &= -N_{8}(t)k_{1}(t)\alpha_{89}(t) - N_{8}(t)M_{5}(t)\alpha_{8,11}(t) + \\ &+ N_{9}(t)\alpha_{98}(t) + N_{11}(t)\alpha_{11,8}(t); \\ \frac{dN_{9}(t)}{dt} &= N_{8}(t)k_{1}(t)\alpha_{8,9}(t) - N_{9}(t)[\alpha_{98}(t) + \alpha_{9,10}(t)] + \\ &+ N_{10}(t)\alpha_{10,9}(t); \\ \frac{N_{10}(t)}{dt} &= N_{9}(t)\alpha_{9,10}(t) - N_{10}(t)\alpha_{10,9}(t); \end{split}$$

$$\begin{split} \frac{N_{11}(t)}{dt} &= N_8(t) M_5(t) \alpha_{8,11}(t) - N_{11}(t) [\alpha_{11,8}(t) + \alpha_{11,12}(t)] + \\ &\quad + N_{12}(t) \alpha_{12,11}(t); \\ \frac{N_{12}(t)}{dt} &= N_{11}(t) \alpha_{11,12}(t) - N_{12}(t) \alpha_{12,11}(t). \end{split}$$

Эта система должна быть дополнена условиями:

$$\sum_{j=1}^{4} k_{j}(t) = k; \quad \sum_{j=1}^{7} M_{j}(t) = M + \int_{0}^{t} \alpha_{05}(t) dt - \int_{0}^{t} \alpha_{50}(t) M_{5}(t) dt - \int_{0}^{t} \alpha_{60}(t) M_{6}(t) dt; \quad \sum_{j=8}^{12} N_{j}(t) = N.$$

Как можно видеть, полученная система (17.2.15) содержит больше уравнений, чем система (17.2.12), что вызовет увеличение и времени ее численного интегрирования на ЭВМ (4-й этап исследования операций). Однако это с лихвой окупается сокращением времени подготовки ЭВМ к реализации разрабатываемых моделей (3-й этап исследования операций) и всего времени моделирования в целом. Необходима лишь стандартная процедура разработки СДУ, в которой некоторые интенсивности переходов зависят от вероятностных характеристик состояний системы (см. матрицу 17.3). Характер этих зависимостей может быть различным.

### 17.2.4. Разработка модели поиска несколькими разведчиками группы объектов. Случайная схема моделирования

**Постановка задачи.** Два разведчика должны осуществить поиск в двух районах, в каждом из которых находится по одному объекту противника.

При уяснении задачи установлено, что целью действий разведчиков является обнаружение обоих объектов не позже момента времени T. Для повышения эффективности выполнения разведчиками задачи предусматривается перевод разведчика, первым обнаружившего объект противника, в район, где поиск еще продолжается. Однако реализация такого плана связана с задержкой в выполнении разведчиком стоящих перед ним

последующих задач и с необходимостью проведения ряда обеспечивающих мероприятий (допустим, развертывания репетующего корабля).

Математическое моделирование должно позволить дать сравнительную оценку эффективности выполнения разведчиками задачи для случаев, когда освободившийся разведчик посылается и не посылается в помощь разведчику, продолжающему поиск.

Разработка модели. Показателем эффективности выполнения разведчиками задачи является вероятность обнаружения своих объектов к моменту времени T. В качестве дополнительных показателей эффективности целесообразно избрать вероятности обнаружения к заданному моменту времени объекта лишь в районе № 1 или 2 ( $9_1(t)$ ,  $9_2(t)$ ) соответственно, а также необнаружения ни одного объекта ( $9_3(t)$ ).

Формульная зависимость для вычисления показателя эффективности имеет вид

$$\mathcal{F}^{(i)}(T) = P_{2,2}^{(i)}(T),$$

где  $P_{2,2}(T)$  — вероятность обнаружения обоих объектов к моменту времени T при i-м варианте использования разведчиков.

**Замысел моделирования.** Расчеты следует произвести для обоих вариантов использования разведчиков и получить графики зависимости показателей эффективности от времени. Целесообразно также изменять значения времени перевода разведчиков в другой район.

Управляющими параметрами являются интенсивности совместного и раздельного поиска разведчиками объектов в обоих районах, а также плотности потока прибытия разведчиков в другой район (в условиях данной задачи будем считать эти параметры известными)\*.

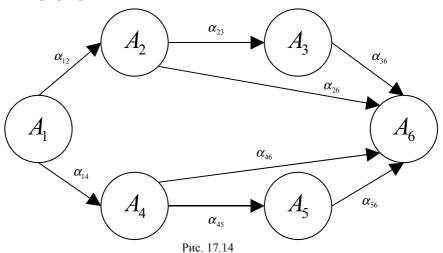
**Формирование модели.** Для достижения цели моделирования метод динамики средних непригоден, необходимо применить случайную схему разработки модели.

 $<sup>^*</sup>$  При интерпретации потоков всех событий как простейших плотность потока прибытия разведчиков из i-го в j-й район составит  $\alpha_{ij}=\frac{1}{\bar{t}_{ij}}$ , где  $\bar{t}_{ij}$  — математическое ожидание времени перехода разведчика из i-го в j-й район. Если такой переход не предусмотрен, то  $\alpha_{ij}=0$ .

Дадим формализованное описание процесса. Имеется система — объекты и разведчики. Эта система может находиться в следующих состояниях:

- $A_1$  поиск объектов разведчиками в районах № 1 и 2;
- $A_2$  объект в районе № 1 обнаружен; производится поиск объекта в районе № 2 одним разведчиком; разведчик из района № 1 осуществляет переход в район № 1;
  - $A_3$  поиск объекта в район № 2 двумя разведчиками;
- $A_4$  объект в районе № 2 обнаружен; производится поиск объекта в районе № 1 одним разведчиком; разведчик из района № 2 осуществляет переход в район № 1;
  - $A_5$  поиск объекта в районе № 1 двумя разведчиками;
  - $A_6$  обнаружены оба объекта.

Возможные переходы системы за время dt из различных состояний показаны на графе (рис. 17.14)



Как состояния системы, так и граф процесса разработаны в предположении, что разведчики и объекты разнотипны, условия поиска в районах различны. В этом случае разработанная модель позволяет оценивать и целесообразное

распределение разведчиков по районам, а также прогнозировать распределение объектов противника по районам $^*$ .

В случае, когда разведчики и объекты однотипны, состояниями системы являются:

 $A_{1}'$  — поиск обоих объектов;

 $A_2'$  — один объект обнаружен; производится поиск второго объекта одним разведчиком и переход одного разведчика;

 $A_3'$  — поиск второго объекта двумя разведчиками;

 $A_4'$  — оба объекта обнаружены.

Граф процесса для этого случая показан на рис. 17.15.

 $\alpha \breve{y}_{4}$ 

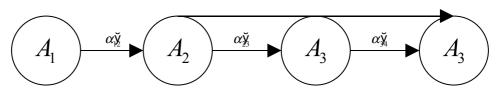


Рис. 17.15

Читателям предлагается самостоятельно, ориентируясь по графам, разработать системы дифференциальных уравнений и матрицы интенсивностей переходов для обоих случаев поиска. Уточним только выражения для показателей эффективности в случае, когда разведчики и объекты разнотипны.

Обозначим через  $P_j^{(i)}(t)$  вероятность нахождения системы в состоянии  $A_j$  на момент времени t. Будем иметь (см. граф на рис. 17.14):

$$\vartheta^{(i)}(t) = P_6^{(i)}(t); \quad \vartheta_1^{(i)}(t) = P_2^{(i)}(t) + P_3^{(i)}(t);$$

$$\mathcal{I}_{2}^{(i)}(t) = P_{4}^{(i)}(t) + P_{5}^{(i)}(t); \quad \mathcal{I}_{3}^{(i)}(t) = P_{1}^{(i)}(t).$$

 $<sup>^{*}</sup>$  Заметим, что для решения этих задач необходимо использовать методы теории матричных игр.

В процедуре интегрирования необходимо учесть начальные условия  $P_1^{(i)}(0) = 1$ ;  $P_j^{(i)}(0) = 0$   $(j \neq 1)$  и промежуток времени интегрирования [0, T] (временной график событий опущен).

В заключение заметим, что с увеличением числа разведчиков и объектов (особенно при их разнотипности) число состояний системы, размеры системы дифференциальных уравнений, и, следовательно, время моделирования резко возрастают. Тем не менее, модели рассматриваемого типа находят широкое применение. Дело в том, что для обоснованного решения командира часто не требуется рассмотрение всего множества элементов (всех разведчиков, всех объектов), а можно ограничиться рассмотрением лишь какой-то их части. Для сравнения можно, например, указать, что при их изучении многих свойств воды нет необходимости пропускать через колбы и реторты весь Атлантический океан, а достаточно несколько капель. В большом числе случаев стремление включить в модель все множество составляющих ситуацию элементов связано с неумением правильно поставить задачу.

#### 17.2.5. Разработка моделей для оценки эффективности применения разведчиком оружия по обнаруженному объекту

Как уже отмечалось в § 17.1, применению носителями (подводными лодками, самолетами, надводными кораблями) оружия по объектам противника часто предшествует этап поиска этих объектов или слежения за ними. Будем попрежнему называть разведчиками носители оружия, осуществляющие поиск объектов.

С точки зрения разработки моделей процессов поиска объектов и поражения их оружием разведчиков существенно важным является вопрос, способен ли разведчик осуществить одну атаку обнаруженного объекта, ограниченное число атак либо же можно считать число атак практически не ограниченным. Последняя ситуация может иметь место не только тогда, когда на разведчике имеется неограниченное число боезапаса, но и при следующих условиях:

- имеющееся количество боезапаса на разведчике обеспечивает достоверное поражение обнаруженного объекта;
- разведчик, израсходовавший боезапас, может быть практически немедленно заменен другим;

— разведчик находится в районе ограниченное время (обусловленное, например, его тактико-техническими возможностями, оперативно-тактическими соображениями и т. д.), при котором практически невозможно израсходование им всего имеющегося боезапаса.

Рассмотрим примеры, иллюстрирующие особенности построения графов процессов, систем дифференциальных уравнений, формульных зависимостей для вычисления показателей эффективности, разработки процедур интегрирования СДУ при формировании математических моделей действий разведчиков — носителей оружия с различным числом боеприпасов на борту.

Пример 17.12. Разведчик осуществляет поиск объекта с целью его поражения не позже момента времени T. Имеющийся на разведчике боезапас обеспечивает лишь одну атаку. Вероятность поражения объекта противника за одну атаку равна  $p_{\rm п}$ , замена израсходовавшего боезапас разведчика не предусматривается.

Граф процесса в этом случае имеет вид, показанный на рис. 17.16. Этому графу соответствует СДУ

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -P_1(t)\gamma(t);$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = P_1(t)\gamma(t)$$
(17.2.16)

при условии  $P_1(t) + P_2(t) = 1$ .

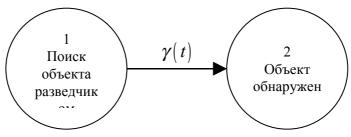


Рис. 17.16

Показатель эффективности равен

$$\Im(T) = P_2(t)p_{\pi}$$

Решение системы (17.2.16) приводит к выражению

$$\Im(T) = p_{\Pi} \left[ 1 - e^{-\int_{0}^{T} \gamma(t)dt} \right],$$

а при постоянной интенсивности поиска

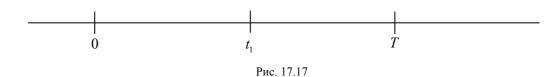
$$\Im(T) = p_{\pi}(1 - e^{-\gamma T}).$$
 (17.2.17)

Процедурой интегрирования, как правило, учитываются события, влияющие на ход процесса поиска и поражения объекта, например, изменения интенсивностей поиска и вероятности поражения объекта, имеющие место в дискретные моменты времени.

Пример 17.13. В условиях примера 17.12 считать, что показателем эффективности является математическое ожидание уничтоженного вместе с объектом противника боезапаса (пред-отвращенных ударов противника по нашим объектам). Противник начинает удары в момент времени  $t_1 > t_0$ . Математическое ожидание не израсходованного противником боезапаса к моменту времени t равно M(t).

Граф процесса поиска и система дифференциальных уравнений такие же, как и в примере 17.12 (см. рис. 17.16). Временной график событий показан на рис. 17.17.



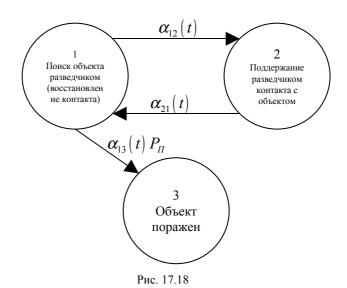


Показатель эффективности равен

$$\mathcal{I}(T) = P_2(t_1) p_{\Pi} M(t_1) + p_{\Pi} \int_{t_1}^{T} M(t) dP_2(t).$$
 (17.2.18)

Пример 17.14. Разведчик осуществляет поиск объекта с целью поражения его не позже момента времени T. Применять оружие разведчик может только после прохождения некоторого рубежа (до этого момента он, например, должен осуществлять слежение за объектом и обеспечивать наведение на объект других ударных сил). Разведчик имеет практически неограниченное количество боезапаса. Восстановление потерянного контакта разведчик всегда осуществляет способом поиска объекта во всем районе его возможного местонахождения.

Граф процесса поиска и поражения объекта разведчиком показан на рис. 17.18, а временной график событий — на рис. 17.19. При разработке графа учтено, что до момента времени  $t_1$  (начала нанесения разведчиком ударов по объекту) за ним осуществляется слежение.



Система дифференциальных уравнений имеет вид

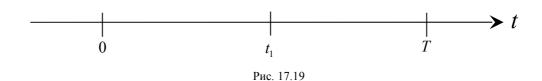
$$\frac{dP_{1}(t)}{dt} = -P_{1}(t)\alpha_{12}(t) + P_{2}(t)\alpha_{21}(t) - P_{1}(t)\alpha_{13}(t)p_{\pi};$$

$$\frac{dP_{2}(t)}{dt} = P_{1}(t)\alpha_{12}(t) - P_{2}(t)\alpha_{21}(t);$$

$$\frac{dP_{3}(t)}{dt} = P_{1}(t)\alpha_{13}(t)p_{\pi}$$
(17.2.19)

при условии, что  $\sum_{j=1}^{3} P_{j}(t) = 1$ .





Показатель эффективности равен

$$\Im(T) = P_3(T). \tag{17.2.20}$$

В процедуре интегрирования СДУ следует учесть:

1. Факт атаки объекта в момент времени  $t_1$ , если с ним в этот момент поддерживается контакт. Для этого на момент времени  $t_1$  необходимо пересчитать вероятности состояний системы по следующему правилу:

$$P_{1}(t_{1}+dt) = P_{1}(t_{1}) + P_{2}(t_{1})(1-p);$$

$$P_{2}(t_{1}+dt) = 0;$$

$$P_{3}(t_{1}+dt) = P_{3}(t_{1}) + P_{2}(t_{1})p_{\pi}.$$
(17.2.21)

Вероятности  $P_j(t_1+dt)$  принимаются в качестве начальных для интегрирования системы после момента времени  $t_1+dt$ .

- 2. Начало нанесения ударов по объекту после момента времени  $t_1$  при каждом его обнаружении. Для этого на момент времени  $t_1$  следует задать необходимое значение вероятности  $p_{\pi}$  (подчеркнем, что в момент времени t=0 эта вероятность задается равной нулю).
- 3. Факт прекращения слежения за объектом после момента времени  $t_1$ . С этой целью на момент времени  $t_1$  следует положить  $\alpha_{12}(t_1)=0$ .

Пример 17.15. В условиях примера 17.14 считать, что разведчик может наносить удары с началом поиска ( $t_1 = 0$ ). Граф поиска и поражения объекта показан на рис. 17.20. Соответствующая этому графу система дифференциальных уравнений имеет вид

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -P_1(t)\gamma(t)p_{\pi};$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = P_1(t)\gamma(t)p_{\pi}$$
(17.2.22)

при условии  $P_1(t) + P_2(t) = 1$ .

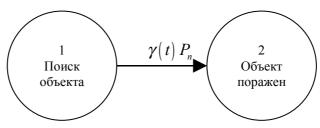


Рис. 17.20

Решив эту систему для начальных условий  $P_1(1) = 1$ ;  $P_1(0) = 0$  и  $\gamma(t) = \gamma$ , получим вероятность поражения объекта в процессе поиска

$$P_2(t) = 1 - e^{-\gamma p_n t}$$
. (17.2.23)

Как видно из (17.2.23), поражение объекта в этом случае является сходящимся процессом, что означает возможность его достоверного поражения при неограниченной длительности поиска и неограниченном количестве боеприпасов на разведчике.

# 17.2.6. Методы учета в моделях противодействия противника выполнению задач поиска объектов в районе, слежения за ними и их поражения

Противник может поражать разведчиков в ходе выполнения ими поставленных задач, а также оказывать им радиоэлектронное противодействие. Вначале изложим методы учета возможности поражения разведчиков силами противника. Эти методы различны в зависимости от состава сил противника и способов поражения разведчиков, состава разведчиков и способов их действий, а зачастую также от целей и особенностей моделирования. Рассмотрим наиболее типичные ситуации.

1. Поиск осуществляют несколько разведчиков. Противник наносит ограниченное число ударов в моменты времени  $t_1, t_2, ..., t_k, ..., t_K$ , где k — порядковый номер удара. Цель моделирования требует использования случайной схемы моделирования, чтобы прослеживать "судьбу" каждого из разведчиков.

В этом случае необходимо рассмотреть все гипотезы о состоянии разведчиков после нанесения по ним 1-го, ..., k-го, ..., K-го ударов, вычислить вероятности гипотез о состоянии системы на каждый момент времени  $t_k$  нанесения k-го удара и для каждой гипотезы разработать модели поиска (слежения), т. е. все четыре элемента модели (см. § 17.1). Так, в условиях примера, рассмотренного в п. 17.2.4, в простейшем (с точки зрения математического моделирования) случае требуется вычислить вероятности гипотез:  $H_1^{(k)}$  — в результате k ударов ни один из разведчиков не потерял боеспособности;  $H_2^{(k)}$ ,  $H_3^{(k)}$ ,  $H_4^{(k)}$  — в результате ударов противника поражены разведчики N 1, 2, оба разведчика соответственно.

Переход системы из состояния  $A_j^{(i)}$  при i-й гипотезе в соответствующее состояние при всех других гипотезах происходит "скачком" в момент нанесения k-го удара. Число состояний системы придется увеличивать.

Оценивая изложенный метод, можно сказать, что даже при небольшом числе разведчиков и ударов противника он весьма громоздок. Поэтому часто прибегают к более простым методам моделирования (см. пп. 2—4).

2. Поиск осуществляет группа (группы) разведчиков различных типов, сложным образом взаимодействующих друг с другом. Например, оцениваются

различные способы действий нескольких КПУГ, каждая из которых состоит из разнотипных кораблей, вертолетов, обеспечиваемых стационарной системой наблюдения за подводными лодками. Противник наносит удары по каждой из КПУГ в дискретные моменты времени. Для многих целей моделирования: обоснования (прогнозирования) построения поисковых сил, обоснования способов взаимодействия сил при поиске, способов преодоления противодействия поисковых сил, способов поражения поисковых сил и организации их обороны и т. д. — можно прибегнуть к так называемому методу динамики средних 2-го типа при учете противодействия противника силам поиска. Смысл этого метода заключается в том, что от удара к удару число разведчиков считается неизменным, а меняются поисковые, ударные, маневренные и другие возможности пропорционально изменению вероятности сохранения разведчиками боеспособности. Например, интенсивность поиска объекта противника группой из N разнотипных разведчиков может составить

$$\gamma^{(k)} = \sum_{i=1}^{N} \gamma^{(i)} Q_k^{(i)}$$
, где  $Q_k^{(i)}$  — вероятность сохранения боеспособности *i*-м разведчиком после  $k$  ударов противника.

3. Поиск осуществляет группа однотипных разведчиков, их действия независимы. Противник наносит удары по разведчикам в дискретные моменты времени. Цель моделирования позволяет использовать для разработки модели метод динамики средних 1-го типа (см. п. 17.2.3), когда состояния системы оцениваются математическим ожиданием разведчиков или (и) объектов. Тогда и для оценки последствий ударов противника может использоваться указанный метод. При этом после разработки графа процесса поиска (см. рис. 17.11, 17.13) необходимо выявить состояния системы, в которых разведчики поражаются ударами противника, затем для каждого k-го удара разработать математическую модель, позволяющую оценить математическое ожидание числа разведчиков, выявленных состояниях. Далее пораженных во всех интегрирования СДУ (см., например, (17.2.15)) для всех состояний системы следует учитывать математическое ожидание числа разведчиков, сохранивших боеспособность после k-го удара противника:

$$N_j(t_k + dt) = N_j(t_0)Q_j(t_k).$$

В целом ряде случаев для моделирования может использоваться сочетание методов динамики средних 1-го и 2-го типов. Например, в модели будут

учитываться изменения математического ожидания числа гидроакустических буев, которые способна выставить авиация с учетом ударов по ее пунктам базирования, изменения поисковой производительности противолодочных кораблей и вероятности поражения ими подводных лодок с учетом ударов противника по кораблям.

4. Поиск противника осуществляют один или несколько разведчиков. Моменты времени нанесения противником ударов по разведчикам — случайная величина, непрерывно заполняющая интервал времени  $[t_1,t_2]$ . Для моделирования используется случайная схема или метод динамики средних 1-го типа. В этом случае в рассмотрение вводятся состояние  $A_j$  — "разведчик (разведчики) поражен(ы)" — и плотности потоков (интенсивности)  $\alpha_{ij}$  поражения разведчика, находящегося в состояниях  $A_i$  ( $i \neq j$ ).

Рассмотрим пример.

Пример 17.16. Пусть в условиях примера п. 17.2.1 фактором, ограничивающим поисковые усилия разведчика, является возможность его поражения силами обороны противника. Допустим также, что объект не покидает район во время выполнения разведчиком задачи. Плотность потока поражения разведчика силами обороны противника равен  $\delta(t)$ , вероятность поражения разведчика до начала поиска составляет r. Тогда необходимая математическая модель будет аналогична той, которая описана в п. 17.2.1. Необходимо только положить: состояние  $A_2$  — разведчик поражен силами обороны противника.

Подобный учет противодействия противника может осуществляться одновременно с учетом других факторов, ограничивающих поисковые усилия противника.

Возможно, что на различных этапах выполнения задачи одним и тем же разведчиком или, чаще, на одних и тех же этапах выполнения задачи различными разведчиками, действующими независимо или составляющими разведывательные комплексы, потребуется использовать различные методы учета противодействия противника (см. пп. 1—4). Классификация ситуаций, необходимость использования тех или иных методов должны быть определены при разработке замысла моделирования, а реализованы — при разработке каждого из четырех элементов модели.

Учет в моделях радиоэлектронного противодействия противника аппаратуре поиска, установленной на разведчиках, аппаратуре

связи, которая обеспечивает взаимодействие разведчиков, а также использования противником ложных районов действий объектов, проведения различных мероприятий дезинформации и т. д. осуществляется в конечном счете либо изменением состава элементов системы, связей между ними (см., например, п. 17.2.3), либо изменениями вероятностей состояний системы, интенсивностей переходов. Таким образом, учет всех видов противодействия противника, их комбинаций осуществляется в моделях методами, изложенными выше. Программное обеспечение ЭВК должно позволить реализовать эти методы во всех четырех элементах модели.

### § 17.3. МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ПРОЦЕССОВ ПОИСКА ОБЪЕКТОВ И СЛЕЖЕНИЯ ЗА НИМИ

Для вычисления интенсивностей, знание которых необходимо при моделировании процессов поиска объектов и слежения за ними (интенсивностей поиска объектов, потерь и восстановлений с ними контакта, интенсивностей поражения преследуемых объектов и др.), применяются два метода: метод использования статистических данных и метод математического моделирования.

Интенсивность или плотность потока событий есть математическое ожидание числа появлений этих событий в единицу времени. На основании собранных статистических данных могут быть найдены статистические оценки либо непосредственно этой величины, либо же (чаще) математического ожидания промежутка времени между наступлениями двух очередных событий. При пуассоновском потоке событий эти параметры связаны между собой зависимостью

$$\widetilde{\lambda}(t) = \frac{1}{\widetilde{\tau}(t)},\tag{17.3.1}$$

где  $\widetilde{\lambda}(t)$  — статистическая оценка интенсивности (плотности потока) событий для условий обстановки на момент времени  $t;\ \widetilde{\tau}(t)$  — статистическая оценка математического ожидания промежутка времени между наступлениями двух очередных событий.

Если эти параметры не зависят от времени, т. е. если поток событий стационарный, зависимость (17.3.1) имеет вид

$$\widetilde{\lambda} = \frac{1}{\tau}.\tag{17.3.2}$$

Способы определения статистических оценок случайных величин рассматриваются в гл. 8.

В ряде случаев статистическая оценка параметра  $\tau$  может отсутствовать, но имеется экспертная оценка его наименьшего ( $\tau_{min}$ ) и наибольшего ( $\tau_{max}$ ) значения. В таком случае возможно использование приема нахождения математического ожидания случайной величины  $\tilde{\tau}$  по правилу, применяемому в методе сетевого планирования [см. (7.2.3)]:

$$\widetilde{\tau} = \frac{3\tau_{min} + 2\tau_{max}}{5}.$$

После этого интенсивность λ определяется по формуле (17.3.2).

Вычисление интенсивностей переходов с помощью математических моделей также требует знания соответствующих статистических данных, но уже другого уровня, необходимых, например, для определения статистических оценок математического ожидания дальностей действия средств наблюдения, дисперсий этих дальностей и др.

Излагаемые ниже методы разработки моделей даны для некоторых достаточно распространенных поисковых ситуаций. Знание этих методов является необходимым условием разработки методов моделирования для других поисковых ситуаций, а также для конкретизации моделей с учетом особенностей сил, средств поиска, способов их использования.

#### 17.3.1. Поиск с постоянной интенсивностью

**Постановка задачи.** В районе с площадью S находится неподвижный объект. Его место в пределах района распределено по закону равной вероятности. Поиск объекта осуществляет один разведчик на скорости  $v_p$ . Дальность действия его средств наблюдения равна  $D_p$ . Если объект попадает в зону действия этих средств, он обнаруживается не достоверно, а с некоторой вероятностью установления контакта  $p_{\kappa}$ . Разведчик маневрирует, располагая свои курсы в пределах района незакономерно, поэтому некоторые участки района осматриваются им многократно, а другие — ни разу. Иногда такой вид поиска называют хаотическим. Заметим сразу же, что на практике поиск

хаотически не осуществляется, но некоторые обстоятельства, делают ряд реальных видов поиска похожими на описанный. Рассмотрим пример.

Противолодочный комплекс производит поиск подводной лодки в некотором районе, маневрируя определенным образом. В этом же районе, выполняя свою задачу, маневрирует подводная лодка. В процессе своего маневрирования она может перемещаться и в ранее обследованные разведчиком участки района. Если в относительном движении изобразить перемещение противолодочного комплекса относительно подводной лодки, получим картину, достаточно сходную с описанной выше: некоторые точки окажутся осмотренными несколько раз, другие — ни разу.

При таком виде поиска соблюдается условие отсутствия последствия (марковости процесса): предыдущие поисковые усилия не сказываются на результате последующих усилий (см. п. 17.1.3). Иначе говоря, вероятность обнаружения объекта после некоторого момента времени t зависит только от продолжительности последующего поиска и не зависит от продолжительности предыдущего, до момента времени t, поиска.

**Разработка модели.** Сделаем допущение о том, что факт необнаружения объекта в любой момент времени t не исключает возможности обнаружения объекта в последующий бесконечно малый промежуток времени dt. Это допущение будет присутствовать во всех моделях для определения интенсивности поиска, поэтому условимся о нем более не упоминать.

Найдем выражение для расчета интенсивности поиска объекта, для чего введем следующие обозначения:  $w_1(dt)$  — вероятность ровно одного обнаружения объекта за время dt;  $w_0(dt)$  — вероятность необнаружения объекта за время dt. Для процесса, обладающего свойством ординарности, будем иметь  $w_1(dt) + w_0(dt) = 1$ .

Найдем зависимость вероятности обнаружения цели за бесконечно малый промежуток времени dt от интенсивности поиска  $\gamma(t)$  — математического ожидания числа обнаружений объекта в единицу времени для условий поиска на момент времени t.

Предварительно отметим, что математическое ожидание m(dt) числа обнаружений за время dt равно

$$m(dt) = 1 \cdot w_1(dt) + 0 \cdot w_0(dt) = w_1(dt).$$

С другой стороны, можно также записать

$$m(dt) = \gamma(t)dt$$
.

Поэтому

$$w_1(dt) = \gamma(t)dt. \tag{17.3.3}$$

Таким образом, вероятность обнаружения объекта за бесконечно малый промежуток времени dt численно равна математическому ожиданию числа обнаружений за этот промежуток. Аналогичное выражение было уже получено для процессов массового обслуживания при определении вероятности поступления в систему массового обслуживания заявки и вероятности окончания обслуживания каналом заявки за время dt (см. § 6.2).

Вероятность  $\gamma(t)dt$  носит в теории поиска название элементарной вероятности обнаружения. В условиях отсутствия последействия и при равновероятном законе распределения мест объекта в пределах площади района эта вероятность равна

$$\gamma(t)dt = \frac{2D_{\rm p}v_{\rm p}dt}{S}p_{\rm k},\tag{17.3.4}$$

где  $\frac{2D_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{p}}dt}{S}$  — вероятность того, что объект окажется в пределах площади,

которая будет осмотрена разведчиком за время dt;  $p_{\kappa}$  — вероятность того, что с попавшим в зону обнаружения объектом будет установлен контакт.

Из выражения (17.3.4) определим интенсивность поиска

$$\gamma = \frac{2D_{\rm p}v_{\rm p}p_{\rm \kappa}}{S}.\tag{17.3.5}$$

Как следует из (17.3.5), интенсивность поиска в описанных условиях не является функцией времени, что и объясняет название вида поиска — поиск с постоянной интенсивностью.

Если в районе находится k однотипных объектов поиска, плотность потока обнаружений объектов равна

$$\gamma = \frac{2D_{\rm p}v_{\rm p}kp_{\rm k}}{S}.\tag{17.3.6}$$

<sup>\*</sup> Читателю предлагается указать, почему необходимо говорить о численном равенстве.

Если же поиск k объектов независимо друг от друга осуществляют N разведчиков, то поток обнаружений объектов (безразлично каким разведчиком) составит

$$\Gamma = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{2D_p^{(i)} v_p^{(i)} p_k^{(i)} k}{S},$$
(17.3.7)

где  $\gamma_i$  — интенсивность обнаружений объектов i-м разведчиком.

#### Учет движения объекта

До сих пор речь шла о поиске неподвижного объекта. Найдем теперь способ учета движения объекта. Идея этого способа заключается в следующем: объект, как и прежде, считается неподвижным, а разведчик — движущимся с относительной скоростью.

Известно, что относительная скорость равна (рис. 17.21)

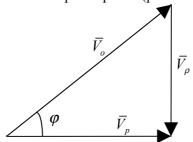


Рис.17.21

$$v_{\rm p} = \sqrt{v_{\rm p}^2 + v_{\rm o}^2 - 2v_{\rm p}v_{\rm o}\cos\phi}$$

где  $v_0$  — скорость объекта поиска (считается известной);  $\phi$  — разность курсов разведчика и объекта.

В процессе взаимного маневрирования разведчика и объекта угол  $\phi$  непрерывно меняется, поэтому необходимо вычислить математическое ожидание относительной скорости  $\overline{v}_{\rho}$  с учетом распределения угла  $\phi$ . В практике оперативно-тактических расчетов чаще всего можно сделать

допущение о равновероятном законе распределения, причем если угол  $\phi$  меняется в пределах от 0 до  $2\pi$ , то

$$\overline{v}_{p} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \sqrt{v_{p}^{2} + v_{o}^{2} - 2v_{p}v_{o}\cos\varphi} \ d\varphi.$$

Этот интеграл не выражается через элементарные функции, но может быть выражен через полный эллиптический интеграл второго рода

$$E(k) = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} \ d\psi,$$

где 
$$k = \frac{2\sqrt{v_p v_o}}{v_p + v_o}$$
;  $\psi = \frac{\pi - \phi}{2}$ .

Тогда вычисление  $\overline{v}_{
ho}$  осуществляется по формуле

$$\overline{v}_{p} = \frac{2(v_{p} + v_{0})}{\pi} E(k).$$

Значения полного эллиптического интеграла даны в табл. 17.1.

Габлица 17.1

		1	1	1	
k	E(k)	k	E(k)	k	E(k)
0	1,571	0,35	1,522	0,70	1,355
0,05	1,570	0,40	1,506	0,75	1,319
0,10	1,566	0,45	1,488	0,80	1,277
0,15	1,561	0,50	1,468	0,85	1,229
0,20	1,556	0,55	1,445	0,90	1,172
0,25	1,546	0,60	1,418	0,95	1,102
0,30	1,535	0,65	1,389	1,00	1,000

Если углы  $\phi$  меняются не в интервале  $0-2\pi$ , а в интервале  $\alpha_{1\text{рад}}-\alpha_{2\text{рад}}$ , средняя относительная скорость может быть вычислена по формуле

$$\overline{v}_{p}(\alpha_{1},\alpha_{2}) = \frac{2(v_{p} + v_{o})}{\alpha_{2} - \alpha_{1}} \left[ E\left(k, \frac{\pi - \alpha_{1}}{2}\right) - E\left(k, \frac{\pi - \alpha_{2}}{2}\right) \right],$$

где E(k, z) — неполный эллиптический интеграл второго рода, значения которого приводятся во многих справочных пособиях по высшей математике,

$$E(k,z) = \int_{0}^{z} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} \ d\psi.$$

При необходимости учета движения объекта при вычислении интенсивности поиска (см. (17.3.5)—(17.3.7)) вместо скорости разведчика  $v_{\rm p}$  подставляется значение математического ожидания относительной скорости  $\overline{v}_{\rm p}$ . Для приближенных расчетов относительной скорости можно использовать формулу [11]

$$\overline{v}_{p} \approx \frac{v_{p}^{2} + v_{o}^{2}}{v_{p} + v_{o}} + 0.3\sqrt{v_{p}v_{o}}$$
 (17.3.8)

или

$$\bar{v}_{\rho} \approx v_{\text{max}} f \left( \frac{v_{\text{max}}}{v_{\text{min}}} \right),$$
 (17.3.9)

где  $v_{\rm max},\ v_{\rm min}$  — наибольшая и наименьшая из скоростей  $v_{\rm p}$  и  $v_{\rm o}$ .

Для расчетов по формуле (17.3.9) необходимо воспользоваться табл. 17.2.

Таблица 17.2

Отношение $\frac{v_{\text{max}}}{v_{\text{min}}}$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2	3	4 и более
Величина $f\left(\frac{v_{\text{max}}}{v_{\text{min}}}\right)$	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,06	1,03	1,00

### Учет уклонения объекта от обнаружения разведчиком\*

Обратим внимание читателя на широко используемый прием разработки модели: их постепенное усложнение и последовательный учет в модели все новых и новых элементов процесса. Например, в рассмотренном случае сначала была разработана модель для оценки интенсивности поиска неподвижного

 $<sup>^*</sup>$  При написании этого пункта использованы труды профессора Военно-морской академии О. А. Мрыкина.

объекта, затем было учтено движение объекта, после чего можно перейти и к учету уклонения объекта от обнаружения разведчиком.

**Постановка задачи.** Поиск объекта в районе осуществляет один разведчик. Объект имеет средства для обнаружения разведчика. Маневрируя в районе со скоростью  $v_0$ , объект после обнаружения разведчика выходит из полосы его поиска со скоростью  $v_y$  (скорость уклонения от обнаружения) курсом, перпендикулярным ближайшей границе критического курсового угла.

Разработка модели. Сделаем следующие допущения:

- вероятность установления объектом контакта с разведчиком, вошедшим в зону действия его средств обнаружения, учтена при вычислении дистанции обнаружения разведчика  $D_{\rm o}$ ;
  - первым обнаруживает тот, кто имеет большую дальность обнаружения;
- время, необходимое объекту для подготовки к уклонению (принятие решения, разворот), учтено соответствующим сокращением дистанции обнаружения разведчика  $D_{\rm o}$ ;
- с момента обнаружения объектом разведчика и до момента обнаружения разведчиком объекта разведчик движется прямолинейно, не меняя скорости.

Рассмотрим следующие ситуации:

1. Объект уступает разведчику в дальности обнаружения  $(D_{\rm o}\!<\!D_{\rm p})$ . Очевидно, что уклонение объекта от обнаружения невозможно. В этом случае интенсивность поиска объекта разведчиком равна

$$\gamma = \frac{2D_{\rm p}\overline{v}_{\rm p}p_{\rm k}}{S}.$$

- 2. Разведчик уступает объекту и в дальности обнаружения и в скорости ( $D_{\rm p}$  <  $D_{\rm o}$ ;  $v_{\rm p}$  <  $v_{\rm y}$ ). В этом случае обнаружение объекта разведчиком невозможно, интенсивность поиска  $\gamma$  = 0.
- 3. Разведчик уступает объекту в дальности обнаружения, но имеет преимущество в скорости ( $D_{\rm p} < D_{\rm o}; \ v_{\rm p} > v_{\rm y}$ ). При этом возможность уклонения объекта зависит от условий встречи.

Известно, что объект не сможет уклониться от обнаружения в случае, если он обнаружит разведчика, находясь внутри критического курсового угла, т. е. на дуге  $AA_1$  (рис. 17.22). Дуге  $AA_1$ 

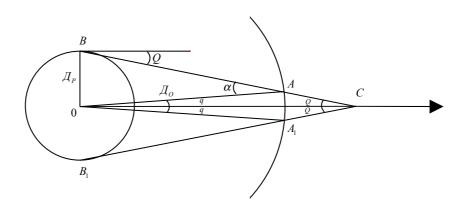


Рис. 17.22

соответствует центральный угол 2q. Угол q равен

$$q = \alpha - Q, \tag{17.3.10}$$
 где  $Q = \arcsin \frac{v_{\rm y}}{v_{\rm p}}; \ \alpha = \arcsin \frac{D_{\rm p}}{D_{\rm o}}.$ 

Известно, что вероятность обнаружения объектов на различных курсовых углах разведчика различна и зависит от соотношения скоростей разведчика и объекта. Например, быстроходный торпедный катер, двигаясь полным ходом в зоне с оживленным движением судов, будет обнаруживать их лишь на носовых курсовых углах. Исключение могут составить только суда со скоростью, превышающей скорость катера. Их число будет возрастать по мере того, как катер будет сбавлять ход.

Известно также, что вероятность появления объекта в секторе 2q, симметричном относительно курса разведчика, равна (при  $v_p > v_o$ ;  $q < 90^\circ$ )

$$p_{\rm H} = \frac{v_{\rm p}}{\bar{v}_{\rm o}} \sin q. \tag{17.3.11}$$

Так как объект опережает разведчика в обнаружении, с методической точки зрения удобнее рассмотреть интенсивность обнаружения объектом разведчика. Она равна

$$\gamma_{\rm o} = \frac{2D_{\rm o}\overline{\nu}_{\rm p}}{S}.\tag{17.3.12}$$

Эту интенсивность можно представить как сумму интенсивностей, ведущих и не ведущих к обнаружению объекта разведчиком. Первая из них и есть интенсивность обнаружения объекта разведчиком с учетом возможности его уклонения:

$$\gamma = \frac{2D_{\rm o}\overline{v}_{\rm p}}{S} p_{\rm H} p_{\rm K}, \qquad (17.3.13)$$

а вторая — интенсивность таких упреждающих обнаружений разведчика объектом, при которых объект способен уклониться:

$$\delta = \frac{2D_{o}\bar{v}_{\rho}}{S}(1 - p_{H}p_{K}) = \gamma_{o} - \gamma. \tag{17.3.14}$$

Формулу (17.3.13) можно преобразовать, заменив  $p_{\scriptscriptstyle \rm H}$  и q формульными выражениями:

$$\gamma = \frac{2D_{\rm o}\overline{v}_{\rm p}v_{\rm p}\sin(\alpha - Q)p_{\rm K}}{S\overline{v}_{\rm p}} = \frac{2D_{\rm o}v_{\rm p}p_{\rm K}\sin(\alpha - Q)}{S}.$$
 (17.3.15)

После этого можно переписать и выражения для  $\delta^*$ :

$$\delta = \frac{2D_o}{S} \left[ \bar{\nu}_p - \nu_p \sin(\alpha - Q) p_\kappa \right]. \tag{17.3.16}$$

 $<sup>^*</sup>$  В примере п. 17.2.1 интенсивности  $\gamma^{(i)}, \delta^{(i)}$  могут вычисляться изложенным способом.

Хорду  $AA_1$ , равную  $2D_0 \sin(\alpha - Q)$ , иногда называют эффективной шириной поиска разведчиком объекта с учетом возможности уклонения объекта. При увеличении  $D_0$  уменьшается угол  $q = \alpha - Q$ , значит, уменьшаются эффективная ширина и интенсивность поиска. При  $\alpha = Q$  обнаружение уклоняющегося объекта становится невозможным (см. рис. 17.22). Обнаружение возможно, если  $\alpha > q$ . Но при этом

$$\sin\alpha > \sin q, \ \frac{D_{\mathrm{p}}}{D_{\mathrm{o}}} > \frac{v_{\mathrm{y}}}{v_{\mathrm{p}}} \ \text{if} \ D_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{p}} > D_{\mathrm{o}}v_{\mathrm{y}}.$$

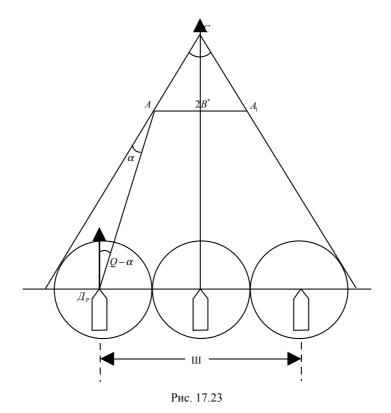
Отсюда можно сделать следующий вывод: если дальность действия средств обнаружения разведчика зависит от его скорости, разведчику следует иметь такую скорость, при которой значение произведения  $D_p v_p$  максимально.

Можно показать, что при поиске группой однотипных разведчиков (рис. 17.23) интенсивность поиска составит

$$\gamma = \frac{(2D_{o}\overline{v}_{\rho} + IIIv_{p})v_{p}p_{\kappa}}{S\overline{v}_{\rho}\sqrt{1 + \left(\frac{D_{o}\cos(Q - \alpha)}{B^{*}}\right)^{2}}},$$
(17.3.17)

где  $III = (n-1)d_c$  — ширина строя группы; n — число разведчиков в группе;  $d_c$  — расстояние между смежными кораблями в строю фронта;  $2B^*$  — эффективная ширина поиска группы разведчиков с учетом возможности уклонения объекта от обнаружения,

$$2B^* = III - 2D_0 \sin(Q - \alpha).$$



При получении выражения (17.3.17) принято, что зоны действия средств обнаружения разведчиков группы смыкаются, а вероятность установления контакта с объектом одинакова по всей ширине строя группы. Если эти зоны не смыкаются, то в (17.3.17) необходимо учесть вероятность непрорыва объекта между разведчиками в поисковом строю.

# Учет случайных изменений дальности действия средств обнаружения разведчика и объекта

Дальности действия средств обнаружения являются случайными величинами, а процессы их изменения — случайными процессами. В ранее разработанных моделях предполагалось, что дальности действия средств обнаружения равны их математическим ожиданиям (средним значениям). В

некоторых случаях применение таких моделей может привести к искажениям исследуемых закономерностей. В частности, это может случиться при необходимости учета возможности упреждающего обнаружения объектом разведчика или разведчиком объекта. Известно, что упреждающее обнаружение может осуществить носитель средства обнаружения и при меньшем значении средней дальности действия этого средства ввиду случайных изменений этой дальности. Ниже будет показан достаточно простой способ отражения рассматриваемого эффекта в моделях, учитывающих упреждение в обнаружении [11].

**Постановка задачи.** Разведчик и объект поиска имеют средства обнаружения, у которых дальности действия — случайные величины  $X_{\rm p}$  и  $X_{\rm o}$  соответственно с плотностями распределения  $f(x_{\rm p}),\ f(x_{\rm o})$  соответственно. Периодичность изменения дальностей обнаружения одинаковая для обоих носителей. Кроме того, случайные величины  $X_{\rm p}$  и  $X_{\rm o}$  изменяются независимо друг от друга.

**Разработка модели.** Обозначим через  $P(X_p > X_o)$  вероятность того, что на момент встречи дальность действия средства обнаружения разведчика будет превосходить дальность действия средства обнаружения объекта.

Дальности обнаружения в большом числе случаев либо подчиняются нормальному закону, либо аппроксимируются этим законом. Обозначим через  $\sigma_p$  и  $\sigma_o$  средние квадратические отклонения дальностей обнаружения разведчиком объекта и объектом разведчика соответственно. Будем иметь

$$P(X_{p} > X_{o}) = P(X_{p} - X_{o} > 0) = \eta = \frac{1}{2} \left[ 1 + \Phi \left( \frac{D_{p} - D_{o}}{\sqrt{\sigma_{p}^{2} + \sigma_{o}^{2}}} \right) \right];$$
(17.3.18)

$$P(X_{p} < X_{o}) = P(X_{p} - X_{o} < 0) = 1 - \eta = \frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{D_{p} - D_{o}}{\sqrt{\sigma_{p}^{2} + \sigma_{o}^{2}}} \right) \right].$$
(17.3.19)

Тогда для интенсивностей упреждающих обнаружений разведчиком объекта и объектом разведчика (когда объект способен уклониться от обнаружения) могут быть получены следующие выражения:

а) если скорость уклонения объекта превосходит скорость разведчика ( $v_{\rm y} > v_{\rm p}$ ),

$$\gamma = \frac{2D_{\rm p}\bar{\nu}_{\rm p}p_{\rm k}\eta}{S};\tag{17.3.20}$$

$$\delta = \frac{2D_{0}\bar{v}_{\rho}(1-\eta)}{S};$$
(17.3.21)

б) если скорость разведчика превосходит скорость уклонения объекта ( $v_p > v_y$ ),

$$\gamma = \frac{2}{S} \{ D_{p} \bar{v}_{\rho} p_{\kappa} \eta + D_{o} v_{p} \sin(\alpha - Q) [1 - \eta] \};$$
 (17.3.22)

$$\delta = \frac{2D_o}{S} [\bar{\nu}_p - \nu_p \sin(\alpha - Q)] (1 - \eta). \tag{17.3.23}$$

Заключая описание поиска с постоянной интенсивностью, следует сказать, что подобным образом часто моделируется поиск противолодочным комплексом подводной лодки при равновероятном законе распределения ее места в пределах района.

Разумеется, при моделировании реальных поисковых ситуаций потребуется отражение в модели, используемой для вычисления интенсивностей поиска, тех или иных особенностей сил, их тактических приемов, средств, объектов поиска. Учет этих особенностей производится путем совершенствования моделей, построенных по изложенным выше принципам. Специалист по исследованию операций должен на основании оперативно-тактической постановки задачи интерпретировать процесс как поиск с постоянной интенсивностью.

#### 17.3.2. Поиск с возрастающей интенсивностью

Можно указать ряд поисковых ситуаций, когда с течением времени интенсивность поиска возрастает. Однако по традиции поиском с возрастающей интенсивностью называется поиск, обладающий свойствами, рассмотренными ниже.

**Постановка задачи.** В районе площадью S находится один неподвижный объект. Его место в пределах района распределено по закону равной

вероятности. Поиск объекта осуществляет один разведчик на скорости  $v_p$ . Дальность действия его средств наблюдения равна  $D_p$ , а вероятность установления контакта с объектом, попавшим в зону действия средств обнаружения разведчика, составляет  $p_{\kappa}$ . Разведчик обследует район последовательно, галс за галсом, не оставляя без осмотра ни одного участка.

Разработаем модель для вычисления интенсивности поиска. Типичными примерами такого вида поиска являются траление, поиск затонувших кораблей, поиск тихоходного конвоя скоростным самолетом-разведчиком на параллельных галсах и т. д.

**Разработка модели.** Заметим, что время, необходимое разведчику для обследования всего района, равно

$$t_{\rm o} = \frac{S}{2D_{\rm p}v_{\rm p}}.$$

Обозначим

$$\gamma_1 = \frac{2D_p v_p}{S}.$$

Тогда

$$t_{\rm o} = \frac{1}{\gamma_1}$$
.

Допустим, обследование района ведется в течение времени  $0 \le t < t_o$ , но объект не обнаружен. То обстоятельство, что к моменту времени t часть района  $2D_p v_p t$  уже обследована, при данных условиях поиска скажется на его последующей интенсивности и вероятности обнаружения объекта за оставшееся время.

Элементарная вероятность обнаружения объекта на момент времени  $t < t_{\rm o}$  определяется по формуле

$$\gamma(t)dt = \frac{2D_{\rm p}v_{\rm p}p_{\rm k}dt}{S - 2D_{\rm p}v_{\rm p}p_{\rm k}t},$$

а интенсивность поиска на этот момент будет равна

$$\gamma(t) = \frac{2D_{\rm p}v_{\rm p}p_{\rm k}}{S - 2D_{\rm p}v_{\rm p}p_{\rm k}t}.$$

Разделим числитель и знаменатель последнего выражения на S. В результате получим

$$\gamma(t) = \frac{\gamma_1 p_{\text{K}}}{1 - \gamma_1 p_{\text{L}} t} \text{ при } 0 \le t \le \frac{1}{\gamma_1}.$$
 (17.3.24)

Как видно, интенсивность поиска  $\gamma(t)$  зависит теперь только от состояния системы на момент времени t. Заметим, что с увеличением времени t поиска знаменатель выражения (17.3.24) уменьшается и интенсивность поиска возрастает. Этим и объясняется название этого вида поиска.

Допустим теперь, что поиск продолжается в течение времени  $t_{\rm o} \le t < 2t_{\rm o}$  (идет второе обследование района), а объект остался необнаруженным. Интенсивность поиска на этот момент времени будет равна

$$\gamma(t) = \frac{\gamma_1 p_{\kappa}}{1 - \gamma_1 p_{\kappa} (t - t_{o})}.$$

В общем случае выражение для определения интенсивности поиска будет иметь вид

$$\gamma(t) = \frac{\gamma_1 p_{\kappa}}{1 - \gamma_1 p_{\kappa} [t - (n - 1)t_0]} \text{ при } (n - 1)t_0 \le t < nt_0,$$
(17.3.25)

где 1, 2, ..., n — порядковый номер очередного обследования района. Число n находится как целая часть частного:  $n = \left[\frac{t}{t_{\rm o}}\right]$ .

Если поиск осуществляется с  $p_{\kappa}=1$ , то более одного обследования района не потребуется: объект будет обязательно обнаружен. В этом случае интенсивность поиска равна

$$\gamma(t) = \frac{\gamma_1}{1 - \gamma_1 t} \text{ при } 0 \le t < t_0.$$
 (17.3.26)

Иногда для упрощения модели можно использовать среднее значение интенсивности поиска. Предварительно надо найти математическое ожидание  $T_{\text{обн}}$  времени, необходимого для обнаружения объекта. Число обследований района до первого обнаружения объекта подчиняется закону Паскаля и равно

 $1/p_{\kappa}$ . Учтем, что при последнем обследовании района математическим ожиданием времени обнаружения объекта будет середина интервала времени  $[0, t_{\rm o}]$ . Это следует из равновероятного распределения мест объекта в районе. Поэтому получим

$$T_{\text{обн}} = \frac{t_{\text{o}}}{p_{\text{K}}} - \frac{t_{\text{o}}}{2} = \frac{2 - p_{\text{K}}}{2\gamma_{1}p_{\text{K}}}.$$
(17.3.27)

Средняя плотность потока обнаружений при поиске с возрастающей интенсивностью равна

$$\gamma_{\rm cp} = \frac{1}{T_{\rm off}} = \frac{2\gamma_1 p_{\rm K}}{2 - p_{\rm K}}.$$
 (17.3.28)

Выше предполагалось, что осуществляется поиск неподвижного объекта. Однако разработанные модели могут быть использованы и при моделировании поиска малоподвижных объектов. В качестве примера можно привести поиск параллельными галсами самолетом-разведчиком тихоходного конвоя в Кроме некотором районе. того, возрастающей интенсивностью осуществляется поиск скоростных объектов (например, поиск надводными кораблями подводных лодок) в ограниченных по размерам районах нарядом сил, позволяющим обследовать район за один галс. В последнем случае учет движения объекта, его уклонения от обнаружения (в том числе в результате случайных изменений дальности действия средств обнаружения) производится методами, изложенными в п. 17.3.1.

В практике моделирования процессов поиска необходимо определять, относится исследуемый поиск к поиску с постоянной или возрастающей интенсивностью. Для этого необходимо ответить на вопрос: возможен ли переход необнаруженного объекта из необследованной части района в только что обследованную. Если возможен, то имеет место поиск с постоянной интенсивностью, если невозможен — с возрастающей.

#### 17.3.3. Поиск с убывающей интенсивностью

**Постановка задачи.** В начальный момент времени (t=0) место объекта поиска распределено по закону равной вероятности в пределах окружности

радиуса  $r_{\rm o}$ . Известно, что в промежутке времени [0, T] объект маневрирует, изменяя скорость от минимально до максимально возможной, а курсы находятся в пределах от 0 до  $360^{\circ}$ . Время лежания на каждом частном галсе и время движения с той или иной скоростью распределены по закону равной вероятности в интервалах  $[t'_{\min}, t'_{\max}]$  и  $[t''_{\min}, t''_{\max}]$ .

Известно, однако, что объект поиска выполняет свою задачу в районе площадью S, т. е. всегда  $s(t) \le S$ , где s(t) — площадь возможного местонахождения объекта на текущий момент времени t поиска.

Разведчик осуществляет поиск объекта так же, как поиск с постоянной интенсивностью (см. п. 17.3.1).

**Разработка модели.** Чтобы разработать модель, необходимую для вычисления интенсивности поиска объекта при ожидаемом характере его маневрирования, можно сделать допущение, что местонахождением объекта на момент времени t является круг площадью

$$s(t) = \begin{cases} \pi(r_{\text{o}} + v_{\text{max}}t)^2 & \text{при} & \pi(r_{\text{o}} + v_{\text{max}}t)^2 < S; \\ S & \text{при} & \pi(r_{\text{o}} + v_{\text{max}}t)^2 \ge S. \end{cases}$$

В условиях поставленной задачи место объекта в пределах этой площади распределено по равновероятному закону. При такой постановке задачи, рассуждая так же, как при получении выражения (17.3.5), интенсивность поиска объекта можем вычислить с помощью выражения

$$\gamma(t) = \begin{cases} \frac{2D_{\rm p}\bar{v}_{\rm p}p_{\rm k}}{\pi(r_{\rm o} + v_{\rm max}t)^2} & \text{при} & \pi(r_{\rm o} + v_{\rm max}t)^2 < S; \\ \frac{2D_{\rm p}\bar{v}_{\rm p}p_{\rm k}}{S} & \text{при} & \pi(r_{\rm o} + v_{\rm max}t)^2 \ge S. \end{cases}$$
(17.3.29)

Учет уклонения объекта от обнаружения, в том числе по причине случайных изменений дальности действия средств наблюдения разведчика и объекта, производится методами, изложенными в п. 17.3.1 (см. формулы (17.3.13)—(17.3.23)). Учет факторов, ограничивающих поисковые усилия, осуществляется соответствующей интерпретацией процесса поиска, введением в рассмотрение дополнительных состояний системы.

Примером поиска с убывающей интенсивностью является поиск, производимый противолодочным комплексом с целью восстановления контакта с подводной лодкой, при следующих условиях: контакт с подводной лодкой поддерживался гидроакустическим буем, имеющим дальность действия  $D_{\rm p}$ , и был потерян в момент времени t=0. На основании оценки обстановки установлено, что после потери контакта с подводной лодкой она может маневрировать так, как это было указано выше.

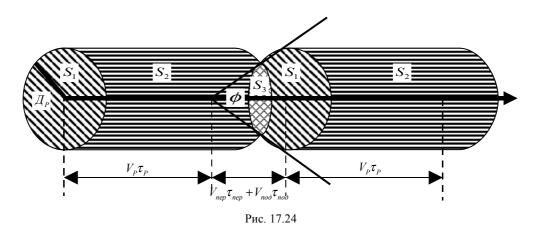
Поисковые ситуации, требующие подобных методов моделирования, особенно характерны для поиска по вызову и для поиска с целью восстановления потерянного контакта.

#### 17.3.4. Цикличный поиск

**Постановка задачи.** Разведчик осуществляет поиск неподвижного объекта в районе площадью S, периодически включая поисковую станцию, дальность действия которой равна  $D_{\rm p}$ .

Промежутки времени между очередными включениями станции равны  $\tau_{\text{пер}}$ , скорость разведчика при этом  $v_{\text{пер}}$ . Время подготовки станции к работе составляет  $\tau_{\text{под}}$ , а время осмотра района (т. е. время работы станции при одном обследовании) равно  $\tau_{\text{p}}$ . При подготовке станции к работе разведчик имеет скорость  $v_{\text{под}}$ , а при осмотре района  $v_{\text{p}}$ . Объект распределен в пределах площади района по закону равной вероятности. Вероятность установления контакта с объектом, попавшим в зону действия станции поиска, равна  $p_{\kappa}$ .

**Разработка модели.** Рассмотрим имеющий практическое значение случай, когда промежутки времени между очередными включениями станции выбраны так, чтобы исключался более чем двухкратный просмотр одних и тех же точек района поиска при трех последовательных включениях станции, даже если включение поисковой станции осуществляется при  $v_p = 0$  (рис. 17.24). В связи с этим отметим, что в частных случаях время подготовки станции к работе может быть равно нулю ( $\tau_{\text{под}} = 0$ ).



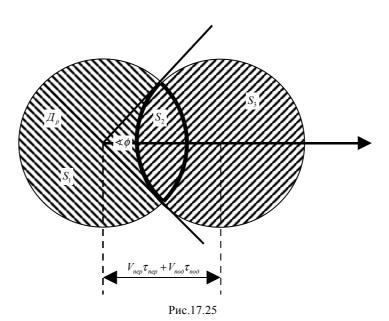
Определим поисковую производительность разведчика, т. е. площадь, осматриваемую им в единицу времени с учетом вероятности установления

контакта  $p_{\kappa}$ . Предварительно определим площадь, просматриваемую разведчиком за два последовательных включения станции. При каждом включении просматривается площадь, равная

$$S' = S_1 + S_2 = \pi D_p^2 + 2D_p v_p \tau_p.$$

С учетом площади перекрыша  $S_3$  за два включения станции просматривается площадь, равная

$$S'' = 2S' - S_3 = 2\pi D_p^2 + 4D_p v_p \tau_p - D_p^2 [\psi - \sin \psi], \qquad (17.3.30)$$



где  $\frac{D_{\rm p}^2}{2}(\psi-\sin\psi)$  — площадь сегмента круга с радиусом  $D_{\rm p}$  при центральном угле  $\psi$  рад (см. рис. 17.24, 17.25). Угол  $\psi$  может быть найден из соотношения

$$\cos \frac{\Psi}{2} = \frac{v_{\text{пер}} \tau_{\text{пер}} + v_{\text{под}} \tau_{\text{под}}}{2D_{\text{p}}}.$$
 (17.3.31)

Площадь  $S_3$  обследуется дважды. Поэтому при двух последовательных включениях станции поиска обследованная площадь будет равна

$$\Pi(2) = 2(S' - S_3)p_{\kappa} + S_3[1 - (1 - p_{\kappa})^2] =$$

$$= 2[\pi D_p^2 + 2D_p v_p \tau_p - \frac{D_p^2}{2} (\psi - \sin \psi)]p_{\kappa} + D_p^2 (\psi - \sin \psi)[1 - (1 - p_{\kappa})^2].$$
(17.3.32)

На два последовательных просмотра района требуется время, равное

$$\tau = \tau_{\text{пер}} + \tau_{\text{под}} + 2\tau_{\text{p}}. \tag{17.3.33}$$

Производительность поиска (площадь, обследуемая в единицу времени) будет равна

$$\Pi = \frac{\Pi(2)}{\tau}.\tag{17.3.34}$$

Поиск с периодическим включением средств обнаружения часто называют циклическим.

Определим теперь плотность  $\gamma_{\scriptscriptstyle II}$  потока обнаружений объекта при циклическом поиске с постоянной, возрастающей и убывающей интенсивностью.

**Поиск с постоянной интенсивностью.** Если характер маневрирования разведчика и объекта дает возможность сделать допущение о таком характере поиска, интенсивность поиска будет равна

$$\gamma_{\mathbf{u}} = \frac{\Pi}{S}.\tag{17.3.35}$$

При необходимости учесть движение объекта в формуле (17.3.32) следует заменить  $v_{\rm p}$  на  $\overline{v}_{\rm p}$  .

Если зоны обнаружения не пересекаются, а обследование осуществляется при  $v_{\rm p}=0$ , то интенсивность поиска

$$\gamma_{_{\rm II}} = \frac{2\pi D_{_{\rm p}}^2 p_{_{\rm K}} v_{_{\rm o}}}{S\tau}.$$
 (17.3.36)

Заметим, что если обследование района осуществляется при  $v_p = 0$ , то и в формуле (17.3.32) вместо параметра  $\bar{v}_p$  необходимо использовать параметр  $v_o$ .

**Поиск с возрастающей интенсивностью.** Если условия цикличного поиска дают основания считать, что он осуществляется с возрастающей интенсивностью (см. п. 17.3.2), будем иметь

$$\gamma = \frac{\gamma_{u}}{1 - \gamma_{u}[t - (n - 1)t_{o}]} \quad \text{при} \quad (n - 1)t_{o} \le t \le nt_{o}, \tag{17.3.37}$$

где  $n = \left[\frac{t}{t_o}\right]$  — целая часть частного, а  $t_o$  может быть приближенно оценено по формуле  $t_o = S/\Pi_1$ ,  $\Pi_1 = S''/\tau$ ,  $(S'', \tau)$  — вычисляются по формулам (17.3.30), (17.3.33)).

