

С. М. АПОЛЛОНСКИЙ,
Ю. В. КУКЛЕВ

НАДЕЖНОСТЬ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

РЕКОМЕНДОВАНО

Учебно-методическим объединением
по университетскому политехническому образованию
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений, обучающихся
по направлениям подготовки 140400 —
«Техническая физика» и 220100 —
«Системный анализ и управление»



САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР •
2011

ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА

Издательство «Лань»  ЛАНЬ®

ББК 31.264я73

А 76

Аполлонский С. М., Куклев Ю. В.

А 76 Надежность и эффективность электрических аппаратов: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2011. — 448 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-1130-6

Рассмотрены вопросы надежности электрических аппаратов, используемых в современных электроэнергетических системах. Изложены математические методы в теории надежности электрических аппаратов, включающие количественные показатели надежности; элементы общей теории множеств и элементы математической логики; статистические методы оценки; методы, описывающие потоки отказов и восстановлений. Проанализированы практические методы расчета надежности электрических аппаратов.

Учебное пособие разработано на основании государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования и предназначено для студентов высших технических учебных заведений очной, заочной и очно-заочной форм обучения, изучающих надежность и эффективность электрических аппаратов. Может быть полезно для магистрантов, аспирантов, преподавателей, а также для широкого круга научных и инженерно-технических работников, столкнувшихся с отмеченными проблемами в электроэнергетических системах.

ББК 31.264я73

Рецензенты:

В. В. ТИТКОВ — доктор технических наук, профессор кафедры энергетики и техники высоких напряжений Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; *В. Л. БЕЛЯЕВ* — доктор технических наук, профессор кафедры электротехники и электромеханики Северо-Западного государственного заочного технического университета; *К. Р. МАЛАЯН* — профессор кафедры безопасности жизнедеятельности Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

Обложка

А. В. ПАНКЕВИЧ

*Охраняется законом РФ об авторском праве.
Воспроизведение всей книги или любой ее части
запрещается без письменного разрешения издателя.
Любые попытки нарушения закона
будут преследоваться в судебном порядке.*

© Издательство «Лань», 2011
© С. М. Аполлонский, Ю. В. Куклев, 2011
© Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2011

Во 2-й половине XX в. появились мощные электро-энергетические системы (ЭЭС) с аппаратами управления высокой конструктивной сложности, способные выполнять сложные задачи. В процессе функционирования систем стало расти число отказов составляющего их оборудования. Не вызывает сомнений, что качество, эффективность, безопасность, живучесть, управляемость, устойчивость системы в целом возможны только при стабильной работе образующих ее элементов. Каждое из приведенных свойств имеет смысл при наличии изначального свойства любого оборудования — надежности. Поэтому столь естественно появление в 1950-х гг. новой дисциплины — теории надежности как науки о закономерностях отказов различных систем: сначала технических, а затем и биологических, экономических и др.

Имеющаяся в настоящее время литература по надежности, которая может быть рекомендована студентам, к сожалению, либо содержит общие вопросы теории и практики надежности, либо вопросы отраслевого характера (авиационные, радиотехнические, энергетические, автоматизированные, автоматические и другие системы), либо отдельные вопросы надежности. Предлагаемое учебное пособие предназначено для ликвидации этого пробела и для освещения достаточно узкой области теории надежности — надежности электрических аппаратов, используемых в современных ЭЭС.

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ «НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ»

Цель курса: обучение основам теории надежности электрических аппаратов на всех этапах их проектирования, изготовления, монтажа, наладки и эксплуатации.

В результате изучения учебной дисциплины студенты должны знать:

- основные понятия теории надежности;
- математические методы, используемые в теории надежности;
- методы выбора и обоснования количественных показателей надежности;
- научные основы и практические методы использования теории надежности при проектировании, изготовлении и эксплуатации элементов электрических аппаратов;
- методы расчета электрических аппаратов на надежность;
- этапы расчета надежности при решении практических вопросов исследования электрических аппаратов;
- характеристики надежности при расчете показателей эффективности и экономичности электрических аппаратов;
- методы испытаний элементов электрических аппаратов на надежность;
- причины появления теории надежности;
- этапы становления теории надежности;

- существующие и перспективные методы повышения надежности электрических аппаратов.

Первый раздел учебника «Математические методы в теории надежности» предназначен для ознакомления с общими проблемами теории надежности, основными понятиями и количественными показателями надежности исследуемых объектов. Надежность объектов рассматривается как сложное свойство, состоящее из свойств безотказности, ремонтпригодности, долговечности и сохраняемости. Дается подробное абстрактное описание процесса функционирования объектов и классификация их отказов. Также рассматриваются элементы общей теории множеств и элементы математической логики, способствующие изложению дальнейшего теоретического материала по теории надежности. Приводятся статистические методы оценки в теории надежности; излагаются стохастические закономерности, используемые в теории надежности, аналитические зависимости между показателями надежности. Анализируются законы распределения дискретных непрерывных случайных величин, наиболее часто применяющихся в теории надежности. Особое внимание обращено на раскрытие сущности марковских случайных процессов, адекватно описывающих надежность изделий как объектов исследования.

Материалы второго раздела «Расчет надежности электрических аппаратов» с достаточной степенью общности позволяют понять суть расчетов электрических аппаратов на надежность.

Третий раздел учебного пособия «Надежность электрических аппаратов при эксплуатации» посвящен основам инженерной методики планирования, проведения и обработки результатов многофакторных испытаний электрических аппаратов на надежность, а также методам повышения надежности электрических аппаратов.

В четвертом разделе учебного пособия «Техническая диагностика электрических аппаратов» даны методологические основы технического диагностирования, математические модели дискретных систем и систем диагностирования при случайных воздействиях; рассмотрены проектирование и оптимизация устройств диагностирования; рационализация структуры сложных систем диагностирования. Приведены сведения о направлениях дальнейшего развития теории и практики надежности электрических аппаратов. Показана связь теории и практики надежности с вопросами диагностики, контроля, идентификации отказов, дефектов

и повреждений объектов. Подчеркнуто исключительное влияние оценки надежности на повышение характеристик безотказности, живучести и экономической эффективности современных электрических аппаратов.

В библиографическом списке указаны основные и дополнительные литературные источники. Каждая глава учебника дополнена задачами и контрольными вопросами.

Учебное пособие также содержит приложения: глоссарий надежности, таблицы часто встречающихся функций и критериев при расчете надежности. Авторы приносят глубокую благодарность доктору технических наук, академику РАЕН, профессору И. А. Рябинину; доктору технических наук, заслуженному деятелю науки РФ, профессору Ю. П. Коськину; доктору технических наук, профессору В. В. Титкову, доктору технических наук, профессору В. Л. Беляеву за внимательное прочтение рукописи, доброжелательную критику и ряд полезных замечаний, способствующих ее улучшению.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

АС	— атомная станция
АСНИ	— автоматизированная система научных исследований
АСОИУ	— автоматизированная система обработки информации и управления
АСУ	— автоматизированная система управления
АСУ ТП	— автоматизированная система управления технологическими процессами
БДНФ	— бесповторная дизъюнктивная нормальная форма
БФАЛ	— бесповторная функция алгебры логики
ВБР	— вероятность безотказной работы
ВПО	— выходной параметр объекта
ВПЭ	— выходной параметр элемента
ДНФ	— дизъюнктивная нормальная форма
ЗИП	— запасные части, инструмент, принадлежности
КЗ	— короткое замыкание
КНФ	— конъюнктивная нормальная форма
МО	— математическое ожидание
МФИН	— многофактурные испытания на надежность
ННС	— модель «нагрузка — несущая способность»
ОДНФ	— ортогональная дизъюнктивная нормальная форма
ОД	— объект диагностирования
ОУ	— объект управления
ППД	— модель «параметр — поле допуска»
ППР	— планово-предупредительный ремонт
ППЭ	— прочностной параметр элемента
ПТС	— параметр технического состояния
ПФ	— прогнозирующая функция
ПФЭ	— полный факторный эксперимент
РМОТ	— рабочее место оператора-технолога
САР	— система автоматического реагирования
САУ	— система автоматического управления
СКНФ	— совершенная конъюнктивная нормальная форма
СКО	— среднее квадратическое отклонение
СОИ	— система отображения информации
СДНФ	— совершенная дизъюнктивная нормальная форма
СС	— сложная система
СУ	— система управления
СЧМ	— система «человек — машина»
ТО	— техническое обслуживание
ТУ	— технические условия
ФАЛ	— функция алгебры логики
ФПО	— функциональный параметр объекта
ЦТП	— центральная предельная теорема
ЧМИ	— человеко-машинный интерфейс
ЭА	— электрический аппарат
ЭВМ	— электронная вычислительная машина
ЭЭС	— электроэнергетическая система
ЯЭУ	— ядерная энергетическая установка

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- $P(t)$ — вероятность безотказной работы
 $Q(t)$ — вероятность отказа
 D_{ξ} — дисперсия случайной величины ξ
 $\lambda(t)$ — интенсивность отказов
 M — математическое ожидание непрерывной случайной величины
 $M\xi$ — математическое ожидание непрерывной случайной величины ξ
 $M\xi^k$ — k -й момент случайной величины ξ
 S — среднее квадратическое отклонение отказа
 s — оценка среднего квадратического отклонения
 m_t — оценка математического ожидания
 Ω — пространство элементарных событий
 ω — обозначение элементарных событий
 Φ — пустое множество
 $f_{\xi}(x)$ — плотность распределения величины ξ

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ В ТЕОРИИ
НАДЕЖНОСТИ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ

1.1. НАДЕЖНОСТЬ ОБЪЕКТОВ КАК КОМПЛЕКСНОЕ СВОЙСТВО

В числе важнейших эксплуатационно-технических характеристик, определяющих эффективность объектов, особое место занимают показатели надежности.

Надежность — свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортировки. В данном определении, во-первых, подчеркнута непрерывность выполнения объектом заданных функций. Нет смысла говорить о надежности объекта, например, во время проведения на нем планово-предупредительных работ, ремонтов, замены оборудования, освидетельствований и других мероприятий, связанных с остановкой объекта, так как в это время объект не выполняет своих функций, а именно: не выдает электроэнергию и промышленное тепло, не перевозит грузы и пассажиров и т. д. Во-вторых, в определение надежности включено понятие «установленные пределы». Сложная система при отказе отдельных элементов или подсистем сохраняет свою работоспособность и может обеспечивать своих потребителей, например, энергией, но в меньшем количестве. В-третьих, надежность объекта целесообразно определять за определенные промежутки времени, например, меж-

ду перегрузками топлива, за время работы на заданном уровне мощности, за время до прекращения эксплуатации и др.

В зависимости от условий решаемой задачи один и тот же объект может именоваться системой или элементом. Под системой (системой элементов) обычно понимают объект, в котором необходимо и возможно различать определенные взаимозависимые части, соединенные воедино. Элемент — определенным образом ограниченный объект, рассматриваемый как часть другого объекта. Понятия «система» и «элемент» относительны, любой объект при решении одних задач может рассматриваться как система, а при решении других — как элемент. Например, электрический аппарат в целом при анализе его надежности является сложной системой, элементами которой можно назвать устройства, обеспечивающие селективность отключения, перегрузки, короткого замыкания и др. Но если производится анализ надежности системы управления ЭЭС, включающей группу электрических аппаратов, то в этом случае электрический аппарат является элементом системы. В свою очередь, ЭЭС может явиться элементом более крупной ЭЭС данного экономического района страны. Однако такое представление о надежности объекта было бы неполным, если не учитывать структуру элемента, заданную комплектом технической документации.

Надежность как сложное свойство в зависимости от назначения объекта и условий его применения состоит из сочетаний следующих свойств:

- безотказность;
- ремонтпригодность;
- долговечность;
- устойчивоспособность;
- сохраняемость;
- безопасность.

Для объектов, работающих непрерывно, таких, например, как энергоблок электрической станции, обзорный локопульт аэродрома, магистральные нефте- и газопроводы, из этих свойств наиболее важны три первые. Объекты, работающие сезонно (сельскохозяйственная техника), напротив, должны, кроме приемлемой безотказности, иметь высшие показатели ремонтпригодности, долговечности и сохраняемости. Свойства, составляющие надежность, могут характеризовать и другие особенности объекта. Так, безопасность ЭЭС в значительной степени обусловлена безотказностью электрооборудования, хотя имеет и самостоятельное значение.

Безотказность — это свойство объектов сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или некоторой наработки. Обычно она рассматривается применительно к режиму эксплуатации объекта, и перерывы в его работе (плановые и внеплановые) не учитываются.

Безотказность характеризуется техническим состоянием объекта: исправностью, неисправностью, работоспособностью, неработоспособностью, дефектом, повреждением и отказом. Каждое из этих состояний обладает совокупностью значений параметров, описывающих состояние объекта, и качественных признаков. Номенклатура этих параметров и признаков, а также пределы допустимых их изменений устанавливаются нормативной документацией на объект.

Состояние объекта, обуславливающее способность выполнять заданные функции, которые соответствуют нормативно-технической и конструкторской документации, есть его **работоспособность**.

Исправное состояние объекта предполагает соответствие всем требованиям нормативно-технической и конструкторской документации. В противоположность этому, неисправное состояние объекта означает несоответствие хотя бы одному из требований нормативно-технической и конструкторской документации. Если значения хотя бы одного параметра, характеризующего способность элемента, к примеру электрического аппарата, выполнять заданные функции, не соответствуют требованиям нормативно-технической и конструкторской документации, то такое состояние определяется как **неработоспособное**. А событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта, называется **отказом**. Событие, состоящее в нарушении исправного состояния объекта, но сохраняющего его работоспособность, носит название **повреждения (дефекта)**.

Границы между исправным и неисправным, работоспособным и неработоспособным состояниями обычно условны и представляют собой, в основном, совокупность определенных значений параметров объектов. Эти значения одновременно являются границами соответствующих допусков. Работоспособность и неработоспособность могут быть как полными, так и частичными. Если объект полностью работоспособен, то в определенных условиях эксплуатации возможно достижение максимальной эффективности его применения. Эффективность применения в тех же условиях частично работоспособного объекта меньше максимальной, возможной,

но значения ее показателей находятся в пределах, установленных для такого функционирования, которое считается нормальным для данного объекта.

Работоспособность должна рассматриваться применительно к определенным внешним условиям эксплуатации объекта. Элемент, работоспособный в одних условиях, может, оставаясь исправным, оказаться неработоспособным в других.

Переход объектов из одного состояния в другое обычно происходит вследствие повреждения или отказа. Общая схема состояний и событий приведена на рис. 1.1.

Работоспособный объект в отличие от исправного должен удовлетворять лишь тем требованиям нормативно-технической и конструкторской документации, выполнение которых обеспечивает его применение по назначению. Очевидно, что работоспособный элемент может быть неисправным или, например, не удовлетворяющим эстетическим требованиям, если ухудшение внешнего вида не препятствует его применению по назначению.

Переход элемента из исправного в неисправное состояние происходит вследствие дефектов. Термин «дефект» применяют, в основном, на этапах изготовления и ремонта, когда требуется учитывать отдельно каждое конкретное несоответствие объекта требованиям, установленным нормативной документацией. Термин «неисправность» используется, когда требуется учитывать изменения технического состояния элементов независимо от числа обнаруженных дефектов. Находясь в неисправном состоянии,



Рис. 1.2

Состояния и события объекта

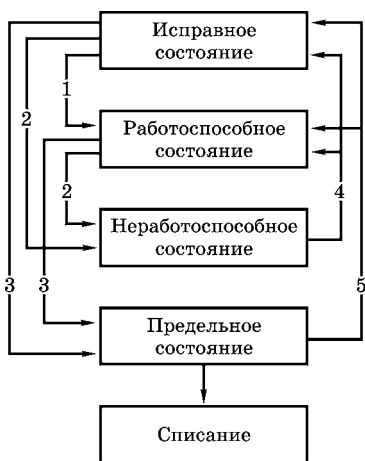


Рис. 1.1

Схема постоянных состояний и событий объектов:

1 — повреждение; 2 — отказ; 3 — переход объекта в предельное состояние; 4 — восстановление; 5 — ремонт.

объект имеет один или несколько определенных дефектов. В этом плане возможно представление состояний в виде, показанном на рис. 1.2.

Ремонтопригодность — свойство объекта, заключающееся в приспособленности к предупреждению и об-

наружению причин отказов, повреждений и восстановлению работоспособного состояния путем проведения технического обслуживания и ремонтов. Ремонтопригодность представляет собой совокупность технологичности при техническом обслуживании и ремонтной технологичности объектов. Свойство ремонтопригодности полностью определяется его конструкцией, т. е. предусматривается и обеспечивается при разработке, изготовлении и монтаже объектов с учетом будущего целесообразного уровня их восстановления, который определяется соотношением ремонтопригодности и внешних условий для выполнения ремонта, в том числе устанавливаемых для этого пределов соответствующих затрат. Отсюда происходит относительность деления объектов на восстанавливаемые и невосстанавливаемые применительно к определенным внешним условиям (точнее, на подлежащие и не подлежащие восстановлению). Один и тот же элемент в зависимости от окружающих условий и этапов эксплуатации может считаться восстанавливаемым или невосстанавливаемым. Например, доступность для выполнения ремонта встроенных электрических аппаратов во время работы подсистемы ЭЭС ограничена, эти элементы при работе ЭЭС можно отнести к невосстанавливаемым. Если электрический аппарат доступен для ремонта, то его относят к восстанавливаемым.

Таким образом, деление объектов на восстанавливаемые и невосстанавливаемые зависит от рассматриваемой ситуации и в значительной степени условно. Необходимо и безусловное деление этих же элементов на вообще доступные для ремонта и не подлежащие ему применительно ко всему времени их существования, т. е. на ремонтируемые и неремонтируемые. Деление по обоим признакам для многих объектов совпадает: ремонтируемый элемент может быть восстанавливаемым на протяжении всего срока службы, а неремонтируемый остается невосстанавливаемым в течение всего времени существования. Однако имеются ремонтируемые объекты, которые в определенных ситуациях в случае возникновения отказа в течение данного интервала времени не подлежат восстановлению. С другой стороны, есть неремонтируемые элементы, самовосстанавливающие работоспособность в случае возникновения некоторых отказов — в частности, при наличии резервных элементов и соответствующих автоматических устройств, осуществляющих в таких случаях переход на использование резерва (например, элементы систем управления и защиты).

Следовательно, при формулировании и решении задач обеспечения, прогнозирования и оценивания надежности существенное

практическое значение имеет решение, которое должно приниматься в случае отказа объекта, — восстанавливать его или нет. Отнесение объекта к восстанавливаемым или невосстанавливаемым предполагает выбор определенных показателей надежности. Например, очевидно, что для невосстанавливаемого объекта не имеет смысла такой показатель надежности, как среднее время восстановления.

Долговечность — это свойство объектов сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта. Для предельного состояния объекта характерно следующее: дальнейшее его применение по назначению недопустимо или нецелесообразно, либо восстановление исправного или работоспособного состояний невозможно или нецелесообразно. Критерием предельного состояния служит признак/совокупность признаков предельного состояния объекта, установленных в нормативно-технической и конструкторской документации. Объект может перейти в предельное состояние, оставаясь работоспособным, если его дальнейшее применение по назначению станет недопустимым по требованиям безопасности, экономичности или эффективности.

Переход объекта в предельное состояние влечет за собой временное или окончательное прекращение его эксплуатации.

Для неремонтируемых объектов имеет место предельное состояние двух видов. Первый совпадает с неработоспособным состоянием; второй обусловлен тем обстоятельством, что начиная с некоторого момента времени дальнейшая эксплуатация пока еще работающего элемента согласно определенным критериям оказывается недопустимой в связи с безопасностью. Переход ремонтируемого объекта в предельное состояние второго вида происходит раньше момента возникновения отказа.

Для ремонтируемых объектов можно выделить три вида предельных состояний. Первый и второй предполагают капитальный или средний ремонт, т. е. временное прекращение эксплуатации. Третий — окончательное прекращение эксплуатации объекта.

Таким образом, в общем случае долговечность объектов, измеряемая техническим ресурсом или сроком службы, ограничена не отказом объекта, а переходом в предельное состояние, что означает необходимость в капитальном или среднем ремонтах либо вообще невозможность дальнейшей эксплуатации.

В качестве примера рассмотрим контактную систему ЭА. Основным ее органом является контактный узел, функции которого

закljučаются в замыкании и размыкании цепи. Надежность контактной системы ЭА (предельное состояние) определяется, в основном, коммутационной износостойкостью контактов. На износостойкость влияет множество факторов:

- величина тока;
- магнитное дутье;
- геометрические размеры контактов;
- начальное нажатие;
- вибрация, возникающая при замыкании и при ударе якоря электромагнитного привода об опору;
- электрическая дуга, возникающая при отключении (размыкании).

Одним из центральных понятий теории надежности является понятие **наработки**, потому что отказы и переходы в предельное состояние объектов обусловлены, как правило, их работой. Под наработкой понимается продолжительность или объем работы объекта, она измеряется в единицах времени и единицах объема выполненной работы.

Объект может работать непрерывно (за исключением вынужденных перерывов, обусловленных возникновением отказа и ремонтом) или с перерывами, не обусловленными изменением технического состояния. Во втором случае различают непрерывную и суммарную наработку.

Оба вида наработки могут представлять собой случайные и детерминированные величины (например, наработка за смену в случае отсутствия вынужденных простоев). Суммарную наработку в ряде случаев сопоставляют с определенным интервалом календарного времени.

Если объект работает в различные интервалы времени с различной нагрузкой (на разных уровнях мощности), различают непрерывную и суммарную наработку для каждого вида или степени нагрузки (для разного уровня мощности).

Нарработка до отказа — это наработка объекта от начала его эксплуатации до возникновения первого отказа. Она характеризует безотказность как неремонтируемых (невосстанавливаемых), так и ремонтируемых (восстанавливаемых) объектов.

Нарработка между отказами — это наработка объекта от окончания восстановления его работоспособного состояния после отказа до возникновения следующего отказа; она определяется продолжительностью работы объекта от i -го до $(i + 1)$ -го отказа, где $i = 1, 2, \dots$ Она относится только к восстанавливаемым объектам.

Под **техническим ресурсом** (или просто **ресурсом**) понимается наработка объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта определенного вида до перехода в предельное состояние.

Физический смысл ресурса — зона возможной наработки объекта. Для неремонтируемых элементов он совпадает с запасом нахождения в работоспособном состоянии при эксплуатации, если переход в предельное состояние обусловлен только возникновением отказа. Начало отсчета наработки, образующей ресурс, может совпадать с началом эксплуатации объекта либо после выполнения ремонта. В каждый момент времени можно различать две части любого ресурса: израсходованную к этому моменту в виде состоявшейся суммарной наработки и оставшуюся до перехода в предельное состояние. Остаточный ресурс оценивают ориентировочно, поскольку ресурс в целом является случайной величиной. Как всякая случайная величина, ресурс полностью характеризуется распределением вероятностей. Параметры этого распределения служат показателями долговечности (средний и гамма-процентный ресурсы). Все сказанное о видах ресурса в полной мере относится и к видам срока службы за исключением того, что срок службы в отличие от ресурса измеряется календарным временем. Соотношение значений ресурса и срока службы одного и того же вида зависит от распределения наработки в непрерывном времени, т. е. от интенсивности эксплуатации объекта. Срок службы — календарная продолжительность от начала эксплуатации объекта или возобновления после ремонта определенного вида до перехода в предельное состояние.

Наработка до отказа, наработка между отказами и ресурс — всегда случайные величины. Параметры их распределений служат показателями безотказности и долговечности.

Сохраняемость — это свойство объекта сохранять значение показателей безотказности, долговечности и ремонтпригодности в течение и после хранения и/или транспортирования. Проблема сохраняемости для большинства объектов, работающих непрерывно, не стоит достаточно остро по сравнению с обеспечением трех первых свойств надежности. Однако для подвижных объектов вопросы обеспечения надежности при транспортировании весьма важны.

Устойчивоспособность — свойство ЭА непрерывно сохранять устойчивость в течение некоторого интервала времени. Собственно **устойчивость** — это способность ЭА переходить из одного

установившегося режима к другому при коммутации (включение, отключение и изменение режима работы). Устойчивость коммутационного ЭА определяется износостойкостью (механической или электрической), указанной в техническом документе.

Безопасность — свойство ЭА не допускать ситуации, опасные для человека и окружающей среды.

1.2. АБСТРАКТНОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ОБЪЕКТОВ

Если отойти от конкретного содержания процесса функционирования технического объекта, то в простейшем случае может быть предложена его математическая модель. В любой произвольный процесс времени t объект может находиться в одном из двух состояний: отказа или работоспособности.

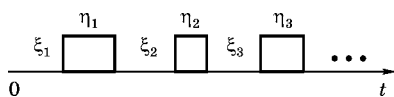


Рис. 1.3
Процесс функционирования объекта

Обозначим неизвестное текущее состояние объекта в момент времени t через $Z(t)$, состояние отказа через $\bar{Z}$ и состояние работоспособности че-

рез Z . Весь процесс функционирования объекта можно представить чередующейся последовательностью случайных величин $\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2, \dots, \xi_i, \eta_i$ (рис. 1.3), где ξ_i — длительность i -го по счету периода работоспособности, а η_i — длительность периода отказа.

Все введенные символы взаимосвязаны следующими соотношениями:

$$Z(t) = \begin{cases} Z, & \text{при } t \in \xi_i; \\ \bar{Z}, & \text{при } t \in \eta_i; \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots \quad (1.1)$$

Рассмотрим теперь систему, состоящую из n элементов. Состояние системы в момент времени t определяется состоянием отдельных ее элементов в этот момент. Если состояние j -го элемента системы в момент времени t обозначить через $Z_j(t)$, то состояние системы можно записать в виде

$$Z(t) = [Z_1(t), \dots, Z_n(t)], \quad j \in [1, n]. \quad (1.2)$$

Определенным совокупностям состояний элементов соответствует состояние исправности системы в целом Z (например, состояние Z_1, Z_2, Z_n всегда есть состояние исправности для системы). Другим совокупностям состояний элементов соответствует состояние отказа системы в целом $\bar{Z}$.

Поясним сказанное на примере системы из двух элементов. Всего возможно четыре различных состояния системы, определяемых состояниями отдельных элементов:

$$Z^1 = (Z_1, Z_2), \quad Z^2 = (\bar{Z}_1, Z_2), \quad Z^3 = (Z_1, \bar{Z}_2), \quad Z^4 = (\bar{Z}_2, \bar{Z}_2). \quad (1.3)$$

С течением времени система может переходить из одного состояния в другое (рис. 1.4).

Рассмотрим структуру последовательного соединения элементов в системе, т. е. такое соединение, в котором отказ хотя бы одного элемента приводит к отказу всей системы (рис. 1.5). В этом случае $Z^1 = Z$, а совокупность состояний Z^1, Z^2, Z^4 составит состояние отказа системы $\bar{Z}$.

Для другой характерной структуры — параллельного соединения элементов (рис. 1.6) — отказ наступает лишь при одновременном отказе всех элементов $Z^4 = \bar{Z}$, а остальные состояния Z^1, Z^2, Z^3 представляют собой состояние работоспособности системы Z .

Все множество состояний системы принято называть фазовым пространством состояний системы. В общем случае фазовое пространство не обязательно является дискретным. Рассмотрим в качестве примера систему из таких элементов, когда хотя бы один из них характеризуется непрерывным множеством состояний. Это может произойти, если основной рабочий параметр принимает любые значения из некоторого интервала. Пусть j -й элемент характеризуется некоторым значением параметра $Y(t)$ в момент времени t , которое и определяет полностью его состояние в указанный момент времени. Тогда состояние системы, состоящей из n таких элементов, будет в момент времени описываться вектором из n -мерного непрерывного пространства

$$Y(t) = [Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_n(t)]. \quad (1.4)$$

Простейший случай для системы из двух элементов пространства состояний показан на рис. 1.7. Пусть G_y — область допустимых значений, соответствующих работоспособности

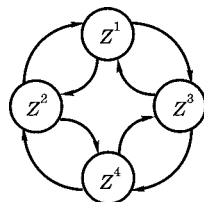


Рис. 1.4

Схема перехода из одного состояния в другое



Рис. 1.5

Последовательное соединение элементов в системе

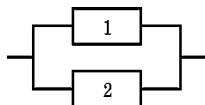


Рис. 1.6

Параллельное соединение элементов в системе

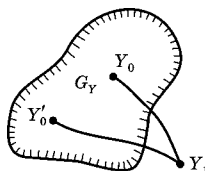


Рис. 1.7

Пространство состояний системы

системы. Выход из этой области во внешнюю область определяет состояние отказа. Здесь изображено блуждание системы в процессе функционирования из состояния Y_0 в состояние отказа Y_1 , откуда за счет некоторых восстановительных мероприятий (например, регулировки или замены элементов) система переведена в работоспособное состояние. Вне зависимости от того, рассматриваемы дискретное или непрерывное фазовое пространство при исследовании надежности, всегда остается одна существенная сторона этого фазового пространства: она четко подразделяется на состояние двух типов — работоспособности и отказа.

1.3. КЛАССИФИКАЦИЯ ОТКАЗОВ ОБЪЕКТОВ

В ГОСТ 27.002-89 [4] приводятся определения восьми видов отказов: независимый, зависимый, внезапный, постепенный, перемежающийся, конструкционный, производственный и эксплуатационный. В литературе по надежности употребляются и другие виды отказов. Отказы принято классифицировать по различным признакам (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Классификация отказов

Классификационные признаки	Виды отказов
По степени влияния на работоспособность	Полный, неполный или частичный
По физическому характеру проявления отказа	Катастрофический, параметрический
По связи с другими отказами	Независимый, зависимый
По характеру процесса проявления	Внезапный, постепенный
По времени существования отказа	Устойчивый, временный, перемежающийся

Полное нарушение работоспособности ЭА возникает при катастрофическом отказе. Причиной такого отказа могут являться короткое замыкание; разрушение и поломка деталей или узлов ЭА; сгорание изоляционного материала и т. д.

Ухудшение качества работы узлов ЭА, нарушение регулировки механизмов без разрушения и порчи, а также частичные отказы из-за дефектов изготовления относятся к *параметрическим* отказам.

Повреждение и неисправность механизмов ЭА могут быть устойчивыми и временными. Эти виды отказов зависят от длительности и способа восстановления функционирования ЭА, т. е. от глубины аварии.

Отказы ЭА могут быть независимыми и зависимыми. Независимый отказ — это отказ объекта, не обусловленный отказом другого объекта. Зависимый отказ обусловлен отказом другого объекта. При полном отказе объект прекращает выполнение всех возложенных на него функций, а при частичном некоторые функции объектом еще выполняются. Перемежающийся отказ (сбой) — это многократно возникающий самоустраняющийся отказ объекта одного и того же характера. Весьма важным в теории надежности является разделение отказов на внезапные и постепенные. Внезапный отказ характеризуется скачкообразным изменением значений одного или нескольких заданных параметров объекта. При постепенном — значения параметра объекта изменяются медленно (рис. 1.8).

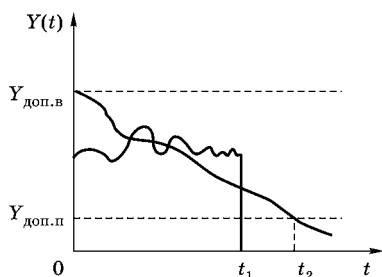


Рис. 1.8
Характер появления внезапного и постепенного отказов

Конечно, деление отказов на внезапные и постепенные весьма условно. Поскольку физико-химические процессы, приводящие к отказам, во времени непрерывны, то, в принципе, внезапных отказов как таковых быть не может. Просто мгновенность быстропротекающих процессов приводит к внезапному проявлению отказов. При наличии совершенной контрольно-измерительной аппаратуры и правильно выбранной частоте контроля объектов можно прогнозировать появление отказа, т. е. относить его к классу постепенных отказов.

Причинами отказов объектов являются процессы, события и состояния, обусловившие их возникновение. В зависимости от причины возникновения отказы классифицируют на:

- конструкционные — появившиеся в результате несовершенства и нарушения установленных правил и/или норм конструирования объекта;
- производственные — возникшие в результате несовершенства или нарушения установленного процесса изготовления, монтажа, наладки или ремонта объекта, если он выполнялся на ремонтном предприятии;

- эксплуатационные — возникшие в результате нарушения установленных правил и/или условий эксплуатации объекта.

Говоря о классификации отказов объектов, необходимо отметить два обстоятельства. Первое: при анализе надежности объекта очень важно четко сформулировать критерий отказа. Второе: неполнота сведений об объекте и процессах, протекающих в нем и окружающей среде, приводит к вероятностному характеру отказов. Сам факт отказа объекта — явление детерминированное, а время появления отказа — величина случайная. Поэтому основным математическим аппаратом теории надежности является теория вероятностей и математическая статистика.

1.4. ЕДИНИЧНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

Показатели надежности — это количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта. Если показатель надежности характеризует одно из свойств надежности, то он называется единичным, если же несколько — комплексным показателем надежности. Единичные показатели надежности объектов приведены в табл. 1.2.

Под **вероятностью безотказной работы (ВБР)** объекта понимается вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет. ВБР является основной количественной характеристикой безотказности объекта на заданном временном интервале. Если обозначить через P время непрерывной исправной работы объекта от начала работы до первого отказа, а через t —

Таблица 1.2

Единичные показатели надежности объектов

Свойство надежности	Единичный показатель надежности
Безотказность	Вероятность безотказной работы. Средняя наработка до отказа. Гамма-процентная наработка до отказа. Средняя наработка на отказ. Интенсивность отказов. Параметр потока отказов
Долговечность	Средний ресурс. Гамма-процентный ресурс. Назначенный ресурс. Средний срок службы. Гамма-процентный срок службы. Назначенный срок службы
Ремонтопригодность	Вероятность восстановления в заданное время. Среднее время восстановления. Интенсивность восстановления
Сохраняемость	Средний срок сохраняемости. Гамма-процентный срок сохраняемости

время, за которое необходимо определить вероятность безотказной работы, то ВБР записывается в виде

$$P(t) = P(T \geq t), \quad t \geq 0.$$

Случайная величина T является неотрицательной и имеет дискретное или непрерывное распределение. Функция ВБР наиболее полно определяет надежность объекта и обладает следующими очевидными свойствами:

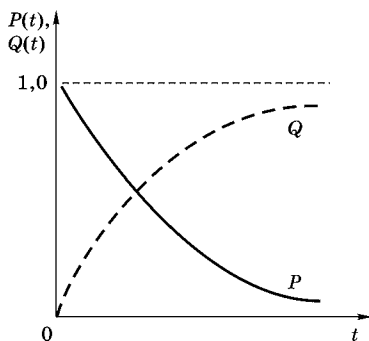


Рис. 1.9
Вероятности безотказной работы и отказа

$$1) 1 \geq P(t) \geq 0; \quad 2) P(0) = 1; \quad P(\infty) = 0. \quad (1.5)$$

График функции $P(t)$ показан на рис. 1.9.

Статистически ВБР составляет

$$P(t) = \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{N_0 - \sum_{i=1}^{t/\Delta t} n_i}{N_0} \approx \frac{N(t)}{N_0}, \quad \Delta t \rightarrow 0, \quad N_0 \rightarrow \infty, \quad (1.6)$$

где N_0 — число объектов в начале испытаний; n_i — число отказавших объектов в интервале времени Δt_i ; t — время, для которого определяется ВБР; $N(t)$ — число объектов, исправно работающих на интервале $[0, t]$.

Вероятность того, что отказ объекта произойдет за время, не превышающее заданной величины t , т. е. что $T < t$, как вероятность события, противоположного тому, при котором $t \leq T$, составляет

$$Q(t) = P(T < t) = 1 - P(t), \quad 0 \leq t. \quad (1.7)$$

Функция $Q(t)$ есть интегральная функция распределения случайной величины, т. е. $Q(t) = F(t)$. Если функция $Q(t)$ дифференцируема, то производная от интегральной функции распределения есть дифференциальный закон (плотность) распределения случайной величины T — времени исправной работы:

$$\frac{dF(t)}{dt} = \frac{dQ(t)}{dt} = f(t), \quad f(t) = \frac{dP(t)}{dt}. \quad (1.8)$$

Таким образом, безотказность объекта также можно характеризовать плотностью вероятностей момента первого отказа. Статистически вероятность отказа:

$$Q(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0, N_0 \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^{t/\Delta t} n_i}{N_0}, \quad (1.9)$$

где N_0 , n_i , t , Δt_i имеют те же значения, что и в выражении (1.6).

График функции $f(t)$ показан на рис. 1.10. Плотность вероятности $f(t)$ статистически определяется по формуле

$$f(\Delta t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_0 \Delta t}, \quad (1.10)$$

где $\Delta n(\Delta t)$ — число отказов за интервал времени Δt . Очевидно, что

$$Q(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau, \quad P(t) = \int_t^\infty f(\tau) d\tau. \quad (1.11)$$

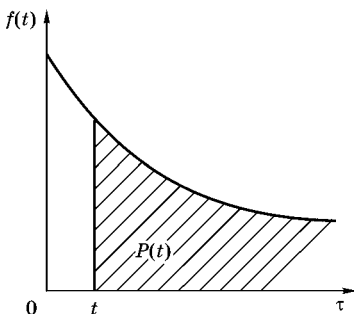


Рис. 1.10
Плотность вероятности
момента первого отказа

В качестве меры показателей надежности используются: наработка на отказ t_p ; время восстановления τ ; средний ресурс — средняя наработка до предельного состояния; средняя

интенсивность отказов λ и среднее значение параметра потока отказов и т. д. Эти показатели измеряются в часах, долях года или в годах, показывая продолжительность или объем работы ЭА.

Средняя наработка до отказа T_M (среднее время безотказной работы) является математическим ожиданием времени безотказной работы. *Наработка на отказ t_p* (среднее время между соседними отказами) — среднее значение наработки ремонтируемого изделия между отказами. *Интенсивность отказов λ* — вероятность отказов неремонтируемого изделия в единицу времени при условии, что до этого момента отказа объекта не возникало.

Некоторые показатели надежности являются нормируемыми, значения которых устанавливаются нормативно-технической документацией, например, нормированный или утяжеленный режим работы, износостойкость коммутационных ЭА. Утяжеленный режим — рабочее состояние ЭА, при котором независимо от режима работы не обеспечивается резервирование установленных пределов.

Средняя наработка до отказа. Функции распределения (интегральная функция или плотность) полностью характеризуют случайную величину. Однако для решения некоторых задач достаточно знать только несколько моментов случайной величины. Напомним, что моментом k -го порядка называют интеграл

$$m_k = \int_0^{\infty} t^k f(t) dt, \quad (1.12)$$

если величина этого интеграла конечна.

В теории надежности чаще всего используют моменты первых двух порядков. Момент первого порядка (математическое ожидание) наработки до первого отказа $m_1\{T\}$ обозначают T_{cp} и называют средней наработкой до отказа (или средним временем безотказной работы):

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} t f(t) dt. \quad (1.13)$$

Статистическая средняя наработка до отказа однотипных объектов составляет

$$T_{cp} \approx \frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^{N_0} t_j, \quad (1.14)$$

где t_j — время исправной работы j -го объекта.

Гамма-процентная наработка до отказа $T_{\gamma\%}$ — это наработка, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью γ , выраженной в процентах. Она определяется из уравнения

$$1 - F(t_{\gamma}) = 1 - \int_0^{t_{\gamma}} f(t) dt = \frac{\gamma}{100}. \quad (1.15)$$

При $\gamma = 100\%$ гамма-процентная наработка называется установленной безотказной наработкой, при $\gamma = 50\%$ — медианной.

Средняя наработка на отказ — это отношение наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки:

$$T_0 \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{cp_i}, \quad (1.16)$$

где t_{cp_i} — время исправной работы между $(i-1)$ -м и i -м отказами объекта; n — число отказов объекта.

При достаточно большом числе отказов t_{cp} будет стремиться к среднему времени между двумя соседними отказами. Если испытания проводятся не с одним, а с несколькими однотипными объектами, то среднее время между отказами можно определить из выражения

$$T_0 \approx \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M t_{cp_j}, \quad (1.17)$$

где M — число объектов.

Интенсивность отказов — это отношение числа отказавших объектов в единицу времени к среднему числу объектов, продолжающих исправно работать в данный интервал времени:

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N(t)\Delta t}, \quad (1.18)$$

где $\Delta n(\Delta t)$ — число отказов объекта за промежуток времени от $(t - 0,5\Delta t)$ до $(t + 0,5\Delta t)$;

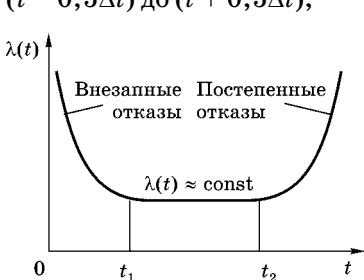


Рис. 1.11
Интенсивность отказов

$$N(t) = \frac{N_{i-1} + N_i}{2},$$

N_{i-1} — число исправно работающих объектов в начале интервала времени Δt ; N_i — число исправно работающих объектов в конце интервала времени Δt .

Интенсивность отказов часто называют λ -характеристикой, она показывает, какая часть объектов выходит из строя в единицу времени

по отношению к среднему числу исправно работающих объектов. Характерная кривая интенсивности отказов объектов показана на рис. 1.11, из которого видно, что кривая изменения интенсивности отказов имеет три участка: приработка ($0 - t_1$), нормальная эксплуатация ($t_1 - t_2$), интенсивный износ и старение (t_2 и далее).

В период приработки выявляются отказы по вине проектировщиков, конструкторов и изготовителей — как правило, внезапные. Период нормальной эксплуатации характеризуется наименьшим количеством отказов и приблизительным постоянством интенсивности отказов ($\lambda(t) \approx \text{const}$). Третий период обусловлен таким значением износа и старения объекта, что его дальнейшая эксплуатация нецелесообразна.

Параметр потока отказов — это отношение среднего числа отказов восстанавливаемого объекта за произвольно малую его наработку к значению этой наработки. Параметр потока отказов $\omega(t)$ используют в качестве показателя безотказности восстанавливаемых объектов, эксплуатация которых может быть описана следующим образом: в начальный момент времени объект начинает работу и работает до отказа; после отказа происходит восстановление работоспособности, и объект вновь работает до отказа и т. д. При этом время восстановления не учитывается: принимается, что восстановление работоспособности происходит как бы мгновенно.

Для таких объектов моменты отказов на оси суммарной наработки или на оси непрерывного времени образуют поток отказов. В качестве характеристики потока отказов используют «ведущую функцию» $\Omega(t)$ данного потока — математическое ожидание числа отказов за время t :

$$\Omega(t) = M\{n(t)\}. \quad (1.19)$$

Параметр потока отказов $\omega(t)$ характеризует среднее число отказов, ожидаемых на малом интервале времени:

$$\omega(t) = \Omega'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M\{n(t + \Delta t)\} - M\{n(t)\}}{\Delta t}, \quad (1.20)$$

Параметр потока отказов связан с ведущей функцией соотношением

$$\Omega(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau.$$

Статистически параметр потока отказов можно определить по формуле

$$\omega(t) = \frac{\Delta n_1(\Delta t)}{N_0 \Delta t}, \quad (1.21)$$

где $\Delta n_1(\Delta t)$ — общее число отказов восстанавливаемого объекта за интервал времени от $t - 0,5\Delta t$ до $t + 0,5\Delta t$.

Простейший поток однородных отказов обладает тремя свойствами: стационарностью, отсутствием последствий и ординарностью. Стационарность процесса заключается в том, что события зависят не от начала интервала Δt , а от рассматриваемого интервала Δt . Отсутствие последствия означает, что событие не зависит от событий, происходящих до начала интервала. Ординарность потока означает, что вероятность возникновения двух или более событий за интервал Δt стремится к нулю при $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^m p_K(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = 0.$$

Таким образом, за короткий интервал времени возникновение двух событий практически невозможно.

Средний ресурс T_m — это математическое ожидание ресурса.

Гамма-процентный ресурс $T_{\gamma\%}$ — это наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ , выраженной в процентах. Гамма-процентный ресурс определяется по формуле (1.15).

Назначенный ресурс $T_{\text{рн}}$ определяется как суммарная наработка объекта, при достижении которой применение по назначению должно быть прекращено.

Средний срок службы $T_{\text{сл}}$ — это математическое ожидание срока службы.

Гамма-процентный срок службы $T_{\text{сл}\%}$ характеризуется календарной продолжительностью от начала эксплуатации объекта, в течение которой он не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ , выраженной в процентах (см. (1.15)).

Назначенный срок службы $T_{\text{сл. н}}$ — это календарная продолжительность эксплуатации объекта, при достижении которой применение по назначению должно быть прекращено.

Назначенный ресурс (срок службы) — это показатель надежности, устанавливаемый на основании субъективных или организационных принципов, являющихся поэтому косвенными показателями надежности.

Момент восстановления работоспособности объекта после отказа является случайным событием. Поэтому интервал времени от момента отказа до момента восстановления является случайной величиной, и для характеристики ремонтпригодности может быть использована функция распределения этой случайной величины θ . Вероятностью восстановления называется вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния объекта не превысит заданного:

$$P_B(t) = P\{\theta < t\}, \quad 0 \leq t. \quad (1.22)$$

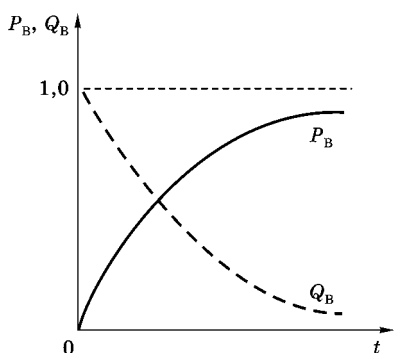


Рис. 1.12

Кривые вероятности восстановления $P_B(t)$ и невозвращения $Q_B(t)$

Функция $P_B(t)$ представляет собой интегральную функцию распределения случайной величины θ . Вероятность невозвращения на заданном интервале t , т. е. вероятность того, что $\theta > t$, составит

$$Q_B(t) = P\{t \leq \theta\} = 1 - P_B(t). \quad (1.23)$$

Вероятности $P_B(t)$ и $Q_B(t)$ показаны на рис. 1.12.

Плотность вероятности момента восстановления:

$$f_B(t) = \frac{dP_B(t)}{dt}, \quad t \geq 0. \quad (1.24)$$

По аналогии со средней наработкой до отказа момент первого порядка $m_1\{\theta\}$ (математическое ожидание) времени восстановления работоспособного состояния объекта называется **средним временем восстановления**:

$$m_1\{\theta\} = T_B = \int_0^{\infty} t f_B(t) dt. \quad (1.25)$$

Так как

$$m_k = \int_0^{\infty} t^k f_B(t) dt = k \int_0^{\infty} t^{k-1} Q_B(t) dt,$$

то

$$T_B = \int_0^{\infty} Q_B(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - P_B(t)] dt. \quad (1.26)$$

Статистически среднее время восстановления составляет

$$T_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_{B_i}, \quad (1.27)$$

где T_{B_i} — время обнаружения и устранения i -го отказа объекта.

Время, затрачиваемое на обнаружение и устранение отказов, зависит от ряда факторов: конструкции объекта, квалификации обслуживающего персонала, наличия специальных контрольных режимов, встроенных контрольных устройств, качества испытательных тестов, сигнализации и др.

Важным показателем ремонтопригодности объекта является **интенсивность восстановления** $\mu(t)$, которая, следуя общей методологии, аналогична показателю «безотказности» — интенсивности отказов.

Показатели сохраняемости — средний срок сохраняемости и гамма-процентный срок сохраняемости — определяются аналогично соответствующим показателям безотказности и долговечности. Средний срок сохраняемости — это математическое ожидание срока сохраняемости, а гамма-процентный срок сохраняемости — это срок сохраняемости, достигаемый объектом с заданной вероятностью γ , выраженной в процентах.

1.5. КОМПЛЕКСНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ

Вероятностные характеристики отдельных свойств надежности в общем случае являются независимыми. Один объект может обладать высокими показателями безотказности, но быть плохо ремонтпригодным. Другой объект может быть долговечным, но

обладать низкими показателями безотказности. Конечно, желательно иметь объекты, обладающие хорошими показателями и безотказности, и долговечности, и ремонтпригодности, но осуществить это не всегда удастся. Для оценки нескольких свойств надежности используются комплексные показатели.

Коэффициент готовности — это вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается:

$$K_{\Gamma} = \frac{T_0}{T_0 + T_B}. \quad (1.28)$$

Коэффициент оперативной готовности определяется как вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и начиная с этого момента будет работать безотказно в течение заданного интервала времени $t_{ог}$:

$$K_{ог} = K_{\Gamma} P(t_{ог}). \quad (1.29)$$

Коэффициент оперативной готовности характеризует надежность объектов, необходимость применения которых возникает в произвольный момент времени, после которого требуется определенная безотказная работа. До этого момента времени такие объекты могут находиться как в режиме дежурства (при полных или облегченных нагрузках, но без выполнения заданных рабочих функций), так и в режиме применения для выполнения других рабочих функций (задач, работ и т. д.). В обоих режимах возможно возникновение отказов и восстановление работоспособности объекта.

Иногда пользуются **коэффициентом простоя**:

$$K_{\Pi} = 1 - K_{\Gamma} = \frac{T_B}{T_B + T_0}. \quad (1.30)$$

Коэффициент технического использования — это отношение математического ожидания интервалов времени пребывания объекта в состояниях простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтами, за тот же период эксплуатации:

$$K_{ти} = \frac{\bar{t}_p}{\bar{t}_p + \bar{t}_{ТО} + \bar{t}_{РЕМ}}, \quad (1.31)$$

где $\bar{t}_p$ — математическое ожидание наработки восстанавливаемого объекта; $\bar{t}_{ТО}$ — математическое ожидание интервалов времени

простоя при техническом обслуживании; $\bar{t}_{\text{РЕМ}}$ — математическое ожидание времени, затрачиваемого на плановые и неплановые ремонты.

Коэффициент технического использования характеризует долю времени нахождения объекта в работоспособном состоянии относительно рассматриваемой продолжительности эксплуатации. Период эксплуатации, для которого определяется $K_{\text{ТИ}}$, должен, как правило, содержать все виды технического обслуживания и ремонтов. Коэффициент технического использования учитывает затраты времени на плановые и неплановые ремонты.

Коэффициент планируемого применения представляет собой долю периода эксплуатации, в течение которой объект не должен находиться на плановом техническом обслуживании и ремонте, т. е. это отношение разности заданной продолжительности эксплуатации $t_{\text{Э}}$ и математического ожидания суммарной продолжительности плановых технических обслуживаний $\bar{t}_{\text{ПТО}}$ и ремонтов $\bar{t}_{\text{ПРЕМ}}$ за тот же период эксплуатации к значению этого периода:

$$K_{\text{ПП}} = \frac{t_{\text{Э}} - \bar{t}_{\text{ПТО}} + \bar{t}_{\text{ПРЕМ}}}{t_{\text{Э}}}. \quad (1.32)$$

Коэффициент сохранения эффективности — это отношение значения показателя эффективности за определенную продолжительность эксплуатации $\bar{\text{Э}}$ к номинальному значению этого показателя Э_0 , вычисленному при условии, что отказы объекта в течение того же периода эксплуатации не возникают. Данный коэффициент характеризует степень влияния отказов элементов объекта на эффективность его применения по назначению:

$$K_{\text{ЭФ}} = \frac{\bar{\text{Э}}}{\text{Э}_0}. \quad (1.33)$$

При этом под **эффективностью применения объекта по назначению** понимают его свойство создавать некоторый полезный результат (выходной эффект) в течение периода эксплуатации в определенных условиях. Эффективность, как свойство объекта, характеризуется соответствующими показателями. Показатель эффективности — показатель качества, характеризующий выполнение объектом его функций. В идеальном случае объект выполняет свои функции (создает определенный выходной эффект) при отсутствии отказов. Реальный выходной эффект определяют с учетом реальной надежности $\bar{\text{Э}}$. Аналитические выражения для расчета эффекта для различных типов объектов приведены в ГОСТ 27.003-89.

В некоторых отраслях техники изменяются комплексные показатели надежности, отражающие специфику эксплуатации оборудования отрасли. Так, в ядерной энергетике при оценке надежности ядерной энергетической установки распространение получил коэффициент использования установленной мощности, который представляет собой отношение фактически выработанной мощности за время $t_{\text{Э}}$ к мощности, которую она выработала бы за это же время, работая на номинальной мощности $W_{\text{Н}}$ без остановок:

$$K_{\text{иум}}(t) = \frac{\int_0^{t_{\text{М}}(t)} W(t) dt}{t_{\text{Э}} W_{\text{Н}}} = \frac{t_{\text{Р}}(t) \bar{W}}{t_{\text{Э}} W_{\text{Н}}} = \frac{K_{\text{ТИ}} \bar{W}}{W_{\text{Н}}}, \quad (1.34)$$

где $\bar{W}$ — средний уровень мощности ЯЭУ за время $t_{\text{Э}}$ (исключая время остановок).

Коэффициент установленной мощности также можно использовать при оценке надежности ЭА. Тогда за фактическую мощность следует принимать мощность, выработанную в утяжеленном режиме работы за время $t_{\text{Э}}$.

Номинальная мощность — это мощность, выработанная за время $t_{\text{Э}}$ при работе ЭА в режиме номинального тока.

Выбор номенклатуры показателей надежностей и их нормирования осуществляется на основании ГОСТ 27.033-83 [5].

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Задача 1. На испытание было поставлено 500 однотипных ламп. За первые 3000 ч отказало 40 ламп, за интервал времени 3000...4000 ч отказало еще 25 ламп. Требуется определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за 3000 и 4000 ч работы. Вычислить плотность и интенсивность отказов электронных ламп в промежутке времени 3000...4000 ч.

Задача 2. На испытание поставлено 400 изделий. За 3000 ч отказало 200 изделий, за следующие 100 ч отказало еще 100 изделий (рис. 1.13). Определить $P(3000)$, $P(3100)$, $Z(3050)$, $f(3050)$, $\lambda(3050)$.

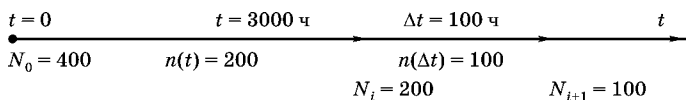


Рис. 1.13
Характер отказов изделия

Задача 3. В течение некоторого периода времени производилось наблюдение за работой радиолокационной станции. За весь период наблюдения было зарегистрировано 15 отказов. До начала наблюдения станция проработала 258 ч, к концу наблюдения наработка станции составила 1233 ч. Требуется определить среднюю наработку на отказ T_0 .

Задача 4. Проводилось наблюдение за работой трех экземпляров однотипной аппаратуры. За период наблюдения было зафиксировано по первому экземпляру аппаратуры 6 отказов, по второму и третьему — 11 и 8 отказов соответственно. Нарботка первого экземпляра составила 181 ч, второго — 329 ч и третьего — 245 ч. Требуется определить наработку аппаратуры на отказ.

Задача 5. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 8 отказов. Время восстановления составило:

$$\begin{aligned}t_1 &= 12 \text{ мин}, & t_2 &= 23 \text{ мин}, \\t_3 &= 15 \text{ мин}, & t_4 &= 9 \text{ мин}, \\t_5 &= 17 \text{ мин}, & t_6 &= 28 \text{ мин}, \\t_7 &= 25 \text{ мин}, & t_8 &= 31 \text{ мин}.\end{aligned}$$

Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры.

Задача 6. Система состоит из 5 приборов, причем отказ одного из них ведет к отказу системы. Известно, что первый прибор отказал 34 раза в течение 952 ч работы, второй — 24 раза в течение 960 ч работы, а остальные приборы в течение 210 ч отказали 4, 6 и 5 раз соответственно. Требуется определить наработку на отказ системы в целом, если справедлив экспоненциальный закон надежности для каждого из пяти приборов.

Задача 7. Интенсивность отказов λ_c в одной из подсистем автоматизированной системы обработки информации и управления (АСОИУ), которая представляет собой сложную восстанавливаемую систему, есть величина постоянная и равная 0,015 1/ч. Среднее время восстановления — 100 ч. Необходимо вычислить вероятность застать систему в исправном состоянии в момент времени $t = 10$ ч.

Задача 8. Коэффициент готовности одной из подсистем АСОИУ, которая представляет собой сложную восстанавливаемую систему, равен 0,9. Среднее время ее восстановления составляет 100 ч. Требуется найти вероятность застать систему в исправном состоянии в момент времени $t = 12$ ч.

Отказы изделий в процессе эксплуатации

Δt_i , ч	0... 100	101... 200	201... 300	301... 400	401... 500	501... 600	601... 700	701... 800	801... 900	901... 1000
n	2	4	6	7	8	9	9	10	10	10

Задача 9. В процессе эксплуатации 100 восстанавливаемых изделий возникали отказы, которые фиксировались в интервалах времени $\Delta t = 100$ ч. Число отказов за время эксплуатации в течение 1000 ч приведено в табл. 1.3. Требуется определить вероятность безотказной работы изделий в течение 1000 ч, вычислить интенсивность отказов и построить график.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Каковы причины появления проблемы надежности?
2. Какие закономерности изучает теория надежности?
3. Дайте определение понятию «надежность».
4. Из каких составляющих состоит свойство надежности?
5. Что такое безотказность и долговечность объектов?
6. В чем заключается свойство «ремонтпригодность»?
7. Как вы понимаете смысл понятий «исправность» и «работоспособность»?
8. Какова разница между отказом и дефектом объекта?
9. Чем характеризуется предельное состояние объекта?
10. Раскройте понятие «наработка».
11. Что такое ресурс и срок службы?
12. По каким признакам классифицируются отказы объектов?
13. В чем отличие внезапного отказа от постепенного?
14. Назовите единичные показатели безотказности объектов.
15. Дайте определение вероятности безотказной работы объекта.
16. Перечислите критерии долговечности.
17. Что такое интенсивность отказов и интенсивность восстановления?
18. В чем отличие наработки объекта до отказа от наработки на отказ?
19. В чем сущность критерия «параметр потока отказов»?
20. Объясните разницу между единичными и комплексными показателями надежности объектов.
21. Какие вы знаете критерии надежности, характеризующие готовность объектов к изменению?
22. Какими показателями оценивают время использования объекта по назначению?
23. Что такое эффективность и как она оценивается при эксплуатации объектов?

ЭЛЕМЕНТЫ
ОБЩЕЙ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

2.1.

ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Истоки теории множеств и логики уходят в классическую древность, к отцу логики Аристотелю, а основные идеи современной математической логики сформулированы Г. В. Лейбницем.

В России теория множеств и математическая логика имеют давние замечательные традиции, связанные с именами Н. Н. Лузина, М. Я. Суслина, П. С. Урысона, Л. В. Келдыша, И. И. Жегалкина, В. И. Гливенко, М. И. Шейнфинкеля, А. Н. Колмогорова, П. С. Александрова, А. А. Маркова, Д. А. Богвара. Приобрели мировую известность теория множеств, математическая логика и алгебра академика А. И. Мальцева (1909–1967), заложившие основы новых направлений исследования на стыке алгебры и логики.

КАК ВОЗНИКЛИ ФОРМАЛЬНАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКИ?

Математика — наука доказательная. Истинность ее утверждений устанавливается не на основании наблюдений или результатов опыта, а логически выводится из небольшого числа исходных утверждений — *аксиом*. Такой вывод называется *доказательством*. Наблюдения используют описательные (дескриптивные) науки: астрономия, география, геология, ботаника, зоология. Эксперимент используют экспериментальные науки: физика, химия, отчасти

биология. Для дедуктивных наук: математики, логики, теоретической механики и т. д. характерны рассуждения, а главным методом является вывод следствий из небольшого числа исходных положений (они могут строиться на наблюдениях и опытах). Так, геометрия базируется на аксиомах Евклида. Закономерности, изучаемые в теоретической механике, следуют из законов Ньютона, основанных, в свою очередь, на наблюдениях Кеплера, Тихо Браге и опытах Галилея.

Формальная логика возникла около 2500 лет назад в Древней Греции, ее основатель — Аристотель (384–322 гг. до н. э.). Вслед за Аристотелем, спустя 2000 лет, немецкий ученый Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1716) предложил детальную программу логических исследований методами математики. Если введенные Лейбницем и Ньютоном понятия производной, первообразной и интеграла сразу же получили развитие в математике, физике и астрономии, то логические изыскания Лейбница оставались неизвестными до конца XIX века, когда они были найдены в его архиве и опубликованы французским математиком Л. Кутюре.

Отцом математической логики по праву считается английский математик и логик Джордж Буль (1815–1864). Его труды «Математический анализ логики», «Исчисления логики», «Исследование законов мысли» были опубликованы в конце 1940-х — начале 1950-х годов.

Русский ученый П. С. Порецкий (1846–1907), преподававший в Казанском университете, создал оригинальный метод логического исчисления.

2.2. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Множество является одним из основных понятий математики. Оно вводит в рассмотрение новый объект, отличный от исходных, обладающих рядом специфических свойств. Для отношения принадлежности пользуются символом $\in$.

Выражение $a \in A$ означает утверждение «Объект a принадлежит множеству A ».

Для любых объектов $a_1, a_2, \dots, a_n$ множество этих объектов обозначается через

$$\{a_1, a_2, \dots, a_n\} \rightarrow \{a\}, \quad (2.1)$$

где $a \in \{a\}$ — истинное утверждение; $\{a\} \in a$ — ложное утверждение.

Другая форма обозначения состоит в указании общего свойства объектов, из которых образуется множество. Оно имеет вид

$$M = \left\{ \frac{x}{P(x)} \right\} \quad (2.2)$$

и читается так: «Множество всех x таких, что $P(x)$, где P означает свойство, характеризующее в точности все элементы данного множества». Например, партия ЭА одной и той же структуры, т. е. серии, является множеством M .

Два множества считаются равными тогда и только тогда, когда они состоят из одних и тех же элементов.

Рассмотрим кратко простые теоретико-множественные понятия и операции: пересечение, объединение, дополнение, декартово произведение и др.

Пустое множество — ϕ :

$$\phi = \left\{ \frac{x}{x \neq x} \right\}. \quad (2.3)$$

Множество N называется подмножеством множества M тогда и только тогда, когда каждый элемент множества N принадлежит множеству M . Отношение между множеством M и любым его подмножеством N называется включением и обозначается символом $M \supseteq N$ или $N \subseteq M$.

При испытании на надежность выпущенной партии ЭА одной структуры, представляющей множество M , делается выборка. Произвольно из партии выбираются несколько изделий и проводятся испытания. Выборка изделий будет являться подмножеством N .

Отметим следующие элементарные утверждения о понятиях подмножества и включения, прямо вытекающие из определения:

1. Каждое множество M является подмножеством самого себя — $M \subseteq M$. Любое подмножество N множества M , отличное от M , называется собственным подмножеством множества M . Соответствующее включение называется собственным и обозначается $\subset$ или $\subsetneq$: $M \supset N$ или $N \subset M$.

Принято считать, что пустое множество ϕ является подмножеством любого множества M .

2. Отношение включения транзитивно, т. е. из $N \subseteq M$ и $P \subseteq N$ следует $P \subseteq M$. Транзитивно также отношение собственного включения.

3. Очень важно не смешивать отношение принадлежности $\in$ и включения $\subseteq$: если $\{a\} \subseteq M$, то $a \in M$, и наоборот, но из $\{a\} \subseteq M$ не следует $\{a\} \in M$.

Пример. Пустое множество ϕ не имеет элементов $x \notin M$ для любого объекта x . Между тем ϕ содержит одно подмножество, а именно само себя.

2.3. ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ С МНОЖЕСТВАМИ

Нетрудно убедиться, что операции пересечения, соединения и дополнения обладают следующими свойствами:

1. Коммутативность (переместительный закон) — свойство сложения и умножения чисел, выраженное тождеством $a + b = b + a$, $ab = ba$. Векторное умножение не является коммутативным. Для операций логическая коммутативность выглядит следующим образом:

$$A \cap B \equiv B \cap A, \quad A \cup B \equiv B \cup A. \quad (2.4)$$

2. Ассоциативность (сочетательный закон, свойство сложения и умножения чисел, выраженное тождествами $(a + b) + c = a + (b + c)$ и $(ab)c = a(bc)$, скалярное, но не векторное (матрицы, векторы — $[[ab]c] \neq [c[ab]]$). Применительно к множествам:

$$A \cap (B \cap C) \equiv (A \cap B) \cap C, \quad A \cup (B \cup C) \equiv (A \cup B) \cup C. \quad (2.5)$$

3. Дистрибутивность (распределительный закон, свойство сложения и умножения, $c(a + b) = ca + cb$, $F(xy) = F(x)F(y)$, $(ab)^n = a^n b^n$. Оператор возведения в степень дистрибутивен относительно операции возведения в степень:

$$\begin{aligned} A \cap (B \cup C) &\equiv (A \cap B) \cup (A \cap C), \\ A \cup (B \cap C) &\equiv (A \cup B) \cap (A \cup C). \end{aligned} \quad (2.6)$$

4. Идемпотентность:

$$A \cap A = A, \quad A \cup A = A. \quad (2.7)$$

5. Закон двойного отрицания:

$$\overline{\overline{A}} = A. \quad (2.8)$$

6. Правило де Моргана:

$$\overline{A \cap B} \equiv \overline{A} \cup \overline{B}; \quad \overline{A \cup B} \equiv \overline{A} \cap \overline{B}. \quad (2.9)$$

7. Закон логического противоречия:

$$A \cap \overline{A} = \phi. \quad (2.10)$$

8. Закон исключенного третьего:

$$A \cup \bar{A} = X, \quad (2.11)$$

где X — унитарное множество.

9. Операция с унитарным множеством X и пустым множеством ϕ :

$$X \cap A \equiv A, \quad X \cup A \equiv X, \quad \phi \cap A \equiv \phi, \quad \phi \cup A \equiv A, \quad \bar{\phi} \equiv X, \quad \bar{X} \equiv \phi. \quad (2.12)$$

2.4.

ГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОВЕРКИ ФОРМУЛ АЛГЕБРЫ МНОЖЕСТВ

Формулы алгебры множеств могут быть проверены с помощью карт Карно [23] и диаграмм Венна, этот способ рассмотрим ниже. Множества, за исключением полного множества, будем обозначать с помощью кругов. Когда имеем дело с двумя множествами A, B , рисуем два пересекающихся круга, из которых один символизирует множество A , а другой — B , получая тем самым диаграмму (рис. 2.1).

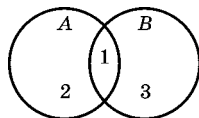


Рис. 2.1

Два пересекающихся множества

Произведение AB символизируется частью плоскости 1, разность $A - B$ — частью плоскости 2, а сумма $A + B$ — частью плоскости, образованной 1...3.

Для символического представления дополнения множества вводим прямоугольник Ω , соответствующий полному множеству. Помещая в этом прямоугольнике круг, символизирующий множество A , получаем диаграмму, где часть прямоугольника, находящаяся вне круга, соответствующего множеству A , символически представляет дополнение этого множества, т. е. множество A' (рис. 2.2).

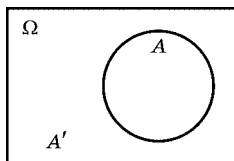


Рис. 2.2

Множество A' дополняет множество A

Множество A содержится в множестве B тогда и только тогда, когда часть плоскости, символизирующая A , находится в части плоскости, символизирующей B , или же совпадает с последней.

Множество A содержится в множестве B тогда и только тогда, когда часть плоскости, символизирующая A , находится в части плоскости, символизирующей B , или же совпадает с последней.

Имея в виду сказанное, легко по рис. 2.1 прочесть следующие формулы:

$$A \cap B \equiv B \cap A, \quad A \cup B \equiv B \cup A$$

— соответствует закону коммутативности;

$$A \cap B \subset A, \quad A \cap B \subset B, \quad A \subset A \cup B, \quad B \subset A \cup B.$$

Множество A равно множеству B тогда и только тогда, когда плоскость, символизирующая множество A , совмещается с плоскостью, символизирующей множество B , и наоборот. Поэтому (рис. 2.2) очевидно, что верны формулы:

$$A \cap X \equiv A, \quad A \cup A' \equiv X, \quad X \cup A \equiv X, \\ \phi \cap A \equiv \phi, \quad \phi \cup A \equiv A, \quad X \equiv \phi.$$

Выражение

$$A \cup B \cap C = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

проверяем, нарисовав диаграмму (рис. 2.3) и заштриховав на ней сначала часть плоскости, символизирующую множество $A \cup B \cap C$, а затем часть плоскости, символизирующую $(A \cup B) \cap (A \cup C)$.

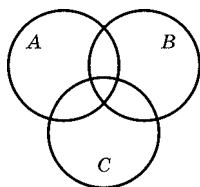


Рис. 2.3
Три пересекающихся подмножества A, B, C

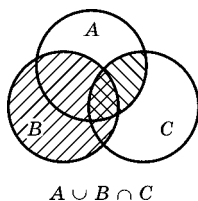


Рис. 2.4
Заштрихованная часть плоскости символизирует множество $A \cup B \cap C$

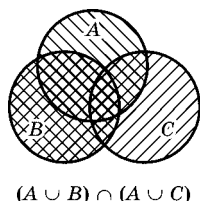


Рис. 2.5
Заштрихованная часть плоскости символизирует множество $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

Для левой части проверяемого равенства получаем диаграмму (рис. 2.4), где заштрихованная часть плоскости символизирует множество $A \cup B \cap C$.

Для правой стороны этого равенства $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ получаем диаграмму на рис. 2.5.

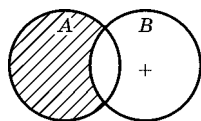
Часть плоскости, заштрихованная горизонтальными черточками, символизирует здесь множество $A \cup B$, вертикальными — множество $A + C$, их общая часть, заштрихованная дважды, символически представляет произведение $(A \cup B) \cap (A \cup C)$. Так как части плоскости, символизирующие множества $A \cup B \cap C$ и $(A + B)(A + C)$, совпадают, то эти множества равны, а потому проверяемое выражение истинно.

(Непрерывные линии используются для обозначения пустого множества: так отмечена, например, истинность выражения $A \subset B$ на диаграмме рис. 2.1.)

В силу приведенных выше разъяснений выражение $A \subset B$ истинно тогда и только тогда, когда часть плоскости, символизирующая множество A , находится в части плоскости, символизирующей множество B (или совпадает с этой последней частью плоскости). Что имеет место тогда и только тогда, когда множество $A - B$, символически представляемое частью 2 плоскости, пусто.

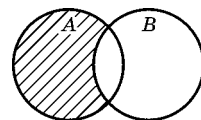
Таким образом, истинность выражения $A \subset B$ иллюстрируем с помощью диаграммы на рис. 2.6, а выражения $A \not\subset B$ — на рис. 2.7.

С помощью диаграммы Венна можно анализировать выражения, содержащие четыре переменные, тогда строятся четыре пересекающиеся окружности. Такая диаграмма в качестве обобщения графического метода проверки была выполнена профессором Лушчевской-Романовой [21].



$A \not\subset B$

Рис. 2.6
Диаграмма соответствует истинности выражения $A \subset B$



$A \subset B$

Рис. 2.7
Диаграмма соответствует истинности выражения $A \not\subset B$

2.5.

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Множество может быть конечным:

$$A = \{1, 2, \dots, 100\} = \{i \text{ — целое, } 1 \leq i \leq 100\}.$$

Например, множество C точек на плоскости, лежащих внутри или на границе круга с центром в начале координат, может быть записано в виде

$$C = \{x^2 + y^2 \leq R^2\},$$

где x, y — декартовы координаты точки; R — радиус круга.

Множество

$$B_1 = \{1, 2, \dots, n, \dots\}; \quad B_2 = \{2, 4, \dots, 2n, \dots\}$$

— бесконечно.

Бесконечное множество называется счетным, если все его члены можно перечислить в определенной последовательности: $B_1, B_2, \dots$ Множество C точек внутри и на границе круга радиуса $R > 0$:

$$C = \{x^2 + y^2 \leq R^2\},$$

является бесконечным и несчетным (его элементы нельзя перенумеровать один за другим). Пустое множество:

$$\phi = \{x^2 + y^2 \leq -1\}.$$

Все пустые множества эквивалентны друг другу.

Следует отметить, что в теории вероятностей используется несколько иная символика для взаимоотношений множеств.

Объединение множеств $C = A + B$ (ранее $C = A \cup B$). Аналогично

$$A_1 + A_2 + \dots + A_n = \sum_{i=1}^n A_i; \quad \sum_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 + A_2 + \dots + A_n + \dots$$

— бесконечное, не счетное число множеств.

Пересечение множеств $D = AB$ (ранее $D = A \cap B$). Множество

$$A_1 A_2 \dots A_n = \bigcap_{i=1}^n A_i; \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$$

— счетное множество.

Как и при записи обычного умножения, знак умножения в произведении событий часто опускается: $D = AB$.

Этих элементарных сведений по теории множеств достаточно для того, чтобы пользоваться теоретико-множественной схемой построения теории вероятностей.

Пример 1. Пусть A , B и C — области на плоскости xOy , определяемые неравенствами: $A \equiv (4 - x^2 - y^2 \geq 0)$ — круг радиуса 2; $B \equiv (y \geq 0)$ — верхняя полуплоскость; $C \equiv (1 - x^2 - y^2 \geq 0)$ — круг радиуса 1 (рис. 2.8).

Легко проверить, что множества $M \equiv (C \cap B) \cup (A \cup \bar{B})$ и $N \equiv (C \cup \bar{B}) \cap A$ совпадают и определяют область S (заштрихованная). $C = \{(a, b)/a \in A, b \in B\}$ всех пар (a, b) , где a и b независимо друг от друга принимают все значения соответственно из множеств A и B . Эта область называется декартовым произведением множеств A и B и обозначается через AB . Если A и B — конечные множества,

содержащие соответственно m и n элементов, то множество AB содержит mn элементов.

Назовем область $C = \{(a_1, a_2)/a_1 \in A, a_2 \in A\}$ всех упорядоченных пар (a_1, a_2) элементов из A декартовым квадратом множества A и будем обозначать его A^2 .

С точки зрения теории множеств натуральные кардинальные числа отвечают классам равномощных конечных множеств, к ним, естественно, присоединяет-

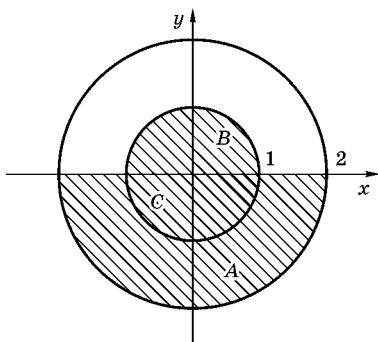
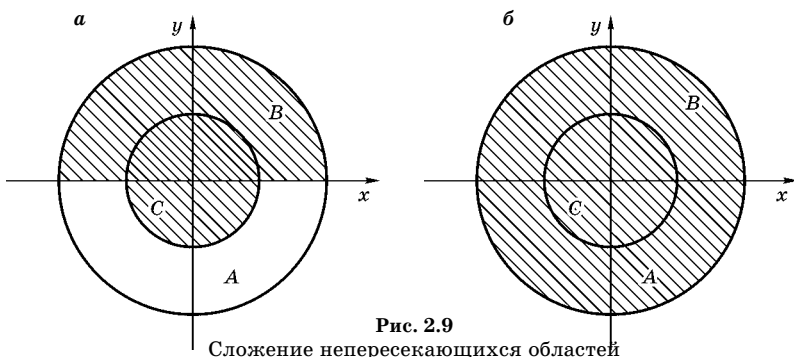


Рис. 2.8
Области A , B и C



ся и нуль как кардинальное число, соответствующее пустому множеству. Тогда элементарные отношения и действия над натуральными числами вводятся следующим образом.

1. Отношение «равно», «больше», «меньше»: m и n — два натуральных числа; M и N — множества, $m = n$ — множества, M и N равномощны

$$m < n \quad M \subset N.$$

2. Сложение. Для определения суммы кардинальных чисел поступают так. Пусть m и n — два натуральных числа. Выбираем опять произвольно два непересекающихся множества $M \subset m$, где на рис. 2.9а пунктиром обозначены участки границы области S , не принадлежащей S , а на рис. 2.9б представлен результат сложения, т. е.

$$(C \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = (C \cup \bar{B}) \cap A.$$

Пример 2. Рассмотрим двойственную формулу

$$(C \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = (C \cap \bar{B}) \cup A.$$

Предлагается решить этот пример самостоятельно.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какими основными элементами оперирует теория множеств?
2. Какие операции с множествами можно считать основными?
3. Какими свойствами обладают операции пересечения, соединения и дополнения?
4. Какое свойство при работе с множествами называется коммутативным?
5. Какое свойство при работе с множествами называется ассоциативным?
6. Какое свойство при работе с множествами называется дистрибутивным?
7. С помощью каких графических методов можно осуществить проверку формул алгебры множеств?

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

3.1. ВВЕДЕНИЕ

Эффективное использование методов математической логики началось лишь в конце 1940-х гг. в связи с потребностями телемеханики и вычислительной техники. Исторический путь развития элементов математической логики пересекается с путем развития теории множеств и рассматривается в главе 2.

Остановимся на наиболее употребительных понятиях математической логики [27].

Умозаключение — одно из действий, обогащающих наше познание, как переход от посылок к выводам. Логика предлагает схемы и способы проведения правильных умозаключений.

Логические правила дают возможность признавать истинными новые предложения. Главная задача логики состоит в установлении методов правильного умозаключения. Это делается с помощью правил вывода и логических законов.

Законами логики называются схемы построения истинных сложных предложений. Самый элементарный раздел логики — алгебра высказывания, по своей структуре аналогичный многим другим разделам математики: арифметике, алгебре, геометрии, исчислению вероятностей и т. д. То есть в основу кладется некий класс объектов вместе с некоторым набором свойств и отношений между ними. Эти понятия рассматриваются как исходные и внутри данного раздела не требуют дальнейшего определения.

Исходные объекты алгебры высказываний — простые суждения. Их будем обозначать прописными латинскими буквами $A, B, C, \dots, X, Y, Z$. Предполагается, что всякое простое суждение обладает одним и только одним из двух свойств: оно либо истинно, либо ложно.

Для вывода суждения используются заданное (расчетное) время функционирования t_r , заданное время восстановления t_z , частота аварий и отказов (год^{-1}) и нормируемые показатели: экономические потери и последствия, связанные с опасностью для жизни людей.

Два высказывания считаются различными, если они имеют разное содержание, в этом случае они обозначаются разными буквами.

3.2. ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ СВЯЗКИ

Отрицание (знак $\neg$). Если A — высказывание, то $\neg A$ (читается: не A) также высказывание; оно истинно или ложно в зависимости от того, ложно или истинно высказывание A . Видим, что операция $\neg$ в теории высказываний вполне соответствует понятию отрицания в обыденном смысле слова. Операция отрицания может быть описана таблицей

A	$\neg A$
И	Л
Л	И

Конъюнкция. В качестве знака для конъюнкции употребляет-ся знак $\wedge$, а также $\&$ (иными словами, союз *and* — u).