**Поиск с убывающей интенсивностью.** Если условия цикличного поиска соответствуют этому виду поиска (см. п. 17.3.3), для вычисления его интенсивности получим выражение

$$\gamma(t) = \begin{cases} \frac{\Pi}{\pi (r_{o} + v_{\text{max}} t)^{2}} & \text{при} & \pi (r_{o} + v_{\text{max}} t)^{2} < S; \\ \frac{\Pi}{S} & \text{при} & \pi (r_{o} + v_{\text{max}} t)^{2} \ge S. \end{cases}$$
(17.3.38)

## 17.3.5. Методы вычисления интенсивностей восстановления и потерь контакта с объектом

Необходимость таких вычислений возникает, когда моделируются процессы слежения за объектами. Потеряв контакт с объектом, разведчик осуществляет поиск (иногда говорят "вторичный поиск") с целью его восстановления.

Для вычисления интенсивностей восстановления контакта могут использоваться статистические данные или (и) математические модели. Что касается математических моделей, то их структура зависит от особенностей разведчиков и объектов слежения, поисковой аппаратуры, способов поиска и восстановления потерянного контакта. При этом обычно используются методы, изложенные в пп. 17.3.1—17.3.4.

Как и интенсивности первичного и вторичного поиска, и н т е н с и в н о с т и п о т е р ь к о н т а к т а могут вычисляться или с помощью статистических данных, или специальных моделей. Статистические данные чаще всего используются для расчета временных характеристик поддержания контакта с объектом. Методами математической статистики (см. гл. 8) могут быть определены законы распределения времени поддержания контакта, статистические оценки математического ожидания времени непрерывного поддержания контакта  $\widetilde{T}_{\text{п.к.}}$ .

При пуассоновском характере процесса слежения статистические оценки интенсивностей потерь контакта находятся из выражения

$$\widetilde{\mu}(t) = \frac{1}{\widetilde{T}_{\text{\tiny ILK}}(t)},\tag{17.3.39}$$

где учтено, что параметры  $\widetilde{\mu}(t)$  и  $\widetilde{T}_{_{\!\!\!\Pi,\mathrm{K}}}(t)$  могут меняться со временем (при нестационарных процессах слежения).

При использовании для моделирования статистических данных требуется строго оценивать соответствие условий, в которых они собирались, условиям, в которых будут протекать планируемые действия. При разработке математических моделей для вычисления интенсивностей потерь контакта приходится учитывать разнообразие ситуаций слежения, причин потери контакта, что ведет к большому разнообразию моделей. Ниже в общем виде будет рассмотрен метод разработки моделей для одного из весьма обширных классов ситуаций.

**Постановка задачи.** Разведчик поддерживает контакт с объектом в среднем в течение времени  $\bar{\tau}_{_{\Pi,K}}$ . По истечении времени  $\bar{\tau}_{_{\Pi,K}}$ , в результате действия некоторого фактора разведчик с вероятностью  $\theta$  может потерять контакт. Появление этого фактора и его влияние на потерю контакта в различные моменты времени независимы друг от друга: как очередное появление фактора, так и возможность потери разведчиком контакта в результате действия этого фактора не зависят от предыстории процесса. К таким факторам относятся, например, факторы вызываемые всплытиями на связь подводной лодки, осуществляющей слежение за конвоем противника, сменой позиций вертолетом, осуществляющим слежение за подводной лодкой противника и т. д.

**Разработка модели.** Учтем, что случайная величина — число воздействий рассматриваемого фактора, приводящих к потери контакта, — при данной постановке задачи распределена по закону Паскаля. Математическое ожидание числа воздействий фактора до очередной потери контакта равно

$$\overline{n} = \frac{1}{\Theta},\tag{17.3.40}$$

а математическое ожидание времени поддержания контакта определяется из выражения

$$T_{\text{\tiny II.K}} = \frac{\overline{\tau}_{\text{\tiny II.K}}}{\Theta}.$$
 (17.3.41)

Интенсивность потерь контакта при этом составит

$$\mu = \frac{1}{T_{\scriptscriptstyle \Pi,\kappa}} = \frac{\theta}{\overline{\tau}_{\scriptscriptstyle \Pi,\kappa}}.$$
 (17.3.42)

В том случае, когда факторов, приводящих к потере контакта, несколько, интенсивность потери контакта равна

$$\mu = \sum_{i=1}^{m} \mu_i, \tag{17.3.43}$$

где  $\mu_i$  — интенсивность потерь контакта в результате воздействия фактора i-го типа; m — число типов факторов, воздействие которых способно приводить к потере контакта.

Следует учитывать, что чем больше факторов влияет на возможность потери контакта, тем больше свойства суммарного потока потерь контактов приближаются к свойствам простейшего (см. § 6.2 о суперпозиции потоков заявок).

Если известна функция распределения F(t) промежутка времени между очередными потерями контакта с объектом, то интенсивность потерь контакта  $\mu$  (t) находим из выражения

$$\mu(t) = \frac{F'(t)}{1 - F(t)} \theta. \tag{17.3.44}$$

Для вычисления параметров  $\bar{\tau}_{n.\kappa}$ ,  $\theta$ , F(t), в свою очередь, может потребоваться сбор статистических данных или разработка математических моделей. При этом необходим учет конкретных условий. Методика разработки этих моделей выходит за рамки настоящего курса.

В заключение обратим внимание: через интенсивность потерь контактов учитывается влияние на эффективность слежения только таких факторов, появление которых представляет собой случайный процесс или, иначе говоря,

если этот фактор есть случайное событие, способное повторяться многократно через случайные промежутки времени. Причем время действия самого фактора должно быть пренебрежимо мало по сравнению со временем всего процесса слежения. При несоблюдении этого условия влияние исследуемого фактора на эффективность слежения следует учесть, задавая соответствующие процедуру интегрирования и (или) структуру системы.

#### 17.3.6. Математическое ожидание времени, необходимого для обнаружения объекта

При моделировании процессов поиска объектов этот параметр часто качестве основного принимается или дополнительного эффективности.

Если для моделирования поиска используются уравнения Колмогорова (см. § 17.2), возможны два способа вычисления указанного параметра.

Первый способ основан на использовании известного приема вычисления математического ожидания непрерывной случайной величины

$$x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx,$$

где f(x) — плотность вероятности случайной величины. Так как f(x) есть производная от функции распределения: f(x) = F'(x), математическое ожидание времени, необходимого для обнаружения объекта, будет равно

$$T_{\text{OGH}} = \int_{0}^{\infty} t \sum_{j \in \{A_i\}} dP_j(t), \tag{17.3.45}$$

где  $\{A_r\}$  — множество тех состояний системы, при переходе в которые объект оказывается обнаруженным (состояния  $A_r$  должны быть поглощающими);  $P_i(t)$ — вероятность перехода системы в состояние  $A_i$  в момент времени t.

$$\sum_{j\in\{A_r\}} P_j(t+\tau) - \sum_{j\in\{A_r\}} P_j(t) \le \varepsilon,$$

где  $\tau$ ,  $\varepsilon$  — заданные параметры, характеризующие точность вычисления  $T_{\text{обн}}$ .

Второй способ вычисления  $T_{\text{обн}}$  является модификацией первого. Можно показать, что

$$T_{\text{обн}} = \int_{0}^{\infty} t \sum_{j \in \{A_r\}} dP_j(t) = \int_{0}^{\infty} [1 - \sum_{j \in \{A_r\}} P_j(t)] dt.$$
 (17.3.46)

При численном интегрировании СДУ расчеты продолжаются до выполнения условия

$$\int_{0}^{t+\tau} \sum_{j \in \{A_r\}} [1 - P_j(t)] dt - \int_{0}^{t} \sum_{j \in \{A_r\}} [1 - P_j(t)] dt \le \varepsilon.$$

В частном случае, когда обнаружению объекта соответствует лишь одно состояние системы, выражения (17.3.45) и (17.3.46) принимают вид

$$T_{\text{обн}} = \int_{0}^{\infty} t f(t) dt = \int_{0}^{\infty} t dP(t),$$

где f(t) — плотность вероятности времени поиска, f(t) = P'(t). Тогда [11]

$$T_{\text{обн}} = \int_{0}^{\infty} [1 - P(t)] dt. \tag{17.3.47}$$

Первый способ вычисления  $T_{\text{обн}}$  (см. (17.3.45)) целесообразен, если помимо  $T_{\text{обн}}$  вычисляются показатели эффективности с формульной зависимостью третьего типа, а второй способ — при формульных зависимостях первого и второго типов (см. § 17.1).

Следует обратить внимание на то, что несобственный интеграл (17.3.45) может быть сходящимся или расходящимся в зависимости от того, является ли множество состояний  $\{A_r\}$  единственным множеством поглощающих состояний системы или есть и другие поглощающие состояния. Первый случай имеет место при отсутствии, а второй — при наличии факторов, ограничивающих поисковые усилия разведчика (см. п. 17.2.1).

При последнем условии процесс поиска необязательно завершается обнаружением объекта даже при неограниченной длительности поиска, в связи с чем  $T_{\rm обн} = \infty$ . Поэтому при наличии ограничивающих факторов временной характеристикой поиска является условное математическое ожидание  $T_{\rm обн.y}$  времени обнаружения объекта, вычисленное при условии, что объект к заданному моменту времени  $t_3$  обнаружен:

$$T_{\text{обн.y}} = \frac{1}{\int_{0}^{t_3} \sum_{j \in \{A_r\}} dP_j(t)} \int_{0}^{t_3} t \sum_{j \in \{A_r\}} dP_j(t),$$
(17.3.48)

или

$$T_{\text{обн.y}} = \frac{1}{\int_{0}^{t_3} \sum_{j \in \{A_r\}} dP_j(t)} \int_{0}^{t_3} [1 - \sum_{j \in \{A_r\}} P_j(t)] dt,$$
(17.3.49)

где 
$$\frac{\sum dP_j(t)}{\int\limits_0^{t_2} \sum dP_j(t)}$$
 — условная элементарная вероятность обнаружения объекта за

время dt, вычисленная при условии, что объект к моменту времени  $t_3$  обнаружен.

Рассмотренные способы определения математического ожидания времени обнаружения объекта являются общими для всех случаев непрерывного поиска. Именно их рационально использовать при моделировании процессов поиска на ЭВМ.

#### § 17.4. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПОИСКА ОБЪЕКТОВ В РАЙОНЕ

В общем случае модели процессов поиска и слежения сложны и требуют применения электронно-вычислительной техники. Однако для моделирования некоторых простых ситуаций можно использовать и средства малой механизации расчетов. Отличительной особенностью таких ситуаций с точки зрения структуры их моделей является малое число состояний системы, простота процедуры интегрирования СДУ, постоянные интенсивности переходов системы, что позволяет получить более или менее простые аналитические выражения. Некоторые такие модели рассмотрены в п. 17.2.1, ряд других рассмотрим ниже.

**Постановка задачи.** Разведчик осуществляет поиск объекта, достоверно находящегося в районе. Информация о месте объекта отсутствует. Объект не может первым обнаружить разведчика и осуществить маневр уклонения для

выхода из полосы поиска. К поиску объекта может привлекаться один из нескольких разнотипных разведчиков.

Цель поиска — обнаружение объекта. Цель моделирования — исследование зависимости вероятности обнаружения объекта от интенсивности и времени поиска.

**Разработка модели.** За показатель эффективности принимается вероятность обнаружения объекта. В качестве дополнительного показателя эффективности примем математическое ожидание времени, необходимого для обнаружения объекта.

Процесс поиска можно описать с помощью дифференциальных уравнений, рассматривая объект как систему, которая изменяет свои состояния в случайные моменты времени. Состояния этой системы:  $A_1$  — осуществляется поиск объекта разведчиком;  $A_2$  — объект обнаружен. Граф состояний показан на рис. 17.16. Система переходит из состояния  $A_1$  в состояние  $A_2$  с интенсивностью  $\gamma(t)$ , методы расчета которой рассмотрены в § 17.3.

Обозначим вероятность обнаружения объекта P(t). Запишем систему дифференциальных уравнений, пользуясь графом состояний:

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -P_1(t)\gamma(t);$$
$$\frac{dP_2(t)}{dt} = P_1(t)\gamma(t)$$

или

$$\frac{d[1-P(t)]}{dt} = -[1-P(t)]\gamma(t);$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = [1-P(t)]\gamma(t).$$
(17.4.1)

Два исхода процесса поиска составляют полную группу несовместных событий, поэтому нормирующее условие системы уже включено в эти уравнения.

Для расчета избранных показателей эффективности достаточно решить любое уравнение с разделяющимися переменными:

$$\frac{d[1 - P(t)]}{1 - P(t)} = -\gamma(t)dt; \quad \ln[1 - P(t)]\Big|_0^t = -\int_0^t \gamma(t)dt.$$

К началу поиска могут сложиться следующие условия: a) t = 0; P(0) = 0, т. e. объект не обнаружен. Тогда

$$P(t) = 1 - e^{\int_{0}^{t} \gamma(t)dt};$$
 (17.4.2)

6) 
$$t = 0$$
;  $P_0 = \frac{S_0}{S}$ ,

где  $S_0$  — площадь, обследуемая разведчиком при включении средств наблюдения. Длительностью времени включения (секунды) пренебрегаем, так как она мала по сравнению с длительностью последующего поиска (часы, сутки).

При равновероятном распределении мест объекта в районе вероятность его обнаружения рассчитывается на основании геометрических соображений как отношение мер площадей. Поэтому вероятность обнаружения

$$P(t) = 1 - \left(1 - \frac{S_0}{S}\right) e^{-\int_0^t \gamma(t)dt}.$$
 (17.4.3)

Интеграл от интенсивности поиска  $\int_0^t \gamma(t)dt = u(t)$  называется потенциалом обнаружения.

Вид формульных зависимостей для расчета вероятности обнаружения объекта определяется способами поиска.

**Поиск с постоянной интенсивностью.** При постоянной интенсивности поиска потенциал обнаружения

$$u(t) = \int_{0}^{t} \gamma(t)dt = \gamma t. \tag{17.4.4}$$

На практике во многих случаях можно пренебречь вероятностью обнаружения объекта в момент включения средств поиска. Тогда вероятность обнаружения объекта при поиске с постоянной интенсивностью равна

$$P(t) = 1 - e^{-\gamma t}. (17.4.5)$$

Подставляя в (17.4.5) различные интенсивности, определенные в пп. 17.3.1—17.3.4, рассчитаем вероятности обнаружения объекта в соответствующих условиях.

Математическое ожидание времени, необходимого для обнаружения объекта, определяется из выражения

$$T_{\text{ODH}} = \int_{0}^{\infty} t f(t) dt = \frac{1}{\gamma}.$$
 (17.4.6)

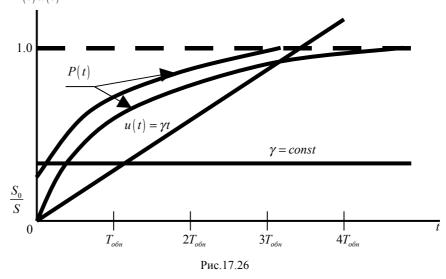
Поэтому выражение (17.4.5) может быть записано в следующем виде:

$$P(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_{\text{OGH}}}}. (17.4.7)$$

Если поиск объекта в районе осуществляют N разведчиков и возможно допущение о независимости их действий, то вероятность его обнаружения рассчитывается по формуле

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N} [1 - P_i(t)],$$

где  $P_i(t)$  — вероятность обнаружения объекта i-м разведчиком (i = 1, 2, ..., N). P(t)u(t)



С учетом (17.4.5) вероятность обнаружения объекта хотя бы одним разведчиком равна

$$P(t) = 1 - e^{-\sum_{i=1}^{N} u_i(t)}.$$
 (17.4.8)

Если разведчики однотипны, то  $\sum_{i=1}^{N} u_i(t) = N\gamma t$ , а если разнотипны, то

$$\sum_{i=1}^{N} u_i(t) = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i t.$$

Графики вероятности обнаружения объекта и потенциала обнаружения представлены на рис. 17.26.

**Поиск** с возрастающей интенсивностью. Модель процесса поиска зависит от величины вероятности контакта с объектом, попавшим в зону наблюдения. При  $p_{\kappa}=1$  можно достоверно утверждать, что после одного полного обследования района объект должен быть обнаружен. Если при обследовании части района обнаружения не произошло, то объект достоверно находится на необследованной площади. При  $p_{\kappa}<1$  даже полное обследование не гарантирует достоверного обнаружения объекта, так как с вероятностью  $1-p_{\kappa}$  контакт с ним оказывается неустановленным.

Для разработки математической модели сделаем кроме общих еще одно допущение: за время выполнения разведчиком задачи объект не успевает перейти в уже обследованную часть района.

Рассмотрим вначале случай поиска при  $p_{\kappa}=1$ . Для обнаружения объекта достаточно, чтобы он оказался в обследованной части района. Район будет обследован полностью в течение времени

$$t_{\rm o} = \frac{S}{2D_{\rm p}v_{\rm p}} = \frac{1}{\gamma_{\rm 1}}.$$

Вероятность обнаружения объекта при  $t \le t_0$  составит

$$P(t) = \frac{2D_{\rm p}v_{\rm p}p_{\rm k}t}{S} = \frac{2D_{\rm p}v_{\rm p}p_{\rm k}t}{2D_{\rm p}v_{\rm p}p_{\rm k}t_{\rm o}} = \frac{t}{t_{\rm o}} = \gamma_{\rm l}t,$$
(17.4.9)

где  $t/t_0$  — доля площади района, обследованная разведчиком за время t. Если  $t > t_0$ , т. е. район обследован полностью, то вероятность обнаружения P(t) = 1. Учитывая это,

$$P(t) = \begin{cases} \gamma_1 t & \text{при } t < t_0; \\ 1 & \text{при } t \ge t_0. \end{cases}$$
 (17.4.10)

При  $p_{\kappa} < 1$  для обнаружения объекта необходимо, во-первых, чтобы он оказался в обследованной части района и, во-вторых, чтобы с ним был установлен контакт. Поэтому при одном обследовании района вероятность обнаружения объекта

$$P(t) = \begin{cases} \gamma_1 p_{\kappa} t & \text{при } t < t_0; \\ p_{\kappa} & \text{при } t = t_0. \end{cases}$$
 (17.4.11)

Если количество обследований района целое число  $n=t/t_{\rm o}$  , то вероятность обнаружения

$$P(n) = 1 - (1 - p_{\kappa})^{n}. \tag{17.4.12}$$

Во многих случаях отношение  $t/t_{\rm o}$  не является целым числом.

Для расчета вероятности обнаружения найдем ближайшее меньшее целое число n и остаток времени  $\Delta t = t - nt_{\rm o}$ . Учитывая равновероятное распределение мест объекта в районе, можно обнаружить объект за время  $\Delta t$  с вероятностью

$$\frac{2D_{\rm p}v_{\rm p}\Delta t}{S}p_{\rm k}=\gamma_1p_{\rm k}\Delta t.$$

Тогда вероятность обнаружения объекта за время поиска t

$$P(t) = [1 - (1 - p_{\kappa})^{n}] + (1 - p_{\kappa})^{n} \gamma_{1} p_{\kappa} \Delta t = 1 - q_{\kappa}^{n} (1 - \gamma_{1} p_{\kappa} \Delta t),$$
(17.4.13)

где  $q_{\scriptscriptstyle K} = 1 - p_{\scriptscriptstyle K}$ .

Математическое ожидание времени, необходимого для обнаружения объекта, рассчитывается в соответствии с выражением (17.3.27).

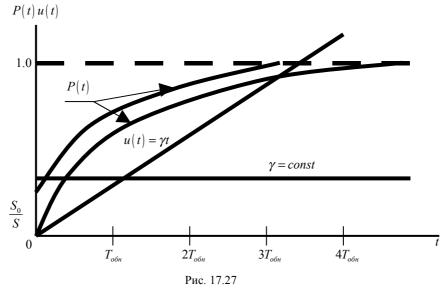
Из анализа формульных зависимостей следует, что при поиске с возрастающей интенсивностью поисковые возможности разведчика выше, чем при поиске с постоянной интенсивностью. Это объясняется тем, что объект неподвижен или почти неподвижен, не может перейти из необследованной части района в только что обследованную, а поиск производится параллельными галсами.

Для достижения большинства целей моделирования можно заменить выражение (17.4.13) показательной функцией вида (17.4.7). Будем иметь

$$P(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_{\text{OSH}}}} = 1 - e^{-\frac{2\gamma_1 p_{\kappa} t}{2 - p_{\kappa}}}.$$
 (17.4.14)

Выполнение оперативно-тактических расчетов при этом упрощается.

Графики вероятностей обнаружения при  $p_{\kappa}=1$  и  $p_{\kappa}<1$  представлены на рис. 17.27 и 17.28 соответственно.



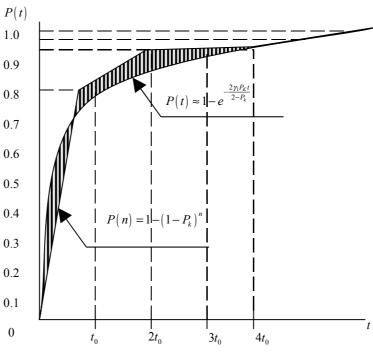


Рис. 17.28

Замена непоказательной функции показательной путем уравнивания математических ожиданий приведет к тому, что в начале поиска завышаются возможности по обнаружению объекта, затем они занижаются. Эта погрешность от замены показана на рисунках штриховкой. Такая аппроксимация допустима, если погрешность не превышает точности математического моделирования (о точности математического моделирования см. гл. 1).

Поиск с убывающей интенсивностью. Потенциал обнаружения равен (при  $\pi(r_0 + v_{\max}t)^2 < S)$ 

$$u(t) = \int_{0}^{t} \frac{2D_{p}\bar{v}_{\rho}p_{\kappa}dt}{\pi(r_{0} + v_{\max}t)^{2}} = \frac{2D_{p}\bar{v}_{\rho}p_{\kappa}}{\pi} \int_{0}^{t} \frac{dt}{(r_{0} + v_{\max}t)^{2}}.$$
 (17.4.15)

Произведя преобразования, получим [4]

$$u(t) = \frac{2D_{\rm p}\bar{\nu}_{\rm p}p_{\rm k}t}{\pi r_0(r_0 + \nu_{\rm max}t)}.$$
 (17.4.16)

Следовательно, вероятность обнаружения объекта при поиске с убывающей интенсивностью рассчитывается по формуле

$$P(t) = 1 - e^{-\frac{2D_{p}\bar{v}_{p}p_{k}t}{\pi v_{0}(r_{0} + v_{max}t)}}.$$
(17.4.17)

Как видно из выражения (17.4.17), время поиска одновременно входит в числитель и знаменатель показателя степени. При неограниченной длительности поиска появляется неопределенность вида  $\frac{\infty}{\infty}$ . Раскроем ее, например, по правилу Лопиталя, для чего найдем производные по времени от числителя и знаменателя:

$$(2D_{p}\bar{v}_{\rho}p_{\kappa}t)' = 2D_{p}\bar{v}_{\rho}p_{\kappa}; \quad [\pi r_{0}(r_{0} + v_{\max}t)]' = \pi r_{0}v_{\max}. \tag{17.4.18}$$

Поэтому

$$\lim_{t \to \infty} u(t) = \frac{2D_{\rm p} \bar{\nu}_{\rm p} p_{\rm k}}{\pi r_0 v_{\rm max}}.$$
(17.4.19)

Предельное значение вероятности обнаружения определяется из выражения

$$P = 1 - e^{-\frac{2D_{p}\bar{\nu}_{p}p_{\kappa}}{\pi r_{0}v_{max}}}.$$
 (17.4.20)

#### § 17.5. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ ПОИСКА И ПОРАЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ НА РУБЕЖЕ

Приведенная в п. 17.1.3 классификация условий поиска объектов на рубеже открывает путь к разработке блоков моделей такого вида поиска (нужных для формирования математических моделей) и далее — к разработке модулей пакетов прикладных программ, системы программного обеспечения ЭВК соединения, проблемно ориентированных на осуществление моделирования процессов поиска в динамике управления силами соединения.

Рассмотрим последовательно методы математического моделирования поиска одним разведчиком одного объекта при равновероятном и нормальном законах распределения места объекта на рубеже и различных возможных способах маневрирования разведчиков и методы математического моделирования поиска и поражения объектов группами разведчиков на эшелонах рубежа 1-го и 2-го типов. Когда рубеж преодолевает группа объектов, будем считать, что они движутся последовательно с достаточно большими временными интервалами, позволяющими пренебречь возможностью прорыва через эшелон последующего объекта в то время, когда разведчики еще "заняты" предыдущими объектами.

# 17.5.1. Разработка модели поиска объекта одним разведчиком при равновероятном законе распределения места объекта на эшелоне рубежа

**Постановка задачи.** Разведчик осуществляет поиск объекта на эшелоне рубежа шириной H. При уяснении задачи и оценке обстановки выявлено, что место объекта во время пересечения эшелона распределено в соответствии с равновероятным законом. Известны скорость  $v_{\rm o}$ , а также дальность обнаружения объектом разведчика  $D_{\rm o}$ .

Разведчик при поиске маневрирует относительно линии эшелона так, что его галсы повторяются через время цикла  $T_{\rm u}$ . За время цикла разведчик осуществляет поиск объекта на n галсах. Скорость разведчика при этом  $v_{\rm p}$ , а дальность обнаружения им объекта  $D_{\rm p}$ . Объект, попавший в зону наблюдения разведчика, обнаруживается с вероятностью получения контакта  $p_{\rm k}$ . Средства наблюдения разведчика используются непрерывно.

В процессе поиска дальности взаимного обнаружения могут изменяться в соответствии с нормальным законом. При этом средние квадратические отклонения в дальностях обнаружения равны  $\sigma_p'$  и  $\sigma_o'$  для разведчика и объекта соответственно. Зависимостью в изменении дальностей обнаружения разведчика и объекта можно пренебречь. Если объект первым обнаружит разведчика, то он осуществляет маневр уклонения, после чего преодолевает рубеж.

Цель поиска — обнаружение объекта. Цель моделирования — определение зависимости вероятности обнаружения объекта от способа маневрирования разведчика при поиске на эшелоне рубежа.

**Разработка модели.** В качестве показателя эффективности поиска объекта принимается вероятность обнаружения объекта.

Обозначим:  $t_l$  — время поиска объекта на l-м галсе цикла;  $T_{\rm ц}$  — время цикла,  $T_{\rm ц} = \sum_{l=1}^n t_l$ ;  $p_l$  — условная вероятность обнаружения объекта, вычисленная при условии, что объект пересечет эшелон на l-м галсе разведчика.

Вероятность  $W^{(i)}$  обнаружения объекта одним (i-м) разведчиком рассчитывается по формуле полной вероятности

$$W^{(i)} = \sum_{l=1}^{n} p_{l} \frac{t_{l}}{T_{u}} \eta p_{\kappa} = \frac{\eta p_{\kappa}}{T_{u}} \sum_{l=1}^{n} p_{l} t_{l},$$
(17.5.1)

где  $\frac{t_l}{T_{_{\! I\! I}}}$  — вероятность пересечения объектом рубежа на l-м галсе разведчика;  $\eta$ 

— вероятность того, что разведчик первым обнаружит объект (расчет осуществляется в соответствии с формулой (17.3.18)). Индексы i в правой части формулы опущены.

Найдем способ определения вероятности  $p_l$ . Вначале рассмотрим случай, когда l-й галс разведчика параллелен или наклонен к линии рубежа. Рассмотрим общий случай: объект пересекает линию рубежа под углом  $\psi$ , при этом разность курсов разведчика и объекта равна  $\phi$  (рис. 17.29).

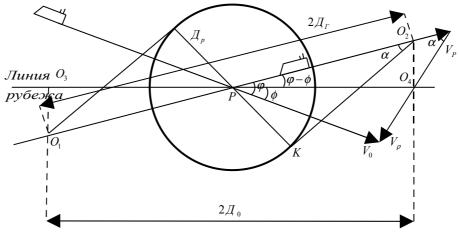


Рис. 17.29

Объект может быть обнаружен разведчиком, если пересечет галс разведчика на расстоянии, не превышающем  $PO_2$  или  $PO_1$ . С учетом движения разведчика ширина поиска вдоль галса равна  $2D_{\Gamma} = O_1O_2$ .

Из треугольника РО2К

$$D_{\rm r} = PO_2 = \frac{D_{\rm p}}{\sin \alpha}.\tag{17.5.2}$$

При известной разности курсов ф

$$\sin\alpha = \frac{v_o}{v_\rho}\sin\phi. \tag{17.5.3}$$

Относительная скорость  $v_{\rm p}$  при постоянных  $v_{\rm p}$  и  $v_{\rm o}$  является функцией разности курсов:

$$v_{p} = \sqrt{v_{p}^{2} + v_{o}^{2} - 2v_{p}v_{o}\cos\varphi}.$$
 (17.5.4)

Следовательно, разведчик обследует вдоль галса ширину поиска

$$2D_{r} = \frac{2D_{p}}{\sin \alpha} = \frac{2D_{p}v_{p}}{v_{o}\sin \phi}.$$
 (17.5.5)

Поскольку рассматривается распределение мест разведчика и объекта на линии рубежа, то необходимо найти проекцию на нее ширины поиска вдоль

галса. Ширина поиска на линии рубежа называется эффективной шириной поиска  $2D_3$  (см.  $O_3O_4$  на рис. 17.29):

$$2D_{9} = 2D_{r}\cos(\varphi - \psi) = \frac{2D_{p}v_{\rho}\cos(\varphi - \psi)}{v_{o}\sin\varphi} = \frac{2D_{p}\cos(\varphi - \psi)}{v_{o}\sin\varphi} = \frac{2D_{p}\cos(\varphi - \psi)}{v_{o}\sin\varphi} \sqrt{v_{p}^{2} + v_{o}^{2} - 2v_{p}v_{o}\cos\varphi}.$$
(17.5.6)

Если галс разведчика параллелен линии рубежа, то  $\phi = \psi$  и эффективная ширина поиска  $2D_9 = 2D_\Gamma$ .

Таким образом, объект может быть обнаружен, если на линии рубежа расстояние между разведчиком и объектом не будет превышать значения  $D_{\circ}$  (рис. 17.30).

Когда разведчик находится от границы рубежа по линии галса на расстоянии больше  $D_{\rm r}$ , его поисковые возможности используются полностью. Однако по мере приближения разведчика к границе рубежа поиска могут обследоваться участки вне назначенного рубежа, где появление объекта исключено либо его обнаружение есть задача другого разведчика. В связи с этим поисковые возможности разведчика уменьшаются. Учет краевого эффекта можно осуществить с помощью решения задачи о встрече. На рис. 17.30 объект пересекает курс разведчика в точке  $O_{\rm r}$ , разведчик при этом находится в точке  $P_{\rm r}$ . Проекции этих точек на линию рубежа обозначены  $O_{\rm l}$  и  $P_{\rm l}$ . Удаление объекта от точки M рубежа в случайный момент времени пересечения объектом линии рубежа обозначим  $y_{\rm r}$ , а разведчика —  $x_{\rm r}$ .

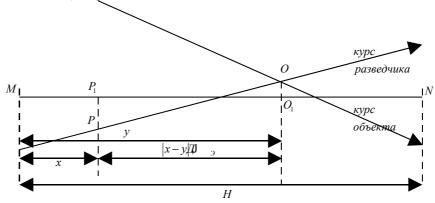
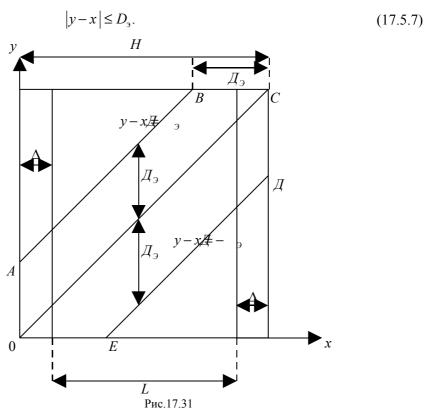


Рис. 17.30

Условием обнаружения объекта при поиске на рубеже является неравенство вида



Этому неравенству соответствуют те точки квадрата (рис. 17.31) со стороной H, которые лежат в области OABCDE, ограниченной прямыми  $y-x==D_3$  и  $y-x=-D_3$ . Площадь этой области равна  $H^2-(H-D_3)^2$ . Площадь всех возможных значений координат x и y равна  $H^2$  (при условии, что проекция длины галса L на линию рубежа равна ширине рубежа H).

Обозначим через  $\Delta$  расстояние, на которое не доходит разведчик до границ рубежа. Вероятность обнаружения объекта на рубеже зависит как от величины

 $D_{2}$ , так и от величины  $\Delta$ . При  $\Delta = \frac{H-L}{2} = 0$  вероятность обнаружения объекта на галсе равна

$$p_{l} = \begin{cases} \frac{H^{2} - (H - D_{9})^{2}}{H^{2}} = 1 - \left(1 - \frac{D_{9}}{H}\right)^{2} & \text{при} \quad D_{9} < H; \\ 1 & \text{при} \quad D_{9} \ge H. \end{cases}$$
 (17.5.8)

Если  $0 < \Delta < D_3$ , длина проекции галса разведчика может изменяться в пределах  $H-2D_3 < L < H$ . Тогда из условий обнаружения необходимо исключить участки  $x < \Delta$  и  $x > H-\Delta$ . В этом случае область возможных значений координат x и y равна  $HL = H(H-2\Delta)$ . Объект может быть обнаружен, если координаты x и y лежат в области

$$HL - (L - D_3 + \Delta)^2 = H(H - 2\Delta) - (H - D_3 - \Delta)^2$$
.

Вероятность обнаружения на галсе при  $0 \le \Delta \le D_9$  равна

$$p_{l} = \begin{cases} 1 - \frac{\left(1 - \frac{D_{9} + \Delta}{H}\right)^{2}}{1 - \frac{2\Delta}{H}} & \text{при } D_{9} < H - \Delta; \\ 1 & \text{при } D_{9} \ge H - \Delta. \end{cases}$$
 (17.5.9)

При  $\Delta \geq D_{\scriptscriptstyle 3}$  нет краевого уменьшения эффективной ширины поиска и вероятность обнаружения на галсе равна

$$p_l = \begin{cases} \frac{2D_3}{H} & \text{при } 2D_3 < H; \\ 1 & \text{при } 2D_3 \ge H. \end{cases}$$

$$(17.5.10)$$

Определение вероятности  $p_l$  обнаружения объекта на галсах разведчика, перпендикулярных линии рубежа, покажем для случая  $\Psi = \pi/2$ . Из (17.5.4)—(17.5.9) можем получить

$$p_{l} = \begin{cases} \frac{2D_{\rm p}}{H} \frac{\left|v_{\rm p} - v_{\rm o}\right|}{v_{\rm o}} & \text{при} & 2D_{\rm p} < H \frac{v_{\rm o}}{\left|v_{\rm p} - v_{\rm o}\right|}; \\ 1 & \text{при} & 2D_{\rm p} \ge H \frac{v_{\rm o}}{\left|v_{\rm p} - v_{\rm o}\right|}. \end{cases}$$
(17.5.11)

(индексы l в правой части формул для краткости опущены).

На циркуляциях разведчика можно положить  $v_p = 0$  и считать, что

$$p_l = \begin{cases} \frac{2D_{\rm p}}{H} & \text{при } 2D_{\rm p} < H; \\ 1 & \text{при } 2D_{\rm p} \ge H. \end{cases}$$

$$(17.5.12)$$

По этой же формуле можно определить вероятность обнаружения объекта на рубеже для с т а ц и о н а р н ы х с и с т е м .

Итак, известны способы определения вероятности обнаружения объекта на галсах разведчика всех трех возможных типов и стационарными системами. Далее необходимо использовать выражение (17.5.1) для вычисления вероятности обнаружения объекта при заданном характере маневрирования разведчика на рубеже.

# 17.5.2. Разработка модели поиска объекта одним разведчиком при нормальном законе распределения места объекта на эшелоне рубежа

**Постановка задачи.** Объект предварительно был обнаружен, и были определены его генеральный курс и скорость движения. Дальнейшее наблюдение за ним не велось. Разведчик маневрирует впереди по курсу объекта и занимает свое место на рубеже с круговой срединной ошибкой  $E_{\rm p}$ . Круговая срединная ошибка в месте объекта равна  $E_{\rm o}$ . В процессе поиска разведчик может маневрировать контркурсом либо курсом, перпендикулярным генеральному курсу объекта. Средства поиска используются непрерывно. Объект, попавший в зону наблюдения разведчика, обнаруживается с вероятностью получения контакта  $p_{\rm k}$ . Дальности взаимного обнаружения  $D_{\rm p}$  и  $D_{\rm o}$  могут изменяться по нормальному закону со срединными круговыми

ошибками  $E_{\rm p}'$  и  $E_{\rm o}'$  для разведчика и объекта соответственно. Если объект первым обнаружит разведчика, то он осуществляет маневр уклонения, после чего продолжает движение и прорывает рубеж. При действии нескольких разведчиков их зоны наблюдения не пересекаются.

Цель поиска — обнаружение объекта. Цель моделирования — выявление закономерностей обнаружения объекта в зависимости от способа маневрирования разведчика и его расположения относительно генерального курса объекта.

**Разработка модели.** В качестве показателя эффективности принимается вероятность обнаружения объекта. Рассмотрим два способа маневрирования разведчика — контркурсом (a) и перпендикулярно генеральному курсу объекта  $(\delta)$ .

а) Обозначим через  $x_i$  удаление контркурса i-го разведчика от генерального курса объекта (рис. 17.32). Тогда вероятность обнаружения им объекта составит

$$W^{(i)} = p_{h} \eta \frac{1}{2} \left[ \hat{\Phi} \left( \frac{x_{i} + D_{p}}{\sqrt{E_{p}^{2} + E_{*}^{2}}} \right) - \hat{\Phi} \left( \frac{x_{i} - D_{p}}{\sqrt{E_{p}^{2} + E_{*}^{2}}} \right) \right],$$
(17.5.13)

где  $\eta$  — вероятность того, что дальность  $D_p$  обнаружения разведчиком объекта превзойдет дальность  $D_o$  обнаружения объектом разведчика (см. (17.3.18)).

Формулу (17.5.13) можно использовать и для случая неподвижного разведчика: буя, стационарной системы и т. д. В этом случае  $x_i$  есть удаление неподвижного разведчика от выявленного генерального курса объекта.

б) Обозначим через  $a_i$ ,  $b_i$  координаты точек поворотов разведчика (рис. 17.33). Для определения вероятности  $W^{(i)}$  обнаружения объекта разведчиком необходимо найти композицию двух независимых законов распределения: распределения места объекта на линии рубежа (нормальный закон) и места разведчика на этот момент между точками  $a_i$ ,  $b_i$  (равновероятный закон). Можно доказать (см., например, [6]), что вероятность  $W^{(i)}$  при этом найдется из выражения

$$\begin{split} W^{(i)} = & \frac{E}{2(b_{_{i}} - a_{_{i}})} [\alpha_{_{i}} \hat{\Phi}(\alpha_{_{i}}) - \beta_{_{i}} \hat{\Phi}(\beta_{_{i}}) - \gamma_{_{i}} \hat{\Phi}(\gamma_{_{i}}) + \delta_{_{i}} \hat{\Phi}(\delta_{_{i}}) + \\ & + \frac{1}{\rho \sqrt{\pi}} (e^{-\rho^{2}\alpha_{_{i}}^{2}} - e^{-\rho^{2}\beta_{_{i}}^{2}} - e^{-\rho^{2}\gamma_{_{i}}^{2}} + e^{-\rho^{2}\delta_{_{i}}^{2}})], \end{split} \tag{17.5.14}$$

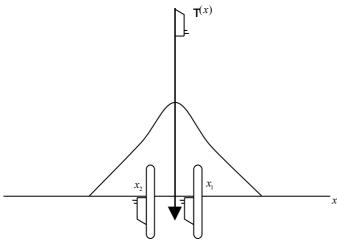
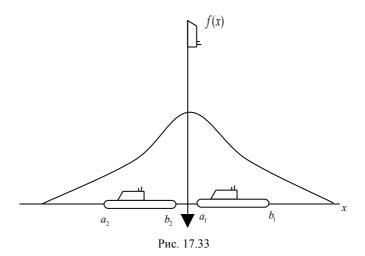


Рис. 17.32

где

$$= \sqrt{E_p^2 + E_o^2}.$$

Целесообразно теперь на примере рассмотренных в пп. 17.5.1 и 17.5.2 моделей показать, что есть что с точки зрения структуры СМО АСУ (ЭВТ) и с учетом терминологии  $\S 2.5$ . Модели для определения вероятностей  $W^{(i)}$  обнаружения разведчиком объекта (см. (17.5.1), (17.5.13), (17.5.14)) являются блоками моделей поиска одним разведчиком одного объекта. Машинные программы этих блоков есть модули программного обеспечения, необходимого для моделирования на ЭВМ процессов поиска



объектов на рубеже. Модели для определения вероятностей обнаружения объектов на галсах разведчика *l*-го типа (см. (17.5.8)—(17.5.12)) являются частными блоками. Их машинные программы выступают стандартными процедурами. Стандартными процедурами для моделирования поиска на рубеже выступают также процедуры вычисления функций Лапласа (см. (17.5.13), (17.5.14)). В зависимости от условий поиска и целей моделирования все указанные выше блоки моделей и модули могут использоваться автономно, являясь в таком случае самостоятельными моделями, но могут использоваться как элементы (блоки и модули) более сложных математических и программных конструкций. Ниже будет изложено их использование для моделирования поиска объектов группой разведчиков на одном эшелоне рубежа, а затем группами взаимодействующих разведчиков на нескольких эшелонах.

# 17.5.3. Разработка моделей поиска и поражения объектов противника группой разведчиков на эшелоне рубежа 1-го типа (при равновероятном распределении места пересечения объектами линий эшелона)

Эффективность поиска и поражения объекта группой разведчиков на одном эшелоне (линии) рубежа зависит не только от числа разведчиков, их тактикотехнических характеристик, протяженности эшелона, но и от распределения

разведчиков на линии рубежа. Оптимальное же (рациональное) распределение протяженности участков, выделяемых будет зависеть ОТ различным разведчикам, характера противодействия противника разведчикам, возможности своевременного занятия каждым из разведчиков назначенного ему эшелоне, продолжительности выполнения разведчиком участка поставленной задачи, характера маневрирования разведчиков и объектов, особенностей используемой ими аппаратуры поиска. Математическая модель должна позволить учесть эти факторы для обоснования распределения разведчиков на эшелоне.

При равновероятном законе распределения места пересечения объектом (объектами) эшелона рубежа оптимальными являются такие распределения разведчиков на линии эшелона и характер их маневрирования, при которых вероятности обнаружения объекта всеми разведчиками равны между собой. Тогда вероятность обнаружения объекта на эшелоне равна вероятности его обнаружения одним разведчиком.

Если разведчики однотипны, а условия поиска по всей линии эшелона одинаковы, то оптимальным является равномерное распределение разведчиков на линии (см. § 13.3). Если же разведчики разнотипны либо при однотипных разведчиках различны условия поиска на различных участках линии (например, из-за гидрологических условий), то оптимальным является распределение разведчиков на эшелоне, пропорциональное эффективной ширине  $2D_3^{(i)}$  поиска объекта і-м разведчиком. Указанное правило справедливо, если для всех разведчиков одинаковы боевая устойчивость, вероятность своевременного занятия назначенного участка, продолжительность выполнения задачи. В противном случае необходимо обосновать такое распределение разведчиков, при котором одинаковы вероятности обнаружения объекта каждым из разведчиков с учетом указанных факторов. При этом задача распределения разведчиков на линии рубежа является задачей, в которой сочетаются творческие и формальные процессы так, как это изложено в § 2.3. Однако, во всех случаях необходимо уметь моделировать поиск на эшелоне объекта при заданных различным разведчикам участках поиска.

**Постановка задачи.** Одиночный объект противника может осуществить прорыв j-го эшелона 1-го типа в интервале времени  $[T_{{\rm H}\,j},\,T_{{\rm OK}\,j}]$ . Протяженность эшелона равна  $H_i$ . Момент времени прорыва в указанном его интервале, а также

координата точки прорыва в интервале  $[0, H_j]$  распределены по закону равной вероятности.

На эшелон назначены  $n_j$  однотипных разведчиков. Каждому из них выделен участок протяженностью  $H_j^{(i)}$   $(i=1,\ 2,...,n_j)$ . Разведчики могут занимать назначенные им участки заблаговременно, до момента времени  $T_{{}_{\!\!\!\text{H}\, j}}$ . Но возможно, что их выдвижение на эшелон будет осуществляться по данным обнаружения противника силами других эшелонов или соседями. В этом последнем случае своевременность занятия разведчиками эшелона, эффективность взаимодействия сил различных эшелонов зависят от эффективности функционирования системы управления силами.

Математическая модель необходима для оценки вероятности обнаружения (поражения) объекта противника на j-м эшелоне 1-го типа с учетом указанных условий и допущений (см. также п. 17.5.1), выявления сильных и слабых мест в способе действий сил на эшелоне. Структура модели должна позволить использовать ее как модуль при формировании модели действий сил на рубеже, который состоит из нескольких эшелонов.

**Разработка модели.** Обозначим через  $w^{(i)}(t)$  (индексы j далее опущены) вероятность обнаружения i-м разведчиком объекта к моменту времени t ( $T_{\rm H} < t < T_{\rm OK}$ ). В общем случае можем записать

$$w^{(i)}(t) = P(H^{(i)}) \int_{T_{ii}}^{t} f_i(t_p) dt_p \int_{t_p}^{t} dW^{(i)}(\tau),$$
(17.5.15)

где  $P(H^{(i)})$  — вероятность гипотезы: объект пересечет j-й эшелон на i-м участке;  $f_i(t_p)$  — плотность вероятности времени  $t_p$  занятия i-м разведчиком своего участка;  $W^{(i)}(\tau)$  — условная вероятность обнаружения i-м разведчиком объекта, который пересекает эшелон после момента времени  $t_p(t_p \le \tau \le t)$ .

Рассмотрим способы определения параметров, составляющих выражение (17.5.15), с учетом сделанных допущений и  $t=T_{\rm ok}$ .

При равновероятном законе распределения точек пересечения объектом эшелона можем записать

$$P(H^{(i)}) = \begin{cases} \frac{H^{(i)}}{H} & \text{при } \frac{H^{(i)}}{H} < 1; \\ 1 & \text{при } \frac{H^{(i)}}{H} \ge 1. \end{cases}$$
 (17.5.16)

Определим теперь методику вычисления остальных параметров в формуле (17.5.15). Способы поиска разведчиком объекта на эшелоне 1-го типа (см. п. 17.5.1) позволяют рассматривать вероятность  $W^{(i)}(t)$  обнаружения объекта как условную вероятность, вычисляемую при условии, что i-й разведчик занял свой участок своевременно. Поэтому следует рассмотреть раздельно события "своевременное занятие разведчиком участка" и "обнаружение объекта разведчиком, своевременно занявшим участок", а также способы определения вероятностей этих событий.

Обозначим через  $I_1^{(i)}$  вероятность своевременного занятия i-м разведчиком назначенного участка на эшелоне 1-го типа. Если разведчик занимает участок заблаговременно (до момента времени  $I_{\mathrm{H}\,j}$ ), то  $I_1^{(i)}=1$ . В противном случае возможно, что  $I_1^{(i)}<1$ . Вероятность  $I_1^{(i)}$  при этом будет зависеть от двух случайных величин:

- времени занятия разведчиком своего участка  $X_{\rm p}^{(i)}$ , которое в свою очередь будет определяться моментом времени получения разведчиком приказания о занятии участка и временем, необходимым для занятия участка;
- времени  $Y_0^{(j)}$  пересечения объектом j-го эшелона, определяемого отстоянием j-го эшелона от эшелона, где будет обнаружен объект, и скоростью объекта.

Очевидно, что в рассматриваемых условиях обнаружение объекта может состояться, если  $X_{\rm p}^{(i)} < Y_{\rm o}^{(j)}$  или, что то же самое, если  $X_{\rm p}^{(i)} - Y_{\rm o}^{(j)} < 0$ . Вероятность указанного соотношения между  $X_{\rm p}^{(i)}$  и  $Y_{\rm o}^{(j)}$  и есть искомая вероятность  $I_{\rm 1}^{(i)}$ .

Рассмотрим способ вычисления вероятности  $I_{\rm l}^{(i)}$ . Каждая из случайных величин  $X_{\rm p}^{(i)}$  и  $Y_{\rm o}^{(j)}$  является результатом сложения многих случайных величин и может считаться распределенной по нормальному закону. Закон

распределения их разности  $(X_{\rm p}^{(i)}-Y_{\rm o}^{(j)})$  как результат композиции двух законов распределения еще ближе к нормальному, чем каждый из указанных законов в отдельности. Поэтому для определения вероятности  $I_1^{(i)}==P[(X_{\rm p}^{(i)}-Y_{\rm o}^{(j)})<0]$  можно использовать формулу функции распределения случайной величины, подчиняющейся нормальному закону распределения.

Введем в рассмотрение величины:  $\bar{\tau}_{pj}^{(i)}$  — математическое ожидание времени занятия i-м разведчиком своего участка по данным обнаружения объекта силами других эшелонов;  $\bar{t}_{o}^{(j)}$  — математическое ожидание момента времени пересечения объектом линии j-го эшелона;  $\sigma_{pj}^{(i)}$  — среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X_{p}^{(i)}$ ;  $\sigma_{j}$  — среднее квадратическое отклонение случайной величины  $Y_{o}^{(j)}$ .

Можем записать:

$$I_{1}^{(i)} = P[(X_{p}^{(i)} - Y_{o}^{(j)}) < 0] = \frac{1}{2} \left[ 1 + \Phi \left( \frac{\bar{t}_{o}^{(j)} - \bar{\tau}_{pj}^{(i)}}{\sqrt{(\sigma_{pj}^{(i)})^{2} + (\sigma_{j})^{2}}} \right) \right].$$
 (17.5.17)

Покажем теперь способы вычисления параметров  $\bar{\tau}_{pj}^{(i)}$ ,  $\bar{t}_{o}^{(j)}$ ,  $\sigma_{pj}^{(i)}$ ,  $\sigma_{j}$ , элементы обстановки, которые при этом необходимо учитывать.

Вычисление  $au_{pj}^{(i)}$ . Будем считать, что данные о противнике, необходимые для управления с КП силами j-го эшелона, добываются с вероятностями  $w_k$  разведчиками предыдущих k-х эшелонов либо внешним источником информации (k=0), передаются на КП с вероятностями  $r_{\text{св}k}$ , а с КП на i-й разведчик рассматриваемого j-го эшелона — с вероятностями  $p_{\text{св}k}^{(i)}$ ; математическое ожидание времени прохождения командной информации на i-й разведчик j-го эшелона по данным сил именно k-го эшелона составляет  $t_k^{(i)}$ , а условное математическое ожидание времени, необходимого i-му разведчику для занятия своего места на j-м эшелоне, равно при этом  $t_3^{(i)}$ .

Пусть на k-м эшелоне действуют  $n_k$  разнотипных разведчиков ( $s=1,2,...,n_k$ ). Обнаружение каждым из них объекта — события несовместные (см. пп. 17.5.1, 17.5.2). Поэтому вероятность получения на КП данных от сил k-го эшелона, необходимых для управления силами последующих эшелонов, составит

$$w_k r_{\text{CB}k} = \sum_{s=1}^{n_k} w_k^{(s)} r_{\text{CB}k}^{(s)}$$
 (17.5.18)

для мирного времени и

$$w_k r_{\text{CB}k} = \sum_{s=1}^{n_k} w_k^{(s)} (1 - p_{\text{II}}^{(s)}) r_{\text{CB}k}^{(s)}$$
(17.5.19)

для условий боевых действий.

Если разведчики k-го эшелона однотипны, а условия при выполнении ими задач одинаковы, то вместо (17.5.18), (17.5.19) будем иметь

$$w_k r_{\text{CB}k} = n_k w_k^{(s)} r_{\text{CB}k}^{(s)}; \quad w_k r_{\text{CB}k} = n_k w_k^{(s)} (1 - p_{\text{II}}^{(s)}) r_{\text{CB}k}^{(s)},$$

где  $p_{\rm n}^{(s)}$  — вероятность поражения s-м разведчиком обнаруженного объекта на k-м эшелоне. Тогда математическое ожидание времени  $\bar{\tau}_{\rm p,j}^{(i)}$  занятия i-м разведчиком своего участка на j-м эшелоне определится по формуле

$$\overline{\tau}_{\mathrm{p}j}^{(i)} = w_0 r_{\mathrm{CB}0} p_{\mathrm{CB}0}^{(i)} (t_0^{(i)} + t_3^{(i)}) + \\ + \sum_{k=1}^{j-1} \left\{ \left[ \prod_{s=0}^{k-1} (1 - w_s r_{\mathrm{CB}s} p_{\mathrm{CB}s}^{(i)}) w_k r_{\mathrm{CB}k} p_{\mathrm{CB}k}^{(i)} \right] (t_k^{(i)} + t_3^{(i)}) \right\} + \left[ \prod_{k=0}^{j-1} (1 - w_k r_{\mathrm{CB}k} p_{\mathrm{CB}k}^{(i)}) T_{\mathrm{OR}} \right].$$

$$(17.5.20)$$

Выражение в первых квадратных скобках есть вероятность того, что данные о противнике будут получены от сил именно k-го эшелона.

Вычисление  $\bar{t}_{\mathrm{o}}^{(j)}$ :

$$\bar{t}_{o}^{(j)} = \frac{1}{v_{o}} \sum_{k=0}^{j-1} S_{k}, \qquad (17.5.21)$$

где  $v_0$  — скорость объекта на рубеже;  $S_k$  — расстояние между линиями k-го и (k+1)-го эшелонов (напомним, что k=0 присваивается соседям).

Вычисление  $\sigma_{pj}^{(i)}$ . Среднее квадратическое отклонение  $\sigma_{pj}^{(i)}$  случайной величины  $X_{pj}^{(i)}$  — времени занятия своего района i-м разведчиком j-го эшелона — является условным и вычисляется для условия, что данные о противнике на КП получены и разведчику переданы:

$$\sigma_{pj}^{(i)} = \frac{1}{V_j^{(i)}} \left\{ w_0 r_{\text{CB}0}^{(i)} \sigma_{0j}^{(i)} + \sum_{k=1}^{j-1} \left[ \prod_{s=0}^{k-1} (1 - w_s r_{\text{CB}s} p_{\text{CB}s}^{(i)}) w_k r_{\text{CB}k} p_{\text{CB}k}^{(i)} \right] \sigma_{kj}^{(i)} \right\},$$
(17.5.22)

где  $V_{j}^{(i)}$  — вероятность получения i-м разведчиком приказания о занятии назначенного ему участка,

$$V_j^{(i)} = 1 - \prod_{k=0}^{j-1} (1 - w_k r_{\text{CB}k} p_{\text{CB}k}^{(i)}),$$

 $\frac{1}{V_j^{(i)}} \Biggl[\prod_{s=0}^{k-1} (1-w_s r_{\text{св}s} p_{\text{св}s}^{(i)}) \times w_k r_{\text{св}k} p_{\text{св}k}^{(i)}\Biggr]$  — условная вероятность того, что наведение i-го разведчика будет осуществляться именно по данным обнаружения объекта силами k-го эшелона;  $\sigma_{kj}^{(i)}$  — среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X_{kj}^{(i)}$  — времени прохождения на i-й разведчик приказания о занятии участка на j-м эшелоне по данным обнаружения объекта силами k-го эшелона и времени занятия им участка. При определении  $\sigma_{kj}^{(i)}$  может быть также учтена и ошибка во времени прибытия разведчика на j-й эшелоне из-за гидрометеоусловий, противодействия противника и т. д.

Вычисление  $\sigma_j$ . Среднее квадратическое отклонение  $\sigma_j$  случайной величины  $Y_{0,j}$  — расчетного времени пересечения объектом линии эшелона — зависит от того, по данным каких сил осуществляется наведение разведчика. Этот параметр также вычисляется как условный, если наведение разведчика будет осуществляться именно по данным сил 1-го, 2-го, ..., k-го эшелонов:

$$\sigma_{j} = \frac{1}{V_{j}^{(i)}} \left\{ w_{0} r_{\text{CB}0} p_{\text{CB}0}^{(i)} \sigma_{0j} + \sum_{k=1}^{j-1} \left[ \prod_{s=0}^{k-1} (1 - w_{s} r_{\text{CB}s} p_{\text{CB}s}^{(i)}) w_{k} r_{\text{CB}k} p_{\text{CB}k}^{(i)} \right] \sigma_{kj} \right\},$$

$$(17.5.23)$$

где  $\sigma_{kj}$ — средняя квадратическая ошибка расчетного времени пересечения объектом линии j-го эшелона, если наведение i-го разведчика осуществляется по данным сил k-го эшелона. Величина этой ошибки зависит от точности определения места объекта и параметров его движения по данным сил k-го эшелона, а также от расстояния (времени движения объекта) между k-м и j-м эшелонами.

Что же касается условной вероятности  $W^{(i)}(t)$  обнаружения объекта разведчиком, своевременно занявшим свой участок, то в условиях поставленной задачи она постоянная  $(W^{(i)}(t) = W^{(i)})$  и может быть определена способами, изложенными в п. 17.5.1.

Итак,

$$w_j^{(i)} = P(H_j^{(i)})I_1^{(i)}W^{(i)}. (17.5.24)$$

Учитывая, что обнаружения одного объекта различными разведчиками эшелона есть события несовместные, для определения вероятности обнаружения объекта на *j*-м эшелоне получим выражение

$$w_j = \sum_{i=1}^{n_j} w_j^{(i)}, (17.5.25)$$

а для вероятности его поражения —

$$r_j = \sum_{i=1}^{n_j} w_j^{(i)} p_{\pi}^{(i)}. \tag{17.5.26}$$

Пусть теперь эшелон последовательно через достаточно большие промежутки времени пересекают N объектов. Математическое ожидание числа обнаруженных  $m_{0\,j}$  и пораженных  $m_{1\,j}$  объектов на j-м эшелоне составит соответственно

$$m_{oj} = Nw_j; (17.5.27)$$

$$m_{nj} = Nr_j. \tag{17.5.28}$$

Может возникать необходимость в разработке моделей для определения вероятности поражения объекта, учитывающих, например, процесс преследования обнаруженного объекта, наведения на него ударных групп (расположенных на рубеже или резервных) и т. д. Такие модели разрабатываются с использованием методов, изложенных в § 17.2—17.4, в гл. 18, и отдельно здесь не рассматриваются.

В ряде случаев возникает необходимость учета зависимости в действиях  $n_j$  разведчиков или средств обнаружения i-го участка j-го эшелона. Для определенности рассмотрим случай поиска подводной лодки на барьере из  $n_j^{(i)}$  гидроакустических буев, выставляемых и контролируемых самолетом или кораблем. Сделаем допущения: буи действуют в одинаковых условиях; их зоны наблюдения не пересекаются, все буи выставляются либо только до (с вероятностью  $I_1^{(i)}$ ), либо только после (с вероятностью  $1-I_1^{(i)}$ ) прохождения через эшелон подводной лодки противника. Тогда вместо (17.5.22) можем записать

$$W_j^{(i)} = P(H_j^{(i)}) I_1^{(i)} n_j^{(i)} W^{(i)} P_{\text{\tiny KT}}.$$

где  $P_{\mbox{\tiny KT}}$  — вероятность успешных контролирующих действий самолета (корабля).

# 17.5.4. Разработка моделей поиска и поражения объектов группой разведчиков на эшелоне рубежа 2-го типа (при нормальном законе распределения мест пересечения объектами линии эшелона)

**Постановка задачи.** Объект противника может пересечь j-й эшелон в интервале времени [ $T_{\rm H}$  j,  $T_{\rm O}$   $\kappa_j$ ]. Момент времени пересечения объектом эшелона распределен в этом интервале по закону равной вероятности. Разведчики, имеющие задачу обнаружить объект, могут развертываться на эшелон только по данным обнаружения объекта противника силами других эшелонов или (и) соседями. Эти силы способны выявить место и генеральный курс (ГК) объекта с ошибками, распределенными по нормальному закону. Объект движется с

постоянной скоростью  $v_0$ , при которой дальность обнаружения объектом разведчика равна  $D_0$ , а срединное отклонение этой дальности  $E'_0$ .

В сектор возможных курсов противника вводится  $n_i$  однотипных разведчиков. Математическое ожидание времени, необходимого i-му разведчику для выполнения полученного приказания о занятии назначенной позиции, составляет  $t_3^{(i)}$ . Считается, что разведчик способен обнаружить объект, если он займет позицию раньше, чем объект пересечет линию эшелона. Математическое ожидание дальности действия средств обнаружения разведчиком объекта составляет  $D_{\rm p}$ , срединное отклонение этой дальности равно  $E_{\rm p}'$ , срединная ошибка в занятии позиции  $E_{\rm p}$ .

Все  $n_i$  разведчиков маневрируют в заданных позициях единообразно — курсами перпендикулярными или параллельными ГК объекта. В первом случае каждому i-му разведчику задаются координаты  $a_i$ ,  $b_i$  границ отведенного участка, во-втором — координаты  $x_i$  отстояния галса от ГК объекта (см. рис. 17.32, 17.33). Зоны наблюдения разведчиков не пересекаются. Своевременность занятия разведчиком эшелона зависит от эффективности функционирования системы управления силами на рубеже. С началом военных действий объект может поражаться с вероятностью  $p_{\pi j}^{(i)}$ .

Математическая модель необходима для определения вероятности обнаружения (поражения) объекта с учетом факторов, указанных в постановке задачи, выявления сильных и слабых мест в способе действий сил на эшелоне. Структура модели должна позволить использовать ее в качестве модуля при формировании модели действий сил на рубеже, который состоит из нескольких эшелонов.

**Разработка модели.** Модель должна учитывать, что для обнаружения объекта одним из разведчиков j-го эшелона 2-го типа должны произойти следующие события:

- разведчики должны своевременно занять отведенные им участки на эшелоне;
- объект должен проследовать через один из участков и попасть в зону обнаружения соответствующего разведчика.

Обозначим, как и ранее, через  $w_j^{(i)}$  вероятность обнаружения объекта i-м разведчиком на j-м эшелоне (учитывая, однако, что в данном случае имеет место эшелон 2-го типа). Можем записать

$$w_j^{(i)} = I_2^{(i)} W^{(i)}, (17.5.29)$$

где  $I_2^{(i)}$  — вероятность своевременного занятия i-м разведчиком назначенного ему участка на эшелоне 2-го типа;  $W^{(i)}$  — условная вероятность обнаружения объекта i-м разведчиком, вычисленная при условии, что разведчик своевременно занял назначенный ему участок.

Вероятность  $I_2^{(i)}$  вычисляется аналогично тому, как вычисляется вероятность  $I_1^{(i)}$  (см. (17.5.17)—(17.5.23)). Отличие заключается в том, что на эшелоне 2-го типа разведчик не может занять участок заблаговременно, и это обстоятельство не может быть причиной того, что вероятность  $I_2^{(i)}$  будет равна единице.

Перейдем теперь к рассмотрению способов определения вероятностей  $W^{(i)}$  обнаружения объекта i-м разведчиком на эшелоне 2-го типа, если разведчик своевременно занял назначенный ему участок. В зависимости от способа маневрирования разведчика эта вероятность определяется по формулам (17.5.13), (17.5.14). Укажем только способ вычисления условного срединного отклонения  $E_{\rm o}^{(j)}$  (от выявленного генерального курса объекта) точки пересечения объектом линии j-го эшелона с учетом возможностей системы управления силами на рубеже:

$$E_{o}^{(j)} = \frac{1}{V_{j}^{(i)}} \left\{ w_{0} r_{\text{CB}0} p_{\text{CB}0}^{(i)} E_{0j} + \sum_{k=1}^{j-1} \left[ \prod_{s=0}^{k-1} (1 - w_{s} r_{\text{CB}s} p_{\text{CB}s}^{(i)}) w_{k} r_{\text{CB}k} p_{\text{CB}k}^{(i)} \right] E_{kj} \right\},$$

$$(17.5.30)$$

где  $E_{kj}=\mathrm{tg}E_k\sum_{u=k}^{j-1}s_u$  — срединное отклонение точки пересечения объектом линии j-го эшелона (по данным обнаружения объекта силами k-го эшелона) от точки пересечения этого эшелона выявленным генеральным курсом объекта;  $E_k$ 

— срединная ошибка в курсе объекта по данным его обнаружения силами k-го эшелона $^*$ .

Итак, рассмотрен способ вычисления вероятности  $w_j^{(i)}$  обнаружения объекта одним разведчиком на рубеже 2-го типа. Если число разведчиков на j-м эшелоне равно  $n_j$  и разведчики (средства обнаружения) действуют независимо, то вероятность обнаружения объекта

$$w_j = \sum_{i=1}^{n_j} w_j^{(i)}, (17.5.31)$$

а вероятность поражения

$$r_j = \sum_{i=1}^{n_j} w_j^{(i)} p_{\pi}^{(i)}. \tag{17.5.32}$$

Если эшелон последовательно через достаточно большие промежутки времени пересекают N объектов, то математическое ожидание числа обнаруженных  $m_{\rm o}$  и пораженных  $m_{\rm n}_{j}$  объектов на j-м эшелоне (при независимом действии разведчиков) составит

$$m_{0j} = Nw_j;$$
 (17.5.33)

$$m_{\pi j} = Nr_j. \tag{17.5.34}$$

Отдельного рассмотрения заслуживает случай зависимости в действиях разведчиков или средств обнаружения на эшелоне 2-го типа. Типичный пример — действия противолодочного самолета, который выставляет и затем контролирует гидроакустические буи в секторе выявленных курсов подводной лодки. Если сделать допущение, что с вероятностью  $I_2$  самолет успевает до прохождения подводной лодки выставить все  $n_j$  буев, а с вероятностью  $1-I_2$  не выставляет ни одного буя, то вероятность обнаружения подводной лодки составит

$$w_j = I_2 \sum_{i=1}^{n_j} W_j^{(i)} P_{\text{\tiny KT}}, \tag{17.5.35}$$

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Читателям предлагается самостоятельно разработать способ учета в формуле (17.5.30) ошибок в определении места объекта разведчиками различных эшелонов.

где  $W_j^{(i)}$  — вероятность обнаружения подводной лодки по данным i-го буя, определяемая по формуле (17.5.13),  $P_{\rm kt}$  — вероятность успешных контролирующих действий самолета.

После этого вероятность поражения подводной лодки в простейшем (с точки зрения математического моделирования) случае определится по формуле

$$r_{j} = W_{j} p_{\pi j}, \tag{17.5.36}$$

где  $P_{\pi j}$  — вероятность поражения подводной лодки по данным обнаружения ее гидроакустическим буем.

Ограничим этим рассмотрение методов разработки блоков математических моделей различных типов эшелонов рубежей. Предлагаем читателям самостоятельно выявить другие типы эшелонов и разработать модели их функционирования (т. е. блоки для моделирования действий сил на рубеже). Обратим лишь внимание читателей, что в пп. 17.5.1—17.5.4 были рассмотрены методы моделирования действий на участках рубежа одиночных разведчиков. Если поиск осуществляется поисковыми группами, однородными либо разнородными, то можно рекомендовать два способа учета в моделях состава и действий сторон.

Первый способ соответствует ситуации, когда цели моделирования можно добиться, интерпретируя действия группы как действия одиночного разведчика с поисковой производительностью группы. Обычно это возможно, если группа обладает преимуществом перед объектом в дальности обнаружения либо вероятность такого преимущества может быть отражена методом, изложенным в п. 17.3.1.

Второй способ соответствует ситуации, когда при достижении цели моделирования указанная интерпретация действий группы невозможна. Типичными примерами являются необходимость учета в модели различных вариантов взаимодействия поисковых и ударных единиц группы, прогнозирования вариантов действий противника в различных условиях обстановки, в том числе при упреждающем обнаружении противником группы. Тогда действия группы и объекта предстают как случайный процесс, для моделирования которого могут быть использованы уравнения Колмогорова или метод статистических испытаний (в сочетании с методами теории игр или (и) статистических решений для раскрытия неопределенности относительно

выбора сторонами вариантов действий в различных условиях обстановки). Результаты моделирования используются далее для интерпретации действий группы, как и при первой ситуации.

Сказанное полезно иметь в виду и при моделировании поиска объектов в районе.

#### 17.5.5. Методы учета в моделях противодействия противника силам поиска на рубеже

Как и в случае моделирования действий сил поиска в районе, методы учета противодействия противника силам на рубеже зависят от состава сил и средств сторон, способов их применения, а также от целей моделирования. Противодействие противника учитывается при моделировании процессов поиска на каждом эшелоне. Вначале изложим учет возможности поражения разведчиков, а затем мероприятий РЭБ противника.

Рассмотрим следующие ситуации.

1. Поиск на эшелоне осуществляют одиночные разведчики. Противник наносит по силам на эшелоне удары в дискретные моменты времени  $t_1, t_2, ..., t_m, ..., t_M$ , где m — порядковый номер удара.

Обозначим через  $Q_j^{(i)}(t_m)$  вероятность непоражения i-го разведчика в результате m ударов. Тогда вероятность обнаружения объекта i-м разведчиком к моменту времени  $T(T>T_M \le T_{\odot \mathbb{R}})$  на j-м эшелоне 1-го или 2-го типов соответственно найдем по формулам:

$$w_{j}^{(i)}(T) = P(H_{j}^{(i)})I_{1}^{(i)} \left[ \sum_{m=1}^{M} Q_{j}^{(i)}(t_{m-1})W_{j}^{(i)}(t_{m-1},t_{m}) + Q_{j}^{(i)}(t_{M})W_{j}^{(i)}(t_{M},T) \right];$$

$$(17.5.37)$$

$$w_{j}^{(i)}(T) = I_{2}^{(i)} \left[ \sum_{m=1}^{M} Q_{j}^{(i)}(t_{m-1})W_{j}^{(i)}(t_{m-1},t_{m}) + Q_{j}^{(i)}(t_{M})W_{j}^{(i)}(t_{M},T) \right];$$

$$(17.5.38)$$

где  $W_j^{(i)}(t_{m-1},t_m)$ — вероятность обнаружения разведчиком объекта в промежутке времени  $(t_{m-1},t_m)$  между (m-1)-м и m-м ударами противника, которая определяется методами, изложенными в пп. 17.5.1, 17.5.2. В условиях поставленной в пп. 17.5.3, 17.5.4 задачи

$$W_j^{(i)}(t_{m-1}, t_m) = W_j^{(i)} \frac{t_m - t_{m-1}}{T_{\text{OK}j} - T_{\text{H}j}}.$$

При m=0 величина  $Q_j^{(i)}(t_0)$  принимается равной 1 (или равной выявленной вероятности сохранения разведчиком боеспособности к началу рассматриваемого процесса).

После определения вероятности  $w_j^{(i)}(T)$  обнаружения объекта i-м разведчиком вычисляется вероятность обнаружения объекта силами j-го эшелона, а далее — вся система показателей эффективности действия сил на рубеже.

2. Поиск объекта на l-м участке эшелона (или на всем j-м эшелоне) осуществляют  $n_j^{(l)}$  однотипных разведчиков. Противник в дискретные моменты времени наносит M ударов по объекту, от которого зависят действия сразу всех разведчиков (о случае зависимого действия разведчиков см. пп. 17.5.3, 17.5.4). Например, противник может поразить корабль, самолет, обслуживающие барьер из  $n_j^{(l)}$  акустических буев, узел связи, обеспечивающий связь с  $n_j^{(l)}$  подводными лодками, и т. д.

Обозначим (индекс j опущен):  $Q^{(l)}(t_m)$ — вероятность сохранения боеспособности объектом, который обеспечивает функционирование  $n^{(l)}$  разведчиков, после m ударов противника;  $I_n^{(l)}$ — вероятность своевременного занятия l-го участка рубежа n-го типа всеми разведчиками (например, своевременной постановки буев). Тогда вместо выражений (17.5.37), (17.5.38) для определения вероятности  $w^{(i)}(T)$  получим:

$$w^{(i)}(T) = I_1^{(l)} P_{\text{KT}} \left\{ \sum_{m=1}^{M} \left[ Q^{(l)}(t_{m-1}) \sum_{i=1}^{n^{(l)}} P(H^{(l)}) W^{(i)}(t_{m-1}, t_m) \right] + \sum_{i=1}^{n^{(l)}} P(H^{(l)}) Q^{(l)}(t_M) W^{(i)}(t_M, T) \right\};$$

$$(17.5.39)$$

$$w^{(i)}(T) = I_2^{(l)} P_{\text{RT}} \left\{ \sum_{m=1}^{M} \left[ Q^{(l)}(t_{m-1}) \sum_{i=1}^{n^{(l)}} W^{(i)}(t_{m-1}, t_m) \right] + \sum_{i=1}^{n^{(l)}} Q^{(l)}(t_M) W^{(i)}(t_M, T) \right\}.$$
(17.5.40)

3. Поиск на одном или нескольких участках рубежа осуществляется группами, состоящими из однотипных или разнотипных разведчиков, взаимодействующих друг с другом (однородные или разнородные ПУГ). Противник наносит удары по группам в дискретные моменты времени.

Для многих целей моделирования (обоснование числа эшелонов, распределение сил на эшелонах, прогнозирование действий противника и т. д.) можно использовать метод динамики средних 2-го типа и считать, что в результате удара состав сил группы не меняется, а меняются поисковая производительность группы, ее ударные, оборонительные, маневренные возможности и т. д. Методы оценки поисковых возможностей групп разведчиков с учетом способов действий противников рассматриваются в специальных пособиях. В некоторых случаях можно площадь зоны обнаружения группой объекта приравнивать к площади круга, а параметр  $D_{\rm p}$  в формулах (17.5.6), (17.5.13), (17.5.14) считать равным радиусу этого круга. Тогда в момент  $t_m$  нанесения противником по группе m-го удара параметр  $D_p$ принимается равным  $D_{\rm p}O(t_{\rm m})$ . Аналогичным образом скорость  $v_{\rm p}$  группы при поиске, вероятность  $p_{\pi}$  поражения обнаруженного объекта и т. д. считаются соответственно равными  $v_pQ(t_m)$ ;  $p_n(t_m)Q(t_m)$  и т. д. В этих выражениях предполагается использовать осредненные вероятности  $Q(t_m)$  поражения разнотипных разведчиков группы. Возможен, однако, учет параметров  $Q^{(i)}(t_m)$ для всех і-х разведчиков группы в моделях, разрабатываемых с целью вычисления параметров  $v_{\rm p}^{(i)}(t_{\rm m}),\; p_{\rm n}^{(i)}(t_{\rm m}),\; D_{\rm p}^{(i)}(t_{\rm m})$  и т. д. после *m*-го удара. После определения подобным образом всех изменяющихся при ударах моделирование противника параметров осуществляется методами, изложенными в пп. 17.5.1—17.5.4.

Способы учета мероприятий РЭБ противника зависят от содержания этих мероприятий. Радиоэлектронное противодействие противника учитывается изменением соответствующих параметров: дальностей  $D_{\rm p}$  действия аппаратуры поиска, надежности  $p_{\rm k}$  ее действия, вероятностей  $r_{\rm cs}$ ,  $p_{\rm cs}$  своевременной передачи информации состояния и управления и т. д. Использование противником

#### 17.5.6. Формирование моделей поиска объектов противника на рубеже, состоящем из эшелонов различных типов

В пп. 17.5.1—17.5.5 были рассмотрены методы формирования моделей поиска и поражения объектов на эшелонах рубежа, названных эшелонами 1-го и 2-го типов. Это блоки, из которых состоят модели поиска объектов на рубеже. Как следует из содержания п. 17.1.3, рассмотренные типы эшелонов и их блоки не являются единственными. Свойственные конкретным соединениям задачи поиска объектов противника (или преодоления противодействия противника) на рубежах, составы сил противника и сил своего соединения, способы их действий, военно-географические условия и т. д. обусловят необходимость выявления эшелонов других типов, разработки соответствующих блоков функционирования (моделей эшелонов различных формирования для ЭВМ библиотеки модулей поиска объектов на этих типах эшелонов. Методы разработки блоков моделей для эшелонов различных типов многом аналогичны изложенным выше, но может потребоваться привлечение различных других методов математического моделирования.

Математическая модель функционирования формируется ("собирается") c помощью управляющей программы из блоков математических моделей функционирования эшелонов различного типа. Такой способ формирования модели обеспечивает, с одной стороны, достаточную оперативность моделирования, с другой — получение моделей, учитывающих структуру рубежа: число эшелонов, их взаимное расположение, тип и свойства различных эшелонов, состав сил на эшелонах, способы действий сил, характер взаимодействия между эшелонами, влияние на это взаимодействие системы управления силами, состава и способов действий сил противника (в том числе противодействие силам поиска), военно-географические условия.

Особого внимания заслуживает вопрос отображения в модели важнейшего фактора, обусловливающего эффективность функционирования рубежа, — взаимодействия между силами различных его эшелонов. Математически это взаимодействие отражается взаимосвязью между блоками моделей различных

эшелонов рубежа. Для эшелонов рассмотренных 1-го и 2-го типов эта связь осуществляется через параметры  $\bar{\tau}_{pj}^{(i)}, \bar{t}_{o}^{(j)}, I_{1}^{(i)}, I_{2}^{(i)}, \sigma_{pj}^{i}, \sigma_{j}, E_{o}^{j}$ , которые для сил j-го эшелона определяются с учетом обнаружения противника силами других эшелонов и эффективности функционирования системы управления силами на рубеже (см. (17.5.17), (17.5.20)—(17.5.23), (17.5.30)). Временные параметры  $\tau_{j}^{(i)}, t_{o}^{(j)}, T_{Hj}, T_{o \times j}$  для всех эшелонов должны иметь единое начало отсчета. Кроме того, взаимосвязь между эшелонами отражается еще и системой показателей эффективности (17.1.4)—(17.1.13), так как эти показатели позволяют оценивать "вклад" каждого из эшелонов в эффективность действий сил на рубеже.

Численные значения необходимых исходных параметров, способы их получения должны определяться с учетом особенностей сил обоих противников, условий их базирования, организации взаимодействия, возможностей системы управления, военно-географических условий. Для обеспечения должной оперативности моделирования значения исходных параметров, способы их преобразования в параметры моделей должны помещаться в базы данных, знаний.

Включение разработанной модели в состав математического обеспечения ЭВК, выполнение оперативно-тактических расчетов, последующие операции с моделью и полученными результатами моделирования разработанной осуществляется с использованием системы программного обеспечения ЭВК (см. § 2.5). Особенностью СПО ЭВК для моделирования поиска объектов на рубеже, их поражения является предоставление возможности оперативного формирования моделей действий сил на рубеже с заданными расположением эшелонов нужных типов, характером маневрирования разведчиков и объектов поиска, противодействием противника, организацией взаимодействия сил на СПО различных эшелонах. обеспечивает также снабжение необходимой информацией из баз данных, выполнение расчетов в соответствии с замыслом моделирования, фиксацию разработанных моделей, результатов проведенного моделирования, их использование на последующих циклах управления.

В заключение отметим, что при математическом моделировании процессов поиска объектов противника эти процессы часто предстают как процессы взаимосвязанных действий сил и в районах, и на рубежах. В настоящей главе

изложены методы, творческое применение которых позволяет отразить в моделях различные учитываемые при управлении силами особенности условий поиска.

### Глава 18. **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРИМЕНЕНИЯ НОСИТЕЛЕЙ ОРУЖИЯ**

## § 18.1. ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПРИ УПРАВЛЕНИИ СИЛАМИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЕЙСТВИЙ НОСИТЕЛЕЙ ОРУЖИЯ

#### 18.1.1. Область применения моделей

В большинстве случаев силы флота выполняют поставленную им боевую задачу огневым поражением противника. Современное оружие достигло небывалого могущества. Однако его возможности — потенциальные. Они могут быть сведены на нет выбором неудачных способов применения самого оружия, его носителей — кораблей, самолетов, их групп, группировок — промахами и недостатками в управлении ими. Эффективность способов применения носителей оружия сложным образом зависит не только от свойств самого оружия и его носителей, но и от эффективности обеспечивающих действий, выполняемых другими силами, мероприятий различных видов обеспечения (разведка, РЭБ и т. д.), эффективности системы управления силами, особенностей военно-географических условий, а также от правильного прогнозирования действий противника, в том числе его носителей оружия.

Усложнение закономерностей применения систем оружия в боях и операциях потребовало умения моделировать не только процессы стрельбы, но и различные другие этапы действий носителей оружия, оценивать влияние этих этапов на ход и исход выполнения силами поставленных задач. В настоящее время невозможна разработка эффективных способов применения оружия и его носителей, выработка решения по поставленной соединению задаче без использования математического моделирования. Такое моделирование осуществляется при заблаговременной, непосредственной подготовке сил к операциям, боевым действиям, боям, в ходе применения носителей оружия, их систем.

Математическое моделирование — обязательный инструмент и научноисследовательских работ, направленных на совершенствование сил и средств флота, военно-морского искусства. В качестве иллюстрации рассмотрим примеры некоторых ситуаций, когда необходимо использование математического моделирования действий носителей оружия.

- 1. Ракетные, ракетно-артиллерийские, торпедные и бомбовые удары по объектам противника. Цели моделирования: выбор того или иного класса (типа) носителя или группы носителей для выполнения задачи; обоснование числа носителей в ударе и варианта их вооружения; обоснование тактических приемов применения носителей на различных этапах выполнения боевой задачи, всех видов их обеспечения, построения сил в ударе, порядка огневого поражения противника; прогнозирование противодействия противника и т. д.
- 2. Морской бой разнородных сил. Цели моделирования: обоснование порядка огневого поражения противника, приемов применения оружия нападения и обороны, способов взаимодействия сил, участвующих в бою; прогнозирование возможных действий и приемов применения носителей и оружия противником и т. д.
- 3. Действия сил на главном направлении и направлениях, обеспечивающих решение основной (главной) задачи. Цели моделирования: обоснование построения сил, выбор основного направления и направлений обеспечивающих действий, прогнозирование мероприятий противника по срыву выполнения задачи и др.
- 4. Разработка планов и программ создания носителей, их оружия и технических средств. Цели моделирования: обоснование планов и программ, оперативно-тактических требований к носителям, их оружию и техническим средствам, силам и средствами их обеспечения, выбор наилучших типов носителей, их оружия и технических средств с учетом прогнозирования направлений их развития на флотах других государств.
- 5. Испытание опытных и серийных образцов носителей, их оружия и технических средств. Цели моделирования: обоснование программ испытаний, обеспечения, оценки результатов испытаний и т. д.
- 6. Разработка наставлений, уставов и других боевых документов. Цели моделирования: обоснование новых тактических приемов, положений руководящих документов; прогнозирование действий своих сил и сил противника и др.

Ниже будут изложены общеметодологические положения математического моделирования действий носителей оружия. Их знание — необходимое условие для моделирования действий сил при различных формах вооруженной борьбы.

#### 18.1.2. Особенности оперативно-тактической постановки задачи

Применение носителей оружия с точки зрения методов теории вероятностей в общем случае является случайным процессом. С точки зрения математического моделирования целесообразно разделить его на следующие этапы:

- 1) занятие носителями позиции применения оружия в условиях противодействия противника (развертывание, наведение, поиск, занятие позиции);
- 2) применение оружия носителями из занятой позиции также в условиях противодействия противника (бой носителей оружия);
- 3) преодоление средствами поражения (ракетами, торпедами и т. д.) обороны противника;
- 4) непосредственное воздействие средств поражения, прорвавших оборону противника, по объектам поражения.

В зависимости от цели применения носителей, цели моделирования, условий выполнения силами задачи может возникнуть необходимость моделирования как отдельных этапов, так и всего процесса в целом. При этом характер связей между этапами может вызвать необходимость в моделировании всего процесса или части этапов даже и тогда, когда целью моделирования является обоснование способов применения носителей и их оружия на какомлибо одном из этапов. Некоторые этапы могут исключаться из рассмотрения изза свойств носителей оружия, условий обстановки.

Пример 18.1. При моделировании артиллерийского боя между кораблями необходимость в моделировании этапа преодоления средствами поражения обороны противной стороны отпадает, так как противодействие артиллерийским снарядам в современных условиях оказываться не может.

Пример 18.2. При моделировании процесса применения носителем ракетного оружия по противнику из положения слежения этапы, предшествующие этапу слежения, из моделирования исключаются.

Пример 18.3. При моделировании процесса применения носителей ракетного или торпедного оружия, когда все средства поражения расходуются в одном залпе (практически одновременно), из рассмотрения исключается второй этап. Если же носитель применяет оружие в течение какого-то промежутка времени, возникает необходимость в моделировании второго этапа, особенно если носитель применяет оружие в условиях противодействия.

Пример 18.4. При моделировании с целью обоснования наилучшего способа занятия носителем позиции применения оружия из рассмотрения могут исключаться этапы, связанные непосредственно с применением оружия. Это может иметь место в случае, когда эффективность применения оружия в условиях противодействия не зависит от способа занятия позиции. Если же эффективность применения носителем оружия зависит от способа занятия позиции (нарушение скрытности, расход боеприпасов в процессе занятия позиции, потери носителей и т. д.), то даже для исследования частного вопроса выбора способа занятия позиции необходимо моделировать весь процесс действий носителя.

Пример 18.5. При моделировании процесса применения носителей оружия с целью выбора способа преодоления обороны противника средствами поражения из рассмотрения может исключаться этап непосредственного воздействия средств поражения по цели. Это происходит, когда эффективность воздействия средств поражения не зависит от способа преодоления обороны противника.

Объем моделирования того или иного процесса применения носителей оружия и его целенаправленность определяются командиром в оперативнотактической постановке задачи на разработку математической модели, которая в самом общем случае должна содержать (см. § 2.1, п. 2.3.3):

- а) цель применения носителей (носителя) оружия;
- б) цель моделирования. В большинстве случаев эта цель будет включать сравнительную оценку разработанных способов применения носителей оружия для обоснования лучшего из них, а также выявление сильных и слабых сторон разработанных способов для стимулирования дальнейшего творческого процесса совершенствования командиром способа выполнения поставленной задачи. В последнем случае командир должен указать те элементы обстановки,

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> См. в § 13.3, 14.2 об изменении распределения носителей оружия по объектам поражения в зависимости от числа боеспособных носителей.

влияние которых на ход и на исход действий носителей оружия необходимо выявить;

в) элементы обстановки, которые должны быть отражены в модели: число и характеристика этапов применения носителей, взаимосвязь между этапами; характеристика объекта (объектов) воздействия и его (их) возможности противодействия носителям, а также противодействия всех других сил и средств противника носителям на различных этапах их действий; характеристика носителей, их оружия и технических средств, тактических приемов применения носителей, мероприятий всех видов их обеспечения; характеристика района предстоящих действий; указание о влиянии фактора времени на степень достижения цели (например, порядок расходования по времени противником боеприпасов или выполнения самолето-вылетов для поражения защищаемых носителями объектов, заданные сроки выполнения задачи и т. д.).

При уяснении оперативно-тактической постановки задачи и разработке формализованной постановки специалист по исследованию операций должен выявить показатель эффективности. Затем он определяет параметры, которые характеризуют указанные командиром элементы обстановки (см. п. "б"). В совокупности они составят систему дополнительных показателей эффективности (см. § 1.2). Совместное рассмотрение всего содержания оперативно-тактической постановки задачи позволит далее выявить блок или совокупность блоков, составляющих модель действий носителей оружия, и необходимые параметры базы данных. Для выполнения такой работы специалист по исследованию операций должен знать структуру основных блоков моделей действий носителей оружия, понимать методы разработки блоков и формирования из них моделей. Понимание этих методов необходимо также для совершенствования и разработки новых блоков в связи с совершенствованием оружия, его носителей, способов и условий их применения. Описанию указанных методов посвящены дальнейшие параграфы настоящей главы.

Знание основ этих методов позволит командиру более содержательно и лаконично ставить задачу на моделирование, руководить моделированием, и в частности контролировать действия всех исполнителей, обоснованно использовать результаты моделирования при выполнении своих функциональных обязанностей.

#### 18.1.3. Показатели эффективности применения носителей и их оружия

Конкретный вид показателя эффективности применения носителей оружия в соответствии с принципом Колмогорова зависит от цели их применения. Для иллюстрации широкого разнообразия показателей эффективности применения носителей оружия рассмотрим ряд примеров.

Пример 18.6. Моделируется удар авиации по авианосцу, совершающему переход в район подъема палубной авиации. Целью удара в данной ситуации является поражение авианосца до подъема с него авиации. Цель моделирования — выбор наилучшего способа удара. Показателем эффективности в этом случае является вероятность поражения авианосца до подъема его авиации.

Пример 18.7. Если в условиях примера 18.6 авианосец находится в районе подъема палубной авиации, то целью воздействия по нему будет срыв или максимальное ослабление ударов авиации по нашим объектам. Показателем эффективности воздействия по авианосцу в данной ситуации является математическое ожидание предотвращенного ущерба. Если этот показатель эффективности — монотонно возрастающая функция числа недовыпущенного в результате воздействия по авианосцу боеприпаса (несовершенных самолетовылетов), то в качестве показателя эффективности может быть взято математическое ожидание недовыпущенного авианосцем боеприпаса (самолето-вылетов).

Пример. 18.8. Моделируются действия подводных лодок по нарушению перевозок противника на его коммуникациях с целью выбора наилучшего оперативного построения сил и их обеспечения. Командованием установлено, что цель действий подводных лодок на коммуникациях достигается, если уничтожено не менее 50 % транспортов из состава конвоев, осуществляющих переход в течение заданного промежутка времени. Показателем эффективности действий подводных лодок в данном случае является вероятность поражения не менее 50 % транспортов.

Пример 18.9. Для выбора наилучшего способа взаимодействия сил в ударе моделируется удар авиации и ракетных катеров по конвою противника в составе супертанкера и кораблей охранения. Цель удара — уничтожение

<sup>\*</sup> Под термином "поражение" понимается нанесение объекту таких повреждений (ущерба), которые лишают его возможности выполнять свои функции на заданный срок.

танкера. В этом случае показателем эффективности действия сил является вероятность уничтожения танкера.

Пример 18.10. Производится моделирование для определения оптимальной последовательности нанесения ударов разнородными силами флота по конвою, состоящему из транспортов различного водоизмещения. Цель удара — поражение наибольшего числа транспортов из состава конвоя. Показателем эффективности в данном случае является математическое ожидание ущерба, наносимого противнику. Это ущерб может быть выражен математическим ожиданием уничтоженного в результате удара тоннажа.

Пример 18.11. Моделируется удар авиации по участку побережья, на котором равномерно размещены огневые точки противника и различные противодесантные сооружения. Цель удара — обеспечение высадки десанта на данном участке побережья. Установлено, что эта цель достигается при поражении не менее 60 % огневых точек и противодесантных сооружений противника. В качестве показателя эффективности в данном случае может быть выбрана вероятность поражения не менее 60 % площади объекта.

Даже ограниченное число рассмотренных примеров показывает большое разнообразие возможных показателей эффективности применения носителей оружия. Не менее разнообразны и возможные системы дополнительных показателей эффективности. Каким бы сложным ни был показатель эффективности, во всех случаях необходимо иметь математические модели, позволяющие вычислять: при воздействии по малоразмерным (точечным) объектам или группе таких объектов — вероятность поражения объекта, а при воздействии по объектам большой протяженности (площадным объектам) — математическое ожидание пораженной площади.

# § 18.2. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВОЗДЕЙСТВИЯ СРЕДСТВ ПОРАЖЕНИЯ ПО ОДИНОЧНЫМ МАЛОРАЗМЕРНЫМ ОБЪЕКТАМ (МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СТРЕЛЬБЫ)

Рассмотрение методов разработки математических моделей действий носителей оружия целесообразно начать с последнего из этапов (см. п. 18.1.2) — непосредственного воздействия средств поражения по объекту (цели). Как уже говорилось, для вычисления возможных показателей эффективности

воздействия как по одиночным объектам, так и по группе объектов необходимо иметь математические модели, позволяющие вычислять вероятность поражения объекта. Рассмотрим методы разработки моделей воздействия средств поражения по одиночным малоразмерным объектам: кораблям, подводным лодкам, транспортам, самолетам, ракетам, подвижным и неподвижным наземным огневым точкам и т. д.

В теории боевой эффективности стрельбы принято называть: *стрельбой* — любые виды боевого применения оружия (стрельба артиллерии, бомбометание, пуски ракет, торпед и т. д.), *снарядом* — различные виды боеприпасов (снаряд, ракета, торпеда, бомба, мина и т. д.), *выстрелом* или *залпом* — различные виды пуска одного или нескольких снарядов, ракет, торпед и других средств поражения, *целью* — любой объект воздействия.

Рассмотрим стрельбу неуправляемыми снарядами (например, артиллерийскими снарядами, прямоходными торпедами) при их применении последовательными выстрелами или в одном залпе. Методы моделирования поражения объектов последовательными залпами неуправляемых снарядов и применения управляемых снарядов, а также снарядов, обладающих устройствами самонаведения, будут рассмотрены в п. 18.2.4.

Существует большое число разнообразных моделей для определения вероятности W(n) поражения объекта при n выстрелах по нему. В основу разработки всех моделей поражения целей положена обобщенная модель, предложенная академиком А. Н. Колмогоровым:

$$W(n) = \sum_{m=0}^{n} P_{n,m} G(m).$$
 (18.2.1)

Эта модель рассматривать параметры, позволяет отдельно характеризующие точность применения оружия, параметры, характеризующие мощность боеприпасов, живучесть Точность цели. применения оружия в данной модели характеризуется распределением  $P_{n,m}$ числа попаданий в цель, а мощность боеприпасов и живучесть цели — условной вероятностью G(m) поражения цели при достижении m попаданий. Для получения из формул (18.2.1) рабочих формул необходимо уметь вычислять параметры  $P_{n,m}$ , G(m) для различных условий стрельбы.

#### 18.2.1. Распределение числа попаданий в цель

Распределение  $P_{n,m}$  числа попаданий в цель зависит от числа выстрелов n, вероятности попадания на выстрел  $p_i(i=1,\,2,\,...,\,n)$  и характера зависимости между выстрелами.

По характеру зависимости все выстрелы можно разбить на три вида: независимые, зависимые, функционально зависимые.

Выстрелы независимы (зависимы), если вероятность попадания для одного из них (способ вычисления этой вероятности) не зависит (зависит) от того, были ли попадания при других выстрелах. Для независимых выстрелов коэффициенты корреляции r между координатами точек падения снарядов различных выстрелов равны нулю.

Выстрелы функционально зависимы, если при стрельбе все снаряды ведут себя в точности так же, как предыдущие снаряды: попадание одного (первого) из них влечет за собой попадание для всех остальных выстрелов, а промах для первого из них — промах для всех остальных. Для функционально зависимых выстрелов коэффициенты корреляции равны единице (r=1), а для зависимых — лежат в интервале от нуля до единицы, не принимая граничных значений (0 < r < 1). На практике выстрелы считаются независимыми или функционально зависимыми при достаточно малых  $(r \approx 0)$  или достаточно больших  $(r \approx 1)$  коэффициентах корреляции. Причиной зависимости между выстрелами являются постоянные ошибки стрельбы.

Найдем распределение числа попаданий в цель при рассмотренных видах зависимости между выстрелами.

### Распределение числа попаданий при независимых и функционально зависимых выстрелах

При независимых выстрелах и не изменяющихся от выстрела к выстрелу вероятностях попадания, когда число выстрелов известно и равно n, число попаданий подчиняется биномиальному закону распределения

$$P_{n,m} = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}, (18.2.2)$$

где p — вероятность попадания на выстрел.

Если при тех же условиях число выстрелов известно только в среднем, то в качестве закона распределения числа попаданий берется закон Пуассона

$$P_m = \frac{a^m e^{-a}}{m!},\tag{18.2.3}$$

где  $a = \overline{n}p$ ;  $\overline{n}$  — среднее число выстрелов.

 ${
m K}$  распределению Пуассона стремится закон распределения числа попаданий, если и другие условия стрельбы выполняются не точно, а лишь в среднем. Чем больше n и меньше вероятность попадания на выстрел p, тем менее существенна разница при использовании биномиального и пуассоновского распределений при вычислении распределения  $P_{n,m}$ .

Если вероятности попадания от выстрела к выстрелу меняются и точно известно число выстрелов, распределение числа попаданий подчиняется обобщенному биномиальному закону распределения, а вероятность получения заданного числа попаданий  $P_{n,m}$  определяется как величина коэффициента при  $z^m$  в разложении производящей функции по степеням z:

$$\varphi(z) = \prod_{i=1}^{n} (p_i z + q_i). \tag{18.2.4}$$

Например, при трех выстрелах

$$\varphi(z) = (p_1 z + q_1)(p_2 z + q_2)(p_3 z + q_3) = p_1 p_2 p_3 z^3 + (p_1 p_2 q_3 + p_1 q_2 p_3 + q_1 p_2 p_3) z^2 + (p_1 q_2 q_3 + q_1 p_2 q_3 + q_1 q_2 p_3) z^1 + q_1 q_2 q_3 z^0.$$

Таким образом, распределение числа попаданий при трех выстрелах имеет следующий вид:

$$\begin{split} P_{3,0} &= q_1 q_2 q_3; \quad P_{3,1} = p_1 q_2 q_3 + q_1 p_2 q_3 + q_1 q_2 p_3; \\ P_{3,2} &= p_1 p_2 q_3 + p_1 q_2 p_3 + q_1 p_2 p_3; \quad P_{3,3} = p_1 p_2 p_3. \end{split}$$

Вероятности получения хотя бы одного попадания при одинаковых и различных вероятностях попадания на выстрел могут быть вычислены по формулам:

$$R_{n,1} = 1 - (1 - p)^n; (18.2.5)$$

$$R_{n,1} = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i). \tag{18.2.6}$$

В том случае, когда число *п* достаточно большое и вероятности попадания на выстрел незначительно отличаются друг от друга, можно пользоваться биномиальным распределением, заменив вероятности попадания на выстрел их средним значением

$$p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} p_i. \tag{18.2.7}$$

При довольно малых вероятностях попадания на выстрел  $p_i$  можно использовать распределение Пуассона

$$P_m = \frac{a^m e^{-a}}{m!} + O(\lambda), \tag{18.2.7'}$$

где

$$a = \sum_{i=1}^{n} p_i$$
;  $\lambda = \max_i (p_1, p_2, ..., p_n)$ .

Распределение Пуассона в этом случае дает погрешность  $0(\lambda)$ , имеющую порядок, равный порядку  $\lambda$ . Существуют еще более точные приближения [14].

Для функционально зависимых выстрелов распределения числа попаданий может быть найдено из самого определения функциональной зависимости. Действительно, из определения вытекает, что вероятность всех попаданий равна вероятности одного (первого) попадания, вероятность всех промахов равна вероятности одного промаха, а событие, состоящее в том, что число m попаданий будет лежать в промежутке 0 < m < n, является невозможным и его вероятность равна нулю.

Исходя из этого распределение числа попаданий при функциональной зависимости будет иметь следующий вид:

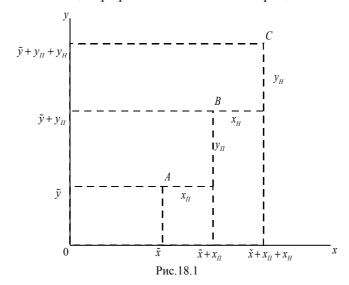
$$P_{n,m} = \begin{cases} p & \text{при} & m = n; \\ 0 & \text{при} & 0 < m < n; \\ 1 - p & \text{при} & m = 0. \end{cases}$$
 (18.2.8)

#### Распределение числа попаданий при зависимых выстрелах

При зависимых выстрелах зависимость между ними характеризуется коэффициентами корреляции, отличными от нуля и единицы. Если все коэффициенты корреляции для различных пар выстрелов различны, то имеет место так называемая общая зависимость.

В практике часто рассматривают один из частных видов зависимости — зависимость в схеме двух групп ошибок. Этот вид зависимости характеризуется равенством коэффициентов корреляции для любой пары выстрелов. Любой вид зависимости может быть искусственно сведен к схеме двух групп ошибок путем усреднения коэффициентов корреляции.

При зависимости в схеме двух групп ошибок все ошибки, сопровождающие стрельбу, разделяются на две группы: 1) строго индивидуальные неповторяющиеся ошибки (техническое рассеивание, ошибки наведения снаряда и т. д.), вызывающие рассеивание точек падения снарядов относительно центра рассеивания; 2) групповые, повторяющиеся от выстрела к выстрелу ошибки (ошибки определения координат стреляющего корабля, определения координат цели, неточный учет метеорологических факторов и т. д.), вызывающие отклонения центра рассеивания от точек прицеливания.



Каждая из двух групп ошибок характеризуется нормальным законом распределения на плоскости. Схематично зависимость в схеме двух групп ошибок показана на рис. 18.1, где 0 — начало координат, совпадающее с центром цели; A — точка прицеливания, в самом общем случае смещенная относительно центра цели на величины  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ ; B — центр рассеивания, смещенный относительно точек прицеливания на случайные величины  $x_{\rm п}, y_{\rm n}$ , вызванные повторяющимися от выстрела к выстрелу ошибками данной стрельбы; C — случайная точка падения снаряда, смещенная относительно центра рассеивания на величины  $x_{\rm n}$  и  $y_{\rm n}$ , вызванные индивидуальными (неповторяющимися) ошибками каждого выстрела.

Индивидуальные и повторяющиеся ошибки независимы друг от друга, равно как и ошибки каждой из групп.

Приведенная на рис. 18.1 схема может служить иллюстрацией и для случаев независимости и функциональной зависимости. Действительно, при отсутствии повторяющихся ошибок ( $x_n = y_n = 0$  — случай независимых выстрелов) точки падения снарядов группируются в окрестности точки прицеливания, являющейся в данном случае центром рассеивания снарядов. При отсутствии индивидуальных ошибок ( $x_n = y_n = 0$ ) все снаряды группируются в точке B, что и соответствует функциональной зависимости.

Методы вычисления распределения вероятностей  $P_{n,m}$  числа попаданий при зависимых выстрелах громоздки даже в простейшем случае — при схеме двух групп ошибок. В практике оперативно-тактических расчетов используются способы вычисления вероятности W(n) поражения объекта (они излагаются в п. 18.2.3), исключающие необходимость в применении этих методов, поэтому они здесь не рассматриваются  $^*$ .

#### 18.2.2. Условный закон поражения цели

В отдельных случаях для поражения цели достаточно одного попадания (боеприпас с большим разрушительным действием), но во многих случаях поражение цели при данном числе m попаданий — случайное событие, характеризуемое вероятностью. Эта вероятность зависит от целого ряда

<sup>\*</sup> С этими методами можно ознакомиться в многочисленных пособиях по теории боевой эффективности, а также во многих пособиях по исследованию операций (см., например, [11, 3]).

факторов, основными из которых являются: тип цели, ее прочность и живучесть; тип снаряда и его мощность; содержание, вкладываемое в понятие "поражение цели": уничтожение, вывод из строя, подавление на некоторый срок и т. д.

Зависимость вероятности поражения цели от числа попаданий получила название условного закона поражения цели G(m) или просто закона поражения цели. Этот закон является характеристикой мощности снаряда и живучести цели. Закон поражения цели G(m) как функция числа попаданий имеет смысл только для целых неотрицательных чисел и обладает следующими свойствами:

а) может принимать значения, как всякая вероятность, в пределах 0 < G(m) < 1

$$0 \le G(m) \le 1,\tag{18.2.9}$$

при этом

$$G(0) = 0;$$
  $\lim_{m \to \infty} G(m) = 1;$ 

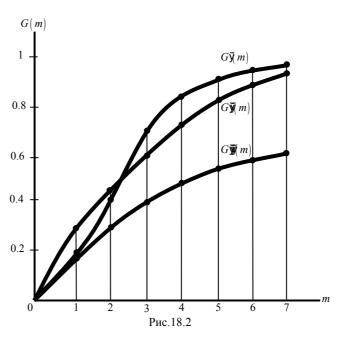
б) является неубывающей функцией числа попаданий

$$G(m_2) \ge G(m_1)$$
 при  $m_2 > m_1$ . (18.2.10)

Исходя из этих свойств, можно сказать, что закон поражения цели G(m) является функцией распределения, т. е. интегральным законом распределения, и записывается, например, в виде табл. 18.1.

Таблица 18.1

m	1	2	3	4	5	6	7
G(m)	0,13	0,40	0,72	0,88	0,93	0,98	1



Графически закон поражения цели изображается в виде дискретных точек с неубывающими ординатами (рис. 18.2). Для наглядности и удобства сравнения различных законов поражения их изображают в виде плавных кривых. Анализируя законы поражения, изображенные на рис. 18.2, можно сказать, что снаряд, имеющий закон G''(m), является более мощным, чем снаряд, имеющий закон G'''(m). Если рассматривать закон поражения цели как характеристику живучести цели, то, анализируя графики законов поражения, можно сказать, что цель, которой соответствует закон поражения G'''(m), более живуча (по отношению к данному снаряду), чем цель, соответствующая закону поражения G'''(m).

Закон поражения цели несет максимальную информацию о свойствах снаряда и цели с точки зрения достижения необходимой степени поражения цели попавшими в нее снарядами. Однако закон поражения цели не всегда обладает достаточной степенью наглядности при оценке обстановки. Поэтому в

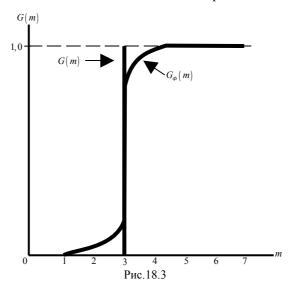
рассмотрение вводится параметр математическое ожидание о числа попаданий (среднее число попаданий), необходимых для поражения цели. Этот параметр широко используется и при оперативно-тактических расчетах. Он вычисляется по формуле

$$\omega = \sum_{m=0}^{\infty} [1 - G(m)]. \tag{18.2.11}$$

Для закона поражения, приведенного в табл. 18.1, получим

$$\omega = 1+0.87+0.60+0.28+0.12+0.07+0.02=2.96$$
 попаданий.

На практике при оперативно-тактических расчетах используются ступенчатый, единичный и показательный законы поражения цели $^*$ .

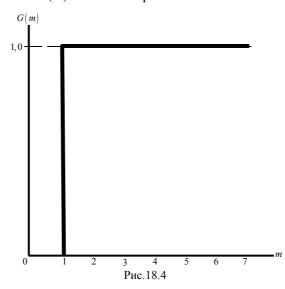


Cтиленчатый закон. Считается, что цель достоверно поражается, если число попаданий равно k или превышает его:

 $<sup>^{\</sup>ast}$  Формула (18.2.11) и виды законов поражения предложены академиком А. Н. Колмогоровым в 1944 г. и прошли многолетнюю проверку.

$$G(m) = \begin{cases} 1 & \text{при } m \ge k; \\ 0 & \text{при } m < k. \end{cases}$$
 (18.2.12)

График этого закона G(m) показан на рис. 18.3.



В "чистом" виде ступенчатый закон в жизни не встречается, кроме случая, когда k=1 (см. ниже). Он применяется для аппроксимации действительного закона поражения цели, если фактический закон поражения имеет вид закона  $G_{\phi}(m)$  на рис. 18.3: незначительным приращением ущерба при числе попаданий меньше k можно пренебречь, а при получении k и более попаданий считать поражение достоверным фактом. При этом законе  $\omega = k$ .

*Единичный закон*. Это частный случай ступенчатого закона, когда k = 1:

$$G(m) = \begin{cases} 1 & \text{при } m \ge 1; \\ 0 & \text{при } m = 0. \end{cases}$$
 (18.2.13)

Единичный закон имеет место в жизни при избыточной мощности снаряда. График единичного закона показан на рис. 18.4. В случае единичного закона  $\omega = 1$ .

Показательный закон. При этом законе имеем

$$G(m) = 1 - [1 - G(1)]^m, (18.2.14)$$

где G(1) — условная вероятность поражения цели при достижении одного (m=1) попадания в цель. График показательного закона показан на рис. 18.5 (кривая G(m)). При показательном законе параметр  $\omega$  составит

$$\omega = \sum_{m=0}^{\infty} [1 - G(m)] = \sum_{m=0}^{\infty} [1 - G(1)]^m = \frac{1}{G(1)}.$$
(18.2.15)

Пользуясь соотношением (18.2.15), выразим показательный закон поражения цели через  $\omega$ :

$$G(m) = 1 - \left(1 - \frac{1}{\omega}\right)^{m}.$$
 (18.2.16)

Свое название показательный закон получил ввиду того, что число *т* является показателем степени в выражениях (18.2.15), (18.2.16). Показательный закон имеет место, если отсутствует накопление ущерба. Тогда вероятность поражения цели при очередном попадании не зависит от того, сколько попаданий было достигнуто ранее и какой ущерб цели уже причинен (т. е. отсутствует последействие — см. гл. 6). В жизни в чистом виде показательным законом может быть описан единичный закон. Во всех остальных случаях реальные цели обладают свойством накапливать ущерб в большей или меньшей

степени<sup>\*</sup>. Тем не менее показательный закон поражения часто применяется при оперативно-тактических расчетах. Причин тому две: во-первых, существенное упрощение моделей применения носителей оружия; во-вторых, возможность достичь цели моделирования, оценить предпочтительность различных вариантов применения носителей, их оружия, так как зачастую при всех рассматриваемых вариантах допускается однотипное искажение результата.

Замена выявленного фактического закона  $G_{\phi}(m)$  поражения цели показательной функции G(m) производится путем уравнивая первых моментов  $\omega$ :

$$G(m) = 1 - \left(1 - \frac{1}{\omega}\right)^m = 1 - \left\{1 - \frac{1}{\sum_{m=0}^{\infty} [1 - G_{\phi}(m)]}\right\}^m.$$
 (18.2.17)

Доказано, что при замене фактического закона поражения цели показательной функцией всегда при малом числе попаданий m аппроксимация завышает, а при большом — занижает истинные значения условных вероятностей (см. кривые  $G_1(m)$  и G(m) на рис. 18.5).

моделирования математического выполнении необходимо представлять характер искажения реальных закономерностей и возможные ошибки в рекомендациях, вызванных заме-ной фактического закона поражения показательной функцией. В частности, рекомендуется быть осмотрительным выборе математической оптимизации ДЛЯ обоснования распределения снарядов по объектам и группам объектов противника. Например, ошибки в рекомендациях могут иметь место при такой аппроксимации в случае использования методов выпуклого программирования (см. гл. 13). Допустим, требуется обосновать распределение п снарядов малой мощности по группе из k однотипных объектов высокой живучести. На вид закона поражения объектов в таких условиях будет оказывать существенное

<sup>\*</sup> Закон поражения, близкий к показательному, имели, например, наши штурмовики Ил-2 времен Великой Отечественной войны. При множественных попаданиях пуль, осколков снарядов в фюзеляж, плоскости они зачастую не теряли боеспособности. Но в случае, когда даже единичный осколок пробивал броню, прикрывавшую летчика и мотор, штурмовик оказывался пораженным.

влияние накопление ущерба. При этом окажется целесообразным направлять все снаряды на один или ограниченное число объектов группы. Между тем оптимизация, выполненная с использованием методов выпуклого программирования (см. п. 13.3.1) при допущении о показательном законе поражения объектов (чтобы оперировать с выпуклыми функциями), покажет необходимость равномерного распределения снарядов по всем k объектам группы. Неверными в подобных условиях могут оказаться и рекомендации относительно распределения снарядов по r группам, каждая из которых состоит из однотипных объектов (см. п. 13.3.2).

Вообще, чем больше закон поражения цели отличается от единичного, чем выше значимость накопления ущерба, тем меньше оснований для аппроксимации фактического закона поражения показательной функцией при использовании методов математической оптимизации. В подобных случаях целесообразно прибегать к таким методам оптимизации, которые позволяют оперировать с выявленным законом поражения (например, динамическое программирование). Кроме того, если вид закона поражения цели резко отличается от показательного (см.  $G_2(m)$  на рис. 18.5) и явление накопления ущерба существенно влияет на исследуемые закономерности, аппроксимация фактического закона поражения цели  $G_{\phi}(m)$  может быть осуществлена линейной комбинацией показательных законов поражения:

$$G_{\phi}(m) = \sum_{i=1}^{l} A_i G_i(m),$$
 (18.2.18)

где  $A_i$  — положительные или отрицательные коэффициенты;  $G_i(m)$  — i-й показательный закон,

$$G_i(m) = 1 - \left(1 - \frac{1}{\omega_i}\right)^m = 1 - [1 - G_i(1)]^m.$$
 (18.2.19)

Определение  $A_i$  и  $G_i(m)$  осуществляется с использованием метода наименьших квадратов.

Если закон поражения цели представлен в виде линейной комбинации показательных законов, то вероятность поражения цели представляет собой линейную комбинацию вероятностей поражения, вычисленных при этих законах:

$$W(n) = \sum_{m=0}^{n} P_{n,m} G_{\phi}(m) = \sum_{m=0}^{n} P_{n,m} \sum_{i=1}^{l} A_{i} G_{i}(m) =$$

$$= \sum_{i=1}^{l} A_{i} \sum_{m=0}^{n} P_{n,m} G_{i}(m) = \sum_{i=1}^{l} A_{i} W_{i}(n).$$
(18.2.20)

Способы определения законов поражения цели:

- 1) способ статистической обработки результатов накопленного опыта, применяемый в отношении существующих объектов и снарядов;
- 2) экспериментальный способ, применение которого ограничено его большой стоимостью, невозможностью применения в отношении многих объектов противника (особенно кораблей), планируемых и строящихся объектов;
- 3) расчетный способ, когда методами статистических испытаний разыгрываются места попаданий снарядов в объект, свойства которого известны по описаниям или из опыта. Эксперты с привлечением расчетов оценивают последствия попаданий. Результаты обрабатываются методами математической статистики;
- 4) комбинированный способ, сочетающий все или часть из перечисленных способов пп. 1—3.

#### 18.2.3. Модели оценки вероятности поражения цели

Как было отмечено, выбор того или иного закона распределения числа попаданий в цель и условного закона поражения цели для моделирования процесса воздействия средств поражения по цели зависит от условий, в которых будут использованы носители. Исходя из этого для целей моделирования могут быть применены различные модели, отличающиеся друг от друга видом зависимости между выстрелами, видом закона распределения числа попаданий в цель, видом законов поражения и целым рядом других факторов, характеризующих условия использования носителей оружия. Зависимость выбора модели от перечисленных факторов можно представить в виде схемы (рис. 18.6), которая используется для заблаговременной разработки блоков моделей и модулей программного обеспечения. В результате уяснения оперативно-тактической постановки задачи специалист по исследованию

операций должен оценить условия применения оружия и выбрать соответствующий модуль.

При независимых выстрелах, одинаковых вероятностях попадания на выстрел и детерминированном числе выстрелов

Рис. 18.6

Рассмотрим последовательно разработку математических моделей для вычисления вероятности поражения цели при различных видах зависимости между выстрелами, различных законах распределения числа попаданий и различных законах поражения цели. Для этого следует в формулу Колмогорова (18.2.1) подставить выражения для вычисления параметров  $P_{n,m}$  и G(m), соответствующие рассматриваемым условиям, а затем произвести необходимые алгебраические преобразования и получить рабочие формулы.

#### Модели оценки вероятности поражения цели при независимых выстрелах

Как было показано в п. 18.2.1, при отсутствии зависимости между выстрелами выбор того или иного закона распределения числа попаданий в цель  $P_{n,m}$  зависит от того, случайно или детерминированно число попаданий в цель, а также различны или одинаковы вероятности попадания на выстрел. число попаданий подчиняется биномиальному закону распределения, а вероятность поражения в общем случае может быть вычислена по формуле

$$W(n) = \sum_{m=0}^{n} C_n^m p^m (1-p)^{n-m} G(m).$$
 (18.2.21)

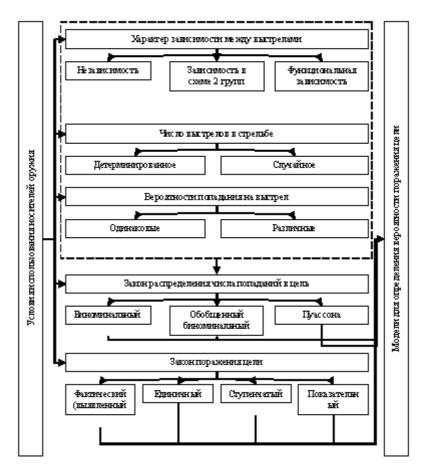


Рис.18.6

В частности, для рассмотренных ранее единичного, ступенчатого и показательного законов поражения соответственно формула (18.2.21) принимает вид

$$W(n) = \sum_{m=1}^{n} C_n^m p^m (1-p)^{n-m} = 1 - (1-p)^n;$$
 (18.2.22)

$$W(n) = \sum_{m=k}^{n} C_n^m p^m (1-p)^{n-m} = R_{n,k};$$
(18.2.23)

$$W(n) = \sum_{m=0}^{n} C_n^m p^m (1-p)^{n-m} \left[ 1 - \left(1 - \frac{1}{\omega}\right)^m \right] = \sum_{m=0}^{n} C_n^m p^m (1-p)^{n-m} - \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{n} C_n^m \left[ p \left(1 - \frac{1}{\omega}\right) \right]^m (1-p)^{n-m} = 1 - \left(1 - \frac{p}{\omega}\right)^n.$$

$$(18.2.24)$$

В отличие от вероятности попадания p величина  $\frac{p}{\omega}$  носит название вероятности поражающего попадания. В связи с этим вероятность поражения цели при показательном законе поражения может рассматриваться как вероятность получения хотя бы одного поражающего попадания.

При тех же условиях, но случайном числе выстрелов (известно только математическое ожидание числа выстрелов) в качестве закона распределения числа попаданий может быть взят закон Пуассона. Вероятность поражения цели в этом случае вычисляется по формуле

$$W(\overline{n}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a^m e^{-a}}{m!} G(m), \quad a = \overline{n}p.$$
 (18.2.25)

Для единичного, ступенчатого и показательного законов поражения соответственно формула (18.2.25) приобретает следующий вид:

$$W(\bar{n}) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a^m e^{-a}}{m!} = 1 - e^{-a} = 1 - e^{-\bar{n}p};$$
(18.2.26)

$$W(\overline{n}) = \sum_{m=k}^{\infty} \frac{a^m e^{-a}}{m!} = R_k;$$
 (18.2.27)

$$W(\overline{n}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a^m e^{-a}}{m!} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\omega} \right)^m \right] = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a^m e^{-a}}{m!} - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a^m e^{-a}}{m!} \left( 1 - \frac{1}{\omega} \right)^m = e^{-a} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a^m}{m!} - e^{-a} \sum_{m=0}^{\infty} \left( a - \frac{a}{\omega} \right)^m \frac{1}{m!} =$$

$$= e^{-a} e^a - e^{-a} e^{\left( a - \frac{a}{\omega} \right)} = 1 - e^{-\frac{a}{\omega}} = 1 - e^{-\frac{\overline{n}p}{\omega}}$$
(18.2.28)

Величина  $U = \frac{\overline{n}p}{\omega}$  представляет собой математическое ожидание числа поражающих попаданий и называется *потенциалом поражения*. С учетом этого формула (18.2.28) может быть записана в виде

$$W(\bar{n}) = 1 - e^{-U}. (18.2.29)$$

Если воздействие по цели растянуто по времени, т. е.  $\overline{n}$  выстрелов производится в течение промежутка времени t со средней скорострельностью  $v = \frac{\overline{n}}{t}$ , то формула (18.2.29) может быть записана в виде

$$W(t) = W(\overline{n}) = 1 - e^{-\delta t} = 1 - e^{-\frac{t}{T_{\text{nop}}}},$$
(18.2.30)

где  $\delta$  — интенсивность поражения,

$$\delta = \frac{U}{t} = \frac{\overline{n}p}{\omega t} = \frac{vp}{\omega}; \tag{18.2.31}$$

 $T_{\text{пор}}$  — математическое ожидание времени, необходимого для поражения цели

$$T_{\text{nop}} = \frac{1}{\delta} = \frac{\omega}{\mathsf{V}p}.\tag{18.2.32}$$

Величины  $T_{\text{пор}}$  и  $\delta$  могут быть использованы в моделях поиска и слежения (см. § 17.3) при учете ограничивающих факторов.

При независимых выстрелах, различных вероятностях попадания на выстрел вероятность поражения цели для детерминированного числа выстрелов может быть вычислена по формуле

$$W(n) = \sum_{m=0}^{n} P_{n,m} G(m),$$

где  $P_{n,m}$  определяется из выражения (см. (18.2.4))

$$\prod_{i=1}^{n} (p_i z + q_i) = \sum_{m=0}^{n} P_{n,m} z^m.$$
(18.2.33)

Для единичного, ступенчатого и показательного законов поражения соответственно формула (18.2.33) приобретает следующий вид:

$$W(n) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i);$$
 (18.2.34)

$$W(n) = \sum_{m=k}^{n} P_{n,m} = R_{n,k};$$
(18.2.35)

$$W(n) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left( 1 - \frac{p_i}{\omega} \right). \tag{18.2.36}$$

В ряде случаев для вычисления вероятности поражения цели при различных вероятностях попадания на выстрел используют формулы (18.2.7), (18.2.7').

### Модели оценки вероятности поражения цели при функциональной зависимости между выстрелами

При этом виде зависимости между выстрелами вероятность поражения цели в самом общем случае может быть вычислена по формуле

$$W(n) = \sum_{m=0}^{n} P_{n,m} G(m) = (1-p)G(0) + pG(n).$$
 (18.2.37)

В частности, для единичного, ступенчатого и показательного законов поражения цели соответственно формула (18.2.37) приобретает вид:

$$W(n) = p;$$

$$W(n) = \begin{cases} 0 & \text{при } n < k; \\ p & \text{при } n \ge k; \end{cases}$$

$$W(n) = p \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\omega} \right)^n \right].$$

$$(18.2.38)$$

### Модели оценки вероятности поражения цели при зависимых выстрелах

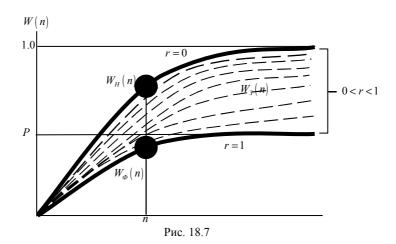
Рассмотрим практически важный при оперативно-тактических расчетах случай двух групп ошибок (см. п. 18.2.1) и показательного закона поражения цели. Предварительно укажем предел, к которому стремится вероятность W(n) поражения цели при независимых ( $W_{\rm H}(n)$ ) и функционально зависимых ( $W_{\rm p}(n)$ ) выстрелах с увеличением их числа n. Как следует из (18.2.24) и (18.2.38) будем иметь:

$$\lim_{n \to \infty} W_{\mathrm{H}}(n) = \lim_{n \to \infty} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{p}{\omega} \right)^n \right] = 1;$$

$$\lim_{n \to \infty} W_{\mathrm{\Phi}}(n) = \lim_{n \to \infty} \left\{ p \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\omega} \right)^n \right] \right\} = p.$$

Напомним, что при независимых выстрелах коэффициент корреляции между выстрелами r=0, а при функционально зависимых выстрелах r=1.

Сказанное иллюстрируется рис. 18.7. Добавим лишь, что характер кривых зависит от потенциала поражения  $U = \frac{np}{\omega}$ .



При зависимых выстрелах коэффициент корреляции r находится в интервале 0 < r < 1. Поэтому вероятность поражения цели может быть найдена путем интерполяции между  $W_{\rm H}(n)$  и  $W_{\rm \Phi}(n)$ . Однако зависимость между этими величинами нелинейная. Необходимый метод интерполяции был разработан В. П. Кравченко, который предложил формулу для вычисления вероятности  $W_3(n)$ :

$$W_3(n) = k W_{H}(n) + (1 - k) W_{\Phi}(n). \tag{18.2.39}$$

Им же был рассчитан и коэффициент k пропорциональности $^*$ . Коэффициент k является функцией двух параметров: потенциала поражения  $U=\frac{np}{\omega}$  и осредненного коэффициента корреляции:

$$r = \frac{\sigma_{x\pi}\sigma_{y\pi}}{\sqrt{(\sigma_{xH}^2 + \sigma_{x\pi}^2)(\sigma_{yH}^2 + \sigma_{y\pi}^2)}},$$
 (18.2.40)

где  $\sigma_{x\pi}$ ,  $\sigma_{y\pi}$  — средние квадратические отклонения снарядов по осям  $\theta x$  и  $\theta y$  соответственно, вызываемые повторяющимися ошибками стрельбы;  $\sigma_{x\pi}$ ,  $\sigma_{y\pi}$  — то же, но для неповторяющихся (индивидуальных для каждого выстрела) ошибок стрельбы (см. п. 18.2.1).

 $<sup>^{*}</sup>$  Метод вычисления вероятности  $W_3(n)$  носит название метода Кравченко.

Таблицы коэффициентов k (например, табл. 18.2) приводятся во многих пособиях по теории эффективности стрельбы.