Если A и B — высказывания, то $A \wedge B$ (читается: A и B) — новое высказывание. Оно истинно тогда и только тогда, когда A истинно и B истинно.

В отличие от операции отрицания, зависящей от одного элементарного высказывания, конъюнкция, как и все последующие приводимые нами связи, зависит от двух элементарных высказываний, поэтому они называются двуместными связками, отрицание же — связка одноместная.

Для задания двуместных связей удобно записывать матрицы истинности в виде таблиц с двумя входами: строки соответствуют значениям истинности одного элементарного высказывания, столбцы — значениям другого элементарного высказывания, а в клетке пересечения столбца и строки помещается значение истинности соответствующего сложного высказывания.

Значение истинности сложного высказывания $A \wedge B$ задается матрицей:

$\backslash$	B	И	Л
A			
И		И	Л
Л		Л	Л

Как видно, определение операции конъюнкции вполне соответствует обыденному значению союза «и». Например, проблема защищенности автоматизированных линий от возникновения аварии существенно зависит от надежности работы ЭА. Влияние вибраций, возникающих при замыкании контактов, на коммутационную износостойкость ЭА регулируется соотношением механической и тяговой характеристик электромагнитного привода.

Дизъюнкция. В качестве знака для дизъюнкции употребим знак $\vee$. Если A и B — высказывания, то $A \vee B$ (читается: A или B) — новое высказывание. Оно ложное, если A и B ложны; во всех остальных случаях $A \vee B$ истинно. Таким образом, матрица истинности для операции дизъюнкции выглядит так:

$\backslash$	B	И	Л
A			
И		И	И
Л		И	Л

Операция дизъюнкции соответствует обычному значению союза «или». Например, контроль износа контактов осуществляется выбором провала или взвешиванием до и после работы контактов на весах.

Импликация. В качестве знака для импликации будем употреблять знак $\Rightarrow$. Если A и B — два высказывания, то $A \Rightarrow B$ (читается: A имплицирует B) — новое высказывание. Оно всегда истинно, кроме того случая, когда A истинно, а B ложно.

Матрица истинности операции импликации следующая:

$\backslash$	B	И	Л
A			
И		И	Л
Л		И	И

В импликации $A \Rightarrow B$ первый член A называется актецедентом, второй член B — консеквентом.

Импликация описывает в некоторой мере то, что в обыденной речи выражается словами «если A , то B », «из A следует B », « A — достаточное условие для B ».

Если нарастание сопротивления в межконтактном промежутке после прохождения тока через нуль проходит интенсивнее, чем нарастание напряжения, то повторного зажигания дуги не произойдет. Если ток короткого замыкания ($I_{кз}$) значительно превышает ток плавления ($I_{пл}$) плавкой вставки, то плавкая вставка перегорает и предохранитель отключает электрическую цепь.

Эквиваленция. Для этой операции употребляется знак $\Leftrightarrow$. Операция определяется так: если A и B — высказывания, то $A \Leftrightarrow B$ (читается: A эквивалентно B) — новое высказывание, которое истинно, если либо оба высказывания истинны, либо оба ложны.

С помощью введенных связей можно строить сложные высказывания, зависящие не только от двух, но и от любого числа элементарных высказываний.

В режимах номинальных токов 25...600 А пара контактов может выполнять двойную роль: длительное пропускание тока во включенном положении и отключение, сопровождающееся возникновением дуги. В первом случае контакты должны иметь малое переходное сопротивление; во втором — накладываются требования высокого переходного сопротивления. В обоих случаях применяют одну и ту же одноступенчатую контактную систему. Оба процесса влияют на износ контактов.

Примечание. Нестрогое неравенство $A \leq B$ представляет собой дизъюнкцию $A < B \vee (A = B)$. Оно истинно, если истинно по меньшей мере одно из входящих в него простых высказываний. Примерами сложных высказываний, встречающихся в практике, являются так называемые двойные неравенства $A < B < C (A < B) \wedge (B < C)$, а, например, $A < B \leq C$ означает сложное высказывание $(A < B) \wedge ((B < C) \vee (B = C))$. Делается это аналогично тому, как в элементарной алгебре с помощью операций сложения, вычитания, умножения и деления строятся сколь угодно сложные рациональные выражения.

Располагая значением истинности простых высказываний, легко подсчитать на основании определения связей значение истинности сложного высказывания. Пусть дано сложное высказывание $((B \vee C) \Leftrightarrow (B \wedge A))$ и пусть входящие в него элементарные высказывания имеют следующие значения истинности: $A = \text{Л}$, $B = \text{И}$, $C = \text{И}$. Тогда $B \vee C = \text{И}$, $B \wedge A = \text{Л}$, так что рассматриваемое высказывание $((B \vee C) \Leftrightarrow (B \wedge A))$ ложно.

3.3. ВЫСКАЗЫВАНИЯ И БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ

Одной из основных задач алгебры высказываний является установление значения истинности сложных высказываний в зависимости от значения истинности входящих в них простых высказываний. Для этого целесообразно рассматривать сложные высказывания как функции входящих в них простых высказываний. С другой стороны, так как значение истинности ($\wedge$ или $\vee$) сложного высказывания зависит по определению логических связок не от самих простых высказываний, а лишь от их значения истинности, то можно считать, что любое сложное высказывание определяет функцию, аргументы которой независимо друг от друга принимают значения И или Л, а значение самой функции также принадлежит множеству (И, Л), которое зачастую обозначают через $\{1, 0\}$. Такие функции называются булевыми функциями (по имени Д. Буля). Например, формула $F(A, B, C) = (A \wedge B) \Rightarrow (C \wedge A)$ описывает, учитывая определение входящих в нее связок, булеву функцию, задаваемую таблицей.

A	B	C	$F(A, B, C)$	A	B	C	$F(A, B, C)$
1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0	1

ЭА при рабочих нагрузках должен надежно работать в трех режимах: длительном (год и больше), соответствующем номинальному току; кратковременном и повторно-кратковременном. Указанные три режима равновероятны и независимы друг от друга. Однако предельная величина нагрева частей аппарата при всех режимах не должна быть выше допустимого превышения температуры над окружающей средой.

Заметим, что булевых функций от n аргументов имеется лишь конечное число, именно столько, сколько возможно функциональных таблиц. Число возможных наборов аргументов равно 2^n , а каждому набору аргументов можно независимо друг от друга сопоставлять одно из значений: 1 или 0. Таким образом, число всевозможных булевых функций от n аргументов равно 2^{2^n} . Оно быстро растет с ростом n .

Изучение свойств булевых функций приобретает все большее значение как для алгебры и математической логики, так и для их приложений в кибернетике и теории автоматов. Естественно распространить определение высказываемых ранее связок на булевы функции связок $\wedge, \vee, \neg$, называемых булевыми связками (булевыми операциями). Такое ограничение оправдано тем, что, как легко проверить, связки $\Rightarrow$ и $\Leftrightarrow$ могут быть выражены через другие булевы связки. При помощи таблиц истинности, приведенных выше, легко проверяются следующие тождества:

$$\begin{aligned} A \Rightarrow B &\equiv (\neg A) \cup B, \\ A \Leftrightarrow B &\equiv (A \cap B) \cup (\neg A \cap \neg B), \end{aligned}$$

которые позволяют повсеместно заменить связки $\Rightarrow, \Leftrightarrow$ на $\cap, \cup, \neg$.

Если мы теперь будем иметь булевы функции $\{F(x_1, x_2, \dots, x_n), G(x_1, x_2, \dots, x_n)\}$, то действия над ними определяются естественным образом:

$$\begin{aligned} &F(x_1, x_2, \dots, x_n) \wedge G(x_1, x_2, \dots, x_n); \\ &F(x_1, x_2, \dots, x_n) \vee G(x_1, x_2, \dots, x_n); \\ &\neg F(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{aligned}$$

Это такие булевы функции, которые принимают значения, предписываемые соответствующими таблицами для каждого возможного значения аргументов.

Булевы операции так переносятся на булевы функции, как действия арифметики переносятся на обычные функции числовых аргументов. При этом можно отметить, что в одном определенном смысле алгебра булевых функций проще алгебры числовых функций: если рассматривать лишь функции некоторого конечного числа аргументов, то таких функций конечное число.

Законы булевой алгебры. Обозначим объекты, над которыми осуществляются булевы операции $\vee, \wedge, \neg$: $A, B, C, \dots, X, Y, Z$. Для определенности будем считать, что эти объекты — булевы функции некоторого фиксированного числа переменных. Тогда

$$\begin{aligned} A \wedge B &= B \wedge A; \quad A \vee B = B \vee A; \\ A \wedge (B \wedge C) &= (A \wedge B) \wedge C; \quad A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C; \\ A \wedge A &= A; \quad A \vee A = A; \quad A \wedge 1 = A; \quad A \vee 1 = A; \quad A \wedge 0 = 0; \quad A \vee 0 = A; \\ \neg(A \wedge B) &= \neg A \vee \neg B; \quad \neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B; \\ A \wedge (B \vee C) &= (A \wedge B) \vee (A \wedge C); \quad A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C); \\ \neg\neg A &= A. \end{aligned}$$

Если булевы операции $\vee$, $\wedge$, $\neg$ считать аналогом сложения, умножения и перехода к противоположному числу (в электротехнике и в вычислительной технике принято говорить о логическом сложении и умножении и употреблять $+$ «и»), то некоторые из вышеприведенных законов те же, что для числового сложения и умножения, остальные существенно отличаются.

3.4. СОПОСТАВЛЕНИЕ ЗАКОНОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ И ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Законы алгебры логики аналогичны законам для теоретико-множественных операций. Если считать, что прописные латинские буквы означают подмножества некоторого универсального (унитарного) множества, и если заменить конъюнкцию $\wedge$ на пересечение $\cap$, дизъюнкцию $\vee$ — на объединение $\cup$, отрицание $\neg$ — на дополнение, I — на универсальное, а $\emptyset$ — на пустое множество, то будут выполняться все законы.

Алгебра множеств есть лишь другая интерпретация булевой алгебры. Покажем, что булевым функциям можно сопоставить некоторые конечные множества объектов так, что конъюнкция, дизъюнкция и отрицание будут соответствовать для сопоставляемых множеств действиям пересечения, объединения и дополнения. Рассмотрим для определенности булевы функции $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ от n переменных. Также введем в качестве универсального множества I множество всех булевых векторов (кортежей), т. е. множество всех последовательностей $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ длины n , составленных из букв И, Л. Множество I содержит 2^n элементов. Теперь каждой булевой функции $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ можно сопоставить некоторое подмножество F' множества I , а именно множество булевых векторов. То есть для всех элементов $(b_1, b_2, \dots, b_n)$ дополнения $\bar{F}'$ множества F' , $F(b_1, b_2, \dots, b_n) = \text{Л}$ и тем самым булева функция $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ однозначно определяется множеством F' . Множество F' называется множеством истинности функции F . Функции, принимающей для всевозможных значений аргументов значение И (тождественно-истинной функции И), соответствует все множество I , а функции, тождественно-равной Л (тождественно-ложной функции), отвечает пустое множество $\emptyset$.

Пример. Пусть $F(x_1, x_2)$ и $G(x_1, x_2)$ — функции, заданные таблицей

x_1	x_2	$F(x_1, x_2)$	$G(x_1, x_2)$
И	И	И	Л
И	Л	И	И
Л	И	Л	И
Л	Л	Л	Л

Области истинности $F(x_1, x_2)$ и $G(x_1, x_2)$ будут тогда соответственно $F' = \{(И, И), (И, Л)\}$ и $G' = \{(И, Л), (Л, И)\}$.

Теперь нетрудно уяснить, хотя бы на приведенных примерах, соответствие между связками $\vee, \wedge, \neg$, с одной стороны, и теоретико-множественными операциями — с другой. А именно, если области истинности функций $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $G(x_1, x_2, \dots, x_n)$ суть соответственно F' и G' , то области истинности

$$\begin{aligned} &F(x_1, x_2, \dots, x_n) \wedge G(x_1, x_2, \dots, x_n); \\ &F(x_1, x_2, \dots, x_n) \vee G(x_1, x_2, \dots, x_n); \\ &\neg F(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned}$$

будут $F' \cap G'; F' \cup G'; \bar{F}'$.

Например, работоспособность ряда аппаратов зависит от работы электромагнитного привода. Использование в электромагнитных системах форсированного управления снижает надежность ЭА. Система форсированного управления содержит как минимум две обмотки: пусковую и удерживающую. Отказы могут произойти из-за наличия в схеме форсированного управления вспомогательных контактов, коммутирующих большие токи; из-за влияния короткозамкнутых витков, которые возникают под действием переменных электродинамических усилий; из-за некачественного соединения пластин магнитопровода; из-за увеличения рабочего зазора электромагнита, возникающего в процессе работы.

3.5.

ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Отрицание высказывания A обозначается символом A' (не A). Значение истинности высказывания A определяется таблицей:

$1' = 0$
$0' = 1$

Таким образом, отрицанием высказывания A является сложное высказывание A' , которое ложно, когда A истинно, и истинно, когда A ложно.

Конъюнкция, или логическое умножение, высказываний A и B обозначается символом $A \& B$ (иногда $A \wedge B$, AB). Значение истинности логического произведения $A \& B$ определяется в зависимости от значений истинности высказываний A и B по следующей таблице:

$0 \wedge 0 = 0$
$0 \wedge 1 = 0$
$1 \wedge 0 = 0$
$1 \wedge 1 = 1$

Конъюнкция $A \wedge B$ двух высказываний представляет собой сложное высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда истинны составляющие его высказывания A и B .

Дизъюнкция, или логическое сложение, двух высказываний A и B обозначается символом $A \vee B$ (читается A или B). Значение истинности логической суммы $A \vee B$ в зависимости от значений определяется по таблице:

$0 \vee 0 = 0$
$0 \vee 1 = 1$
$1 \vee 0 = 1$
$1 \vee 1 = 1$

Дизъюнкция двух высказываний A и B является сложным высказыванием, которое ложно тогда и только тогда, когда оба слагаемых A и B ложны.

Приведенные выше логические операции не являются независимыми и могут выражаться друг через друга. Преобразования логических выражений выполняются по определенным правилам.

Правила для одной переменной:

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1. $A \wedge 1 = A$; | 2. $A \wedge 0 = 0$; |
| 3. $A \wedge A = A$; | 4. $A \wedge A' = 0$; |
| 5. $A \vee 1 = 1$; | 6. $A \vee 0 = A$; |
| 7. $A \vee A = A$; | 8. $A \vee A' = 1$; |
| 9. $A'' = A$; | 10. $A''' = A'$. |

Правила (1)...(10) легко доказываются простой подстановкой вместо A 1 и 0.

Как следствие из правил (3) и (7) имеем

$$A \wedge A \wedge \dots \wedge A = A; \quad A \vee A \vee \dots \vee A = A.$$

В отличие от обычной алгебры, в алгебре логики «умножение переменной самой на себя» или «приведение подобных членов» осу-

ществляется согласно перечисленным тождествам без появления каких бы то ни было показателей степени или коэффициентов.

Правила для двух и трех переменных:

$$11. A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C = A \wedge B \wedge C;$$

$$12. A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C,$$

а также переместительный (или коммутативный) закон.

Функции конъюнкции и дизъюнкции обладают рядом свойств, аналогичных свойствам операций умножения и сложения. Легко убедиться в том, что для этих функций имеет место сочетательный (или ассоциативный) закон:

$$13. A \wedge B = B \wedge A;$$

$$14. A \vee B = B \vee A.$$

Правила (11)...(14) выражают свойства конъюнкций и дизъюнкций, взятых в отдельности.

В силу справедливости для логического умножения и сложения сочетательного и переместительного законов выражения, в которые входят конъюнкции и дизъюнкции, можно писать без скобок. При этом принимают соглашение считать связь с помощью знака $\wedge$ (&) более тесной, чем $\vee$. Тем самым в алгебре логики устанавливается правило записи выражений, аналогичное принятому в обычной алгебре (в процессе вычислений «старшие» действия выполняются раньше «младших»). Это соглашение позволяет вместо $(\bar{A} \wedge B) \vee C$ писать $\bar{A} \wedge B \vee C$.

Рассмотрим правила, выражающие связь между операциями логического умножения и сложения, взятыми совместно. Можно доказать, что для этих функций имеет место распределительный (или дистрибутивный) закон конъюнкции относительно дизъюнкции:

$$15. A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C),$$

и распределительный закон дизъюнкции относительно конъюнкции:

$$16. A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C),$$

который в обычной алгебре не имеет места. Действительно,

$$a + dc \neq (a + b)(a + c).$$

Необходимо заметить, что все три названных закона обладают симметрией в том смысле, что из любого закона для дизъюнкции (конъюнкции) можно получить путем замены знаков дизъюнкции на знаки конъюнкции и знаков конъюнкции на знаки дизъюнкции соответствующий закон для конъюнкции (дизъюнкции). Действительно, взяв, например, выражение

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

и произведя замену знаков, получим

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C).$$

Следующий закон, известный в литературе под названием закона двойственности или инверсий, позволяет заменять отрицание конъюнкции дизъюнкцией отрицаний и отрицание дизъюнкции конъюнкцией отрицаний:

$$17. (A \wedge B)' = A' \vee B';$$

$$18. (A \vee B)' = A' \wedge B'.$$

Если к правилам (17) и (18) применить правило (9), то получим

$$19. A \wedge B = (A' \vee B')';$$

$$20. A \vee B = (A' \wedge B')'.$$

Правила (19)...(20), названные в честь одного из основоположников математической логики английского ученого де Моргана формулами де Моргана, позволяют логическое умножение выражать через отрицание логической суммы из инверсных высказываний, а логическую сумму — через отрицание логического произведения из инверсных высказываний. Формулы (19)...(20) легко обобщаются на произвольное число логических переменных:

$$\bigcap_{i=1}^n x_i = \left(\bigcup_{i=1}^n x'_i \right)'; \quad \bigcup_{i=1}^n x_i = \left(\bigcap_{i=1}^n x'_i \right)',$$

где логические переменные обозначены x с различными индексами $i (i \in [1, n])$, а знаки конъюнкции и дизъюнкции использованы аналогично знакам произведения Π и суммы Σ , применяемым в обычной алгебре.

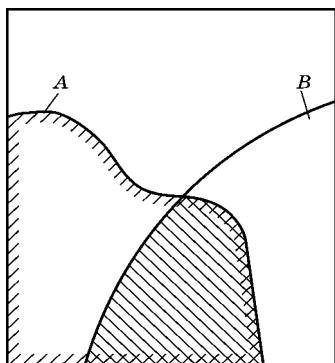


Рис. 3.1

Поглощение подмножества A множеством B ($A \subset B$)

На основании четырех рассмотренных выше законов можно установить ряд других полезных отношений, позволяющих существенно упростить сложные логические выражения.

Познакомимся с операциями поглощения и склеивания.

Операция **поглощения** определяется соотношениями

$$21. (A \wedge B) \vee A = A;$$

$$22. A \wedge (B \vee A) = A.$$

Используя терминологию теории множеств, будем говорить, что подмножество A поглощается множеством B , если $A \subset B$ (рис. 3.1).

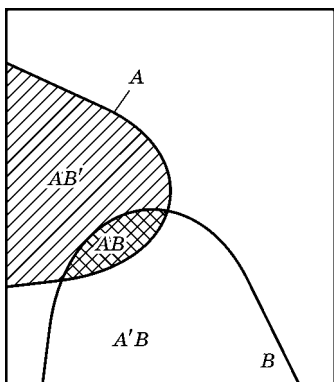


Рис. 3.2

Графическая иллюстрация соотношения
 $(A \vee B) \vee (A \wedge B') = AB \vee AB' = A(B \vee B') = A_1 = A$

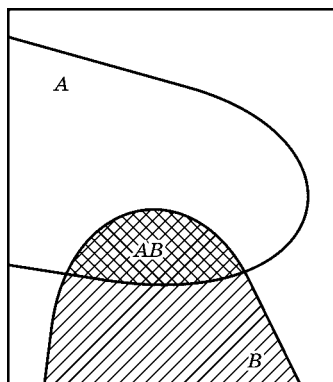


Рис. 3.3

Графическая иллюстрация соотношения
 $(A \wedge B) \vee (A' \wedge B) = AB \vee A'B = B(A \vee A') = B_1 = B$

Как следует из (21)...(22) в первом случае $(A \wedge B) \subset A$, а во втором — $A \subset (B \vee A)$. На рис. 3.1, иллюстрирующем (21)...(22), поглощаемые подмножества заштрихованы, а поглощающие множества выделены контуром.

Операция **склеивания** определяется соотношениями

$$23. (A \vee B) \vee (A \wedge B') = AB \vee AB' = A(B \vee B') = A_1 = A;$$

$$24. (A \wedge B) \vee (A' \wedge B) = AB \vee A'B = B(A \vee A') = B_1 = B,$$

где использована запись операции логического умножения без знака конъюнкции.

Графическая иллюстрация соотношений (23)...(24) дана на рис. 3.2, 3.3.

Упростим теперь выражение $A \wedge (A' \vee B)$. На основании распределительного закона конъюнкции относительно дизъюнкции (15) имеем

$$A \wedge (A' \vee B) = (A \wedge A') \vee (A \wedge B).$$

По правилу (4) $A \wedge A' = 0$, следовательно,

$$A \wedge (A' \vee B) = 0 \vee (A \wedge B).$$

Используя правило (6), окончательно получаем

$$25. A \wedge (A' \vee B) = A \wedge B.$$

Аналогично

$$26. A \vee (A' \wedge B) = (A \vee B).$$

Остановимся на ряде определений и обозначений, которые потребуются в процессе изучения курса.

Рассмотрим степень аргумента x_i , которую обозначим $x_i^{\alpha_i}$, где α_i — двоичная переменная величина. Положим, что

$$x_i^{\alpha_i} = \begin{cases} x_i, & \text{если } \alpha_i = 1; \\ x'_i, & \text{если } \alpha_i = 0. \end{cases}$$

Условимся переменные x_i и их отрицания x'_i ($i = 1, 2, \dots, n$) называть буквами, а i — номером или индексом переменной.

Определение 1. Выражение вида $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_r^{\alpha_r}$ называется элементарной конъюнкцией (K) ранга r . В силу того, что $x_i x'_i = 0$ и $x_i x_i \dots x_i = x_i$, все буквы в элементарной конъюнкции различны.

Определение 2. Выражение вида

$$K_1 \vee K_2 \vee \dots \vee K_s,$$

где K_s — элементарные конъюнкции различных рангов, называется дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ).

Например, функция

$$f(x_1, \dots, x_4) = x_1 x_2 \vee x_1 x_2 x'_3 \vee x'_1 x_3 x_4$$

записана в ДНФ, так как все три слагаемых являются элементарными конъюнкциями.

Определение 3. Если функция $f(x_1, \dots, x_n)$ записана в ДНФ, причем ранг каждой элементарной конъюнкции равен n , то такая ДНФ называется совершенной ДНФ (СДНФ), а конъюнкции — членами СДНФ или конституентами единицы.

Любая функция алгебры логики (ФАЛ) может быть записана в СДНФ в виде

$$f(x_1, \dots, x_n) = \bigcup_j K_j,$$

где K_j — член СДНФ с j -м номером, и суммирование ведется по всем наборам, на которых функция $f(x_1, \dots, x_n)$ равна единице.

Определение 4. Выражение вида $x_1^{\alpha_1} \vee x_2^{\alpha_2} \vee \dots \vee x_r^{\alpha_r}$ называется элементарной дизъюнкцией (D) ранга r .

Определение 5. Выражение вида

$$D_1 \wedge D_2 \wedge \dots \wedge D_s,$$

где D_s — элементарные дизъюнкции различных рангов, называется конъюнктивной нормальной формой (КНФ).

Определение 6. Если функция $f(x_1, \dots, x_n)$ записана в КНФ и ранг каждой элементарной дизъюнкции равен n , то такая КНФ называется совершенной КНФ (СКНФ), а дизъюнкции — членами СКНФ или конституентами нуля.

Любая ФАЛ может быть записана в СКНФ в виде

$$f(x_1, \dots, x_n) = \bigcap_j D_j,$$

где D_j — член СКНФ с j -м номером и произведение ведется по всем наборам, на которых функция $f(x_1, \dots, x_n)$ равна нулю.

Определение 7. Две элементарные конъюнкции называются ортогональными, если их произведение равно нулю. Например, произведение элементарных конъюнкций $x_1x'_2$ и $x_1x_2x_3x_4$ равно нулю, так как одна из них содержит x'_2 , а другая — x_2 .

Определение 8. ДНФ называется ортогональной ДНФ (ОДНФ), если все ее члены попарно ортогональны. В соответствии с этим определением СДНФ является ОДНФ, так как все ее члены попарно ортогональны. Но СДНФ является самой неэкономной из всех ОДНФ, так как она содержит максимальное количество букв.

Определение 9. Бесповторной ДНФ (БДНФ) называется такая ДНФ, в которой все буквы имеют разные номера. Буквы x_i и x'_i имеют один и тот же номер, поэтому они не могут одновременно входить в БДНФ.

Определение 10. Бесповторной формой ФАЛ называется такая форма, в которой все буквы имеют разные номера. Частным случаем бесповторной формы ФАЛ является БДНФ. Например, функция

$$f(x_1, \dots, x_8) = x_1(x_2 \vee x_3 \vee x'_4) \vee x_5(x_6 \vee x_7x'_8)$$

записана в бесповторной форме, так как все буквы имеют разные номера.

Функции алгебры логики могут быть представлены в табличной форме, в виде аналитической записи в строку, а также в виде логических матриц. В частности, логические матрицы конъюнкции для записи логических уравнений представляются в виде логических символов в строке, а дизъюнкции — их расположением в столбце.

К логическим матрицам применимы все преобразования алгебры логики. Так, переместительный закон конъюнкции допускает перестановку логических символов в строке, а переместительный закон дизъюнкции — в столбце.

Пусть функции алгебры логики имеют вид

$$\begin{aligned} f(x_1, \dots, x_8) = \\ = \{ \{ x_1 \wedge x_3 \wedge [x_5 \vee (x_4 \wedge x_6 \wedge x_8)] \} \vee \{ x_2 \wedge x_4 \wedge [x_6 \wedge (x_3 \wedge x_5 \wedge x'_8)] \} \} \wedge x_7. \end{aligned} \quad (3.1)$$

В матричной форме (3.1) может быть представлено в виде

$$f(x_1, \dots, x_8) = \left| \begin{array}{c|c} x_1 x_3 & x_5 \\ \hline x_4 x_6 x_8 & \\ \hline x_2 x_4 & x_6 \\ x_3 x_5 x_8 & \end{array} \right| x_7 = \left| \begin{array}{c} x_1 x_3 x_5 x_7 \\ x_1 x_3 x_4 x_6 x_7 x_8 \\ x_2 x_4 x_6 \\ x_2 x_3 x_4 x_5 x_7 x_8 \end{array} \right|. \quad (3.2)$$

Вторая матрица (3.2) записана в ДНФ.

При приведении к нормальной форме логические матрицы упрощаются. Например, используя распределительный закон конъюнкции, получаем выражение

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge (x_2 \vee x_3) = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) = \left| x_1 \right| \left| \begin{array}{c} x_2 \\ x_3 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} x_1 x_2 \\ x_1 x_3 \end{array} \right|. \quad (3.3)$$

Применяя закон инверсии, находим

$$[(x_1 \wedge x_2) \vee (x_3 \wedge x_4)]' = (x_1' \vee x_2') \wedge (x_3' \vee x_4') = \left| \begin{array}{c} x_1 x_2 \\ x_3 x_4 \end{array} \right|' = \left| \begin{array}{c} x_1' \\ x_2' \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} x_3' \\ x_4' \end{array} \right|. \quad (3.4)$$

Как видно из формулы (3.4), инверсия логических матриц осуществляется заменой конъюнктивных связей логических символов в строке на дизъюнктивные связи отрицания этих символов, располагаемых в столбце, а дизъюнктивных связей между строками — на конъюнктивные связи между столбцами, образованными из этих строк.

Подробнее с элементами математической логики можно ознакомиться, прочитав [26].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Назовите основные логические связи.
2. Каким знаком обозначается связка конъюнкция, и что она означает?
3. Каким знаком обозначается связка дизъюнкция, и что она означает?
4. Каким знаком обозначается связка импликация, и что она означает?
5. Каким знаком обозначается связка эквиваленция, и что она означает?
6. В чем состоит основная задача алгебры высказываний?
7. Назовите основные логические операции.
8. В чем заключается операция поглощения?
9. В чем заключается операция склеивания?

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ

4.1. О ТОЧНОСТИ И ДОСТОВЕРНОСТИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ

На практике не всегда оказывается возможным (из-за ограничений временного или экономического характера) произвести статистическую оценку (по опытными данным) того или иного объекта с необходимой точностью и достоверностью. Под точностью количественного показателя надежности будем понимать ширину доверительного интервала, накрывающего данный показатель, а под достоверностью — доверительную вероятность этого результата. Особенно часто такая ситуация возникает при оценке надежности сложных систем или исключительно надежных объектов. В этом случае количественные показатели надежности должны определяться не прямо, а косвенно: через показатели надежности тех объектов, которые можно и нужно испытывать. Отличие между принципиальной возможностью количественной оценки надежности и практической невозможностью ее получения как раз и устанавливается этой конкретной величиной точности и достоверности, которые будут признаны необходимыми для данного объекта.

Данную мысль поясним на примере количественной характеристики надежности.

Чтобы сравнить между собой отказы различных объектов по степени их возможности, нужно связать с отказом определенное число, которое тем больше, чем более возможен отказ. Таким числом является

неработоспособность $Q(t)$ — численная мера степени объективной возможности отказа объекта за время $[0, t]$.

Понятие вероятности отказа в самой своей основе связано с понятием относительной частоты отказов.

Относительной частотой отказов $Q^*(t)$ в данной серии опытов называется отношение числа опытов, в которых наблюдались отказы $n(t)$, к общему числу проведенных опытов m :

$$Q^*(t) = \frac{n(t)}{m}.$$

При небольшом числе опытов m относительная частота отказов носит в значительной мере случайный характер и может заметно изменяться от одной группы опытов к другой. Однако при увеличении числа опытов относительная частота отказов теряет свой случайный характер и проявляет тенденцию стабилизироваться, приближаясь к некоторой величине. Естественно предположить, что эта величина и есть вероятность отказа. На практике относительная величина отказов при достаточно большом числе опытов принимается за приближенное значение вероятности отказа.

Достоверность и объективная ценность всех практических расчетов надежности, выполненных с применением аппарата теории

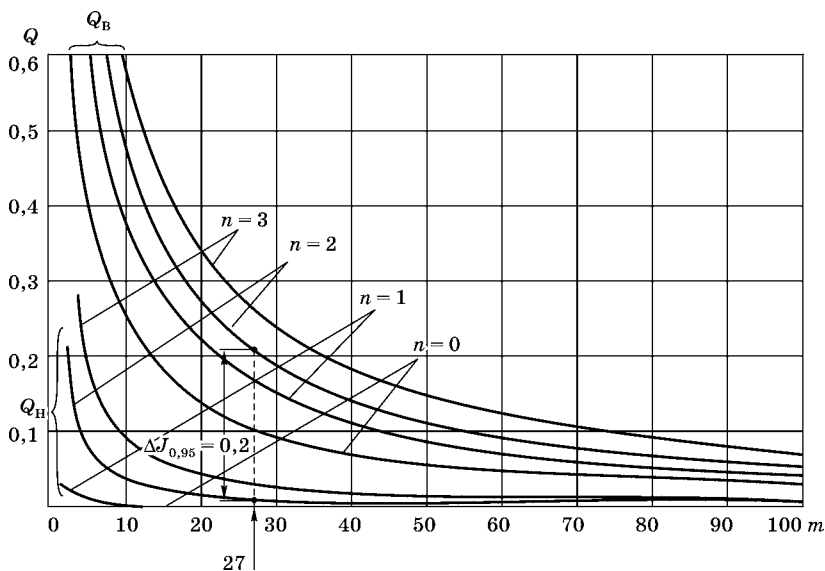


Рис. 4.1
Доверительные пределы для вероятности отказа Q

вероятностей, определяется качеством и количеством экспериментальных данных, на базе которых выполняется расчет.

Как отмечено, при небольшом числе опытов m относительная частота отказов оказывается распределенной по биномиальному закону. Пользуясь методом доверительных интервалов, можно оценить число опытов m , при котором с доверительной вероятностью δ_2 можно ожидать, что ошибка от замены вероятности отказа относительной частотой отказа не превзойдет заданного значения.

На рис. 4.1 построены верхние Q_B и нижние Q_H доверительные пределы для вероятности отказа Q (с коэффициентом доверия $\delta_2 = 0,95$) при числе отказов n и числе наблюдаемых объектов m .

Из рис. 4.1 следует, что понятие большого числа является относительным. Оно определяется заданной точностью (т. е. шириной доверительного интервала $\Delta J_{\delta_2} = Q_B - Q_H$), числом наблюдаемых отказов n и коэффициентом доверия δ_2 . Минимально допустимые значения для m при фиксированных значениях ΔJ_{δ_2} , n , δ_2 приведены в табл. 4.1.

Т а б л и ц а 4.1 $\Delta J_{0,95} = Q_B - Q_H$

Минимально допустимое число наблюдаемых объектов m , которое можно считать практически большим

n	$\Delta J_{0,95} = 0,20$	$\Delta J_{0,95} = 0,10$	$\Delta J_{0,95} = 0,05$
0	14	29	58
1	21	45	90
2	27	57	113
3	31	67	150

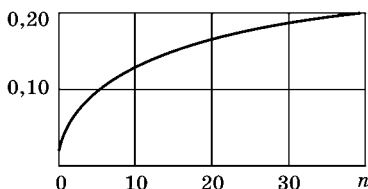


Рис. 4.2

График изменения ширины доверительного интервала

На рис. 4.2 показан график изменения ширины доверительного интервала $\Delta J_{0,95}$ от числа наблюдаемых отказов n при $\delta_2 = 0,95$ и $m = 100$.

На основе вышеизложенного можно считать:

- необходимое количество опытов для определения частоты отказов является конечным;
- конечное число наблюдаемых отказов n не затрудняет, а облегчает оценку вероятности отказа;
- для снижения числа опытов m до приемлемой величины не следует стремиться к необоснованно высокой точности и слишком большой доверительной вероятности.

При ширине доверительного интервала 0,10 и $\delta_2 = 0,95$ $n \leq 100$.

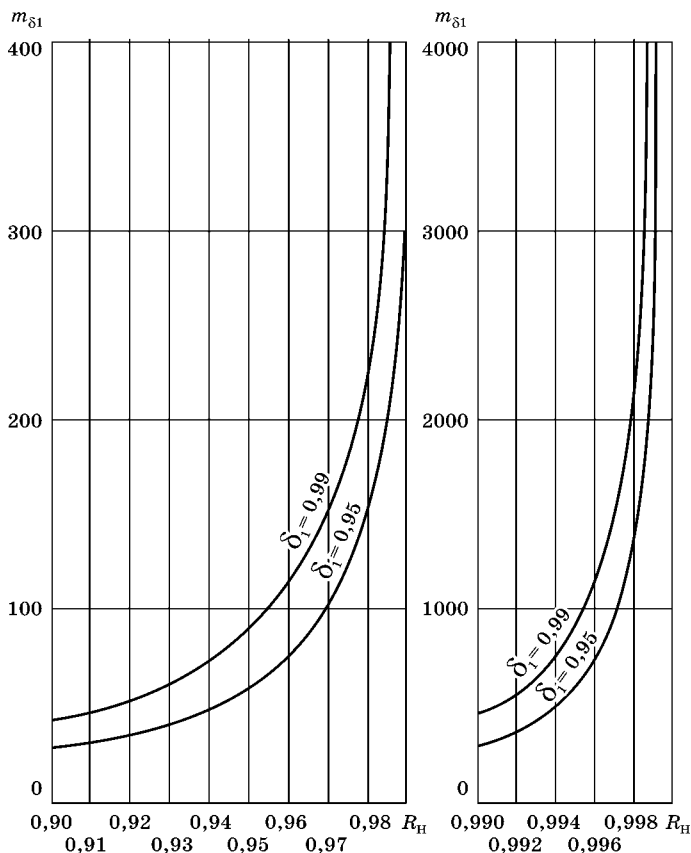


Рис. 4.3

Графики минимального числа наблюдений m_{δ_1} в зависимости от нижней границы доверительной вероятности безотказной работы объекта R_H для двух значений коэффициента доверия δ_1

Практические затруднения с количественной оценкой надежности реально возникают в тех случаях, когда объект действительно имеет очень высокую надежность. На рис. 4.3 представлены графики зависимости минимального количества наблюдений m_{δ_1} от нижней границы доверительной вероятности безотказной работы объекта R_H : $m_{\delta_1} = f(R_H)$ для $\delta_1 = 0,95$ и $\delta_1 = 0,99$.

Видно, как быстро возрастает число необходимых наблюдений с увеличением надежности контролируемого объекта.

Итак, чем надежнее объект, тем труднее становится статистическая проверка гарантированного уровня надежности R_H . Так,

например, на космическом корабле «Аполлон-8» для проверки надежности пуска двигателей последние пришлось в наземных условиях запускать 3000 раз, что гарантирует с достоверностью в 95% безотказную их работу не ниже 0,999.

В настоящее время для получения достоверных показателей надежности объекта используются два способа:

1. По результатам специальных испытаний на надежность. Эти мероприятия проводятся научно-производственным предприятием-изготовителем, и анализ собранной информации позволяет определить причины отказов изделий. На основании полученной информации о причинах отказов производится прогнозирование и нормирование надежности, оптимизация норм расхода запасных частей. Результаты оценки и анализа надежности отражаются в нормативно-технической документации предприятия-изготовителя. Данные об отказах изготовитель получает из двух источников: результатов стендовых испытаний и результатов наблюдения за изменением в ходе эксплуатации.

2. По результатам работы объектов в реальных условиях эксплуатации. Предприятие-потребитель сообщает в донесениях изготовителю об отказах изделий. Донесение заполняется в соответствии с ГОСТ 20307-81. В нем регистрируется причина отказа изделия.

Оба способа имеют достоинства и недостатки. Например, проведение испытаний на надежность связано с большими трудностями имитации внешних условий, в которых придется работать испытываемым объектам в реальной обстановке, а также с большой стоимостью и длительностью этих испытаний, зачастую — и с прямой невозможностью их проведения по различным причинам. В основном проведение таких испытаний (после их организации) зависит от экспериментаторов.

При втором способе, напротив, стоимость работ, связанных с оценкой надежности эксплуатируемого оборудования, минимальна (в основном это затраты на сбор и обработку статистических данных), никакой имитации внешних условий не требуется, длительность наблюдения и массив статистических данных целиком определяются продолжительностью всего процесса эксплуатации и общим количеством действующих объектов. Основные проблемы обусловлены тем, что процесс эксплуатации не зависит от наблюдателя, который должен суметь извлечь объективную информацию о надежности объекта из записей, выполненных большим числом наблюдателей. Кроме того, таким способом можно оценить надежность только готового объекта.

Итак, для всесторонней и объективной оценки показателей надежности объектов необходимо сочетать оба указанных способа, чтобы компенсировать свойственные им недостатки. Показатели, по которым устанавливается количественная оценка надежности, принято делить на четыре группы:

- показатели, характеризующие безотказность;
- показатели, характеризующие долговечность;
- показатели, характеризующие сохраняемость и ремонтпригодность;
- комплексные показатели, характеризующие безотказность и ремонтпригодность.

После определения показателей надежности и выбора критериев ее оценки следует организовать испытания. По назначению испытания на надежность бывают стендовыми, квалификационными приемо-единичными, периодическими и типовыми.

Стендовые испытания проводятся на предприятиях-изготовителях или в специальных лабораторных центрах. Они дают возможность получить информацию о недостатках конструкции, технологии, которая используется для повышения надежности изделий.

Квалификационные испытания включают проверку соответствия ЭА всем требованиям технических условий на конкретные серии и типы.

Типовые испытания должны проводиться при изменении конструкции, технологии, применяемых материалов, если эти изменения могут оказать влияние на качество аппаратов.

При оценке показателей надежности объектов по результатам их работы в реальных условиях необходимо учитывать следующее:

- поток отказов объектов при эксплуатации является нестационарным;
- число объектов наблюдения за время эксплуатации может изменяться (в связи с ограниченным числом объектов наблюдения);
- по эксплуатационным документам для большей части объектов можно установить лишь общее число отказов за определенный период, но не промежутки времени между отказами;
- почти все элементы объектов при отказе либо ремонтируются, либо заменяются новыми;
- при отказе некоторых объектов вместе с ними по техническим причинам иногда снимаются и исправные элементы, проработавшие значительный срок;
- у целого ряда элементов объектов отказы могут возникнуть как при работе, так и в нерабочем состоянии.

Сформулируем некоторые общие принципы подхода к работе со статистическим материалом:

- тщательный анализ собранного материала;
- при использовании дополнительного материала из различных источников необходимо проверить однородность объединяемых выборок;
- при одной и той же точности и достоверности для оценки какой-либо фиксированной вероятности (например, $Q(t_1)$, $R(t_1)$) требуется значительно меньший объем информации, чем для оценки любой из функций, характеризующих надежность в интервале времени $[0, t_1]$;
- если данных достаточно, то прежде всего целесообразно определить характер изменения интенсивности потока отказов $\omega(t)$ или интенсивности отказов $\lambda(t)$, в том числе проверить гипотезу о стационарности потока отказов;
- стремление в первую очередь оценить среднюю наработку на отказ, не зная характера функций надежности, малообоснованно, так как может привести к неверным заключениям, особенно при выборке малого объема;
- объективная оценка надежности на практике может быть получена лишь при комбинации расчетных методов и методик со специфическими особенностями работы объектов.

4.2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ПОКАЗАТЕЛЯМИ НАДЕЖНОСТИ

Между основными показателями надежности существуют аналитические зависимости. Приведем некоторые из них.

Зависимость между вероятностью безотказной работы и средней наработкой до отказа определяется по выражению (1.13):

$$T_{\text{cp}} = \int_0^{\infty} t f(t) dt.$$

Так как $f(t) = Q'(t)$ и $Q(t) = 1 - P(t)$, то, выполнив интегрирование по частям, получим

$$T_{\text{cp}} = \int_0^{\infty} t P(t) dt = -t P(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(t) dt.$$

Учитывая, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t P(t) = 0 \text{ и } P(0) = 1,$$

имеем

$$T_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} P(t) dt, \quad (4.1)$$

т. е. средняя наработка до отказа равна площади под кривой вероятности безотказной работы объекта.

Связь между вероятностью безотказной работы и интенсивностью отказов. Число объектов, которые будут исправно работать к моменту времени t , в среднем

$$N(t) = N_0 P(t),$$

где N_0 — число объектов, поставленных на испытания. К моменту $t + \Delta t$ их число составит

$$N(t + \Delta t) = N_0 P(t + \Delta t).$$

Тогда число отказавших объектов $\Delta n(\Delta t)$ определяется как разность:

$$\Delta n(\Delta t) = N(t) - N(t + \Delta t) = N_0 [P(t) - P(t + \Delta t)].$$

Подставив значения $\Delta n(\Delta t)$ в выражение (1.18), получим

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N(t)\Delta t} = \frac{N_0 [P(t) - P(t + \Delta t)]}{N_0 P(t)\Delta t}.$$

Устремив $\Delta t \rightarrow 0$ и переходя к пределу, получим

$$\lambda(t) = \frac{P'(t)}{P(t)} = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (4.2)$$

После интегрирования выражения (4.2) имеем

$$\int_0^t \lambda(\tau) d\tau = -\ln P(t)$$

или

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau}. \quad (4.3)$$

Связь между вероятностью безотказной работы, интенсивностью отказов и средней наработкой до отказа. Среднюю наработку до отказа можно вычислить через интенсивность отказов. Подставив в выражение (4.1) значение (4.3), получаем

$$T_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\int_0^t \lambda(\tau) d\tau \right\} dt. \quad (4.4)$$

Для нормального периода эксплуатации $\lambda(t) \approx \text{const}$, поэтому

$$T_{\text{ср}\lambda=\text{const}} = \int_0^{\infty} \exp\{-\lambda t\} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (4.5)$$

Таким образом, при постоянной интенсивности отказов объекта его средняя наработка до отказа есть величина, обратная интенсивности отказов. В этом случае ВБР можно записать в виде

$$P(t) = \exp(-\lambda t) = \exp\left(-\frac{t}{T_{\text{ср}}}\right). \quad (4.6)$$

Плотность вероятности $f(t)$ при этом связана с интенсивностью отказов следующим образом:

$$f(t) = \lambda(t)P(t) = \lambda(t)\exp\left(-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau\right) = \lambda \exp(-\lambda t). \quad (4.7)$$

Зависимость между плотностью вероятности времени безотказной работы и параметром потока отказов. Пусть в момент $t = 0$ на испытании находится N_0 объектов. По мере выхода из строя отказавшие объекты заменяются новыми (выборка с возмещением), если объекты невосстанавливаемые. Тогда параметр потока отказов $\omega(t)$ определяется по выражению (1.21). Среднее число отказавших объектов $n_1(t)$ в любой интервал времени от t до $t + \Delta t$ пропорционально значению $\omega(t)$, длине интервала времени Δt и числу испытываемых объектов N_0 , т. е.

$$n_1(t) = \omega(t)N_0\Delta t.$$

Число отказавших объектов $\Delta n_1(\Delta t)$ можно представить в виде суммы

$$n_1(\Delta t) = n(t) + m(t),$$

где $n(t)$ — число отказавших объектов из числа тех объектов, которые были поставлены на испытания первоначально; $m(t)$ — число отказавших объектов из числа замененных в процессе испытаний за время от 0 до t ,

$$n(t) = f(t)N_0\Delta t.$$

Для определения $m(t)$ выберем некоторый промежуток времени от τ до $\tau + \Delta\tau$, предшествующий t . В этот промежуток времени откажет $\omega(\tau)N_0\Delta\tau$ объектов. Очевидно, что столько же объектов будет заменено новыми. Из этих замененных элементов на интервале времени от t до $t + \Delta t$ откажет $[\omega(\tau)N_0\Delta\tau]f(t - \tau)\Delta t$ объектов.

Для определения $m(t)$ необходимо провести суммирование по всем интервалам времени, предшествующим t :

$$m(t) = N_0 \Delta t \int_0^t \omega(\tau) f(t - \tau) d\tau,$$

тогда

$$n_1(t) = n(t) + m(t) = f(t) N_0 \Delta t + N_0 \Delta t \int_0^t \omega(\tau) f(t - \tau) d\tau = \omega(t) N_0 \Delta t$$

или

$$\omega(t) = f(t) + \int_0^t \omega(\tau) f(t - \tau) d\tau. \quad (4.8)$$

Полученное уравнение известно под названием **уравнения Вольтерра**. Решение уравнения демонстрирует (независимо от вида функции $f(t)$, т. е. независимо от закона распределения времени безотказной работы), что параметр потока отказов объектов стремится к постоянной величине — обратной средней наработке на отказ, т. е. справедливо выражение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \frac{1}{T_0}.$$

Связь между вероятностью восстановления и интенсивностью восстановления. Рассмотрим условную вероятность $P_B(t/\tau)$ того, что восстановление работоспособности объекта произойдет на интервале времени t , следующем за интервалом τ после отказа, на котором еще не удалось восстановить работоспособность объекта

$$P_B\left(\frac{t}{\tau}\right) = \frac{P_B(\tau + t) - P_B(\tau)}{1 - P_B(\tau)}. \quad (4.9)$$

Предел отношения $P_B(t/\tau)$ при $t \rightarrow 0$ есть не что иное, как дифференциальная плотность вероятности восстановления $\mu(\tau)$ в момент τ при условии, что объект не был восстановлен до момента τ

$$\mu(\tau) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{P_B(t/\tau)}{t} = \frac{P'_B(\tau)}{1 - P_B(\tau)} = \frac{f'_B(\tau)}{1 - P_B(\tau)}, \quad \tau > 0. \quad (4.10)$$

Представляя (4.10) в виде

$$\mu(\tau) = -\frac{d}{d\tau} \ln[1 - P_B(\tau)]$$

и учитывая, что $P_B(0) = 0$, получаем аналогично формуле (4.3)

$$P_B(t) = 1 - \exp\left[-\int_0^t \mu(\tau) d\tau\right]. \quad (4.11)$$

Средний ресурс, т. е. средняя наработка до предельного состояния, характеризует долговечность ЭА, среднее время восстановления — его ремонтоспособность.

4.3.

СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

В теории надежности приходится иметь дело с двумя классами случайных величин — дискретными и непрерывными. Примеры дискретных случайных величин: число отказов или число восстановлений объекта за заданное время. Примеры непрерывных случайных величин: наработка объекта до отказа, наработка объекта между двумя отказами, время восстановления, ресурс. В соответствии с этим рассмотрим два класса распределений: дискретные и непрерывные.

Центральным понятием теории надежности является понятие «отказ», заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта. Хотя сам факт отказа объекта — явление детерминированное, но неполнота сведений об объекте и протекающих в нем и окружающей среде процессов приводят к вероятному характеру отказов, т. е. отказ объекта может быть вызван разными причинами и иметь различные особенности (см. раздел 1.3). Так как время появления отказа — величина случайная, вероятность этого события может быть вычислена с помощью разнообразных подходов. Наиболее обоснованным из них является применение в теории надежности методов теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов. Поэтому здесь целесообразно повторить основные положения этих математических методов.

Нарушение условия функционирования ЭА является случайным событием, оно возникает как результат большого числа других событий в системе, и естественно, может произойти или нет. Событие, которое обязательно произойдет, называется достоверным, а которое не может произойти — невозможным.

При расчете надежности ЭА необходимо уметь интерпретировать комбинации событий.

Пусть A — некоторое событие. Противоположное ему событие обозначается $\bar{A}$. События A и B называются несовместимыми, если наступление одного из них исключает появления другого, т. е. $AB = \phi$ (ϕ — пустое множество).

Если два независимых события A и B возникают одновременно, т. е. появление одного из них непременно будет вызывать появление другого, то их называют совместными ($AB \neq \phi$).

Допустим, что из n испытуемых аппаратов только m благоприятствуют событию A . Отношение $m/n = P(A)$ называется вероят-

ностью события A . $P(A)$ — безразмерная величина, она служит «мерой случайности» событий и обладает следующими свойствами:

- 1) если A — достоверное событие, то $P(A) = 1$;
- 2) если A — невозможное событие, то $P(A) = 0$;
- 3) если A и B являются несовместимыми событиями, то $P(A + B) = P(A) + P(B)$ или $P(AB) = 0$;
- 4) если A и B — совместные события, то $P(AB) = P(A)P(B)$;
- 5) если A и $\bar{A}$, то $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

Вероятность совместного появления двух событий A и B равна вероятности одного из них, умноженной на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие наступило. Примером наступления взаимосвязанных и совместных событий можно назвать возникновение большой зоны выброса ионизированных газов из ЭА, что приводит к образованию электрической дуги между линиями силовой цепи.

К случайным событиям, характеризующим надежность ЭА, следует отнести: отказ работоспособности; полный отказ работоспособности; ложное срабатывание; резервирование и т. д.

Отказ работоспособности — событие, заключающееся в переходе объекта с одного уровня работоспособности на другой, более низкий. Уровень работоспособности определяется заданными перечнем и объемом функции, который ЭА способен выполнять.

Полный отказ работоспособности — неработоспособное состояние.

Ложное срабатывание — срабатывание аппарата при отсутствии требования срабатывания данного и других изделий системы.

Резервирование — наличие резервных элементов, которые включаются только после автоматического отключения отказавших элементов. Так продлевается работоспособность системы.

Количественной оценкой случайного события является *случайная величина*, принимающая в результате опыта то или иное значение. Между случайной величиной и случайным событием существует тесная связь. За случайную величину можно принять число однородных случайных событий за определенный промежуток времени. Случайные величины имеют численное значение и подчиняются тем или иным объективным закономерностям. Основой для их изучения является статистический материал и методы теории вероятностей.

К случайным величинам в аппаратостроении относятся: наработка до отказа, время отказной работы, износостойкость и т. д.

Случайной величиной на вероятном пространстве $\{\Omega, \sigma, P\}$ называется измеримая функция $\xi(\omega)$, определенная на Ω , т. е. некоторая функция элементарного события $\xi(\omega)$.

Вероятностным пространством (полем вероятностей) $\{\Omega, \sigma, P\}$ называется совокупность трех объектов — пространства элементарных событий Ω , σ -алгебры событий и вероятной меры $P(A)$.

Пространство элементарных событий Ω — произвольное множество, элементы которого (элементарные события) будем обозначать буквой ω . Событие E называется элементарным, если для всякого события A случайного эксперимента оно влечет либо A , либо $\bar{A}$. Непустое множество событий, которое удовлетворяет условиям:

1) если $A \in \Omega$, то $\bar{A} \in \Omega$;

2) если $A, B \in \Omega$, то $A \cup B \in \Omega$,

называется алгеброй событий.

Если алгебра событий такова, что с каждой бесконечной последовательностью событий A_n она содержит и сумму событий

$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$, и произведение событий $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$, то такая алгебра называется σ -алгеброй. Событие $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ состоит в том, что из последовательно-

сти событий A_n происходит, по крайней мере, одно, а событие $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ — в том, что происходят все события A_n одновременно. Ме-

рой на σ -алгебре подмножеств Ψ называется неотрицательная счетно-аддитивная функция $P(A)$ множества, т. е. такая функция, для которой

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) \quad (4.12)$$

для всякой последовательности попарно непересекающихся мно-

жеств A_n из Ψ . Другими словами, числовая функция $P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right)$,

определенная на Ψ и обладающая свойствами (1.1) и $P(A) \geq 0, P(\Omega) = 1$ для произвольной последовательности попарно несовместимых событий $A_n, 1, 2, \dots (A_n \cap A_r = \emptyset \text{ при } n \neq r, A_n \in \Psi)$, называется вероят-

ностью. Следовательно, функция $P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right)$ является мерой, за-

данной на Ψ и удовлетворяющей условию нормировки $P(\Omega) = 1$ (вероятностной мерой). Пара объектов — некоторое множество Ω и некоторая σ -алгебра его подмножеств Ψ — называется измеримым

пространством $\{\Omega, \Psi\}$. Таким образом, вероятностное пространство — это измеримое пространство с нормированной мерой на нем.

Случайная величина полностью определена, если известен исход эксперимента ω . Обычно случайные величины обозначают ξ вместо $\xi(\omega)$, не указывая на зависимость от элементарного события.

Исчерпывающей *характеристикой случайной величины* является ее функция распределения. Для задания распределения величины ξ достаточно задать функцию

$$F_{\xi}(x) = P_{\xi}\{-\infty, x\} = P\{\xi < x\}, \quad (4.13)$$

которая называется функцией распределения величины ξ и является одномерной функцией распределения. Иначе $F_{\xi}(x)$ называют интегральным законом распределения. Если ξ — дискретная величина, для которой $P\{\xi = x_i\} = p_i$, то

$$F_{\xi}(x) = \sum_{x_i < x} p_i = \sum_i p_i \varepsilon(x - x_i),$$

где $\varepsilon(x) = 1$, если $x > 0$; $\varepsilon(x) = 0$, если $x < 0$. Говорят, что ξ имеет непрерывное распределение, если $F_{\xi}(x)$ — непрерывная функция. Величина ξ имеет непрерывное распределение, если существует такая функция $F_{\xi}(x)$, что

$$F_{\xi}(x) = \int_{-\infty}^x f_{\xi}(t) dt. \quad (4.14)$$

Функция $f_{\xi}(x)$, удовлетворяющая соотношению (4.14), называется плотностью распределения величины ξ . Плотность $f_{\xi}(x)$ удовлетворяет следующим очевидным условиям:

$$f_{\xi}(x) \geq 0; \quad f_{\xi}(-\infty) = f_{\xi}(+\infty) = 0, \quad (4.15)$$

$$P_{\xi}(\xi_1 \leq x \leq \xi_2) = \int_{\xi_1}^{\xi_2} f_{\xi}(x) dx. \quad (4.16)$$

В частности, интенсивность отказов ЭА $\lambda(t)$ в течение эксплуатации является плотностью распределения вероятностей. Тогда среднее время безотказной работы (средняя наработка до отказа) $t_0 = 1/\lambda$.

Пользуясь понятием функции распределения и плотности вероятности, можно дать определение непрерывной случайной величины.

Случайная величина называется **непрерывной**, если ее функция распределения непрерывна на всей числовой оси, а плотность распределения существует и непрерывна всюду.

Для дискретной случайной величины закон распределения удобно записать в виде таблицы

Случайные величины	x_1	x_2	—	x_n	—
Вероятности	P_1	P_2	—	P_n	—

Иногда удобно изображать закон распределения графически. На дискретной системе координат по оси абсцисс откладываем значения случайной величины, по оси ординат — соответствующее ей значение вероятности. Соединяя точки, получаем ломаную кривую, которая называется *многоугольником распределения*.

Пример 1. Проводятся испытания 6 контакторов на коммутационную износостойкость. Вероятность отказа каждого контактора равновелика. Тогда закон распределения имеет вид

x_i	1	2	3	4	5	6
P_i	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

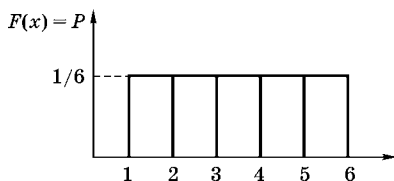


Рис. 4.4

Закон распределения вероятности отказа контактора

Графически закон распределения примет вид многоугольника (рис. 4.4).

Пример 2. Проводится испытание контактора постоянного тока на 150 А типа КМ2000. Коммутационная износостойкость главных контактов контактора должна быть не менее 100 000 операций вероятности отказа. Вероятность отказа через каждые 20 000 операций равна

x_i	1	2	3	4
P_i	0,2	0,4	0,6	0,8

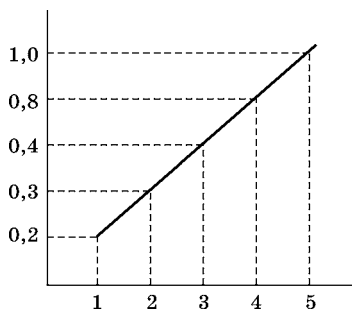


Рис. 4.5

Линейный закон распределения вероятности отказа контактора

Здесь $x_1 = 1$ — после 20 000; $x_2 = 2$ — после 40 000; x_i — позиция после каждой 20 000 и т. д.

Закон распределения имеет вид (рис. 4.5).

После 100 000 операций вероятности отказа считается, что происходит полный износ главных контактов, и контактор отключается.

Математическое ожидание случайной величины ξ (обозначается $M\xi$) есть предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M\xi = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{k}{n} P\left\{\frac{k}{n} \leq \xi < \frac{k+1}{n}\right\}, \quad (4.17)$$

где ξ_n — последовательность дискретных случайных величин, определяемых равенством $\xi = k/n$, если $k/n \leq \xi < (k+1)/n$; $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $n = 1, 2, \dots$. Очевидно, что $|\xi_n - \xi| \leq 1/n$.

Математическое ожидание удовлетворяет следующим свойствам:

- 1) $M(\xi_1 + \xi_2) = M(\xi_1) + M(\xi_2)$;
- 2) $M(\lambda\xi) = \lambda M\xi$ для всех λ ;
- 3) если $P(\xi_1 = \xi_2) = 1$, то $M(\xi_1) = M(\xi_2)$;
- 4) если $\xi \geq 0$, то $M\xi \geq 0$;
- 5) если $P\{\xi = c\} = 1$, то $M\xi = c$.

Для вычисления математического ожидания используются формулы

$$\left. \begin{aligned} M\xi &= \int_{-\infty}^{\infty} x dF_{\xi}(x) \quad \text{при} \quad \int_{-\infty}^{\infty} |x| dF_{\xi}(x) < \infty; \\ M\xi &= \int_{-\infty}^{\infty} x f_{\xi}(x) dx \quad \text{при} \quad \int_{-\infty}^{\infty} |x| f_{\xi}(x) dx < \infty \end{aligned} \right\} \quad (4.18)$$

при условии, что интеграл справа существует.

Моменты случайных величин служат для описания свойств плотности распределения случайной величины ξ . Они содержат меньше информации о случайной величине по сравнению с плотностью распределения, но часто более удобны при решении прикладных задач. Величина

$$M\xi^k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k dF_{\xi}(x), \quad k = 1, 2, \dots \quad (4.19)$$

называется k -м моментом величины ξ (если указанное математическое ожидание существует).

Часто величина $M\xi^k = m_{\xi}^k$ называется начальным моментом k -го порядка случайной величины ξ . При $k = 1$ начальный момент первого порядка m_{ξ} является математическим ожиданием непрерывной случайной величины ξ

$$m_{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} x f_{\xi}(x) dx. \quad (4.20)$$

Математическое ожидание m_ξ может быть оценено как статистическое среднее по ξ^i , $i = \overline{1, n}$ реализациям:

$$m_\xi^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi^i, \quad (4.21)$$

причем $\lim m_\xi^* = m_\xi$ при $n \rightarrow \infty$; k -й момент центрированной случайной величины $(\xi - M\xi)$ называется k -м центральным моментом

$$\mu_\xi^k = M\xi - M\xi^k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_\xi)^k dF_\xi(x). \quad (4.22)$$

Особую роль играет второй центральный момент $\mu_\xi^2 = D_\xi$, который называется дисперсией случайной величины ξ :

$$\begin{aligned} D_\xi &= M(\xi - M\xi)^2 = M\xi^2 - (M\xi)^2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_\xi)^2 dF_\xi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 dF_\xi(x) - \left[\int_{-\infty}^{\infty} x dF_\xi(x) \right]^2. \end{aligned}$$

Для непрерывных случайных величин

$$D_\xi = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_\xi)^2 f_\xi(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_\xi(x) dx - \left[\int_{-\infty}^{\infty} x f_\xi(x) dx \right]^2. \quad (4.23)$$

Статистически дисперсия по ξ^i , $i = \overline{1, n}$ реализациям рассчитывается по формуле

$$D_\xi^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi^i - m_\xi^*)^2, \quad (4.24)$$

причем $\lim D_\xi^* = D_\xi$ при $n \rightarrow \infty$.

Дисперсия характеризует рассеивание значений случайной величины ξ в окрестности ее математического ожидания. Наряду с дисперсией D_ξ в качестве меры рассеивания широко используется среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ (СКО)

$$\sigma = \sqrt{D_\xi}.$$

Отметим два обстоятельства:

- 1) D_ξ всегда определена, если определено $M\xi$;
- 2) если $D_\xi = 0$, то $P\{\xi = M\xi\} = 1$, т. е. в этом случае величина ξ с вероятностью 1 постоянна.

В дальнейшем для сокращения записи будем обозначать начальные и центральные моменты случайной величины ξ соответственно m_k и μ_k . Начальный и центральный моменты нулевого порядка $m_0 = \mu_0 = 1$.

Центральный момент третьего порядка

$$\mu_3 = M(\xi - M\xi)^3 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m\xi)^3 dF_\xi(x) \quad (4.25)$$

характеризует асимметрию кривой плотности распределения $f_\xi(x)$. Если $f_\xi(x)$ — симметричная непрерывная функция с осью симметрии, проходящей через m_ξ , то $\mu_3 = 0$. В этом случае также равны нулю и все другие нечетные центральные моменты случайной величины ξ .

Центральный момент четвертого порядка

$$\mu_4 = M(\xi - M\xi)^4 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m\xi)^4 dF_\xi(x) \quad (4.26)$$

характеризует эксцесс кривой плотности распределения $f_\xi(x)$.

Если случайная величина ξ непрерывна, то значения x , где плотность $f_\xi(x)$ достигает максимального значения, называются **модами**. Если мода единственна, то распределение случайной величины называют унимодальным, в противоположном случае — мультимодальным. Если ξ — дискретная случайная величина и $P(\xi = x) = p_i$, то ее модами называют те значения x_i , для которых

$$P(\xi = x) = \max p_i. \quad (4.27)$$

Медианой случайной величины ξ называется значение x' , для которого

$$F_\xi(x') \leq 0,5, \quad F_\xi(x' + 0) \geq 0,5. \quad (4.28)$$

Для случайных величин с непрерывным распределением медиана определяется как значение x' , для которого

$$\int_{-\infty}^{x'} f_\xi(x) dx = \int_{x'}^{\infty} f_\xi(x) dx = 0,5. \quad (4.29)$$

Квантиль порядка α , $\alpha \in (0, 1)$, есть значение x_α , для которого

$$F_\xi(x_\alpha) \leq \alpha, \quad F_\xi(x_\alpha + 0) \geq \alpha. \quad (4.30)$$

Если ξ — случайная величина с непрерывным распределением, то квантиль x_α порядка α определяется равенством $F_\xi(x_\alpha) = \alpha$. Медиана является квантилью порядка 0,5.

Условной вероятностью события A относительно события B , для которого $P(B) > 0$, называется величина

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}. \quad (4.31)$$

Формула умножения вероятностей:

$$P(A \cap B) = P\left(\frac{A}{B}\right)P(B) = P\left(\frac{B}{A}\right)P(A). \quad (4.32)$$

Общая формула умножения вероятностей:

$$P\left(\bigcap_{k=1}^n A_k\right) = P(A_1)P\left(\frac{A_2}{A_1}\right) \dots P\left(\frac{A_n}{A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}}\right). \quad (4.33)$$

Формула полной вероятности. Пусть $E_1, E_2, \dots, E_n$ — полная группа событий (предполагаем, что $P(E_i) > 0, i = \overline{1, n}$). Тогда для всякого события A

$$P(A) = \sum_{k=1}^n P\left(\frac{A}{E_k}\right)P(E_k).$$

Формула Байеса дает выражение для условных вероятностей одного из событий E_k полной группы $E_1, E_2, \dots, E_n$ при условии, что произошло событие A :

$$P\left(\frac{E_k}{A}\right) = \frac{P(A/E_k)P(E_k)}{\sum_{k=1}^n P(A/E_k)P(E_k)}. \quad (4.34)$$

Предположим, что событие A может происходить при гипотезе H_k , заключающейся в том, что произошло событие E_k с вероятностью $P(A/E_k)$, а $P(E_k)$ — вероятность гипотезы H_k .

Формула Байеса позволяет вычислить условную вероятность гипотезы H_k при условии, что произошло событие A , через вероятности гипотез и вероятности события A при различных гипотезах. Выражение

$$F_{\xi}\left(\frac{x}{A}\right) = \frac{P(\{\xi < x\} \cap A)}{P(A)} \quad (4.35)$$

называется условной функцией распределения величины ξ относительно события A . Она определена, если $P(A) > 0$.

Если $F_{\xi}(x/A)$ непрерывна и

$$F_{\xi}\left(\frac{x}{A}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi}\left(\frac{t}{A}\right) dt,$$

то $f_{\xi}(x/A)$ называется условной плотностью распределения величины ξ относительно события A . Условная функция распределения и условная плотность распределения обладают свойствами функции распределения и плотности распределения соответственно. Моменты, вычисленные по условной функции распределения,

называются условными моментами случайной величины ξ . В частности, выражение

$$M\left(\frac{\xi}{A}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_{\xi}\left(\frac{x}{A}\right), \quad (4.36)$$

если интеграл справа абсолютно сходится, называется условным математическим ожиданием величины ξ относительно события A .

Формула полного математического ожидания имеет вид

$$M\xi = \sum_{k=1}^n M\left(\frac{\xi}{E_k}\right) P(E_k), \quad (4.37)$$

где $E_1, E_2, \dots, E_n$ — полная группа событий; $P(E_k) > 0$, $k = \overline{1, n}$.

С помощью условных функций и плотности распределения можно установить стохастическую зависимость между составляющими случайного вектора $\vec{\xi}$.

Если вектор $\vec{\xi}$ состоит из m независимых составляющих $\{\xi_1, \dots, \xi_m\}$, то плотность распределения $f_{\vec{\xi}}(x)$ такого вектора равна произведению плотностей распределения его составляющих:

$$f_{\vec{\xi}}(x) = \prod_{i=1}^{i=m} f_{\xi}(x_i). \quad (4.38)$$

Используя формулы (4.32) и (4.38), нетрудно показать, что из независимости случайных величин следует их некоррелированность. Обратное утверждение в общем случае неверно. Иначе говоря, условие независимости случайных величин более сильное, чем условие некоррелированности.

Производящие функции. Пусть v — целочисленная неотрицательная случайная величина с распределением вероятностей

$$P(v = k) = P_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.39)$$

Производящей функцией распределения (4.39) случайной величины v называется ряд

$$p(z) = Mz^v = \sum_{k=0}^{\infty} z^k p_k, \quad |z| \leq 1. \quad (4.40)$$

Для группы n целочисленных неотрицательных величин $v_1, v_2, \dots, v_n$ совместная производящая функция определяется рядом

$$p(z_1, z_2, \dots, z_n) = Mz_1^{v_1} z_2^{v_2} \dots z_n^{v_n} = \sum_{k=0}^{\infty} z_1^{k_1} z_2^{k_2} \dots z_n^{k_n} p_{k_1 k_2 \dots k_n}, \quad k_1, k_2, \dots, k_n > 0,$$

где

$$p_{k_1 k_2 \dots k_n} = P\{v_1 = k_1, v_2 = k_2, \dots, v_n = k_n\}.$$

Распределение вероятностей (4.39) однозначно определяется своей производящей функцией

$$p_k = \frac{1}{k!} p^{(k)}(0); \quad p^{(k)}(0) = \frac{d^k}{dz^k} p(z) \Big|_{z=0}, \quad k \geq 0.$$

Математическое ожидание Mv выражается формулой

$$Mv = Q(1) = \sum_{k=0}^{\infty} q_k.$$

Факториальные моменты случайной величины $Mv^{[m]} = M[v(v-1)\dots(v-m+1)]$ вычисляются по формуле

$$Mv^{[m]} = \frac{d^m}{dz^m} p(z) \Big|_{z=1}, \quad m \geq 1.$$

В частности, математическое ожидание Mv и дисперсия Dv определяются формулами

$$Mv = p'(1); \quad Dv = p''(1) + p'(1) - [p'(1)]^2.$$

Преобразованием Лапласа $p(s)$ неотрицательной случайной величины ξ с функцией распределения вероятностей $P(x) = P(\xi < x)$ называется функция

$$p(\lambda) = M \exp(-\lambda \xi) = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda \xi) dP(x). \quad (4.41)$$

Если распределение $P(x)$ имеет плотность $u(x) = P'(x)$, то преобразование Лапласа:

$$p(\lambda) = M \exp(-\lambda \xi) = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda \xi) u(x) dx. \quad (4.42)$$

Преобразование Лапласа можно представить в виде ряда

$$p(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-\lambda)^k}{k!} m_k; \quad m_k = M \xi^k = \int_0^{\infty} x^k dP(x), \quad k \geq 1 \quad (4.43)$$

в любом интервале $0 \leq \lambda < \lambda_0$, в котором ряд сходится.

Преобразование Лапласа $p(\lambda)$ при вещественных $\lambda > 0$ имеет вероятностный смысл

$$p(\lambda) = P(\xi \leq \tau), \quad \lambda > 0, \quad (4.44)$$

где τ — случайная величина, не зависящая от ξ и имеющая показательное распределение с параметром λ :

$$P(\tau > 1) = \exp(-\lambda t), \quad (4.45)$$

при этом

$$M \exp(-s\tau) = \frac{\lambda}{\lambda + s}.$$

Выражение (4.44) интерпретируется следующим образом:

$$p(\lambda) = M \exp(-\lambda \xi).$$

При $\lambda > 0$ есть вероятность того, что интересующий нас момент (отказа, восстановления и т. д.) ξ происходит до момента остановки наблюдений τ , имеющего показательное распределение.

Преобразование Лапласа $P_{\xi+\eta}(\lambda)$ суммы $\xi + \eta$ двух независимых случайных величин равно произведению преобразований Лапласа слагаемых

$$P_{\xi+\eta}(\lambda) = P_{\xi}(\lambda)P_{\eta}(\lambda),$$

что равносильно равенству

$$M \exp(-\lambda(\xi + \eta)) = M \exp(-\lambda(\xi))M \exp(-\lambda(\eta)).$$

Преобразование Лапласа $p_{\eta}(\lambda)$ суммы

$$\eta = \sum_{k=1}^{k=v} \xi_k$$

независимых между собой и от v одинаково распределенных случайных величин ξ_k с преобразованием Лапласа $p(\lambda) = M \exp(-\lambda \xi_k)$ определяется суперпозицией функций $\phi(z)$ и $p(\lambda)$:

$$P_{\eta}(\lambda) = M \exp \left[-s \sum_{k=1}^{k=v} \xi_k \right] = \phi[p(\lambda)], \quad (4.46)$$

где v — целочисленная неотрицательная случайная величина с производящей функцией $\phi(z) = Mz^v$.

Понятие преобразования Лапласа естественным образом распространяется на многомерные распределения.

4.4. ДИСКРЕТНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Дискретные распределения случайных величин, используемые в теории надежности, приведены в табл. 4.2.

Случайная величина ξ имеет распределение Бернулли с параметром $p(0 < p < 1)$, если $P\{\xi = 1\} = p$, $P\{\xi = 0\} = 1 - p$. Это распределение играет фундаментальную роль в теории вероятностей и математической статистике, являясь моделью для любого случайного

Нормированная таблица Лапласа $\Phi(z)$

Распределение	Функция распределения $F(x)$	Характеристическая функция $\varphi(t)$	Моменты
Бернулли	$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 1-p, & 0 \leq x < 1; \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$	$1 + p(e^{it} - 1)$	$M\xi^k = p; \quad D\xi = p(1-p)$
Биномиальное	$F(x) = \begin{cases} \sum_{k=1}^n C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, & k = 0, n; \\ n \geq 1, \quad l \leq x < l+1; \\ 1, & x \geq n; \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$[1 + p(e^{it} - 1)]^n$	$M\xi = np; \quad M\xi^2 = np + n(n-1)p^2;$ $M\xi^2 = np(1-p)(1-2p); \quad M\xi^4 = 3n^2p^2(1-p^2) +$ $+ np(1-p)[1-6p(1-p)]; \quad D\xi = np(1-p);$ $\gamma = \frac{p}{\sqrt{np(1-p)}}; \quad \mu_{k+1} = p(1-p) \left[n^k \mu_{k-1} + \frac{d\mu_k}{dp} \right]$
Паскаля	$P(\xi = k) = C_{r+k-1}^k p^r (1-p)^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots$	$\left[\frac{p}{1-(1-p)e^{it}} \right]^r$	$M\xi = \frac{r(1-p)}{p}; \quad D\xi = \frac{r(1-p)}{p^2}$
Геометрическое	$P(\xi = k) = p(1-p)^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots$	$\frac{p}{1-(1-p)e^{it}}$	$M\xi = \frac{(1-p)}{p}; \quad D\xi = \frac{r(1-p)}{p^2}$
Гипергеометрическое	$P(\xi = k) = \frac{C_N^k C_{N-p}^{n-k} (1-p)}{C_N^n}, \quad k = 0, n$	$\frac{[N(1-p)]^n}{N[n]} \times$ $\times \sum_{i=0}^n \frac{[Np]^{[i]} n^{[i]} e^{it}}{[N(1-p) - n + i]^{[i]} i!}$	$M\xi = np; \quad D\xi = \frac{N-n}{N-1} np(1-p)$
Пуассона	$P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda},$ $k = 0, 1, 2, \dots, \lambda > 0$	$e^{\lambda(e^{it}-1)}$	$M\xi = \lambda; \quad M\xi^2 = \lambda^2 + \lambda; \quad D\xi = \lambda;$ $\mu_k = \lambda \sum_{i=0}^{k-2} C_{k-1}^i \mu_i; \quad \mu_{k+1} = k\lambda \mu_{k-1} + \lambda \frac{d\mu_k}{d\lambda}$
Логарифмическое	$P(\xi = k) = \frac{1}{\ln p} \frac{(1-p)^k}{k},$ $k = 0, 1, 2, \dots$	$1 - \frac{1}{\ln p} \left[1 - \frac{1-p}{p} \times \frac{t}{1!} \frac{1-p}{p} \frac{t^2}{2!} \dots \right]$	$M\xi = -\frac{1-p}{p \ln p}; \quad M\xi^2 = -\frac{1-p}{p^2 \ln p};$ $M\xi^3 = \frac{(1-p)(2-p)}{p^3 \ln p}; \quad D\xi = -\frac{1-p}{p^2 \ln p} \left[1 + \frac{1-p}{\ln p} \right]$
Вырожденное	$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a; \\ 1, & x \geq a \end{cases}$	e^{ita}	$M\xi^k = a^k; \quad D\xi = 0$

эксперимента, исходы которого принадлежат двум взаимно исключающим классам (либо отказ, либо работоспособное состояние объекта).

Случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с параметрами (n, p) , $(0 < p < 1; n \geq 1)$, если

$$P\{\xi = k\} = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}, \quad k = \overline{0, n}, \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad (4.47)$$

где P имеет смысл вероятности появления (или устранения) одного отказа в одном испытании; k — число отказов в n независимых испытаниях; C_n^k — число сочетаний k отказов из n испытаний.

Биномиальное распределение является моделью случайных экспериментов, состоящих из n независимых однородных испытаний Бернулли: если ξ_k , $k = \overline{1, n}$, независимы и имеют распределение Бернулли с параметром p , то случайная величина

$$\xi = \sum_{k=1}^n \xi_k$$

имеет биномиальное распределение. Если p таково, что $np(1-p) > 9$ и $1/(n+1) < p < n/(n+1)$, то можно пользоваться следующей приближенной формулой:

$$F(x) \approx \Phi\left(\frac{x + 0,5 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right).$$

Если при $np^{1,5} > 1,07$, то ошибка при использовании нормальной функции распределения вместо биномиальной не превосходит 0,05 при всех x . Если же p имеет одинаковый с $1/n$ порядок при больших n либо $p < 0,1$, можно использовать приближение распределением Пуассона

$$B_p(n, k) = P(\xi = k) \approx \frac{(np)^k}{k!} \exp(-np); \quad F(k) \approx \sum_{l=0}^k \frac{(np)^l}{l!} \exp(-np). \quad (4.48)$$

Математическое ожидание случайной величины k для биномиального распределения $M(k) = np$, дисперсия $D(k) = \sigma^2\{k\} = npq$, $q = 1 - p$, коэффициент вариации

$$v(k) = \frac{\sigma(k)}{M(k)} = \sqrt{\frac{q}{np}}.$$

Для упрощения вычислений вероятностей имеются готовые таблицы. Как видно из выражения (4.47), в биномиальный закон входят три параметра: постоянные n и p и переменная величина k . Поэтому таблицы содержат три входа и довольно громоздки.