Таблица 18.2

U $r$	< 0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,05	1	1	0,98	0,95	0,88	0,85	0,81	0,76	0
0,10	1	0,98	0,95	0,89	0,81	0,77	0,73	0,69	0
0,20	1	0,97	0,93	0,87	0,77	0,71	0,65	0,58	0
0,40	1	0,95	0,90	0,83	0,72	0,64	0,54	0,43	0
0,60	1	0,93	0,88	0,80	0,68	0,59	0,49	0,35	0
0,80	1	0,92	0,86	0,78	0,66	0,58	0,47	0,34	0
1,00	1	0,91	0,85	0,77	0,65	0,57	0,46	0,32	0
2,00	1	0,88	0,82	0,73	0,62	0,54	0,45	0,32	0
3,00	1	0,88	0,82	0,74	0,62	0,56	0,46	0,33	0
4,00	1	0,90	0,84	0,76	0,64	0,57	0,47	0,34	0
5,00	1	0,92	0,86	0,78	0,67	0,59	0,49	0,36	0
6,00	1	0,93	0,88	0,80	0,69	0,61	0,51	0,37	0
7,00	1	0,94	0,89	0,82	0,71	0,63	0,53	0,38	0
8,00	1	0,95	0,90	0,83	0,72	0,64	0,54	0,39	0
9,00	1	0,96	0,91	0,84	0,74	0,66	0,56	0,41	0
10,00	1	0,96	0,92	0,86	0,75	0,67	0,57	0,42	0

Как видно, при коэффициенте корреляции меньше 0,5 при оперативнотактических расчетах зависимостью между выстрелами можно пренебречь.

Использование ЭВК для моделирования поражения целей значительно расширяет возможность учета, при необходимости, распределения  $P_{n,m}$  числа попавших в цель снарядов, закона G(n) поражения цели, лишенных тех или

иных допущений. Однако методика разработки моделей поражения цели останется в целом такой, как она здесь описана. На рис. 18.8 представлены модели поражения одиночных малоразмерных целей для типичных оперативнотактических ситуаций.

# 18.2.4. Особенности моделирования залповой стрельбы по цели неуправляемыми снарядами, стрельбы управляемыми и самонаводящимися снарядами

В большом числе случаев поражение объекта противника осуществляется залповой стрельбой неуправляемыми снарядами: залпами корабельной артиллерии, батарей наземной артиллерии, прямоходных торпед подводных лодок, противолодочных бомбометов, неуправляемых ракет различных их носителей и групп носителей по надводным, наземным и воздушным целям.

Для большей определенности, но без нарушения общности рассуждений изложим методы моделирования залповой стрельбы корабельной артиллерии.

Математическая модель поражения цели залповой стрельбой, необходимая при оперативно-тактических расчетах, включает модель для оценки вероятности  $p_3$  поражения цели одним залпом из n снарядов и математическую модель поражения цели  $n_3$  последовательными залпами.

Для оценки вероятности  $p_3$  используется формула (18.2.39), так как поражение цели одним залпом — типичный случай зависимых выстрелов, где существенную роль играют две группы ошибок: ошибки залпа, одинаковые для всех снарядов, и индивидуальное рассеивание снарядов.

При использовании формулы (18.2.39) принимается: r — осредненный коэффициент корреляции между координатами точек падения снарядов залпа относительно цели;  $\sigma_{xn}$ ,  $\sigma_{yn}$  — среднее квадратическое отклонение центра рассеивания снарядов залпа относительно цели по осям  $\theta x$  и  $\theta y$  соответственно;  $\sigma_{xh}$ ,  $\sigma_{yh}$  — среднее квадратическое отклонение рассеивания каждого из снарядов залпа относительно центра рассеивания залпа по осям  $\theta x$  и  $\theta y$ .

Вероятность  $p_3$  поражения цели одним залпом часто называют вероятностью поражения цели обобщенным выстрелом. Закон поражения цели таким выстрелом считают единичным.

Далее моделируется вероятность поражения цели  $n_3$  последовательными залпами. В зависимости от условий стрельбы залпы считают независимыми или зависимыми и соответственно используют формулы (18.2.22), (18.2.26) или (18.2.39) (см. также рис. 18.8).

Если осуществляется стрельба управляемыми снарядами или снарядами с устройством самонаведения (ракеты, торпеды), то разрабатывается модель для оценки вероятности p попадания в цель таким снарядом. Эти модели учитывают особенности функционирования устройств наведения снарядов, предусматривают широкое использование опытных данных, обработанных методами математической статистики (см. гл. 8). Способы разработки моделей рассматриваются в специальных пособиях. После оценки вероятности p попадания на выстрел моделирование поражения цели осуществляется методами, изложенными в данной главе.

#### § 18.3. МЕТОДЫ УЧЕТА ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ ПРОТИВНИКА СНАРЯДАМ В МОДЕЛЯХ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ ОБЪЕКТА

Необходимость в указанных методах возникает при оценке степени влияния на эффективность стрельбы противодействия противника, прогнозировании способов этого противодействия, обосновании мероприятий для преодоления снарядами противодействия.

#### Учет огневого противодействия противника

Эффективность преодоления снарядами обороны противника должна оцениваться с помощью показателя эффективности, соответствующего цели действий носителей, и в частности с помощью вероятности поражения цели снарядами, прорвавшими оборону противника. В отдельных случаях (см. пример 18.5) эффективность преодоления снарядами обороны противника может оцениваться с помощью таких показателей эффективности, как вероятность Q преодоления обороны противника каждым снарядом или математическое ожидание числа  $\overline{n}$  снарядов, преодолевших оборону противника.

При всех обстоятельствах необходимо уметь оценивать вероятность Q преодоления каждым снарядом обороны противника. Если рассматривается

действие одного снаряда, то вероятность Q в зависимости от условий стрельбы определяется с помощью моделей, изложенных в пп. 18.2.1—18.2.3:

$$Q(n_{\text{np}}) = 1 - W(n_{\text{np}}),$$

где  $n_{\rm np}$  — число выстрелов, стрельб, производимых силами обороны противника.

Если оборону противника преодолевают несколько снарядов, возникает задача оценки эффективности стрельбы по группе объектов. Рассмотрению этого вопроса посвящен § 18.4, где и будут изложены методы вычисления параметров Q и  $\bar{k}$  для различных условий. Здесь же рассмотрим способы учета противодействия противника снарядам в моделях поражения снарядами цели (см. п. 18.2.3), считая, что вероятность Q известна.

**Постановка задачи.** По цели производится стрельба n снарядами. Выстрелы независимы, вероятности p попадания на выстрел одинаковы, закон поражения цели показательный с параметром  $\omega$ . Снаряды преодолевают противодействие сил и средств обороны противника независимо друг от друга с одинаковой для всех снарядов вероятностью Q.

**Разработка модели.** В рассматриваемых условиях вероятность поражения цели одним снарядом равна  $\frac{pQ}{\omega}$ , вероятность непоражения составляет  $1 - \frac{pQ}{\omega}$ .

Вероятность непоражения цели всеми n снарядами при этом равна  $\left(1 - \frac{pQ}{\omega}\right)^n$ , а искомая вероятность поражения цели определится по формуле

$$W(n) = 1 - \left(1 - \frac{pQ}{\omega}\right)^{n}.$$
 (18.3.1)

Заметим, что в теории вероятности это — вероятность случиться событию хотя бы один раз $^*$ . Подобным же образом для единичного закона будем иметь

$$W(n) = 1 - (1 - pQ)^{n}.$$
 (18.3.2)

<sup>\*</sup> Читателю предлагается обратить внимание на способ получения выражения (18.3.1), так как он встречается часто и не только в теории боевой эффективности.

Если число снарядов, прорывающих оборону противника известно только в среднем и составляет  $\overline{n}$ , то следует применять закон Пуассона. Тот же ход рассуждений, что и при получении выражения (18.3.1), приведет к выражениям

$$W(\bar{n}) = 1 - e^{-\frac{\bar{n}pQ}{\omega}}; (18.3.3)$$

$$W(\bar{n}) = 1 - e^{-\bar{n}pQ} \tag{18.3.4}$$

при показательном и единичном законах поражения цели соответственно.

Аналогично получаются модели и для случая функциональной зависимости между выстрелами и показательного закона поражения цели:

$$W(n) = p \left[ 1 - \left( 1 - \frac{Q}{\omega} \right)^n \right]; \tag{18.3.5}$$

$$W(\bar{n}) = p[1 - e^{-\frac{\bar{n}pQ}{\omega}}]. \tag{18.3.6}$$

С учетом (18.3.1) и (18.3.5) для зависимых выстрелов в схеме двух групп ошибок и показательного закона поражения цели будем иметь

$$W(n) = k \left[ 1 - \left( 1 - \frac{pQ}{\omega} \right)^n \right] + (1 - k) p \left[ 1 - \left( 1 - \frac{Q}{\omega} \right)^n \right].$$
(18.3.7)

#### Учет РЭП противника

Возможны два способа учета РЭП в моделях — параметрический и структурный. Применение того или другого способа зависит от характера РЭП.

Параметрический способ используется в трех случаях:

1. В результате РЭП каждый из снарядов независимо от других может прорвать или не прорвать зону РЭП. Тогда в рассмотрение вводится вероятность  $Q_{\rm РЭП}$  преодоления снарядом такого противодействия. Эта вероятность и используется в выражениях (18.3.1)—(18.3.7) аналогично использованию вероятности Q преодоления снарядами огневого противодействия противника.

- 2. В результате РЭП меняется вероятность p события попадания каждого из снарядов в цель, причем эти события могут считаться независимыми. Тогда в выражениях (18.3.1)—(18.3.7) меняется величина этой вероятности $^*$ .
- 3. Имеет место комбинированное влияние (см. пп. 1, 2) РЭП. Но опять-таки это влияние каждый из снарядов испытывает независимо от других. Тогда в рассматриваемых выражениях учитываются и параметр  $Q_{\rm РЭП}$ , и измененная вероятность p попадания в цель.

Если снаряды могут испытывать и РЭП, и огневое противодействие, то при независимости этих видов противодействия в случаях 1—3 может учитываться также и вероятность Q преодоления каждым из снарядов огневого противодействия противника.

Часто учет противодействия противника требует и структурных изменений моделей. При всем многообразии возможных мероприятий противника, делающих необходимой структурную адаптацию моделей, с точки зрения теории вероятностей их отличает необходимость учета зависимости в противодействии всем или группе снарядов: все они могут испытать или не испытать противодействие, испытать его в большей или меньшей степени и т. д. Типичные примеры: формирование противником ложных групп, ложных использование различных средств маскировки районов. объектов, дезинформации, изменения помехами траектории полета всех ракет и т. д. (см. гл. 22). Изложить в учебнике все такие мероприятия и методы их моделирования не представляется возможным. Можно гарантировать, что понимание излагаемых методов моделирования действий носителей оружия, их творческое применение, наличие на соединении необходимой системы МОУ (см. гл. 2) позволяют своевременно осуществлять необходимое математическое моделирование.

## § 18.4. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВОЗДЕЙСТВИЯ СРЕДСТВ ПОРАЖЕНИЯ ПО ГРУППЕ ОБЪЕКТОВ С УЧЕТОМ ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ ПРОТИВНИКА

В большом числе случаев объекты поражения (корабли, транспорты, самолеты, ракеты и т. д.) применяются в составе однородных и разнородных ударных и поисковых групп, конвоев, десантных отрядов, групп средств воздушного нападения и т. д. Для моделирования воздействия средствами

 $<sup>^{*}</sup>$  Способы определения вероятностей Q и p в условиях РЭП рассматриваются в специальных пособиях.

поражения по всем таким группам, а также для интерпретации результатов моделирования требуется использовать материалы § 18.2, 18.3.

### 18.4.1. Модели воздействия по группе однотипных объектов противника

Вид показателя эффективности применения носителей по группе объектов зависит от цели действий. В качестве показателя эффективности (см. гл. 1) может выступать вероятность поражения не менее заданного числа (доли) объектов, математическое ожидание числа (доли) пораженных объектов, вероятность причинить противнику ущерб не менее заданного, математическое ожидание причиняемого противнику ущерба. Два последних вида показателя эффективности чаще имеют место при действиях носителей оружия против группы разнотипных объектов (см. п. 18.4.2).

Для вычисления показателя эффективности любого вида необходимо уметь вычислять вероятность поражения каждого из объектов группы. Эта вероятность, как и величина показателя эффективности в целом, зависит не только от вероятности попадания на выстрел, но и от распределения снарядов по объектам в группе — от целераспределения. Естественно стремление к оптимальному целераспределению (см. методы математического программирования в гл. 12—16). Однако такая оптимизация возможна лишь в рамках видов целераспределения, объективно обусловленных свойствами целей, условиями стрельбы. С точки зрения разработки снарядов, математических моделей различают следующие виды целераспределения: случайное и детерминированное: равномерное и неравномерное.

Распределение является *случайным*, если хотя бы один из снарядов с некоторыми вероятностями, отличными от нуля, может действовать по нескольким объектам группы $^*$ . Распределение является *детерминированным*, если каждый из n снарядов может действовать только по тому объекту, на который он направлен. Детерминированное распределение имеет место при централизованном управлении стрельбой и абсолютной избирательности снарядов. Так, например, если на конвой направляются ракеты с устройствами самонаведения, работающими в режиме автономного управления, то

 $<sup>^*</sup>$  Далее рассматриваются ситуации, когда таким свойством при стрельбе обладают все снаряды.

распределение ракет по транспортам близко к случайному; если же осуществляется сопровождение ракет, то наведение каждой ракеты на цель — детерминированное.

При равномерном распределении на каждый объект направляется одинаковое число снарядов, в противном случае распределение является неравномерным. При детерминированном распределении равномерность, коль скоро она назначена, достигается при каждой такой стрельбе, а при случайном распределении — лишь в среднем, как тенденция. Примером последней ситуации является отражение корабельным соединением способом "на самооборону" удара средств воздушного нападения.

Рассмотрим модели для оценки эффективности воздействия снарядами по группе объектов при различных видах целераспределения.

**Постановка задачи.** Планируется стрельба n однотипными снарядами по группе, состоящей из k однотипных объектов. Выстрелы независимые, закон поражения объектов показательный с параметром  $\omega$ . Каждый из снарядов с некоторой вероятностью может действовать против любого из объектов группы. Условная вероятность попадания снаряда в i-й объект, вычисленная при условии, что снаряд действует именно против него, равна  $p_{\text{поп}}$ . Преодоление различными снарядами обороны противника — события независимые. Вероятность преодоления обороны для всех снарядов одинаковая и равна Q. Вероятность Q не меняется с изменением направленности действий снарядов (целе-распределения).

**Разработка модели.** а) Случайное неравномерное распределение. Обозначим через  $\gamma_{ij}$  вероятность того, что j-й снаряд (j=1, 2, ..., n) будет действовать против i-го объекта (i=1, 2, ..., k). Например, это может быть вероятность того, что устройство самонаведения j-й ракеты "захватит" i-й транспорт конвоя. Обозначим через  $p = \frac{p_{\text{пол}}Q}{\omega}$  условную вероятность поражения снарядом цели, если снаряд действует против нее. Тогда в условиях поставленной задачи вероятность того, что j-й снаряд поразит i-й объект, составит  $\gamma_{ij}P$ , а вероятность непоражения им этого объекта —  $(1-\gamma_{ij}p)$ . Вероятность непоражения i-го объекта в результате стрельбы (удара) всеми n

снарядами будет равна  $\prod_{j=1}^{n} (1-\gamma_{ij}p)$ , а вероятность поражения i-го объекта найдется с помощью выражения

$$W_i(n) = 1 - \prod_{j=1}^{n} (1 - \gamma_{ij} p).$$
 (18.4.1)

В том случае, когда параметры, характеризующие стрельбу  $(\gamma_{ij}, p)$ , известны лишь в среднем, прибегают к использованию пуассоновского распределения числа попавших в объект снарядов:

$$W_i(n) = 1 - e^{-\sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} p}.$$
 (18.4.2)

Математическое ожидание  $\,M_{\scriptscriptstyle \mathrm{C.H}}\,$  числа пораженных объектов составит

$$M_{\text{\tiny C.H}} = \sum_{i=1}^{k} W_i(n) = \sum_{i=1}^{k} [1 - \prod_{j=1}^{n} (1 - \gamma_{ij} p)]$$
 (18.4.3)

или

$$M_{\text{C.H}} = \sum_{i=1}^{k} W_i(n) = \sum_{i=1}^{k} (1 - e^{-\sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} p}).$$
 (18.4.4)

б) Случайное равномерное распределение. При этом каждый снаряд с равной вероятностью может действовать против любого объекта группы, поэтому

$$\gamma_{ij} = \gamma = \frac{1}{k}.$$

Читатель может убедиться, что, используя последовательность рассуждений, изложенных для получения выражений (18.4.1)—(18.4.3), получим:

$$W_i(n) = W(n) = 1 - \left(1 - \frac{p}{k}\right)^n \tag{18.4.5}$$

для биномиального распределения числа попавших в объект снарядов;

$$W_i(n) = W(n) = 1 - e^{-\frac{\bar{n}p}{k}}$$
 (18.4.6)

для пуассоновского распределения этого числа.

Математическое ожидание  $M_{\text{c.p}}$  числа пораженных объектов составит

$$M_{\text{c.p}} = kW(n). \tag{18.4.7}$$

в) Детерминированное неравномерное распределение. Обозначим через  $m_i$  число снарядов, направляемых на i-й объект. Учтем, что при детерминированном распределении любой снаряд, направляемый на i-й объект, будет действовать только против этого объекта, и потому

$$\gamma_{ij} = \gamma = 1$$
.

С учетом этого обстоятельства повторим рассуждения п. "а" и получим

$$W_i(n) = 1 - (1 - p)^{m_i}; (18.4.8)$$

$$W_i(n) = 1 - e^{-\overline{m}_i p}$$
 (18.4.9)

для биномиального и пуассоновского распределения числа попавших в объект снарядов соответственно. В выражении (18.4.9) число снарядов  $\overline{m}_i$ , направляемых на i-й объект либо параметр p известны в среднем.

Математическое ожидание  $M_{\scriptscriptstyle \rm д.H}$  числа пораженных объектов найдется из выражения

$$M_{_{\text{\tiny II},H}} = \sum_{i=1}^{k} W_i(n). \tag{18.4.10}$$

г) Детерминированное равномерное распределение. При этом виде распределения на каждый из объектов направляется  $\frac{n}{k}$  снарядов, а для заданного объекта  $\gamma_{ij} = \gamma = 1$ . Поэтому вместо выражений (18.4.8)—(18.4.10) будем иметь:

$$W_i(n) = W(n) = 1 - (1 - p)^{\frac{n}{k}}; (18.4.11)$$

$$W_i(n) = W(n) = 1 - e^{-\frac{\bar{n}p}{k}};$$
 (18.4.12)

$$M_{\text{g,p}} = kW(n).$$
 (18.4.13)

Изложенные выше в пп. "а"—"г" методы являются основой для разработки блоков моделей и формирования самих моделей оценки вероятностей  $W_l(n)$  поражения объектов группы (см. рис. 18.9). Если рабочие модели и методики и будут иметь отличия, то они определятся лишь необходимостью учета некоторых конкретных особенностей применения носителей и их оружия.

В частности, учет РЭП противника может потребовать введения в рассмотрение вероятности  $Q_{\rm PЭП}$  преодоления каждым из снарядов такого противодействия (см. § 18.3), а также методов оценки изменения величин параметров  $\gamma_{ij}$ ,  $\rho_{\rm поп}$  в условиях РЭП.

В качестве другого примера адаптации моделей пп. "а"—"г" к условиям обстановки и целям моделирования рассмотрим разработку практически важных моделей воздействия средств поражения по группе разнотипных объектов, а также моделей для оценки вероятностей преодоления снарядами и носителями огневого противодействия противника.

### 18.4.2. Модели воздействия по группе разнотипных объектов противника

**Постановка задачи.** В отличие от постановки задачи в п. 18.4.1 воздействие осуществляется n однотипными снарядами по группе противника, состоящей из k разнотипных объектов. Различия между объектами удара делают различными при всех случаях целераспределения условные вероятности  $p_{\text{поп}i}$ ,  $Q_i$  и математическое ожидание  $\omega_i$  числа попаданий, необходимых для поражения i-го объекта.

Для моделирования чрезвычайно важно так сформулировать цель удара по группе противника, чтобы можно было оценить числом степень достижения цели. Числом должны оцениваться цели "поразить", "разгромить", "подавить", "сорвать", "ослабить" и т. д.

Рассмотрим некоторые из наиболее часто встречающихся целей.

- 1. Поразить какой-либо объект группы (например, ударный, противолодочный авианосец из состава АУГ, АПУГ противника).
- 2. Поразить не менее заданного числа или максимально возможное число однотипных кораблей из состава разнотипной группы (например, транспортов,

десантных кораблей из состава конвоя, десантного отряда, включающих в свой состав и корабли охранения различных типов, тральщиков, обеспечивающих движение конвоя или десантного отряда).

- 3. Причинить противнику ущерб не менее заданного или максимально возможный ущерб. Речь идет о случае, когда каждому i-му объекту группы можно объективными методами приписать коэффициент его важности  $c_i$ : водоизмещение транспортов конвоя, численность личного состава на десантных кораблях и т. д.).
- 4. Поразить такие объекты группы, чтобы исключалась возможность выполнения противником его задачи вообще или на необходимый срок. Например, АУГ противника может прекращать выполнение своей задачи при поражении авианосца или всех (какой-то доли) кораблей охранения; авиационная ударная группа может не выполнить своей задачи при поражении не менее заданной доли или ударных самолетов, или самолетов обеспечения, или головных самолетов ударной группы и т. д.

**Разработка модели.** Показатель эффективности выявляется на основании принципа Колмогорова; система дополнительных показателей составляется с учетом цели моделирования. При любом виде показателя эффективности необходимо уметь оценить вероятности  $W_i(n)$  поражения объектов группы (i=1,2,....,k). Обозначим через

$$p_i = \frac{p_{\text{non}i}, Q_i}{\omega_i} \tag{18.4.14}$$

условную вероятность поражения i-го объекта, вычисленную при условии, что j-й снаряд действует против i-го объекта. После этого необходимо идентифицировать условия целераспределения и в зависимости от его результатов использовать для вычисления вероятности  $W_i(n)$  те или иные модели, разработанные в п. 18.4.1. Знание вероятностей  $W_i(n)$  позволяет затем вычислить показатели эффективности (см. пп. 1—4). В частности, при известных коэффициентах  $c_i$  важности объектов математическое ожидание причиняемого

противнику ущерба составит 
$$M = \sum_{i=1}^{n} c_i W_i(n)$$
.

Способы определения параметров  $\gamma_{ij}$ ,  $p_i$  требуют учета особенностей носителей, снарядов, систем управления стрельбой, особенностей объектов

противника, военно-географических условий. Методы разработки таких моделей рассматриваются в специальных пособиях.

### 18.4.3. Модели для оценки эффективности преодоления снарядами и носителями огневого противодействия противника

При разработке указанных моделей используются изложенные в п. 18.4.1 методы.

Рассмотрим модель для вычисления эффективности Q преодоления снарядами огневого противодействия противника.

**Постановка задачи.** Удар по противнику наносится k однотипными снарядами. Условимся далее называть их атакующими снарядами (это могут быть ракеты различных типов, торпеды и т. д.). Отражая удар, противник производит n выстрелов (залпов, стрельб) однотипными снарядами. Выстрелы независимые, закон поражения цели показательный (или единичный) с параметром  $\omega$ . Вероятность попадания на выстрел в атакующий снаряд равна  $p_{\text{поп}}$ . Численные значения указанных параметров, а также характер целераспределения снарядов противника определяются как объективными условиями, так и предпринятыми противниками мероприятиями. Модель должна позволить учесть их эффективность.

**Разработка модели.** Показателем эффективности соответствующих мероприятий может быть вероятность Q преодоления атакующим снарядом огневого противодействия противника. В ряде случаев для такой оценки может потребоваться и оценка эффективности удара атакующих снарядов по объекту противника, для чего также необходимо знать вероятность Q. Для i-го атакующего снаряда она равна

$$Q_i = 1 - W_i(n), (18.4.15)$$

где  $W_i(n)$  — вероятность поражения i-го атакующего снаряда n выстрелами противника.

Для вычисления вероятности  $W_i(n)$  необходимо:

а) идентифицировать обстановку с точки зрения типов целераспределения снарядов обороны противника по атакующим снарядам и выбрать необходимую модель (см. п. 18.4.1);

б) вычислить условную вероятность  $p_i$  поражения i-го атакующего снаряда снарядом противника;

$$p_i = \frac{p_{\text{non}i}}{\omega}; \tag{18.4.16}$$

в) определить вероятность  $\gamma_{ij}$  того, что j-й снаряд противника будет направлен против i-го атакующего снаряда.

Рассмотрим практически важную ситуацию случайного и детерминированного равномерных целераспределений снарядов противника в условиях отражения удара, известных лишь в среднем. При этом

$$Q_i = Q = e^{-\frac{\bar{n}p}{k}} = e^{-\frac{U}{k}},$$
 (18.4.17)

где U — потенциал поражения противником атакующих снарядов (см. (18.4.6), (18.4.12)).

Пусть теперь огневое противодействие оказывают R типов средств противника, действующих независимо друг от друга в одной зоне. Тогда

$$Q = e^{-\frac{1}{k} \sum_{r=1}^{R} U_r},$$
(18.4.18)

где  $U_r$  — потенциал поражения атакующих снарядов r-ми средствами противника.

Обратим внимание, что формулы (18.4.17), (18.4.18) отражают важный факт: вероятность Q возрастает при массировании снарядов в ударе и при обеспечении их залпового подхода, при котором противник не успевает переносить огонь с пораженных снарядов на непораженные.

Если противник оказывает противодействие в различных зонах и цель моделирования требует их раздельной оценки, поступают следующим образом. Рекуррентно вычисляют математическое ожидание  $\bar{k}_l$  числа снарядов, преодолевших каждую l-ю зону обороны противника:

$$\bar{k}_l = \bar{k}_{l-1} e^{-\frac{U_l}{k_{l-1}}}, \quad l = 1, 2, ..., L.$$
 (18.4.19)

Суммарная вероятность Q принимается равной математическому ожиданию доли снарядов, преодолевших все L зон:

$$Q = \frac{\bar{k}_L}{k} = \sum_{l=1}^{L} \frac{\bar{k}_l}{k} = \sum_{l=1}^{L} Q_l.$$
 (18.4.20)

В каждой l-й зоне могут принимать участие в отражении удара атакующих снарядов различные силы и средства: сами поражаемые объекты, их непосредственное охранение, специальные группы боевого порядка соединения, соседи.

Для определения вероятности  $p_6$  сохранения носителями (кроме подводных лодок), действующими в составе групп, боеспособности при их выходе в позиции применения оружия используются методы моделирования, изложенные в п. 18.4.1. Что же касается подводных лодок, то даже при их действиях в составе групп противодействие оказывается каждой из них в отдельности. При этом вероятность  $\gamma_{ij}$  может иметь смысл вероятности обнаружения подводной лодки поисково-ударной группой или противолодочным комплексом противника.

Понимание объективных особенностей различных видов распределения снарядов по группам объектов позволяет сформулировать принципы оптимизации целераспределения: при случайном распределении обосновываются группы объектов, на которые направляется то или иное число снарядов (см. п. 13.3.2), при детерминированном распределении — число снарядов, направляемых на каждый объект (см. п. 13.3.1).

# § 18.5. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВОЗДЕЙСТВИЯ СРЕДСТВ ПОРАЖЕНИЯ ПО ПЛОЩАДНЫМ ЦЕЛЯМ. ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ВЫСОКОТОЧНОГО ОРУЖИЯ ПО НАЗЕМНЫМ ОБЪЕКТАМ

Цель считается площадной, если установлено: объекты поражаемой системы равномерно распределены на некоторой площади; невозможно детерминированное распределение снарядов по объектам (см. п. 18.4.1) из-за недостаточной точности знания их местоположения или (и) недостаточной точности стрельбы; поражение каждого объекта вносит достаточно одинаковый вклад в достижение цели применения оружия; размеры площади несоизмеримо велики по сравнению с зоной поражения снаряда. Типичный пример площадной цели — заминированный участок моря или побережья, участок побережья с противодесантными заграждениями.

На практике, однако, к площадным относят цели и в том случае, когда характер расположения объектов на площади не выявлен, значимость различных объектов различна, взаимосвязь объектов в поражаемой системе противника неизвестна. Например, во время 2-й мировой войны, в некоторых локальных войнах способами, типичными для поражения площадных целей, применялись артиллерийское оружие и авиация против системы обороны противника, включающей траншеи, укрытия личного состава, огневые точки, позиции артиллерии различного предназначения, против военно-морских баз, промышленных и административных центров с их сложной структурой.

В обоих случаях считают, что степень достижения цели применения оружия пропорциональна пораженной площади цели — площади, накрытой зоной поражения снарядов с заданным видом разрушения объектов, находящихся на этой площади. Вид разрушений определяется прочностными характеристиками объектов, мощностью боеприпасов и целью применения оружия.

Рассмотрим метод моделирования поражения площадных целей для следующих упрощающих допущений:

- рассеивание снарядов подчинено нормальному закону распределения;
- объект представлен в виде прямоугольника со сторонами, равными  $\mathcal{U}_x$  и  $\mathcal{U}_y$ , а зона поражения снаряда прямоугольником со сторонами  $\mathcal{L}_x$  и  $\mathcal{L}_y$ ;
- стороны прямоугольников параллельны главным осям рассеивания снарядов, а их площади равны площади цели и площади зоны поражения снаряда соответственно:

$$S_{II} = \coprod_{x} \coprod_{y}; S_{L} = \coprod_{x} \coprod_{y}.$$

При каждом выстреле возможны три случая расположения зоны поражения относительно площади цели (рис. 18.10, a,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ).

С учетом принятых допущений и обозначений математическое ожидание пораженной площади может быть определено с помощью выражения [11]

<sup>\*</sup> В ряде случаев реальную зону поражения цели снарядом заменяют равновеликим кругом. Необходимо выполнять моделирование, придерживаясь какого-либо одного способа аппроксимации реальной зоны поражения.

$$M(S_{\cdot}) = \frac{E_{x}E_{y}}{4} \left[ \psi \left( \frac{x_{2} + \bar{x}}{E_{x}} \right) + \psi \left( \frac{x_{2} - \bar{x}}{E_{x}} \right) - \psi \left( \frac{x_{1} + \bar{x}}{E_{x}} \right) - \psi \left( \frac{x_{1} - \bar{x}}{E_{x}} \right) \right] \times \left[ \psi \left( \frac{y_{2} + \bar{y}}{E_{y}} \right) + \psi \left( \frac{y_{2} - \bar{y}}{E_{y}} \right) - \psi \left( \frac{y_{1} + \bar{y}}{E_{y}} \right) - \psi \left( \frac{y_{1} - \bar{y}}{E_{y}} \right) \right],$$

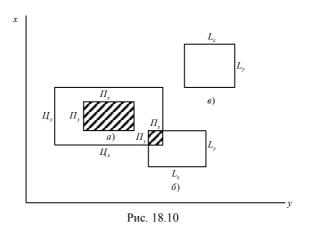
$$(18.5.1)$$

где  $E_x$ ,  $E_y$  — срединные отклонения координат точек падения снарядов;  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$ ,  $y_2$  — вспомогательные величины,

$$x_1 = \frac{\dots_x - L_x}{2}; x_2 = \frac{\dots_x + L_x}{2}; y_1 = \frac{\dots_y - L_y}{2}; y_2 = \frac{\dots_y + L_y}{2};$$

 $\bar{x}, \bar{y}$  — координаты точки прицеливания относительно центра цели;  $\psi(z)$  — интеграл от приведенной функции Лапласа,

$$\psi(z) = \int_{0}^{z} \Phi(z) dz = z\Phi(z) - \frac{1}{\rho \sqrt{\pi}} (1 - e^{-\rho^{2} z^{2}}).$$



Значения  $\hat{\psi}(z)$  приведены в табл. 18.3.

Таблица 18.3

	Z	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
_	0	0,000	0,003	0,011	0,024	0,043	0,067	0,096	0,129	0,168	0,212
	1	0,259	0,312	0,368	0,428	0,492	0,559	0,629	0,703	0,779	0,858
	2	0,939	1,022	1,107	1,194	1,283	1,373	1,465	1,557	1,651	1,746
	3	1,841	1,937	2,033	2,131	2,228	2,326	2,425	2,523	2,622	2,721
	4	2,820	2,920	3,019	3,119	3,218	3,318	3,418	3,518	3,618	3,717

Математическое ожидание доли пораженной площади цели после одного выстрела составит

$$\mu = \frac{M(S_{\rm n})}{S_{\rm n}}.$$
 (18.5.2)

Обозначим через  $\mu(n)$  математическое ожидание доли пораженной площади цели после n выстрелов. Тогда

$$\mu(n) = 1 - e^{-\mu n} \tag{18.5.3}$$

или

$$\mu(n) = 1 - e^{-\sum_{i=1}^{n} \mu_i}, \qquad (18.5.4)$$

если выстрелы отличаются площадью зоны поражения снарядов.

При необходимости учета противодействия противника снарядам используются выражения

$$\mu(n) = 1 - e^{-n\mu Q};$$
 (18.5.5)

$$\mu(n) = 1 - e^{-\sum_{i=1}^{n} \mu_i Q_i}.$$
 (18.5.6)

Во всех этих выражениях  $n\mu Q$  или  $\sum_{i=1}^n \mu_i Q_i$  могут рассматриваться как аналоги потенциала поражения. Математическое ожидание пораженной площади цели будет равно

$$M(n) = S_{u}\mu(n).$$
 (18.5.7)

Описанная модель применяется, когда в изложенных условиях обстановки требуется обосновать состав сил и средств для выполнения поставленной задачи, способы применения носителей и их оружия (дистанция стрельбы, изменение точек прицеливания, проведение мероприятий, необходимых для повышения эффективности преодоления снарядами обороны противника, и т. д.), обосновать рациональную структуру системы — объект поражения противником, защищенность элементов системы, их оборону, целесообразность дублирования элементов и т. д.

Если структура поражаемой системы и ее расположение на площади известны, если элементы системы имеют различное взаимосвязанное предназначение, а для поражения системы используется высокоточное оружие, то рассмотренная модель поражения площадной цели не может обеспечить достижение многих указанных целей моделирования, а также целей, специфичных для применения высокоточного оружия: обоснование состава объектов системы, которые целесообразно поражать, и в связи с этим обоснование наряда сил, средств, способов их применения.

Необходимые в таких условиях модели весьма многообразны. Структурно они состоят их двух элементов. Первый элемент модели содержит оценку влияния поражения того или иного объекта (группы объектов) на возможность функционирования поражаемой системы и на степень достижения цели применения оружия. В простейшем случае это может быть таблица, содержащая те гипотезы о составе пораженных объектов, реализация которых влечет ту или иную степень поражения системы.

Второй элемент модели должен позволить оценить вероятность поражения объектов, групп объектов (вероятности реализации гипотез, рассматриваемых в 1-м элементе модели) в результате каждого выстрела и стрельбы в целом. При этом аналитические методы вычисления указанных вероятностей могут оказаться громоздкими, если размеры зон поражения снарядов велики по сравнению с расстояниями между объектами и, кроме того, объекты обладают различной степенью защищенности. В таком случае для разработки модели целесообразно использовать метод статистических испытаний (см. гл. 9). Программное обеспечение ЭВМ должно позволить возложить на ЭВМ всю рутинную работу по формированию модели. Быстродействие существующих ЭВМ позволяет подобное использование математического моделирования не

только в научно-исследовательской работе, но и на различных этапах управления.

# § 18.6. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ НОСИТЕЛЯМИ ОРУЖИЯ ИЗ ЗАНЯТОЙ ПОЗИЦИИ — МОДЕЛЕЙ БОЯ (УДАРА) НОСИТЕЛЕЙ ОРУЖИЯ

Выше были рассмотрены методы разработки моделей третьего и четвертого этапов действий носителей оружия, а именно преодоления снарядами обороны противника и поражения ими объектов. Указанные модели используются для обоснования решений на применение носителями оружия, а также для разработки моделей второго этапа — применения носителями оружия из занятой позиции. Модели второго этапа необходимы для обоснования тактических приемов использования отдельных носителей, а также групп. Поскольку в моделях этого этапа требуется учитывать результаты моделирования других этапов, условимся далее называть их моделями боя (удара) носителей оружия или просто моделями боя (удара).

Цели моделирования боя и вид моделей зависят от особенностей применения носителями оружия. Если носители применяют свое оружие в одном залпе или же в течение довольно малого промежутка времени, целями моделирования могут быть:

- обоснование наряда и построения сил для боя;
- прогнозирование способов организации противником противодействия нашим носителям и применения им своих носителей оружия;
- обоснование распределения усилий по объектам поражения (порядка огневого поражения противника);
  - выбор позиций применения оружия;
- обоснование мероприятий, обеспечивающих применение оружия: организации управления, разведки, РЭБ, всех видов обороны и защиты и т. д.

Две первые цели достигаются, как правило, методом сравнительной оценки эффективности удара при различных вариантах построения сил, различных способах действия противника. При этом используются модели применения оружия. Две следующие цели относятся к проблемам оптимизации. Они решаются с использованием методов, рассматриваемых в гл. 12—16. Достижение последней из перечисленных целей требует умения определять численные значения тех или иных параметров, используемых в рассмотренных

в § 18.2—18.5 моделях применения оружия и зависящих от соответствующих обеспечивающих мероприятий.

В целом следует отметить, что для достижения указанных целей моделирования в данном случае не требуется применения каких-либо специальных методов, а необходимо использовать модели и методы, изложенные в § 18.2—18.5.

Когда применение носителями своего оружия есть процесс, протекающий во времени, целями моделирования помимо перечисленных могут быть:

- оценка влияния противодействия противника в процессе применения носителями оружия на эффективность выполнения носителями поставленной задачи;
- обоснование способов маневрирования носителей на различных этапах боя;
  - обоснование способов распределения огня на различных этапах боя;
- обоснование последовательности нанесения ударов различными ударными группами.

В этом случае для достижения целей моделирования применение носителями оружия из занятой позиции приходится рассматривать как случайный процесс. Ниже будут рассмотрены общие методы моделирования таких процессов, предполагающие обязательное использование ЭВМ. В наиболее простых случаях возможно использование средств малой механизации расчетов. Эти же средства могут быть использованы и при моделировании сложных ситуаций, если предварительно в порядке математического обеспечения управления с помощью ЭВМ подготовить необходимые промежуточные данные для расчетов.

Из особенностей процесса боя следует, что наиболее совершенным математическим аппаратом, который в настоящее время может быть применен для его моделирования, являются методы теории дискретных и непрерывных цепей Маркова. Применение этого аппарата требует, чтобы процесс был описан как марковский, т. е. с ординарностью наступления событий и без последействия (см. гл. 5 и 6). В большом числе ситуаций процесс боя можно интерпретировать как марковский, если соответствующим образом определить понятия "система", "состояния системы", "шаг процесса".

В практике оперативно-тактических расчетов при применении методов дискретных и непрерывных цепей Маркова используют две схемы расчетов —

случайную схему и схему динамики средних. При случайной схеме характеристикой того или иного состояния системы является вероятность этого состояния на момент времени t или на k-м шаге, при схеме динамики средних — математическое ожидание числа находящихся в определенном состоянии объектов противника или своих носителей оружия на момент времени t (на k-м шаге процесса).

Модели, выполненные в этих схемах, могут быть двухсторонними или односторонними, т. е. учитывать динамику изменения состояний обеих сторон или только одной стороны. Двухсторонние модели применяются обычно для планирования боя одной или нескольких групп носителей, каждая из которых использует оружие в течение некоторого времени. Необходимость же в односторонних моделях часто возникает при планировании последовательных ударов нескольких групп носителей.

Характеристика общих свойств случайной схемы и схемы динамики средних при моделировании случайных процессов была дана в гл. 6. Сейчас же отметим одно важное обстоятельство. Применение для моделирования методов теории цепей Маркова (при обеих схемах, если только состояния системы учитывают факт поражения и непоражения объектов противника либо своих носителей) возможно лишь при единичном законе поражения соответствующих объектов или при аппроксимации фактических законов показательной функцией. При других видах законов поражения, как известно, имеет место накопление ущерба, т. е. последействие. Исключить его в модели в принципе можно при ступенчатом законе поражения, вводя состояния типа "в объект достигнуто ровно одно попадание, объект не поражен", "в объект достигнуто ровно два попадания, объект не поражен", "в объект достигнуто ровно k попаданий, объект поражен". Однако этот прием приводит к очень сложным вычислительным схемам. Другой способ, пригодный для учета законов поражения, отличных от единичного и показательного, будет рассмотрен в п. 18.6.1.

### 18.6.1. Случайная схема моделирования боя

Методы теории дискретных цепей Маркова для моделирования боя применяются в случае, если производится ограниченное число выстрелов (залпов, ударов), а также при низкой скорострельности оружия, например, для моделирования ракетных ударов по кораблям, наземным объектам. Однако

необходимость в применении аппарата теории цепей Маркова может возникнуть и при моделировании действий носителей с достаточно скорострельным оружием, если только требуется выделить (в соответствии с целями моделирования) "судьбу" отдельных выстрелов.

Непрерывные цепи Маркова (системы дифференциальных уравнений Колмогорова) применяются, если моделируются действия носителей со скорострельным оружием, а необходимость рассматривать исходы отдельных выстрелов (залпов) отсутствует.

Математические модели второго этапа применения носителей оружия при использовании указанного математического аппарата состоят из следующих четырех элементов:

- 1) формульной зависимости для вычисления показателей эффективности;
- 2) математической модели непосредственно процесса применения носителями оружия из занятой позиции;
- 3) математических моделей или способов определения вероятностей (при дискретной цепи) или интенсивностей (при непрерывной цепи) переходов;
- 4) порядка производства расчетов (при дискретной цепи) или процедуры интегрирования СДУ (при непрерывной цепи). При разработке математической модели необходимо уметь отображать различные элементы оперативнотактической ситуации с помощью этих элементов модели, так как каждый элемент модели несет определенную информационную нагрузку. Такое умение, как показывает опыт, приходит с практикой.

Рассмотрим подробнее все элементы модели, давая одновременно и рекомендации по их разработке.

## Формульная зависимость для вычисления показателя эффективности

С помощью формульной зависимости отражается характер влияния динамики процесса на эффективность выполнения поставленной задачи. Все множество видов формульных зависимостей может быть разделено на четыре типа. Знание этих типов необходимо при разработке стандартных процедур, модулей, применяемых при формировании моделей.

 $\Pi$  е р в ы й  $\,$  т и  $\pi$   $\,$  характеризуется  $\,$  тем,  $\,$  что  $\,$  в  $\,$  формульную  $\,$  зависимость входит выражение вида

$$g_1^{(l)}(n) = \sum_{j=n_1}^{n_2} p_j^{(l)}(n) W_j^{(l)}$$
(18.6.1)

или

$$g_1^{(l)}(T) = \sum_{j=n_1}^{n_2} P_j^{(l)}(T) W_j^{(l)}, \qquad (18.6.2)$$

где  $p_j^{(l)}(n)$ ,  $P_j^{(l)}(T)$  — вероятности нахождения системы к n-му шагу или к моменту времени T соответственно в таком состоянии  $(j=n_1,...,n_2)$ , при котором возможно выполнение поставленной задачи (вероятность нахождения носителей в боеспособном состоянии, вероятность обнаружения объекта и т. д.); l — номера сравниваемых альтернатив (способов применения носителей);  $W_j^{(l)}$  — вероятность поражения цели или ущерб, причиняемый противнику при j-м состоянии системы.

Этот тип формульной зависимости имеет место, если эффективность выполнения задачи не зависит от того, когда именно в заданном интервале времени [0, T] или на каком именно шаге процесса противнику будет причинен ущерб.

Рассмотрим примеры.

Пример 18.12. Планируется нанесение нескольких последовательных ударов по конвою, состоящему из K однотипных транспортов, следующих в охранении кораблей эскорта. При уяснении задачи и оценке обстановки установлено, что цель удара достигается при поражении максимально возможного числа транспортов. Различные варианты удара отличаются друг от друга распределением средств поражения между транспортами и кораблями эскорта. Математическая модель должна позволить обосновать лучший вариант удара.

#### Обозначим:

 $A_j$  — состояние системы, при котором поражено j транспортов (j=0,1,...,K);  $p_j^{(l)}(n)$  — вероятность состояния  $A_j$  после n ударов при l-м варианте.

Показатель эффективности — математическое ожидание числа пораженных транспортов — находится из выражения (см. (5.2.43))

$$\mathcal{J}^{(l)}(n) = \sum_{j=0}^{K} p_j^{(l)}(n)j. \tag{18.6.3}$$

 $\Pi$  р и м е р 18.13. При разработке плана противокатерной обороны (ПКО) конвоя установлено, что конвой может подвергнуться атаке N катеров противника. Выявлены возможные варианты обстановки при атаке катеров, и установлено, что цель ПКО — срыв или максимальное ослабление удара катеров по транспортам конвоя.

Разработано несколько вариантов плана ПКО. Математическая модель должна позволить обосновать лучший из них.

Введем следующие обозначения:  $T^{(l)}$  — время, в течение которого катера будут подвергаться артиллерийскому обстрелу при l-м варианте плана ПКО;  $P_j^{(l)}(T^{(l)})$  — вероятность того, что за время  $T^{(l)}$  сохранят боеспособность j катеров;  $M_j^{(l)}$  — математическое ожидание числа транспортов, сохраняющих боеспособность, если j катеров прорвали оборону конвоя. Тогда показатель эффективности ПКО — математическое ожидание числа транспортов, сохранивших боеспособность после атаки противника, — будет иметь вид

$$\mathcal{I}^{(l)}(T^{(l)}) = \sum_{j=0}^{N} P_j^{(l)}(T^{(l)}) M_j^{(l)}. \tag{18.6.4}$$

Второму типу формульной зависимости свойственно выражение вида

$$g_2^{(l)}(n) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=n_1}^{n_2} p_j^{(l)}(k) M_j^{(l)}(k)$$
(18.6.5)

или

$$g_2^{(l)}(t) = \int_0^{T^{(l)}} \sum_{j=n_1}^{n_2} M_j^{(l)}(t) dP_j^{(l)}(t), \qquad (18.6.6)$$

где  $p_j^{(l)}(k)$  — вероятность того, что система перейдет в j-е состояние именно на k-м шаге процесса (см. (5.2.31));  $dP_j^{(l)}(t)$  — элементарная вероятность перехода системы в j-е состояние в момент времени t;  $M_j^{(l)}(k)$ ,  $M_j^{(l)}(t)$  — ущерб,

причиняемый противнику на k-м шаге (в момент времени t) при j-м состоянии системы;  $T^{(l)}$ , n — общее время, число шагов процесса соответственно.

Этот тип формульной зависимости имеет место, если носители действуют против временно функционирующего объекта, в результате чего значение показателя эффективности зависит от того, в какой момент времени t (на каком шаге процесса) поражен объект противника.

Пример 18.14. При уяснении задачи и оценке обстановки установлено, что соединение противника в составе ударного корабля и кораблей охранения следует в район боевых действий для уничтожения объектов стороны A. Командование стороны A планирует нанесение последовательных ударов по этому соединению с задачей поразить ударный корабль противника. При некоторых вариантах построения сил возможно нанесение ударов по противнику до подхода его на дальность применения своего оружия, но эти удары отличаются недостаточно высокой вероятностью поражения ударного корабля противника. При других вариантах достигается высокая вероятность поражения ударного корабля, но уже после его подхода на дальность применения своего оружия.

Темп расходования противником боезапаса известен. При обнаружении факта подготовки удара очередной ударной группой противник усиливает свою оборону.

Математическая модель необходима для обоснования построения ударных групп и порядка огневого поражения противника. Предварительно укажем, что показателем эффективности действий сил стороны *А* является математическое ожидание предотвращенного ущерба, который можно заменить эквивалентным показателем — математическим ожиданием недовыпущенного противником боезапаса. Показатель эффективности зависит от времени нанесения удара по противнику.

Обозначим:  $W_1(t_k)$  — вероятность того, что ударный корабль противника будет поражен именно при ударе k-й ударной группой;  $W_2(t_k)$  — то же, но при условии, что удар наносится не скрытно;  $M_1(t_k), M_2(t_k)$  — математическое ожидание боезапаса, недовыпущенного противником к моменту времени  $t_k$  при скрытном и нескрытном нанесении удара; n — число ударов.

Формульная зависимость для вычисления показателя эффективности будет иметь вид (индекс l — номер варианта боевого построения сил — опущен)

$$\Im(n) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{2} W_j(t_k) M_j(t_k).$$
 (18.6.7)

Третий тип формульной зависимости имеет место, когда с каждым шагом процесса (переходом системы из состояния  $A_i$  в состояние  $A_j$ ) связан определенный ущерб, наносимый силам противника или своим силам, если они не входят в понятие "система" (см. § 5.2). В формульную зависимость включается выражение вида

$$g_3(n) = \sum_{i=1}^{m} \gamma_i(n) p_i(0), \qquad (18.6.8)$$

где  $\gamma_i(n)$  — величина, определяемая из рекуррентного выражения

$$\gamma_i(n) = \sum_{j=1}^m p_{ij} [a_{ij} + \gamma_j(n-1)]; \qquad (18.6.9)$$

 $p_{ij}$  — вероятность перехода системы за один шаг процесса из состояния  $A_i$  в состояние  $A_j$ ; m — число состояний системы;  $a_{ij}$  — математическое ожидание ущерба, с которым связан переход системы из состояния  $A_i$  в состояние  $A_j$ ;  $p_i(0)$  — вероятность того, что к первому шагу система будет находиться в состоянии  $A_i$ .

Подробно порядок вычисления параметра  $g_3(n)$  и примеры применения этого вида показателя эффективности рассмотрены в п. 5.2.5.

Четвертому типу формульной зависимости свойственно выражение вида

$$g_4(n) = \sum_{j=n_1}^{n_2} p_j(n)$$
 (18.6.10)

ИЛИ

$$g_4(T) = \sum_{j=n_1}^{n_2} P_j(T). \tag{18.6.11}$$

Этот тип формульной зависимости используется в двух случаях: если эффективность выполнения поставленной задачи есть монотонно возрастающая

(убывающая) функция от  $\sum_{j=n_1}^{n_2} p_j(n)$  или  $\sum_{j=n_1}^{n_2} P_j(T)$ ; если эффективность применения оружия учтена при вычислении  $p_j(n)$  или  $P_j(T)$ .

Пример  $18.15^*$ . Планируется залповая стрельба (ракетная, артиллерийская) корабля A по объекту противника с целью его поражения. Результаты залпов не наблюдаются. Вероятность поражения объекта на залправна  $p_3$ ; залпы производятся в независимых условиях. Закон поражения цели показательный.

Система обороны противника может обнаружить залп корабля с вероятностью  $p_1$  и затем уничтожить корабль до его следующего залпа с вероятностью  $R_1$ . С обнаружением противником хотя бы одного из залпов все последующие залпы обнаруживаются с вероятностью  $p_2$ , а корабль при этом поражается с вероятностью  $R_2$ . Корабль, обнаруженный и безрезультатно атакованный противником, продолжает стрельбу. Планируемое число залпов равно n. Для того чтобы корабль приступил к выполнению задачи, он должен получить соответствующий сигнал. Вероятность успешной передачи на корабль сигнала равняется  $w_c$ .

Возможны K районов выполнения кораблем поставленной задачи, отличающихся друг от друга значениями параметров  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  и  $w_c$ . На основании качественного анализа невозможно выявить лучший район, поэтому решено прибегнуть к математическому моделированию.

Показателем эффективности выполнения кораблем поставленной задачи является вероятность поражения объекта противника. Обозначим через  $W^{(l)}(n)$  вероятность поражения объекта противником n залпами корабля, стреляющего из l-го района. Тогда формульная зависимость для вычисления показателя эффективности выполнения кораблем задачи из l-го района будет иметь вид

$$\mathfrak{I}^{(l)}(n) = w_{\rm c}^{(l)} W^{(l)}(n). \tag{18.6.12}$$

 $\Pi$  р и м е р 18.16. Кораблю A поставлена задача уничтожить танкер противника, следующий в охранении двух сторожевых кораблей. Танкер не вооружен, корабли охранения и корабль A имеют на вооружении

<sup>\*</sup> Читателю рекомендуется запомнить приведенные в примерах 18.15 и 18.16 постановки задач, так как методы использования случайной схемы моделирования иллюстрируются примерами со ссылкой на эти постановки.

скорострельные артиллерийские установки, при этом корабль A может вести огонь не более чем по двум кораблям одновременно. Бой проходит в течение времени T. Возможны несколько вариантов распределения огня корабля A по кораблям противника на различных этапах боя.

Цель моделирования — обосновать способ распределения огня.

Показателем эффективности выполнения кораблем A поставленной задачи является вероятность поражения танкера к моменту времени T. Обозначим эту вероятность  $P^{(l)}(T)$ . Тогда формульная зависимость будет иметь вид

$$\mathfrak{I}^{(l)}(T) = P^{(l)}(T). \tag{18.6.13}$$

Напомним, что, если формульной зависимостью учитывается закон поражения цели, он должен быть единичным или показательным. В случае, когда аппроксимация фактического закона поражения цели показательной функции ведет к искажению исследуемых закономерностей, целесообразно прибегнуть к замене фактического закона линейной комбинацией показательных законов (см. п. 18.2.2). При этом показатель эффективности будет иметь вид

$$\mathcal{I}(n) = \sum_{i=1}^{K} A_i \mathcal{I}_i(n)$$

или

$$\Im(T) = \sum_{i=1}^{K} A_i \Im_i(T),$$
 (18.6.14)

где  $A_i$  — положительный или отрицательный коэффициент (см. (18.2.18)— (18.2.20));  $\partial_i(n)$ ,  $\partial_i(T)$  — показатели эффективности, вычисленные для i-й составляющей линейной комбинации показательных законов (i = 1, 2, ..., K).

В заключение подчеркнем, что возможна и комбинация указанных типов формульных зависимостей, одновременное использование нескольких типов для вычисления основного и дополнительных показателей эффективности. Разработка формульных зависимостей для вычисления показателей эффективности требует, чтобы оперативно-тактическая постановка задачи содержала четкие указания о характере и особенностях влияния способов действий носителей из позиции применения оружия на эффективность выполнения ими поставленной задачи.

### Математическая модель процесса применения носителями оружия из занятой позиции

Этот элемент модели действий носителей отражает закономерность влияния исследуемого фактора (способов маневрирования, целераспределения, вариантов построения сил и т. д.) на динамику изменения сил сторон.

Как уже указывалось, для моделирования процесса боя могут использоваться либо методы теории дискретных цепей Маркова, либо системы дифференциальных уравнений (уравнений Колмогорова). Чтобы можно было применить этот аппарат, оперативно-тактическая постановка задачи должна содержать сведения, позволяющие определить структуру системы:

- что является системой, какие элементы ее составляют;
- в какие состояния способна переходить система; является ли время перехода дискретным или непрерывным;
- каковы направления переходов системы из каждого состояния за один шаг (для дискретной цепи) или за бесконечно малый промежуток времени (для непрерывной цепи).

Определяет структуру системы и разрабатывает ее модель специалист по исследованию операций. Можно рекомендовать следующую последовательность действий:

1. Проанализировать формульную зависимость для определения показателя эффективности и выявить, какие элементы ситуации определяют те состояния системы, при которых возможно выполнение носителями поставленной задачи.

Выявленные элементы ситуации рассматриваются как входящие (возможно, в числе некоторых других) в состав системы, а выявленные состояния системы — как входящие в число возможных состояний.

- 2. Проанализировать, из какого начального состояния должна начать "жить" система, через какие состояния должна пройти, чтобы оказаться в необходимых состояниях. Затем оценить, в какие состояния может перейти система из этих состояний.
- 3. Параллельно с выполнением п. 2 оценить, что является шагом процесса (для дискретной цепи), каковы направления переходов системы за один шаг или за время dt.

Пункты 2 и 3 выполняются в соответствии с оперативно-тактической постановкой задачи. Их выполнение может считаться завершенным, если:

- выявленные состояния системы, шаги процесса и направления переходов отражают влияние исследуемых факторов на динамику процесса и эффективность выполнения задачи;
  - состояния системы составляют полную группу событий;
  - достигается "марковость" процесса.

После этого разрабатывается граф процесса и в общем виде матрица вероятностей или матрица интенсивностей переходов. Системы дифференциальных уравнений составляются по правилам, изложенным в § 6.3, с помощью графа либо матрицы интенсивностей переходов. Разработка СДУ может быть возложена на ЭВМ.

Наконец, следует переписать формульную зависимость для вычисления показателя эффективности, используя символику матрицы перехода или системы дифференциальных уравнений.

Проиллюстрируем сказанное примерами 18.15 и 18.16.

В результате уяснения оперативно-тактической постановки задачи (пример 18.15) можно сделать вывод, что имеет место дискретная цепь Маркова. Параметры этой цепи должны вычисляться при условии, что корабль получил сигнал о нанесении удара. Из анализа формулы (18.6.12) следует, что состоянием системы, переход в которое равносилен выполнению поставленной задачи, является состояние "объект поражен".

Таким образом, установлены одно из состояний системы и тот факт, что в состав системы входит элемент обстановки "объект". Очевидно также, что шагом процесса является залп корабля. В установленное состояние за один шаг процесса система может перейти только из состояния "корабль не поражен силами обороны противника и не поразил объект", из этого же состояния за один шаг система может перейти в состояние "корабль поражен, задача им не выполнена". Следовательно, можно принять, что систему составляют элементы обстановки "объект" и "корабль".

Перечисленные состояния системы составляют полную группу несовместных событий. Но удовлетворяют ли они требованию "марковости" процесса? Нет, не удовлетворяют, так как для дальнейшего протекания процесса небезразлично, как система перешла в состояние "корабль не поражен силами обороны противника и не поразил объект". Существенно важным является, был или не был корабль ранее обнаружен противником. Это — элемент последействия. Чтобы его устранить, необходимо указанное состояние

разбить на два, в результате чего будут получены следующие состояния системы:

 $A_1$  — корабль ранее противником не обнаруживался, объект не поражен;

 $A_2$  — корабль ранее противником обнаруживался, но не поражен; объект не поражен;

 $A_3$  — объект поражен;

 $A_4$  — корабль поражен, задача им не выполнена.

Возможные направления переходов системы показаны на графе (рис. 18.11).

Возвратимся к оперативно-тактической постановке задачи и убедимся, что выявленная структура системы (состав, состояния системы, шаг процесса, направления переходов) учитывает влияние на динамику процесса различных условий поражения кораблем объекта и различных условий противодействия противника в рассматриваемых районах выполнения поставленной задачи.

Таким образом, нами описана дискретная цепь Маркова. Она может быть однородной или неоднородной в зависимости от того, меняются ли параметры  $p_1$ ,  $R_1$ ,  $p_2$ ,  $R_2$ ,  $p_3$  от залпа к залпу или нет.

Матрица перехода однородной цепи будет иметь вид\*

$$\|p_{ij}\| = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ 0 & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} .$$

 $<sup>^*</sup>$  При написании матрицы символ l — номер альтернативы — опущен.

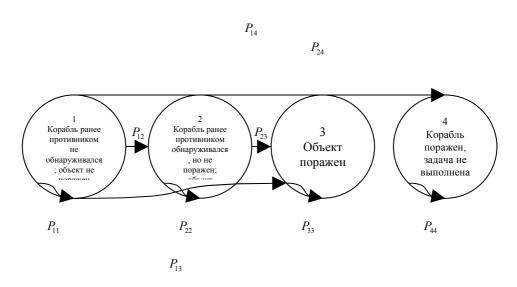


Рис. 18.11

Показатель эффективности найдем с помощью выражения

$$\Im(n) = w_{\rm c} \sum_{i=1}^4 p_i(0) p_{i3}(n),$$

где  $\|p_i(0)\|$  — вектор-строка вероятностей начальных состояний системы (см. § 5.2), характеризующая исходы первого этапа — этапа занятия носителем заданной позиции. Если бой рассматривается из положения, когда носитель уже занял позицию применения оружия, то  $\mathcal{P}(n) = w_c p_{13}(n)$ .

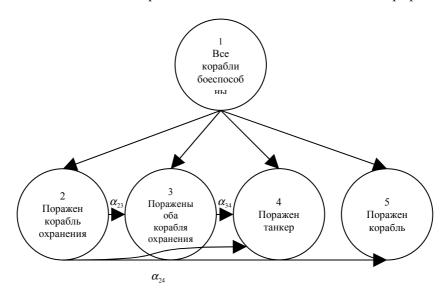
Использование изложенного выше приема определения структуры системы (в условиях примера 18.16) приведет к следующему результату:

- систему составляют корабль A, танкер и оба сторожевых корабля противника;
- состояниями системы являются:  $A_1$  боеспособны корабль A и все корабли противника;  $A_2$  поражен один сторожевой корабль противника, все остальные корабли сторон боеспособны;  $A_3$  поражены оба сторожевых

корабля противника, остальные корабли сторон боеспособны;  $A_4$  — поражен танкер противника (при любом числе пораженных сторожевых кораблей);  $A_5$  — поражен корабль A, задача им не выполнена;

— система может переходить из одного состояния в другое в любой момент времени, т. е. имеет место непрерывная цепь.

Процесс можно считать ординарным. Направления переходов системы за бесконечно малый промежуток времени показаны на графе (рис. 18.12). Матрица интенсивностей переходов 18.1 заполняется с помощью графа.