Распределение Паскаля (отрицательное биномиальное распределение) с параметрами (r, p) при натуральном r описывает число испытаний в схеме Бернулли, необходимых для того, чтобы получить значение 1 ровно r раз. Пусть η — случайная величина, имеющая распределение Пуассона с параметром μ , т. е.

$$P(\eta = k) = \frac{\mu^k}{k!} \exp(-\mu).$$

Будем рассматривать μ как случайную величину, имеющую гамма-распределение с параметром $\lambda = p/(1-p)$ и $\alpha = r$. Тогда

$$P\{\eta = k\} = C_{r+k-1}^r p^r (1-p)^k. \quad (4.49)$$

В такой интерпретации распределение Паскаля имеет приложения к статистике отказов, к задачам медицины и биологии.

Важность **геометрического распределения** объясняется применением его к объектам и процессам с отсутствием последействия: для любых $m, n \geq 0$

$$P\left(\xi \geq m + \frac{n}{\xi} \geq m\right) = P(\xi \geq n). \quad (4.50)$$

Типичная схема, в которой появляется гипергеометрическое распределение, такова: проверяется партия готовой продукции, которая содержит Np годных и $N(1-p)$ негодных объектов. Случайным образом выбирают n объектов. Число годных объектов среди выбранных и описывается гипергеометрическим распределением. Если n мало по сравнению с N (практически когда $n < 0,1N$), то

$$\frac{C_{Np}^k C_{N(1-p)}^{n-k}}{C_N^n} \approx C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \quad (4.51)$$

Распределение Пуассона является приемлемой моделью для описания случайного числа отказов и восстановлений объектов в фиксированном промежутке времени. Если $np = a$, то

$$C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \rightarrow \frac{a^k}{k!} \exp(-a). \quad (4.52)$$

Для больших a имеет место приближение

$$P\{\xi < k\} \approx \Phi\left(\frac{k + 0,5 - a}{\sqrt{a}}\right), \quad (4.53)$$

где $\Phi(x)$ — нормальная $(0, 1)$ функция распределения.

Если ξ имеет распределение Пуассона с параметром a , то для больших a случайная величина $\sqrt{\xi}$ имеет распределение, близкое к нормальному с параметрами $(\sqrt{a}, 1/4)$. Для распределения

Пуассона имеем: математическое ожидание $M(k) = k_{\text{ср}} = a$, дисперсию $D(k) = \sigma^2(k) = a$ и коэффициент вариации $v(k) = 1/\sqrt{a}$. Распределение Пуассона безгранично делимо: если сумма независимых случайных величин распределена по закону Пуассона, то и каждое слагаемое распределено по этому закону.

Логарифмическое распределение является предельным для распределения Паскаля. Если η_r — случайная величина, имеющая распределение Паскаля с параметром (r, p) , то

$$\lim P\left\{\eta_r = \frac{k}{r} > 0\right\} = -\frac{(1-p)^k}{k \ln p}. \quad (4.54)$$

Логарифмическим называют также распределение случайной величины ξ , у которой

$$P\{\xi = k\} = \log_m(k+1) - \log_m k, \quad k = \overline{1, m-1}. \quad (4.55)$$

Вырожденное распределение описывает неслучайные величины. Верно обратное утверждение: если случайная величина ξ имеет конечное математическое ожидание и нулевую дисперсию, то $P\{\xi - \xi M\} = 1$.

4.5.

НЕПРЕРЫВНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Рассмотрим закон равномерного распределения непрерывных и дискретных случайных величин.

Пусть интенсивность отказов ЭА и оборудования $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$ в интервале (a, b) . Из свойств функции распределения вытекает $\int_a^b \lambda dt = 1$, откуда $\lambda = 1/(b-a)$. Поэтому плотность равномерного распределения задается формулой

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < t < a, \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a < t < b, \\ 0 & \text{при } b < t. \end{cases}$$

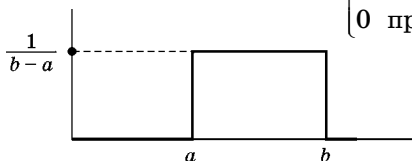


Рис. 4.6

Закон равномерного распределения
функции $F(t)$

При значении $t = a$ и $t = b$ функция $f(t)$ терпит разрыв (рис. 4.6).

Если $t < a$, то $F(t) = \int_a^b \lambda dt = 0$.

Для $a < t < b$

$$F(t) = \int_0^t \lambda dt = \int_0^a \lambda dt + \int_a^t \lambda dt = 0 + \int_a^t \frac{1}{b-a} dt = \frac{t-a}{b-a}.$$

Если $b < t$, то

$$F(t) = \int_0^t \lambda dt = \int_0^a \lambda dt + \int_a^b \lambda dt + \int_b^t \lambda dt = 0 + \int_a^b \frac{1}{b-a} dt + 0 = \frac{t-a}{b-a} \Big|_{t=a}^{t=b} = 1.$$

Таким образом, закон равномерного распределения задается формулой

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < t \leq a, \\ \frac{t-a}{b-a} & \text{при } a < t \leq b, \\ 1 & \text{при } b < t. \end{cases}$$

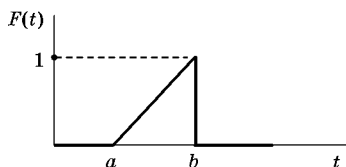


Рис. 4.7

Закон распределения функции $F(t)$

Графически он отображается рис.

4.7. Эта функция непрерывна всюду.

Непрерывные распределения случайных величин, которые нашли широкое применение в задачах теории надежности, приведены в табл. 4.3.

Нормальное (гауссовское) распределение. Случайная величина, значения которой зависят от суммарного воздействия числа различных факторов, каждый из которых, взятый в отдельности, влияет на величину сравнительно мало, будет подчиняться нормальному закону распределения. Для этого закона плотность вероятности $\varphi(t)$ задается формулой

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}} \exp \left[-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2} \right].$$

Наряду с приведенной в табл. 4.3 плотностью используется также следующий вид плотности нормального распределения:

$$f(x) = \frac{\rho}{\sqrt{\pi}E} \exp \left[-\frac{\rho(x-m)}{E^2} \right],$$

где $P = 0,4769$ является решением уравнения

$$\int_0^{\rho} \exp(-0,5x^2) dx = \sqrt{\pi}, \quad E = \rho\sqrt{2}\sigma,$$

определяется из соотношения

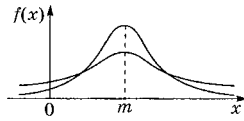
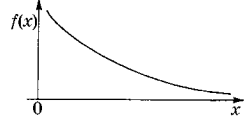
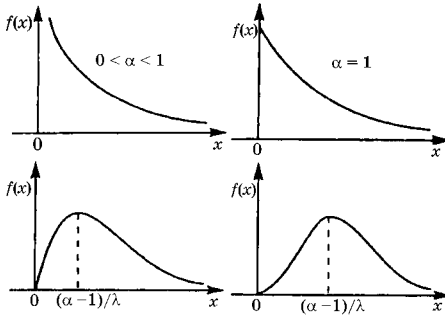
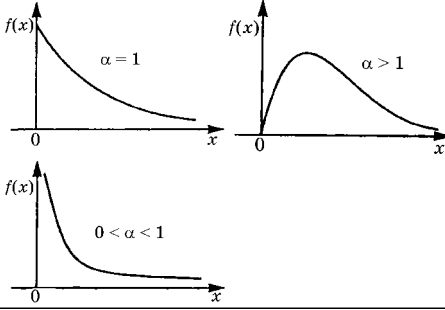
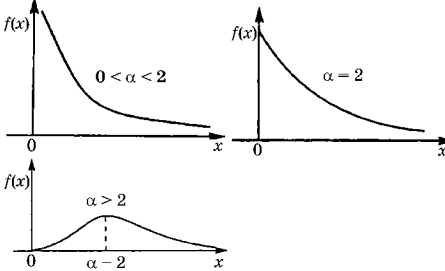
$$P\{|\xi - m| \leq E\} = P\{|\xi - m| > E\} = 0,5$$

и называется **срединным (или вероятностным) отклонением**.

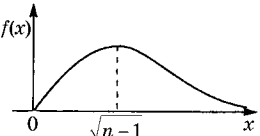
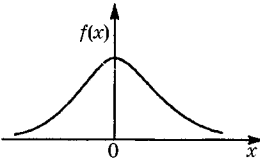
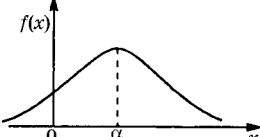
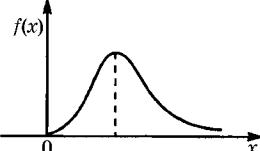
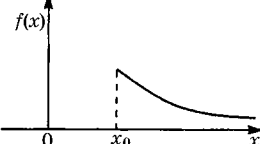
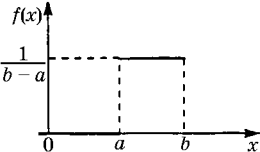
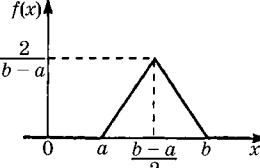
Непрерывные распределения случайных величин,

Распределение	Плотность распределения	Характеристическая функция	
Нормальное	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad x \in (-\infty, \infty)$	$\exp\left\{imt - \frac{t^2\sigma^2}{2}\right\}$	
Экспоненциальное	$\begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$\frac{\lambda}{\lambda - it}$	
Гамма-распределение	$\begin{cases} \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{(\alpha-1)} e^{-\lambda x}, & x > 0; \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$	$\left(1 - \frac{it}{\lambda}\right)^{-\alpha}$	
Вейбулла — Гнеденко	$\begin{cases} \alpha \lambda x^{\alpha-1} e^{-\lambda x^\alpha}, & x > 0; \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$	—	
χ^2 -распределение	$\begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{\alpha}{2}} \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} x^{\frac{\alpha}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0; \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$	$(1 - 2it)^{-\frac{\alpha}{2}}$	

используемые в задачах теории надежности

Моменты	Вид плотности распределения
$M\xi = m; \quad D\xi = \sigma^2; \quad \mu_{2k+1} = 0;$ $\mu_{2k} = 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2k-1)\sigma^{2k};$ $\mu_k = M(\xi - M\xi)^k$	
$M\xi^k = \frac{k}{\lambda^k}; \quad D\xi = \frac{1}{\lambda^2};$ медиана $\ln 2/\lambda; \quad \gamma_1 = 2; \quad \gamma_2 = 6$	
$M\xi^k = \frac{\alpha(\alpha+1) - (\alpha+k-1)}{\lambda^k};$ $D\xi = \frac{\alpha}{\lambda^2};$ Мода $\eta = \frac{\alpha-1}{\lambda}, \quad \alpha \geq 1;$ $\gamma_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha}}; \quad \gamma_2 = \frac{6}{\alpha}$	
$M\xi^k = \lambda^{-\frac{k}{\alpha}} \Gamma\left(\frac{k}{\alpha} + 1\right);$ $D\xi = \lambda^{-\frac{2}{\alpha}} \left\{ \frac{2}{\alpha} \Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right) - \frac{1}{\alpha^2} \left[\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) \right]^2 \right\}$	
$M\xi^k = \alpha(\alpha+2) - [\alpha+2(k-1)];$ $D\xi = 2\alpha; \quad \mu_3 = 8\alpha;$ $\mu_4 = 48\alpha + 12\alpha^2;$ $\gamma_1 = \sqrt{\frac{8}{\alpha}}; \quad \gamma_2 = \frac{12}{\alpha}$	

Распределение	Плотность распределения	Характеристическая функция	
χ -распределение	$\begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{\alpha}{2}-1}\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x^2}{2}}, & x > 0; \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$	$\frac{1}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(i\sqrt{2t})^k}{k!} \Gamma\left(\frac{\alpha+k}{2}\right)$	
Стьюдента (t -распределение)	$\frac{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)}{\sqrt{\alpha\pi}\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{\alpha}\right)^{-\frac{\alpha+1}{2}},$ $x \in (-\infty, \infty)$	$\frac{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)e^{-\sqrt{\alpha} t }}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)2^{2(\alpha-1)}(n-1)!} \times$ $\times \sum_{k=0}^{n-1} (2k)! C_{n-1+k}^{2k} (2\sqrt{\alpha} t)^{n-1+k},$ если $n = 0,5(\alpha + 1)$ — целое число	
Коши	$\frac{1}{\pi} \frac{\lambda}{\lambda^2 + (x - \alpha)}$	$e^{i\alpha t - \lambda t }$	
Логарифмически нормальное	$\begin{cases} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}\right], & x > 0; \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$	—	
Парето	$\begin{cases} \frac{\alpha}{x_0} \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\alpha-1}, & x > x_0; \\ 0, & x \leq x_0 \end{cases}$	—	
Равномерное	$\begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b]; \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}$	$\frac{e^{itb} - e^{ita}}{b-a} it$	
Треугольное (Симпсона)	$\begin{cases} \frac{2}{b-a} - \frac{2}{(b-a)^2} \times \\ \times -a+b-2x , & x \in [a, b]; \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}$	$\left[\frac{2(e^{0,5itb} - e^{0,5ita})}{(b-a)it} \right]^2$	

Моменты	Вид плотности распределения
$M_{\xi^k} = \frac{2^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{\alpha + \kappa}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)}; \quad D_{\xi} = \alpha + (2 - \sqrt{2}) \times \left[\frac{\Gamma\left(\frac{\alpha + 1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right]^2$	
$M_{\xi^{2k-1}} = 0; \quad M_{\xi^{2k}} = \frac{\alpha^k \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} - k\right) \Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)};$ $2k < \alpha; \quad D_{\xi} = \begin{cases} \frac{\alpha}{\alpha - 2}, & \alpha > 2; \\ \infty, & \alpha \leq 2 \end{cases}$	
$M_{\xi} \text{ не существует, хотя}$ $\lim_{A \rightarrow \infty} \frac{x}{\pi} \int_{-A}^A \frac{xdx}{\lambda^2 + (x - \alpha)^2} = \frac{\alpha}{\lambda}; \quad D_{\xi} = \infty$	
$M_{\xi^k} = \exp(0,5k^2\sigma^2 + km);$ $D_{\xi} = e^{\sigma^2 + 2m}(e^{\sigma^2} - 1);$ $\gamma_1 = (e^{\sigma^2} + 2)\sqrt{e^{\sigma^2} - 1};$ $\gamma_2 = e^{4\sigma^2} + 2e^{3\sigma^2} + 3e^{2\sigma^2} - \sigma$	
$M_{\xi^k} = \frac{\alpha}{\alpha - k} x_0^k, \quad k < \alpha;$ $D_{\xi} = \begin{cases} \frac{\alpha x_0^2}{(\alpha - 1)(\alpha - 2)}, & \alpha > 2; \\ \infty, & \alpha \leq 2 \end{cases}$	
$M_{\xi^k} = \frac{b^{k+1} - a^{k+1}}{(b-a)(k+1)}, \quad k = 1, 2, \dots;$ $D_{\xi^k} = \frac{(b-a)^2}{12};$ $\gamma_1 = 0, \quad \gamma_2 = \frac{9}{5}$	
$M_{\xi^{12}} = \frac{4(b-a)^{-2}}{(k+1)(k+2)} \times \left[a^{k+2} + b^{k+2} - 2\left(\frac{a+b}{2}\right)^{k+2} \right];$ $D_{\xi^k} = \frac{(b-a)^2}{24}; \quad \gamma_1 = 0, \quad \gamma_2 = -\frac{3}{5}$	

Фундаментальная роль, которую играет нормальное распределение, объясняется тем, что при широких предположениях суммы случайных величин с ростом числа слагаемых ведут себя асимптотически нормально.

С помощью линейного преобразования $\eta = (\xi - m)/\sigma$ нормальное распределение с произвольными параметрами (m, σ) приводится к нормальному распределению с параметрами $(0, 1)$, называемому стандартным нормальным распределением с функцией распределения

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-0,5z^2) dz.$$

Как правило, табулируется функция

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-0,5z^2) dz,$$

связанная с $\Phi(x)$ соотношением $\Phi(x) = 0,5 + \Phi_0(x)$.

Нормально распределенная случайная величина с большой вероятностью принимает значения, близкие к своему математическому ожиданию, что выражается правилом сигм:

$$P\{|\xi - m| \geq k\sigma\} = \begin{cases} 0,3173\dots, & k=1; \\ 0,0455\dots, & k=2; \\ 0,0027\dots, & k=3. \end{cases}$$

Чаще всего используется правило трех сигм.

Нормальное распределение безгранично делимо: если сумма двух независимых случайных величин имеет нормальное распределение, то и каждое распределение имеет нормальное распределение.

Вероятность попадания нормальной случайной величины ξ в интервал $[\alpha, \beta]$ составляет

$$P\{\alpha \leq x \leq \beta\} = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right] dx. \quad (4.56)$$

После замены переменной x на $t = \frac{\xi - m}{\sqrt{2}\sigma}$ вычисление интеграла в (4.56) сводится к вычислению соотношения

$$P\{\alpha \leq x \leq \beta\} = 0,5[\Phi(B) - \Phi(A)], \quad (4.57)$$

где

$$A = \frac{\alpha - m}{\sqrt{2}\sigma}; \quad B = \frac{\beta - m}{\sqrt{2}\sigma}; \quad \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2) dt.$$

При преобразованиях выражений, содержащих функцию Лапласа $\Phi(x)$, можно пользоваться следующими свойствами этой функции:

$$\Phi(0) = 0; \quad \Phi(\infty) = 1; \quad \Phi(-x) = -\Phi(x).$$

Нормальное распределение вероятностей n -мерного случайного вектора $\vec{\xi}$ описывается формулой

$$f_{\xi}(x) = [(2\pi)^n |\vec{R}_{\xi}|]^{0.5} \exp\{-0.5[(x - \vec{m})^T \vec{R}_{\xi}^{-1}(x - \vec{m})]\}, \quad (4.58)$$

где $\vec{m}$ — вектор математических ожиданий; $\vec{R}_{\xi}$ — корреляционная матрица; $|\vec{R}_{\xi}|$ — определитель корреляционной матрицы.

Если случайная ξ имеет конечные моменты до четвертого включительно, то величина

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{M(\xi - M\xi)^3}{\sqrt{(D\xi)^3}}$$

называется *коэффициентом асимметрии*, а

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{M(\xi - M\xi)^4}{(D\xi)^2} - 3$$

— *коэффициентом эксцесса* ее распределения.

Указанные величины характеризуют степень отличия функции распределения $F_{\xi}(x)$ от функции распределения $\Phi(x)$ стандартного нормального распределения, для которого коэффициенты асимметрии и эксцесса равны нулю, а мода и медиана совпадают с математическим ожиданием.

Непрерывным аналогом геометрического распределения случайной величины ξ является показательное (экспоненциальное) распределение с параметром $\lambda > 0$. Экспоненциальное распределение применяется для описания процессов, обладающих свойством отсутствия последействия:

$$P\left\{\xi > t + \frac{s}{\xi} > s\right\} = P(\xi > t).$$

В связи с этим **экспоненциальное распределение** является основным в теории стационарных марковских процессов и широко распространено в теории надежности и массового обслуживания.

Экспоненциальное распределение — один из основных законов распределения наработки объектов. Так как

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} \quad \text{и} \quad P(t) = \exp\left\{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau\right\},$$

то при $\lambda(t) = \text{const}$

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t), \quad T_{\text{CP}} = 1/\lambda.$$

Рассмотрим простейший поток событий, например безотказность выключателя, которая зависит от ожидаемой интенсивности коммутации и начального ресурса к моменту включения в работу. При условии, что интенсивность отказов $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$, безотказность работы будет соответствовать

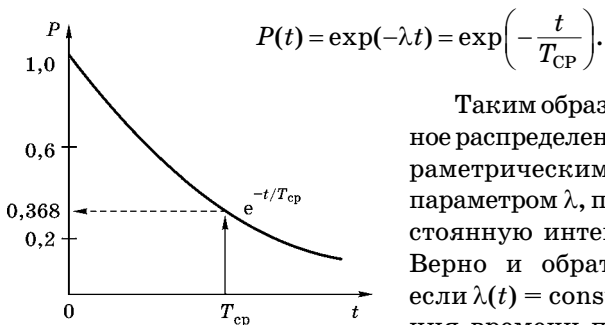


Рис. 4.8

Экспоненциальное распределение

Таким образом, экспоненциальное распределение является однопараметрическим распределением с параметром λ , представляющим постоянную интенсивность отказов. Верно и обратное утверждение: если $\lambda(t) = \text{const}$, то ВБР как функция времени подчиняется экспоненциальному закону. При $t = T_{\text{ср}}$ (рис. 4.8) $P(T_{\text{ср}}) = 1/e \approx 0,368$.

Дисперсия времени безотказной работы для экспоненциального распределения

$$\begin{aligned} D\{t\} = \sigma^2\{t\} &= m_2 - T_{\text{ср}}^2 = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - T_{\text{ср}}^2 = 2 \int_0^{\infty} t \exp(-\lambda t) dt - \lambda^{-2} = \\ &= 2\lambda^{-2} \int_0^{\infty} x \exp(-x) dx - \lambda^{-2} = \lambda^{-2} = T_{\text{ср}}^2. \end{aligned}$$

Следовательно, коэффициент вариации

$$v(k) = \frac{\sigma(k)}{M(k)} = 1.$$

Экспоненциальный закон хорошо описывает распределение времени безотказной работы объектов при внезапных отказах, распределение времени между соседними отказами и времени восстановления. Для объектов, у которых явно выражены при эксплуатации явления износа и старения, применение экспоненциального закона недопустимо.

Промежутки времени между событиями простейшего потока чаще всего независимы. Простейший поток называется **поток с ограниченным последствием** или **поток Пальма**. Его примером может служить непрерывная работа предохранителей до перегорания плавкой вставки. После замены новой или установки ново-

го предохранителя начинается новый интервал безотказной работы. В этом случае отдельные предохранители выходят из строя независимо друг от друга.

Пример 3. В течение семи часов рабочей смены в распределительном устройстве произошло два коротких замыкания, в результате чего выключатель отключался. Определить вероятность того, что в течение восьмого часа произойдет еще одно отключение аппарата.

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - \exp\left(-\frac{2}{7}t\right).$$

Гамма-распределение является аналогом дискретного отрицательного биномиального распределения (распределения Паскаля). При $\alpha = 1$ гамма-распределение совпадает с показательным, а при $\alpha = 0,5n$ и $\lambda = 0,5$ — с κ^2 -распределением с n степенями свободы. При $\lambda = n\mu$ и $\alpha = n$ гамма-распределение называется **распределением Эрланга** с параметрами (n, μ) и описывает распределение длительности интервала времени до появления n событий процесса Пуассона с параметром μ . Распределение Эрланга используется в теории массового обслуживания и теории надежности. Если $n \rightarrow \infty$, эрланговское распределение стремится к вырожденному (другому виду распределения). При $\alpha = m + 1$ и $\lambda = 1$ гамма-распределение называют показательным-степенным распределением с параметром m , функция распределения которого имеет вид

$$F(x) = 1 - \exp(-x) \sum_{l=0}^{m} \frac{x^l}{l!}.$$

Распределение Вейбулла — Гнеденко с параметрами α, λ , ($\alpha, \lambda > 0$) описывает предельное распределение максимума. Пусть случайные величины ξ_k взаимно независимы и одинаково распределены и $P\{\xi_k < x\} < 1$ для $x < \infty$. Положим $\bar{\xi}_n = \max[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]$. Для того чтобы при выборе некоторых констант α_n распределения $F_n(\bar{x})$ случайных величин сходились к распределению $F(\bar{x})$, не сосредоточенному в 0, необходимо и достаточно, чтобы функция $1 - F(\bar{x})$ была правильно меняющейся с показателем α ($\alpha < 0$). В этом случае $F(\bar{x}) = \exp(-\lambda x^\alpha)$.

Распределение Вейбулла — Гнеденко широко применяется в теории надежности для описания времени безотказной работы объектов, в частности хорошо моделирует распределение отказов ЭА низкого напряжения, а именно коммутационных ЭА.

Согласно этому распределению плотность вероятности времени безотказной работы

$$f(t) = \frac{\alpha}{\theta} t^{\alpha-1} \exp(-t^{\alpha/\theta}), \quad t \geq 0, \quad \alpha > 0, \quad \theta > 0, \quad (4.59)$$

где α — параметр, определяющий форму (асимметрию и эксцесс) распределения; θ — параметр, определяющий масштаб распределения ($\lambda = 1/\theta$).

Вероятность безотказной работы

$$P(t) = \exp\left\{-\frac{t^\alpha}{\theta}\right\}$$

и средняя наработка до отказа

$$T_{\text{ср}} = \theta^{1/\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right),$$

где $\Gamma(x)$ — полная гамма-функция.

При $\alpha = 1$ рассматриваемое распределение превращается в экспоненциальное с параметром $\lambda = 1/\theta$, $\theta = T_{\text{ср}}$.

Двухпараметрическое распределение Вейбулла — Гнеденко может быть использовано при анализе надежности объектов как в период приработки, так и на нормальном этапе эксплуатации объектов.

Широкое распространение в теории вероятностей и математической статистике получило χ^2 -распределение. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ — независимые случайные величины, имеющие стандартное нормальное распределение. Случайная величина

$$\xi = \sum_{k=1}^n \xi_k^2$$

имеет χ^2 -распределение с n степенями свободы.

Если $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)$ — n -мерный нормальный вектор с математическим ожиданием $m = (m_1, m_2, \dots, m_n)$ и невырожденной ковариационной матрицей $\hat{C} = \{c_{ij}, i, j = 1, n\}$, то случайная величина

$$\xi = (\eta - m)^T \hat{C}^{-1} (\eta - m) = \sum_{i,j=1}^{i,j=n} \hat{C}_{ij}^{-1} (\eta_j - m_j)^T (\eta_i - m_i)$$

имеет χ^2 -распределение с n степенями свободы; индекс « T » означает операцию транспонирования; $\hat{C}_{ij}^{-1}$ — элементы матрицы $\hat{C}^{-1}$.

На изучении χ^2 -статистики Пирсона

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{n_i - n_i p_i}{n_i p_i}$$

основан один из критериев проверки согласия эмпирических данных с гипотетической функцией распределения $F\{x\}$. Вероятность

$p_i = F(x_i) - F(x_{i-1})$; n_i — число наблюдений, попавших в полуинтервал $[x_{i-1}; x_i]$.

Если $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ — независимые случайные величины, имеющие стандартное нормальное распределение, то

$$\xi = \sqrt{\sum_{k=1}^{k=n} \xi_k^2}$$

имеет χ -распределение с n степенями свободы. При $n = 2$ χ -распределение называется **распределением Рэлея (Рэлея — Райса)**, а при $n = 3$ — **распределением Максвелла**.

Для распределения Рэлея основные характеристики наработке объекта имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right); \\ P(t) &= \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right); \\ T_{CP} &= \sqrt{0,5\pi}\sigma; \quad \lambda(t) = \frac{1}{\sigma^2}, \end{aligned} \right\} \quad (4.60)$$

где σ — параметр распределения Рэлея.

Распределение Рэлея можно получить из распределения Вейбулла, приравняв $\alpha = 2$.

Пусть η и ς — независимые случайные величины, причем η имеет нормальное стандартное распределение, а ς χ^2 -распределение с n степенями свободы, тогда $\xi = \eta\sqrt{n/\varsigma}$ имеет **распределение Стьюдента (t -распределение)** с n степенями свободы. При $\alpha = 1$ распределение Стьюдента совпадает с **распределением Коши** с параметрами α, λ ($\lambda > 0$).

Если случайная величина η имеет нормальное $(0, 1)$ распределение, то $\xi = \exp(\sigma\eta + m)$ имеет логарифмически нормальное (логнормальное) распределение. Его можно получить как частный случай распределения Кептейна, имеющего плотность вероятности

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[G(x) - m]^2}{2\sigma^2}\right\} \left|\frac{dG(x)}{dx}\right|, \quad (4.61)$$

где $G(x)$ — монотонная дифференцируемая функция.

Распределение Парето с параметрами x_0, α ($\alpha > 0, x_0 > 0$) есть усечение на интервале $\{x_0, \infty\}$ степенного распределения с параметром α , имеющего плотность вероятности

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x^{-(\alpha+1)}, & x > 0; \\ 0, & \leq 0. \end{cases}$$

В математической статистике при сглаживании распределений эмпирических данных широко используются **распределения Пирсона**, плотности вероятности которых являются решениями дифференциального уравнения

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{a_1 x + a_0}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2} f(x),$$

где a_0, a_1, b_0, b_1, b_2 — параметры распределения.

Распределения Пирсона полностью определяются первыми четырьмя моментами. Пусть μ_k — k -й центральный момент случайной величины, имеющей распределение Пирсона. Тогда если $a_1 = 1$, то

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \mu_3(\mu_4 + 3\mu_2^2)/A; & b_1 &= -\mu_3(\mu_4 + 3\mu_2^2)/2A; \\ b_0 &= \mu_3(4\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2)/A; & b_2 &= -(2\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2 - 6\mu_2^3)/2A, \end{aligned} \right\} \quad (4.62)$$

где

$$A = 10\mu_2\mu_4 - 18\mu_2^3 - 12\mu_3^2 - \dots$$

Для определения распределения Пирсона, аппроксимирующего данные наблюдений, вычисляют первые четыре момента и из (4.62) находят оценки параметров.

В соответствии с распределением корней квадратного трехчлена $b_0 + b_1 x + b_2 x^2$ различают 12 типов распределений Пирсона. В зависимости от значений параметров распределения отдельные типы распределений Пирсона совпадают с другими видами распределений. Так, распределения Пирсона типа I являются β -распределениями, типа III — гамма-распределениями, типа VII — распределениями Стьюдента, типа X — показательными распределениями, типа XI — нормальными распределениями.

Равномерное распределение является аналогом распределений классической теории вероятностей, описывающих случайные эксперименты с равновероятными исходами. Если случайная величина ξ имеет непрерывную функцию распределения $F_\xi(x)$, то случайная величина $\zeta = F_\xi(\xi)$ имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 1]$. Этим объясняется широкое использование равномерного распределения в статистическом моделировании (методы Монте-Карло). Если случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[a, b]$ ($a < b$), то случайная величина с помощью линейного преобразования $\eta = (\xi - a)/(b - a)$ приводится к равномерному распределению на отрезке $[0, 1]$. Равномерным распределением на отрезке $[-0,5, 0,5]$ удовлетворительно описывается погрешность, происходящая от округления числа.

Усеченное нормальное распределение. Нормальное распределение (закон распределения Гаусса) занимает особое место и играет исключительно важную роль в теории вероятностей и теории надежности. Основная его особенность состоит в том, что оно является предельным, к которому при стремлении к бесконечности числа испытаний приближаются другие распределения. Можно показать, что сумма достаточно большого числа независимых (или слабо зависимых) случайных величин, из которых каждая в отдельности сравнительно мало влияет на общую сумму, приближенно подчиняется нормальному закону. В отличие от экспоненциального, weibullовского и других распределений, которые применимы только для положительных непрерывных случайных величин, нормальное распределение употребляется для непрерывных случайных величин, которые могут принимать как положительные, так и отрицательные значения от $-\infty$ до $+\infty$. Плотность вероятности для нормального распределения имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[x - m_x]^2}{2\sigma_x^2} \right\}, \quad (4.63)$$

где m_x — математическое ожидание; σ_x — среднее квадратическое отклонение случайной величины x ($-\infty < x < +\infty$).

Этот очевидный недостаток рассмотренной модели для описания времени безотказной работы становится несущественным, если $T_{\text{ср}} \gg \sigma_T$ (практически, если $T_{\text{ср}} \geq \sigma_T$). Поэтому количественные характеристики надежности имеет смысл рассматривать только при усеченном нормальном законе, отсекая часть кривой распределения при $t < 0$ и вводя нормирующий множитель C для того, чтобы сохранить условие нормирования плотности вероятности

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1; \quad C \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = 1; \\ \frac{C}{\sigma_T \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{[t - T_{\text{ср}}]^2}{2\sigma_T^2} \right\} dt = 1, \end{aligned} \quad (4.64)$$

где

$$C = \left[\Phi \left(\frac{T_{\text{ср}}}{\sigma_T} \right) \right]^{-1}, \quad (4.65)$$

$\Phi(x)$ — интеграл Лапласа,

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-0,5u^2) du.$$

Усеченный нормальный закон распределения применяется для описания постепенных отказов объектов, что характерно для «ста-реющих» объектов.

Композиция законов распределения. У сложных объектов законы распределения времени безотказной работы являются сочетанием многих разнообразных распределений, присущих отдельным элементам. Поэтому в зависимости от преобладающего влияния на отказ объекта того или иного элемента мы можем получать различные законы распределения объекта в целом.

Допустим, что имеется несколько случайных величин X, Y, Z с плотностями распределения вероятностей $f(x), f(y), f(z)$. Закон распределения случайной величины $U = X + Y + Z$ называется композицией законов распределения величин X, Y, Z . Плотность распределения $f(u)$ является композицией распределений $f(x), f(y), f(z)$. Композиция может существовать для любого числа случайных величин.

Композиции законов распределения имеют ряд общих и частных свойств. Общие свойства не зависят от вида рассматриваемых законов распределения, а частные применимы только к определенным законам распределения.

Общие свойства композиции законов распределения:

1. Математическое ожидание композиции распределения равно сумме математических ожиданий независимых случайных величин, образующих рассматриваемую сложную случайную величину:

$$M(u) = M(x) + M(y) + M(z) + \dots$$

2. Дисперсия композиции распределения равна сумме дисперсий независимых случайных величин, составляющих данную сложную случайную величину:

$$D(u) = D(x) + D(y) + D(z) + \dots$$

При значительной разнице дисперсий составляющих независимых случайных величин дисперсия композиции будет близка к дисперсии той случайной величины, у которой она имеет наибольшие значения.

Частные свойства композиции законов распределения:

1. Композиция распределений Пуассона дает также распределение Пуассона (справедливо для любого числа распределений).

2. Композиция случайных величин с нормальным распределением есть также нормальное распределение.

Из всех распределений, применяемых в теории надежности, только эти два распределения обладают таким свойством, что их композиция дает снова то же распределение.

3. Композиция экспоненциальных распределений дает новое гамма-распределение.

Если взять большое число любых распределений (с одинаковыми или различными законами распределения) при условии, что дисперсии составляющих распределений не сильно отличаются друг от друга, то их композиции будут близки к нормальному.

4.6.

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ОТКАЗА ПО ЧАСТОТЕ

Для получения характеристик надежности нужно знать вероятность отказа за промежуток времени $(t, t + \Delta t)$. Обозначим эту вероятность $Q(t, t + \Delta t)$ или $Q(t, \Delta t)$. Простейшая задача, с которой сталкиваются на практике, состоит в оценке неизвестной вероятности отказа $Q(t, \Delta t)$ по наблюдаемой частоте его появления:

$$Q^*(t, \Delta t) = \frac{n(t, \Delta t)}{m(t)}, \quad (4.66)$$

где $n(t, \Delta t)$ — число отказов в интервале времени $(t, t + \Delta t)$; $m(t)$ — общее число изделий, за которыми установлено наблюдение в момент времени t .

В качестве точной оценки неизвестной вероятности $Q(t, \Delta t)$ во всех случаях разумно принимать частоту $Q^*(t, \Delta t)$. Однако эта оценка в ряде случаев оказывается недостаточной для характеристики надежности объектов. Действительно, довольно часто за промежуток времени Δt отказов вообще можно не наблюдать, т. е. $n(t, \Delta t) = 0$, а это приводит к тому, что вероятность отказа за время Δt в соответствии с формулой (4.66) следует считать равной нулю. При этом никак не учитывается общее число объектов $m(t)$, за которыми установлено наблюдение. Если $n(t, \Delta t) \neq 0$ не мало, величина оценки на разных объектах резко меняется и не может служить устойчивой характеристикой надежности элементов. Это приводит к выводу о целесообразности использования для оценки вероятности отказа за время Δt метода доверительных интервалов.

Пусть частота отказов за промежуток времени $(t, t + \Delta t)$ равна $Q^*(t, \Delta t)$. Оценим возможную ошибку и укажем границы для неизвестной вероятности отказов $Q(t, \Delta t)$.

Абсолютно достоверными границами для $Q(t, \Delta t)$ являются числа 0 и 1. Указание всяких других границ сопряжено с риском

совершить ошибку, вероятность которой назовем **уровнем значимости**. Вероятность противоположного события, а именно вероятность не совершить ошибку, обычно называют **доверительной вероятностью** или **коэффициентом доверия**.

Выбор величины доверительной вероятности в значительной степени зависит от той цели, которая ставится. Желание застраховать себя от возможной ошибки приводит к выбору весьма солидных доверительных вероятностей (порядка 0,99 и более). Следует иметь в виду, что всякая перестраховка в статистических исследованиях имеет свои отрицательные стороны: чем больше доверительная вероятность, тем шире границы для неизвестной вероятности. Опыт показывает, что выбор доверительных вероятностей 0,95 и даже 0,90 вполне достаточен для практических целей.

Двусторонним доверительным интервалом для вероятности $Q(t, \Delta t)$ с коэффициентом доверия, не меньшим, чем δ , называется случайный интервал $J_\delta = [Q_H(t, \Delta t), Q_B(t, \Delta t)]$, концы которого (доверительные границы) $Q_H(t, \Delta t) < Q_B(t, \Delta t)$ зависят только от исходов наблюдения $[n(t, \Delta t), m(t)]$ и для любого $Q(t, \Delta t)$:

$$P\{Q_H(t, \Delta t) < Q(t, \Delta t) < Q_B(t, \Delta t)\} \geq \delta. \quad (4.67)$$

Верхним $[0, Q_B(t, \Delta t)]$ и нижним $[Q_H(t, \Delta t), 1]$ односторонними интервалами называются такие случайные интервалы J_δ , для которых соответственно

$$P\{0 < Q(t, \Delta t) < Q_B(t, \Delta t)\} \geq \delta; \quad (4.68)$$

$$P\{Q_H(t, \Delta t) < Q(t, \Delta t) < 1\} \geq \delta. \quad (4.69)$$

Если имеется несколько последовательностей наблюдения, то, вычислив для каждого из них значения $Q_H(t, \Delta t)$, $Q_B(t, \Delta t)$, можно утверждать, что в 100δ случаях из 100 соотношения (4.58)...(4.69) будут справедливыми. Величину δ нужно толковать не как вероятность попадания точки $Q(t, \Delta t)$ в интервал J_δ (рис. 4.9), а как вероятность того, что случайный интервал J_δ накроет точку $Q(t, \Delta t)$.

Описанное толкование доверительного интервала одинаково справедливо как для двустороннего, так и для одностороннего (верхнего или нижнего) доверительного интервала. Поэтому вероятность того, что случайный интервал J_δ накроет точку $Q(t, \Delta t)$, в формулах (4.67)...(4.69) обозначена одной и той же буквой δ .

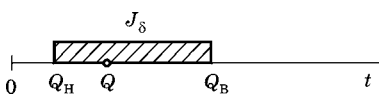


Рис. 4.9
Графическая иллюстрация двустороннего доверительного интервала J_δ для вероятности отказа $Q(t, \Delta t)$

Однако при пользовании статистическими таблицами часто приходится сталкиваться с различным обозначением доверительных интервалов, что связано с использованием одних и тех же таблиц для разных по величине коэффициентов доверия. Для исключения возможных ошибок будем обозначать доверительную вероятность одностороннего интервала:

$$\delta_1 = P, \quad (4.70)$$

а уровень его значимости

$$\gamma_1 = 1 - \delta_1 = 1 - P. \quad (4.71)$$

Вероятность γ_1 характеризует вероятность выхода $Q(t, \Delta t)$ из доверительного интервала только за одну границу. При двустороннем интервале всегда существует вероятность ошибки в обе стороны: доверительный интервал J_δ может оказаться целиком либо левее, либо правее искомой вероятности $Q(t, \Delta t)$. Приняв для вероятности односторонней ошибки обозначение γ_1 и считая одинаковым риск ошибаться в обе стороны, для характеристики уровня значимости двустороннего интервала получим

$$\gamma_2 = 2\gamma_1. \quad (4.72)$$

Тогда доверительная вероятность двустороннего интервала δ_2 оказывается связанной с величинами δ_1 и γ_1 соотношениями

$$\delta_2 = 1 - \gamma_2 = 1 - 2\gamma_1 = 2\delta_1 - 1 = 2P - 1; \quad (4.73)$$

$$\delta_1 = 0,5(1 + \delta_2); \quad (4.74)$$

$$\gamma_1 = 0,5(1 - \delta_2). \quad (4.75)$$

Перейдем к вопросу о нахождении доверительных границ $Q_H(t, \Delta t)$, $Q_B(t, \Delta t)$.

При малом числе элементов $m(t)$, установленных на объекте и находящихся под наблюдением в момент времени t , а также при малом числе отказов $n(t, \Delta t)$, которые удастся наблюдать за время $(t, \Delta t)$, частота отказов $Q^*(t, \Delta t)$ имеет биномиальное распределение:

$$\begin{aligned} F\left(\frac{Q^*}{Q}\right) &= F\left(\frac{n}{m}, Q\right) = P\left\{N \leq \frac{n}{m}, Q\right\} = \sum_{k=0}^m P\left\{N = \frac{k}{m}, Q\right\} = \\ &= \sum_{k=0}^n C_m^k Q^k (1-Q)^{m-k}, \end{aligned} \quad (4.76)$$

где C_m^k — число сочетаний из m элементов по k ; $F(Q^*/Q) = F(n/m, Q)$ — условная функция распределения случайной величины Q^*

(или N) при условии, что истинная вероятность отказа равна Q , а общее число наблюдаемых элементов равно m . (Здесь и ниже для сокращения записи опущены временные аргументы.)

Исходя из биномиального распределения английские статистики С. Клоппер и Э. Пирсон указали правило, которое дает гарантию того, что вероятность непокрытия доверительным интервалом неизвестной вероятности Q не превосходит $2\gamma_1$. Это правило можно перефразировать иначе. Пусть при работе m независимых изделий, имеющих постоянную вероятность отказа Q , за время Δt наблюдалось n отказов. Тогда в качестве верхней границы доверительного интервала следует взять единственное решение уравнения

$$\sum_{k=0}^n C_m^k Q_B^k (1 - Q_B)^{m-k} = \gamma_1, \quad (4.77)$$

а в качестве нижней доверительной границы — единственное решение уравнения

$$\sum_{k=0}^n C_m^k Q_H^k (1 - Q_H)^{m-k} = \gamma_1. \quad (4.78)$$

Точное решение уравнений (4.77) и (4.78) описано в [14]. Приближенные оценки могут быть сделаны по формулам [15]:

$$Q_B \approx \frac{x[100\gamma_1\%; 2(n+1)]}{2m - n + 0,5x[100\gamma_1\%; 2(n+1)]}; \quad (4.79)$$

$$Q_H \approx \frac{x[100\delta_1\%; 2n]}{2m - n + 1 + 0,5x[100\delta_1\%, 2n]}, \quad (4.80)$$

в которых

$$x \approx f(Q, r). \quad (4.81)$$

Так называемая Q -процентная точка κ^2 -распределения с r степенями ($Q = 100\gamma_1\%$ или $Q = 100\delta_1\%$) при заданном числе степеней свободы r и уровне вероятности определяется по табл. 4.2 [1].

Пример 4. Имеются статистические данные о повреждаемости изоляции обмоток электрических аппаратов (ЭА). Определим доверительные границы вероятности отказа ЭА по данной причине в интервале времени $(0; 10\,000)$. Известно, что за первые 10 000 ч наблюдения из 684 ЭА отказало 15. Требуется определить с коэффициентом доверия $\delta_2 = 0,95$ вероятности отказа $Q_B(0; 10\,000)$ и $Q_H(0; 10\,000)$.

Точечная оценка вероятности отказа:

$$Q^*(t, \Delta t) = Q^*(0, 10\,000) = \frac{n(t, \Delta t)}{m(t)} = \frac{15}{684} \approx 0,022.$$

Из соотношений (4.20) и (4.21) определим

$$\delta_1 = 0,5(1 + 0,95) = 0,975; \quad \gamma_1 = 0,5(1 - 0,95) = 0,025.$$

Согласно формулам (4.25) и (4.26) искомые доверительные границы:

$$\begin{aligned} Q_B(0; 10\,000) &= \frac{x[100 \cdot 0,025\%, 2(15+1)]}{2 \cdot 684 - 15 + 0,5x[2,5\%, 32]} = \\ &= \frac{x(2,5\%, 32)}{1353 + 0,5x[2,5\%, 32]} = \frac{49,480}{1353 + 0,5 \cdot 49,480} = 0,0359; \\ Q_H(0; 10\,000) &= \frac{x[100 \cdot 0,975\%, 2 \cdot 15]}{2 \cdot 684 - 15 + 1 - 0,5x[97,5\%, 30]} = \\ &= \frac{x(97,5\%, 30)}{1354 + 0,5x[97,5\%, 30]} = \frac{16,791}{1354 + 0,5 \cdot 16,791} = 0,0123. \end{aligned}$$

Итак, мы получили следующий результат: истинная вероятность отказа ЭА по причине пробоя изоляции их обмоток в промежутке времени (0; 10 000) с коэффициентом доверия 0,95 покрывается интервалом $J_{0,95} = [0,0123; 0,0359]$, т. е.

$$P\{0,0123 < Q(0; 10\,000) < 0,0359\} \geq 0,95.$$

На практике иногда приходится встречаться с задачей определения доверительного интервала для вероятности отказа, когда полученная из опыта частота отказа равна нулю. Если число отказов $n(t, \Delta t) = 0$, то формула (4.77) превращается в выражение

$$\sum_{k=0}^n C_m^k Q_B^0 (1 - Q_B)^{m-k} = [1 - Q_B]^m = \gamma_1. \quad (4.82)$$

Разрешая уравнение (4.82) относительно Q_B , получим

$$Q_B = 1 - \sqrt[m]{\gamma_1} = 1 - \sqrt[m]{1 - \delta_1}. \quad (4.83)$$

Пример 5. За время $[0, t]$ на объекте не отказал ни один из 10 ЭА. Необходимо определить надежность ЭА.

Зададимся коэффициентом доверия $\delta_1 = 0,90$, определим по (4.83)

$$Q_B(0, t) = 1 - \sqrt[10]{1 - 0,90} = 0,206.$$

Таким образом, если за все время испытаний не возникло ни одного отказа, то с гарантией в 90% можно утверждать, что вероятность отказа данных ЭА не превышает 0,206 (при $m = 10$).

4.7. ОЦЕНКА СРЕДНЕЙ НАРАБОТКИ ДО ПЕРВОГО ОТКАЗА И НАРАБОТКИ НА ОТКАЗ

Числовые характеристики случайных величин, используемых в теории надежности, играют большую роль. С их помощью удается компактно выразить наиболее существенные черты соответствующих распределений. Важнейшей числовой характеристикой, как известно, является математическое ожидание случайной величины $M[T]$. Оно характеризует среднее значение случайной величины, около которого группируются возможные ее значения.

В теории надежности обычно рассматриваются следующие математические ожидания: средняя наработка до первого отказа $\bar{T}_0$, наработка на отказ (среднее значение наработки ремонтируемого изделия между отказами) $\bar{T}$, среднее время восстановления $\bar{T}_B$, среднее время между восстановлениями (отказами) $\bar{T}_\Sigma$, средняя длительность межпрофилактического периода $\bar{T}_M$, средняя длительность профилактики $\bar{T}_\Pi$ и др.

Характеристикой рассеивания, разбросанности значений случайной величины около ее математического ожидания служит дисперсия $D[T]$ или среднеквадратичное отклонение случайной величины $\sigma[T] = \sqrt{D[T]}$. Среднее время и дисперсия могут быть найдены по результатам наблюдения случайных величин в виде точечной или интервальной оценки.

Любое значение искомой числовой характеристики, вычисленной на основе ограниченного числа наблюдений, будет содержать элемент случайности. Такое приближенное, случайное значение назовем оценкой числовой характеристики M или D , обозначая ее той же буквой, но с волнистой чертой (тильдой) наверху: $\tilde{M}$, $\tilde{D}$.

Пусть имеется случайная величина T с математическим ожиданием $M[T]$ и дисперсией $D[T]$, которые неизвестны. Наблюдаемые значения случайной величины T оказались равными $\tau_1, \tau_2, \dots$. Точечные оценки для характеристик $M[T]$ и $D[T]$ составят:

$$\tilde{M}[T] = \tilde{T} = M^*[T] = \sum_{i=1}^n \frac{\tau_i}{n}; \quad (4.84)$$

$$\tilde{D}[T] = \frac{n}{n-1} D^*[T] = \sum_{i=1}^n \frac{(\tau_i - \bar{T}^*)^2}{(n-1)}, \quad (4.85)$$

где $\bar{T}^* = M^*[T]$ и $D^*[T]$ — статистическое среднее и статистическая дисперсия случайной величины T .

При малом числе наблюдений точечные оценки $\tilde{M}[T]$ и $\tilde{D}[T]$ в значительной мере случайны и приближенная замена $\tilde{M}[T]$ на $M[T]$, $\tilde{D}[T]$ на $D[T]$ может привести к значительным погрешностям.

Чтобы дать представление о точности оценок $\tilde{M}[T]$ и $\tilde{D}[T]$, используют метод доверительных интервалов. Двусторонним доверительным интервалом для математического ожидания $M[T]$ с коэффициентом доверия, не меньшим, чем δ_2 , называется случайный интервал $J_{\delta_2} = [\bar{T}_1, \bar{T}_2]$, концы которого $\bar{T}_1 < \bar{T}_2$ зависят от исходов наблюдений $(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ и для любого T

$$P\{\bar{T}_1 < T < \bar{T}_2\} \geq \delta_2. \quad (4.86)$$

Верхним $(0, \bar{T}_2)$ и нижним $(\bar{T}_1, \infty)$ односторонними доверительными интервалами называются такие случайные интервалы J_{δ_1} , для которых при любом T

$$P\{0 < T < \bar{T}_2\} \geq \delta_1; \quad (4.87)$$

$$P\{\bar{T}_1 < T\} \geq \delta_1. \quad (4.88)$$

Аналогично определяются доверительные интервалы и для дисперсии $D[T]$.

Теперь найдем доверительные границы $\bar{T}_1$ и $\bar{T}_2$. Основная трудность состоит в том, что закон распределения оценки $\tilde{T} = \bar{T}^*$ зависит от закона распределения случайной величины T , которая чаще всего заранее неизвестна. В математической статистике разработаны точные и приближенные методы построения доверительных интервалов для параметров случайной величины. Для применения точных методов необходимо знать заранее вид закона распределения величины T , тогда как при использовании приближенных методов это необязательно.

Рассмотрим сначала приближенное решение задачи. Воспользуемся тем, что величина T представляет собой сумму n независимых, одинаково распределенных случайных величин τ_i и согласно предельной теореме при достаточно большом n ее закон распределения близок к нормальному.

Распределение случайной величины Y называется нормальным, если соответствующая ей функция распределения выражается формулой

$$P\{Y < y\} = N(y; a, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^y \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right] dx, \quad (4.89)$$

где a и σ — параметры распределения ($|a| < \infty$ — математическое ожидание; $\sigma > 0$ — среднее квадратичное отклонение); y может принимать все действующие значения.

Функция нормального распределения удовлетворяет равенству

$$N(y; a, \sigma) = N\left(\frac{y-a}{\sigma}; 0, 1\right), \quad (4.90)$$

поэтому для вычисления ее значений достаточно иметь таблицу функций

$$\Phi(z) = N(z; 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-0,5x^2) dx \quad (4.91)$$

или только таблицу так называемой нормированной функции Лапласа

$$\Phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp(-0,5x^2) dx = \Phi(z) - 0,5, \quad (4.92)$$

значения которой приведены в табл. 4.3 из [3].

На практике даже при относительно небольшом числе слагаемых (порядка 10...20) закон распределения величины $\tilde{T}$ можно приближенно считать нормальным с параметрами

$$M[\tilde{T}] = M[T] = \bar{T}; \quad (4.93)$$

$$D[\tilde{T}] = \frac{D[T]}{n}. \quad (4.94)$$

Дисперсия $D[T]$, как правило, неизвестна, в качестве ее ориентировочного значения можно воспользоваться оценкой $D[\tilde{T}]$ и положить

$$D[\tilde{T}] \approx \frac{D[T]}{n} = \frac{D^*[T]}{(n-1)}. \quad (4.95)$$

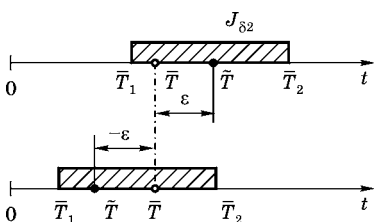


Рис. 4.10

Двусторонние доверительные интервалы для математического ожидания T

Зная теперь вид закона распределения случайной величины $\tilde{T}$ и его параметры (4.93) и (4.95), нетрудно найти доверительные границы $\bar{T}_1$ и $\bar{T}_2$ для неизвестного математического ожидания $\bar{T}$.

Обозначим диапазон практически возможных случайных ошибок, возникающих при замене истинного значения параметра $\bar{T}$ его оценкой $\tilde{T}$, через $\pm \varepsilon$ (рис. 4.10).

Тогда функции $\bar{T}_1$ и $\bar{T}_2$ можно выразить формулами

$$\bar{T}_1 = \tilde{T} - \varepsilon_{\delta_2}; \quad (4.96)$$

$$\bar{T}_2 = \tilde{T} + \varepsilon_{\delta_2}, \quad (4.97)$$

где ε_{δ_2} — наибольшая по абсолютной величине ошибка, гарантирующая с коэффициентом доверия δ_2 выполнение неравенства

$$P\{\tilde{T} - \varepsilon_{\delta_2} < \bar{T} < \tilde{T} + \varepsilon_{\delta_2}\} = \delta_2. \quad (4.98)$$

Выражение (4.98) эквивалентно уравнению

$$P\{\bar{T} - \varepsilon_{\delta_2} < \tilde{T} < \bar{T} + \varepsilon_{\delta_2}\} = \delta_2, \quad (4.99)$$

разрешив которое относительно ε_{δ_2} , определим по (4.96) и (4.97) искомые доверительные границы $\bar{T}_1$ и $\bar{T}_2$.

Вероятность попадания случайной величины $\tilde{T}$, подчиненной нормальному закону с параметрами $\bar{T}$ и $D[\tilde{T}]$, на участок $[\bar{T} - \varepsilon_{\delta_2}, \bar{T} + \varepsilon_{\delta_2}]$ составит

$$\begin{aligned} P\{\bar{T} - \varepsilon_{\delta_2} < \tilde{T} < \bar{T} + \varepsilon_{\delta_2}\} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi D[\tilde{T}]}} \int_{\bar{T} - \varepsilon_{\delta_2}}^{\bar{T} + \varepsilon_{\delta_2}} \exp\left[-\frac{(\tilde{T} - \bar{T})^2}{2D[\tilde{T}]}\right] d\tilde{T} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\varepsilon_{\delta_2}}{\sqrt{D[\tilde{T}]}}}^{\frac{\varepsilon_{\delta_2}}{\sqrt{D[\tilde{T}]}}} \exp(-0,5x^2) dx = 2\Phi_0\left(\frac{\varepsilon_{\delta_2}}{\sqrt{D[\tilde{T}]}}\right) = \delta_2, \end{aligned} \quad (4.100)$$

где

$$\frac{\varepsilon_{\delta_2}}{\sqrt{D[\tilde{T}]}} = z_2$$

— аргумент нормированной функции Лапласа.

Из уравнения

$$\Phi_0\left(\frac{\varepsilon_{\delta_2}}{\sqrt{D[\tilde{T}]}}\right) = 0,5\delta_2 \quad (4.101)$$

находим значение ε_{δ_2} :

$$\varepsilon_{\delta_2} = z_2 \sqrt{D[\tilde{T}]} = z_2 \sqrt{\frac{D[T]}{n-1}}, \quad (4.102)$$

где $z_2 = \Phi_0^{-1}(0,5\delta_2)$ — функция, обратная функции Лапласа, т. е. такое значение аргумента z_2 , для которого нормированная функция Лапласа равна $0,5\delta_2$.

Функции нормального распределения $\Phi(z)$

Z	0	2	4	6	8
0,00	0,500000	0,500798	0,501596	0,502394	0,503192
0,50	0,691492	0,692166	0,692869	0,693572	0,694273
1,00	0,841345	0,841828	0,842311	0,842792	0,843273
1,50	0,933192	0,933451	0,933709	0,933966	0,934222
2,00	0,977250	0,977358	0,977465	0,977572	0,977678
2,50	0,9937903	0,9938253	0,9938601	0,9938947	0,9939292
3,00	0,9986501	0,9987361	0,9988171	0,9988933	0,9989650
3,50	0,9997673	0,9997842	0,9997994	0,9998146	0,9998282
4,00	0,9999683	0,9999709	0,9999733	0,9999755	0,9999775
4,50	0,9999966	0,9999969	0,9999972	0,9999974	0,9999977
5,00	0,9999971	0,9999974	0,9999977	0,9999979	0,9999981

С учетом (4.95) имеем

$$\varepsilon_{\delta_2} \approx z_2 \sqrt{\frac{D[\tilde{T}]}{n}} = z_2 \sqrt{\frac{D^*[T]}{n-1}}. \quad (4.103)$$

Окончательно доверительные границы для математического ожидания $\bar{T}$ определяются из следующих уравнений:

$$\bar{T}_1 \approx \bar{T}^* - z_2 \sqrt{\frac{D^*[T]}{n-1}} = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i}{n} - z_2 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{T}^*)^2}{n(n-1)}}; \quad (4.104)$$

$$\bar{T}_2 \approx \bar{T}^* + z_2 \sqrt{\frac{D^*[T]}{n-1}} = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i}{n} + z_2 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{T}^*)^2}{n(n-1)}}. \quad (4.105)$$

На практике часто интересуются не только двусторонним доверительным интервалом, но и нижним односторонним доверительным интервалом $[\bar{T}_1, +\infty]$. На основании формул (4.104)...(4.105) можно получить для определения $\bar{T}_1$:

$$\bar{T}_1 \approx \bar{T}^* - z_1 \sqrt{\frac{D^*[T]}{n-1}} = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i}{n} - z_1 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{T}^*)^2}{n(n-1)}}; \quad (4.106)$$

$$z_1 = \Phi_0^{-1}(\delta_1 - 0,5). \quad (4.107)$$

Если задаваться одинаковым числовым коэффициентом доверия при определении двусторонних доверительных границ и нижней односторонней доверительной границы, т. е. принимать $\delta_2 = \delta_1 = \delta$, то z_1 будет всегда меньше, чем z_2 , так как

$$0,5\delta_2 - (\delta_1 - 0,5) = 0,5(1 - \delta) > 0.$$

Таким образом, при одном и том же риске $\gamma = 1 - \delta$ ошибиться в оценке неизвестного параметра $\bar{T}$ в случае одностороннего доверительного интервала нижняя доверительная граница будет располагаться ближе к точечной оценке $\tilde{T} = \bar{T}^*$.

При экспоненциальном законе распределения величины T точное построение доверительного интервала для неизвестного математического ожидания $\bar{T}$ производится по формулам:

$$\bar{T}_1 = \frac{\bar{T}^* 2n}{\chi_2^2} = \frac{2 \sum_{i=1}^n \tau_i}{x[100\gamma_1\%, 2n]}; \quad (4.108)$$

$$\bar{T}_2 = \frac{\bar{T}^* 2n}{\chi_1^2} = \frac{2 \sum_{i=1}^n \tau_i}{x[100\delta_1\%, 2n]}, \quad (4.109)$$

где $\chi^2 = x[Q, r]$ есть Q -процентная χ^2 -распределения при $r = 2n$ степенях свободы.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ*

Задача 1. Плотность распределения наработки до отказа технических объектов имеет вид

$$f(t) = 2\lambda \exp[-\lambda t](1 - \exp[-\lambda t]).$$

Необходимо получить аналитические выражения для вычисления таких показателей надежности, как вероятность безотказной работы (ВБР), средняя наработка до отказа, параметр потока отказов.

Р е ш е н и е.

Вероятность безотказной работы вычисляется следующим образом.

Средняя наработка до отказа. Для вычисления параметра потока отказов используется уравнение Вольтерра, которое обычно решается с использованием преобразования Лапласа:

* При решении задач использовать табл. П.1.1...П.1.2 Приложения.

$$P(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt = \int_t^{\infty} 2\lambda \exp[-\lambda(t)](1 - \exp[-\lambda(t)]) dt = \\ = 2\exp[-\lambda(t)] - \exp[-2\lambda(t)] = \exp(-\lambda t)(2 - \exp(-\lambda t)).$$

Средняя наработка до отказа:

$$T_{CP} = \int_0^{\infty} \{2\exp[-\lambda(t)] - \exp[-2\lambda(t)]\} dt = 1,5\lambda^{-1}.$$

Для вычисления параметра потока отказов используется уравнение Вольтерра, которое обычно решается с использованием преобразования Лапласа:

$$\omega(s) = \frac{f(s)}{1 - f(s)}.$$

Вычислим $f(s)$:

$$f(s) = \int_0^{\infty} f(t) \exp(-st) dt = \int_0^{\infty} 2\lambda \exp[-\lambda(t)](1 - \exp[-\lambda(t)]) \exp(-st) dt = \\ = \frac{2\lambda}{\lambda + s} - \frac{2\lambda}{2\lambda + s},$$

тогда преобразование Лапласа параметра потока отказов

$$\omega(s) = \frac{f(s)}{1 - f(s)} = \frac{2\lambda^2}{s(3\lambda + s)} = \frac{2\lambda}{3s} - \frac{2\lambda}{3(3\lambda + s)}.$$

Для отыскания $\omega(t)$ найдем обратное преобразование Лапласа, предварительно разложив полученную дробь на простые дроби:

$$\omega(t) = \frac{2\lambda}{3}(1 - \exp(-3\lambda t)).$$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ 2...44

Формула Бернулли (повторные независимые испытания). Если производится n независимых опытов, в каждом из которых вероятность появления события A равна P , то вероятность того, что это событие при n опытах произойдет k раз, **определяется формулой Бернулли***

$$P_n(m) = C_n^k P^k q^{n-k} = C_n^k P^k (1 - P^k),$$

где $q = 1 - p$ — вероятность ненаступления события A в каждом испытании (она тоже постоянна).

* При решении задач использовать табл. П.1.1...П.1.2 Приложения.

Вероятность появления события хотя бы один раз при n опытах вычисляется следующим образом:

$$P_{n,1} = 1 - q^n.$$

Вероятность появления события не менее m раз при n опытах вычисляется по формуле

$$P_{n,k} = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} P_n(i) = \sum_{i=k}^n P_n(i).$$

Асимптотическая формула Пуассона. Распределение Пуассона, определяющее вероятность появления k событий простейшего потока событий за время t с интенсивностью λ (λ — среднее число событий, появляющихся в единицу времени), имеет вид

$$P_i(k) = \frac{(\lambda t)^k \exp(-\lambda t)}{k!}.$$

В ряде задач вероятность наступления события p в отдельном испытании очень мала. Если при этом число испытаний n очень велико, то формула Бернулли превращается в асимптотическую формулу Пуассона

$$P_n(k) = \frac{(np)^k \exp(-np)}{k!}, \quad np < 10.$$

Локальная теорема Лапласа. При большом количестве повторных испытаний в формуле Бернулли приходится оперировать очень большими числами. В этом случае удобнее использовать локальную теорему Лапласа:

$$P_n(k) = \frac{\exp(-0,5x^2)}{\sqrt{2\pi}\sqrt{npq}}, \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}.$$

Интегральная теорема Лапласа. Гораздо чаще на практике возникает необходимость при n независимых испытаниях определить вероятность того, что интересующее нас событие появится не менее k_1 и не более k_2 раз. Значение такой вероятности можно получить с использованием интегральной формулы Лапласа

$$P_n(m_1, m_2) \approx \Phi(x_1) - \Phi(x_2),$$

где

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-0,5t^2) dt$$

— функция Лапласа, причем $\Phi(-x) = \Phi(x)$;

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}.$$

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ФОРМУЛ ПУАССОНА И ЛАПЛАСА

1. Если число испытаний $n = 10 \dots 20$, то приближенные формулы используются только для грубых расчетов; при этом формула Пуассона применяется в том случае, когда np изменяется в пределах от $0 \dots 2$ (при $n = 10$) до $0 \dots 3$ (при $n = 20$). В противном случае необходимо пользоваться формулами Лапласа.

2. Если $n = 10 \dots 20$, то приближенные формулы уже можно использовать для прикладных расчетов. Формулу Пуассона рекомендуется применять, когда np изменяется в пределах от $0 \dots 3$ (при $n = 20$) до $0 \dots 5$ (при $n = 100$).

3. Если $n = 100 \dots 1000$, то практически при любых расчетах можно обойтись приближенными формулами. Формула Пуассона применяется, когда np изменяется в пределах от $0 \dots 5$ (при $n = 100$) до $0 \dots 10$ (при $n = 1000$).

4. При $n > 1000$ даже специальные таблицы рассчитываются с помощью приближенных формул. В этом случае для применения формулы Пуассона необходимо, чтобы величина np изменялась в пределах $0 \dots 10$ и более.

Задача 2. В партии из n ЭА k штук бракованных. Определить вероятность того, что среди выбранных наудачу для проверки m изделий ровно l окажутся бракованными.

Решение.

Число возможных способов взять m ЭА из n равно C_n^m . При этом благоприятствующими являются те случаи, когда из общего числа k бракованных ЭА взято l штук (это можно сделать C_k^l способами), а остальные $n - l$ ЭА небракованные, т. е. они взяты из общего числа $n - k$ (количество способов равно C_{n-k}^{m-l}). Поэтому число благоприятствующих случаев равно $C_k^l C_{n-k}^{m-l}$. Искомая вероятность будет иметь вид

$$P = \frac{C_k^l C_{n-k}^{m-l}}{C_n^m}.$$

Задача 3. Микросхемы одного типа изготавливаются на трех заводах и поступают на сборку. Первый завод производит 20% всей продукции, второй — 30%, третий — 50%. В продукции первого завода 5% бракованных микросхем, второго — 3%, третьего — 2%. Взятая микросхема не удовлетворяет требованиям ОТК на сборке. Какова вероятность того, что эта микросхема изготовлена на первом заводе?

Р е ш е н и е.

Пусть событие A заключается в том, что взятая микросхема не удовлетворяет предъявляемым требованиям, тогда по формуле Байеса

$$P\left(\frac{H_1}{A}\right) = \frac{P(H_1)P\left(\frac{A}{H_1}\right)}{P(A)} = \frac{0,02 \cdot 0,05}{0,01 + 0,009 + 0,01} \approx 0,345.$$

Задача 4. Завод отправил потребителю 500 ЭА. Вероятность повреждения ЭА в пути равна 0,002. Найти вероятность того, что в пути будет повреждено: а) три ЭА, б) менее трех ЭА, в) более трех ЭА, г) хотя бы один ЭА.

Р е ш е н и е.

$np = 1$, следовательно, применима формула Пуассона:

$$\text{а) } P_{500}(3) = \frac{\exp(-1)}{3!} = \frac{0,36788}{6} = 0,0613 \text{ — вероятность повреж-}$$

дения трех ЭА;

б) найдем вероятность повреждения менее трех ЭА, т. е. может быть повреждено либо 0 ЭА, либо 1 ЭА, либо 2 ЭА:

$$\begin{aligned} P_{500}(k < 3) &= P_{500}(0) + P_{500}(1) + P_{500}(2) = \\ &= \exp(-1)(1 + 1 + 0,5) = 0,9197; \end{aligned}$$

в) для нахождения вероятности повреждения более трех ЭА легче сначала вычислить вероятность противоположного события и тогда

$$\begin{aligned} P_{500}(k > 3) &= 1 - P_{500}(k \leq 3) = \\ &= 1 - [P_{500}(0) + P_{500}(1) + P_{500}(2) + P_{500}(3)] = \\ &= 1 - [0,9197 + 0,0613] = 0,019; \end{aligned}$$

г) аналогично вычислим вероятность повреждения хотя бы одного ЭА:

$$Q = 1 - P_{500}(0) = 1 - \exp(-1) = 0,632.$$

Задача 5. Вероятность появления отказа в любой момент времени промежутка T равна p . Известно, что за время $t < T$ отказа не произошло. Определить вероятность P того, что отказ произойдет в оставшийся промежуток времени.

Р е ш е н и е.

Вероятность p появления отказа за время T равна вероятности $(t/T)p$ появления отказа за время t плюс произведение вероятности $(1 - (t/T)p)$ того, что отказ не произойдет за время t , на условную вероятность появления отказа за оставшееся время при

условии, что он раньше не произошел. Таким образом, имеет место равенство

$$P = \frac{t}{T}p + \left(1 - \frac{t}{T}p\right)p,$$

откуда находим

$$P = \frac{p\left(1 - \frac{t}{T}\right)}{1 - \frac{t}{T}p}.$$

Задача 6. Из партии, в которой 30 деталей без дефекта и 5 с дефектом, берут наудачу 3 детали. Определить вероятность того, что по крайней мере одна деталь будет без дефекта.

Задача 7. Для перевозки $(n + m)$ изделий двух типов использовался железнодорожный состав. Получена информация о том, что в пути следования повреждены два изделия. Определить вероятность того, что повреждены изделия различных типов.

Задача 8. При увеличении напряжения в два раза может произойти разрыв электрической цепи вследствие выхода из строя одного из трех последовательно соединенных элементов соответственно с вероятностями 0,3, 0,4 и 0,6. Определить вероятность того, что при этом не будет разрыва цепи. Как изменится искомая вероятность, если не будет первого элемента?

Задача 9. Определить вероятность того, что выбранное наудачу изделие является первосортным, если известно, что 4% всей продукции — брак, а 75% небракованных изделий удовлетворяют требованиям первого сорта.

Задача 10. Вероятность выхода из строя k -го блока ЭА за время t равна q_k ($k = 1, 2, \dots$). Определить вероятность выхода из строя за указанный промежуток времени хотя бы одного из блоков этого ЭА, если работа всех блоков взаимно независима.

Задача 11. Вероятность наступления события в каждом опыте одинакова и равна 0,2. Опыты проводятся последовательно до наступления события. Определить вероятность того, что придется проводить четвертый опыт.

Задача 12. Вероятность изготовления первосортной детали на первом станке равна 0,7, на втором — 0,8. На первом станке изготовлены две детали, на втором — три. Найти вероятность того, что все детали первосортные.

Задача 13. Разрыв электрической цепи ЭА может произойти вследствие выхода из строя элемента K или двух элементов K_1 и K_2 (рис. 4.11). Вероятность выхода из строя элемента K равна 0,3,

а для каждого из элементов K_1 и K_2 эти вероятности равны 0,2. Определить вероятность разрыва электрической цепи ЭА.

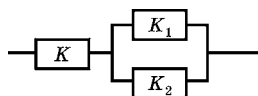


Рис. 4.11
Схема электрической цепи

Задача 14. Работа ЭА прекратилась вследствие выхода из строя одного модуля из общего числа N . Определение этого модуля производится путем поочередной замены каждого модуля новым. Найти вероятность того, что придется проверить n модулей, если вероятность выхода из строя каждого модуля равна q .

Задача 15. Вероятность превышения номинального значения напряжения в электрической цепи ЭА равна q_1 . При повышенном напряжении вероятность аварии ЭА — потребителя электрического тока — равна q_2 . Определить вероятность аварии ЭА вследствие повышения напряжения.

Задача 16. Детали могут быть изготовлены с применением двух технологий: в первом случае деталь проходит три технологические операции; вероятности получения брака при каждой из них равны 0,1; 0,2 и 0,3. Во втором — имеются две операции, вероятности получения брака при которых одинаковы и равны 0,3. Определить, какая технология обеспечивает большую вероятность получения первосортной продукции, если в первом случае вероятность получения продукции первого сорта для небракованной детали равна 0,9, а во втором — 0,8.

Задача 17. Рабочий обслуживает четыре станка. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания рабочего, для первого станка равна 0,7; для второго — 0,8; для третьего — 0,9; для четвертого — 0,85. Найти вероятность того, что в течение часа по крайней мере один станок потребует к себе внимания рабочего.

Задача 18. Из партии n ЭА, среди которых r бракованных, наудачу берутся r ЭА. Какова вероятность того, что все они бракованные?

Задача 19. Определить вероятность того, что партия из 100 ЭА, среди которых пять бракованных, будет принята при испытании наудачу выбранной половины всей партии, если условиями приема допускается бракованных ЭА не более одного из 50.

Задача 20. Электрическая цепь между точками A и B составлена по схеме, которая представлена на рис. 4.12. Выход из строя за время t различных элементов цепи — независимые события, имеющие следующие вероятности:

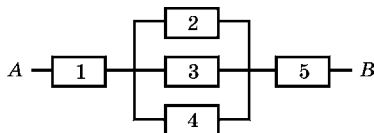


Рис. 4.12
Схема электрической цепи

Номер элемента	1	2	3	4	5
Вероятность выхода из строя	0,6	0,5	0,4	0,7	0,9

Задача 21. В результате опыта соответственно с вероятностями 0,012; 0,10; 0,006 и 0,002 может произойти одно из четырех несовместных событий. Определить вероятность того, что в результате опыта произойдет любое из этих событий.

Задача 22. Селективный блок, встроенный в ЭА, может принадлежать одной из трех партий с вероятностями P_1, P_2, P_3 , где $P_1 = P_2 = 0,25$; $P_3 = 0,5$. Вероятности того, что блок проработает заданное число часов для этих партий, равны соответственно 0,1; 0,2 и 0,4. Определить вероятность того, что блок проработал заданное число часов.

Задача 23. Определить вероятность того, что 100 дросселей, взятых наудачу из 1000, окажутся исправными, если известно, что число исправных дросселей из 1000 штук равномерно от 0 до 5.

Задача 24. Партия из 100 ЭА подвергается выборочному контролю. Условием непригодности всей партии является наличие хотя бы одного бракованного ЭА среди пяти проверяемых. Какова вероятность для данной партии быть непринятой, если она содержит 5% неисправных ЭА?

Задача 25. Вероятность того, что реле останется исправным после 1000 ч работы, равна 0,2. Какова вероятность того, что хотя бы одно из трех реле останется исправным после 1000 ч работы?

Задача 26. На сборку попадают детали с трех автоматов. Известно, что первый автомат дает 0,3% брака, второй — 0,2%, третий — 0,4%. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 1000, со второго — 2000, с третьего — 2500 деталей.

Задача 27. Рабочий обслуживает три станка, на которых обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для первого станка равна 0,02, для второго — 0,03, для третьего — 0,04. Обработанные детали складываются в один ящик. Производительность первого станка в 3 раза больше, чем второго, а третьего — в 2 раза меньше, чем второго. Определить вероятность того, что взятая наудачу деталь будет бракованная.

Задача 28. Завод выпускает три типа предохранителей для компьютеров. Доля каждого из них в общем объеме составляет 30, 50 и

20% соответственно. При перегрузке сети предохранитель первого типа срабатывает с вероятностью 0,5, второго — 0,9, третьего — 0,85. Выбранный наудачу предохранитель не сработал при перегрузке сети. Какова вероятность того, что он принадлежал к первому, второму, третьему типу?

Задача 29. На фабрике, изготавливающей ЭА, первая поточная линия производит 30%, вторая — 45%, третья — 25% всех ЭА. Брак составляет соответственно 2, 5 и 3% продукции. Найти вероятность того, что случайно выбранный ЭА произведен первой поточной линией, если он оказался дефектным.

Задача 30. Фирма имеет пять компьютеров. Вероятность того, что в течение трех лет каждый потребует ремонта, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение указанного срока не придется ремонтировать хотя бы два компьютера.

Задача 31. В помещении четыре электровыключателя. Для каждого из них вероятность оказаться исправным в течение года равна $5/6$. Какова вероятность того, что в течение года придется заменить не меньше половины электровыключателей.

Задача 32. Вероятность выхода из строя за сутки одного конденсатора равна 0,2. Найти вероятность того, что за сутки из 100 независимо работающих конденсаторов выйдут из строя 20.

Задача 33. Автоматическая штамповка клемм для предохранителей дает 10% отклонений от принятого стандарта. Сколько стандартных клемм следует ожидать с вероятностью 0,0587 среди 400 клемм?

Задача 34. В результате проверки качества изготовленных микросхем установлено, что 90% всей продукции удовлетворяет всем требованиям нормативно-конструкторской документации. Найти вероятность того, что среди 900 наудачу отобранных для испытания микросхем исправными окажутся от 600 до 640 штук.

Задача 35. Вероятность выпуска бракованной детали равна 0,005. Найти вероятность того, что среди 1000 деталей бракованных будет: а) 8; б) не более 2.

Задача 36. При работе компьютера возникают сбои в среднем 2 раза в сутки. Найти вероятность того, что: а) за двое суток не произойдет сбоя; б) в течение суток произойдет хотя бы один сбой; в) за трое суток произойдет не менее трех сбоев.

Задача 37. Определить основные показатели надежности подсистем обработки информации, распределение времени возникновения отказов которых подчиняется соответственно

а) закону Рэлея:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right);$$

б) закону Вейбулла:

$$f(t) = \frac{\alpha}{\theta} t^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{t^\alpha}{\theta}\right), \quad \alpha > 0; \quad t \geq 0; \quad \lambda = \frac{1}{\theta};$$

в) гамма-распределению:

$$f(t) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} \exp(-\lambda t).$$

Задача 38. Вероятность безотказной работы ЭА в течение $t = 1000$ ч равна 0,95. Время исправной работы подчинено закону Рэлея. Требуется определить количественные характеристики надежности $f(t)$, $\lambda(t)$, $T_{\text{ср}}$.

Задача 39. Время исправной работы ЭА подчинено закону Вейбулла с параметрами $\alpha = 2,6$; $\theta = 0,6 \cdot 10^7$. Необходимо найти вероятность безотказной работы, плотность вероятности $f(t)$ и интенсивность отказов ЭА за время $t = 150$ ч. Вычислить среднюю наработку до первого отказа.

Задача 40. Время исправной работы элемента ЭА подчинено гамма-распределению с параметрами $\alpha = 2,6$, $\theta = 0,6 \cdot 10^7$. Необходимо определить вероятность безотказной работы, плотность вероятности $f(t)$, интенсивность отказов элемента за 10 000 ч, 5000 ч. Вычислить среднюю наработку до первого отказа элемента.

Задача 41. Интенсивность отказов схемы управления ЭА одной из подсистем самолета $\lambda = 0,82 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч} = \text{const}$. Необходимо найти вероятность безотказной работы в течение 6 ч полета самолета, плотность вероятности $f(t)$ при $t = 100$ ч и среднюю наработку до первого отказа.