α<sub>25</sub>Рис. 18.12

Матрица 18.1

A A	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$A_1$	0	$\alpha_{\scriptscriptstyle 12}^{(l)}$	0	$lpha_{\scriptscriptstyle 14}^{(l)}$	$\alpha_{\scriptscriptstyle 15}^{\scriptscriptstyle (l)}$
$A_2$	0	0	$\alpha_{\scriptscriptstyle 23}^{\scriptscriptstyle (l)}$	$\alpha_{\scriptscriptstyle 24}^{(l)}$	$\alpha_{\scriptscriptstyle 25}^{\scriptscriptstyle (l)}$
$A_3$	0	0	0	$\alpha_{_{34}}^{(l)}$	0

$A_4$	0	0	0	0	0
$A_5$	0	0	0	0	0

Используя граф или матрицу, составим СДУ, дополненную, как обычно, нормирующим условием:

$$\frac{dP_{1}^{(l)}(t)}{dt} = -P_{1}^{(l)}(t)[\alpha_{12}^{(l)} + \alpha_{14}^{(l)} + \alpha_{15}^{(l)}];$$

$$\frac{dP_{2}^{(l)}(t)}{dt} = P_{1}^{(l)}(t)\alpha_{12}^{(l)} - P_{2}^{(l)}(t)[\alpha_{23}^{(l)} + \alpha_{24}^{(l)} + \alpha_{25}^{(l)}];$$

$$\frac{dP_{3}^{(l)}(t)}{dt} = P_{2}^{(l)}(t)\alpha_{23}^{(l)} - P_{3}^{(l)}(t)\alpha_{34}^{(l)};$$

$$\frac{dP_{4}^{(l)}(t)}{dt} = P_{1}^{(l)}(t)\alpha_{14}^{(l)} + P_{2}^{(l)}(t)\alpha_{24}^{(l)} + P_{3}^{(l)}(t)\alpha_{34}^{(l)};$$

$$\frac{dP_{5}^{(l)}(t)}{dt} = P_{1}^{(l)}(t)\alpha_{15}^{(l)} + P_{2}^{(l)}(t)\alpha_{25}^{(l)};$$

$$\sum_{j=1}^{5} P_{j}^{(l)}(t) = 1.$$

Запишем выражение для вычисления показателя эффективности выполнения кораблем поставленной задачи, используя символы, принятые при составлении СДУ:

$$\mathcal{I}^{(l)}(T) = P_4^{(l)}(T).$$

## Математические модели (способы) определения вероятностей или интенсивностей переходов системы

Этот элемент несет важную информацию о процессе, ибо именно он в значительной степени отражает характер влияния тех или иных тактико-технических характеристик оружия, тактических приемов применения носителей и их оружия, условий обстановки на эффективность выполнения поставленной задачи. С помощью этого элемента модели учитываются те

факторы, которые действуют в течение длительных промежутков времени и придают бою характер случайного процесса.

Для определения вероятностей переходов (при дискретной цепи Маркова) либо разрабатываются формульные зависимости, либо используются статистические данные. Формульные зависимости разрабатываются с применением методов теории вероятностей (см. гл. 5). Методы обработки статистических данных рассматриваются в гл. 8.

При непрерывной цепи Маркова необходимо знать интенсивности переходов различных видов. В гл. 17, например, были рассмотрены случаи, когда для оценки эффективности поражения объекта требовалось использовать интенсивности потерь и восстановлений носителем контакта с объектом (см. § 17.2).

Для определения интенсивностей переходов также используются либо формульные зависимости, либо статистические данные. Рассмотрим общие принципы разработки формульных зависимостей для определения интенсивностей переходов, связанных с применением оружия.

Интенсивности перехода системы из i-го в j-е состояние имеют смысл математического ожидания числа поражающих попаданий в объект (или носитель) и в общем случае записываются в виде

$$\alpha_{ij}^{(I)} = \frac{\varepsilon_{ij}^{(I)} n_{ij} p_{ij}^{(I)} Q_{ij}^{(I)} v_{ij}^{(I)}}{\omega_{ii}}, \qquad (18.6.15)$$

если один носитель применяет оружие одного типа против одного объекта противника, или

$$\alpha_{ij}^{(l)} = \sum_{(N)(R)} \sum_{(K)} \frac{\varepsilon_{ij}^{(l)} n_{ij} p_{ij}^{(l)} Q_{ij}^{(l)} \nu_{ij}^{(l)}}{\omega_{ij}}, \qquad (18.6.16)$$

если N носителей применяют оружие R типов против K однотипных объектов.

В этих формулах: l — номер рассматриваемого способа использования носителя (номер альтернативы);  $\varepsilon_{ij}^{(l)}$  — доля огневых установок, применяемых в состоянии системы  $A_i$  при переходе в состояние  $A_j$ ;  $n_{ij}$  — число огневых установок на носителе в состоянии системы  $A_i$  при переходе ее в состояние  $A_j$ ;  $p_{ij}^{(l)}$  — вероятность попадания на выстрел (обобщенный выстрел);  $Q_{ij}^{(l)}$  —

вероятность несбития снаряда (его техническая надежность);  $V_{ij}^{(I)}$  — скорострельность огневых установок при переходе системы из состояния  $A_i$  в состояние  $A_j$ ;  $\omega_{ij}$  — математическое ожидание числа попаданий в объект (или в носитель), необходимых для его поражения (перевода системы из состояния  $A_i$  в состояние  $A_j$ ).

Возвратимся к примерам 18.15 и 18.16. Используя оперативно-тактическую постановку задачи (см. пример 18.15), методы теории вероятностей и ориентируясь по графу процесса, найдем выражения для вычисления вероятностей перехода:

$$\begin{split} p_{11} &= (1-p_3)(1-p_1); \quad p_{12} = (1-p_3)p_1(1-R_1); \quad p_{13} = p_3; \\ p_{14} &= (1-p_3)p_1R_1; \\ p_{21} &= 0; \quad p_{22} = (1-p_3)[(1-p_2)+p_2(1-R_2)] = (1-p_3)(1-p_2R_2); \\ p_{23} &= p_3; \quad p_{24} = (1-p_3)p_2R_2; \quad p_{33} = 1; \quad p_{44} = 1; \\ p_{21} &= p_{31} = p_{32} = p_{34} = p_{41} = p_{42} = p_{43} = 0. \end{split}$$

Найдем интенсивности переходов в условиях примера 18.16. Учтем, что для всех состояний  $Q_{ij}^{(l)}=1$ . Будем иметь:

$$\begin{split} \alpha_{12}^{(l)} &= \frac{\varepsilon_{1,12}^{(l)} n_{12} p_{1,12}^{(l)} v_{1,12}^{(l)}}{\omega_{\text{ckp}}} + \frac{\varepsilon_{2,12}^{(l)} n_{12} p_{2,12}^{(l)} v_{2,12}^{(l)}}{\omega_{\text{ckp}}}; \\ \alpha_{23}^{(l)} &= \frac{\varepsilon_{23}^{(l)} n_{23} p_{23}^{(l)} v_{23}^{(l)}}{\omega_{\text{ckp}}}; \quad \alpha_{i4}^{(l)} &= \frac{\varepsilon_{i4}^{(l)} n_{i4} p_{i4}^{(l)} v_{i4}^{(l)}}{\omega_{\text{TH}}} \quad (i = 1, 2, 3); \\ \alpha_{15}^{(l)} &= \sum_{f=1}^{2} \frac{n_{f15} p_{f15}^{(l)} v_{f15}^{(l)}}{\omega_{A}}; \quad \alpha_{25}^{(l)} &= \frac{n_{25} p_{25}^{(l)} v_{25}^{(l)}}{\omega_{A}}, \end{split}$$

где  $\varepsilon_{1,12}^{(I)}$ ,  $\varepsilon_{2,12}^{(I)}$  — доля огневых установок корабля A, применяемых против сторожевых кораблей  $\mathbb{N}_2$  1 и  $\mathbb{N}_2$  2 противника при нахождении системы в состоянии  $A_1$ ;  $\varepsilon_{23}^{(I)}$ ,  $\varepsilon_{i4}^{(I)}$  — доля огневых установок корабля A, применяемых против одного боеспособного сторожевого корабля и танкера противника соответственно;  $n_{12} = n_{13} = n_{i4} = n_A$  — число огневых установок корабля A;  $n_{15} =$ 

=  $n_{25}$  =  $n_{f15}$  =  $n_{\text{скр}}$  — число огневых установок на скр противника;  $v_{ij}^{(l)}$ ,  $v_{fij}^{(l)}$  — скорострельность установок;  $p_{1,12}^{(l)}$ ,  $p_{2,12}^{(l)}$  — вероятность попадания в скр № 1, № 2 при нахождении системы в состоянии  $A_1$ . Разница этих вероятностей (в условиях данного примера) может обусловливаться различными способами управления огнем по двум целям;  $p_{23}^{(l)}$  — вероятность попадания снаряда в скр при нахождении системы в состоянии  $A_2$ ;  $p_{i4}^{(l)}$  — вероятность попадания в танкер при нахождении системы в состоянии  $A_i$ , i = 1, 2, 3;  $p_{1,15}^{(l)}$ ,  $p_{2,15}^{(l)}$  — вероятность попадания в корабль A снарядами, выпущенными с скр № 1, № 2 соответственно. Разница в этих вероятностях может возникать, например, в зависимости от того, обстреливается ли данный сторожевой корабль кораблем A при I-м варианте целераспределения или нет;  $\omega_A$ ,  $\omega_{\text{скр}}$ ,  $\omega_{\text{тн}}$  — математическое ожидание числа попаданий снарядов противника, необходимых для поражения корабля A, сторожевого корабля и танкера противника.

Различным способам целераспределения огня будут соответствовать различные значения параметров  $\varepsilon_{fij}^{(l)}, p_{fij}^{(l)}, p_{ij}^{(l)}$ , а следовательно, и параметров  $\alpha_{ij}^{(l)}$ , что и даст возможность осуществить сравнительную оценку способов.

Пусть, например, рассматривается способ  $l_1$ , при котором с начала и до конца боя огонь корабля A сосредоточен только по танкеру. Тогда  $\varepsilon_{1,12}^{(l_1)}=\varepsilon_{2,12}^{(l_1)}=\varepsilon_{23}^{(l_1)}=0;$   $\varepsilon_{14}^{(l_1)}=1;$   $p_{f,15}^{(l_1)}=p_{25}^{(l_1)}$  (значе-ния этих вероятностей максимальны, так как оба сторожевых корабля ведут огонь, не подвергаясь обстрелу). Поэтому  $\alpha_{12}^{(l_1)}=0;$   $\alpha_{23}^{(l_1)}=0;$   $\alpha_{14}^{(l_1)}=\alpha_{24}^{(l_1)}\neq 0,$  а  $\alpha_{15}^{(l_1)}$  и  $\alpha_{25}^{(l_1)}$  равны своим максимальным значениям.

# Порядок производства расчетов при дискретной цепи или процедура интегрирования СДУ при непрерывной цепи Маркова

Этот элемент модели, как и третий, вносит в модель информацию двух типов: во-первых, о тактических приемах применения носителей или способах применения ими оружия, во-вторых, об условиях обстановки, сопутствующих применению носителей или оружия и оказывающих влияние на их боевую

эффективность. Однако в отличие от третьего элемента модели с помощью четвертого элемента учитываются лишь такие факторы обстановки, которые имеют характер событий (случайных или неслучайных), происходящих мгновенно либо же за промежутки времени, пренебрежимо малые по сравнению со всем временем процесса боя.

Кроме того, с помощью этого элемента модели обязательно учитываются начальные условия процесса и продолжительность боя. При дискретной цепи Маркова начальные условия задаются вектор-строкой начальных состояний  $\|p_i(0)\|$  (см. п. 5.2.4), а продолжительность процесса — числом шагов n. Остальные события процесса боя, если они имеют место, учитываются изменением матрицы переходов. Это приводит к неоднородной цепи Маркова, при которой в зависимости от структуры математического обеспечения ЭВМ задаются матрицы перехода для каждого шага или правило изменения матриц.

При непрерывной цепи Маркова начальные условия задаются как начальные условия интегрирования СДУ, а продолжительность процесса боя — как промежуток времени интегрирования [0, T]. Остальные события, происходящие в дискретные моменты времени, учитываются двумя способами: либо изменением интенсивностей переходов, либо изменением вероятностных характеристик состояний системы.

Все условия обстановки, учитываемые в четвертом элементе модели, выявляются при уяснении задачи и оценке обстановки. Для вычисления параметров, характеризующих начальные условия, в ряде случаев может потребоваться моделировать этап, предшествующий данному (развертывание носителей, занятие ими позиций применения оружия и т. д.).

Завершая разработку четвертого элемента модели, специалист по исследованию операций должен на основании оперативно-тактической постановки задачи составить временной график событий.

Только определив основной и дополнительные показатели эффективности, разработав граф процесса и временной график событий, уяснив постановку задачи для вычисления вероятностей или интенсивностей переходов, специалист по исследованию операций может считать, что он уяснил постановку задачи на моделирование боя (удара).

Пусть при оценке обстановки (в условиях примера 18.15) установлено, что корабль достоверно занимает любой из районов выполнения поставленной задачи, оставаясь не обнаруженным противником. Для выполнения

поставленной задачи он может произвести и залпов. Условия выполнения задачи в каждом из районов от залпа к залпу не меняются. Тогда временной график событий будет иметь вид, показанный на рис. 18.13.

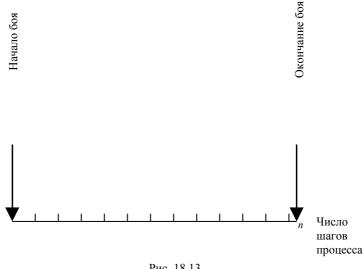


Рис. 18.13

При производстве расчетов необходимо учесть, что вектор-строка начальных условий равна  $\|p_i(0)\| = \|1000\|$ , цепь однородная; число шагов равно n.

Допустим, в дополнение к условиям, изложенным в примере 18.16, при оценке обстановки установлено следующее. До начала боя корабли противника форсируют минное заграждение (одна линия в один ряд). Каждый из кораблей может подорваться на мине независимо от других, вероятность подрыва равна  $P_{\scriptscriptstyle \mathrm{M}}$  для сторожевого корабля и  $P_{\scriptscriptstyle \mathrm{M}}'$  для танкера. До момента времени  $t_1$  бой будет проходить на закрытом плесе, а затем на открытом,

где волнение моря снизит эффективность стрельбы кораблей обеих сторон. В момент времени  $t_2 < T$  по танкеру нанесет удар береговая ракетная батарея. Обеспечивает целеуказание корабль A. Вероятность поражения танкера равна  $w_{\text{\tiny TH}}$ .

Указанная выше цель моделирования — обоснование лучшего способа распределения огня корабля A — достигается при совместной оценке усилий, направленных на повышение эффективности выполнения поставленной задачи с учетом военно-географических условий.

Временной график событий будет иметь вид, показанный на рис. 18.14.

В процедуре интегрирования следует учесть:

— начальные условия:

$$P_1(0) = (1 - P_M)^2 (1 - P'_M); \quad P_2(0) = 2P_M (1 - P_M)(1 - P'_M);$$

$$P_3(0) = P_{\text{\tiny M}}^2(1 - P_{\text{\tiny M}}'); \quad P_4(0) = P_{\text{\tiny M}}'; \quad P_5(0) = 1 - \sum_{i=1}^4 P_i(0);$$

- промежуток времени интегрирования [0, T];
- изменение интенсивностей переходов системы в момент времени  $t_1$ . До момента времени  $t_1$  интенсивности переходов должны вычисляться с учетом вероятностей попаданий при слабом волнении моря, а после момента  $t_1$  при сильном;





— изменение вероятностей состояний системы в момент времени  $t_2$ :

$$\begin{split} P_1(t_2+dt) &= P_1(t_2)(1-w_{_{\mathrm{TH}}}); \quad P_2(t_2+dt) = P_2(t_2)(1-w_{_{\mathrm{TH}}}); \\ P_3(t_2+dt) &= P_3(t_2)(1-w_{_{\mathrm{TH}}}); \quad P_4(t_2+dt) = \sum_{j=1}^3 P_j(t_2)w_{_{\mathrm{TH}}} + P_4(t_2); \\ P_5(t_2+dt) &= P_5(t_2). \end{split}$$

Эти выражения учитывают, что вероятности  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  уменьшаются за счет возможности поражения в этих состояниях танкера ракетами, а вероятность состояния  $A_4$  возрастает на такую же величину.

На этом заканчивается формирование модели боя носителей оружия в случайной схеме.

Для лучшего усвоения изложенного материала читателю предлагается изменить постановку задачи и разработать методику для случаев:

- 1. В условиях примера 18.15 стрельба корабля или другого носителя (носителей) оружия наблюдаемая. Противник может поразить не только носителя, но и корректировщика. Цель моделирования обоснование огневых позиций носителя (носителей) оружия.
- 2. В условиях примера 18.16 кораблем (кораблями) огневой поддержки десанта выполняется задача поражения не танкера, а объекта противника на участке высадки в условиях противодействия артиллерийских батарей противника. Цель моделирования обоснование распределения огня по объекту и противодействующим батареям противника.

## 18.6.2. Первый тип схемы динамики средних при моделировании боя

Как уже указывалось, при моделировании в схеме динамики средних состояния системы на каждый момент времени (на каждом шаге) процесса оцениваются математическим ожиданием (средним числом) элементов, составляющих систему. При этом можно выделить два типа моделей. В моделях первого типа учитывается изменение со временем числа носителей или поражаемых объектов, а вместе с тем и их ударных или оборонительных возможностей. В моделях второго типа число носителей или объектов удара

считается неизменным. Изменяются же от удара к удару вероятности сохранения ими боеспособности, а также математические ожидания их ударных или оборонительных возможностей.

Рассмотрим первый тип моделей, а в п. 18.6.3 — второй.

Модели первого типа применяются, если планируется бой против группы однотипных объектов или ограниченного числа групп, каждая из которых состоит из однотипных объектов, или же против группы кораблей, состоящей из одного или нескольких кораблей ядра и однотипных кораблей охранения. В последнем случае может иметь место модель смешанной схемы, когда, например, динамика изменения состояний кораблей ядра рассматривается в случайной схеме, а кораблей охранения — в схеме динамики средних.

И при непрерывном и при дискретном характере процесса боя модель первого типа состоит из четырех элементов, отличающихся от элементов модели, описанных в п. 18.6.1, следующими особенностями.

При н е п р е р ы в н о м характере процесса боя системы дифференциальных уравнений разрабатываются для каждой группы объектов противника или носителей оружия<sup>\*</sup>. Такие частные системы составляют одну общую. Частные системы связаны между собой: параметры, вычисляемые с помощью одной из частных систем, необходимы для интегрирования другой системы, и наоборот. В ряде случаев частные СДУ могут быть связаны между собой алгебраическими уравнениями, как, например, это имело место при моделировании процессов поиска и слежения (см. п. 17.2.3).

При дискретном характере процесса боя, т. е. когда по противнику наносится ограниченное число ударов в дискретные моменты времени, для конструирования второго элемента модели рекуррентно используются модели, представленные формулами (18.4.1)—(18.4.13). Необходимость в разработке графа процесса при этом отсутствует.

Третьим элементом модели в этом случае являются способы определения потенциалов поражения объектов противника или своих носителей. Модели для вычисления потенциалов поражения рассмотрены в § 18.2, 18.4.

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Подобные уравнения часто называют уравнениями Ланчестера, который опубликовал свою работу в 1916 г. Однако еще в 1915 г. в журнале "Военный сборник" № 6—9 была опубликована статья М. Осипова "Влияние численности сражающихся сторон на их потери", в которой даны аналогичные уравнения, а также указано их использование для практических целей.

Четвертый элемент модели определяет порядок реккуррентного использования избранных моделей, порядок изменения потенциалов поражения, начальные условия для вычислений и число шагов. Для разработки этого элемента целесообразно предварительно составить временной график событий.

 $\Pi$  р и м е р 18.17. Планируется бой группы однотипных артиллерийских кораблей стороны A общим числом N с соединением кораблей противника, состоящим из K кораблей ядра и M однотипных кораблей охранения со скорострельным артиллерийским вооружением.

Бой будет проходить на параллельных курсах в течение времени T, в бою участвуют все боеспособные корабли сторон. Корабли ядра огонь не ведут. Каждый из кораблей обеих сторон, ведущих огонь, использует артиллерию одного типа. Противник опережает сторону A в открытии огня на время  $\tau$ .

Цель боя для стороны A — поразить все корабли ядра противника.

Математическая модель необходима для обоснования распределения артиллерийского огня кораблей группы между кораблями ядра и кораблями охранения противника. При выработке рекомендаций можно считать, что ввиду кратковременности боя и трудоемкости передачи данных целеуказания распределение огня в процессе боя меняться не будет.

При больших числах N, K, M использование для разработки модели случайной схемы может потребовать слишком громоздкой системы дифференциальных уравнений. В этом случае целесообразно использовать схему динамики средних или смешанную схему для непрерывного процесса.

Положим для определенности K=2 и используем смешанную схему: изменение состояний кораблей ядра опишем в случайной схеме, а остальных кораблей сторон — в схеме динамики средних. Разработаем все четыре элемента модели.

 $\Pi$  е р в ы й элемент модели. Показателем эффективности боя группы кораблей A является вероятность поражения обоих кораблей ядра противника. Обозначим вероятность этого события P(T), тогда показатель эффективности будет равен  $\mathcal{Y}(T) = P(T)$ .

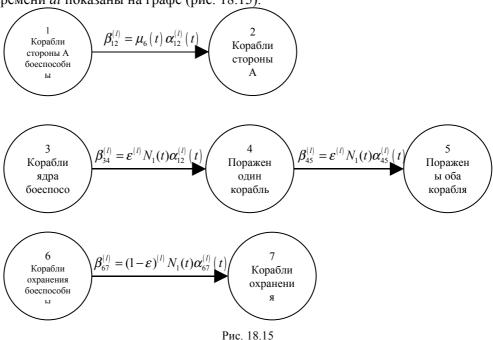
Второй элемент модели. Систему составляют корабли стороны A, корабли ядра и корабли охранения соединения противника. Эта система должна быть подразделена на три подсистемы: а) корабли стороны A; б) корабли ядра соединения противника; в) корабли охранения соединения противника.

Состояния подсистемы "а":  $A_1$  — корабли стороны A боеспособны;  $A_2$  — корабли стороны A поражены.

Состояния подсистемы "б":  $A_3$  — все корабли ядра боеспособны;  $A_4$  — один корабль ядра поражен;  $A_5$  — оба корабля ядра поражены.

Состояния подсистемы "в":  $A_6$  — корабли охранения боеспособны;  $A_7$  — корабли охранения поражены.

Направления переходов подсистем за бесконечно малый промежуток времени *dt* показаны на графе (рис. 18.15).



Для составления СДУ введем следующие обозначения:  $N_j(t)$ ,  $M_j$  (t) — математическое ожидание числа кораблей стороны A и кораблей охранения стороны B, находящихся в состоянии  $A_j$  на момент времени t, соответственно (j = 1, 2, 6, 7);  $P_j(t)$  — вероятность того, что корабли ядра находятся в состоянии  $A_j$ , j = 3, 4, 5;  $\beta_{ij}(t)$  — интенсивность переходов системы из состояния  $A_i$  в

состояние  $A_j$ ; l — номер варианта целераспределения (ниже в тексте индекс опущен).

Используя правило составления дифференциальных уравнений (см. гл. 6), получим:

$$\begin{split} \frac{dN_1(t)}{dt} &= -N_1(t)\beta_{12}(t); \\ \frac{dN_2(t)}{dt} &= N_1(t)\beta_{12}(t); \\ \frac{dP_3(t)}{dt} &= -P_3(t)\beta_{34}(t); \\ \frac{dP_4(t)}{dt} &= P_3(t)\beta_{34}(t) - P_4(t)\beta_{45}(t); \\ \frac{dP_5(t)}{dt} &= P_4(t)\beta_{45}(t); \\ \frac{dM_6(t)}{dt} &= -M_6(t)\beta_{67}(t); \\ \frac{dM_7(t)}{dt} &= M_6(t)\beta_{67}(t). \end{split}$$

Эта система должна быть дополнена условиями:

$$N_1(t) + N_2(t) = N;$$
  $\sum_{j=3}^{5} P_j(t) = 1;$   $M_6(t) + M_7(t) = M.$ 

Показатель эффективности с учетом принятых обозначений равен  $\Im(T) = P_5(t)$ .

Третий элемент модели. Обозначим:  $\alpha_{ij}$  — интенсивность поражения кораблем одной стороны корабля другой стороны при состоянии системы  $A_i$ ;  $p_{ij}$ ,  $\nu_{ij}$  — вероятность попаданий и скорострельность (в залпах) кораблей соответственно;  $\omega_A, \omega_{\rm q}, \omega_{\rm o}$  — математические ожидания числа попаданий снарядов в корабль стороны A, корабль ядра и корабль охранения, необходимых для их поражения;  $n_A, n_{\rm o}$  — число огневых установок на корабле

стороны A и корабле охранения противника;  $\varepsilon$  — доля кораблей A, выделяемых для поражения кораблей ядра противника.

Учтем равномерность распределения снарядов по кораблям обстреливаемых групп $^*$  и получим:

$$\alpha_{12}(t) = \frac{n_{o} v_{12} p_{12}}{\omega_{A} N_{1}(t)}; \quad \alpha_{34}(t) = \frac{n_{A} v_{34} p_{34}}{\omega_{B}};$$

$$\alpha_{45}(t) = \frac{n_A \nu_{45} p_{45}}{\omega_g}; \quad \alpha_{67}(t) = \frac{n_A \nu_{67} p_{67}}{\omega_o M_6(t)}.$$

Для вычисления интенсивностей  $\beta_{ij}(t)$  получим выражения:

$$\beta_{12}(t) = M_6(t)\alpha_{12}(t); \quad \beta_{34}(t) = \varepsilon N_1(t)\alpha_{34}(t);$$
  
$$\beta_{45}(t) = \varepsilon N_1(t)\alpha_{45}(t); \quad \alpha_{67}(t) = (1 - \varepsilon)N_1(t)\alpha_{67}(t).$$

Обратим внимание на особенность вычисления интенсивностей переходов системы при использовании схемы динамики средних: вычисляется среднее число поражающих попаданий (в единицу времени) в каждый из кораблей обстреливаемой группы. В примере распределение огня по кораблям ядра принято равномерным.

Четвертый элемент модели. Временной график событий показан на рис. 18.16. В процедуре интегрирования следует учесть:

— начальные условия:

$$N_1(0) = N;$$
  $P_3(0) = 1;$   $M_6(0) = M;$   
 $N_2(0) = P_4(0) = P_5(0) = M_7(0) = 0;$ 

этих знаменателях равными единице (т. е. полагать, что далее обстреливается один объект). Это правило справедливо для всех аналогичных ситуаций при моделировании с использованием СДУ применения оружия по группе объектов со случайным равномерным распределением снарядов по объектам группы.

<sup>\*</sup> Заметим, что в знаменателях выражений для  $\alpha_{12}(t)$ ,  $\alpha_{67}(t)$  присутствуют параметры  $N_1(t)$ ,  $M_6(t)$  соответственно. С увеличением  $t(t \to \infty)$  эти параметры стремятся к нулю. Читатель может убедиться, что при решении СДУ это ведет к появлению неопределенности типа  $\frac{0}{0}$ . Рекомендуется при достижении параметрами  $N_1(t)$ ,  $M_6(t)$  значений 1 считать далее их значения в этих знаменателях равными единице (т. е. полагать, что далее обстредивается один объект). Это

- промежуток времени интегрирования [0, T];
- интенсивности переходов  $\beta_{34}(t) = \beta_{45}(t) = \beta_{67}(t) = 0$  в промежутке времени  $[0,\tau]$ .





На этом разработка модели заканчивается.

Оптимальное целераспределение (оптимальное значение  $\epsilon$ ) может быть найдено либо с помощью методов математического программирования, либо графоаналитическим методом. При использовании графоаналитического метода необходимо вычислить значение показателя эффективности для всех значений  $\epsilon$ , построить график и снять с него оптимальное значение  $\epsilon$ .

 $\Pi$  р и м е р 18.18. Планируется преодоление M носителями стороны A n зон обороны противника. При уяснении задачи и оценке обстановки установлено, что эффективность выполнения носителями задачи тем выше, чем больше носителей прорвет оборону противника. Для подавления обороны противника

предполагается нанести ряд ударов обеспечивающими силами. Требуется обосновать распределение этих сил по зонам обороны противника $^*$ .

 $\Pi$  е р в ы й элемент модели. Показателем эффективности удара является математическое ожидание числа M(n) носителей, прорвавших все зоны обороны противника. Поэтому формульная зависимость для вычисления показателя эффективности будет иметь вид  $\Im(n)=M(n)$ .

B т о р о й 9 л е м е н т м о д е л и . Для вычисления показателя эффективности и достижения цели моделирования может быть использована схема динамики средних первого типа. Так как носители преодолевают ограниченное число зон в дискретные моменты времени, имеет место дискретная цепь.

Допустим, что при оценке обстановки установлено: во всех зонах распределение снарядов противника по преодолевающим его оборону носителям равномерное. Число  $N_j$  используемых противником в j-й зоне снарядов известно в среднем. Потенциал поражения носителей снарядами j-й зоны, вычисленный при условии, что (j-1)-ю зону преодолели  $M_{j-1}$  носителей, обозначим  $u_j(M_{j-1})$ . Тогда математическое ожидание числа боеспособных носителей после прохождения j-й зоны будет равно (см. § 18.4)

$$M_{j} = M_{j-1} e^{-u_{j}(M_{j-1})}. (18.6.17)$$

С учетом принятых обозначений показатель эффективности будет равен  $\Im(n) = M_n$ .

Третий элемент модели. Потенциалы поражения носителя в зонах могут быть вычислены (см. § 18.4) с помощью выражения

$$u_{j}(M_{j-1}) = \frac{N_{j}p_{j}Q_{j}}{M_{i-1}\omega_{j}}.$$
(18.6.18)

Четвертый элемент модели. Временной график событий показан на рис. 18.17.

 $<sup>^*</sup>$  Методы оптимизации излагаются в гл. 12—16. Ниже рассмотрены лишь методы оценки эффективности одного из вариантов распределения. Причем рассматриваемая ситуация характеризуется эшелонированным расположением позиций ударных групп (стороны B), выполняющих оборонительные функции.

Показатель эффективности вычисляется рекуррентным решением выражений (18.6.17), (18.6.18). Каждой j-й зоне соответствует потенциал поражения носителя  $u_j(M_{j-1})$ . Для первой зоны  $M_0=M$ , число рекуррентных вычислений n.

На этом разработка модели заканчивается.

Заметим, что для решения поставленной задачи можно использовать и методы теории дискретных цепей Маркова (т. е. случайную схему). При интерпретации этого процесса как дискретной цепи Маркова будем иметь:

удар	удар	удар	удар
Первый удар	Второй удар	ј-ый	п-ый



- система-носители стороны A;
- состояния системы  $A_j$ , где  $A_j$  число боеспособных носителей ( j=0,1,2,...,M);
  - шаг процесса преодоление очередной зоны обороны противника;
  - число шагов равно n.

Однако использование случайной схемы при большом числе N требует большого времени для подготовки математического обеспечения и моделирования.

Для лучшего усвоения изложенного материала читателю предлагается изменить постановку задачи и разработать модель, если в условиях примера 18.17 по соединению кораблей противника наносят последовательные ракетные и торпедные удары подводные, авиационные и надводные ударные группы.

Цель моделирования — обоснование порядка огневого поражения противника.

## 18.6.3. Второй тип схемы динамики средних при моделировании боя

При моделировании боя с большой группой (соединением) разнотипных кораблей или других носителей оружия, где носители различных типов представлены одной или несколькими единицами, использование для моделирования и случайной схемы и схемы динамики средних первого типа может оказаться весьма сложным.

Второй тип схемы динамики средних гораздо менее громоздкий и во многих случаях позволяет достигать цели моделирования. Применение моделей этого типа возможно и в том случае, когда наносится ряд последовательных ударов по разнородной группе, состоящей из объектов поражения (корабли ядра соединения кораблей, транспорты конвоя, десантные корабли и т. д.) и прикрывающих их разнотипных носителей оружия. Каждое из воздействий может представлять собой однократный удар (бомбовый, ракетный), артиллерийскую дуэль, штурмовые действия авиации и т. д.

Цель боя — нанесение ущерба охраняемым объектам; показатели эффективности могут быть обоих типов (см. гл. 1).

Рассматриваемая модель позволяет обосновать порядок огневого поражения противника, в том числе позиции боя, распределение огня (ударов, залпов), состав и построение ордеров групп кораблей, последовательность ударов и т. д.

Напомним, что при этом типе моделей число обстреливаемых объектов и прикрывающих их носителей считается неизменным. Меняются со временем (в результате применения противной стороной своего оружия) вероятности сохранения объектами И носителями боеспособности, ударные оборонительные потенциалы. Изменения этих потенциалов считаются пропорциональными вероятностям повреждения поражения или

соответствующих носителей. Модели боя этого типа могут быть односторонними и двухсторонними, состоящими из четырех элементов.

Первый элемент модели может иметь вид  $\Im(n) = W_i(n)$ , если показателем эффективности является вероятность поражения i-го объекта, или  $\Im(n) = \sum_{(i)} c_i W_i(n)$ , если показателем эффективности является математическое ожидание ущерба, наносимого противнику, где  $c_i$  — коэффициент важности i-го объекта.

Второй элемент модели оценивает вероятности поражения (повреждений) объектов и носителей при каждом j-м воздействии, а затем в результате n воздействий. С этой целью для каждого j-го воздействия разрабатывается система дифференциальных уравнений или матрицы вероятностей переходов. В простейшем случае, когда каждый i-й объект может быть только в состояниях "поражен" или "не поражен" и требуется разработать одностороннюю модель боя, рекуррентно используются выражения вида

$$W_i^{(j)} = q_i^{(j-1)} [1 - e^{-u_i(\tau_j)}]; (18.6.19)$$

$$W_i^{(j)} = q_i^{(j-1)} [1 - e^{-u_i^{(j)}}]; (18.6.20)$$

где  $W_i^{(j)}$  — вероятность поражения i-го объекта в результате j-го удара;  $q_i^{(j-1)}$  — вероятность непоражения i-го объекта после (j-1)-го воздействия по нему,

$$q_i^{(j-1)} = 1 - \sum_{r=1}^{j-1} W_i^{(r)};$$

 $u_i(\tau_j)$  — потенциал поражения *i*-го объекта противника при *j*-м воздействии по нему в течение времени боя  $\tau_j$ ;  $u_i^{(j)}$  — потенциал поражения *i*-го объекта при *j*-м ударе.

Вероятность поражения i-го объекта в результате n воздействий по нему находится из выражения

$$W_i(n) = \sum_{j=1}^n W_i^{(j)}, \qquad (18.6.21)$$

а математическое ожидание ущерба, наносимого противнику, — из выражения

$$\Im(n) = \sum_{i=1}^{K} \sum_{i=1}^{n} c_i W_i^{(j)} = \sum_{i=1}^{K} c_i W_i(n).$$
 (18.6.22)

Третий элемент модели — способы нахождения интенсивностей или вероятностей переходов — как раз и учитывает характер изменения ударных и оборонительных возможностей со временем.

Четвертый элемент модели — процедура вычислений — разрабатывается для каждой из СДУ или цепей Маркова.

Если для описания динамики процесса во втором элементе модели используются выражения (18.6.19)—(18.6.22), то третьим элементом модели являются способы нахождения потенциалов поражения, а четвертым — способы рекуррентного решения уравнений (18.6.19), (18.6.20) с учетом начальных условий и числа обращений к процедуре вычислений.

Пример 18.19. Планируется n последовательных ракетных ударов (залпов) по соединению кораблей противника, состоящему из K однотипных кораблей ядра и M кораблей охранения r типов. При уяснении задачи установлено, что цель удара — поражение максимально возможного числа кораблей ядра. Возможно несколько вариантов построения ордера соединения кораблей противника. Математическая модель необходима для обоснования позиции ударной группы при различных вариантах построения ордеров противника.

Первый элемент модели. Показателем эффективности выполнения задачи является математическое ожидание K(n) числа пораженных кораблей ядра. Поэтому  $\mathcal{I}(n) = K(n)$ .

Второй элемент модели. Из постановки задачи следует, что имеет место дискретный случай. Допустим, что в результате уточнения оценки обстановки специалист по исследованию операций установил: число типов кораблей r велико и использование случайной схемы или первого типа схемы динамики средних приведет к громоздкой модели. Поэтому целесообразно применить второй тип схемы динамики средних. Корабли противника практически можно считать находящимися лишь в состояниях "не поражен" или "поражен", поэтому для моделирования динамики изменения их состояний используется выражение

$$W_i^{(j)} = q_i^{(j-1)} (1 - e^{-u^{(j)}}). (18.6.23)$$

Показатель эффективности находится по формуле

$$\Im(n) = \sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{n} W_i^{(j)} = \sum_{i=1}^{K} W_i(n) = K(n).$$
 (18.6.24)

Третий элемент модели. Модели для вычисления потенциала поражения  $u_i^{(j)}$  требуют уточнения оценки обстановки. Допустим, что распределение атакующих ракет по кораблям соединения противника случайное неравномерное. Можно выделить L зон поражения противником атакующих ракет. Эти зоны соответствуют L типам его зенитного оружия и радиоэлектронных средств противодействия. Число залпов оружия противника по ракетам в каждой зоне известно лишь в среднем; распределение залпов и средств электронного противодействия по ракетам можно считать случайным равномерным.

Общий вид модели для вычисления  $u_i^{(j)}$  (см. § 18.4):

$$u_i^{(j)} = \frac{\sum_{f=1}^{N^{(j)}} \gamma_{if}^{(j)} p_{if}^{(j)} Q_i^{(j)}}{\omega_i^{(j)}},$$

где  $N^{(j)}$  — число атакующих ракет в j-м залпе (j = 1, 2, ..., n);  $\gamma^{(j)}_{if}$  — вероятность того, что f-я ракета j-го залпа будет действовать против i-го корабля;  $p^{(j)}_{if}$  — условная вероятность попадания f-й ракеты в i-й корабль;  $Q^{(j)}_{i}$  — вероятность преодоления ракетой j-го залпа обороны противника;  $\omega^{(j)}_{i}$  — математическое ожидание числа попаданий ракет j-го залпа в i-й корабль, которые необходимы для его поражения.

Для достижения целей моделирования необходимо знать зависимость параметров  $\gamma_{if}^{(j)}, p_{if}^{(j)}, Q_i^{(j)}$  от выбранной позиции для данного ордера соединения противника.

Используем метод разработки модели для определения параметра  $Q^{(j)}$ , показанный в (18.4.19), (18.4.20). Обозначим математическое ожидание числа атакующих ракет j-го залпа, преодолевших оборону противника,  $\overline{N}^{(j)}$ . Параметр  $Q^{(j)}$  может быть принят равным

$$Q^{(j)} = \frac{\overline{N}^{(j)}}{N^{(j)}}. (18.6.24')$$

Для сравнительной оценки параметров  $\overline{N}^{(j)}$  при различных дистанциях удара и ордерах противника можно при моделировании использовать схему динамики средних первого типа. Разработаем эту модель в модели — модель второго уровня.

 $\Pi$  е р в ы й э л е м е н т м о д е л и в т о р о г о у р о в н я . Показатель эффективности преодоления ракетами обороны противника есть математическое ожидание числа ракет, преодолевших все L зон обороны:

$$\mathfrak{I}^{(j)}(L) = \overline{N}_L^{(j)}.$$

Второй элемент модели второго уровня. Математическое ожидание числа ракет, преодолевших l-ю зону, равно

$$\overline{N}_{l}^{(j)} = \overline{N}_{l-1}^{(j)} e^{-u(\overline{N}_{l-1}^{(j)})}.$$
(18.6.25)

Третий элемент модели второго уровня. Потенциал поражения ракеты находится из выражения

$$u(\overline{N}_{l}^{(j)}) = \sum_{i=1}^{K+M} \frac{R_{il}^{(j)} w_{il}^{(j)} q_{i}^{(j-1)}}{\overline{N}_{l-1}^{(j)} \omega_{i}^{(j)}},$$
(18.6.26)

где  $R_{il}^{(j)}$  — среднее число залпов, которое может осуществить i-й корабль противника по атакующим ракетам в l-й зоне;  $w_{il}^{(j)}$  — вероятность попадания в ракету в l-й зоне залпом i-го корабля;  $q_i^{(j-1)}$  — вероятность непоражения i-го корабля к j-му удару;  $\omega_i^{(j)}$  — математическое ожидание числа попаданий в ракету снарядом i-го корабля, которые необходимы для ее поражения.

Обратим внимание, что в выражении (18.6.26) оборонительный потенциал каждого из кораблей соединения противника уменьшен пропорционально  $q_i^{(j-1)}$ .

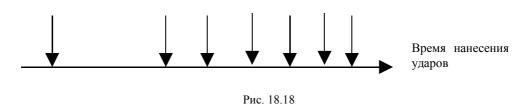
Четвертый элемент модели второго уровня. Выражения (18.6.25), (18.6.26) решаются рекуррентно для всех L зон. Для первой зоны  $q_i^{(0)}=1,\ N_0^{(i)}=N.$ 

Искомый показатель эффективности модели второго уровня равен  $\mathfrak{Z}^{(j)}(L) = \overline{N}_L^{(j)} = \overline{N}^{(j)}.$ 

После этого по формуле (18.6.24') можно определить искомый параметр  $Q^{(j)}$  для третьего элемента модели первого уровня. Продолжим разработку основной модели.

Четвертый элемент модели первого уровня. Временной график событий показан на рис. 18.18. Уравнение (18.6.23) решается рекуррентно для всех n ударов. Для первого удара  $q_i^{(0)}=1$ .





На этом разработка модели заканчивается. Лучшей (для данного ордера) следует признать ту позицию ударной группы, которой будет соответствовать большее значение показателя эффективности.

Заметим, что при разработке данной модели использованы оба типа схемы динамики средних: для оценки эффективности противодействия противника

ракетам (для оценки вероятности несбития ракеты  $Q^{(j)}$ ) использован первый, а для оценки эффективности выполнения задачи в целом — второй тип модели.

Особенностями метода динамики средних для моделирования боя носителей являются: с увеличением числа поражаемых объектов и уменьшением вероятности их поражения ошибки в оценке эффективности удара уменьшаются; с увеличением числа последовательно наносимых по объектам противника ударов ошибка в оценке эффективности удара увеличивается. В связи с этим нецелесообразно использовать схему динамики средних для сравнительной оценки вариантов нанесения ударов, отличающихся друг от друга сразу несколькими параметрами, например числом последовательно наносимых ударов и числом ракет в каждом ударе, числом обстреливаемых объектов противника и числом наносимых ударов и т. д.

Следует также помнить, что применение случайной схемы и схем динамики средних дает разноточные модели. Нельзя осуществлять сравнительную оценку альтернатив, для моделирования которых применены разные методы.

# 18.6.4. Рациональная последовательность разработки математических моделей боя (удара) носителей оружия в занятой позиции

Выше были разработаны возможные структуры математических моделей боя носителей оружия для различных тактических ситуаций и целей моделирования. Характерным для них является: наличие одинакового числа элементов, составляющих модели и выполняющих идентичные функции в различных моделях; использование для разработки моделей боя аппарата теории дискретных и непрерывных цепей Маркова, представляющего весьма широкие возможности для регламентации и формализации процесса подготовки математического обеспечения.

Структура математических моделей боя носителей оружия делает рациональной следующую последовательность разработки математического обеспечения.

1. Уяснить оперативно-тактическую постановку задачи: цель действий носителей оружия, цель моделирования, характер влияния на эффективность выполнения поставленной задачи исследуемых факторов обстановки. Кроме

того, необходимо оценить возможность интерпретации процесса боя как дискретного или непрерывного процесса.

- 2. Определить показатели эффективности основной и дополнительные. Затем, руководствуясь п. 18.6.1, определить типы показателей эффективности и разработать первый элемент модели боя формульные зависимости для вычисления показателей эффективности.
- 3. Разработать замысел моделирования: выявить варианты расчетов, их последовательность, управляющие параметры для каждого из вариантов. Знание управляющих параметров поможет определить "нижний ярус" модели.
- 4. Разработать второй элемент модели боя модель динамики процесса. Для этого предварительно оценить возможность использования случайной схемы или (и) одного из типов схемы динамики средних. Далее определить структуру системы: составляющие систему элементы обстановки, состояния системы и направления переходов (за один шаг или за время dt). Структура системы должна обеспечить марковское представление моделируемого процесса. Вычертить граф процесса. После этого разработать структуру матрицы вероятностей или интенсивностей переходов.

Если при применении схемы динамики средних используются выражения вида (18.4.1)—(18.4.13), граф процесса и матрицы перехода не разрабатываются.

В заключение следует записать формульные зависимости, необходимые для вычисления показателей эффективности, с использованием обозначений, принятых во втором элементе модели.

- 5. Разработать третий элемент модели боя: определить способ нахождения вероятностей, либо интенсивностей перехода, либо потенциалов поражения, при необходимости разработать модели для их вычисления.
- 6. Разработать четвертый элемент модели боя определить порядок вычислений или процедуру интегрирования. Целесообразно начать с разработки временного графика событий, на котором обозначить начало, окончание процесса, а также события, влияющие на ход и исход процесса боя. Далее определить начальные условия, продолжительность (число шагов) процесса боя, разработать методы учета событий, указанных на временном графике:
- порядок изменения вероятностей (интенсивность) переходов, а при использовании выражений (18.4.1)—(18.4.13) потенциалов поражения;
- порядок изменения процедуры интегрирования (при непрерывной цепи Маркова).

- 7. Определить численные значения параметров, необходимых для моделирования боя.
- 8. Составить сводный перечень допущений и ограничений. Выявить характер искажений моделью исследуемых закономерностей.
  - 9. Включить модель в состав математического обеспечения ЭВК.
- В примерах 18.12—18.19 рассмотрены методы выполнения пп. 1, 2, 4, 5, 6 указанной последовательности. Пункты 3, 7 не рассматривались, так как рамки учебника не позволяют дать развернутую постановку задачи. Рекомендации для выполнения п. 8 рассмотрены в п. 11.2.4, 18.6.3. Что касается п. 9, то методика его разработки рассматривается в других курсах. Здесь же необходимо указать лишь следующее. Математический аппарат, применяемый для моделирования динамики боя, позволяет заблаговременно разработать необходимые модули, стандартные процедуры, банк данных и тем сократить время подготовки математического обеспечения (см., например, рис. 18.8, 18.9).

### § 18.7. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЗАНЯТИЯ НОСИТЕЛЯМИ ПОЗИЦИИ ПРИМЕНЕНИЯ ОРУЖИЯ

Целями моделирования первого этапа процесса применения носителей оружия — этапа занятия носителями позиции применения оружия могут быть:

- обоснование действий носителей на данном этапе (способов развертывания, наведения, преодоления противодействия противника, поиска, слежения, обеспечивающих действий и т. д.);
- определение исходных данных (начальных условий) для моделирования последующих этапов, и главным образом этапа боя (применения оружия).

Определение цели моделирования первого этапа осуществляется в процессе уяснения оперативно-тактической постановки задачи.

С точки зрения математического моделирования этап занятия позиции применения оружия может рассматриваться либо как одноразовый акт, либо как случайный процесс с дискретным или непрерывным временем перехода. Для моделирования этого этапа могут применяться все существующие аналитические и статистические методы моделирования и методы исследования операций. Остановимся лишь на общих принципах разработки моделей первого этапа.

#### 18.7.1. Общие принципы разработки моделей

Разработка математической модели этапа занятия позиции начинается с уяснения оперативно-тактической постановки задачи. В результате уяснения задачи должны быть определены:

- цель действия носителей и характер влияния на достижение этой цели условий действий носителей на первом этапе;
- цель моделирования и вид процесса (одноразовое действие, непрерывный или дискретный процесс).

Определив цель применения носителей и цель моделирования, необходимо определить показатели эффективности, основной и дополнительный. При этом следует выяснить, влияют или нет способы действий носителей на первом этапе на сравнительную эффективность способов действий на последующих этапах. Если такое влияние существует, то в качестве показателя эффективности следует брать показатель эффективности выполнения носителями поставленной задачи (общий показатель). В этом случае модель первого этапа служит для определения исходных данных при моделировании на последующих этапах и является составной частью модели применения носителей оружия. Если же способы выполнения первого этапа не влияют на выбор способов действия носителей на последующих этапах и необходимо знать только исход этого этапа, то сравнительную оценку действий носителей на первом этапе можно осуществить по частному показателю эффективности, производному от общего показателя и соответствующему целям моделирования.

Пример 18.20. Необходимо выбрать способ наведения носителей на объект противника. При уяснении задачи установлено, что различные способы наведения обеспечивают занятие носителями различных позиций применения оружия относительно объекта противника, а позиции применения оружия оказывают существенное влияние на эффективность решения задачи. В этом случае выбор того или иного способа наведения должен осуществляться с помощью показателя эффективности решения поставленной задачи.

Пример 18.21. Группа носителей для выполнения поставленной задачи должна при занятии позиции применения оружия преодолеть систему рубежей, на которые может быть оказано противодействие противника. Эффективность решения задачи зависит от числа носителей, сохранивших боеспособность к моменту занятия позиции применения оружия, и не зависит от способа ее занятия.

Для сравнительной оценки вариантов преодоления противодействия противника в этом случае могут быть использованы такие показатели эффективности, как вероятность сохранения боеспособности каждым носителем или математическое ожидание числа боеспособных носителей (если они однотипны, см. примеры 18.18, 18.19).

После определения показателя эффективности необходимо разработать или выбрать формульную зависимость для его вычисления. В частности, в качестве формульных зависимостей могут быть взяты зависимости, приведенные в гл. 17, 18.

Прежде чем приступить к непосредственной разработке математической модели применения носителей оружия на первом этапе, необходимо разработать замысел моделирования. Замысел моделирования должен содержать варианты расчетов при моделировании действий носителей на данном этапе и указания об их взаимосвязи с вариантами расчетов при моделировании на последующих этапах, последовательность рассмотрения вариантов, управляющие параметры для каждого из вариантов, выходные величины (в зависимости от целей моделирования) и другие сведения, позволяющие достичь при моделировании поставленные цели.

Непосредственная разработка математической модели процесса применения носителей на данном этапе начинается с классификации исследуемого процесса и определения на основании этой классификации необходимого для моделирования математического аппарата.

Если действия носителей на данном этапе можно интерпретировать как одноразовое действие, для моделирования могут быть применены модели, рассмотренные в § 18.2—18.4, и разработанные на их основании модули и стандартные процедуры для ЭВМ.

Если действия носителей на этапе занятия позиции применения оружия можно рассматривать как процесс с непрерывным или дискретным временем перехода системы из состояния в состояние, то для разработки математических моделей на этом этапе могут быть применены различные методы, изложенные выше, и использованы разработанные на их основе модули и стандартные процедуры.

При разработке математических моделей во всех случаях необходимо обратить особое внимание на согласование моделей первого и последующих этапов по параметрам, состояниям и показателям эффективности.

Продолжим рассмотрение примера 18.15. В дополнение к его условиям укажем, что корабль стороны A в процессе занятия позиции стрельбы в любом из K районов должен пройти ряд рубежей, на которых ему может быть оказано противодействие со стороны противника. Допустим, что уяснение оперативнотактической постановки задачи дает возможность установить, что эффективность решения кораблем A поставленной задачи зависит не только от района выполнения задачи, но и от способа перехода корабля в этот район. Показателем эффективности действий корабля A на этапе занятия позиции является вероятность поражения объекта противника, определяемая следующей формульной зависимостью:

$$\Im(n) = w_{\rm c} \sum_{i=1}^{4} p_i^{(0)} p_{i3}(n). \tag{18.7.1}$$

В этом выражении вероятность  $p_i^{(0)}$  является элементом вектор-строки начальных состояний.

Для вычисления вероятности выполнения поставленной задачи математическая модель первого этапа должна давать возможность нахождения этих начальных состояний. Так как на втором этапе применения носителя (этапе боя) система характеризуется четырьмя состояниями:

 $A_1$  — корабль ранее противником не обнаруживался, объект не поражен;

 $A_2$  — корабль ранее противником обнаруживался, но не поражен, объект не поражен;

 $A_3$  — объект поражен;

 $A_4$  — корабль поражен, задача им не выполнена, то и при моделировании первого этапа необходимо рассматривать эти же четыре состояния. Математическая модель этапа должна дать возможность получить на выходе вектор-строку вероятностей начальных состояний

$$\pi_0 = \| p_i^{(0)} \| = \| p_1^{(0)} \quad p_2^{(0)} \quad p_3^{(0)} \quad p_4^{(0)} \|$$
(18.7.2)

Вероятности состояний системы с учетом начальных условий определяются путем перемножения вектор-строки на матрицу состояний системы за n шагов на втором этапе процесса:

$$\|R_i(n)\| = \|p_i^{(0)}\| \times \begin{vmatrix} p_{11}(n) & p_{12}(n) & p_{13}(n) & p_{14}(n) \\ 0 & p_{22}(n) & p_{23}(n) & p_{24}(n) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \|p_1^{(0)}p_{11}(n); \quad p_1^{(0)}p_{12}(n) + p_2^{(0)}p_{22}(n); \quad p_1^{(0)}p_{13}(n) + p_2^{(0)}p_{23}(n) + p_3^{(0)};$$

$$p_1^{(0)}p_{14}(n) + p_2^{(0)}p_{24}(n) + p_4^{(0)} \|. (18.7.3)$$

Показатель эффективности в этом случае определяется из выражения (18.7.1):

$$\mathcal{J}(n) = W_c(p_1^{(0)}p_{13}(n) + p_2^{(0)}p_{23}(n) + p_3^{(0)}).$$

Особенностью этого примера является то, что учет первого этапа при моделировании второго этапа осуществляется с помощью начальных условий. Здесь, однако, не показано, что для разработки вектор-строки  $\left\|p_i^{(0)}\right\|$  потребуется разработка сложных моделей.

Подобным же образом, через начальные условия, учитывается первый этап и в примере 18.16.

Таким образом, в обоих примерах модели первого этапа согласованы по показателям эффективности и состояниям с моделями последующих этапов. Как показывает опыт моделирования, прежде чем приступить к разработке математической модели первого этапа в случае, когда оценка действий на первом этапе осуществляется по эффективности выполнения задачи носителями, необходимо разработать модель второго и последующих этапов и определить те параметры в этих моделях, которые зависят от исхода первого этапа и влияют на ход и исход боя.

Применение того или иного математического аппарата при моделировании первого этапа требует разработки целого ряда моделей более низкого уровня для определения необходимых при моделировании исходных данных. Для этих целей используются модели и методы, рассмотренные в гл. 3—22.

В заключение укажем, что обоснование оптимального (чаще рационального — см. гл. 11) способа занятия носителями позиции применения оружия, равно как и способов действий на других этапах, осуществляется методами, изложенными в § 2.3, когда математическое моделирование используется как

инструмент обеспечения творчества командира при разработке и оценке альтернативных вариантов.

### 18.7.2. Частный случай учета в моделях удара носителей оружия результата преодоления ими обороны противника

Постановка задачи. Группе из N однотипных носителей поставлена задача нанести удар по объекту противника с целью его поражения. При выходе в позицию применения оружия носители могут быть поражены силами обороны противника. Вероятность сохранения боеспособности каждым из носителей равна  $p_6$ , события — преодоление носителями обороны — независимы. Носители, занявшие позицию, применяют оружие одновременно (одним залпом). На каждом носителе имеется n однотипных средств поражения. Выстрелы всех носителей независимые, вероятность попадания в объект на выстрел равна p, закон поражения цели показательный с параметром  $\omega$ . Вероятность Q преодоления каждым снарядом обороны противника не зависит от числа боеспособных носителей. События — преодоление снарядами обороны противника — есть события независимые.

**Разработка модели.** Показателем эффективности удара является вероятность W(N) поражения объекта. Обозначим через z условную вероятность поражения объекта одним боеспособным носителем. Тогда полная вероятность поражения объекта одним носителем составит  $p_6z$ , непоражения —  $(1-p_6z)$ , а непоражения всеми N носителями —  $(1-p_6z)^N$ . После этого для определения вероятности W(N) получим выражение

$$W(N) = 1 - \{1 - p_6 z\}^N. (18.7.4)$$

Вероятность z определяется по формуле (18.3.1):

$$z = 1 - \left(1 - \frac{pQ}{\omega}\right)^n.$$

Подставив это значение z в (18.7.4), получим

$$W(N) = 1 - \left\{ 1 - p_6 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{pQ}{\omega} \right)^n \right] \right\}^N.$$
 (18.7.5)

Если число  $\overline{n}$  средств поражения, применяемых каждым носителем, известно только в среднем, то случайная величина — число попавших в объект снарядов каждого носителя — может считаться распределенной по закону Пуассона. Будем иметь

$$W(N) = 1 - \left[1 - p_6 \left(1 - e^{-\frac{\bar{n}pQ}{\omega}}\right)\right]^N.$$
 (18.7.6)

Вероятность Q может существенно зависеть от числа боеспособных носителей, т. е. от числа снарядов в ударе (см. п. 18.4.3). Обозначим через  $Q_{kn}$  вероятность преодоления обороны каждым из снарядов, если их число в залпе равно kn, где k — число боеспособных носителей. Тогда для определения вероятности W(N) может быть получено выражение

$$W(N) = \sum_{k=0}^{N} C_N^k p_6^k (1 - p_6)^{N-k} \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{pQ_{kn}}{\omega} \right)^{kn} \right\}.$$
 (18.7.7)

Для упрощения расчетов часто прибегают к следующему приему. Вероятность Q определяют для математического ожидания числа  $Nnp_{5}$  снарядов в залпе:  $Q = f(Nnp_{5})$  или  $Q = f(\overline{Nn}p_{5})$ , после чего используются выражения (18.7.5), (18.7.6).

Подчеркнем, что выше шла речь о так называемом залповом подходе снарядов к объекту поражения, когда противник не способен перенацеливать огонь с обстрелянных снарядов одного носителя на подходящие к объекту снаряды другого носителя. В противном случае, т. е. при незалповом подходе снарядов различных носителей к объекту поражения, вероятность Q вычисляется методами, изложенными в п. 18.4.3, для числа атакующих снарядов, равного n, т. е. Q = f(n).

Описанные модели применяются для оценки влияния противодействия противника группам ракетных, торпедных катеров, самолетов, надводных кораблей, подводных лодок и их оружию, если условия удара соответствуют изложенной выше постановке задачи. Вероятности  $p_6$ , Q, p вычисляются с учетом планируемых обеспечивающих мероприятий, способов нанесения удара. Понимание выражений (18.7.4)—(18.7.7) позволит адаптировать их ко многим особенностям обстановки.

### Глава 19. **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЯЗИ С СИЛАМИ**

### § 19.1. ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛЕЙ СВЯЗИ ПРИ УПРАВЛЕНИИ СИЛАМИ

#### 19.1.1. Область применения моделей

Изложенные в гл. 17, 18 способы математического моделирования процессов поиска объектов и слежения за ними, применения носителей и их оружия описаны для условий, когда система связи уже обеспечила получение силами поставленных им задач, связь взаимодействия функционирует идеально, все последствия функционирования системы связи известны. Практически же функционирование системы связи (ее надежность, скрытность, быстрота\*) совместно с другими факторами обстановки оказывают сложное и важное влияние на ход и исход действий сил. Поэтому, например, оптимальный способ распределения сил и средств по объектам или задачам, определенный без учета влияния связи, может оказаться малоэффективным по сравнению с другими способами, учитывающими возможности системы связи и условия ее функционирования. Обосновать организацию взаимодействия сил нельзя без учета влияния связи на ход и исход действий сил. В современных условиях, как правило, невозможно отдельно разрабатывать способы применения сил и отдельно организацию связи, так как они находятся в органическом единстве.

Для иллюстрации сказанного приведем примеры.

Пример 19.1. Подводная лодка осуществляет преследование конвоя (Кон) противника с целью наведения на него ударных сил. Для этого она через определенные промежутки времени передает на КП данные о месте и параметрах движения цели. Передача каждого сообщения для повышения ее надежности осуществляется многократно. Подводная лодка может потерять контакт с Кон по случайным причинам при нахождении на рабочей глубине и при всплытиях для передачи сообщения. В последнем случае вероятность потери контакта увеличивается за счет ухудшения условий работы гидроакустических средств подводной лодки, а также в связи с отставанием подводной лодки от Кон. Действие этих двух причин усиливается при

 $<sup>^{*}</sup>$  Часто в этом же смысле используются термины: достоверность, безопасность, своевременность связи.

к в и т а н ц и о н н о м с п о с о б е о б м е н а  $^*$ . При квитанционном способе выше и вероятность обнаружения подводной лодки в результате систематических действий противолодочных сил по сравнению с б е с к в и т а н ц и о н н ы м с п о с о б о м о б м е н а . Зато при бесквитанционном способе выше вероятность обнаружения и пеленгования радиопередач подводной лодки и вероятность ее последующего обнаружения противником в районе выявленного таким образом местонахождения.

Необходимо сравнить несколько позиций слежения подводной лодки относительно Кон противника. Некоторые из них предпочтительнее с точки зрения поддержания контакта с противником, другие — с точки зрения использования средств связи в условиях противодействия противника, третьи — с точки зрения скрытности подводной лодки в условиях систематических действий противолодочных сил противника.

Математическая модель потребуется для обоснования позиции слежения подводной лодки и способа радиообмена.

Пример 19.2. Разрабатываются построение противолодочных сил на рубеже и организация их взаимодействия. Как число эшелонов рубежа, так и состав сил на них, расстояние между эшелонами, способы действий сил будут во многом определяться возможностями системы связи сил с КП и связи взаимодействия (см. § 17.5).

Все сказанное выше не означает, что функционирование системы связи необходимо учитывать во всех случаях обоснования применения сил, использования средств. Так, в этом учете нет нужды, если рассматриваются действия, происходящие уже после получения соответствующей командной инстанцией необходимой командной информации или информации состояния. Однако в большинстве случаев, когда учет функционирования системы связи необходим, сложный характер ее влияния на эффективность действия сил требует использования математического моделирования для обоснования решений, планов, их корректирования на всех этапах управления.

Сферой применения рассматриваемых моделей является также научноисследовательская работа, направленная на совершенствование сил, средств флота, военно-морского искусства. Ниже будут рассматриваться только процессы радиосвязи с силами.

<sup>\*</sup> Квитанционный способ обмена зародился еще в первую мировую войну как ответная мера на появление радиоразведки и радиоподавления.

#### 19.1.2. Показатели эффективности связи с силами

Целью связи при управлении силами является обеспечение управления. Командир соединения при выработке решения, постановке задач службе связи будет оценивать различные варианты организации связи по степени ее влияния на ход и исход действий сил. Поэтому в качестве основного показателя эффективности связи командир будет использовать эффективность выполнения силами поставленной задачи с учетом влияния связи на эту эффективность.

Различные варианты организации связи меняют ее тактико-технические характеристики (TTX): надежность, скрытность, быстроту, с чем, собственно, и связано изменение эффективности действий сил при изменении вариантов связи. ТТХ связи при обосновании решения, организации связи выступают дополнительными показателями эффективности.

При математическом моделировании действий сил надежность связи оценивается вероятностью получения адресатом сообщения при однократной его передаче корреспондентом или за заданное число повторных передач (к заданному моменту времени). Быстроту связи характеризует эта же вероятность и, кроме того, условное математическое ожидание времени прохождения сообщения до адресата, вычисленное при условии, что сообщение адресатом получено. Скрытность связи оценивается скрытностью самих радиопередач — вероятностью невыполнения радиоразведкой противника своих задач по обнаружению или (и) пеленгованию радиопередач, их перехвату и т. д. — и скрытностью корреспондентов и адресатов (подводных лодок, кораблей, самолетов, береговых радиопередающих систем и т. д.) — вероятностью их необнаружения (непоражения) при использовании ими средств связи.

Для более глубокого понимания характера влияния связи на эффективность действий сил целесообразно осуществлять сравнительную оценку реальной системы связи с некоторой идеальной системой. Под "идеальной" системой связи понимается система, дальнейшее совершенствование которой в данных условиях является невозможным. Но такая система не должна быть фантастической. Например, если подводная лодка данного проекта для использования средств связи должна всплывать на перископную глубину, это должно учитываться и при описании функционирования идеальной системы связи. Однако надежность, скрытность радиопередач, быстрота связи должны иметь максимально высокие характеристики с учетом условий обстановки, в

том числе ожидаемых мероприятий РЭБ противника. Обозначим через  $\mathcal{G}_p$  и  $\mathcal{G}_{\text{м}}$  эффективность выполнения силами поставленной задачи при реальной и идеальной системах связи. Тогда параметр  $k=\mathcal{G}_p/\mathcal{G}_{\text{м}}$  будет характеристикой степени совершенства связи при заданных способах действий сил в рассматриваемых условиях. Чем выше значения коэффициента k, тем более совершенна связь, выше степень ее соответствия способам применения сил, условиям обстановки, тем меньше необходимость (возможность) ее совершенствования.

Для отыскания узкого места в структуре системы связи и организации ее функционирования может оказаться целесообразным вычислять показатели эффективности  $\mathfrak{I}_{\mathfrak{u}}^{(i)}$  для идеальной i-й ТТХ связи, i-го элемента системы связи и коэффициенты  $k^{(i)}$  степени влияния i-й ТТХ связи, i-го элемента системы связи:

$$k^{(i)} = \frac{\mathcal{P}_{p}}{\mathcal{P}_{u}^{(i)}}.$$

Во многих случаях в качестве дополнительных показателей эффективности могут использоваться ТТХ передающих, приемных устройств, потери элементов системы связи (стационарных, подвижных передающих, приемных систем, ретрансляторов связи), а также потери управляемых сил, коэффициенты влияния связи на величину потерь:

$$u = \frac{N_{\rm p}}{N_{\rm u}}; \quad u^{(i)} = \frac{N_{\rm p}}{N_{\rm u}^{(i)}},$$

где  $N_{\rm p}$ ,  $N_{\rm u}$ ,  $N_{\rm u}^{(i)}$  — математическое ожидание числа потерь своих сил (однотипных) в условиях реальной, идеальной системы, идеальной i-й TTX или i-го элемента системы связи соответственно.

Совместный анализ системы показателей эффективности связи, основного и избранных дополнительных, должен позволить командиру выявить сильные и слабые места решения как с точки зрения соответствия организации связи разработанному способу применения сил, так и с точки зрения соответствия способа применения сил потенциальным возможностям системы связи. Такой анализ будет стимулировать и направлять творчество командира и офицеров

штаба при подготовке и в ходе боя, позволит обосновать требования к связи (см. § 2.3).

#### 19.1.3. Особенности оперативно-тактической постановки задачи

Постановка задачи командиром должна обеспечить ее формализованную постановку специалистом по исследованию операций и далее разработку им математической модели.

Поскольку эффективность связи оценивается командиром по степени ее влияния на эффективность выполнения поставленной задачи, оперативнотактическая постановка задачи должна содержать сведения, во-первых, о том, как именно ТТХ связи влияют на ход и исход применения сил, использования средств и, во-вторых, какие факторы оперативно-тактического, организационного характера и как именно влияют на ТТХ связи.

При оценке влияния ТТХ связи на ход и исход действий сил командир должен указать, как в условиях ожидаемой обстановки проявляется характер влияния свойств связи на эффективность действия сил:

- 1. Силы (средства), органы управления начнут необходимые действия только после получения соответствующего сообщения, содержащего необходимую командную информацию или информацию состояния (боевой приказ, распоряжение, обусловленный сигнал, донесение и т. д.). В противном случае они эти действия либо не предпримут вовсе, либо же будут действовать самостоятельно, как правило, малоэффективно (например, неорганизованно отражать удары противника, а не наносить упреждающий удар с предусмотренным взаимодействием групп боевого порядка).
- 2. Эффективность действий сил обычно зависит от времени прохождения сообщения до адресата, в частном случае от получения сообщения в срок не позже некоторого заданного (например, до устаревания данных о маневрирующем объекте ракетного удара, взлете авиации противника с аэродрома и т. д.).
- 3. Эффективность в значительной (иногда решающей) степени зависит от скрытности связи. В постановке задачи должно быть указано: как от скрытности связи зависят скрытность замысла в целом, его элементов (район, способы применения сил и т. д.), какими будут ответные мероприятия противника, наши контрмероприятия; каким образом от скрытности связи будут зависеть дальнейшая "судьба" корреспондента и адресатов, ТТХ связи с учетом

всех видов последующего противодействия противника (преследование и поражение подводной лодки после ее обнаружения или обнаружения ее радиопередач, поражение радиопередающей системы, РЭП и т. д.).

Процессы радиосвязи осуществляются в системах связи, которые обычно имеют сложную структуру. Их деятельность во многом регламентирована. Например, командир подводной лодки будет знать частоты, на которых сообщения будут передаваться на подводные лодки и приниматься от них, расписание сеансов передач сообщений и т. д. В постановке задачи необходимо указать конкретный регламент передачи (приема) сообщений и условия обстановки, в которых будет осуществляться связь. На оперативно-тактическом уровне многие параметры, характеризующие функционирование системы связи, будут считаться известными для выявленных условий обстановки. Например, в математической модели в качестве исходных данных будут выступать вероятности успешной передачи корреспондентом радиограммы (РДО) в какомлибо диапазоне частот при заданных взаимном расположении корреспондента и адресата с учетом естественных и преднамеренных помех на трассе передачи.

Передачи РДО, содержащей сообщение, для повышения надежности передачи сообщения могут повторяться несколько раз. Однократная передача (прием) сообщения может осуществляться одновременно на нескольких частотах, несколькими передающими (приемными) устройствами. С точки зрения математического моделирования возможны несколько ситуаций при передаче сообщения.

- 1. И передача, и прием сообщения осуществляются одновременно на нескольких частотах. Условно будем называть этот способ связи способом "берег—море".
- 2. Передача сообщения осуществляется на одной частоте, прием на этой частоте выполняется несколькими территориально разнесенными приемными устройствами (центрами).
- 3. Передача сообщения производится на одной частоте, прием на этой частоте осуществляется одним или несколькими расположенными в одном пункте приемными устройствами. Для краткости способы пп. 2, 3 будем называть способами передач сообщения "море—берег".

В постановке задачи должен быть указан способ передачи. При передаче сообщений подводными лодками по-разному моделируются квитанционный и бесквитанционный способы обмена. Во всех случаях должны быть указаны

промежутки времени между очередными передачами (сеансами), факт ведения передач на сменных или неизменных частотах $^*$ .

В отношении противника должны быть указаны сведения, позволяющие оценить его противодействие корреспондентам и адресатам, радиоэлектронное противодействие самим передачам: состав сил и средств противника, их расположение относительно корреспондентов и адресатов, ожидаемые способы лействий.

Из числа военно-географических элементов наибольшее значение имеют взаимное расположение корреспондентов и адресатов, средств РЭП противника (с чем связана интенсивность естественных и преднамеренных помех), расположение средств радиоразведки, состав и расположение сил и средств поиска и поражения корреспондентов и адресатов, способы их действий.

Формализованная постановка задачи. С точки зрения разработки математических моделей, необходимых как для оценки влияния связи на эффективность выполнения поставленной задачи, так и для оценки ТТХ связи, действия сил обычно предстают как случайный процесс со счетным числом состояний (см. гл. 4). При этом весьма часто этот процесс является сочетанием процессов с дискретным и непрерывным временем переходов системы в различные ее состояния. Это особенно типично для подводных лодок: процесс передачи сообщений в направлениях подводные лодки-берег, берегподводные лодки, процесс добывания радиоразведкой необходимой информации являются случайными процессами с дискретным временем переходов; процесс поиска и поражения подводных лодок силами противника. влияющий на связь с подводными лодками и действия радиоразведки, является случайным процессом с непрерывным временем переходов. В ряде случаев, однако, оказывается возможным и целесообразным рассматривать весь процесс связи только как дискретный или непрерывный.

Указанные процессы (с учетом целей моделирования, обычных для управления) можно представить как процессы марковские. При этом математическая модель будет состоять из четырех элементов (см. § 17.1): система формульных зависимостей для вычисления основного и дополнительных показателей эффективности, системы дифференциальных уравнений или (и) матриц перехода для моделирования динамики действий сил

<sup>\*</sup> С этим связана возможность признания повторных передач сообщения событиями зависимыми или независимыми.

с учетом влияния процессов связи; формульных зависимостей для вычисления интенсивностей или (и) вероятностей переходов системы в различные ее состояния; процедуры интегрирования СДУ или (и) перемножения матриц переходов с учетом начальных условий и событий, сопутствующих действиям сил в дискретные моменты времени.

Марковское представление процессов связи с силами во многих случаях позволяет достигать цели моделирования и значительно сокращает его время. Поэтому ниже будут рассмотрены процессы связи с силами, интерпретируемые как марковские. В этом случае формализованная постановка задачи сведется к описанию того, как реальный процесс интерпретировать в виде марковского (что теоретически возможно всегда) и какие именно элементы ситуации (заданные оперативно-тактической постановкой задачи) должны отражаться различными элементами модели.

Заметим теперь, что математическая модель для оценки влияния связи на эффективность действий сил может потребовать знания надежности, скрытности связи при однократной передаче сообщения или же TTX связи за N повторных передач сообщения, осуществляемых через некоторые промежутки времени. Поэтому целесообразно вначале рассмотреть методы моделирования связи для оценки ее TTX при однократной, а затем при многократной передаче сообщения, после чего уже изложить методы моделирования для оценки влияния связи на эффективность выполнения задачи.

## § 19.2. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ОДНОКРАТНОЙ ПЕРЕДАЧИ СООБЩЕНИЯ

Передача и прием сообщения на какой-либо частоте будут сопровождаться ее искажениями, вызываемыми как естественными, так и преднамеренными помехами. При приеме адресатом m различно искаженных помехами текстов радиограмм в результате сопоставления этих текстов может быть получено сообщение.

Введем понятия "прием радиограммы" и "прием сообщения". *Приемом РДО* будем называть прием такого числа ее знаков, символов (части текста), которые как минимум позволяют судить, что адресату передавалось сообщение. *Приемом сообщения* назовем прием такой части текста РДО, которая позволит

адресату понять передаваемую информацию и приступить к выполнению необходимых действий. Характер искажения РДО, передаваемой на каждой из частот, есть случайное явление.

Обозначим:  $P_{n,m}$  — вероятность гипотезы о том, что при приеме сообщения на n частотах будет принято m РДО; E(m) — условная вероятность приема адресатом сообщения, вычисленная при условии приема им m текстов РДО, содержащих это сообщение. Тогда вероятность W(n) приема адресатом сообщения при однократной его передаче на n частотах найдется по формуле полной вероятности

$$W(n) = \sum_{m=0}^{n} P_{n,m} E(m).$$
 (19.2.1)

Эта формула аналогична формуле Колмогорова для оценки вероятности поражения цели n снарядами (см. (18.2.1)). Формула (19.2.1) может использоваться и в случае, когда сопоставление текстов искаженных РДО не осуществляется.

Найдем способы вычисления параметров  $P_{n,m}$ , E(m), а затем W(n).

#### 19.2.1. Распределение $P_{n,m}$ числа принятых радиограмм

Распределение  $P_{n,m}$  зависит от числа n частот, на которых осуществляется прием сообщения, вероятности приема РДО на каждой из частот и от характера зависимости в приеме РДО адресатом. Многообразие видов зависимости укладывается в три изложенных в п. 19.1.3 ситуации передачи сообщения. Прием РДО на каждой і-й частоте зависит, во-первых, от успешной передачи РДО корреспондентом и, во-вторых, от успешного приема (реализации потенциальных возможностей) адресатом. Ус-пешность передачи характеризуется степенью превышения напряженности поля сигнала в точке приема над напряженностью поля помехи $^*$ . Обозначим через  $w_i$  вероятность события "ус-пешная передача РДО на і-й частоте в заданный район". Подчеркнем, что вероятность  $w_i$  есть также вероятность того, что у всех адресатов с однотипными приемными устройствами, действующих в данном

<sup>\*</sup> Необходимая степень этого превышения зависит от свойств приемных устройств адресата, способа передачи сообщения (телеграфия, телефония) и т. д. Эти вопросы рассматриваются в специальных курсах.

районе (подводные лодки, корабли, самолеты и т. д.), будут потенциальные возможности для приема сообщения. Эти возможности все адресаты реализуют индивидуально в зависимости от эффективности функционирования их аппаратуры, работы операторов. Обозначим через  $r_i$  условную вероятность приема адресатом радиограммы, успешно переданной на i-й частоте. Тогда полная вероятность приема адресатом РДО на i-й частоте будет равна  $w_i r_i$ .

### Распределение числа принятых адресатом РДО при независимом их приеме

Прием адресатом РДО на *п* частотах является независимым, если вероятность приема РДО на любой частоте не зависит от того, принята ли она на какой-либо из *п* частот. Независимый прием РДО в значительной степени определяется независимостью их успешной передачи\*\*. Указанному условию отвечают многие случаи передач и приема РДО на нескольких частотах в направлении берег—море, а также на одной частоте в направлении море—берег при территориально разнесенном приеме (см. п. 19.1.3).

Если вероятности  $w_i$ ,  $r_i$  одинаковы для всех частот ( $w_i = w_i$ ,  $w_i = v_i$  для i = 1, 2, ..., n), то распределение  $P_{n,m}$  подчиняется биномиальному закону

$$P_{n,m} = C_n^m (wr)^m (1 - wr)^{n-m}.$$
 (19.2.2)

## Распределение числа принятых адресатом РДО при зависимости в их приеме

Существует много причин, условий зависимости в приеме РДО, передаваемой на нескольких частотах и принимаемой несколькими приемными устройствами. В большом числе оперативно-тактических ситуаций для определения вероятностей  $P_{n,m}$  возникает необходимость рассмотрения двух групп факторов. От совместного влияния факторов первой группы зависят успешность передачи РДО на всех частотах и возможность приема РДО всеми

 $<sup>^*</sup>$  <sup>\*\*</sup> Однако, если прием РДО (при независимой их передаче) осуществляется на всех n частотах через одно антенное устройство, это может вносить элемент зависимости. Пример приведен, чтобы показать, сколь необходимо детально уяснить условия связи.

приемными устройствами. Вторая группа факторов индивидуальная для каждого приемного устройства.

В качестве примера рассмотрим практически важный случай функциональной зависимости в передаче РДО на n частотах при независимом их приеме адресатом (направление берег—море). Такая ситуация возникает в результате заградительных помех противника на всех частотах передачи сообщения. Тогда с некоторой вероятностью w сохранится возможность независимого приема РДО на всех n частотах приема, а с вероятностью (1-w) прием РДО на всех n частотах окажется невозможным. Обозначим, как ранее, через  $r_i$  условную вероятность приема РДО на i-й частоте, вычисленную при условии успешной передачи РДО. Если все вероятности  $r_i$  одинаковы  $(r_i = r$ для i = 1, 2, ..., n), будем иметь

$$P_{n,m} = wC_n^m r^m (1-r)^{n-m}. (19.2.3)$$

Если вероятности  $r_i$ , а также  $w_i$  различны для различных частот, то для нахождения вероятностей  $P_{n,m}$  следует прибегать либо к их осреднению с последующим использованием выражений (19.2.2), (19.2.3), либо к использованию производящих функций (см. п. 18.2.1).

Ситуация зависимости в приеме РДО — частое явление и для направления море—берег, особенно при размещении приемных устройств в одном пункте.

#### 19.2.2. Условный закон приема сообщения

Условным законом приема сообщения назовем зависимость условной вероятности E(m) приема сообщения от числа m принятых РДО, содержащих это сообщение.

Подчеркнем, что неучет при моделировании связи закона приема сообщения оправдан лишь в случае, когда сопоставление текстов принятых искаженных РДО не осуществляется. Но при этом необходимо, чтобы вероятности w, r являлись вероятностями такой передачи и такого приема РДО на каждой частоте каждым передающим и приемным устройствами, когда успешные передача, прием РДО означают успешную передачу, прием сообщения. В противном случае при математическом моделировании эффективность связи будет завышаться, эффективность РЭП противника

занижаться, а закономерности влияния связи на эффективность действия сил искажаться.

Закон приема характеризует: 1) мощность помех, естественных и преднамеренных; 2) помехоустойчивость структуры сообщения, качество передающих и приемных устройств, качество работы операторов, эффективность процедур сопоставления текстов искаженных радиограмм.

Для определения математического ожидания числа ф радиограмм, которые должны быть приняты, чтобы было принято сообщение, используется выражение, полученное А. Н. Колмогоровым (см. (5.2.18))

$$\varphi = \sum_{m=0}^{\infty} [1 - E(m)]. \tag{19.2.4}$$

Рассмотрим наиболее распространенные виды законов приема сообщения при математическом моделировании связи.

1. Единичный закон: сообщение оказывается принятым, если принята хотя бы одна РДО:

$$E(m) = \begin{cases} 1 & \text{при } m \ge 1; \\ 0 & \text{при } m = 0. \end{cases}$$
 (19.2.5)

Закон имеет место, если уже сам факт приема РДО несет необходимую информацию (например, о том, что подводная лодка боеспособна, корреспондент имеет исправные передающие устройства и т. д.).

При единичном законе  $\phi = 1$ .

2. Ступенчатый закон: чтобы сообщение было принято, необходимо принять не менее k РДО:

$$E(m) = \begin{cases} 1 & \text{при } m \ge k; \\ 0 & \text{при } m < k. \end{cases}$$
 (19.2.6)

Ступенчатым законом аппроксимируются реальные законы, когда приращением вероятности E(m) при увеличении m можно пренебречь на участках m < k и m > k (аналогично случаю, изображенному на рис. 18.3). Единичный закон является частным случаем ступенчатого закона (k = 1).

При ступенчатом законе  $\phi = k$ .

3. Показательный закон. Его особенность заключается в том, что вероятность приема сообщения с приемом очередной РДО не зависит от того, сколько РДО уже было принято ранее (отсутствует последействие). Тогда

$$E(m) = 1 - [1 - E(1)]^m, (19.2.7)$$

где E(1) — вероятность приема сообщения при приеме одной РДО. Можно показать (см. (18.2.15)), что в этом случае  $\varphi = 1/E(1)$ . Поэтому

$$E(m) = 1 - \left(1 - \frac{1}{\varphi}\right)^{m}.$$
 (19.2.7')

Показательный закон реально имеет место в двух случаях:

- 1. При единичном законе приема сообщения ( $\phi = 1$ ).
- 2. Если сопоставление текстов РДО не производится и должна быть принята хотя бы одна РДО, искажения которой не препятствуют приему сообщения (получению адресатом необходимой информации). Математическое ожидание числа ф РДО, которые должны быть приняты для получения сообщения, найдется в этом случае с использованием распределения Паскаля:

$$\varphi = \frac{1}{w'r'},\tag{19.2.8}$$

где w'r' — вероятность приема сообщения при приеме одной РДО.

- В оперативно-тактической области часто оказывается выгодным аппроксимировать реальные законы приема сообщения показательной функцией по следующим причинам:
- чрезвычайно упрощаются как математические модели приема сообщения, оценки TTX связи, так и математические модели оценки влияния связи на эффективность выполнения силами поставленной задачи, о чем свидетельствует накопленный опыт;
- искажения закономерностей реальных процессов связи при такой аппроксимации не мешают достигать целей моделирования.

Реальные законы приема сообщения аппроксимируются показательной функцией  $E^*(m)$  по следующему правилу:

$$E^*(m) = 1 - \left(1 - \frac{1}{\varphi_p}\right)^m,$$
 (19.2.9)

где фр соответствует реальному закону и определяется по формуле (19.2.4).

Способы определения закона приема сообщения всегда предусматривают использование методов математической статистики, с помощью которых обрабатывают либо собранные опытные данные, либо результаты специально проводимых экспериментов, либо же данные, полученные при математическом моделировании искажения текстов РДО помехами и получения необходимой информации путем сопоставления текстов. Опишем кратко процедуру такого моделирования. Предварительно анализируют тексты типовых сообщений, передаваемых в рассматриваемом направлении связи, выявляют те их элементы, сочетания элементов, поражение которых помехами делает невозможным получение РДО и содержащейся в РДО информации. После этого используют метод статистических испытаний. Каждый элементарный опыт (см. гл. 9) включает: а) последова-тельное моделирование искажения РДО естественными и преднамеренными помехами в процессе работы аппаратуры связи на этапах передачи и приема сообщения; б) последовательный анализ каждой РДО с точки зрения наступления событий: "успешная передача РДО", "получение РДО", "получение сообщения" адресатом.

После проведения достаточного числа элементарных опытов фиксируются числа:  $m_1$  — число успешных передач РДО корреспондентом;  $m_2$  — число успешных приемов РДО адресатом;  $m_3$  — число принятых адресатом РДО, при котором передаваемая ему информация оказалась полученной (т. е. получено сообщение).

Затем включают методы математической статистики, определяют статистическую функцию распределения E(m) (закон приема сообщения), а также, при необходимости, частости  $w^*$ ,  $r^*$  успешных передачи и приема РДО и другие статистические оценки.

При включении в банк данных ЭВМ законов приема сообщения потребуется классификация обстановки по составу средств связи, характеру помех, содержанию и структуре типовых сообщений.

### 19.2.3. Вероятность приема адресатом сообщения при его однократной передаче

Рабочие формулы для вычисления указанной вероятности могут быть получены с помощью формулы (19.2.1), в которую следует подставить выражения для вычисления параметров  $P_{n,m}$ , E(m), соответствующих условиям приема сообщения. Рассмотрим случай, когда условия передачи и приема сообщения на различных частотах одинаковы.

Hезависимый прием РДО на различных частотах. Обозначим вероятность приема адресатом сообщения при его однократной передаче через <math>v. Будем иметь:

а) для единичного закона:

$$v = \sum_{m=1}^{n} P_{n,m} E(m) = \sum_{m=1}^{n} P_{n,m} = 1 - (1 - wr)^{n};$$
(19.2.10)

б) для ступенчатого закона

$$v = \sum_{m=k}^{n} P_{n,m} = R_{n,k};$$
 (19.2.11)

в) для показательного закона

$$v = \sum_{m=0}^{n} P_{n,m} E(m) = \sum_{m=0}^{n} C_n^m (wr)^m (1 - wr)^{n-m} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\varphi} \right)^m \right] = 1 - \left( 1 - \frac{wr}{\varphi} \right)^n.$$
(19.2.12)

Если условия приема сообщения выдерживаются лишь в среднем, например, если лишь в среднем может быть оценено число  $\overline{n}$  частот, на которых осуществляется прием сообщения, то закон распределения числа принятых адресатом РДО отклоняется от биномиального и приближается к пуассоновскому. В этом случае вместо (19.2.10), (19.2.11), (19.2.12) будем соответственно иметь

$$v = 1 - e^{-\bar{n}wr}; (19.2.13)$$

$$v = \sum_{m=k}^{n} \frac{a^m e^{-a}}{m!},$$
 (19.2.14)

где  $a = \overline{n}wr$ ;

$$v = 1 - e^{-\frac{\bar{n}wr}{\varphi}}. (19.2.15)$$

Зависимость в приеме РДО на различных частотах и ее отражение в моделях при различных законах приема сообщения:

а) при единичном законе

$$v = w \sum_{m=1}^{n} P_{n,m} = w[1 - (1 - r)^{n}];$$
 (19.2.16)

б) при ступенчатом законе

$$v = w \sum_{m=k}^{n} P_{n,m} = w R_{n,k};$$
 (19.2.17)

в) при показательном законе

$$v = w \sum_{m=0}^{n} P_{n,m} E(m) = w \left[ 1 - \left( 1 - \frac{r}{\varphi} \right)^{n} \right].$$
 (19.2.18)

Заметим также, что при необходимости учесть реально наблюденные законы приема сообщения, отличающиеся от законов, рассмотренных в п. 19.2.2, следует пользоваться формулой (19.2.1).

## § 19.3. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ СВЯЗИ ПРИ МНОГОКРАТНЫХ ПОВТОРНЫХ ПЕРЕДАЧАХ СООБЩЕНИЯ КОРРЕСПОНДЕНТОМ

Число возможных условий связи, целей моделирования, от которых зависит структура моделей, необходимых для оценки надежности связи — определения вероятности приема адресатом сообщений при их многократных повторениях — безгранично велико. Поэтому реальной является лишь задача описания общих принципов построения нужных командиру моделей. Высокая динамика управления силами, с одной стороны, необходимость достаточно точного

раскрытия необходимых закономерностей — с другой, требуют выбора аппарата моделирования, позволяющего оперативно строить базовое и формируемое СМО (см. гл. 2). Как уже указывалось, в подавляющем большинстве реальных ситуаций рассматриваемые цели моделирования в оперативно-тактической области могут быть достигнуты, если процессы связи в условиях различных видов противодействия противника интерпретировать как процессы марковские. Чаще всего это требует принятия допущения о показательном или единичном законе приема сообщения. Тогда прием сообщения при однократной его передаче на n частотах рассматривается как одна "обобщающая" передача с надежностью, равной v.

Далее формирование модели приема сообщения сводится к блочному формированию четырех элементов (см. гл. 5, 17): формульных зависимостей для вычисления основного и дополнительных показателей эффективности; системы дифференциальных уравнений или матриц вероятностей переходов (либо их сочетаний); способов определения интенсивностей (вероятностей) переходов системы в различные состояния; процедуры интегрирования СДУ (перемножения матриц переходов).

# 19.3.1. Оценка надежности при отсутствии противодействия противника корреспондентам и адресатам в процессе передачи сообщения. Частные способы учета факторов, ограничивающих прием адресатом сообщения

Напомним, что РЭП противника связи учитывается при определении вероятностей w, v (см. § 19.2). Везде далее считается, что для различных повторных передач сообщения это противодействие независимо.

Пусть закон приема сообщения единичный или показательный, а событие "прием РДО при N повторных передачах" может считаться независимым. Тогда вероятность W(N) приема адресатом сообщения определится по формуле

$$W(N) = 1 - (1 - v)^{N}.$$
 (19.3.1)

Если число повторных передач РДО известно только в среднем  $(\overline{N})$ , будет иметь

$$W(\overline{N}) = 1 - e^{-\overline{N}v}.$$

Пусть повторные передачи РДО, содержащих сообщение, осуществляются в течение времени t, а математическое ожидание их числа в единицу времени составляет  $\overline{\lambda}$ . Тогда получим выражение

$$W(t) = 1 - e^{-\bar{\lambda}vt}. (19.3.2)$$

Заметим, что в терминах теории непрерывных цепей Маркова (в частности, теории массового обслуживания) параметр  $\bar{\lambda}$  есть плотность потока (интенсивность) передач РДО корреспондентом, а  $\bar{\lambda} \nu$  — плотность потока (интенсивность) приема сообщений адресатом. По формулам (19.3.1), (19.3.2) возможно определение вероятностей W(N), W(t), если корреспондентами и адресатами выступают надводные корабли, самолеты, береговые объекты. При этом в условиях, описываемых формулой (19.3.2), может возникать необходимость учета факторов, ограничивающих возможность адресатом сообщения. При всем многообразии факторов их действие в конечном счете сводится к прекращению процесса передачи или приема сообщения в случайный момент времени. Причинами могут быть: выход из строя аппаратуры корреспондента или адресата, прекращение передачи сообщения по организационным причинам до его приема адресатом, наступление неблагоприятных условий для приема сообщения, устаревания данных, содержащихся в передаваемом сообщении. Чрезвычайно важную роль играет также непосредственное противодействие противника корреспонденту или адресату (например, обнаружение или поражения корабля силами противника)\*. Способам учета различных случаев влияния этого последнего фактора посвящен также п. 19.3.2.

Обозначим:  $\delta$  — плотность потока (интенсивность) наступления фактора, ограничивающего возможность приема адресатом сообщения;  $r_{\phi}$  — вероятность того, что действие рассматриваемого фактора проявится еще до начала передачи сообщения. Тогда по аналогии с (17.2.3) будем иметь

$$W(t) = (1 - r_{\phi}) \frac{v\overline{\lambda}}{v\overline{\lambda} + \delta} \left[ 1 - e^{-(v\overline{\lambda} + \delta)t} \right]. \tag{19.3.3}$$

<sup>\*</sup> Напомним, что РЭП противника учитывается при оценке закона приема сообщения и распределения числа принятых РДО (см. § 19.2).

Если независимо друг от друга действуют K факторов, то вместо параметров  $r_{\Phi}$  и  $\delta$  следует учесть

$$r_{\rm c} = 1 - \prod_{j=1}^{K} (1 - r_{\rm \phi}^{(j)}); \quad \delta_{\rm c} = \sum_{j=1}^{K} \delta_{j},$$

где j = 1, 2, ..., K — номера факторов.

## 19.3.2. Учет противодействия противника корреспондентам и адресатам в моделях процессов передачи, приема сообщения

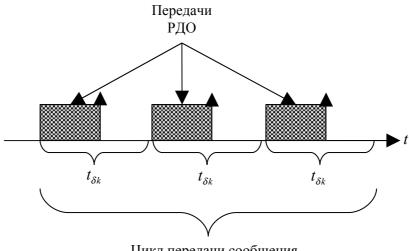
Способы противодействия противника корреспондентам и адресатам разнообразны, и учет их в моделях может быть более сложным, чем в формуле (19.3.3) Рассмотрим наиболее типичные с точки зрения математического моделирования случаи передачи и приема сообщения подводными лодками с учетом противодействия им со стороны противолодочных сил (ПЛС) противника. Понимание методов моделирования для этих сил и условий позволит внимательному читателю оценивать надежность связи и для других сил и условий противодействия.

### а) Модель приема сообщения, передаваемого в направлении подводные лодки—берег

Пример 19.3. Бесквитанционный способ обмена. Подводная лодка передает сообщение на КП, осуществляя для повышения надежности передачи сообщения N запланированных повторных передач РДО, содержащих это сообщение, на различных частотах с минимально возможными промежутками времени  $t_{\rm бкв}$  между очередными передачами (рис. 19.1). Обнаруженная противником подводная лодка подвергается атакам, и последующие не выполненные подводной лодкой передачи состоятся, когда подводная лодка оторвется от противника. Прием РДО на берегу осуществляют n приемных устройств.

Математическая модель необходима для оценки влияния на надежность приема сообщения числа N повторных его передач, противодействия ПЛС противника при двух условиях приема сообщения: когда все n приемных устройств расположены в одном пункте; и когда они территориально разнесены. Закон приема сообщения — показательный или единичный.

Разработка математической модели показана в примерах 5.4, 5.8 (гл. 5). Необходимо лишь указать способы определения вероятностей  $p = p_{\delta_{KB}}$ обнаружения подводной лодки за промежуток времени между началами двух очередных передач РДО (см. рис. 19.1) и последующего ее поражения, а также вероятности у приема сообщения при его однократной передаче.



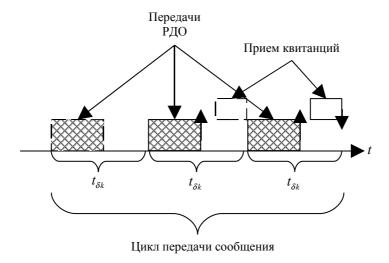
Цикл передачи сообщения

Рис. 19.1

Вероятность р определяется методами, изложенными в гл. 17, а вероятность *v* — методами, изложенными в п. 19.2.3.

Пример 19.4. В условиях примера 19.3 разработать модель, считая, что уже сам факт обнаружения подводной лодки ведет к срыву всех последующих передач ею РДО. Для этого при разработке модели необходимо внести лишь следующие изменения относительно модели в примере 19.3: 1) состояние системы:  $A_1$  — сообщение на берегу не получено, подводная лодка обнаружена;  $A_2$  — сообщение на берегу получено; противником не  $A_3$  — сообщение на КП не получено, подводная лодка обнаружена; 2) вместо вероятности  $p_{\text{бкв}}$  поражения подводной лодки использовать вероятность  $p'_{\text{бкв}}$ ее обнаружения.

 $\Pi$  р и м е р 19.5. Квитанционный способ обмена. В условиях примера 19.3 считать, что подводная лодка, передав в очередной раз РДО, ожидает от КП квитанцию в получении сообщения в течение заданного времени  $t_{\rm kB}^*$  (рис. 19.2). Передача квитанции осуществляется однократно при каждом приеме сообщения на КП, ее прием подводная лодка осуществляет на n' различных частотах. Подводная лодка прерывает повторные передачи РДО в следующих случаях: после получения квитанции от КП, при поражении противником, после осуществления N запланированных передач.



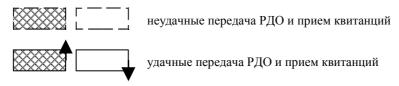


Рис. 19.2

**Разработка модели.** Надежность передачи сообщения по-прежнему оценивается вероятностью W(N) получения сообщения на берегу после N

 $<sup>^{*}</sup>$  Это время превышает технически необходимый промежуток времени между очередными передачами, что увеличивает вероятность обнаружения подводной лодки ПЛС по сравнению с бесквитанционным способом обмена.

передач РДО. По существу для ее определения можно использовать модель примера 19.3. Достаточно лишь в ней при определении вероятности *р* поражения подводной лодки учесть соответствующие этому способу промежутки времени между началами очередных передач РДО. Однако потребности определения других ТТХ связи — скрытности, быстроты — требуют разработки новой модели передачи сообщения, учитывающей особенности квитанционного способа обмена.

Рассмотрим с и с т е м у "подводная лодка, КП" со следующими ее с о с т о я н и я м и :  $A_1$  — сообщение на КП не получено, подводная лодка не поражена;  $A_2$  — сообщение на КП получено, подводная лодка не поражена, квитанцию не получила;  $A_3$  — сообщение на КП получено, подводная лодка противником не поражена, квитанцию получила;  $A_4$  — сообщение на КП получено, подводная лодка поражена;  $A_5$  — сообщение на КП не получено, подводная лодка поражена. Шаг системы — передача подводной лодкой РДО и ее поиск противником до начала очередной передачи. Направление переходов системы за один шаг показано на рис. 19.3. Матрицы переходов системы за один шаг однородной цепи имеют вид

$$\|p_{ij}\| = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & p_{15} \\ 0 & p_{22} & p_{23} & p_{24} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} ;$$
 (19.3.4)

$$||p_{ij}(N)|| = (||p_{ij}||)^N.$$
 (19.3.5)

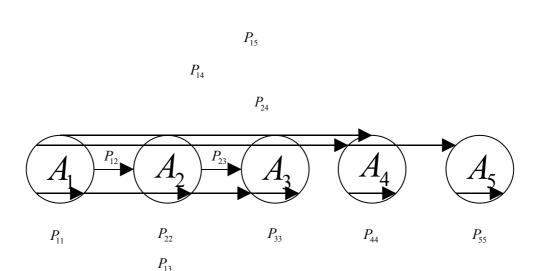


Рис. 19.3

Практический интерес представляет вероятность W(N) получения на КП сообщения, вычисленная при условии, что процесс передач РДО начат из состояния  $A_1$  ( $p_1(0) = 1$ ):

$$W(N) = p_{12}(N) + p_{13}(N) + p_{14}(N).$$

Найдем выражения для определения вероятностей  $P_{ij}$  переходов системы. Введем (дополнительно к ранее введенным) обозначения:  $v_{\pi}$  — вероятность получения на подводной лодке квитанции от КП о приеме там сообщения;  $p_{\kappa B}$  — вероятность поражения подводной лодки за промежуток времени  $t_{\kappa B}$  между началами очередных передач РДО (см. рис. 19.2). Способ определения вероятности  $v_{\pi}$  изложен в п. 19.2.3.

Получим:

$$\begin{split} p_{11} &= (1-v)(1-p_{\text{\tiny KB}}); \quad p_{12} = v(1-p_{\text{\tiny KB}})(1-v_{\text{\tiny J}}); \quad p_{13} = vv_{\text{\tiny J}}(1-p_{\text{\tiny KB}}); \\ p_{14} &= vp_{\text{\tiny KB}}; \quad p_{15} = (1-v)p_{\text{\tiny KB}}; \quad p_{22} = v(1-p_{\text{\tiny KB}})(1-v_{\text{\tiny J}}) + (1-v)(1-p_{\text{\tiny KB}}); \\ p_{23} &= vv_{\text{\tiny J}}(1-p_{\text{\tiny KB}}); \quad p_{24} = p_{\text{\tiny KB}}; \quad p_{21} = p_{25} = 0; \quad p_{33} = p_{44} = p_{55} = 1; \end{split}$$

$$p_{ij} = 0$$
  $(i = 3, 4, 5; j = 1, 2, 3, 4, 5; i \neq j).$ 

На этом разработка модели закончена. Искомые вероятности  $p_{12}(N)$ ,  $p_{13}(N)$ ,  $p_{14}(N)$  определяются методами теории дискретных цепей Маркова (см. гл. 5.)

 $\Pi$  р и м е р 19.6. В условиях примера 19.5 считать, что к срыву последующих передач РДО ведет уже сам факт обнаружения подводной лодки. В этом случае при разработке состояний системы, вероятностей  $P_{ij}$  ее переходов следует учитывать факт ее обнаружения противником.

Использование изложенных в примерах 19.3—19.6 методов моделирования для определения вероятностей W(N) возможно при наличии ЭВМ и соответствующего программного обеспечения. Однако для условий примеров 19.3—19.6 могут быть получены достаточно простые алгебраические выражения. Необходимо лишь, чтобы условия при всех повторных передачах сообщения были неизменными, т. е. имела место однородная цепь Маркова.

Для определенности рассмотрим условия примера 19.5. Найдем вероятность того, что на КП сообщение будет получено именно при s-й передаче РДО подводной лодкой. Это событие произойдет, если при предыдущих s-1 передачах сообщение не будет получено, подводная лодка не будет поражена и при s-й передаче сообщение будет получено:

$$(1-v)^{s-1}(1-p_{mb})^{s-1}v$$
.

Тогда вероятность W(N) найдется как сумма вероятностей N несовместных событий:

$$W(N) = \sum_{s=1}^{N} (1 - v)^{s-1} (1 - p_{\text{\tiny KB}})^{s-1} v = v \frac{1 - [(1 - v)(1 - p_{\text{\tiny KB}})]^{N}}{1 - (1 - v)(1 - p_{\text{\tiny KB}})}.$$
 (19.3.6)

Читателю предлагается доказать, что для бесквитанционной связи может быть получено аналогичное выражение с одним отличием: вместо вероятности  $p_{\text{кв}}$  следует использовать вероятность  $p_{\text{бкв}}$  (см. пример 19.3) или  $p'_{\text{бкв}}$  (см. пример 19.4).

# б) Модель приема сообщения, передаваемого в направлении берег—подводные лодки

Ограничимся рассмотрением весьма часто встречающихся условий обстановки, когда процесс приема подводной лодкой сообщения в условиях противодействия ПЛС противника можно представить как непрерывный марковский. Тогда модель состоит из четырех элементов (см. с. 260).

Для ознакомления с порядком формирования необходимых моделей и проблемами, возникающими при этом, рассмотрим пример.

 $\Pi$  р и м е р 19.7. Передачи сообщения с берега осуществляются в заранее обусловленные промежутки времени — сеансы связи, когда подводная лодка обязана всплыть для приема. Сообщение считается переданным, если оно передано в N сеансов связи, которые составляют цикл передачи (рис. 19.4). В каждом



Рис. 19.4

из сеансов передача РДО выполняется независимо на нескольких различных частотах, подводная лодка осуществляет прием на *n* из них. Частоты от сеанса к сеансу меняются, т. е. условия приема в различные сеансы в этом отношении являются независимыми. Подводная лодка, обнаруженная противником в процессе приема РДО, подвергнется преследованию и атакам и возвратится к приему сообщения, только оторвавшись от противника. Кроме того, подводная лодка способна сама обнаружить ПЛС противника. В этом случае она будет принимать сообщение, уклонившись от противника. Закон приема сообщения показательный или единичный.

Математическая модель необходима для сравнительной оценки надежности связи при различных вариантах организации циклов передачи сообщения с учетом противодействия противника.

**Разработка модели.** Показателем эффективности процесса является вероятность  $W(T_n)$  приема сообщения за цикл передачи сообщения.

Введем в рассмотрение систему "подводная лодка", которая на любой момент времени t цикла передачи может находиться в одном из следующих состояний:

- $A_1$  подводная лодка очередное сообщение не приняла. Во время сеанса связи она принимает сообщение на глубине радиоприема, в межсеансовый промежуток времени находится на рабочей глубине;
- $A_2$  подводная лодка приняла очередное сообщение и находится на рабочей глубине;
  - $A_3$  подводная лодка обнаружила противника и уклоняется;
  - $A_4$  подводная лодка обнаружена противником, преследуется и атакуется;
  - $A_5$  подводная лодка поражена.

В состояниях  $A_1$ ,  $A_3$ — $A_5$  подводная лодка очередное сообщение не приняла. Направления переходов системы за время dt показаны на графе (рис. 19.5).

Интенсивности  $\alpha_{ij}$  переходов системы, касающиеся поиска подводной лодки ( $\alpha_{14}$ ,  $\alpha_{34}$ ), ее поражения ( $\alpha_{45}$ ), упреждающего обнаружения ею противника ( $\alpha_{13}$ ), отрывов от преследования ( $\alpha_{41}$ ) и уклонения ( $\alpha_{31}$ ) определяются с использованием методов гл. 17. При этом интенсивности  $\alpha_{13}$ ,  $\alpha_{14}$  вычисляются для двух условий — нахождения подводной лодки на глубине радиоприема и на рабочей глубине.

Прием подводной лодкой сообщения в сеанс связи рассматривается здесь как непрерывный марковский процесс. Интенсивность приема  $\alpha_{12}$  может быть найдена из выражения

$$v = 1 - e^{-\alpha_{12}\tau_c}. (19.3.7)$$

где  $\tau_c$  — продолжительность сеанса связи; v — вероятность приема подводной лодкой сообщения за один сеанс связи (при его однократной передаче).

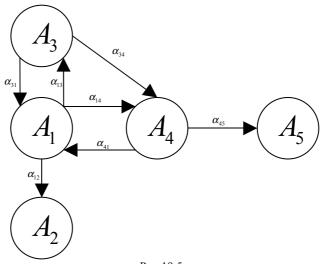


Рис.19.5

Прологарифмируем выражение (19.3.7), получим

$$\alpha_{12} = -\frac{\ln(1-\nu)}{\tau_{c}},\tag{19.3.8}$$

Вероятность  $\nu$  вычисляется по одной из формул п. 19.2.3, соответствующей условиям приема сообщения подводной лодкой. В результате будет получена матрица интенсивностей перехода, с помощью которой может быть разработана система дифференциальных уравнений (см. гл. 6, 17).

Интегрирование СДУ осуществляется одним из численных методов, что дает распределение вероятностей  $P_j(t)$  (j=1,2,3,4,5) на любой необходимый момент времени t. Для интегрирования СДУ должна быть разработана процедура, которая включает:

а) начальные условия; для заданных целей моделирования следует положить  $P_1(0)=1;$   $P_j(0)=0$  (j=2,3,4,5);

Матрица 19.1

$A_i$ $A_j$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$A_1$	0	$\alpha_{12}$	$\alpha_{13}$	$\alpha_{14}$	0
$A_2$	0	0	0	0	0

$A_3$	α <sub>31</sub>	0	0	$\alpha_{34}$	0
$A_4$	$\alpha_{41}$	0	0	0	<b>Q</b> 45
$A_5$	0	0	0	0	0

- б) промежуток времени  $[0, T_{\rm u}]$  интегрирования, равный времени цикла передачи сообщения;
- в) изменения интенсивностей переходов. В начале каждого сеанса связи интенсивности  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{13}$ ,  $\alpha_{14}$  следует положить равными их значениям на глубине радиоприема, а с окончанием сеанса начинать учитывать их значения, соответствующие рабочей глубине (в частности, при использовании выдвижной антенны  $\alpha_{12}=0$ ).

Показатель эффективности, характеризующий надежность связи, составит  $W(T_{\rm II}) = P_2(T_{\rm II})$ .

Меняя параметры цикла связи, другие параметры, характеризующие условия приема сообщения, можно оценивать их влияние на надежность связи при разработке организации связи. Можно также учитывать различную организацию приема сообщений: другие правила всплытия подводной лодки на связь (в том числе использование параванных, буксируемых антенн\*), структуру цикла передачи сообщения, противодействие ПЛС в различных возможных районах выполнения поставленной задачи и т. д. Многие из перечисленных факторов учитываются процедурой интегрирования СДУ, другие (скрытное обнаружение подводных лодок, состав ПЛС, взаимодействие различных видов ПЛС и т. д.) — структурой СДУ, способом вычисления интенсивностей переходов. Таким образом, различные элементы модели позволяют отражать различные элементы реальной ситуации.

Читателю предлагается самостоятельно разработать модель, когда прием подводной лодкой сообщения во время цикла связи целесообразно рассматривать как сочетание дискретных и непрерывных марковских процессов. Дискретным процессом описывается функционирование во время сеанса связи системы "подводная лодка, не обнаруженная ПЛС противника".

 $<sup>^{*}</sup>$  При этом, однако, придется учесть и условия обнаружения, поражения подводной лодки с такими антеннами.

Состояние этой системы:  $B_1$  — подводная лодка очередное сообщение не приняла;  $B_2$  — подводная лодка очередное сообщение приняла. Процесс функционирования системы "подводная лодка" в условиях противодействия противолодочных сил описывается как непрерывный. Управляющая программа учитывает взаимосвязь двух этих систем при данной структуре цикла передачи сообщения. Такой тип модели целесообразен, если число сеансов в цикле связи невелико, а их продолжительность несоизмеримо мала по сравнению с временем цикла связи.

### § 19.4. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ СКРЫТНОСТИ СВЯЗИ

Как указывалось в § 19.1, при обосновании связи может возникать необходимость как в оценке скрытности самих радиопередач, так и скрытности самих корреспондентов, адресатов (подводных лодок, кораблей, самолетов и т. д.) при использовании ими средств связи.

### 19.4.1. Методы оценки скрытности радиопередач

В зависимости от задач, выполняемых силами, и рассматриваемых условий обстановки, цели радиоразведки противника могут достигаться обнаружением факта радиопередачи, обнаружением места (района) нахождения корреспондента, радиоперехватом. Условимся говорить об успешности радиоразведки и о вероятности V(N) этого события в результате N передач РДО. Будем считать, что вероятность  $\mu$  успешной радиоразведки при однократной передаче известна. Из всего многообразия случаев рассмотрим наиболее показательный (с точки зрения математического моделирования) случай вычисления вероятности V(N) при ведении радиопередач в направлении подводные лодки—берег.

Пример 19.8. В условиях примера 19.5 определить вероятность V(N) успешной радиоразведки противника, считая, что события "достижение частной цели радиоразведки (обнаружение факта радиопередачи, пеленгование радиопередачи для обнаружения мест подводной лодки)" — есть события независимые для различных повторных передач РДО. Кроме того, положим, что

все или часть вероятностей  $v_{\pi}^{(k)}, v^{(k)}, p_{\kappa \mathtt{B}}^{(k)}, \mu^{(k)}$  различны для различных k-х передач.

**Разработка модели.** Используем рассмотренный в п. 5.2.4 прием нахождения ущерба  $\gamma(N)$ , который сопутствует дискретной цепи Маркова. Сопоставим матрицу (19.3.4) (которая в рассматриваемых условиях будет матрицей  $\|p_{ij}^{(k)}\|$  неоднородной цепи Маркова) с матрицей вероятностей успешной радиоразведки противника при k-й передаче РДО:

Элементы матрицы (19.4.1) — вероятности того, что при переходе системы на k-м шаге из состояния  $A_i$  в состояние  $A_j$  вероятность успешной радиоразведки противника составит  $\mu_{ij}^{(k)}$ . В частном случае может быть, что для всех пар  $A_i$ ,  $A_j$  эта вероятность неизменна и составит  $\mu_{ij}^{(k)} = \mu_{ij}$ .

Определим математическое ожидание u(k) числа успешно выявленных радиоразведкой передач подводной лодки (после k передач ею РДО):

$$u(k) = \sum_{i=1}^{m} \gamma_i(k) p_i^{(0)}, \qquad (19.4.2)$$

где  $\gamma_i(k)$  — математическое ожидание числа выявленных передач РДО, если процесс будет начат из состояния  $A_i$  системы,

$$\gamma_i(k) = \sum_{j=1}^m p_{ij}^{(k)} [\mu_{ij}^{(k)} + \gamma_j(k-1)];$$
 (19.4.3)

 $p_i(0)$  — вероятность того, что процесс будет начат из состояния  $A_i$ ; m — число состояний системы (в данном примере m = 5).

Вероятность того, что передача будет должным образом выявлена именно при k-м ее повторении  $(1 \le k \le N)$  будет численно равна

$$\Delta V(k) = u(k) - u(k-1),$$
 (19.4.4)

а искомая вероятность V(N) составит

$$V(N) = \sum_{k=1}^{N} \Delta V(k).$$
 (19.4.5)

Методика нахождения вероятности V(N) не изменится, если матрицы (19.3.4), (19.4.1) будут однородными.

 $\Pi$  р и м е р 19.9. Требуется определить вероятность V(N) для бесквитанционных передач в условиях примера 19.3.

**Разработка модели.** Возможно использование модели из примера 19.8, если положить  $v_{\pi} = 0$  и заменить  $p_{\kappa B}$  на  $p_{6\kappa B}$ . Но можно использовать матрицу  $\|p_{ij}^{(k)}\|$ , соответствующую условиям примера 19.3, разработать для нее свою матрицу вероятностей успешной радиоразведки (аналогичную матрице (19.4.1)), а затем воспользоваться выражениями (19.4.3)—(19.4.5).

Моделирование для определения вероятностей V(N) в примерах 19.8, 19.9 требует использования ЭВМ. Если это невозможно, то при условиях, что вероятности v,  $v_{\text{л}}$ ,  $p_{\text{кв}}$ ,  $p_{\text{бкв}}$ ,  $\mu$  одинаковы для всех N передач РДО и имеется достаточно времени для вычисления вероятностей V(N), можно использовать алгебраические выражения.

 $\Pi$  р и м е р 19.10. Квитанционный способ обмена. В условиях примера 19.5 разработать модель для производства вычислений вероятности V(N) без использования ЭВМ.

**Разработка модели.** Найдем вероятность  $\Delta V(s)$  того, что радиоразведка добьется успеха именно при s-й передаче. Для этого требуется, чтобы:

- предыдущие s-1 передач не принесли радиоразведке успеха;
- состоялась s-я  $(1 \le s \le N)$  передача: в результате предыдущих s-1 передач подводная лодка не была поражена, а ее передачи или не были приняты на КП, или были приняты, но подводная лодка не получила квитанцию;
  - при *s*-й передаче радиоразведка добилась успеха. Будем иметь

$$\Delta V(s) = (1 - \mu)^{s-1} (1 - p_{KB})^{s-1} [(1 - \nu) + \nu (1 - \nu_{\pi})]^{s-1} \mu =$$

$$= (1 - \mu)^{s-1} (1 - \nu \nu_{\pi})^{s-1} (1 - p_{KB})^{s-1} \mu.$$

Тогда

$$V(N) = \sum_{s=1}^{N} \Delta V(s) = \sum_{s=1}^{N} (1 - \mu)^{s-1} (1 - p_{\text{KB}})^{s-1} (1 - v v_{\text{J}})^{s-1} \mu =$$

$$= \mu \frac{1 - [(1 - \mu)(1 - p_{\text{KB}})(1 - v v_{\text{J}})]^{N}}{1 - (1 - \mu)(1 - p_{\text{KB}})(1 - v v_{\text{J}})}.$$
(19.4.6)

 $\Pi$  р и м е р 19.11. Бесквитанционный способ обмена. В условиях примера 19.3 разработать модель для вычисления вероятности V(N) без использования ЭВМ.

**Разработка модели.** В формуле (19.4.6) положим  $v_n = 0$ . Это означает, что подводная лодка обязательно осуществит N запланированных передач РДО. Кроме того, заменим вероятность  $p_{\text{кв}}$  на  $p_{\text{бкв}}$ . Получим

$$V(N) = \mu \frac{1 - [(1 - \mu)(1 - p_{\text{6kb}})]^{N}}{1 - (1 - \mu)(1 - p_{\text{6kb}})}.$$
 (19.4.7)

Читателю предлагается получить выражение (19.4.7), прибегнув к рассуждениям, аналогичным рассуждениям в примере 19.10.

# 19.4.2. Методы оценки скрытности адресатов и корреспондентов при использовании ими средств связи

Наиболее часто такая задача возникает при оценке скрытности подводных лодок в ходе моделирования, выполняемого для сравнительной оценки различных вариантов организации связи с ними при разрабатываемых способах их применения или же для сравнительной оценки способов применения подводных лодок с учетом возможностей системы связи.

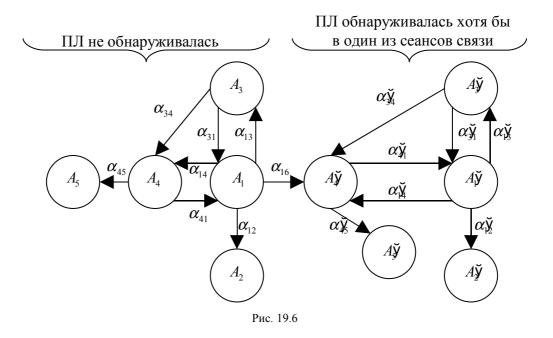
По существу во всех моделях, необходимых для оценки надежности связи с подводными лодками, требуется учитывать возможность их обнаружения,

<sup>\*</sup> Читателю предлагается самостоятельно указать ситуации, когда решение этой задачи будет необходимо при разработке организации связи с надводными кораблями, самолетами, другими подвижными или стационарными носителями устройств связи.

преследования, поражения силами противника. Обнаружение подводной лодки может состояться при использовании ею средств связи (см. примеры 19.3— 19.6), но может произойти в цикле связи и по другим причинам и затруднить или сорвать связь (см. пример 19.7). В примерах 19.3, 19.5 вероятности  $p_{\text{nop}}(N)$ поражения подводной лодки составят  $p_{\text{пор}}(N) = p_{14}(N)$  и  $p_{\text{пор}}(N) = p_{14}(N) + p_{15}(N)$ соответственно; вероятности обнаружения подводной лодки в условиях примеров 19.4, 19.6 будут равны  $p'(N) = p'_{14}(N), p'(N) = p'_{14}(N) + P'_{15}(N)$ , где — вероятности поражения (обнаружения) подводной лодки противником, соответствующие переходу системы из состояния  $A_i$  в состояние  $A_{j}$ . Сравнение вероятностей  $p_{\text{пор}}(N)$ , p'(N) для различных вариантов организации связи в условиях примеров 19.3—19.6 позволит оценить варианты с точки зрения скрытности подводной лодки и влияния этой скрытности на надежность связи. В примере 19.7 вероятностью поражения подводной лодки  $P_{\text{пор}}(T_{\text{п}}) =$  $P_{15}(T_{\rm II})$  оценивается нарушение скрытности подводной лодки как по причине использования ею средств связи, так и по другим причинам, совместное влияние всех таких причин на надежность связи и скрытность (боеспособность) подводной лодки, влияние различных причин на эти TTX связи.

Однако часто при разработке организации связи, совершенствовании аппаратуры связи может возникать необходимость определять вероятность хотя бы однократного обнаружения подводной лодки за цикл связи, вероятность ее обнаружения (поражения) именно по причине использования средств связи. Читателю предлагается проанализировать модель в примере 19.7 и объяснить, почему она не предоставляет таких возможностей, а затем разработать для изложенных в примере условий модель, которая позволяла бы достичь цель моделирования — определить вероятность обнаружения подводной лодки именно по причине использования ею средств связи в сеансы цикла связи.

Для упрощения разработки читателем такой модели на рис. 19.6 приведен граф переходов системы "подводная лодка"



за время  $T_{\text{п}}$  цикла приема сообщения. Состояния  $A_1 - A_5$  и  $A_1' - A_5'$  этого графа аналогичны состояниям  $A_1 - A_5$  графа на рис. 19.5 с одним отличием: в состояния  $A_1' - A_5'$  подводная лодка переходит только в результате ее обнаружения в один из сеансов связи цикла.

Читатель должен разработать СДУ и процедуру ее интегрирования для достижения указанной цели моделирования.

### § 19.5. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ БЫСТРОТЫ СВЯЗИ

Быстрота связи может оцениваться вероятностями W(N), W(t) приема адресатом сообщения после N его повторных передач или к моменту времени t цикла связи соответственно. Методы разработки необходимых моделей рассмотрены в § 19.3. Эти методы позволяют учитывать в моделях влияние на

быстроту связи структуры системы связи (через параметр  $\nu$ ), организации связи, противодействие противника.

Иногда оказывается целесообразным в качестве дополнительного показателя эффективности использовать математическое ожидание времени  $T_{\rm c}$  прохождения сообщения до адресата. С точки зрения математического моделирования существенно различаются две ситуации.

1. Отсутствуют факторы, ограничивающие получение адресатом сообщения. Тогда (и это есть признак такой ситуации)

$$\lim_{N\to\infty} W(N) = 1; \quad \lim_{t\to\infty} W(t) = 1.$$

При этом (см. (19.3.2))

$$W(t) = 1 - e^{\overline{\lambda}vt}.$$

Используя формулу (17.3.47), можем записать

$$T_{\rm c} = \int_{0}^{\infty} [1 - W(t)] dt = \int_{0}^{\infty} e^{\overline{\lambda}vt} dt = \frac{1}{\overline{\lambda}v}.$$
 (19.5.1)

2. Имеются факторы, которые ограничивают возможность получения адресатом сообщения (см. п. 19.3.1). Тогда с некоторой вероятностью сообщение адресатом не будет принято, и, следовательно, время его прохождения составит  $+\infty$ . В этом случае рассматривается условное математическое ожидание времени  $T_y$  прохождения сообщения, вычисленное при условии, что сообщение адресатом получено.

Если процесс передачи сообщения рассматривается как дискретный случайный процесс (см. примеры 19.3—19.6), искомый параметр  $T_{\rm c}$  найдем с помощью выражения

$$T_{y} = \frac{1}{W(N)} \sum_{s=1}^{N} t(s-1)[W(s) - W(s-1),$$
(19.5.2)

где W(s) — вероятность получения сообщения после s передач РДО; t — математическое ожидание промежутка времени между очередными передачами;  $\frac{W(s)-W(s-1)}{W(N)}$  — условная вероятность получения сообщения

именно при s-й передаче, вычисленная при условии, что после N предусмотренных передач РДО сообщение будет получено.

Если процесс передачи сообщения рассматривается как непрерывный случайный процесс (см. пример 19.7), то

$$T_{y} = \frac{1}{W(T_{v})} \int_{0}^{T_{u}} t dW(t), \tag{19.5.3}$$

где  $\frac{dW(t)}{W(T_{_{\! I\! I}})}$  — элементарная условная вероятность получения сообщения на

момент времени t, вычисленная при условии, что за время цикла  $T_{\rm u}$  сообщение адресатом получено.

# § 19.6. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ СВЯЗИ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ СИЛАМИ ПОСТАВЛЕННЫХ ЗАДАЧ (ЭФФЕКТИВНОСТИ СВЯЗИ С СИЛАМИ)

Напомним, что для оценки влияния связи на эффективность выполнения поставленной задачи математическая модель должна отразить влияние TTX связи — ее надежности, скрытности, быстроты — на ход и исход действий сил (см. п. 19.1.3). При этом отражаться в модели будут не сами ТТХ связи, а те оперативно-тактические, организационные, технические мероприятия, которые "несут" в себе TTX или на фоне которых они проявляются. Состав таких мероприятий, характер их влияния на ТТХ связи, а этих последних — на эффективность действий сил будут различными в зависимости от выполняемых задач, состава сил сторон, способов их применения противниками, военногеографических условий, а также от направлений и особенностей творческих усилий, персонала органа управления (неформали-зуемой части решения). Поэтому в динамике управления силами требуется оперативное формирование необходимых моделей и их реализация на ЭВМ. Это возможно, если специалист по исследованию операций будет понимать и разовьет навыки отражения необходимых элементов ситуации в четырех элементах модели и если будет подготовлена система математического обеспечения управления силами. Вероятность же заблаговременной разработки моделей "на все случаи жизни" не превышает вероятности создания вечного двигателя.

В отношении того, какие элементы обстановки отражаются каждым из четырех элементов модели, можно дать следующие общие рекомендации.

Первый элемент модели — система формульных зависимостей для вычисления основного и дополнительных показателей эффективности — отражает влияние на величину этих показателей ТТХ связи и других параметров управления и состояния (например, вероятности получения сигнала на применение оружия, условной вероятности наведения сил и применения ими оружия к заданному моменту времени t и т. д.).

Второй элемент модели — СДУ или матрицы переходов — отражает влияние на динамику процесса выполнения поставленной задачи, на значения параметров (которые учитываются в первом элементе модели) необходимых факторов обстановки. Формально влияние этих факторов отражается составом сформированной системы, ее состояниями, характером связей между состояниями.

Третий элемент модели — способы вычисления интенсивностей (вероятностей) переходов системы в различные состояния. Они отражают влияние на процесс действий сил как самих ТТХ связи, так и других параметров управления и состояния, характеризующих составы сил и средств сторон, способы их действий, военно-географические условия. Особенность учитываемых ими элементов обстановки — случайные моменты времени переходов системы в различные состояния (моменты времени обнаружения подводной подки ПЛС противника, ее отрыва от преследования, приема адресатом многократно передаваемого сообщения и т. д.).

Четвертый элемент модели — процедура интегрирования СДУ (порядок перемножения матриц переходов) — отражает влияние на процесс связи факторов обстановки, событий, происходящих в дискретные моменты времени, начальных условий (состояние системы на момент времени t=0), промежутка времени [0, T] интегрирования СДУ (число N шагов процесса), момента времени наступления событий, которые меняют интенсивности (вероятности) переходов или вероятности состояний системы (например, начало и окончание сеансов связи с подводной лодкой, изменение структуры цикла связи, начало РЭП противника приему сообщений и т. д.).

Рассмотрим пример.

 $\Pi$ ример 19.12. В ходе ведущихся боевых действий M подводных лодок должны нанести ракетный удар по маневрирующему в районе объекту противника с целью поразить его не позже установленного времени.

Целью моделирования является обоснование лучшего из двух возможных способов нанесения удара с учетом возможностей связи с подводными лодками при заданной ее организации.