Задача 42. Определить, какова должна быть средняя наработка до отказа ЭА, имеющего экспоненциальное распределение наработки до отказа, чтобы вероятность безотказной работы была не менее 0,99 в течение наработки $t = 300$ ч.

Задача 43. Время безотказной работы блока ЭА подчинено усеченному нормальному закону с параметрами $m = 8000$ ч, $\sigma = 2000$ ч. Определить вероятность безотказной работы блока для значений наработки 4000, 6000, 8000, 10 000 ч.

Задача 44. Определить, какова должна быть средняя наработка до отказа ЭА, имеющего усеченное нормальное распределение наработки до отказа, чтобы вероятность безотказной работы была не менее 0,98 в течение наработки $t = 500$ ч для $\sigma = 200$ ч.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какова зависимость между вероятностью безотказной работы объекта и его средней наработкой до отказа?
2. Как связаны между собой вероятность безотказной работы и интенсивность отказов объекта?
3. Объясните связь вероятности безотказной работы, интенсивности отказов и средней наработки до отказа объекта.
4. Каким образом выглядит соотношение между плотностью распределения и интенсивностью отказов при экспоненциальном законе наработки объекта до отказа?
5. Выведите уравнение, связывающее параметр потоков отказов объекта и плотность распределения наработки до отказа.
6. Покажите, как аналитически связана вероятность и интенсивность восстановления объекта.
7. Дайте определение понятиям «случайная величина» и «вероятность», исходя из понятия «вероятностное пространство».
8. Какие вы знаете характеристики случайных величин?
9. Перечислите известные вам моменты случайных величин.
10. В чем особенности формулы Байеса?
11. Какой смысл имеет центральная предельная теорема?
12. Напишите формулу биномиального закона распределения случайных величин и закона Пуассона.
13. Какова роль нормального (гауссовского) закона распределения в теории надежности?
14. В каких случаях применяется экспоненциальное распределение в задачах надежности?
15. С какой целью используется в теории надежности композиция законов распределения?
16. В чем заключаются особенности многомерных распределений случайных величин?
17. Каковы отличия усеченного нормального распределения?
18. Какова вероятность безотказной работы объекта в течение средней наработки до отказа, если аналитическое выражение интенсивности отказов имеет вид $\lambda(t) = at$?

Примечание:

$$\int_0^{\infty} \exp[-c^2 x^2] dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2c}.$$

19. Какова вероятность безотказной работы объекта в течение средней наработки до отказа, если плотность распределения наработки до отказа имеет вид $f(t) = \lambda \exp[-\lambda t]$?
20. Вычислите математическое ожидание и дисперсию наработки до отказа для экспоненциального закона.
21. Плотность распределения наработки до отказа системы контроля имеет вид $f(t) = c_1 \lambda_1 \exp[-\lambda_1 t] + c_2 \lambda_2 \exp[-\lambda_2 t]$. Необходимо получить аналитические выражения для всех количественных показателей надежности, а именно $P(t)$, $\lambda(t)$, $\omega(t)$.

22. Доказать, что при плотности распределения наработки до отказа вида $f(t) = c_1\lambda_1\exp[-\lambda_1 t] + c_2\lambda_2\exp[-\lambda_2 t]$ существует установившееся значение интенсивности отказов, равное меньшему из значений λ_1 и λ_2 .
23. Доказать, что если плотность распределения между отказами имеет вид $f(t) = c_1\lambda_1\exp[-\lambda_1 t] + c_2\lambda_2\exp[-\lambda_2 t]$ и отказы независимы, то установившееся значение параметра потока отказов всегда больше установившегося значения интенсивности отказов.

24. Плотность распределения наработки до отказа технических объектов может иметь вид:

а) $f(t) = 2\lambda\exp[-\lambda t](1 - \exp[-\lambda t]);$

б) $f(t) = 6\lambda\exp[-2\lambda t](1 - \exp[-\lambda t]).$

Необходимо получить аналитические выражения для вычисления таких показателей надежности, как вероятность безотказной работы, интенсивность отказов, средняя наработка до отказа, параметр потока отказов.

25. Анализ данных об отказах устройства управления (УУ) показал, что вероятность его безотказной работы выражается формулой

$$P(t) = 3\exp[-\lambda t] - 3\exp[-2\lambda t] + \exp[-3\lambda t].$$

Вычислить среднюю наработку до отказа УУ, если известно, что $\lambda = 10^3$. Вычислить вероятность безотказной работы, значение интенсивности отказов, плотность распределения наработки до отказов при $t = 1000$ ч работы УУ.

26. Интенсивность отказов объектов управления зависит от времени и выражается функциями:

а) $\lambda(t) = \frac{k(1 - \exp\{-kt\})}{1 - 0,5\exp\{-kt\}};$

б) $\lambda(t) = \frac{k^2 t}{1 + kt}.$

Требуется определить показатели надежности $P(t)$, $T_{\text{ср}}$, $f(t)$.

ПОТОКИ ОТКАЗОВ И ВОССТАНОВЛЕНИЙ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

5.1. ХАРАКТЕРИСТИКА ПОТОКОВ ОТКАЗОВ И ВОССТАНОВЛЕНИЙ

Как было показано на рис. 1.3, процесс функционирования объектов состоит из чередующихся случайных событий: исправная работа, отказ, восстановление работоспособности, исправная работа и т. д. Поэтому в теории надежности принято пользоваться понятием потока событий — это такая последовательность событий, при которой они происходят одно за другим в случайные моменты времени.

Основными потоками событий, изучаемыми в теории надежности, являются потоки отказов и восстановлений. По своему характеру они могут быть самыми разными. Наибольшее применение в теории надежности получили простейший поток и потоки Эрланга.

Среди самых важных характеристик потоков отказов и восстановлений являются математическое ожидание числа отказов (восстановлений) $\Omega(t)$ на интервале $(0, t)$, интенсивность отказа $\lambda(t)$ или восстановления $\mu(t)$ и $\omega(t)$ — параметр потока отказов. Под интенсивностью потока отказов (восстановлений) понимается математическое ожидание числа отказов (восстановлений) в единицу времени, т. е.

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q(t, t + \Delta t)}{\Delta t}.$$

Простейшим потоком событий называется поток, удовлетворяющий условиям стационарности, ординарности и отсутствия последействия.

Стационарность потока отказов означает, что вероятность появления определенного числа отказов за определенный интервал времени длительностью t зависит не от того, где располагается на оси времени t этот интервал, а только от его длительности, т. е. плотность потока появления отказов постоянна во времени. Иначе говоря, вероятность возникновения фиксированного числа отказов на заданном интервале времени не зависит от выбора начала отсчета времени. Потоки отказов многих объектов в период нормальной эксплуатации близки к стационарному потоку. В периоды приработки и старения объектов потоки отказов являются нестационарными.

Поток отказов принадлежит к классу ординарных потоков, если вероятность возникновения двух и более отказов за промежуток времени Δt пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью возникновения одного отказа, т. е.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q_{n>1}(\Delta t)}{\Delta t} = 0. \quad (5.1)$$

Иными словами, ординарность потока исключает случаи одновременного возникновения нескольких отказов.

Отсутствие последействия означает, что вероятность возникновения фиксированного числа отказов на интервале времени $(t, t + \tau)$ не зависит от того, сколько отказов возникло до момента τ . Аналитически условия принадлежности к классу потоков без последействия можно записать в виде

$$P(n_1, n_{t+\tau} - n_\tau = n) = Q_{n1}(\tau)Q_n(t, \tau). \quad (5.2)$$

Для потоков с последействием

$$\begin{aligned} P(n_\tau = n_1, n_{t+\tau} - n_\tau = n) &= Q_{n1,n}(t, \tau) = \\ &= Q_{n1}(\tau)P\left(n_{t+\tau} - n_\tau = \frac{n}{n_\tau} = n_1\right). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Условие (5.3) свидетельствует о том, что отказы являются событиями случайными и независимыми.

Несмотря на то что на практике не всегда наблюдается одновременное выполнение всех трех указанных условий, простейший поток может служить приближенной физической моделью для широкого круга задач, выдвигаемых требованиями эксплуатации объектов. Доказано, что если поток отказов является простейшим,

то он описывается распределением Пуассона с постоянным параметром распределения λ :

$$Q_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} \exp(-\lambda t). \quad (5.4)$$

Поэтому простейший поток часто называют пуассоновским.

Потоки отказов элементов сложных систем часто являются нестационарными. Поток, удовлетворяющий одновременно условиям ординарности и отсутствия последействия, но нестационарный, называется нестационарным потоком Пуассона. Он наблюдается в процессе приработки системы и в случае, если элементы сложной системы работают неодновременно из-за износа изоляции, нарушения правильной работы ручного или дистанционного привода, а также из-за сбоя последовательности замыкания и размыкания при включении и отключении главных и дугогасительных контактов. На отказ ЭА, расположенных на открытой местности, влияют погодные явления.

Нарушение условий стационарности или наличие последствия приводит к тому, что поток становится непростейшим. К непростейшим потокам относятся **потоки Эрланга**, которые возникают вследствие «просеивания» простейшего потока отказов. Потоком Эрланга k -го порядка называется поток, получающийся в результате сохранения каждого k -го события в простейшем потоке. При $k = 1$ поток Эрланга — простейший. С увеличением числа k последствие возрастает. При $k \rightarrow \infty$ поток приближается к регулярному потоку с постоянным интервалом между событиями

$$T_k = \frac{1}{\lambda_k}.$$

Дифференциальный закон распределения потока Эрланга описывается формулой

$$f_k(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} \exp(-\lambda t), \quad (5.5)$$

где λ — интенсивность простейшего исходного потока.

Интенсивность отказов при потоке Эрланга:

$$\lambda_k = \frac{\lambda}{k},$$

математическое ожидание времени между событиями:

$$m_k(t) = T_k = \frac{1}{\lambda_k},$$

дисперсия времени между событиями:

$$D_k(t) = \frac{1}{k\lambda_k^2}.$$

5.2. МОДЕЛИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Случайной функцией (или случайным анализом) на вероятностном пространстве $\{\Omega, \Psi, P\}$ называется семейство случайных величин $\xi(t, \omega)$, зависящих от вещественного параметра t , принимающего значения из некоторого множества T . Это множество называется областью определения функции. Пространство X , в котором $\xi(t, \omega)$ принимает свои значения, называется фазовым пространством функции. При обозначении случайных величин аргумент ω часто опускают и пишут $\xi(t)$ вместо $\xi(t, \omega)$. Параметр t иногда записывают в виде индекса $\xi_t, t \in T$.

Если T — подмножество действительной прямой, а параметр t интерпретируется как время ($T \in [0, \infty]$), то вместо термина «случайная функция» употребляется термин «случайный процесс». Если T состоит из целых чисел, то говорят также о случайной последовательности.

Здесь рассматриваются в основном случайные процессы. Если в функции $\xi(t, \omega)$ зафиксировать элементарное событие ω , то это уже не случайная функция от $t \in T$, а *выборочная* (ее еще называют траекторией или путями случайного процесса). Однако $\omega \in \Omega$ в каждой точке $t \in T$ являются случайными величинами.

Одной из основных характеристик случайного процесса являются его конечномерные (частные) распределения — набор функций, определенных для каждого натурального k соотношениями

$$F_{t_1, t_2, \dots, t_k}(A_1, A_2, \dots, A_k) = P \left\{ \bigcap_{j=1}^k [\xi(t_j, \omega) \in A_j] \right\}, \quad (5.6)$$

где $t_1, t_2, \dots, t_k; A_1, A_2, \dots, A_k$ — множества из области значений процесса.

Явные выражения для конечномерных функций распределения случайного процесса часто бывают сложными и неудобными в инженерных приложениях. Поэтому в ряде случаев задают конечномерные распределения их плотностями или характеристическими функциями. Если $f_{t_1, t_2, \dots, t_k}(x_1, x_2, \dots, x_k)$ — плотность распределения функции распределения $F_{t_1, t_2, \dots, t_k}(x_1, x_2, \dots, x_k)$, то

$$F_{t_1, t_2, \dots, t_k}(A_1, A_2, \dots, A_k) = \int_{A_1} \dots \int_{A_k} f_{t_1, t_2, \dots, t_k}(x_1, x_2, \dots, x_k) dx_1 \dots dx_k. \quad (5.7)$$

Характеристическая функция конечномерного распределения $F_{t_1, t_2, \dots, t_k}(x_1, x_2, \dots, x_k)$ определяется формулой

$$\varphi_{t_1, t_2, \dots, t_k}(u_1, \dots, u_k) = M \exp \left[i \sum_{j=1}^k \xi(t_j) u_j \right], \quad (5.8)$$

где u_j , $j = \overline{1, k}$ — вещественные числа.

Характеристическая функция является преобразованием Фурье плотности распределения

$$\begin{aligned} & \varphi_{t_1, t_2, \dots, t_k}(u_1, u_2, \dots, u_k) = \\ & = \int \dots \int_{u_1, u_k} \left[\exp \left(- \sum_{j=1}^k x_j u_j \right) \right] f_{t_1, t_2, \dots, t_k}(x_1, x_2, \dots, x_k) dx_1 \dots dx_k; \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} & f_{t_1, t_2, \dots, t_k}(x_1, x_2, \dots, x_k) = \\ & = \frac{1}{(2\pi)^k} \int \dots \int_{u_1, u_k} \left[\exp \left(- \sum_{j=1}^k x_j u_j \right) \right] \varphi_{t_1, t_2, \dots, t_k}(u_1, u_2, \dots, u_k) du_1 \dots du_k. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Два случайных процесса называются стохастически эквивалентными в широком смысле, если совпадают их конечномерные распределения.

В теории случайных процессов выделяются в зависимости от применяемых методов и объектов исследования различные классы.

1. Случайный процесс $\xi(t)$, $t \in T$ называется *гауссовским*, если все его конечномерные распределения — гауссовские, т. е. случайный вектор $\tilde{\xi}(t) = (\xi_{t_1}, \dots, \xi_{t_k})$ имеет нормальное распределение при любых $t_1, \dots, t_k \in T$.

2. Случайный процесс $\xi(t)$, $t \in T$ называется процессом с *независимыми приращениями*, если его приращения на непересекающихся отрезках не зависят друг от друга: для $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_k$, $t \in T$, случайные величины $\xi_{t_1} - \xi_{t_0}$, $\xi_{t_2} - \xi_{t_1}, \dots, \xi_{t_k} - \xi_{t_{k-1}}$ независимы.

3. Случайный процесс $\xi(t)$, $M|\xi(t)|^2 < \infty$ называется процессом с *некоррелированными приращениями*, если его приращения на непересекающихся отрезках некоррелированы, т. е. для $t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq t_3$ имеем $\text{cov}(\xi_{t_1} - \xi_{t_0}, \xi_{t_3} - \xi_{t_2}) = 0$.

Если $\xi(t)$ — процесс с независимыми приращениями, $M|\xi(t)|^2 < \infty$, то он также является и процессом с некоррелированными приращениями; если $\xi(t)$ — гауссовский процесс с некоррелированными приращениями, то это также и процесс с независимыми приращениями.

4. Случайный процесс $\xi(t)$, $t \in T$ называется *стационарным*, если для любого действительного h его конечномерные распределения не меняются при сдвиге на h :

$$F_{t_1, t_2, \dots, t_k}(x_1, x_2, \dots, x_k) = F_{t_1+h, t_2+h, \dots, t_k+h}(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (5.11)$$

если только $(t_1, \dots, t_k; t_1 + h, \dots, t_k + h) \in T$.

5. Марковские случайные процессы — это процессы, в которых будущее и прошлое при фиксированном настоящем независимы, или те, в которых будущее зависит от прошлого только через настоящее.

Важный класс случайных процессов образуют **стационарные процессы**, те или иные характеристики которых остаются неизменными от начала интервала и во всем интервале. В более общем случае стационарными называют такие случайные процессы, определенные характеристики которых инвариантны относительно некоторой группы или полугруппы преобразований. В качестве характеристик случайных процессов чаще всего выступают конечномерные распределения.

Однако еще важнее процессы, обладающие свойством стационарности второго порядка, обычно называемые стационарными в широком смысле, т. е. зависящие не от начала интервала, но от рассматриваемого интервала. Если в качестве инвариантных характеристик выбираются конечномерные распределения, то соответствующие процессы называют стационарными в узком смысле.

Спектральное представление случайных процессов. Технологические и режимные параметры объектов часто представляют собой колебания со случайными составляющими, являясь стационарными в широком смысле случайными процессами. В этом плане для физической интерпретации таких случайных процессов вводятся следующие термины.

Энергией, переносимой случайным процессом $\xi(t)$ в течение промежутка времени (t_1, t_2) , называется величина

$$\int_{t_1}^{t_2} \xi^2(t) dt.$$

Полной энергией, переносимой процессом $\xi(t)$ $(-\infty < t < \infty)$, называется интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \xi^2(t) dt,$$

если он существует.

Средней мощностью случайного процесса называется предел

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \xi^2(t) dt.$$

Если процесс $\xi(t)$ является комплексным, то вместо $\xi^2(t)$ в предыдущих выражениях следует писать $|\xi^2(t)|$.

Случайные процессы удобно моделировать суммами гармоник, с заданными частотами и случайными амплитудами $A(t)$ и фазами $\varphi(t)$:

$$\xi(t) = \sum_{j=1}^n A_j(t) \cos[u_j(t) + \varphi_j(t)].$$

Теоретико-вероятностная структура этого процесса полностью определяется совместным распределением случайных величин $A_j(t)$, $\varphi_j(t)$, $j = \overline{1, n}$. Во многих случаях целесообразно рассматривать комплекснозначные случайные процессы колебательного характера

$$\xi(t) = \sum_{j=1}^n \gamma_j \exp(iut), \quad (5.12)$$

где комплексные амплитуды γ_j являются случайными величинами $\gamma_j = \alpha_j + i\beta_j$; α_j, β_j , $j = \overline{1, n}$, вещественны. При этом совокупность всех частот $\{u_j\}$, $j = \overline{1, n}$, рассматриваемая как множество точек на прямой $(-\infty < u < \infty)$, называется **спектром случайного процесса**.

Случайный процесс $\xi(t)$ можно расцепить на вещественную и мнимую части:

$$\xi(t) = \varsigma(t) + i\eta(t),$$

где

$$\varsigma(t) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cos u_j t + \beta_j \sin u_j t; \eta(t) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \sin u_j t - \beta_j \cos u_j t.$$

Средняя мощность, переносимая случайным колебательным процессом $\xi(t)$:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \xi^2(t) dt = \sum_{j=1}^n |\gamma_j|^2.$$

Каноническое представление случайных процессов. В ряде случаев для описания случайного процесса применяют представление его через сумму случайных процессов более простого вида. Один из способов такого представления называется каноническим разложением:

$$\xi(t) = m_\xi(t) + \sum_{j=1}^n V_j \varphi_j(t), \quad (5.13)$$

где $\varphi_j(t)$, $j = \overline{1, \infty}$ — координатные функции, являющиеся неслучайными функциями времени; V_j — коэффициенты, являющиеся некоррелированными случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями $D_j = M\{V_j^2\}$, $j = \overline{1, \infty}$.

В качестве координатных функций в канонических разложениях используют семейства функций, обладающих свойством ортонормированности:

$$\int_0^{\infty} \varphi_j^2(t) dt = 1, \quad j = \overline{1, \infty}; \quad \int_0^{\infty} \varphi_j(t) \varphi_k(t) dt = 0, \quad j, k = \overline{1, \infty}, j \neq k.$$

Квазистационарные случайные процессы. Технологические процессы, протекающие в сложных системах, под влиянием разнообразных факторов конструктивного, производственного и эксплуатационного характера изменяются случайным и неслучайным образом во времени. Поэтому при математическом описании технологических процессов необходимо учитывать нестационарность случайных процессов. Вид нестационарности случайных процессов в оборудовании может быть различным.

1. Случайный процесс $\xi(t)$ называется нестационарным по математическому ожиданию, если он имеет вид

$$\xi(t) = a(t) + \xi^0(t), \quad (5.14)$$

где $a(t)$ — неслучайная функция времени; $\xi^0(t)$ — стационарный случайный процесс.

2. Случайный процесс $\xi(t)$ называется нестационарным по дисперсии, если он представим в виде произведения

$$\xi(t) = \sigma^2(t) \xi^0(t), \quad (5.15)$$

где $\sigma^2(t)$ — функция изменения дисперсии во времени.

3. Случайный процесс $\xi(t)$ может быть нестационарным и по математическому ожиданию, и по дисперсии одновременно:

$$\xi(t) = a(t) + \sigma^2(t) \xi^0(t), \quad (5.16)$$

при этом считается, что $M\xi^0(t) = 0$, $D\xi^0(t) = 1$.

Решение многих статистических задач для квазистационарных процессов часто сводится к стационарному случаю.

5.3.

МАРКОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Марковские процессы играют чрезвычайно важную роль в различных приложениях. Хотя эти процессы представляют собой весьма специальный класс случайных процессов, значение их для теории надежности, особенно для решения задач прогнозирования характеристик надежности, очень велико. При определении

характеристик надежности оборудования сложных технологических систем в процессе эксплуатации и прогнозирования остаточного ресурса наибольший интерес представляют процессы Маркова с непрерывным временем, которые и будут здесь рассмотрены.

Марковское свойство. В основе понятия марковского процесса лежит представление об изменяющихся во времени системах, обладающих свойством «отсутствия последействия» («отсутствия памяти»). Пусть имеется некоторое вероятностное пространство $\{\Omega, \Psi, P\}$. Время изменяется на некотором отрезке (интервале, полуинтервале) τ (например, $\tau = [0, \infty]$), содержащемся во множестве всех действительных неотрицательных чисел. Поток σ -алгебр $\{\Psi_t, t \in \tau\}$ задан, т. е. задано такое семейство σ -алгебр σ_t , что $\Psi_t \subset \Psi$ и $\Psi_s \subset \Psi_t$ при $s \leq t$; $s, t \in \tau$. Задана также функция двух переменных $\xi(t) = \xi^0(t, \omega)$, $t \in \tau$, $\omega \in \Omega$ со значениями в некотором измеримом пространстве (X, β) такая, что $\xi(t)$ при каждом $t \in \tau$ является измеримым отображением пространства (Ω, Ψ_t) в (X, β) . Тем самым задан случайный процесс $\xi(t)$, подчиненный потоку σ -алгебр $\{\Psi_t, t \in \tau\}$.

Случайный процесс $\xi(t)$, подчиненный потоку σ -алгебр Ψ_t , обладает марковским свойством относительно этого потока, если при всех $s \leq t$; $s, t \in \tau$, $\Gamma \in \beta$ с вероятностью 1 выполняется соотношение

$$P\left\{\xi(t) \in \frac{\Gamma}{\Psi_s}\right\} = P\left\{\xi(t) \in \frac{\Gamma}{\xi(s)}\right\}.$$

Такой процесс принято называть **марковской случайной функцией**. Измеримое пространство (X, Ψ) называется фазовым пространством, а точки фазового пространства — состояниями.

Если $\xi(t)$ интерпретировать как состояние некоторой системы в момент времени t , то марковское свойство означает, что такая система обладает свойством отсутствия последействия: при прогнозировании поведения системы в «будущие» моменты времени по наблюдениям за системой во все «прошедшие» моменты времени вплоть до «настоящего» существенным является знание состояния системы лишь в «настоящий» момент времени.

Вероятность перехода. Пусть $\{\xi(t), t \in \tau\}$ — марковская случайная функция. Следствием марковского свойства и формулы полной вероятности является соотношение

$$P\{\xi(t_3) \in \Gamma / \xi(t_1)\} = M\{P\{\xi(t_3) \in \Gamma / \xi(t_2)\} / \xi(t_1)\}, \quad (5.17)$$

справедливое почти наверное относительно меры P при всех $\Gamma \in \beta$ и $t_1 < t_2 < t_3$ ($t_1, t_2, t_3 \in \tau$). Это соотношение называется уравнением Колмогорова — Чепмена.

Особый интерес представляет случай, когда для условной вероятности $P\{\xi(t) \in \Gamma/\xi(s)\}$ существует условная вероятность, т. е. такая функция $P(s, x, t, \Gamma) \in X, \Gamma \in \beta, s < t (s, t \in \tau)$, что выполняются условия:

а) при фиксированных s, t, Γ функция $P(s, x, t, \Gamma)$ является вероятностной мерой на (X, β) ;

б) при фиксированных s, t, Γ функция $P(s, x, t, \Gamma)$ измерима;

в) с вероятностью 1 при всех s, t, Γ

$$P\{s, \xi(s), t, \Gamma\} = P\left\{\xi(t) \in \frac{\Gamma}{\xi(s)}\right\}.$$

Если для данной марковской случайной функции существует функция $P(s, x, t, \Gamma)$, удовлетворяющая условиям (а...в), то она называется вероятностью перехода (переходной вероятностью). В терминах вероятности перехода уравнение Колмогорова — Чепмена запишется в виде

$$P\{t_1, \xi(t_1), t_3, \Gamma\} = \int_x p\{t_2, y, t_3, \Gamma\} P\{t_1, \xi(t_2), t_2, dy\},$$

где $t_1 < t_2 < t_3 (t_1, t_2, t_3 \in \tau), \Gamma \in \beta$.

Определение марковского процесса. При изучении марковского свойства удобно не фиксировать начальное распределение процесса (да и сам начальный момент времени), а рассматривать целое семейство марковских случайных функций, «начинающихся» в произвольный момент времени в произвольной точке фазового пространства. Это означает, что на вероятностном пространстве имеется уже не одна фиксированная вероятностная мера, а семейство мер P_{SX} , зависящих от временной и фазовой переменных и связанных между собой марковским свойством. При этом мера P_{SX} интерпретируется как условная вероятность некоторого события, которое может произойти после момента времени s при условии, что $\xi(s) = x$.

Если заданы пространство элементарных событий (Ω, Ψ_t) , семейство σ -алгебр $\Psi_t^S (0 \leq s \leq t < \infty)$, функция двух переменных $\xi(t) = \xi(t, \omega), t \in \tau, \omega \in \Omega$, со значениями в измеримом пространстве (X, β) и семейство вероятностных мер $\{P_{SX}, s \in \tau\}$ на σ -алгебре Ψ^S , то система этих объектов называется марковским процессом при выполнении следующих условий:

1) при любых $0 \leq s \leq t, \Gamma \in \beta$ функция $P(s, x, t, \Gamma) = P_{SX}\{\xi(t) \in \Gamma\}$ есть β -измеримая функция от x ;

2) при любых $0 \leq s \leq t_1 \leq t_2$, $x \in X$, $\Gamma \in \beta$ с вероятностью $P_{SX} = 1$ выполнено соотношение

$$P_{SX} \left\{ \xi(t_2) \in \frac{\Gamma}{\Psi_{t_1}^{1/2}} \right\} = P\{t_1, \xi(t_1), t_2, \Gamma\}.$$

Строгая марковость. Случайную величину $\upsilon = \upsilon(\omega)$ со значениями в (s, ∞) будем называть марковским моментом относительно потока σ -алгебр $\{\Psi'_s, t \geq s\}$, если при всех $t \geq st$ выполняется условие $\{\omega : \upsilon(\omega) \leq t\} \in \Psi'_s$. Марковские моменты называют иногда величинами, не зависящими от будущего, так как наглядно условие $\{\upsilon \leq t\} \in \Psi'_t$ означает, что наступление или ненаступление события $\{\upsilon \leq t\}$ зависит лишь от явлений, наблюдаемых в течение времени от момента s до момента t .

Марковский процесс $\xi(t)$ в фазовом пространстве (X, β) называется строго марковским, если выполнены следующие условия:

1) при фиксированном $\Gamma \in \beta$ вероятность перехода $P(s, x, t, \Gamma)$ процесса $\tau^0 \times \beta \times \tau^0$ -измеримой функции от (s, x, t) на множестве $0 \leq s \leq t < \infty$, $x \in X$; здесь τ^0 σ -алгебра борелевских подмножеств полуоси $[0, \infty]$;

2) для любых $s \geq 0$, $t \geq 0$, $x \in X$, $\Gamma \in \beta$ и произвольного марковского момента υ относительно потока σ -алгебр выполнено соотношение

$$P_{SX} \left\{ \xi(t + \upsilon) \in \frac{\Gamma}{\Psi_{\upsilon}^{1/2}} \right\} = P\{\upsilon, \xi(\upsilon), t + x, \Gamma\}$$

на множестве $\Omega_t = \{\omega : \upsilon(\omega) < \infty\}$ относительно меры P_{SX} .

Другими словами, марковский процесс $\xi = \xi(t)$ называется строго марковским, если для любого марковского момента времени υ при условии $\xi(\upsilon) = x$, где x — известное состояние, поведение процесса при $t > \upsilon$ не зависит от его поведения до момента υ , причем переход из $x = \xi(\upsilon)$ в то или иное состояние y через время h осуществляется с такими же вероятностями, как и в случае фиксированного момента $\upsilon = s$. Точнее, условная вероятность оказаться через время h в множестве Γ равна

$$P(\upsilon, x, x + h, \Gamma), \quad P(\upsilon, x, \upsilon + h, \Gamma) = P(s, x, t, \Gamma),$$

где $P(s, x, t, \Gamma)$ — вероятность перехода марковского процесса.

Если $\xi(t)$ есть случайный вектор в n -мерном пространстве E^n и его распределение вероятностей при условии $\xi(s) = x$ имеет плотность $f(s, x, t, y)$, $y \in E^n$, то

$$P(s, x, t, \beta) = \int_{\beta} f(s, x, t, y) dy. \quad (5.18)$$

Условную плотность вероятности $f(s, x, t, y)$, $y \in E^n$ обычно называют *переходной плотностью марковского процесса* $\xi(t)$.

Однородные марковские процессы. Марковский процесс $\xi(t)$ называется однородным, если вероятность перехода $P(s, x, t, \Gamma)$ обладает тем свойством, что функция $P(s, x, s + h, \Gamma)$ не зависит от s . Если положить $P(h, x, \Gamma) = P(s, x, s + h, \Gamma)$, то для конечномерных распределений процесса будет иметь место равенство

$$\begin{aligned} P_{SX}(\xi(t_1) \in \Gamma_1, \dots, \xi(t_n) \in \Gamma_n) = \\ = \int_{\Gamma_1} P(t_1 - s, x, dy_1) \int_{\Gamma_2} P(t_2 - t_1, y_1, dy_2) \dots \int_{\Gamma_n} P(t_n - t_{n-1}, y_{n-1}, dy_n) = \\ = P_{0x}\{\xi(t_1 - s) \in \Gamma_1, \dots, \xi(t_n - s) \in \Gamma_n\}, \quad 0 \leq x < t_1 < t_2 < \dots < t_n. \end{aligned}$$

Таким образом, вместо семейства мер P_{SX} , зависящих от временной и пространственной переменных, в однородном случае достаточно семейства мер $P_{SX} = P_{0X}$, зависящих лишь от пространственной переменной. Другими словами, каждый раз, когда процесс выходит из состояния x в момент времени s , мы производим сдвиг времени так, чтобы точка s стала начальной (нулевой). Естественно, что при этом необходимо сдвигать и все траектории процесса. Так как закономерности поведения однородного марковского процесса на любом интервале времени (s, t) при известном состоянии $\xi(s) = x$ не зависят от расположения интервала (s, t) на временной оси, то для переходных вероятностей $P(s, x, t, \Gamma)$ это означает фактическую зависимость лишь от разности $t - s$, а не от t и s , как в общем случае $P(s, x, t, \Gamma) = P(t - s, x, \Gamma)$.

Для однородного марковского процесса должны выполняться следующие условия:

- 1) при любых $t \geq 0$, $\Gamma \in \beta$, функция $P(t, x, \Gamma) = P_x\{\xi(t) \in \Gamma\}$ измерима как функция от x , причем $P(0, x, X/\{x\}) = 0$;
- 2) для любых $s, t \geq 0$, $\Gamma \in \beta$, $P_x\{\xi(t + s) \in \Gamma/\Psi_s\} = P(t, \xi(s), \Gamma)$ относительно меры P_x на множестве Ω_s ;
- 3) для каждого $\omega \in \Omega_t$ найдется такое $\omega' \in \Omega_t$, что $\zeta(\omega') = \zeta(\omega) - t$ и $\xi(s, \omega') = \xi(s + t, \omega)$ при $0 \leq s < \zeta(\omega')$.

Условие 2 соединяет свойство марковости процесса и свойство его однородности во времени. Условие 3 означает, что вместе с каждой траекторией процесса произвольный кусок ее после некоторого момента времени также является возможной траекторией.

Функция $P(t, x, \Gamma)$ — вероятность перехода однородного марковского процесса — удовлетворяет уравнению Колмогорова — Чепмена:

$$P(s+t, x, \Gamma) = \int_X P(s, x, dy) P(t, y, \Gamma), \quad (5.19)$$

где $s, t \geq 0, x \in X, \Gamma \in \beta$. При этом $P(s, x, X) \leq 1$.

Если $P(0, x, X) = \lim P(t, x, X) = 1$ при $t \rightarrow 0$, то вероятность перехода называется нормальной, а соответствующий процесс — нормальным.

Инфинитезимальный оператор марковского процесса. Для изучения марковских процессов эффективным средством является теория полугрупп. Пусть $\xi(t)$ — однородный марковский процесс в фазовом пространстве (X, β) с вероятностью перехода $P(t, x, \Gamma)$. Обозначим через $B(X)$ банахово пространство во всех вещественных ограниченных β -измеримых функциях на X с нормой $\|f\| = \sup |f(x)|$. Рассмотрим на $B(X)$ семейство операторов T_t ($t \geq 0$), определяемых формулой

$$T_t f(x) = \int_X f(y) P(t, x, dy) = M_X f(\xi(t)), \quad t \in [0, \infty], \quad f \in B(X).$$

Из свойств вероятности перехода следуют свойства семейства операторов T_t ($t \geq 0$):

1) при каждом $t \geq 0$ T_t является линейным ограниченным оператором, отображающим $B(X)$ в $B(X)$, причем $\|T_t\| \leq 1$;

2) при всех $s, t \geq 0$ $T_{t+s} = T_t T_s$;

3) если $f(x) \geq 0$ при всех $x \in X$, то $T_t f(x) \geq 0$: при всех $x \in X$ и $t \geq 0$;

4) если $f(x_0) = 0$, то $T_0 f(x_0) = 0$;

5) если при всех $x \in X$ $\lim f_n(x) = f(x)$ при $n \rightarrow \infty$, где $f_n \in B(X)$, причем $\sup \|f_n\| < \infty$, то $\lim T_t f_n(x) = T_t f(x)$ при $n \rightarrow \infty$.

Семейство операторов $\{T_t, t \geq 0\}$, удовлетворяющих условиям 1 и 2, называется сжимающей полугруппой операторов. А всякий однородный марковский процесс в фазовом пространстве (X, β) порождает сжимающую полугруппу операторов $\{T_t, t \geq 0\}$, удовлетворяющую условиям 3...5. В свою очередь, всякая сжимающая полугруппа операторов, действующих в $B(X)$ и удовлетворяющих условиям 3...5, порождает однородную вероятность перехода, причем $P(t, x, \Gamma) = T_t f(x)$.

Оператор A полугруппы T_t , определяемый формулой

$$Af = g, \quad \text{если} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \left\| g - \frac{T_t f - f}{t} \right\| = 0,$$

называется инфинитезимальным оператором марковского процесса. Область определения оператора D_A состоит из всех тех функций $f \in B(X)$, для которых предел

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{T_t f - f}{t}$$

существует равномерно относительно $x \in X$. Очевидно, что

$$D_A \in B_0(X) = \{f : f \in B(X), \lim_{t \rightarrow \infty} \|T_t f - f\| = 0\}.$$

Свойства инфинитезимального оператора:

1) замыкание множества D_A (в смысле сходимости по норме) совпадает с $B_0(X)$;

2) если $f \in D_A$, то $Af \in B_0(X)$ и

$$T_t f - f = \int_0^t T_s A f ds;$$

3) если $f \in D_A$, то функция $T_t f$ дифференцируема по t ($t > 0$) и

$$\frac{dT_t f}{dt} = A T_t f = T_t A f. \quad (5.20)$$

Уравнение (5.20) называется уравнением эволюции;

4) оператор A замкнут.

Инфинитезимальный оператор A является линейным оператором и позволяет перейти от нелинейных уравнений Колмогорова — Чепмена к линейным уравнениям, которые могут быть интегро-дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных параболического типа.

5.4. ВИДЫ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

При изучении сложных технологических систем, в том числе и ЭА, используют математические модели, основанные на марковских процессах. Основные понятия марковского процесса — состояние и переход системы из одного состояния в другое. Сложные системы в любой момент времени находятся в одном из возможных состояний. Состояние системы часто описывается числом работоспособных элементов. Если рассматривать переходы системы из одного состояния в другое и точно пронумеровать их во времени, поведение системы можно представить как процесс с дискретным временем.

Пусть система находится в одном из $z_1, z_2, \dots, z_n$ возможных состояний, где номер состояния системы $j = 1, N$. Переход из одного состояния в другое называется шагом процесса. Для описания

поведения системы достаточно ввести набор условных вероятностей p_{ij} того, что осуществится переход из z_i в z_j , и задать исходное состояние, в котором находилась система в начальный момент времени. Обозначим через $p(s, z, t, \Gamma)$ вероятность того, что система, находясь в момент s в состоянии z , в момент t окажется в одном из состояний множества Γ . Если дополнительные знания о системе в моменты не изменяют этой вероятности при любых s, z, t, Γ , то мы имеем дело с марковским процессом.

Обоснование применения марковской модели:

- если каждый из элементов системы имеет приблизительно экспоненциальное распределение времени безотказной работы;
- знание какой-либо предыстории системы не представляет большой ценности для предсказания ее поведения в будущем.

Различают следующие основные виды марковских процессов: марковская цепь, марковская последовательность, разрывной марковский процесс, непрерывный марковский процесс, дискретный марковский процесс.

Марковская цепь (дискретный марковский процесс с дискретным временем): в этом случае время t принимает конечное или счетное множество значений $t_j, j = 1, 2, \dots$, и случайная величина может принимать на этом множестве дискретные значения $z_1, z_2, \dots$. Множества значений $\{t_j\}$ и $\{z_j\}$ могут быть конечными или бесконечными.

Марковская последовательность (непрерывный марковский процесс с дискретным временем) отличается от процесса первого вида тем, что случайная величина $\Gamma(t_j), j = 1, 2, \dots$, может принимать непрерывное множество значений.

Разрывной марковский процесс (дискретный марковский процесс с непрерывным временем): здесь $\Gamma(t)$ принимает дискретные значения $z_j, j = 1, 2, \dots$, а время t изменяется непрерывно в интервале $[0, T]$, где T — длина временного интервала, на котором задан процесс $\Gamma(t)$. Множество $\{z_j\}$ может быть конечным или счетным.

Непрерывный марковский процесс (непрерывный марковский процесс с непрерывным временем): здесь $\Gamma(t)$ принимает значения из некоторого непрерывного множества, параметр t также изменяется непрерывно.

Дискретный марковский процесс (дискретно-непрерывный марковский процесс). В данном случае при непрерывном изменении времени t случайный марковский процесс $\Gamma(t)$ в некоторые моменты времени имеет скачки, а на интервалах времени между скачками ведет себя как непрерывный марковский процесс.