Первый способ: все подводные лодки должны нанести удар совместно (одновременно) в заданный момент времени  $T_3$ . Те подводные лодки, которые не примут соответствующий сигнал (сообщение) до момента времени  $T_3$ , наносят удар самостоятельно. Но для этого они должны принять сигнал не позже предельно допустимого времени  $T_{\rm np}$ .

Второй способ: все подводные лодки наносят удар самостоятельно в кратчайший срок после получения сигнала.

Достоинство первого способа: оборонительные усилия противника будут рассредоточены на отражение удара одновременно подходящих к объекту ракет нескольких подводных лодок. Недостаток первого способа: подводные лодки, уже принявшие сигнал, будут ожидать наступления момента времени  $T_3$ , подвергаясь воздействию противника.

Достоинство второго способа: подводные лодки наносят удар сразу же после получения сигнала, поэтому время противодействия им противника сокращается. Недостаток второго способа: оборона противника будет концентрированно отражать залпы ракет, разновременно выполняемых различными подводными лодками (см. п. 18.4.3).

Сигнал о нанесении удара начнет передаваться с момента времени  $t_c$  в сеансы связи цикла передачи (рис. 19.7). Момент времени  $t_c$  равновероятно распределен в промежутке времени

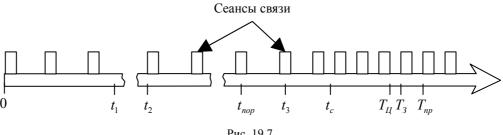


Рис. 19.7

между очередными сеансами связи. В промежутке времени  $[0, t_{\rm c}]$  подводные лодки будут смещаться в район огневых позиций в зоне действия противолодочных сил. При этом в моменты времени  $t_{\rm 1}, t_{\rm 2}$  они будут входить в районы с другим составом ПЛС противника; в момент времени  $t_{\rm пор}$  противник начнет поражать обнаруженные подводные лодки с вероятностью  $p_{\rm пор}$ ; в момент времени  $t_{\rm 3}$  будет изменяться структура цикла передачи сообщения. Если хотя бы одна подводная лодка хотя бы один раз обнаруживалась противником, он усиливает в районе противолодочную оборону, РЭП связи с подводными лодками, а также РЭП и огневое противодействие ракетному удару. В остальном условия связи соответствуют условиям, описанным в примере 19.7.

**Разработка модели.** Рассмотрим вначале первый способ нанесения удара (в заданное время  $T_3$ ). Показателем эффективности удара подводных лодок является вероятность  $W(T_{\rm np})$  поражения объекта к моменту времени  $T_{\rm np}$ :

$$W(T_{np}) = \sum_{k=1}^{K} P(H_k) W_k(T_{np}) + \sum_{k=1}^{K} P'(H_k') W_k'(T_{np}),$$
(19.6.1)

где  $P(H_k), P'(H_k')$  — вероятности гипотезы о числе подводных лодок, наносящих удар совместно и самостоятельно при условии, что подводные лодки сохранили или потеряли скрытность $^*$ ;  $W_k(T_{\rm np}), W_k'(T_{\rm np})$  — условные вероятности поражения объекта при гипотезе  $H_k(H_k')$  и условии сохранения (потери) подводными лодками скрытности; K — общее число гипотез о сочетании количества подводных лодок, наносящих удар совместно, самостоятельно и не принимающих участие в ударе.

Математическая модель должна отразить влияние связи на значение показателя эффективности.

В качестве дополнительных показателей эффективности целесообразно избрать:  $W_1(T_3)$  — вероятность того, что подводная лодка будет участвовать в совместном ударе;  $W_2(T_3, T_{\rm np})$  — вероятность того, что подводная лодка будет наносить удар самостоятельно;  $W_3(T_{\rm np})$  — вероятность того, что подводная лодка не примет участия в ударе;  $W_4(t_{\rm c})$  — вероятность того, что подводная

<sup>\*</sup> Условимся далее при необходимости помечать штрихами параметры для условия, что подводная лодка потеряла скрытность.

лодка будет поражена до начала передачи сигнала;  $W_5(t_c, T_3)$  — вероятность потери подводной лодкой скрытности в промежутке времени  $[t_c, T_3]$ .

От ТТХ и организации связи зависят:

- 1) вероятность v приема подводной лодкой сообщения при его однократной передаче;
- 2) состав ПЛС противника в районе, интенсивность РЭП противника приему сообщений подводными лодками;
- 3) скрытность и боеспособность подводных лодок к моменту времени  $t_c$  и до начала применения ими оружия;
- 4) вероятности участия подводной лодки в совместном ударе, в самостоятельном ударе, неучастия в ударе; далее обозначим эти вероятности символами  $q_1, q'_1, q_2, q'_2, q_3, q'_3$ ;
- 5) число x подводных лодок, участвующих в совместном ударе, y наносящих удар самостоятельно, z не участвующих в ударе;
  - 6) вероятности  $P(H_k)$ ,  $P'(H_k)$  гипотез о реализации чисел x, y, z;
  - 7) вероятности Q, Q' преодоления ракетами огневого и РЭП противника.

Сделаем допущение, что противник способен усилить противодействие ракетному удару, если подводная лодка потеряла скрытность до момента времени  $t_{\rm c}$ . Допустим также, что все M подводных лодок действуют независимо и в одинаковых условиях.

Найдем способы вычисления вероятностей  $P(H_k)$  и  $W_k(T_{\rm np})$  для случая сохранения подводными лодками скрытности. В условиях поставленной задачи случайные величины  $x,\ y,\ z$  для каждой из гипотез  $H_k$  подчинены полиномиальному распределению. Поэтому

(19.6.2)

где  $x_k + y_k + z_k = M$ ;  $\overline{q}_1 + \overline{q}_2 + \overline{q}_3 = 1$ ;

$$\overline{q}_i = \frac{q_i}{q_1 + q_2 + q_3} = \frac{q_i}{q_c},$$

где 
$$q_{c} = \sum_{i=1}^{3} q_{i}$$
.

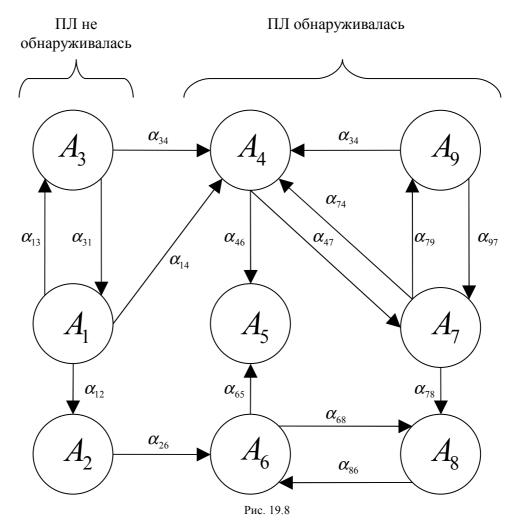
Условная вероятность  $W_k(T_{np})$  поражения объекта противника, вычисленная при условии реализации гипотезы  $H_k$ , найдется из выражения (см. § 18.2):

$$W_k(T_{\rm np}) = 1 - \left(1 - \frac{pQ(x_k)}{\omega}\right)^{x_k n_{\rm p}} \left(1 - \frac{pQ}{\omega}\right)^{y_k n_{\rm p}},$$
(19.6.3)

где p — вероятность попадания ракеты в объект противника;  $Q(x_k) = \mathrm{e}^{-\frac{U}{x_k n_\mathrm{p}}}$  — вероятность преодоления ракетами противодействия противника, если  $x_k$  подводные лодки применяют оружие совместно;  $Q = \mathrm{e}^{-\frac{U}{n_\mathrm{p}}}$  — вероятность преодоления ракетами противодействия противника, если подводная лодка применяет оружие самостоятельно; U — потенциал противодействия противника ракетам $^*$ ;  $\omega$  — математическое ожидание числа попаданий ракет, необходимых для поражения объекта;  $n_\mathrm{p}$  — число ракет на каждой из подводных лодок.

Если подводные лодки потеряли скрытность, то для вычисления вероятностей  $P'(H_k'), W_k'(T_{\rm np})$  следует использовать формулы (19.6.2), (19.6.3), в которых вместо параметров  $q_1, q_2, q_3, \ p, U$  используются параметры  $q_1', q_2', q_3', p', U'$ .

 $<sup>^{*}</sup>$  Детальное рассмотрение способов вычисления вероятностей  $p,\ p',\$ потенциалов  $U,\ U'$  опущено.



Перейдем теперь к изложению метода разработки модели для определения вероятностей  $q_1, q_1'; q_2, q_2'; q_3, q_3'$ . Подчеркнем: чтобы принять участие в ударе в момент времени  $T_3$  или в интервале времени  $[T_3, T_{np}]$ , подводная лодка должна и сохранить боеспособность, и своевременно принять сигнал.

Рассмотрим систему "подводная лодка" которая может находиться в одном из состояний, показанных на графе (рис. 19.8). Состояния  $A_1$ — $A_5$  этого графа соответствуют состояния  $A_1$ — $A_5$  графа в примере 19.7 (см. рис. 19.5); состояние  $A_6$ — "подводная лодка, принявшая сообщение в очередной сеанс связи, обнаружена противником"; состояния  $A_7$ — $A_9$  соответствуют состояниям  $A_1$ — $A_3$ , но учитывают (как и состояния  $A_4$ — $A_6$ ) факт хотя бы однократного обнаружения подводной лодки\*.

Рассмотренному графу будут соответствовать система дифференциальных уравнений и матрица интенсивностей переходов. Интенсивности переходов системы, связанные с обнаружением, поражением противником подводной лодки, ее отрывом от преследования, уклонением от обнаружения, определяются методами, изложенными в гл. 17. При этом учитывается усиленный состав ПЛС противника для состояний  $A_4$ —  $A_8$ .

Интенсивности переходов  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{78}$  могут быть определены по формуле (19.3.8):

$$\alpha_{12} = -\frac{\ln(1-\nu)}{\tau_c}; \quad \alpha_{78} = -\frac{\ln(1-\nu')}{\tau_c},$$
(19.6.4)

где v, v' — вероятности приема подводной лодкой сообщения при однократной передаче. Вероятность v' вычисляется с учетом параметров  $w', \varphi'$ , соответствующих усиленному РЭП противника.

Чрезвычайно важную роль в рассматриваемых моделях играет процедура интегрирования. Ею учитываются:

- 1) начальное состояние системы  $P_j(0)$  (j = 1, 2, ..., 9), где  $P_j(0)$  вероятность нахождения системы в состоянии  $A_j$  на момент времени t = 0;
- 2) промежуток  $[0, T_{np}]$  времени интегрирования рассматриваемый промежуток времени выполнения поставленной задачи;
- 3) систематически повторяющиеся моменты времени, когда меняются интенсивности переходов. В рассматриваемом примере с началом каждого сеанса связи интенсивности  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{78}$  принимают значения, вычисленные по формулам (19.6.4), остальные интенсивности переходов значения, соответствующие условиям использования подводной лодкой средств связи. С

<sup>\*</sup> Условия, организация связи могут быть иными, чем они описаны в примере 19.7 и в рассматриваемом примере. Тогда иными будут система, ее состояния, граф переходов.

окончанием каждого сеанса связи принимается, что  $\alpha_{12} = \alpha_{78} = 0$ , а остальные интенсивности переходов — значения, соответствующие условиям нахождения подводной лодки на рабочей глубине;

- 4) систематически повторяющиеся условия, когда меняются какие-либо вероятности состояний. В рассматриваемом примере с началом каждого сеанса связи подводная лодка из состояний  $A_2$ ,  $A_6$ ,  $A_8$  "Очередное сообщение принято ..." переходит в состояния  $A_1$ ,  $A_4$ ,  $A_7$  "Очередное сообщение не принято..." соответственно по правилу  $P_1(t_{\text{CB}}+dt)=P_1(t_{\text{CB}})+P_2(t_{\text{CB}}); \quad P_2(t_{\text{CB}}+dt)=0$  и т. д., где  $t_{\text{CB}}$  момент времени начала очередного сеанса связи;
- 5) эпизодически возникающие условия, когда требуется изменять интенсивности переходов. Так, в моменты времени  $t_1$ ,  $t_2$  изменяются интенсивности, характеризующие действия ПЛС противника; в моменты времени  $t_{\text{пор}}$  интенсивности  $\alpha_{45}$ ,  $\alpha_{65}$  задаются равными их вычисленным значениям; в момент времени  $T_3$  принимается  $\alpha_{26} = \alpha_{86} = 0^*$ ;
- 6) эпизодически возникающие условия, когда требуется изменять вероятности состояний. В рассматриваемом примере требуется учесть, что ранее обнаруженная противником подводная лодка в момент времени  $t_{\text{пор}}$  будет поражена с вероятностью  $p_{\text{пор}}$ :

$$P_5(t_{\text{nop}} + dt) = P_4(t_{\text{nop}})p_{\text{nop}} + P_6(t_{\text{nop}})p_{\text{nop}};$$

$$P_4(t_{\text{nop}} + dt) = P_4(t_{\text{nop}})(1 - p_{\text{nop}}); \quad P_6(t_{\text{nop}} + dt) = P_6(t_{\text{nop}})(1 - p_{\text{nop}});$$

7) эпизодически возникающие условия, когда требуется изменять процедуру интегрирования. Так, в момент времени  $t_3$  изменяются промежутки времени между сеансами связи, после момента времени  $t_c$  прекращается пересчет вероятностей состояний с началом очередных сеансов связи (см. п.4)\*.

Далее необходимо указать способы вычисления необходимых параметров на основании результатов интегрирования СДУ:

$$q_1 = P_2(T_{\text{\tiny B}}); \quad q_2 = P_2(T_{\text{\tiny mp}}) - P_2(T_{\text{\tiny S}}); \quad q_3 = P_1(T_{\text{\tiny mp}}) + P_3(T_{\text{\tiny mp}});$$

 $<sup>^*</sup>$  Этим учитывается требование немедленного применения подводной лодкой оружия при получении соответствующего сигнала после момента времени  $T_3$ .

<sup>\*</sup> Этим учитывается накопление вероятности получения сигнала в интервале времени  $[t_c, T_{np}]$ . Рассматривается случай, когда момент времени  $t_c$  совпадает с началом одного из сеансов связи.

$$\begin{split} &q_1' = P_8(T_{\scriptscriptstyle \rm S}); \quad q_2' = P_8(T_{\scriptscriptstyle \rm \Pi p}) - P_8(T_{\scriptscriptstyle \rm S}); \quad q_3' = \sum_{j=4}^9 P_j(T_{\scriptscriptstyle \rm \Pi p}) - q_1' - q_2'; \\ &W_1(T_{\scriptscriptstyle \rm S}) = q_1 + q_1'; \quad W_2(T_{\scriptscriptstyle \rm S}, T_{\scriptscriptstyle \rm \Pi p}) = q_2 + q_2'; \quad W_3(T_{\scriptscriptstyle \rm \Pi p}) = q_3 + q_3'; \\ &W_4(t_{\scriptscriptstyle \rm C}) = P_5(t_{\scriptscriptstyle \rm C}); \quad W_5(t_{\scriptscriptstyle \rm C}, T_{\scriptscriptstyle \rm S}) = \sum_{j=4}^9 P_j(T_{\scriptscriptstyle \rm S}) - \sum_{j=4}^9 P_j(t_{\scriptscriptstyle \rm C}). \end{split}$$

На этом формирование модели для первого способа нанесения ракетного удара заканчивается.

Для математического моделирования второго способа нанесения ракетного удара (когда все подводные лодки наносят удар только самостоятельно) достаточно лишь в ранее изложенной модели положить  $T_3 = 0$ .

Сравнение показателей эффективности  $W(T_{\rm np})$ , вычисленных для обоих способов нанесения удара, позволит оценить лучший для заданных условий способ. Анализ дополнительных показателей эффективности, других параметров позволит выявить сильные и слабые стороны влияния функционирования системы связи на эффективность каждого способа, причины различия их эффективности с точки зрения этого влияния.

Читателю предлагается:

- проанализировать способы отражения в модели взаимного влияния на эффективность удара подводных лодок структуры системы связи, организации связи, способов выполнения силами поставленной задачи, противодействия противника функционированию системы связи, временных факторов;
- обосновать необходимые структурные или (и) параметрические изменения в разработанной модели для оценки предлагаемых читателем изменений в структуре системы связи (например, включение в систему связи ретрансляторов, поражение противником элементов системы связи), в организации связи (например, изменение структуры циклов передачи сообщений), в способах выполнения поставленной задачи (например, способов преодоления противодействия противника при развертывании подводных лодок), в способах противодействия противника подводным лодкам и приему ими сообщений (например, использование противником стационарных систем обнаружения подводных лодок, каких-либо способов РЭП приему сообщений).

# Глава 20. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СИЛАМИ

## § 20.1. ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СИЛАМИ

#### 20.1.1. Область применения моделей

В гл. 19 были рассмотрены методы математического моделирования для оценки влияния связи на эффективность действий сил. В большом числе случаев обоснование способов применения сил, средств, других элементов решения командира, а также планов, которые разрабатывают специалисты органов управления, требует учета влияния на ход выполнения поставленной задачи не только связи, а и системы управления силами в целом. Например, ударные силы с высокими потенциальными возможностями и при высокоэффективной системе связи могут не выполнить поставленную задачу из-за низкой эффективности разведки, которая обеспечивает наведение или целеуказание, или из-за недостаточной боевой устойчивости под ударами противника органов управления силами. По-разному будет выглядеть соотношение сил сторон, определенное без учета и с учетом возможностей систем управления силами этих сторон. Может также оказаться, что выявленный паритет по каким-то системам оружия противников фактически отсутствует из-за различной эффективности систем управления этим оружием. Вообще, опыт истории военного искусства, результаты научно-исследовательских работ свидетельствуют, что от эффективности функционирования системы управления силами зачастую зависит не только эффективность, но и сама возможность действий сил.

Под системой управления силами понимается совокупность функционально взаимосвязанных органов управления, пунктов управления, систем связи, освещения обстановки, средств АСУ и автоматизации. Система управления должна обеспечить командиру управление силами при выполнении поставленной задачи.

При разработке математических моделей в оперативно-тактической области целесообразно рассматривать систему управления, состоящую из подсистем

освещения обстановки, связи, органов управления с принадлежащими этим подсистемам средствами автоматизации. Система управления на бой формируется из элементов штатной системы управления соединением, систем управления подчиненных и взаимодействующих сил. Сформированная командиром система управления силами является составной частью системы управления командования старшей командной инстанции. Формирование системы осуществляется в процессе выработки решения по поставленной задаче. Методика формирования системы управления излагается в специальных пособиях, здесь же будут рассмотрены лишь методы разработки математических моделей функционирования разработанных (рассматриваемых) систем управления.

Эффективность управления зависит не только от числа и свойств включенных в ее состав элементов, но также от организации функционирования системы. Например, мощная по составу система управления может сорвать выполнение поставленной задачи из-за того, что организация функционирования не обеспечит своевременное доведение необходимой информации до адресатов или позволит противнику раскрыть замысел командира на бой. Поэтому в понятие "структура системы управления" включается и состав элементов системы, и организация их использования (во взаимосвязи). Изменить структуру системы управления — значит изменить состав элементов системы или (и) организацию ее использования. Повысить эффективность выполнения силами поставленной задачи можно, приведя структуру системы управления в соответствие с условиями обстановки и способом применения сил. В ряде случаев может возникать и другая необходимость — разрабатывать способ применения сил с учетом потенциальных возможностей системы управления в данных условиях обстановки. Еще чаще обе эти задачи решаются совместно\*. Потребность в адаптации структуры системы управления к способам применения сил может возникать многократно: с изменением этапов выполнения поставленной задачи, условий обстановки, в том числе в связи с ущербом, причиняемым противником системе управления и самим силам, и т. д.

Сложный характер влияния системы управления на ход и исход выполнения силами поставленной задачи, высокая динамика процессов

<sup>\*</sup>Условимся далее о любой из этих задач говорить как о задаче обоснования системы управления силами.

управления силами делает необходимым использование математического моделирования на базе современной ЭВТ для обоснования системы управления силами.

Математическое моделирование широко используется и в ходе научноисследовательских работ, направленных на совершенствование сил флота, элементов систем управления силами, способов применения сил.

## 20.1.2. Показатели эффективности системы управления силами

Для обоснования системы управления силами используется комплекс показателей эффективности. Основной показатель эффективности выявляется с использованием принципа Колмогорова. Система управления создается для обеспечения управления силами. Лучшей из нескольких вариантов является та система, при которой выше эффективность выполнения силами поставленной задачи. Поэтому показателем эффективности системы управления (основным) выступает показатель эффективности выполнения поставленной соединению задачи\*\*. Значение показателя эффективности одной и той же системы управления будет различной для различных решений командира. Например, одна и та же система управления будет иметь различную эффективность при маневренном и позиционном применении подводных лодок на коммуникациях противника. Своего наибольшего значения этот показатель эффективности достигнет тогда, когда решение командира на применение сил и структура системы управления будут соответствовать друг другу с учетом остальных условий обстановки. Следует учитывать, что качество решения, т. е. степень его соответствия цели боя и условиям обстановки, будет зависеть не только от творческих способностей и подготовленности командира и штаба, но и в большой степени от состава и организации использования системы управления: от ее способности добыть более или менее полную информацию об обстановке, своевременности и скрытности ее добывания и даже от степени наглядности отображения информации с учетом субъективных особенностей командира, от условий, в которых командир и штаб выполняют свои обязанности, и т. д. Методы математического моделирования не позволяют отразить

непосредственную связь между результатами творчества командира и его штаба, временем, потребным для их творческих находок, с одной стороны, и подобными способностями системы управления — с другой. Однако в рамках, очерченных формализуемой частью решения командира, математическое моделирование дает возможность оценить влияние системы управления на качество и возможные результаты реализации остальной части решения. Что же касается неформализуемой части решения, то либо ее разработка является целью использования математического моделирования в процессе выработки решения (см. § 2.3), либо она указывается на основании опыта.

Пусть, например, основу разрабатываемого командиром замысла составляет определение основного направления действий сил соединения — разгром конвоя — и другие направления действий — предварительный разгром прикрывающей его КПУГ. Математическое моделирование позволит оценить реальность такого замысла с учетом возможностей разведки, системы связи, а также обосновать (с учетом структуры системы управления) распределение сил соединения на главное и другие направления, боевой порядок соединения, порядок огневого поражения противника, различные виды обеспечения боя, взаимодействие сил. Так, при надежной связи с подводными лодками может оказаться целесообразным часть из них направить для предварительного ослабления КПУГ. При низкой же надежности связи может оказаться рациональным дать приказание всем подводным лодкам атаковать конвой с расчетом, что хоть кто-нибудь из них получит это приказание.

Чтобы выявить узкие места в структуре системы управления, используется система дополнительных показателей эффективности:

а) Показатели эффективности степени совершенства, степени влияния системы управления в целом (K), ее подсистем ( $K_{\rm p}$ ), отдельных элементов ( $k_{i\rm p}$ ) на эффективность действия сил. Обозначим:  $\mathcal{P}_{\rm p}$  — величина показателя эффективности реальной системы управления;  $\mathcal{P}_{\rm u}$ ,  $\mathcal{P}_{\rm u}^{(\rho)}$ ,  $\mathcal{P}_{\rm u}^{(i,\rho)}$  — то же для и деальной системы управления, ее р-й подсистемы, для идеального i-го элемента р-й подсистемы соответственно. Тогда  $K = \mathcal{P}_{\rm p}/\mathcal{P}_{\rm u}$ ;  $K_{\rm p} = \mathcal{P}_{\rm p}/\mathcal{P}_{\rm u}$ ;  $K_{\rm p} = \mathcal{P}_{\rm p}/\mathcal{P}_{\rm u}$ ;  $K_{\rm p} = \mathcal{P}_{\rm p}/\mathcal{P}_{\rm u}$ . Чем меньше значение коэффициента  $K(K_{\rm p}, k_{i\rm p})$ , тем менее совершенна система управления (ее р-я подсистема, i-й элемент), тем больше оснований для их совершенствования. В качестве идеальной принимается такая система управления (ее р-я подсистема), дальнейшее

совершенствование которой в данных условиях невозможно. Но она не должна быть фантастической. При обосновании идеальной системы (подсис-темы) управления силами бывает полезным оценивать факт и степень влияния основных свойств системы (подсистем) на ход и исход действий сил: оперативности, скрытности, надежности, устойчивости, непрерывности, которые свойственны идеальному состоянию системы управления и ее подсистем в данных условиях. Обратим внимание, что степень автоматизации системы управления определится с помощью коэффициента  $K_{\rm a}==\partial_{\rm p}/\partial_{\rm u}^{\rm (a)}$ , где  $\partial_{\rm u}^{\rm (a)}$ — показатель эффективности при "идеально" автоматизированной (в данных условиях) системе управления;  $\partial_{\rm p}$ — то же при достигнутой степени автоматизации.

б) Показатели эффективности для оценки боеспособности, состояния элементов системы управления на различных этапах боя с учетом ударов противника, расходования ресурсов (например, береговых КП, узлов связи, кораблей, подводных лодок, самолетов, выполняющих задачи разведки, ретрансляции сообщений, подвижных КП).

Обозначим через  $N_{\rm p},\ N_{\rm H}$  некоторый свой ущерб при реальной и идеальной системах управления соответственно. Параметр U, характеризующий степень влияния системы управления на величину ущерба, найдется из выражения  $U=N_{\rm p}/N_{\rm H}$ .

- в) Показатели эффективности различных подсистем элементов системы управления (с учетом различных видов противодействия противника): вероятности передачи сообщений к заданному сроку в направлениях КП—силы, силы—КП; математическое ожидание времени развертывания КП, передачи управления с КП на ЗКП и т. д.
- г) Показатели эффективности, характеризующие эффективность системы управления силами противника, ее подсистем с учетом нашего воздействия на различных этапах управления.

Назначение системы дополнительных показателей эффективности — искусство, которое требует хорошего знания механизма боя и достигается длительной практикой. Методы анализа результатов моделирования с использованием параметров K,  $K_{\rm p}$ ,  $k_{i\rm p}$  изложены в гл. 2.

#### 20.1.3. Особенности оперативно-тактической постановки задачи

Постановка задачи, прежде всего содержит указание о цели действий сил и цели моделирования. Целью моделирования (см. п. 20.1.1) может быть и обоснование структуры системы, ее подсистем, требований к ним с учетом разработанных способов применения сил, и обоснование способов применения сил, соответствующих возможностям системы управления данной структуры. В процессе творческой деятельности командира (см. § 2.3) эти цели могут сочетаться. Командир должен указать, какие элементы системы управления, факторы организации ее функционирования должны быть оценены при выявлении ее слабых и сильных мест. Далее требуется дать описание действия сил с учетом влияния системы управления, ее подсистем на эффективность этих действий. Методически удобной для этого оказывается интерпретация действий сил и системы управления как последовательные этапы функционирования контура управления (рис. 20.1): добывание (выдача) информации состояния соответствующими элементами системы освещения обстановки; ее передача подсистемой передачи информации состояния в орган управления; выработка в органе управления необходимой командной информации — решения или его коррективов, указаний группам боевого порядка и т. д.; передача командной информации адресатам подсистемой передачи командной информации; действия управляемых сил и средств в соответствии с полученной командной информацией; изменение обстановки в результате таких действий; выявление этих изменений подсистемой освещения обстановки и т. д. Изменения в обстановке могут вызываться и действиями противника, в том числе его функционированием нашей системы Целесообразно для каждой подсистемы контура выявить характер влияния на действия сил основных свойств системы: оперативности, скрытности, надежности, устойчивости, непрерывности. Необходимо учитывать, что

<sup>\*</sup> Методически рациональное для моделирования представление структуры контура управления может не совпадать с принятым в оперативно-тактической области представлением структуры системы управления: в контуре рассматривается подсистема "управляемые силы"; подсистема связи делится на две подсистемы; системы и средства автоматизации управления выгодно рассматривать разнесенными по подсистемам контура управления. В ряде случаев приходится в подсистемах контура управления соединения рассматривать контуры управления низших уровней (например, связанных с взаимодействием сил, выдачей данных целеуказания и т. д.).

возможно многостороннее влияние какого-либо свойства. Например, потеря подводной лодкой скрытности при использовании средств связи приведет не только к увеличению времени прохождения сообщения, но и способно раскрыть замысел применения сил. Возможно совместное влияние каких-либо свойств системы. Например, ракетный удар может быть сорван из-за длительного прохождения информации

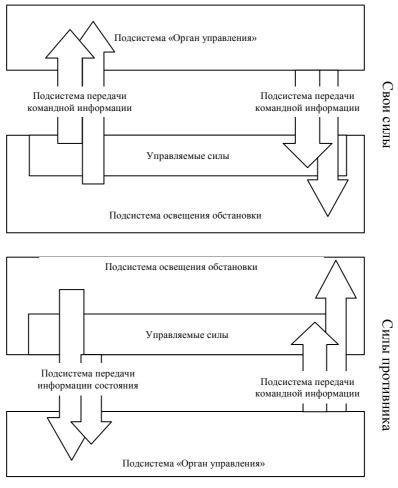


Рис. 20.1

противнике в различных подсистемах контура в условиях потери скрытности силами разведки. Методически удобно рассматривать совместно функционирование двух контуров управления — своего и противника (см. рис. 20.1).

При оценке реакции органа управления на полученную информацию состояния (выработка решения, его корректирование и т. д.) командир должен четко отделить неформализуемую часть этой реакции (например, основную идею замысла) и ту часть, которую требуется обосновать, оценить количественными методами. В большом числе случаев функционирования системы управления могут последовать, как уже отмечалось, ответные действия противника. При этом относительно характера таких действий будет существовать неопределенность. Командиру потребуется и отразить в постановке задачи сам факт неопределенности, и описать возможные при этом варианты действий (стратегии) сторон (см. гл. 15, 16). Если для выявления степени совершенства системы управления, ее подсистем необходимо использовать прием их сравнения с "идеальной" системой, постановка задачи должна содержать сведения 0 реальном предельно монжомеов совершенствовании ее структуры.

Формализованная постановка задачи осуществляется на основании уяснения оперативно-тактической постановки. Она включает описание системы эффективности показателей такое формализованное описание функционирования подсистем и системы управления в целом, которое бы позволило отобрать (разработать) блоки модели, сформировать модель, выявить необходимые параметры базы данных. Сложным элементом при этом может классификация неопределенности в обстановке, вызываемой особенностями функционирования системы управления и ответными мероприятиями противника (см. § 15.1).

### § 20.2. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СИЛАМИ

Многообразие свойственных соединениям флота задач, условий выполнения каждой из них, целей моделирования делают нереальной разработку комплексов математических моделей на все случаи жизни. В связи с этим особенно проявляется объективная необходимость блочного формирования в динамике управления силами моделей систем управления

силами, модульного построения программного обеспечения ЭВК, для чего необходимо формирование систем базового специального математического обеспечения управления и базового программного обеспечения ЭВК и с помощью этих базовых систем формирование необходимых моделей и их программ. Использование математического моделирования реально, если организована система математического обеспечения управления (см. § 2.4, 2.5).

Математическая модель функционирования системы управления, которая разрабатывается для обоснования решения по поставленной задаче, должна отразить влияние системы управления на эффективность избранного способа действия сил в ожидаемых условиях обстановки. Разработка необходимой математической модели включает две стадии схематизированного формального описания реального процесса (см. п. 20.1.3).

- 1. Описание системы управления и контура управления, а также рассматриваемого цикла (циклов) управления. Эта схематизация реального процесса осуществляется при формализованной постановке задачи. При этом реальные силы, средства включаются в те или иные подсистемы системы управления и контура управления.
- 2. Математическое описание функционирования контура управления (включающего в свой состав систему управления). Эта стадия схематизации составляет основу разработки необходимой математической модели. Ее особенность: оставаясь в рамках схематизированного представления о реальном процессе как о процессе функционирования системы управления и контура управления, специалист по исследованию операций должен дать математическое описание действий реальных сил и средств, отнесенных к различным подсистемам, с их взаимосвязями и взаимозависимостями внутри подсистем и между ними.

Рациональная последовательность разработки модели такая же, как это описано в § 2.1. В ряде случаев может оказаться целесообразным следующий прием. После разработки формульных зависимостей для вычисления основного и дополнительных показателей эффективности следует выявить в них зависящие ОТ структуры системы параметры, управления. последовательно рассматривают влияние на значения таких параметров результатов функционирования сил, средств, составляющих подсистемы освещения обстановки, передачи информации состояния, органа управления, передачи командной информации. Делать ЭТО следует учетом

неформализуемой части решения командира и для предполагаемого решения командира противостоящей стороны. Важной проблемой при этом является равноточность моделирования для различных вариантов построения и организации использования системы управления. Равноточность достигается в первую очередь использованием идентичного математического аппарата и оптимизацией применения сил, а также организацией использования подсистем системы управления в связи с особенностями каждого варианта структуры системы управления.

Рассмотрим пример.

Пример 20.1. Расширим условия примера 19.12. Командир вырабатывает решение по поставленной задаче разгрома корабельного соединения противника. Он выявил, что целью действий его соединения является срыв или максимальное ослабление ударов противника по нашим объектам. Степень достижения этой цели прямо пропорциональна числу боеприпасов, не израсходованных кораблем ядра (объектом) соединения противника. Порядок расходования боеприпасов объектом противника известен, начало нанесения им ударов — момент времени  $t_{\text{нач}}$ , окончания —  $t_{\text{ок}}$ .

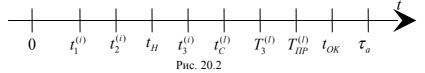
Для управления соединением командир формирует систему управления силами. В состав этой системы он включил береговые КП и ЗКП (подсистема органов управления), береговой узел связи и аппаратуру связи на кораблях и самолетах (подсистема связи). Ему необходимо обосновать состав разведывательных групп (элементы подсистемы освещения обстановки) и способы их действия при обеспечении целеуказания подводным лодкам. Выявление противника, целеуказание подводным лодкам осуществляются однократно. Данные целеуказания передаются на подводные лодки всегда в направлении берег—море. Разработанные командиром варианты ведения разведки различаются:

- вероятностью  $R_0(t)$  выявления противника не позже заданного срока;
- скрытностью ведения разведки;
- временем, потребным для выявления противника;
- надежностью, скрытностью и быстротой получения информации в органе управления от разведки;
- временем обработки в органе управления полученной от разведки информации и выдачи данных целеуказания подводным лодкам;
  - временем начала и окончания ведения разведки;
  - потерями сил разведки.

Время устаревания данных о цели не должно превышать  $t_{\rm уст}$ . При обнаружении противником факта ведения разведки (обнаружение самих разведчиков или их радиопередач) противник усиливает ПЛО, ПРО, ПВО соединения кораблей, предпринимает маневрирование, проводит мероприятия РЭП, маскировки для снижения эффективности ударов подводных лодок (как и при обнаружении им в районе самих подводных лодок).

Следует учесть, что противник будет наносить упреждающие удары по береговым элементам системы управления: КП, ЗКП, узлу связи. Выполнение задачи будет сорванным при выходе из строя системы КП или (и) узла связи, а также при неудачном исходе действий разведки.

Предельное время выполнения подводными лодками задачи в районе составляет  $\tau_a$ . С учетом вариантов ведения разведки командир разработал m способов применения подводных лодок  $(a_1, a_2, ..., a_m)$ . Они отличаются друг от друга боевым построением сил, способами применения оружия (совместно или самостоятельно) и т. д. Времена  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  (см. рис. 19.7, 20.2) будут различны для различных i-х способов применения сил. Разработанные способы применения сил имеют различную эффективность при различных l-х способах ведения разведки (здесь их содержание не рассматривается). Для совершенствования организации функционирования системы управления и способов применения сил командиру необходимо оценить степень влияния на эффективность выполнения поставленной задачи системы управления в целом, боевой устойчивости КП, ЗКП и узла связи, надежности, скрытности, быстроты прохождения информации в системе управления, способов ведения разведки.



**Разработка модели.** Показателем эффективности системы управления силами является показатель эффективности выполнения силами поставленной задачи — математическое ожидание предотвращенного ущерба своим объектам. Для достижения целей моделирования он может быть заменен на более просто вычисляемый показатель — математическое ожидание  $M(t_{\text{ок}})$  недовыпущенного противником в интервале времени  $[t_{\text{нач}}, t_{\text{ок}}]$  боезапаса в результате действия сил соединения. В качестве дополнительных показателей

эффективности целесообразно избрать коэффициенты для оценки влияния на эффективность действия сил системы управления и ее подсистем (см. п. 20.1.2):

$$K(t) = \frac{M(t)}{M_{\rm H}(t)}; \quad K_{\rm p}(t) = \frac{M(t)}{M_{\rm o}(t)},$$

где  $M(t), M_{\rm H}(t), M_{
ho}(t)$  — математическое ожидание недовыпущенного противником боезапаса при реальной, идеальной системе управления силами и системе управления с идеальной  $\rho$ -й подсистемой соответственно.

Процесс действий управляемых сил можно представить как марковский случайный процесс со счетным числом состояний системы и непрерывным временем переходов. В условиях поставленной задачи состав системы, ее состояния, направления переходов системы за время dt аналогичны разработанным в примере 19.12 (см. рис. 19.8). Однако для каждого l-го варианта ведения разведки процесс функционирования системы управления будет отличаться, а значит будет отличаться и процедура интегрирования СДУ.

Временной график событий показан на рис. 20.2. Индексом l помечены моменты времени, зависящие от l-го способа разведки. Кроме того, следует учесть, что момент времени  $t_{\rm c}^{(l)}$  начала передачи на подводные лодки сигнала о применении оружия есть случайная величина, являющаяся суммой нескольких случайных величин:

$$t_{\rm c}^{(l)} = t^{(l)} + t_{\rm CB}^{(l)}(N) + t_{\rm pem}^{(l)},$$
 (20.2.1)

где  $t^{(l)}$  — момент времени выявления противника разведкой;  $t^{(l)}_{\scriptscriptstyle{\text{CB}}}(N)$  — время передачи информации в направлении разведка—орган управления;  $t^{(l)}_{\scriptscriptstyle{\text{Pell}}}$  — время принятия решения в органе управления.

Момент времени  $T_{_3}^{(l)}$  нанесения совместного удара подводными лодками и предельно возможной  $T_{_{\rm np}}^{(l)}$  момент времени нанесения ими удара связаны с моментами времени  $t_{_{\rm c}}^{(l)}$ ,  $t_{_{\rm c}}^{(l)}$  соответственно:

$$T_{\rm B}^{(l)} = t_{\rm c}^{(l)} + T_{\rm CB} + t_{\rm ILIF};$$
 (20.2.2)

$$T_{\rm np}^{(l)} = t^{(l)} + t_{\rm ycr},$$
 (20.2.3)

где  $T_{\text{\tiny CB}}$  — время прохождения сигналов управления на подводные лодки;  $t_{\text{\tiny ПДГ}}$  — время, необходимое подводным лодкам для подготовки к нанесению совместного удара.

В общем случае параметры  $T_{_3}^{(l)}$ ,  $T_{_{\rm np}}^{(l)}$  зависят от числа подводных лодок, совместно использующих оружие. Обязательно условие  $T_{_3}^{(l)} < T_{_{\rm np}}^{(l)}$ .

Таким образом, моменты времени  $T_3^{(l)}$ ,  $T_{\rm np}^{(l)}$  так же как и момент времени  $t_{\rm c}^{(l)}$ , случайным образом распределены на временной оси (см. рис. 20.2).

Рассматриваемый пример весьма удобен, чтобы показать многоуровневый характер математических моделей морских боев, боевых действий, операций.

- 1-й уровень модели позволяет непосредственно вычислять основной показатель эффективности. В рассматриваемом примере для каждого l-го варианта разведки существуют следующие гипотезы:
- $s_1$  система управления не функционирует либо же функционирует, но в орган управления от сил разведки не поступили данные о противнике;
- $s_2$  система управления функционирует, данные о противнике в орган управления поступили, но силы разведки действовали не скрытно;
- $s_3$  система управления функционирует, данные о противнике от сил разведки в орган управления поступили, силы разведки действовали скрытно.

Особенности действия подводных лодок при реализации различных гипотез:

- $s_1$  подводные лодки не наносят удар совсем;
- $s_2$  подводные лодки нанесут удар, если получат сигнал управления, но встретят усиленное сопротивление противника;
- $s_3$  подводные лодки нанесут удар, если получат сигнал управления. При этом от скрытности действий подводных лодок будет зависеть характер противодействия противника (см. условия примеров 19.12, 20.1).

Очевидно, что моделирование следует осуществлять раздельно для каждого l-го способа ведения разведки и для каждого l-го способа следует определять оптимальный способ действий подводных лодок, учитывающий неопределенность в исходах функционирования системы управления силами.

Для вычисления основного показателя эффективности при каждом l-м способе ведения разведки целесообразно использовать методы теории

статистических решений (см. гл. 16). Обозначим:  $u^{(l)}(a_i,s_j)$  — показатель эффективности выполнения поставленной задачи для случая, если силы действуют способом  $a_i$  и реализовалась гипотеза  $s_j$ ;  $p^{(l)}(s_j)$  — вероятность реализации гипотезы  $s_i$ .

Матрица показателей эффективности будет иметь следующий вид (индексы l опущены):

$a_i$ $S_j$	$S_1$	$s_2$	<i>s</i> <sub>3</sub>
$a_1$	0	$u(a_1, s_2)$	$u(a_1, s_3)$
$a_2$	0	$u(a_2, s_2)$	$u(a_2, s_3)$
$a_i$	0	$u(a_i, s_2)$	$u(a_i, s_3)$
$a_m$	0	$u(a_m, s_2)$	$u(a_m, s_3)$

Оптимальный способ  $a_i^*$  действий сил будет соответствовать максимальному значению  $M(t_{\text{ок}})$  показателя эффективности (см. (16.2.2)):

$$M(t_{ok}) = \max_{a_i} \left\{ \sum_{j=1}^{3} p(s_j) u(a_i, s_j) \right\}.$$
 (20.2.4)

На этом заканчивается разработка 1-го уровня модели.

2-й уровень модели должен позволить вычислить параметры, необходимые для 1-го уровня модели (т. е. параметры  $u(a_i, s_j), p(s_j)$ ) с учетом влияния на их значения структуры системы управления силами, l-го способа ведения разведки.

Для гипотезы  $s_1$  параметры  $u(a_i, s_1)$  равны нулю для всех i (i = 1, 2, ..., m) :  $u(a_i, s_1) = 0$ .

Для гипотез  $s_2, s_3$  параметр  $u(a_i, s_i)$  при каждом способе  $a_i$  действий сил найдется с использованием формулы полной вероятности:

$$u(a_{i}, s_{2}) + u(a_{i}, s_{3}) = \int_{-\infty}^{\infty} dR'(t)W'(t)m(t_{y \in \pi}) + \int_{-\infty}^{\infty} dR(t)W(t)m(t_{y \in \pi}) =$$

$$= \int_{t_{\text{ha}}}^{t_{\text{ok}}} dR'(t)W'(t)m(t_{y \in \pi}) + \int_{t_{\text{ha}}}^{t_{\text{ok}}} dR(t)W(t)m(t_{y \in \pi}), \qquad (20.2.5)$$

где

$$u(a_{i}, s_{2}) = \int_{t_{\text{Ha}}}^{t_{\text{OK}}} dR'(t)W'(t)m(t_{\text{YCJI}});$$

$$u(a_{i}, s_{3}) = \int_{t_{\text{Ha}}}^{t_{\text{OK}}} dR(t)W(t)m(t_{\text{YCJI}});$$
(20.2.6)

$$u(a_i, s_3) = \int_{t_{\text{ina}}}^{t_{\text{ox}}} dR(t) W(t) m(t_{\text{yc},\pi}); \qquad (20.2.7)$$

dR'(t), dR(t)— элементарная вероятность нескрытного соответственно обнаружения противника разведкой в момент времени  $t, \ W'(t), \ W(t)$  — вероятность нескрытного и скрытного соответственно поражения противника, обнаружен-ного в момент времени t (для вычисления этих вероятностей могут быть использованы формулы (19.6.1)—(19.6.3) или аналогичные им);  $m(t_{ycn})$  — математическое ожидание боезапаса, не израсходованного противником к моменту времени  $t_{\text{усл}}$ , если он обнаружен разведкой в момент времени t;  $t_{\text{усл}} = T_3$ , если удар наносится в заданный момент времени  $T_3$ ;  $t_{\text{усл}} = t_{\text{с}} + T_{\text{св}} + t_{\text{ор}}$ , если подводные лодки наносят удар самостоятельно;  $t_{op}$  — время, потребное для применения оружия. Необходимо, чтобы выполнялось условие  $t_{ycn} < t + t_{ycr}$ .

В подынтегральных выражениях формул (20.2.5)—(20.2.7) индексы i, j, lопущены и принято, что время действия подводных лодок в районе превышает время выполнения задачи соединением кораблей противника ( $\tau_a > t_{ok}$ ). Замена пределов интегрирования в (20.2.5) возможна, так как вероятности нескрытного W'(t) и скрытного W(t) поражения противника при его обнаружении вне заданного промежутка времени  $[t_{\rm Hau},\,t_{
m OK}],$  т. е. при  $t_{
m Hau}>t>t_{
m OK},$  считаются равными нулю.

Рассмотрим процедуру вычисления параметра  $u(a_i,s_2)$ . Разрабатывается модель для вычисления вероятности R'(t) выявления разведкой объекта противника. Допустим, что процесс выявления может быть интерпретирован как непрерывный марковский процесс и описан системой дифференциальных уравнений Колмогорова (далее будем называть ее 1-й СДУ). 2-я СДУ разрабатывается для вычисления вероятности получения на подводной лодке сигналов боевого управления (в рассматриваемом примере эта СДУ соответствует графу на рис. 19.8).

Решая 1-ю СДУ последовательно находят элементарные вероятности dR'(t). Для каждого текущего значения t вычисляются параметры  $t_{\rm c}$ ,  $T_{\rm 3}$ ,  $T_{\rm пр}$ , а затем параметр  $t_{\rm усл}$  по формулам (20.2.1)—(20.2.3), где вместо необходимых случайных величин  $t_{\rm cb}(N)$ ,  $t_{\rm pem}$ ,  $t_{\rm пдг}$ ,  $T_{\rm cb}$ ,  $t_{\rm op}$  используют их математические ожидания  $\bar{t}_{\rm cb}$ ,  $\bar{t}_{\rm pem}$ ,  $\bar{t}_{\rm пдг}$ ,  $\bar{t}_{\rm op}$ ,  $\bar{T}_{\rm cb}$ . Далее с помощью 2-й СДУ вычисляют вероятность  $P_1(t)-P_9(t)$ , а затем — вероятности  $q_1,q_2,q_3,q_1',q_2',q_3'$  (см. пример 19.12). После этого по формулам (19.6.1)—(19.6.3) вычисляют вероятность поражения объекта. Все вычисленные таким образом параметры  $(q_1,q_2,q_3,q_1',q_2',q_3',W'(t))$ — условные, так как соответствуют условию выявления противника в момент времени t.

Подобным же образом осуществляются все шаги интегрирования. Для каждого шага вычисляется значение подынтегрального выражения в (20.2.6)  $dR'(t)W'(t)m(t_{_{\rm VCL}})$ , а затем — показатель эффективности

$$u(a_i,s_2) = \int_{t_{\text{\tiny Ha}}}^{t_{\text{\tiny OK}}} dR'(t)W'(t)m(t_{\text{\tiny YCJI}}).$$

В заключение с помощью 1-й СДУ вычисляется вероятность  $R'(t_{\text{нач}}, t_{\text{ок}}) = \int_{t_{\text{ok}}}^{t_{\text{ok}}} dR'(t)$  нескрытного обнаружения противника в интервале времени  $[t_{\text{нач}}, t_{\text{ок}}]$ .

Процедура интегрирования 2-й СДУ имеет следующую особенность (по сравнению с процедурой, изложенной в примере 19.1), связанную с особенностью гипотезы  $s_2$ . Используя 1-ю СДУ, вычисляют условное математическое ожидание момента времени  $\tau_p$  обнаружения противником факта ведения разведки для условия, что состоялось нескрытное выявление

противника. В момент времени  $\tau_p$  производится пересчет вероятностей состояний, показанных на рис. 19.8:

$$\begin{split} &P_{1}(\tau_{p}+dt)=P_{2}(\tau_{p}+dt)=P_{3}(\tau_{p}+dt)=0;\\ &P_{7}(\tau_{p}+dt)=P_{7}(\tau_{p})+P_{1}(\tau_{p}); \quad P_{8}(\tau_{p}+dt)=P_{8}(\tau_{p})+P_{2}(\tau_{p});\\ &P_{9}(\tau_{p}+dt)=P_{9}(\tau_{p})+P_{3}(\tau_{p}). \end{split}$$

Тем самым учитывается, что после момента времени  $\tau_p$  все действия сил протекают в условиях потери скрытности $^*$ . Конечно, с определенной вероятностью это может иметь место и до момента времени  $\tau_p$  по причине нарушения скрытности самими подводными лодками.

Для гипотезы  $s_3$  (как указывалось) показатель эффективности вычисляется по формуле

$$u(a_i, s_3) = \int_{t_{\text{ha}}}^{t_{\text{ox}}} dR(t)W(t)m(t_{\text{ycm}}).$$

Процедура вычисления показателя эффективности аналогична изложенной для гипотезы  $s_2$ . Отличием является отсутствие необходимости в учете момента времени  $\tau_p$  потери скрытности силами разведки.

Для упрощения примера здесь не рассматриваются методы разработки модели действий сил разведки, вычисления вероятностей R(t), R'(t), dR'(t), dR'(t) и параметра  $\tau_p$  (см. гл. 17). Для приобретения практических навыков читателю предлагается задаться какой-либо оперативнотактической ситуацией и разработать модель действий сил разведки, обеспечивающих целеуказание ударным силам.

Рассмотрим теперь методы вычисления вероятностей  $p(s_j)$  гипотез. Обозначим  $P_{_{\rm Y}}(t_{_{
m OK}}), P_{_{
m C,C}}(t_{_{
m OK}})$  вероятности функционирования системы органов управления и системы связи соответственно до окончания выполнения силами поставленной задачи. Это может быть вероятность того, что до момента

<sup>\*</sup> Пересчет для момента времени  $\tau_p$  вероятностей  $P_j(t)$  во 2-й СДУ автоматически повлечет учет в формуле (19.6.1) для всех  $t > \tau_p$  условия  $P(H_k) = 0$ .

времени  $t_{\text{ок}}$  будет функционировать хотя бы один КП и узел связи. Тогда будем иметь:

$$p(s_1) = 1 - P_{y}(t_{ok})P_{c.c}(t_{ok})[R(t_{hau}, t_{ok}) + R'(t_{hau}, t_{ok})];$$

$$p(s_2) = P_{y}(t_{ok})P_{c.c}(t_{ok})R'(t_{hau}, t_{ok});$$

$$p(s_3) = P_{y}(t_{ok})P_{c.c}(t_{ok})R(t_{hau}, t_{ok}).$$

На этом заканчивается разработка 2-го уровня модели.

На 3-м уровне модели вычисляются параметры, необходимые на 2-м уровне: интенсивности переходов СДУ, математические ожидания времен  $\bar{t}_{\text{св}}(N), \bar{t}_{\text{реш}}, \bar{t}_{\text{пдг}}, \bar{t}_{\text{усл}}, \bar{t}_{\text{ор}}, \bar{T}_{\text{св}}$ , вероятности  $P_{\text{у}}(t_{\text{ок}}), P_{\text{с.c}}(t_{\text{ок}})$  и др. При разработке моделей этого уровня используются методы, изложенные в предыдущих главах учебника, либо статистические данные, в том числе сведенные в нормативы. Например, для вычисления параметров  $\bar{t}_{\text{реш}}, \bar{t}_{\text{пдг}}$  могут быть использованы сетевые модели, а при наличии соответствующего опыта — нормативы.

На 3-м уровне модели готовятся также исходные данные, обращающие систему управления, ее подсистемы, элементы подсистем в идеальные для вычисления дополнительных показателей эффективности K(t),  $K_{\rho}(t)$ . Делается это заданием соответствующих значений интенсивностей приема сообщений, поиска, восстановлений контакта, поражения элементов системы управления, математического ожидания времени прохождения информации и т. д.

Обратим внимание, что разработанная модель отражает: влияние на эффективность системы управления возможности нахождения ее подсистем в тех или иных состояниях; скрытность, временные и точностные параметры функционирования системы управления; влияние на оцениваемую эффективность способов, организации выполнения подсистемами, управляемыми силами своих задач и неопределенность в их исходах (все это с учетом действий противника). Сравнительная оценка различных вариантов построения системы управления осуществляется с помощью основного показателя эффективности, выявление же их сильных и слабых сторон — с использованием основного и дополнительных показателей.

На этом закончим рассмотрение примера. Можно убедиться, что в динамике управления использование математических моделей систем управления силами требует умения оперативно выявлять пути влияния систем

управления на эффективность, оперативно формировать модели, достаточно точно отражающие это влияние и, наконец, оперативно выполнять на ЭВМ необходимые расчеты. Иначе говоря, должна быть создана и отработана система МОУ силами (см. § 2.5). При этом необходимое базовое СМО, чтобы быть обозримым, должно быть проблемно-ориентированным на потребности органа управления данного соединения при выполнении свойственных ему задач с учетом взаимодействия с придаваемыми и поддерживающими силами.

# Глава 21. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ СИЛАМИ ПОСТАВЛЕННЫХ ЗАДАЧ

## § 21.1. ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРИ УПРАВЛЕНИИ СИЛАМИ

### 21.1.1. Область применения моделей

Различные виды обеспечения (разведка, РЭБ и т. д.) действий сил при выполнении ими поставленных задач отличаются задачами обеспечения, составом сил и средств, привлекаемых для выполнения мероприятий обеспечения, присущими способами действий, ИМ характером закономерностями влияния мероприятий обеспечения на ход и исход действий сил. Более того, это влияние может быть различным для одного и того же вида обеспечения одних и тех же сил, но в различных условиях обстановки или в одних и тех же условиях, но при различных избираемых командиром способах применения сил. Однако при математическом моделировании всех видов обеспечения, осуществляющемся в интересах обоснования решения командира и при планировании, имеется много общего. Именно это общее и будет рассмотрено ниже.

Целью любого вида обеспечения является создание условий, благоприятствующих повышению эффективности выполнения поставленной силам задачи.

Цель использования математического моделирования в процессе выработки решения:

- 1. Обоснование требований к обеспечению, обоснование мероприятий, способов обеспечения, позволяющих повысить эффективность предусматриваемых в решении способов применения сил. Например, разрабатываемый способ применения подводных лодок может быть эффективным лишь при определенных динамике, надежности, скрытности добывания разведкой данных о противнике.
- 2. Обоснование способов применения сил и средств, соответствующих возможностям рассматриваемого вида обеспечения в данных условиях. Например, при разработке способа применения подводных лодок должны быть учтены возможности имеющихся сил разведки.
- 3. Комбинированное решение задач пп. 1 и 2 в процессе творческой деятельности командира на различных этапах выработки решения (см. § 2.3). Объективно существует такое гармоничное (возможно, единственное) сочетание способа применения сил и способа их обеспечения в сложившихся условиях обстановки, при которых эффективность выполнения поставленной задачи максимальна. Найти это сочетание цель творчества командира и штаба, а обеспечивающим это творчество инструментом является математическое моделирование.

Для достижения целей пп. 1—3 разрабатываются математические модели и производится моделирование. В процессе выработки командиром решения к математическому моделированию можно обращаться неоднократно. Обычно целями отдельного моделирования, которые учитывают при формировании и реализации модели, могут быть: сравнительная оценка различных вариантов организации того или иного вида обеспечения (комплекса видов обеспечения) на различных этапах выполнения поставленной силам задачи; выявление сильных и слабых мест в разрабатываемых мероприятиях обеспечения, способах применения сил.

Достижение этих целей моделирования должно стимулировать творческую деятельность командира и позволить ему оценить, являются ли разрабатываемые мероприятия обеспечения, способы применения сил и средств рациональными или имеется возможность и необходимость их дальнейшего совершенствования (см. § 2.3).

Когда на основании решения командира осуществляется планирование действий соединений, частей, служб, участвующих в выполнении различных видов обеспечения, математические модели формируются и используются для указанных целей в интересах этого планирования.

При управлении силами на различных его этапах организация всех видов обеспечения осуществляется в комплексе и совместно с формированием на бой, операцию, боевые действия системы управления силами, ее подсистем, с организацией взаимодействия сил.

Использование математического моделирования ДЛЯ обоснования обеспечения лействий необходимо заблаговременной, сип при непосредственной подготовках. В ходе действий сил математическое моделирование используется для обоснования объективного контроля за процессом выполнения предусмотренных мероприятий обеспечения и обоснования корректирования планов в связи с изменениями обстановки.

Математическое моделирование обеспечения действий сил широко используется и в научно-исследовательской работе.

### 21.1.2. Показатели эффективности обеспечения

Для обоснования обеспечения любого вида (или комплексов видов обеспечения) используется система показателей эффективности, состоящая из основного и ряда дополнительных показателей.

Основной показатель эффективности однозначно определяется целью обеспечения. Как было определено в п. 22.1.1, этой целью является повышение эффективности выполнения поставленной силам задачи. Поэтому показателем эффективности обеспечения в общем случае является эффективность выполнения поставленной задачи. Этот показатель позволяет командиру осуществлять сравнительную оценку различных вариантов организации обеспечения, судить о степени совершенства того или иного варианта по степени его влияния на конечный результат — достижение силами цели боя, операции. В ряде случаев (не очень частых) командир сможет упростить такой показатель и оценивать эффективность обеспечения по степени достижения его какой-либо частной цели (например, оценивать разведку через вероятность выявления ею противника, а не наведения на него ударных сил). Возможность подобного упрощения ("понижения уровня") показателя эффективности должна тщательно обосновываться (см. § 1.2).

Выбор дополнительных показателей эффективности полностью определяется подготовленностью командира, специалистов штаба, в том числе специалиста по исследованию операций, к выполнению своих функциональных

обязанностей. Дополнительные показатели назначаются таким образом, чтобы анализ всей системы показателей эффективности позволял бы, во-первых, выявлять сильные и слабые места формируемой системы обеспечения и, вовторых, оценивать состояние всей системы и противостоящей системы противника (их потери, боеспособность) на различных этапах выполнения поставленной задачи.

Для выявления сильных и слабых мест системы обеспечения большое значение имеют вероятностные характеристики факторов обстановки, от которых непосредственно зависит степень достижения цели обеспечения. О смысле таких факторов, способах их выявления читатель может узнать в п. 2.3.1. Как правило, в состав этих характеристик входят показатели эффективности выполнения частных задач обеспечения (например, выявления противника силами разведки, подавления на необходимый срок некоторых каналов связи и т. д.). Поскольку мероприятия обеспечения "привязаны" к действиям сил, в число дополнительных показателей эффективности входят обычно временные характеристики: вероятности выполнения мероприятий обеспечения к заданному сроку, в заданном интервале времени, математическое времени выполнения мероприятия (например, выполнения мероприятий разведки, тылового обеспечения к заданному сроку, математическое ожидание продолжительности подавления заданных систем наблюдения противника и т. д.).

Важную роль всегда играют характеристики скрытности функционирования системы обеспечения. Целесообразен также прием, аналогичный изложенным в § 19.1, 19.2: сравнение эффективности  $\mathcal{F}_p$  действия сил при реальных силах, средствах и способах обеспечения с эффективностями  $\mathcal{F}_n$  или  $\mathcal{F}_n^{(j)}$  при всех или j-х идеальных силах, средствах и способах обеспечения (идеальной системе обеспечения). Как и ранее, идеальными являются силы, средства, дальнейшее совершенствование которых в данных условиях невозможно. Им соответствуют идеальные (не фантастические) способы их использования.

Признание идеальными тех или иных элементов системы обеспечения должно осуществляться так, чтобы выявить узкие места, направления совершенствования системы с учетом ожидаемой обстановки. При этом степень совершенства системы обеспечения в целом может быть оценена

коэффициентом  $k_{\rm c} = \Im_{\rm p}/\Im_{\rm H}$ , а степень совершенства ее j-го элемента\* — коэффициентом  $k_{\rm j} = \Im_{\rm p}/\Im_{\rm H}^{(j)}$ .

Состояние системы обеспечения своих сил и противостоящей им системы противника оценивается обычно математическим ожиданием потерь (расхода) сил, средств по этапам выполнения задачи, вероятностью сохранения боеспособности (скрытности) составом сил и средств, необходимым на последующих этапах действий соединения либо после окончания выполнения поставленной задачи.

### 21.1.3. Особенности оперативно-тактической постановки задачи

Основные особенности постановки задачи на формирование моделей любых видов обеспечения определяются целью обеспечения любого вида и необходимостью оценивать обеспечение с помощью показателя эффективности выполнения поставленной силам задачи и требованием согласования по времени и месту мероприятий различных видов обеспечения и действий сил на основном и других направлениях. Поэтому математической моделью обеспечения является модель действий обеспечиваемых сил, которая должна органически учитывать особенности влияния обеспечения на ход и исход этих действий. Существующие методы математического моделирования (см. гл. 3— 16) не всегда позволяют в одной модели оценить характер такого влияния и степень согласованности по времени и месту как действий сил, так и мероприятий обеспечения различных видов. В первом случае нужны модели, сформированные с использованием различных методов математического моделирования или их комбинаций, во втором, как правило, используется метод сетевого моделирования. Условимся далее говорить о моделях для оценки влияния обеспечения на эффективность действий сил и о моделях для оценки временных параметров обеспечения. Весьма часто результаты сетевого моделирования используются в моделях оценки влияния обеспечения на эффективность действия сил, но и при этом согласование взаимодействия сил и средств по времени и месту, организация контроля за действиями сил требуют

<sup>\*</sup> Обратим внимание, что уже сама работа командира по мысленному формированию идеальной системы обеспечения будет важным этапом в оценке им обстановки, выработке замысла и решения в целом.

отдельного использования сетевой модели. Кроме того, как постановка задач, так и разработка этих двух типов моделей производятся раздельно.

## а) Особенности постановки задачи для оценки влияния обеспечения на эффективность действий сил

Итак, как было показано выше, для моделирования с указанной целью в общем случае необходимы модели боев, операций, боевых действий или какихлибо их этапов. Методы разработки таких моделей, а также необходимых для этого оперативно-тактических постановок задач изложены в [5]. Ниже будут указаны лишь особенности, связанные с включением условий функционирования системы обеспечения в структуру постановки задачи.

моделировании любого вида обеспечения (комплекса видов обеспечения) постановка задачи определяется, во-первых, необходимостью сформировать систему показателей эффективности и, во-вторых, указать частные задачи (этапы) обеспечения. По этой причине постановку задачи целесообразно начинать с указания цели действий сил и задачи обеспечения, выполнение которой должно способствовать повышению эффективности действий сил, а также цели моделирования. Формулировка цели действий с и л должна позволить оценивать числом степень ее достижения. Специалисту по исследованию операций должен быть известен, например, ущерб, который должен быть причинен противнику, чтобы достичь целей: "разгромить соединение кораблей", "подавить какие-либо объекты противника" и т. д. В самом общем виде целью моделирования является сравнительная оценка вариантов организации обеспечения и (или) выявление сильных и слабых сторон вариантов (варианта). Последнее потребует указания тех факторов обстановки, которые должны быть оценены числом. Эти параметры совместно с основным показателем эффективности в итоге составят систему показателей эффективности обеспечения.

Уже формулируя эти вопросы, командир должен указать этап (комплекс этапов) обеспечения, который требуется обосновать. С точки зрения условий управления силами, организации обеспечения, а также математического моделирования процесс обеспечения целесообразно разбить на следующие этапы.

1. Подготовка сил к выполнению поставленной задачи. Например, для принятия решения может потребоваться проведение разведки с целью добыть

необходимые сведения о противнике, проведение мероприятий для выявления гидрометеорологической и гидрологической обстановки в районе предстоящих действий и т. д.

- 2. Непосредственная организация боя, операции: постановка задач силам, согласование вопросов взаимодействия, завершение пополнения запасов, дооборудование района и т. д.
- 3. Развертывание сил в районы ожидания, их маневрирование в этих районах. Так, развертывание подводных лодок, КУГ может потребовать противоминного обеспечения, мероприятий РЭБ для маскировки развертывания и районов ожидания, ведения разведки на маршрутах развертывания и в районах ожидания и т. д.
- 4. Развертывание сил в позиции применения оружия, которое может состояться только после выявления противника силами разведки и потребовать проведения мероприятий защиты связи с наводимыми объектами и т. д.
- 5. Нанесение ударов по противнику. От сил обеспечения может потребоваться, например, обеспечение выдачи целеуказания ударным группам, РЭП системе управления обороной противника и т. д.
- 6. Переразвертывание сил, их возвращение в пункты базирования могут вызвать, например, необходимость проведения мероприятий разведки, противоминного обеспечения и т. д.

В процессе принятия решения командиру потребуется моделировать все, часть или какой-либо один из этапов обеспечения. Но даже в двух последних случаях он должен выявить и указать связи между этапами. Если какой-либо из этапов связан с другими (часто именно так и бывает), то моделирование даже в интересах одного этапа требует "выходить" на показатели эффективности системы обеспечения в целом. Существует множество видов связей. Наиболее очевидные из них — изменения состояния обеспечиваемых сил, в частности, расход сил, средств (ресурсов, времени) на проведение мероприятий обеспечения, один из наименее очевидных, но очень значимый и трудно моделируемый — нарушение скрытности действий сил, в том числе подготовки сил к действиям, или замысла применения сил. Например, ведение разведки в выработки командиром решения, материально-техническое интересах обеспечение подготовки сил определяют не только расход (пополнение) соответствующих ресурсов, но и могут демаскировать подготовку сил, направления, способы их действий. Это предопределит возможность изменения

условий выполнения силами задачи, условий проведения обеспечения на последующих этапах ее выполнения, изменение эффективности действий сил и сделает необходимым учет в модели такой возможности с ее последствиями (см. гл. 22).

Таким образом, оптимизировать какой-либо этап обеспечения по показателю эффективности только этого этапа можно лишь в случае, когда доказано, что отсутствует связь оптимизируемых факторов с мероприятиями обеспечения и действиями сил на других этапах.

При разработке оперативно-тактической постановки задачи целесообразно также учитывать следующие общие рекомендации.

Как было показано в п. 2.3.1, оптимизация любых действий связана с выявлением системы диалектических противоположностей и нахождением взаимосвязанной системы их тождеств (см., например, рис. 2.3—2.5). Поэтому составной частью постановки задачи должно быть описание системы диалектических противоположностей. Например, ведение разведки в интересах выработки командиром решения потребует расхода ресурсов, необходимых и на последующих этапах выполнения задачи. Расход ресурсов на 1-м этапе за счет нужд последующих этапов или, наоборот, их расход на последующих этапах за счет нужд 1-го этапа — это и есть одна из возможных диалектических противоположностей системы. Специалисту по исследованию операций потребуется знать также систему диалектических противоречий, т. е. описание характера влияния противоположных элементов (например, "направить ресурс разведки на 1-й этап — направить ресурс разведки на последующие этапы") на величину показателя эффективности, чтобы сформировать модуль для обоснования оптимального распределения pecypca (т. е. тождества противоположностей).

Весьма часто противоположности будут возникать из-за необходимости сохранить скрытность. Например, альтернативой мероприятию "вести разведку на маршрутах развертывания сил для обеспечения их боевой устойчивости" может быть "не вести разведку на этих маршрутах для обеспечения скрытности начала и направления действий сил". При этом в постановке задачи следует дать описание механизма влияния разведки на боевую устойчивость сил при развертывании, а также механизма влияния потери скрытности на боевую устойчивость сил при развертывании, на их действия на последующих этапах. С точки зрения диалектического метода познания такое описание есть описание диалектического противоречия.

Следует отметить, что обычно оказывается невозможным вычислить вероятность, математическое ожидание времени получения противником того или иного объема информации о действиях наших сил в результате наблюдения им обеспечивающих мероприятий. Однако математическое моделирование может быть использовано для обоснования состава и способов добывания косвенных сведений, позволяющих составить необходимое суждение на этот счет (см. пример 16.1), откорректировать способы действий сил. Кроме того, математическое моделирование можно использовать для оценки последствий того или иного вида нарушения скрытности при наблюдении противником мероприятий обеспечения. Указания о всех аспектах учета скрытности обеспечения — важнейший элемент постановки задачи.

При постановке задачи на математическое моделирование какого-либо вида обеспечения командир должен выявить и сформулировать взаимосвязь рассматриваемых мероприятий и мероприятий других видов обеспечения, а также функционирования подсистем системы управления, характера их комплексного влияния на действия управляемых сил в ожидаемых условиях обстановки (см. пример 20.1).

Наличие таких сложных и значимых взаимосвязей, могущество применяемого оружия уже поставили вопрос о разработке методологии подготовки так называемого общевойскового боя, когда план действий сил не есть сумма пусть и согласованных, но отдельных планов действий различных соединений, служб, а является планом функционирования единой системы, включающей все подчиненные, приданные и поддерживающие силы и средства. План, конечно, учитывает все противостоящие силы и средства противника, среду и другие элементы обстановки (международно-правовые, экономические и т. д.). Лишь после разработки этого плана решается вопрос о рациональной (с учетом штатной) системе командования и управления\*.

В соответствии с направленностью учебника вопросы такой методологии здесь не рассматриваются. Однако предупредим читателя, что фрагментарное моделирование отдельных видов обеспечения, без учета указанных взаимосвязей, ничего, кроме вреда, командиру не принесет. При математическом моделировании вообще и систем обеспечения в частности

<sup>\*</sup>Существуют исторические источники, которые свидетельствуют, что прославленный полководец Великой Отечественной войны Маршал Советского Союза К. К. Рокоссовский и его штаб активно применяли подобную методологию.

должен неуклонно соблюдаться основной принцип диалектического метода познания — рассмотрение явлений во взаимосвязи составляющих его элементов (так называемый системный подход). Поэтому при моделировании ведомственные, организационные рамки учитываются только как элемент ситуации.

## б) Особенности постановки задачи для оценки и обоснования временных параметров обеспечения

Целями моделирования обеспечения действий сил, оценки временных параметров обеспечения могут быть: оценка реальности плана обеспечения с точки зрения времени его выполнения; обоснование плана по времени (для заданного района действий сил); обоснование требований к силам и средствам обеспечения по времени выполнения ими планируемых мероприятий в заданном районе; расчет, оценка времени при выработке решения и при планировании обеспечения; оценка временных параметров обеспечения, необходимых при моделировании мероприятий обеспечения, а также в других моделях, используемых для обоснования решения командира и планов применения сил, использования средств.

Особенности оперативно-тактической постановки задачи для формирования моделей, необходимых при достижении указанных целей, определяются методикой работы командира при выработке решения, особенностями используемых методов формирования необходимых моделей.

Командир будет разрабатывать основы мероприятий обеспечения совместно с разработкой основ организации взаимодействия сил. Наиболее рациональным при разработке математических моделей для указанных выше целей является использование методов сетевого моделирования (см. гл. 7). При этом мероприятия различных видов обеспечения в такой модели будут выступать в органическом единстве с другими мероприятиями взаимодействия.

Существенно важно также, что в своей работе командир будет использовать эту модель совместно с моделью для оценки эффективности обеспечения (см. п. "а"). Особенности постановки задачи для разработки сетевых моделей изложим применительно к рассматриваемой теме. Прежде всего командир указывает цель действий сил. Далее он должен сформулировать цель моделирования, указав продолжительность выполнения поставленной задачи или рассматриваемого ее этапа. Затем указываются мероприятия взаимодействия:

действия групп боевого порядка соединения, действия сил и средств их обеспечения, последовательность выполнения всех действий. Профессионализм командира должен позволить ему выявить и сформулировать как положительное, так и отрицательное взаимовлияние планируемых мероприятий взаимодействия; указать моменты времени, до наступления соответствующие мероприятия должны быть выполнены, чтобы усилить положительное и ослабить (исключить) отрицательное влияние мероприятий на эффективность выполнения задачи. В качестве примеров отрицательного взаимовлияния мероприятий онжом привести взаимные помехи радиоэлектронных систем, поражение своих групп ударами соседей, демаскирование последующих действий сил и т. д. Командир должен потребовать от специалистов органа управления вычислить вероятности выполнения тех или иных мероприятий взаимодействия, их комплексов к заданным моментам (в заданные интервалы) времени с целью использовать эти вероятности для дальнейшего совершенствования решения или для постановки задач силам. Для вычисления необходимых в этой работе временных оценок мероприятий командиру потребуется указать соответствующие данные (маршруты и скорости развертывания сил, продолжительность применения ими оружия или выполнения других действий). В ряде случаев необходимые сведения (в том числе экспертные оценки — см. гл. 7) по его указанию будут подготовлены соответствующими подразделениями органа управления. В заключение командир дает указания о форме выдачи результатов моделирования.

Сетевые модели для обоснования плана взаимодействия сил в целом, сетевые модели функционирования служб, частей, соединений, выполняющих задачи обеспечения, "вырастут" из сетевой модели, разработанной для командира и утвержденной им. С точки зрения методов сетевого моделирования формирование таких моделей явится работой по разукреплению сетевой модели командира. Это гарантирует связность по времени планов всех участников выполнения задачи.

## § 21.2. МЕТОДЫ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЕЙСТВИЙ СИЛ

## 21.2.1. Методы разработки математических моделей для оценки влияния обеспечения на эффективность действий сил

Необходимые для этой цели модели являются моделями для оценки эффективности действий сил при выполнении ими поставленных задач с учетом влияния на эти действия разрабатываемых мероприятий обеспечения. Методология математического моделирования морских боев, операций, боевых действий изложена, как уже указывалось, в специальной литературе [5]. Здесь же рассмотрим лишь то, что касается включения в эти модели функционирования системы обеспечения. Признаком успешной разработки является удовлетворение модели следующему требованию: она должна позволить учитывать влияние на величины основного и дополнительных показателей эффективности (см. п. 21.1.2):

- изменений способов обеспечения при фиксированных способах применения ударных, поисковых и т. д. сил;
- изменений способов применения ударных, поисковых и т. д. сил при фиксированных способах обеспечения;
- изменений способов действий противника, военно-геогра-фических, экономических условий, временных параметров (ука-занных в постановке задачи) при фиксированных способах применения своих сил, систем обеспечения.

Способность разработанной модели удовлетворять этому требованию проверяется обычным способом. Во-первых, проверяется равноточность моделирования, которая достигается единой системой принятых допущений и ограничений и использованием идентичных методов математического моделирования. Во-вторых, на этапе отладки модели (см. § 2.1) командир (офицер штаба — пользователь модели) должен придумать ситуации обстановки, задать численные значения соответствующих им параметров этой обстановки, а затем произвести сравнительный анализ результатов моделирования для заданных вариантов. Результаты должны соответствовать накопленному опыту, здравому смыслу\*. Помимо прямого назначения —

<sup>\*</sup> В противном случае рекомендуется проверить постановку задачи, модель, программное обеспечение. Возможно, что придется изменить толкование накопленного опыта.

отладки модели — этот прием дает психологическую уверенность в доброкачественности модели, что очень важно для ее практического использования, а участие в процессе отладки способствует более глубокой оценке командиром обстановки.

Разработка необходимой модели (комплекса взаимосвязанных моделей), как и всегда, начинается с выявления основного и определения дополнительных показателей эффективности. Успех разработки способов вычисления этих показателей, т. е. разработки модели (комплекса моделей), зависит от умения формализовать оперативно-тактическую постановку задачи. Для этого целесообразно представить действия сил как функционирование на заданном этапе управления контуров управления своих сил и противника (см. рис. 20.1). Далее необходимо выявить место и роль данного вида обеспечения при функционировании контура, т. е. влияние мероприятий обеспечения на функционирование его подсистем. При этом следует учитывать обратное влияние подсистем контура управления, а также мероприятий других видов обеспечения, указанных командиром в постановке задачи, на исход мероприятий данного вида обеспечения. Непреложным должно следование правилу: выявив положительное (отрицательное) влияние какихлибо мероприятий, элементов обстановки на исход действий сил, необходимо отрицательное (положительное) влияние, контрмероприятия (они должны содержаться в постановке задачи). Выполнять эту работу требуется с учетом ожидаемых действий противника, интерпретировав их как функционирование его контура управления. Взаимное функционирование обоих контуров управления должно представляться с учетом военно-геогра-фических, экономических и других условий, а также фактора времени.

На основании формализованной постановки задачи и разрабатывается модель. При этом может потребоваться использование различных методов математического моделирования, методов исследования операций (см. пример 20.1).

Успеху моделирования будут способствовать приобретение необходимых навыков всеми участниками моделирования как в процессе обучения в учебных заведениях, так и в процессе боевой и оперативной подготовки, а также разработка базового математического и программного обеспечения на модульных принципах его формирования с развитым банком данных. Чтобы это

обеспечение было обозримо, оно должно быть проблемно-ориентированным на выполнение соединением свойственных ему задач. Указанные рекомендации, однако, несут в себе опасность шаблонности в моделировании, приобретения участниками моделирования стереотипов, мешающих поиску более совершенных методов. Чтобы избежать такой опасности, необходимо систематическое совершенствование всех этапов исследования операций.

## 21.2.2. Методы формирования математических моделей для оценки и обоснования временных параметров обеспечения

Нужные для этих целей сетевые модели разрабатываются так, чтобы модели отдельных этапов процесса обеспечения составляли единое целое; мероприятия обеспечения на всех этапах рассматриваются совместно с другими мероприятиями взаимодействия сил. Разработка модели, которая используется командиром в процессе выработки решения, должна выполняться с соблюдением чувства меры при детализации мероприятий обеспечения, чтобы "кустарник не заслонял леса".

Динамика моделирования должна соответствовать динамике работы командира. Это возможно, если в составе базового СМО будут храниться модули, необходимые при сетевом моделировании. В ходе заблаговременной подготовки они используются для формирования фрагментов сетевых моделей мероприятий обеспечения. Их укрупненные варианты служат для формирования модели, необходимой командиру. Модель командира после ее утверждения командиром, а также подробные фрагменты мероприятий обеспечения хранятся в составе сформированного СМО и используются далее при непосредственной подготовке. Должная оперативность моделирования возможна лишь при развитом банке данных, знаний.

Разработка сетевых моделей в подразделениях штаба при планировании взаимодействия сил и систем обеспечения различных видов должна осуществляться в порядке разукрупнения соответствующих элементов модели командира. Один из критериев правильности разработки: эти модели должны быть способны при необходимости "встраиваться" в модель командира с сохранением ранее полученных результатов моделирования. Таким образом, можно говорить о многоуровневом характере необходимых для управления сетевых моделей взаимодействия.

Использование сетевых моделей в творческой работе командира выглядит как процесс их оптимизации, осуществляемый методами, изложенными в гл. 7. Большое значение при использовании сетевых моделей взаимодействия, обеспечения имеют их вероятностные характеристики — вероятности выполнения мероприятий, их сочетаний (путей сетевого графика) в заданные сроки. Утвержденные сетевые графики могут далее использоваться для разработки в установленной форме плана обеспечения, взаимодействия сил, частных календарных планов действий подчиненных соединений, частей, служб, выполняющих мероприятия обеспечения. Утверждение формируемых подобным образом моделей может не являться формальным актом. Но всегда это варианты моделей, которые использованы при обосновании решения, планов и зафиксированы в формируемом СМО.

# Глава 22. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ МЕРОПРИЯТИЙ ВОЕННОЙ ХИТРОСТИ, ДЕЗИНФОРМАЦИИ, МАСКИРОВКИ

## § 22.1. ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ ПРОВЕДЕНИЯ МЕРОПРИЯТИЙ ВОЕННОЙ ХИТРОСТИ, ДЕЗИНФОРМАЦИИ, МАСКИРОВКИ

Мероприятия военной хитрости, дезинформации, маскировки\* являются обязательным элементом решения командира, планов применения сил, использования средств, а проведение таких мероприятий — органической составной частью содержания боя, операции, других форм применения сил. Целью проведения таких мероприятий всегда является создание благоприятных условий для выполнения силами поставленной задачи. История военного искусства учит, что пренебрежение мероприятиями военной хитрости, а также необоснованное их проведение приводит либо к снижению эффективности действий сил, либо даже к срыву выполнения поставленной задачи. К таким же последствиям всегда приводит и неспособность командира выявить факт подготовки или проведения мероприятий военной хитрости противником.

 $<sup>^{*}</sup>$  В дальнейшем будет использоваться также выражение "мероприятие военной хитрости" или просто "мероприятие".

Сложный характер влияния мероприятий военной хитрости на эффективность выполнения задачи делает необходимым для их обоснования использовать математическое моделирование. В свою очередь, нужды подготовки системы МОУ силами к математическому моделированию и его выполнение требуют определения возможных частных целей (задач) проведения мероприятий военной хитрости, выявление особенностей их проведения и механизма влияния на ход и исход действий сил, что позволит обосновать цели, особенности, порядок проведения математического моделирования.

C точки зрения нужд математического моделирования целесообразно выделить следующие цели (задачи) проведения мероприятий военной хитрости, дезинформации, маскировки.

1. Создание у противника еще на этапе подготовки сил к выполнению задачи ложного представления о выборе командиром направления (объектов, районов) сосредоточения основных усилий и других действий или, говоря шире, о замысле выполнения поставленной задачи. В результате противник проведет подготовку, в частности построит силы, изберет способы их действий с учетом навязанного ложного представления. На подготовку будут израсходованы время и другие ресурсы. С началом действий сил (при успешном проведении мероприятий) подготовительная работа противника будет враз обесценена, свои силы будут действовать в выгодных условиях. Противнику же придется вновь проводить подготовку в условиях дефицита времени, понесенных потерь, нарушенной системы управления и обеспечения.

Пример 22.1. В гл. 2 приводился пример подготовки наших войск к операции "Багратион" (1944). В результате успешного проведения советским командованием мероприятий военной хитрости противник провел подготовку к оборонительной операции, исходя из навязанного ему ложного представления о направлении наших основных усилий на южном участке группы наступающих фронтов. В результате на фактическом основном направлении (район Белоруссии) противник ослабил группировку своих войск; на флангах нашей наступающей группировки он не отважился на наступательные действия; вся проведенная противником подготовка к отражению нашего наступления была обесценена, противник был вынужден проводить подготовку заново в условиях

стремительного наступления советских войск при больших своих потерях, нарушенных системах управления и коммуникаций $^*$ .

2. Создание у противника уже в ходе ведения действий ложного представления о построении, направлениях действий, способах применения, обеспечения и т. д. наших сил с целью отвлечь усилия противника на ложные направления, рассредоточить его усилия или получить нужную разведывательную информацию.

Пример 22.2. Во время Великой Отечественной войны обе стороны прибегали к созданию ложных районов, направлений сосредоточения и действий своих сил, ложных аэродромов, огневых точек, проводили разведку боем и т. д. При успешном проведении таких мероприятий усилия противника отвлекались на ложные направления, он наносил по ложным объектам удары, расходовал время и другие ресурсы, раскрывал построение своих сил, систему огня и т. д.

3. Маскировка самого факта подготовки операции, боя, других действий для создания благоприятных условий их проведения.

Пример 22.3. При подготовке к уходу советских войск из окруженной немецко-румынскими войсками Одессы (1941) была успешно проведена система мероприятий военной хитрости, дезинформации противника. В результате факт подготовки и процесс эвакуации наших войск был замаскирован, противник вступил в город, когда наши подразделения прикрытия уже покинули его.

Пример 22.4. Система маскировочных мероприятий обеспечила скрытное создание мощных группировок советских войск для разгрома и окружения сил противника в районе Сталинграда.

4. Создание условий, при которых противник терял бы какое-то важное для него преимущество, и, наоборот, создание благоприятных условий для реализации возможностей наших сил. В идеале необходимо стремиться сделать преимущества противника его недостатками, а недостатки своих сил — их достоинствами.

Пример 22.5. В начальный период Великой Отечественной войны в условиях превосходства противника в авиации и танках наши войска, проводя наступление, избирали лесисто-болотистые и другие участки, где было

<sup>\*</sup> См. также примеры 2.10, 2.11.

затруднено применение противником тяжелой техники, использовали погодные условия, когда затруднялось применение противником авиации. В итоге достигалось преимущество в соотношении сил.

5. Использование неожиданно для противника новых способов применения сил, учитывающих выявленные слабые места в способах действий и планах противника, а также другие конкретные условия обстановки.

Пример 22.6. 13 июня 1942 г. отряду легких сил (ОЛС) Черноморского флота, базирующемуся на порты Кавказского побережья, была в очередной раз поставлена задача прорваться в осажденный Севастополь, доставить туда пополнение, вывезти раненых, женщин и детей. Немецкое командование организовало мощную блокаду Севастополя, применяя авиацию, торпедные катера, подводные лодки, береговую артиллерию, минное оружие.

Прорывая зону блокады, наши силы несли большие потери. Флагманский штурман ОЛС Б. Ф. Петров (впоследствии вице-адмирал, командир крупных корабельных соединений, заместитель начальника Военно-морской академии) оценил обстановку и выявил слабое место блокады — ее направленность исключительно против наших коммуникаций в восточной части Черного моря. По его предложению, обоснованному расчетами, корабли ОЛС обошли район блокады с юга и подошли к Севастополю неожиданно для противника не с восточного, а с юго-западного направления, не встретив никакого противодействия.

Пример 22.7. В октябре 1917 г. германская эскадра, включавшая в свой состав новейшие быстроходные линкоры, пыталась через Моондзундский пролив прорваться в Финский залив. В составе противодействующих русских сил были два крупных корабля — тихоходные броненосцы устаревшей конструкции "Гражданин" и "Слава". Дальность стрельбы их орудий главного калибра намного уступала дальности стрельбы линкоров противника. Замыслом командования русских сил, настойчиво проведенном жизнь. предусматривалось: увеличить, неожиданно для противника, дальность стрельбы орудий броненосца "Слава", затопив его несколько бортовых систерн и этим увеличив угол возвышения орудий; стеснить маневр противника в артиллерийском бою, нанести ему потери, скрытно поставив минное заграждение (МЗМ); сорвать или затруднить траление противником МЗМ, создав артиллерийскую группу в составе кораблей и батарей береговой артиллерии. При этом были обоснованы: нужный угол возвышения орудий броненосца и дальность их стрельбы; порядок затопления бортовых систерн

броненосца; остойчивость, живучесть и маневренные возможности накрененного броненосца; необходимые конфигурация и плотность МЗМ с учетом как потребностей, так и возможностей (наличия мин, заградителей, времени); состав и построение группы прикрытия МЗМ; боевой порядок сил.

Высокая подготовленность штаба к проведению расчетов, богатый опыт обеспечили объективное обоснование замысла, а затем подготовку сил к бою. Противник же был поставлен перед необходимостью проводить подготовку к бою заново в условиях потери значительной части преимуществ.

Прорыв германской эскадры был сорван в, казалось бы, безвыходных условиях.

6. Создание и использование фактора внезапности для деморализации противника, затруднения ему подготовки и проведения ответных мероприятий.

Следует отметить, что фактор внезапности будет проявляться и при выполнении задач, упомянутых в пп. 1—5. В данном случае речь идет о проведении мероприятий, направленных главным образом именно на создание и использование фактора внезапности. С точки зрения формирования системы СМОУ целесообразно выделить следующие неожиданные для противника способы достижения этой частной цели: а) применение новых технических средств ведения вооруженной борьбы; б) новые способы применения существующих сил и средств.

Пример 22.8. Применение во время 1-й мировой войны отравляющих веществ, танков против не подготовленных к этому войск противника вызвало их большие потери, приводило к деморализации его личного состава, способствовало определенному успеху другой стороны. Требовалось время для организации противодействия — разработки соответствующих технических систем, способов действий.

Пример 22.9. При высадке десанта в Новороссийск в 1943 г. боновые заграждения противника при входе в порт разрушались, его огневые точки на молах и у уреза воды уничтожались торпедами торпедных катеров.

7. Разрушение элементов системы управления силами противника для срыва управления; использование элементов этой системы для передачи ложных сигналов управления, формирование в органе управления противника, у личного состава, населения ложного представления об обстановке.

Пример 22.10. При действиях на Керченском полуострове в 1942 г. немецкое командование использовало факт плохой маскировки командных

пунктов, узлов связи наших войск и вывело из строя большинство из них бомбово-артиллерийскими ударами. Советское командование потеряло управление войсками. Действия наступающих немецких войск были внезапными, что, помимо других последствий, способствовало деморализации части личного состава и в итоге разгрому войск фронта.

Пример 22.11. Во всех войнах радио- и проводная связь использовалась противниками для передачи ложных сигналов управления и ложной информации об обстановке с целью нарушения управления силами.

Пример 22.12. Во время 2-й мировой войны немецкое командование практиковало засылку в тыл противника диверсионных групп для нарушения его системы управления, распространения ложных сведений, вызывающих панику, деморализующих личный состав и население.

Таковы основные частные цели (задачи) мероприятий военной хитрости, дезинформации, маскировки. Их выполнением достигается указанная главная цель — повышение эффективности выполнения поставленной соединению задачи. Следует иметь в виду, что наибольшей эффективности можно добиться при комбинированном использовании на всех этапах действий сил различных мероприятий военной хитрости, составляющих систему и взаимосвязанных со всеми другими действиями сил\*.

## § 22.2. ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ МЕРОПРИЯТИЙ ВОЕННОЙ ХИТРОСТИ, ДЕЗИНФОРМАЦИИ, МАСКИРОВКИ

Изложенные выше частные цели (задачи) мероприятий военной хитрости, приведенные примеры позволяют выявить особенности проведения мероприятий. Эти особенности будут рассмотрены с позиций использования математического моделирования для обоснования мероприятий: выявления возможных целей моделирования, способов достижения этих целей, методов

<sup>\*</sup> Возможности проведения мероприятий военной хитрости, дезинформации, маскировки, агрессии в целом в настоящее время неизмеримо выросли за счет применения новых средств агрессии. Так, например, тысячные коллективы ученых работают над использованием в целях агрессии телевидения, радио и здесь достигнуты качественно новые результаты: цели агрессии при использовании этих средств зачастую можно достигать с большим успехом, чем с помощью ракетно-ядерного оружия. Противодействие этим средствам агрессии только техническими средствами борьбы малоэффективно.

Подробное рассмотрение вопросов, упомянутых в примечании, очень важно, но лежит за рамками учебника.

формирования необходимых математических моделей, построения базового СМОУ, выполнения расчетов, анализа их результатов.

1. Мероприятия военной хитрости проводятся, как правило, для обеспечения действий сил на основном направлении и именно той стороны их деятельности, которая влияет на повышение эффективности действий сил непосредственно при одновременном снижении косвенного отрицательного влияния этой стороны деятельности сил и избранного мероприятия военной хитрости.

Используем термины методологии эвристической оптимизации (см. гл. 2) для описания необходимого опыта истории военного искусства. Командиры выявляли (реально) систему диалектических противоположностей, управляемому свойственных процессу, затем находили диалектическую противоположность системы, после этого — мероприятие главной противоположности, влияющее на эффективность выполнения задачи непосредственно. Военная хитрость, дезинформация, маскировка должны были влияние усилить непосредственное главной диалектической противоположности на эффективность. Далее выявлялись все отрицательные последствия и разрабатывались мероприятия (в том числе военной хитрости) для их ослабления.

Обратимся еще раз к Брусиловскому прорыву (см. пример 2.14, рис. 2.12). Как известно, А. А. Брусилов выявил и разрешил главную диалектическую противоположность ("полное — сокращенное время подготовки операции"), избрав полное время подготовки своих сил. Отрицательное влияние такого решения он исключил, назначив 13 участков прорыва (военная хитрость) вместо шаблонного приема назначения одного участка. Это распыляло усилия противника, затрудняло ему осуществление маневра силами, в частности не позволяло перебрасывать силы с "благополучных" участков н а "неблагополучные". Однако при этом распылялись и усилия войск Юго-Западного фронта, что являлось отрицательным последствием избранного мероприятия военной хитрости. Для его ликвидации А. А. Брусилов разработал систему дополнительных мероприятий, включающих и элементы военной хитрости, дезинформации, маскировки (см., например, [15, 16]). Так, он внезапно применил новые способы вскрытия обороны противника с использованием аэрофотосъемки. Инженерное обеспечение наступления позволило пехоте неожиданно атаковать противника с дистанции 150-200 м вместо общепринятой — 1 км. Артиллерия применялась новым способом создания артиллерийских групп по целевому назначению с жесткой централизацией управления и оперативным внезапным сосредоточением огня по необходимым объектам противника. Брусилов обосновал минимально возможный состав группировки сил для наступления на одном участке — два армейских корпуса. Были предусмотрены превосходство в силах на участках прорыва (в 1,5—2 раза), перенос усилий войск уже в ходе наступления на участки, где наметился успех и т. д. Как первоначальный план операции, так и предусмотренные его корректировки привели противника к потере инициативы, вынужденной необходимости менять планы в условиях дефицита времени и неясной обстановки. Брусиловский прорыв увенчался невиданным в истории 1-й мировой войны успехом.

- 2. Мероприятия военной хитрости на различных этапах выполнения поставленной задачи должны быть разнообразны, но составлять единое целое (пример план Брусиловского прорыва и его реализация). Кроме того, все они должны составлять единое целое с действиями сил на различных направлениях, быть согласованы с этими действиями по месту, времени и цели (т. е. входить в план взаимодействия сил).
- 3. Очень часто избираемый способ действий, эффективный при благоприятном исходе планируемых мероприятий военной хитрости, снижает эффективность и даже способен привести к катастрофическим последствиям при их неблагоприятном исходе, при раскрытии противником содержания мероприятий военной хитрости\*. Весьма часто возможность раскрытия противником факта подготовки мероприятий военной хитрости, их содержания зависит от времени, прошедшего с начала подготовки соединения к выполнению поставленной задачи. Соответственно и эффективность ответных действий противника может быть функцией этого времени.
- 4. В подавляющем большинстве случаев не известно, успешным (благоприятным) или безуспешным (неблагоприятным) будет планируемое мероприятие военной хитрости, раскрыл или не раскрыл противник его подготовку или (и) проведение.

<sup>\*</sup> Исключение составляют такие талантливо продуманные мероприятия, когда даже достаточно информированный противник обречен действовать "предписанным" ему способом (см. штурм Измаила войсками А. В. Суворова, Брусиловский прорыв).

- 5. Для оценки результативности мероприятий военной хитрости часто приходится прибегать к проведению разведки, использованию источников сбора и добывания информации. Это, однако, способно приводить к раскрытию факта подготовки боя, операции, подготовки или проведения мероприятий военной хитрости, а также других элементов замысла командира. Поэтому мероприятия по сбору необходимой информации должны быть скрытными. Наиболее эффективен сбор информации, позволяющий косвенно составить суждение по интересующему вопросу.
- 6. В большинстве реальных ситуаций на этапах выработки решения, при планировании окажется невозможным использовать методы теории вероятностей, теоретико-игровые методы, чтобы оценить числом вероятность успешности мероприятий военной хитрости (поверил или не поверил противник).

Существуют следующие признаки возможности и невозможности использования математического моделирования для оценки вероятности успешного проведения мероприятий военной хитрости:

- количественная оценка возможна, если благоприятный исход планируемых мероприятий военной хитрости определяется факторами, носящими объективный, не зависящий от воли и сознания людей характер. Допустим, командир соединения планирует формирование ложной группы (ЛГр). Если ожидаемые благоприятные для командира действия противника связаны лишь с фактом обнаружения им ЛГр, то возможна количественная оценка благоприятного исхода планируемых мероприятий;
- количественная невозможна, оценка если исход планируемых мероприятий военной хитрости связан с творческой деятельностью командования противника при оценке обстановки, в том числе при оценке запланированных наших мероприятий. Допустим, командир соединения планирует формирование ЛГр. Предположим, что благоприятные для командира действия противника связаны не только с фактом обнаружения противником ЛГр, но и с результатами оценки командованием противника обстановки в целом, творческого сопоставления всех других имеющихся у него сведений об обстановке. В этом случае количественная оценка благоприятного исхода планируемых мероприятий военной хитрости невозможна.

Количественная оценка также окажется невозможной при наличии каналов утечки информации, если функционирование этих каналов нельзя описать математическими методами.

Существуют и другие особенности мероприятий военной хитрости. Здесь же изложены лишь те из них, знание которых необходимо для разработки и описания методов использования математического моделирования для обоснования указанных мероприятий.

## § 22.3. МЕТОДЫ ВЫПОЛНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ МЕРОПРИЯТИЙ ВОЕННОЙ ХИТРОСТИ, ДЕЗИНФОРМАЦИИ, МАСКИРОВКИ

Использование математического моделирования в указанных целях осуществляется при выполнении мероприятий эвристической оптимизации в ходе выработки решения по поставленной задаче, планов применения сил и средств (см. гл. 2).

Как и всегда, использование математического моделирования (исследования операций) для обоснования конкретных мероприятий военной хитрости включает четыре этапа (см. § 2.1).

### 22.3.1. Оперативно-тактическая постановка задачи

Как известно, постановка задачи включает: а) определение цели действий сил; б) цели моделирования; в) описание элементов обстановки, связей между ними, которые должны быть отражены в модели для достижения цели моделирования. Методика постановки задачи изложена в § 2.3. Здесь же основное внимание обратим на особенности, связанные с рассматриваемым направлением использования математического моделирования.

- а) Цель действий сил. Указывается в связи с тем, что целью мероприятий военной хитрости является повышение эффективности этих действий (т. е. степени достижения ими цели) и что, следовательно, необходимо выявить показатель их эффективности. Кроме того, указываются ограничения (требования), которые должны быть учтены при выработке решения (и при моделировании).
- б) Цель моделирования. Рассмотрим наиболее общий случай, когда невозможно оценить вероятность успешного исхода мероприятий военной

хитрости (т. е. вычислить вероятность того, что противник оказался обманутым). Тогда обязательной целью математического моделирования явится обеспечение сравнительной оценки эффективности действий сил для ситуаций:  $C_1$  — мероприятия военной хитрости не проводятся;  $C_2$  —мероприятия военной хитрости проводятся и оказались успешными;  $C_3$  — мероприятия военной хитрости проводятся, но противник их раскрыл и использовал это обстоятельство в свою пользу.

Результаты такой сравнительной оценки — обязательное условие для суждения о рациональности разработанных мероприятий военной хитрости, выявления их сильных и слабых мест, поиска более эффективных мероприятий и совершенствования решения в целом.

Использование математического моделирования весьма часто требуется также и для обоснования действий, направленных на маскировку подготовки и проведения мероприятий военной хитрости (например, предотвращения, срыва каких-либо действий сил и средств разведки противника); обоснования действий своих сил и средств разведки, направленных на выявление успешности проведения мероприятий военной хитрости (например, выявление факта внимания противника к ложным районам, мероприятиям, невнимания к фактическим районам, мероприятиям действий сил); обоснования оценки проводимых действий сил разведки\*. Организацию взаимодействия сил по цели, месту и времени с учетом мероприятий военной хитрости наиболее обоснованно можно разработать только при использовании сетевых моделей. Точно так же только сетевое моделирование позволит обоснованно произвести оценку времени (при оценке обстановки на этапе подготовки сил к выполнению поставленной задачи), а затем осуществить объективный контроль за ходом действий сил. Достижение всех целей моделирования потребует обоснованного прогнозирования действий противника. Возможны другие математического моделирования в интересах обоснования и проведения мероприятий военной хитрости.

Далее рассмотрим методы использования математического моделирования с целью сравнительной оценки эффективности при ситуациях  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ .

<sup>\*</sup> Так, для этих целей могут быть использованы методы теории статистических решений, последовательного анализа (см. примеры 10.1, 16.5).

- в) Описание элементов обстановки, связей между ними, которые должны быть отражены в модели для достижения цели моделирования.
- В п. 2.3.3 была изложена рациональная последовательность разработки п. "в" постановки задачи. Ее следует использовать и в данном случае для каждой из ситуаций  $C_i$ :
- разработать систему диалектических противоположностей и противоречий, свойственных ситуации  $C_i$  (1-й уровень, основа постановки задачи);
- для каждой противоположности системы указать элементы обстановки, касающиеся сил противника, своих сил, военно-географических условий, необходимые, во-первых, для оптимизации этой противоположности и, вовторых, для отражения в модели ее связи с другими противоположностями системы (2-й уровень постановки задачи);
- для элементов 2-го уровня указать сведения, необходимые, чтобы отразить в модели числом характер влияния данного элемента на ход и исход действий сил (3-й уровень постановки задачи, обычно касающийся систем оружия, технических средств, отдельных параметров военно-географических условий).

Специфика постановки задачи для обоснования мероприятий военной хитрости заключается в том, что для ситуации  $C_1$  система диалектических противоположностей не будет включать мероприятия военной хитрости, а для ситуаций  $C_2$  и  $C_3$  будет их включать. Разница в постановках задач для ситуаций  $C_2$  и  $C_3$  будет в содержании 2-го и 3-го уровней постановки задачи: для ситуации  $C_2$  при их разработке командир будет исходить из факта успешного проведения мероприятий военной хитрости, а для ситуации  $C_3$  — из факта раскрытия противником мероприятий и использования полученной информации для повышения эффективности действий своих сил. В связи с этим для ситуации  $C_3$  должны быть рассмотрены ответные действия противника. В ряде случаев может оказаться необходимым рассмотреть эти ответные действия при различных моментах времени получения противником информации о подготовке мероприятий военной хитрости и объеме этой информации. Рассмотрим пример.

Пример 22.14. Командир принимает решение на атаку конвоя группой торпедных катеров (см. пример 2.4, рис. 2.5). Он оценивает целесообразность проведения следующих мероприятий военной хитрости\*:

- 1) атака Кон противника торпедными катерами из-под берега на малом ходу, чтобы снизить их заметность и дать им возможность занять без потерь (либо с минимальными потерями) наилучшие позиции залпа;
- 2) выделение части торпедных катеров для постановки дымзавес, имитации атак Кон с ложных направлений и т. д., чтобы отвлечь внимание противника на ложные направления, рассредоточить его усилия.

Командиру требуется сравнить возможные выигрыш и проигрыш при соответственно удачном и неудачном проведении мероприятий военной хитрости.

Цель удара катеров — поражение максимально возможного числа транспортов не позже момента времени  $T_3$ .

Целью моделирования является сравнительная оценка эффективности удара при трех возможных ситуациях:

- $C_1$  катера атакуют Кон со стороны моря всем составом;
- $C_2$  катера атакуют Кон из-под берега, на малом ходу, скрытно занимая выгодные позиции торпедной стрельбы; выделяется группа катеров для дезинформации противника; противник мероприятия военной хитрости не раскрыл;
- $C_3$  то же, что и для  $C_2$ , но противник раскрыл мероприятия военной хитрости и нанесет по катерам упреждающий удар авиацией, усилит оборону на угрожающем направлении.

Необходимо также выявить сильные и слабые стороны способов действий при различных ситуациях, для чего требуется оценить:

- сохранение катерами боеспособности при занятии позиции залпа и общие их потери;
- эффективность применения катерами торпедного оружия в занятой позиции;
  - состав отвлекающей группы катеров;
  - выполнение катерами задачи в срок не позже заданного  $T_3$ ;
  - расход топлива.

<sup>\*</sup> Рассматриваются условия Великой Отечественной войны.

Оценка эффективности ударов при ситуациях  $C_1$ — $C_3$  должна быть осуществлена для различных, указываемых командиром условий обстановки (например, связанных с составом конвоя, его охранения, маршрутом движения, состоянием моря, видимости и т. д.).

Разработка п. "в" постановки задачи осуществляется для всех ситуаций  $C_1$ —  $C_3$ .

Cитуация  $C_1$ . Разработка постановки задачи для этой ситуации рассмотрена в п. 2.3.3. В ее основе — разработка системы диалектических противоположностей, не включающих мероприятия военной хитрости.

Ситуация  $C_2$ . Первоначально разрабатывается система диалектических противоположностей, которая органически включает в свой состав мероприятия военной хитрости, требующие оптимизации. На рис. 22.1 приведен пример системы противоположностей. На рисунке не приведены чрезвычайно важные и всегда учитываемые (по опыту прошлой войны) противоположности:

- между различными исходными позициями для атаки, различающимися: временем, расходом топлива, скрытностью их занятия; временем, скрытностью ожидания конвоя; эффективностью занятия позиции залпа и отхода после выполнения залпа и т. д.;
- между различными рубежами выявления противника силами разведки, различающимися надежностью, своевременностью, скрытностью выявления противника и т. д.;
- исходной позицией отвлекающей группы, способами ее действий, составом и т. д.

Включение в пример таких противоположностей потребовало бы значительной и громоздкой детализации исходной обстановки, в частности конкретизации военно-географических условий, состава сил сторон, их тактических приемов. Это невозможно и нерационально в рамках учебника, поэтому ограничимся лишь указанием существования подобных противоположностей системы.

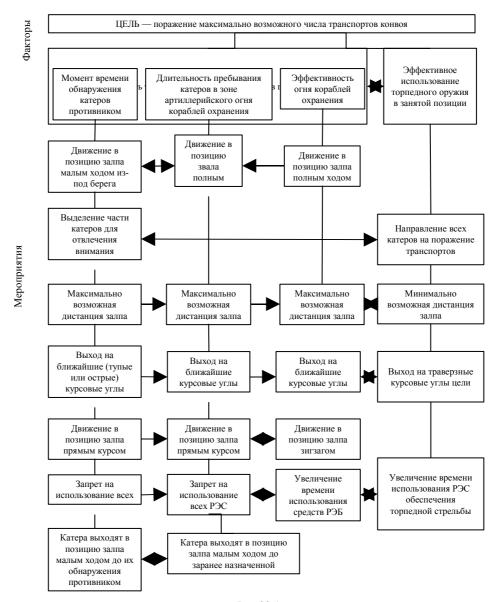


Рис.22.1

Разработка 2-го уровня постановки задачи осуществляется так же, как и для ситуации  $C_1$ , но на основании новой системы противоположностей и гипотезы, что мероприятия военной хитрости противником не раскрыты.

Может оказаться, что, по оценке командира, противник при ситуации  $C_2$  способен обнаружить катера основной группы ранее, чем они займут назначенную позицию залпа. Тогда необходимо оптимизировать ту позицию катеров (дистанцию до противника и его курсовой угол), когда им целесообразно переходить на нескрытное занятие позиции залпа. При этом далее осуществляется постановка задачи для ситуации  $C_1$ .

Разработка 3-го уровня постановки задачи в отношении катеров основной группы аналогична ситуации  $C_1$  (для отвлекающей группы катеров постановку задачи осуществлять не будем).

Ситуация  $C_3$ . Постановка задачи для моделирования атаки катеров основной группы предваряется постановкой задачи для моделирования упреждающего удара авиации противника по катерам. Состав необходимых сведений, содержащихся в этой части постановки задачи, изложен в гл. 18.

Постановка задачи для моделирования атаки катеров аналогична изложенной для ситуации  $C_1$  со следующими отличиями: в атаке участвуют катера основной группы, сохранившие боеспособность после удара авиации противника; отражает удар катеров усиленный на этом направлении состав кораблей охранения противника.

# 22.3.2. Формирование математических моделей. Включение моделей в состав математического обеспечения ЭВК (подготовка ЭВК к оперативно-тактическим расчетам)

Работа специалиста по исследованию операций при формировании математических моделей, специалиста по программному обеспечению при подготовке ЭВК к моделированию рассматривается в специальной литературе. Здесь же укажем лишь основные положения.

Работа указанных специалистов должна осуществляться в динамике работы командира, что возможно только при модульном формировании моделей на базе созданной системы МОУ.

Показателем эффективности мероприятий военной хитрости всегда является показатель эффективности выполнения поставленной задачи. В ряде случаев моделирование может быть значительно упрощено, если командир

найдет возможность упростить основной показатель эффективности (понизить его уровень — см. § 1.2). Дополнительные показатели эффективности зависят от условий обстановки и особенностей творчества командира.

Замыслом моделирования должно быть предусмотрено вычисление системы показателей эффективности для всех ситуаций  $C_i$  и всех вариантов обстановки.

Базовые системы СМОУ и программного обеспечения должны быть готовы к вычислению таких систем показателей эффективности. Так как показатель эффективности мероприятий военной хитрости оценивает, по существу, характер влияния этих мероприятий на степень достижения цели действий сил, то для моделирования потребуется то же базовое СМОУ, которое необходимо при моделировании применения сил и средств в ходе выполнения свойственных соединению задач.

### 22.3.3. Выполнение оперативно-тактических расчетов

Для различных соединений, мероприятий военной хитрости, условий обстановки процесс выполнения этого этапа исследования операций, конечно же, различается деталями, но имеет существенное сходство: командиру всегда потребуется знать, в какой степени повышается эффективность при удачном проведении мероприятий военной хитрости и насколько велики отрицательные последствия, если противник раскроет факт подготовки, проведения и содержание мероприятий. Далее командиру необходимо выявить сильные и слабые места разработанных им вариантов мероприятий военной хитрости и разработать такой компромиссный вариант, чтобы приемлемыми были и повышение эффективности при удачном и снижение эффективности при неудачном исходе мероприятий военной хитрости. Эта работа окажется возможной только при использовании методов эвристической оптимизации (см. § 2.3).

Обобщая изложенное в данной главе, можно сказать, что различные по содержанию мероприятия военной хитрости, дезинформации, маскировки вызывают во многом одинаковые последствия: внезапность действий сил, морально-психологическое воздействие на личный состав противника, введение противника в заблуждение относительно цели действий, перехват у противника инициативы, потеря им времени и т. д. Добиться аналогичных последствий

можно и другими способами: упреждением противника в действиях, маневром силами или огнем, сосредоточением превосходящих сил или средств, причинением противнику ущерба и т. д. Иногда бывает трудно отнести планируемые мероприятия к тем или иным классам, установленным официальными документами. С точки зрения использования математического моделирования это несущественно. Если смотреть шире, то в настоящей главе рассмотрены методы использования математического моделирования для всех тех случаев, когда нельзя оценить числом возможность появления указанных последствий проведения мероприятий и уж тем более смоделировать механизм их влияния на появление желаемых факторов.

Рассмотренные в главе методы моделирования, примененные в отношении противника, дают возможность обоснованно прогнозировать проведение противником тех или иных мероприятий военной хитрости, дезинформации, маскировки.



Изложенные в III разделе методы необходимы для моделирования выполнения силами частных задач, различных их эпизодов. Это — блоки моделей боев, операций. Зачастую и автономное их применение требует "выходить" на показатель эффективности выполнения соединением поставленной задачи. Исключение составляют случаи, когда обоснована возможность "понижения уровня" показателя эффективности или необходимо выявление закономерностей выполнения частных задач при фиксированных ограничениях, требованиях к их эффективности.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Только использование математического моделирования базе современной электронно-вычислительной техники и других технических средств автоматизации управления позволяет разрешить главное диалектическое противоречие, свойственное управлению силами в настоящих условиях: стремление увеличивать время для выработки обоснованных решений и планов по поставленным задачам, с одной стороны, и необходимость сокращать это время, повышать темпы управления — с другой. Альтернатива этому пути совершенствования управления отсутствует. Не поможет и обычная палочка-выручалочка плохо подготовленной в области управления стороны увеличение сил и средств, готовность идти на большие жертвы. Сильный, современно подготовленный противник, грамотно использующий управления силами математическое моделирование, ЭВТ, технические средства автоматизации управления будет лучше знать механизм боя, операции, вырабатывать более обоснованные решения и планы, более высокими темпами проводить их в жизнь. В условиях применения современных средств поражения это способно свести на нет самое большое превосходство в силах, не подкрепленное превосходством в методах и средствах управления.

В 1960—1970 гг., по мнению многих специалистов, автоматизация нетворческих процессов управления была способна повышать эффективность действий сил на 5—15 %, а использование математического моделирования для обеспечения творческой работы в органах управления — на 40—60 %. В 80-х годах считалось, что комплексное использование математического моделирования и ЭВТ для указанных целей способно повысить эффективность применения сил и средств на порядки. По этой причине все развитые страны мира стали на путь активного совершенствования методов управления, в том числе использования в процессе управления математического моделирования (исследования операций).

Математическое моделирование при управлении силами должно использоваться в творческой форме эвристической оптимизации и требует организации математического обеспечения управления силами. Для этого необходимо сформировать систему (материальную основу) МОУ силами. Ее составляют подготовленные должным образом специалисты органа управления, а также системы математического, информационного, программного,

технического обеспечения. Основой, безусловно, являются подготовленные специалисты. "Кадры решают все", — это правило, рожденное в нашей стране опытом управления 20—40-х годов, справедливо и поныне. Уровень подготовки офицерских кадров ВМФ России позволяет им использовать в служебной деятельности математические методы, технические средства автоматизации управления любой сложности в самых трудных условиях обстановки. Наличие таких кадров (собственных, национальных) — преимущество нашего флота перед флотами многих стран. Это преимущество должно быть эффективно использовано.

Учебник предназначен для подготовки командиров соединений, кораблей, частей, специалистов органов управления различных профилей к использованию математического моделирования в различных аспектах. Положения, рекомендации, изложенные в учебнике, должны применяться с учетом особенностей соединения, стоящих перед ним задач, условий их выполнения, функциональных обязанностей должностных лиц.

Читателю необходимо определить конкретные способы, организацию использования математического моделирования в своей служебной деятельности и быть готовым совершенствовать их, так как темпы изменения условий управления чрезвычайно высоки.

Овладение уже сложившимися методами, умение применять существующие методы и технические средства управления — это только первая ступень формирования командира. В наше высоко динамичное время идет непрерывный процесс совершенствования таких методов и технических средств. От командира требуются систематический анализ обстановки, умение увидеть и отобрать все новое и перспективное. Это очень трудно. Еще Гегель предупреждал: "Новое рождается как ересь, а умирает как предрассудок". Далее от командира потребуются знания, умение, стремление, организаторские способности, чтобы внедрить новое в свою деятельность, действия соединения. Командирам не следует забывать, что руководители, которые не смогли, например, своевременно оценить значимость электронно-вычислительной техники, использования математического моделирования, оказались на обочине прогресса вместе с возглавляемыми ими коллективами.

Способность правильно оценить и своевременно использовать что-то разработанное другими не есть предел совершенствования командира. Впереди будут те командиры, которые способны творчески и организационно возглавить работу своих штабов над новыми методами управления, способами применения

сил, обоснованием требований к разработке новых систем оружия и технических средств и совершенствованием существующих. Вспомним 1941 год. С началом войны была выявлена неэффективность предписываемых уставами линейного построения сил в обороне, глубоко эшелонированного — в наступлении. Были установлены также недочеты в вооружении войск. сил флота. Сотни командиров полков, дивизий, армий, соединений флота обосновали причину низкой эффективности прежних боевых порядков войск, сил и разработали для различных условий новые эффективные боевые порядки и способы управления. Вносились также предложения по совершенствованию вооружения. Вся эта работа опиралась на опыт войны. Большинство участников этой работы остались неизвестными. Но результаты их творческого труда были внедрены в практику, а без этого не состоялась бы победа. Современные командиры должны вести такую работу в любых условиях, а свою способность к этому виду творчества развивать и совершенствовать непрерывно. Подчеркнем, что оперативной и эффективной эта область деятельности (как и любая другая) командиров в современных условиях может быть только при методов эвристической оптимизации, использовании математического моделирования и электронно-вычислительной техники. В противном случае основным инструментом совершенствования будет опыт, за который придется платить кровью наших людей.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Беллман Р. Динамическое программирование. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
- 2. В альд А. Последовательный анализ. М.: Физматгиз, 1960.
- 3. Волгин Н. С., Махров Н. В., Юровский В. А. Исследование операций. Л.: ВМА, 1981.
- 4. Волгин Н. С., Махров Н. В., Юровский В. А. Прикладные задачи исследования операций. Ч. 1, 2. Л.: ВМА, 1975, 1976.
- 5. Волгин Н. С. Математическое моделирование морских боев и операций. Л.: ВМА, 1990
- 6. Волгин Н. С. Применение методов теории вероятностей в оперативно-тактической области. Л.: ВМА, 1988.
  - 7. Воробьев Н. Н. Теория игр. М.: Знание, 1971.
  - 8. Ганин М. П. Прикладные методы теории цепей Маркова. Л.: ВМА, 1971.
  - 9. Горелик В. А., Ушаков И. А. Исследование операций. М.: Машиностроение, 1986.
  - 10. Дегтярев Ю. И. Исследование операций. М.: Высшая школа, 1986.
  - 11. Динер И. Я. Исследование операций. Л.: ВМА, 1969.
- 12. Иванов Д. А., Савельев В. П., Шиманский П. В. Основы управления войсками. М.: Воениздат, 1971.
- 13. Канторович Л. В., Горстко А. Б. Оптимальные решения в экономике. М.: Наука, 1972
- 14. Колмогоров А. Н. Число попаданий при нескольких выстрелах и общие принципы оценки эффективности системы стрельбы. Труды Математического института им. В. А. Стеклова, вып. 12, 1945.
  - 15. История военно-морского искусства. Т. 1, 2, 3. М.: Воениздат, 1953.
  - 16. Морской атлас. Т. 3, ч. 1 и 2. М.: ГШ ВМФ, 1959.
  - 17. Льюс Р. Д., Райфа Х. Игры и решения. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
  - 18. Марков А. А. Исчисление вероятностей. М.: Госиздат, 1924.
  - 19. Моисеев Н. Н. Математика ставит эксперимент. М.: Наука, 1979.
- 20. Нейман Фон Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970.
  - 21. Растригин Л. А. Системы экстремального управления. М.: Наука, 1974.
- 22. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Краткий курс математической статистики для технических приложений. М.: Физматгиз, 1959.
  - 23. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. М.: Мир, 1975.
  - 24. Чутко И. Э. Красные самолеты. М.: Политиздат, 1982.

### ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	2
Раздел III. МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИМЕНЕНИЯ СИЛ И СРЕДСТВ ФЛОТА (МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ)	3
Глава 17. <b>МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ</b> ПОИСКА И СЛЕЖЕНИЯ	9
§ 17.1. Особенности применения математических моделей процессов поиска и слежения при управлении силами	9
17.1.1 Область применения моделей	9
17.1.2 Показатели эффективности процессов поиска (слежения).	10
17.1.3 Особенности оперативно-тактической постановки задачи	13
§ 17.2. Методы разработки математических моделей процессов поиска	13
объектов в районе, слежения за ними и их поражения	33
17.2.1. Разработка модели поиска разведчиком объектов. Учет	
факторов ограничивающих поисковые усилия	36
17.2.2. Разработка модели слежения разведчиком за объектом	43
17.2.3. Разработка модели поиска несколькими разведчиками	
группы объектов и слежения за ними. Метод динамики	
средних	51
17.2.4. Разработка модели поиска несколькими разведчиками группы объектов. Случайная схема моделирования	61
17.2.5. Разработка моделей для оценки эффективности применения	01
разведчиком оружия по обнаруженному объекту	65
17.2.6. Методы учета в модели противодействия противника	
выполнению задач поиска объектов в районе, слежения за	
ними и их поражения	72
§ 17.3. Методы вычисления интенсивностей процессов поиска объектов и слежения за ними	75
	76
17.3.1. Поиск с постоянной интенсивностью	76 88
17.3.3. Поиск с убывающей интенсивностью	91
17.3.4. Циклический поиск	93
17.3.5. Методы вычисления интенсивностей восстановления и	
потерь контакта с объектом	97
17.3.6. Математическое ожидание времени, необходимого для	100

-	случаи моделирования процессов поиска объектов в
§ 17.5. Методы ј	разработки математических моделей процессов поиска и поражения объектов на рубеже
равн эше:	работка модели поиска объекта одним разведчиком при новероятном законе распределения места объекта на поне рубежа
норм	аботка модели поиска объекта одним разведчиком при мальном законе распределения места объекта на поне рубежа
17.5.3. Разр прот типа	работка моделей поиска и поражения объектов гивника группой разведчиков на эшелоне рубежа 1-ого п (при равновероятном законе распределения мест
17.5.4. Разр прот типа	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
17.5.5. Мет	сечения объектами линии эшелона)
17.5.6. Фор	мирование моделей поиска объектов противника на же, состоящем из эшелонов различных типов
Глава 18. МАТЕМ	АТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НЕНИЯ НОСИТЕЛЕЙ ОРУЖИЯ 1
области	ные явления и процессы в оперативно-тактической . Особенности управления ими
18.1.2. Осо 18.1.3. Пов	ласть применения моделей
§ 18.2. Методы эффекти малораз	жия
18.2.1. Рас 18.2.2. Усл 18.2.3. Мо 18.2.4. Осс неу	пределение числа попаданий в цель
=	учета противодействия противника снарядам в моделях вероятности поражения объектов

§ 18.4. Методы разработки математических моделей воздействия средств поражения по группе объектов с учетом противодействия противника	171
18.4.1. Модели воздействия по группе одиночных объектов противника	172
противника по труппе разнотипных объектов	176
18.4.3. Модели для оценки эффективности преодоления снарядами и носителями огневого противодействия противника	178
§ 18.5. Методы разработки математических моделей оценки эффективности воздействия средств поражения по	180
§ 18.6. Методы разработки математических моделей воздействия средств поражения по площадным целям. Особенности моделирования применения высокоточного оружия по наземным объектам	185
18.6.1. Случайная оценка моделирования боя	187
18.6.2. Схема динамики средних при моделировании боя (первый тип)	207
18.6.3. Схема динамики средних при моделировании боя (второй тип)	216
18.6.4. Рациональная последовательность разработки математических моделей боя (удара) носителей оружия в занятой позиции	222
§ 18.7. Методы разработки математических моделей занятия	
носителями позиции применения оружия	224
18.7.1. Общие принципы разработки моделей	225
результатами преодоления ими обороны противника Глава 19. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЯЗИ С	229
СИЛАМИ	231
§ 19.1. Особенности применения моделей связи при управлении	
силами	231
19.1.1. Область применения методов	231
<ul><li>19.1.2. Показатели эффективности, связи с силами</li></ul>	233 235
§ 19.2. Методы разработки математических моделей для оценки	233
надежности однократной передачи сообщений	238
19.2.1. Распределение $P_{n,m}$ числа принятых радиограмм	239
19.2.2. Условный закон приема сообщения	241

однократной передаче	245
§ 19.3. Методы оценки надежности связи при многократных	
повторных передачах сообщения корреспондентом	246
19.3.1. Оценка надежности связи при отсутствии	
противодействия противника корреспондентам и	
адресатам в процессе передачи сообщения	247
19.3.2. Учет противодействия противника корреспондентам и	
адресатам в моделях процессов передачи, приема	• • •
сообщений	249
§ 19.4. Методы разработки математических моделей для оценки	250
скрытности связи	<ul><li>259</li><li>259</li></ul>
19.4.1. Методы оценки скрытности радиопередач	239
при использовании ими средств связи	262
§ 19.5. Методы разработки математических моделей для оценки	202
быстроты связи	264
§ 19.6 Методы разработки математических моделей для оценки	
влияния связи на эффективность выполнения силами	
поставленных задач (эффективность связи с силами)	266
Глава 20. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ	
ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ	
СИЛАМИ	276
§ 20.1. Особенности применения математических моделей систем	276
управления силами	276
20.1.1. Область применения моделей	276
20.1.2. Показатели эффективности систем управления силами	278
20.1.3. Особенности оперативно-тактической постановки задачи	281
§ 20.2. Методы разработки математических моделей	202
функционирования систем управления силами	283
Глава 21. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ	
ОБЕСПЕЧЕНИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ СИЛАМИ	294
ПОСТАВЛЕННЫХ ЗАДАЧ	
§ 21.1. Особенности применения математических моделей процессов	
обеспечения при управлении силами	294
21.1.1. Область применения моделей	294
21.1.2. Показатели эффективности обеспечения	296
21.1.3. Особенности оперативно-тактической постановки задачи	298
§ 21.2. Методы разработки математических модели процессов	
обеспечения действий сил	305
21.2.1. Методы разработки математических моделей для оценки	505
влияния обеспечения на эффективность действий сил	305

<ol> <li>21.2.2. Методы формирования математических моделей для о и обоснования временных параметров обеспечения</li> </ol>	
Глава 22. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСЬ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОБОСНОВА МЕРОПРИЯТИЙ ВОЕННОЙ ХИТРО ДЕЗИНФОРМАЦИИ, МАСКИРОВКИ	КОГО АНИЯ ОСТИ,
§ 22.1. Цель, задачи проведения мероприятий военной хиту дезинформации, маскировки	рости,
§ 22.2. Особенности проведения мероприятий военной хитј дезинформации, маскировки	рости,
§ 22.3. Методы выполнения математического моделирования обоснования мероприятий военной хитрости, дезинформ маскировки	иации,
<ul><li>22.3.1. Оперативно-тактическая постановка задачи</li><li>22.3.2. Формирование математических моделей. Вклю моделей в состав математического обеспечения</li></ul>	
(подготовка ЭВК к оперативно-тактическим расчетам дельнение оперативно-тактических расчетов	323 324
Заключение	326
Литература	329
Оглавление	330