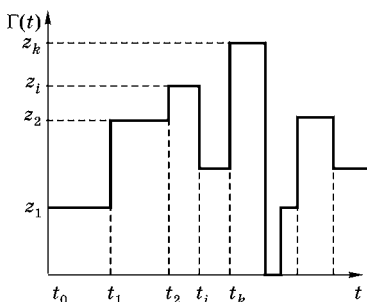


Рис. 5.1

Реализация дискретного марковского процесса

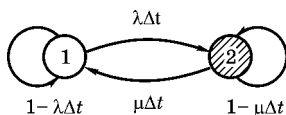


Рис. 5.2

Граф переходов

Помимо перечисленных, возможны более сложные смешанные случайные марковские процессы.

При анализе надежности объектов их функционирование обычно рассматривается как случайный процесс перехода объекта из одного состояния в другое, обусловленный отказами и восстановлениями составляющих систему элементов. Этот процесс при определенных условиях может быть достаточно строго описан дискретным марковским процессом. Поэтому при анализе надежности объектов наибольшее распространение получили дискретные марковские процессы с непрерывным временем и конечным числом состояний.

Отдельную реализацию дискретного марковского процесса можно представить графически в виде ступенчатой функции (рис. 5.1).

Процесс $\Gamma(t)$ может принимать только дискретные значения $z_1, z_2, \dots, z_n$. Смена этих значений — состояний процесса — происходит в некоторые случайные моменты времени t_s .

Среди марковских процессов можно выделить так называемые процессы гибели и размножения, т. е. процессы отказа и безотказности.

Рассмотрим функционирование восстанавливаемой системы при следующих предположениях:

1) поток отказов системы носит пуассоновский характер, и интенсивность отказов равна λ ;

2) время восстановления системы является величиной случайной, распределенной по экспоненциальному закону $P_s(t) = 1 - \exp(-\mu t)$, где μ — интенсивность восстановления;

3) система может находиться в двух состояниях: состоянии $z(t) = 1$ (работоспособности) и состоянии $z(t) = 2$ (ремонта).

Поведение системы с точки зрения работоспособности опишем графом переходов (рис. 5.2).

На рис. 5.2 кружки с номером означают состояние системы, а стрелки (дуги) — направление переходов системы и вероятности этих переходов за бесконечно малый интервал времени.

Вероятности переходов в силу сделанных предположений и свойства показательного закона надежности не зависят от времени. Введем вероятности нахождения системы в состояниях 1 и 2 как $P_1(t)$ и $P_2(t)$. Очевидно, что $P_1(t) + P_2(t) = 1$ для любого момента времени. Рассмотрим поведение системы в интервале времени $[0, t + \Delta t]$. Тогда система в момент $t + \Delta t$ будет находиться в состоянии 1, если она в момент времени t находилась в этом состоянии и за время Δt не наблюдалось отказов, а также если система в момент времени t находилась в состоянии 2 и за время Δt был закончен ее ремонт. Тогда по формуле полной вероятности

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(t)\exp(-\lambda\Delta t) + P_2(t)[1 - \exp(-\mu\Delta t)].$$

Так как

$$\exp(-\lambda\Delta t) \approx 1 - \lambda\Delta t, \quad \exp(-\mu\Delta t) \approx \mu\Delta t,$$

то

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(t)(1 - \lambda\Delta t) + P_2(t)\mu\Delta t.$$

Аналогичные рассуждения приводят к уравнению

$$P_2(t + \Delta t) = P_1(t)\lambda\Delta t + P_2(t)(1 - \mu\Delta t).$$

Предельный переход при $\Delta t \rightarrow 0$ дают дифференциальные уравнения, описывающие поведение системы во времени:

$$\begin{cases} P_1'(t) = -\lambda P_1(t) + \mu P_2(t), \\ P_2'(t) = -\mu P_2(t) + \lambda P_1(t). \end{cases} \quad (5.21)$$

Уравнения вида (5.21) получили название дифференциальных уравнений Колмогорова — Чепмена. Решая их, можно получить

$$P_1(t) = \exp[-(\lambda + \mu)t] \left\{ C_1 + \int_0^t \mu \exp[(\lambda + \mu)\tau] d\tau \right\},$$

что позволяет оценить вероятности состояния системы в зависимости от начального состояния:

$$\begin{aligned} P_1(t) &= \frac{\mu}{\lambda + \mu} + C_1 \exp[-(\lambda + \mu)t]; \\ P_1(0) &= \begin{cases} 1, & \text{если } z(0) = 1; \quad C_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}; \\ 0, & \text{если } z(0) = 2; \quad C_1 = \frac{-\mu}{\lambda + \mu}. \end{cases} \end{aligned} \quad (5.22)$$

При $t \rightarrow \infty$

$$P_1(t) \rightarrow K_\Gamma = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{T_0}{T_0 + T_B}. \quad (5.23)$$

Для сложной системы, состоящей из разнородных элементов, имеющих различные $\lambda(t)$ и $\mu(t)$, операции составления полного набора радиусов-векторов вершин графа состояний и построение его прямых и обратных ребер могут быть формализованы и производиться на компьютере.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что такое поток событий?
2. Что подразумевается под понятием «простейший поток»?
3. Расскажите о свойствах простейшего потока.
4. Каким условиям удовлетворяет поток Эрланга?
5. Как вы понимаете термины «случайная функция» и «случайный процесс»?
6. Какими характеристиками оценивается случайный процесс?
7. Назовите классы случайных процессов и дайте им краткую характеристику?
8. В чем отличие стационарных случайных процессов в широком и узком смысле?
9. Что такое «эргодическое свойство» стационарного случайного процесса?
10. Расскажите о спектральном представлении случайных процессов.
11. Напишите аналитическое выражение для экспоненциального коррелированного случайного процесса.
12. В чем преимущество канонического представления случайного процесса?
13. Назовите модели нестационарных случайных процессов.
14. Дайте определение марковскому процессу.
15. Как вы понимаете вероятность перехода марковского процесса из одного состояния в другое?
16. Расскажите о инфинитезимальном операторе марковского процесса и его свойствах.
17. Какие вы знаете виды марковских процессов?
18. Какие виды марковских процессов наиболее подходят для описания потоков отказов и восстановлений объектов?
19. Что такое процесс «гибели и размножения»?
20. Сделайте вывод дифференциального уравнения Колмогорова — Чепмена.
21. Оцените вероятность состояния объекта в зависимости от его начального состояния.

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
АППАРАТОВ

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА НАДЕЖНОСТЬ

6.1. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Классификация факторов, влияющих на надежность. Надежность ЭА зависит от разнообразных факторов, раздельное и комплексное изучение которых необходимо, поскольку без раскрытия физической природы отказов затруднительно выбрать наиболее подходящие направления работ по обеспечению и повышению надежности как отдельных аппаратов, так и их комплекса.

Все множество факторов, влияющих на объект, принято классифицировать по области их действия (рис. 6.1).

В зависимости от вида оборудования классификация факторов, влияющих на надежность, может несколько изменяться. Например, для таких объек-

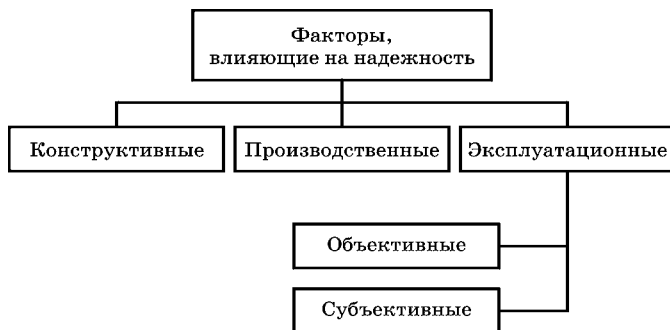


Рис. 6.1
Классификация факторов по области действия



Рис. 6.2
Факторы, влияющие на надежность элементов ЭА

тов, как электрические аппараты, классификацию факторов можно представить в виде, приведенном на рис. 6.2.

К конструктивным факторам относятся:

- выбор структурной и функциональной схем, способов резервирования и контроля;
- определение материалов и комплектующих элементов;
- выбор режимов и условий работы элементов в ЭА;
- назначение требований к допускам на технологические характеристики элементов;
- выбор уставок и защит на технологические параметры ЭА;
- учет психофизиологических особенностей операторов;
- разработка эксплуатационной документации и др.

При проектировании и конструировании ЭА закладывается его надежность.

К производственным (технологическим факторам производства, монтажа и наладки) относятся:

- входной контроль качества материалов и элементов, получаемых от предприятий-поставщиков (смежников);
- организация технологического процесса изготовления ЭА;
- контроль качества ЭА на всех этапах технологического процесса (точность выполнения заданной формы и размеров, обеспечение прочностных, электрических, магнитных и других характеристик и т. п.);

- квалификация изготовителей;
- обеспечение качества и контроль монтажа и наладки ЭА;
- условия работы на производстве и др.

При производстве (изготовлении) ЭА обеспечивается его надежность.

К **эксплуатационным** относятся факторы, которые появляются вне сферы проектирования и производства ЭА. По характеру воздействия эксплуатационные факторы можно разделить на объективные (воздействие внешней среды) и субъективные (воздействие обслуживающего персонала). **Объективные факторы**, оказывающие влияние на надежность ЭА, могут быть внешними и внутренними.

К внешним факторам относятся воздействия, обусловленные внешней средой и условиями применения. Это, прежде всего, климатические факторы (низкие и высокие температуры, влажность, солнечная радиация), механические воздействия (вибрация, удары), электромагнитное и радиационное излучения, агрессивная среда и др. Внутренние факторы связаны с изменением параметров ЭА и конструкционных материалов: старением, износом, коррозией. Данные изменения происходят с течением времени под влиянием внешних факторов. Необходимо отметить, что в действительности все перечисленные факторы влияют на надежность ЭА в комплексе.

Внутренние факторы — это работа узлов ЭА и взаимодействие между ними.

Из климатических факторов наиболее существенно на ЭА влияют солнечная радиация, низкие и высокие температуры воздуха, влажность воздуха, скорость ветра, туманы, метели, пыльные бури и т. п. Изменения свойств материалов также зависят от интенсивности и продолжительности воздействия перечисленных факторов и их наиболее неблагоприятного сочетания. Воздействие климатических факторов вызывает определенного вида отказы, интенсифицирует потоки отказов, возникающих в результате случайных перегрузок, усталостных явлений в металле, действия сил трения, несовершенства структурной схемы ЭА и др. Так, например, ЭА, обслуживающие ядерные энергетические установки (ЯЭУ), находятся в закрытых помещениях, и поэтому действие на них климатических факторов и атмосферных явлений ограничено. Однако часть ЭА ЯЭУ эксплуатируется на открытом воздухе и в негерметизированных помещениях и подвержена воздействию климатических факторов и атмосферных явлений. Для такого вида ЭА влияние климатических факторов показано на рис. 6.3.

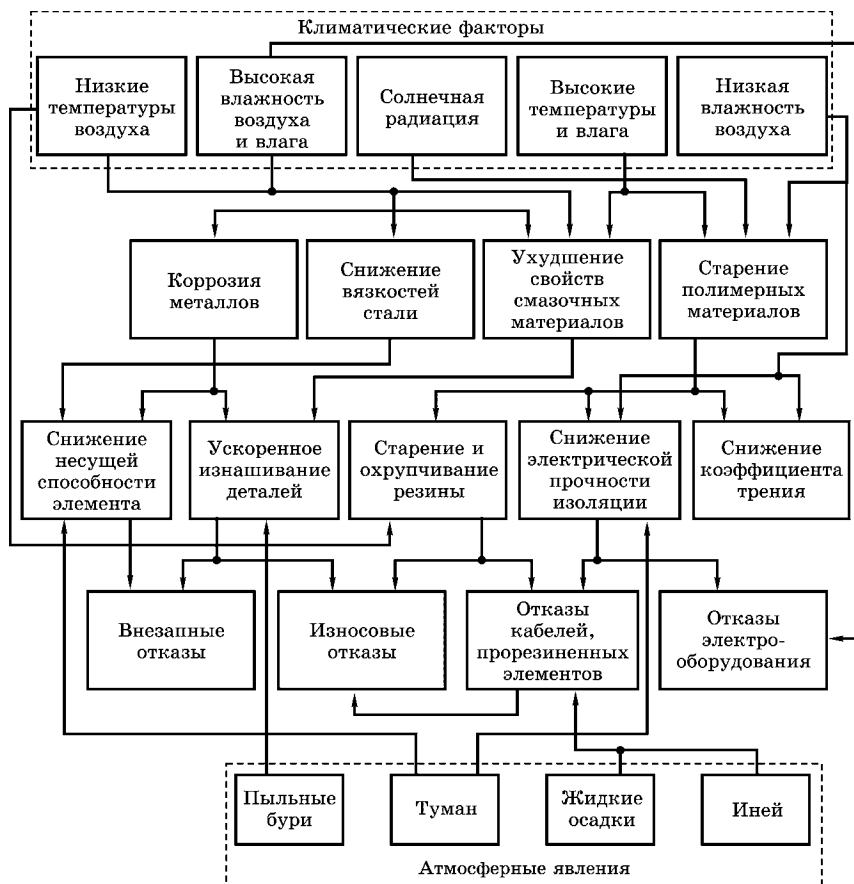


Рис. 6.3

Схема комплексного влияния основных климатических факторов и атмосферных явлений на надежность ЭА

Меры защиты от неблагоприятного воздействия климатических факторов, атмосферных влияний и других объективных факторов должны приниматься на этапах проектирования и конструирования ЭА.

Под субъективными эксплуатационными факторами, влияющими на надежность ЭА, понимаются:

- квалификация обслуживающего персонала;
- обученность обслуживающего персонала;
- организация и качество технического обслуживания и регламентных работ;

- методы и способы организации эксплуатации ЭА;
- организация сбора и анализа сведений о надежности ЭА.

Особенно важен так называемый человеческий фактор: исследованиями установлено, что от 25 до 40% отказов ЭА вызывается дефектами обслуживания: нарушением инструкций при эксплуатации, ошибками в восприятии сигналов, запаздыванием и ошибками в действиях оператора и т. д.

Повышение эксплуатационной надежности, обусловленной влиянием на нее человека, осуществляется в двух направлениях:

1) приспособления объектов к психофизиологическим особенностям человека-оператора в процессе их проектирования (рациональное расположение ЭА, обслуживающих их приборов, индикаторов, выбор освещенности, ограничение шума, учет требований к скорости реакции человека, к объему его памяти и т. д.);

2) приспособления человека к техническим требованиям ЭА (отбор операторов, тренировка и обучение их выполнению операций обслуживания).

6.2. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА НАДЕЖНОСТЬ

Расчеты ЭА на надежность занимают одно из центральных мест в теории и практике надежности ЭА. Рассчитать ЭА на надежность — значит определить одну или несколько характеристик надежности. Расчеты надежности производят на различных этапах разработки, создания и эксплуатации ЭА. Многочисленные цели расчетов привели к большому их разнообразию. Выбор метода расчета надежности ЭА зависит от ряда факторов. Основными из них являются:

- этап разработки ЭА;
- характер отказов элементов в ЭА;
- способ соединения элементов в ЭА;
- вид закона распределений времени безотказной работы;
- режим работы элементов ЭА;
- восстанавливаемость ЭА;
- способ анализа ЭА;
- класс ЭА и др.

На этапе проектирования расчет надежности производится с целью прогнозирования (предсказания) ожидаемой надежности проектируемого ЭА. Это необходимо для обоснования предполагаемого проекта ЭА, а также для решения организационно-техни-

ческих вопросов: выбора оптимального варианта структуры; способа резервирования; глубины и методов контроля; периодичности и объема профилактики; количества запасных частей; обоснования требований к надежности элементов ЭА. Поэтому на этапе проектирования выполняют следующие расчеты надежности:

- расчет норм надежности (распределение требований к надежности элементов ЭА);
- ориентировочный расчет надежности;
- окончательный (полный) расчет надежности.

Если на этапе проектирования изготавливают опытные экземпляры ЭА, то производится оценка надежности по результатам испытаний.

Надежность электрических аппаратов обусловлена уровнем проектирования их узлов. Основные из них:

- контактная система, содержащая коммутационный орган;
- дугогасительное устройство;
- привод (электромагнитный механизм);
- внешнее магнитное дутье (имеется не у всех аппаратов).

Оценка надежности аппарата иногда затруднена из-за отсутствия информации о характеристиках работы данного узла. В этом случае строится физическая модель узла и проводятся дополнительные испытания, отличные от испытания опытных образцов. Дополнительные испытания увеличивают экономические затраты, поэтому необходимо оценить их целесообразность. С целью снижения затрат на дополнительные испытания составляются математические модели, которые позволяют произвести анализ работы узла. Однако математическое моделирование узлов затруднено из-за сложности физических процессов, происходящих в электрических аппаратах. В качестве примера можно рассмотреть процессы, сопровождающие возникновение и гашение электрической дуги в силовых аппаратах. При гашении дуги в дугогасительных устройствах на надежность аппарата существенное влияние оказывают тепловые и газодинамические процессы. В дугогасительных камерах закрытого типа возникает область повышенного давления, которая волнообразно перемещается, создавая сопротивление движению дуги. Взаимодействие волн давления с дугой может отрицательно сказаться на износе контактов и изоляционного материала дугогасительной камеры. Следовательно, повышаются требования к магнитному дутью, перемещающему дугу, и к теплофизическим, механическим и электрическим свойствам материала контактно-дугогасительной системы.

Индукция внешнего и собственного магнитного поля, создающая магнитное дутье, должна способствовать быстрому сходу дуги с контактов при условии, особенно в последней фазе гашения дуги, что перенапряжения в цепи не должны превышать допустимые для обмотки возбуждения защищаемых электрических машин.

Таким образом, на этапе создания и эксплуатации расчеты надежности проводят по результатам испытаний и эксплуатации. Указанные расчеты носят, как правило, характер констатации. Их результаты в этом случае демонстрируют, какой надежностью обладали ЭА, прошедшие испытания или используемые в некоторых условиях эксплуатации. На основании этих расчетов оценивают надежность и разрабатывают меры по ее повышению, определяют слабые места ЭА и влияние отдельных факторов.

По характеру отказов элементов ЭА различают методы расчета надежности при внезапных, постепенных и перемежающихся отказах, а по способу соединения элементов в ЭА — расчет надежности при основном и резервном соединении элементов.

В зависимости от вида закона распределения времени безотказной работы применяют расчеты надежности при экспоненциальном, нормальном, вейбулловском и других законах распределения.

Режим работы ЭА существенно влияет на выбор методов расчета надежности электроэнергетических систем, в которых они используются.

По признаку восстанавливаемости ЭА методы расчета можно разделить на методы расчета восстанавливаемых и невосстанавливаемых объектов. При этом может учитываться глубина и периодичность контроля объектов.

В зависимости от способа анализа ЭА рассматривают два больших класса методов расчета надежности:

- при расчете структурной надежности осуществляется определение значений показателей надежности ЭА, обусловленное надежностью его элементов и разветвленностью связей между элементами;
- расчет функциональной надежности — это определение показателей надежности выполнения ЭА заданных функций. Поскольку такие показатели надежности зависят от ряда действующих факторов (вида заданной функции, структурной надежности, математического и программного обеспечения, работы операторов), то, как правило, расчет функциональной надежности более сложен, чем структурной.

Характер сложности предопределяет расчет надежности простых и сложных ЭА. Выбор того или другого метода определяется заданием на расчет надежности. Естественно, имеют место как менее сложные, так и более трудоемкие. К наиболее простым методам относятся методы расчета структурной надежности простых ЭА, не резервированных, без учета восстановления работоспособности, при условии, что время работы до отказа подчинено экспоненциальному распределению. Более сложными являются методы расчета функциональной надежности сложных резервированных ЭА с учетом восстановления их работоспособности и различных законов распределения времени работы и времени восстановления.

6.3. РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ОСНОВНОМ СОЕДИНЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТАХ

Основным (последовательным) соединением элементов в системе называется такое соединение, при котором отказ ЭА наступает в случае отказа любого из элементов (рис. 6.4).

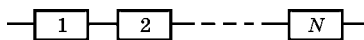


Рис. 6.4
Основное соединение элементов в ЭА

В этом случае вероятность безотказной работы ЭА, состоящей из N элементов, при условии, что отказы элементов независимы:

$$P(t) = \prod_{i=1}^N P_i(t), \quad (6.1)$$

где $P(t)$ — вероятность безотказной работы i -го элемента.

ВБР $P(t)$ можно выразить через интенсивность отказов элементов:

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_1(\tau) d\tau\right) \exp\left(-\int_0^t \lambda_2(t) d\tau\right) \dots \exp\left(-\int_0^t \lambda_N(t) d\tau\right), \quad (6.2)$$

где $\lambda_i(t)$ — интенсивность отказов i -го элемента системы, $i = 1, \dots, N$.

При расчете надежности ЭА с основным соединением элементов и учетом лишь внезапных отказов обычно принимают допущение о простейшем характере потока отказов.

Так как поток отказов считается стационарным, то

$$P_i(t) = \exp(-\lambda_i t)$$

и

$$P_i(t) = \prod_{i=1}^{i=n} \exp(-\lambda_i t) = \left\{ -t \sum_{i=1}^{i=N} \lambda_i \right\}. \quad (6.3)$$

Вычисление других количественных характеристик безотказности ЭА в этом случае производится по следующим формулам:

- интенсивность отказов

$$\Lambda = \sum_{i=1}^{i=N} \lambda_i; \quad (6.4)$$

- средняя наработка до отказа

$$T_{CP} = \frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=N} \lambda_i}; \quad (6.5)$$

- плотность распределения времени безотказной работы

$$f(t) = \Lambda \exp(-\Lambda t) = \sum_{i=1}^{i=N} \lambda_i \exp \left\{ -t \sum_{i=1}^{i=N} \lambda_i \right\}. \quad (6.6)$$

Данный метод расчета надежности ЭА является наиболее простым, но имеет недостатки. Во-первых, элементы в ЭА работают в различных условиях по коэффициенту нагрузки, температуре, давлению и влажности окружающей среды, вибрации, радиационному облучению и т. п. Поэтому при расчете надежности по этому методу необходимо знать характеристики элементов в зависимости от условий эксплуатации. Пока для большинства элементов сложных ЭА зависимости $\lambda = f(t, \vec{x})$, где $\vec{x}$ — вектор эксплуатационных факторов, не получены. Во-вторых, на ранних стадиях проектирования систем (т. е. при ориентировочном расчете надежности) трудно установить режимы работы элементов. Вот почему рассматриваемый метод целесообразно применять при окончательном расчете надежности системы, когда построены опытные образцы объекта и экспериментально определены режимы работы элемента.

Продолжительность работы по времени t ЭА можно разбить на три участка: приработки узлов аппарата; нормальной работы; старения.

Вероятность безотказной работы аппарата представится в виде

$$P(t) = P_1(t)P_2(t)P_3(t),$$

где $P_1(t)$ — вероятность безотказной работы на первом участке; $P_2(t)$ — на втором; $P_3(t)$ — на третьем при учете износа дугогасительного устройства и износа главных дугогасительных контактов.

Стендовые испытания показывают [20], что вероятность отказов на первом участке находится в пределах от 0,001 до 0,006. Следовательно, $P_1 = 0,999...0,994$.

Вероятность безотказной работы на втором участке соответствует экспоненциальному закону:

$$P_2(t) = \exp(-\lambda t).$$

На третьем участке имеют место два состояния: безотказной работы p и отказа $(1 - p)$. Аппарат в каждый конкретный момент может находиться в состоянии безотказной работы (их число — n). Полная вероятность безотказной работы на третьем участке будет подчиняться биномиальному закону распределения:

$$P_3(t) = P_n(k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}.$$

При ориентировочном расчете, позволяющем в начале проектирования объекта оценить надежность различных схемных вариантов и вовремя внести изменения в структурную схему, повысив тем самым надежность, принимают следующие допущения:

- интенсивности отказов элементов известны;
- известно число элементов каждого типа;
- однотипные элементы равнонадежны, т. е. имеют одинаковую интенсивность отказов, равную ее среднестатистическому значению;
- все элементы работают в номинальном режиме.

Тогда

$$P(t) = \exp\left(-t \sum_{j=1}^{j=m} N_j \lambda_j\right); \quad \Lambda = \sum_{j=1}^{j=m} N_j \lambda_j;$$

$$T_{CP} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{j=m} N_j \lambda_j}; \quad f(t) = \sum_{j=1}^{j=m} N_j \lambda_j \exp\left\{-t \sum_{j=1}^{j=m} N_j \lambda_j\right\}, \quad (6.7)$$

где λ_j — среднестатистическая интенсивность отказов j -го элемента; N_j — число элементов j -го типа; m — число типов элементов.

Таким образом, для ориентировочного расчета надежности ЭА любой степени сложности достаточно знать состав элементов, их число и среднестатистическое значение интенсивности отказов элементов каждого типа. Состав элементов и их количество берутся из структурной схемы ЭА. Среднестатистические данные о λ -характеристиках получают по данным специальных испытаний на надежность либо на основании анализа процесса эксплуатации

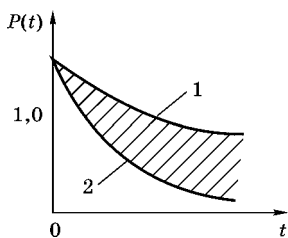


Рис. 6.5
Вид кривой ВБР системы:
1 — при $\lambda_{\min}$; 2 — при $\lambda_{\max}$.

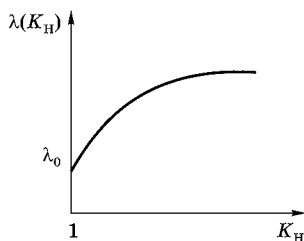


Рис. 6.6
Вид кривой $\lambda = \lambda(K_H)$

ЭА, подобных проектируемым. Например, интенсивность отказов на первом участке можно снизить, контролируя изготовление деталей и сборку ЭА. Третий участок отказов можно уменьшить, используя материалы, которые практически не стареют, а также вовремя проводя профилактику ЭА. Продолжительность второго участка зависит от режима эксплуатации.

Математическое описание процесса возникновения отказа называется **моделью отказов**.

Так как $\lambda_j(t)$ одних и тех же элементов, работающих в различных ЭА, могут отличаться, то целесообразно вести расчет надежности проектируемого ЭА для двух крайних значений интенсивностей отказов $\lambda_{\min}$ и $\lambda_{\max}$. Тем самым устанавливаются границы, внутри которых будут находиться количественные характеристики надежности (рис. 6.5).

Для учета режима работы элементов при расчете надежности используется понятие **коэффициента нагрузки** K_H — отношение рабочего значения нагрузки к ее номинальному значению. (Номинальная температура при тепловой нагрузке принимается 25°C , при вибрационной $g = 9,82 \text{ м/с}^2$ и т. д.) При $K_H = 1$ интенсивность отказов $\lambda = \lambda_0$. Функция $\lambda = \lambda(K_H)$ является монотонно возрастающей (рис. 6.6).

Если необходимо учитывать несколько видов нагрузки, то принимается во внимание независимость воздействия нагрузок:

$$\lambda = \lambda_0 \left[1 + \sum_{j=1}^{j=S} h_j K_{H_j} \right], \quad (6.8)$$

где s — число учитываемых видов нагрузки; h — поправочный коэффициент нагрузки.

При циклическом характере эксплуатации ЭА происходит увеличение интенсивности отказов из-за увеличения нагрузок в мо-

менты включения (выключения) или нестационарности тепловых процессов:

$$\lambda = \lambda_p + \lambda_{ц}I,$$

где λ_p — интенсивность отказов при непрерывной работе объекта; $\lambda_{ц}$ — интенсивность отказов на один цикл включения; I — средняя частота включений.

Общее время эксплуатации периодически работающего ЭА может быть разделено на два промежутка: t_p — нахождение объекта в рабочем состоянии, t_{xp} — в выключенном состоянии. Для этих промежутков времени интенсивности отказов, соответственно, равны λ_p и λ_{xp} . При экспоненциальном законе надежности учет работы, хранения и включения ЭА можно производить по формуле

$$P(t) = \exp \left[-\lambda_p t_p \left(1 + \alpha \theta + \frac{\varphi N_{ц}}{t_p} \right) \right], \quad (6.9)$$

где

$$\alpha = \frac{\lambda_{xp}}{\lambda_p}; \quad \theta = \frac{t_{xp}}{t_p}; \quad \varphi = \frac{\lambda_{ц}}{\lambda_p};$$

$N_{ц}$ — общее число циклов включений ЭА.

При проектировании новых видов ЭА могут отсутствовать данные по интенсивности отказов некоторых элементов. В этом случае может быть использован коэффициентный метод расчета надежности. Допущения, принимаемые при этом методе расчета надежности, следующие:

- поток отказов — простейший;
- интенсивности отказов всех элементов ЭА изменяются в зависимости от условий эксплуатации в одинаковой мере.

Первое условие означает, что справедлив экспоненциальный закон надежности, а второе — что при различных условиях эксплуатации имеет место соотношение

$$\frac{\lambda_j}{\lambda_0} = K_j = \text{const}, \quad (6.10)$$

где λ_0 — интенсивность отказов элемента ЭА, количественные характеристики надежности которого достоверно известны.

Тот элемент, который имеет интенсивность отказов λ_0 , есть основной элемент расчета надежности ЭА, а K_j — коэффициент надежности j -го элемента. В качестве основных элементов расчета надежности ЭА используются такие элементы, как контакты, резисторы, полупроводниковые приборы и т. д. Коэффициенты надежности элементов приводятся в справочниках по надежности.

Соотношения для расчета характеристик надежности имеют вид

$$P(t) = \exp\left(-t\lambda_0 \sum_{j=1}^{j=m} N_j K_j\right); \quad \Lambda = \lambda_0 \sum_{j=1}^{j=m} N_j K_j; \quad (6.11)$$

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda_0 \sum_{j=1}^{j=m} N_j K_j}; \quad f(t) = \lambda_0 \sum_{j=1}^{j=m} N_j K_j \exp\left\{-t\lambda_0 \sum_{j=1}^{j=m} N_j K_j\right\}.$$

Порядок расчета надежности. Методика оценки безотказности ЭА состоит в выполнении следующих этапов:

1. Формулировка понятия отказа ЭА.
2. Составление схемы расчета надежности, в которой указываются время работы каждого блока.
3. Выбор метода расчета надежности.
4. Составление таблицы расчета надежности (табл. 6.1).
5. Расчет характеристик надежности.
6. Выводы и рекомендации, направленные на повышение надежности ЭА.

При расчете надежности ЭА часто приходится перемножать вероятность безотказной работы отдельных элементов расчета, возводить их в степень и извлекать корни. При значениях $P(t)$, близких к единице, эти вычисления можно с достаточной для практики точностью выполнять по следующим формулам (для N однотипных элементов):

$$\left. \begin{aligned} p_1(t)p_2(t)\dots p_N(t) &\approx 1 - \sum_{i=1}^{i=N} q_i(t); \\ p_i^N(t) &= 1 - Nq_i(t); \\ \sqrt[N]{p_i(t)} &= 1 - q_i(t)/N, \quad q_i(t) = 1 - p_i(t). \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

Т а б л и ц а 6.1

Расчет надежности

Тип элемента	Коэффициент нагрузки	Наименование элементов счета						
		Блок № 1		Блок № 2		...	Блок № k	
		N_{i1}	$N_{i1}\lambda_i$	N_{i2}	$N_{i2}\lambda_i$		N_{ik}	$N_{ik}\lambda_i$
		$\sum_{i=1}^{m_1} N_{i1}\lambda_i$		$\sum_{i=1}^{m_2} N_{i2}\lambda_i$			$\sum_{i=1}^{m_k} N_{ik}\lambda_i$	

6.4.

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ С УЧЕТОМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ И РАЗЛИЧНОЙ ГЛУБИНЫ КОНТРОЛЯ

Большинство элементов сложных ЭА являются восстанавливаемыми, при этом быстрота и качество восстановления зависят от приспособленности ЭА к ремонту (ремонтпригодности) и от организации восстановления. Применительно к элементам сложных ЭА восстановление включает решение следующих вопросов:

- обнаружение факта появления отказа;
- обнаружение места появления отказа;
- обеспечение хорошей приспособленности к замене отказавших элементов.

В общем случае время после появления отказа может быть разделено на три периода, а именно время с момента:

- появления отказа до момента установления этого факта системой контроля (t_{Φ});
- установления факта появления отказа до момента обнаружения места появления отказа (t_0);
- обнаружения места появления отказа до момента замены отказавшего элемента (t_y).

Длительность каждого из этих периодов зависит от эффективности контроля и поиска места появления отказов, конструкции ЭА, квалификации обслуживающего персонала и т. д. Как правило, основное время затрачивается на поиск отказавшего элемента, поэтому и время восстановления будет, в основном, определяться этой величиной.

Выявление мест появления отказа производится с помощью специальных программ, встроенной аппаратуры контроля и контрольно-измерительного оборудования. Сам процесс поиска заключается в последовательной проверке неправильно работающих элементов по определенной программе.

Если законы поиска отказавшего элемента и его замены экспоненциальны

$$P_{B_0} = 1 - \exp(-\mu_0 t); \quad P_{B_y} = 1 - \exp(-\mu_y t),$$

то закон восстановления можно определить следующим образом. Плотность вероятности двух случайных величин t_0 и t_y составляет

$$f(s) = \int_0^s f_1(t_0) f_2(s - t_0) dt_0 = \int_0^{t_y} f_1(t_y) f_2(t_y) dt_y, \quad (6.13)$$

где

$$f_1(t_0) = \mu_0 \exp(-\mu_0 t); \quad f_2(t_y) = \mu_y \exp(-\mu_y t).$$

При $\mu_0 = \mu_y = \mu$ получаем уравнение

$$P_B = 1 - (1 - \mu t) \exp(\mu t), \quad (6.14)$$

которое характеризует время восстановления ЭА.

Если известны интенсивности отказов каждого элемента ЭА, то среднее время восстановления при экспоненциальном законе:

$$T_B = \frac{1}{\mu} = \frac{\frac{N_1 \lambda_1}{\mu_1} + \frac{N_2 \lambda_2}{\mu_2} + \dots + \frac{N_k \lambda_k}{\mu_k}}{\sum_{i=1}^{i=k} N_i \lambda_i}, \quad (6.15)$$

где

$$\mu_i = \frac{1}{T_{Bi_0} + T_{Bi_y}}$$

— интенсивность восстановления i -го элемента; T_{Bi_0} — среднее время обнаружения места отказа; T_{Bi_y} — среднее время устранения отказа.

Определим основные характеристики надежности нерезервированного ЭА, предполагая, что поток отказов простейший и время восстановления экспоненциально. Обратимся к модели системы, изображенной на рис. 5.2 и описываемой выражениями (5.21). Рассмотрим формулу для вероятности нахождения системы в работоспособном состоянии:

$$P_1'(t) = -\lambda P_1(t) + \mu P_2(t). \quad (6.16)$$

Учитывая, что $P_1(t) + P_2(t) = 1$,

$$P_1'(t) + (\mu + \lambda) P_1(t) = \mu.$$

Если предположить, что в начальный момент времени ЭА с вероятностью F будет находиться в работоспособном состоянии, т. е. $P_1(0) = F$, где $0 \leq F \leq 1$, тогда

$$P_1(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} - \left[\frac{\mu}{\lambda + \mu} - F \right] \exp[-(\mu + \lambda)t]. \quad (6.17)$$

Если перед включением в работу производится проверка объекта, и он оказывается работоспособным, то $F = 1$ и

$$P_1(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \left[1 + \frac{\lambda}{\mu} \exp[-(\mu + \lambda)t] \right]. \quad (6.18)$$

Если в момент включения объект неработоспособен ($F = 0$), то

$$P_1(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} [1 - \exp[-(\mu + \lambda)t]]. \quad (6.19)$$

Выражения (6.17)...(6.19) характеризуют вероятность работоспособного состояния ЭА в произвольный момент времени t и могут быть использованы для определения функции готовности ЭА.

Введем обозначение $M = \lambda/\mu$. Тогда выражение (6.19) принимает вид

$$P_1(t) = \frac{1}{1+M} \left[1 + M \exp\left(-\frac{1+M}{M} \lambda t\right) \right]. \quad (6.20)$$

Для вероятности наступления неработоспособного состояния можно аналогичным путем получить следующую зависимость:

$$P_2(t) = \frac{M}{1+M} \left[1 - \exp\left(-\frac{1+M}{M} \lambda t\right) \right]. \quad (6.21)$$

При $t \rightarrow \infty$, что соответствует условию длительного нахождения ЭА в рабочем состоянии, получим стационарное решение

$$P_1 = \frac{1}{1+M} = \frac{T_0}{T_0 + T_B} = K_\Gamma.$$

Выражение для определения функции готовности может быть представлено в следующем виде:

$$P_1(t) = K_\Gamma + (1 - K_\Gamma) \exp\left(-\frac{1}{K_\Gamma T_B}\right).$$

Если значение t мало, то

$$P_1(t) \approx K_\Gamma + (1 - K_\Gamma) \left(1 - \frac{1}{K_\Gamma T_B} \right) \approx 1 - \frac{1}{T_B},$$

т. е. $P_1(t)$ совпадает с приближенным выражением для ВБР при малых значениях t .

Итак, при малых значениях t функция готовности совпадает с ВБР $P(t)$, при больших — с коэффициентом готовности. Эти выводы получены для простейшего потока отказов и экспоненциальном законе времени восстановления.

Рассмотрим характеристики надежности при произвольных законах отказов и восстановления. Если оценивать произвольный, но достаточно большой промежуток времени t , то, согласно эргодической теореме, вероятности P_1 и P_2 можно рассматривать как

отрезок времени, в течение которого объект находится в работоспособном или неработоспособном состоянии. Таким образом, величина $P_1 t$ представляет собой время, в течение которого объект работоспособен, а $P_2 t$ — время, затрачиваемое на восстановление работоспособности. Если за время t было n отказов, то средняя наработка на отказ и среднее время восстановления будут соответственно равны

$$T_0 = \frac{P_1 t}{n}; \quad T_B = \frac{P_2 t}{n},$$

откуда

$$\frac{P_1}{T_0} = \frac{P_2}{T_B} P_1.$$

Так как $P_1 + P_2 = 1$, то

$$P_1 = K_\Gamma = \frac{T_0}{T_0 + T_B}.$$

Полученные зависимости для оценки надежности нерезервированных восстанавливаемых ЭА основаны на предположении, что существует система контроля, которая выявляет все отказы, причем восстановление начинается немедленно. В действительности некоторая часть элементов сложного ЭА может быть не охвачена системой контроля; кроме того, контроль правильности работы части элементов сложного ЭА осуществляется во времени периодически (дискретно) при проведении ППР. Поэтому значения показателей надежности будут хуже, чем в случае наличия идеальной системы контроля. Степень этого ухудшения значений показателей надежности можно оценить величиной

$$\Delta K = \frac{K - K^*}{K} 100\%,$$

где K и K^* — значения критериев соответственно при идеальной и реальной системе контроля.

Для ориентировочных расчетов $\Delta K = 0,5 \dots 5,0\%$.

Так как в процессе эксплуатации сложного ЭА некоторые отказы система контроля может не выявить, то элементы сложного ЭА можно разделить на две группы: контролируемые и неконтролируемые с интенсивностями отказов λ^* и λ^{**} . В этом случае функция готовности ЭА в целом будет равна произведению функций готовности этих двух групп и определяться по формуле

$$K_\Gamma(t) = \exp(-\lambda^{**}t) \frac{\mu}{\lambda^* + \mu} \left[1 + \frac{\lambda^*}{\mu} \exp[-(\lambda^* + \mu)t] \right]. \quad (6.22)$$

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Задача 1. Электрический аппарат состоит из пяти блоков. Отказ одного из них ведет к отказу ЭА. Надежность блоков характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t , которая равна $p_1(t) = 0,98$; $p_2(t) = 0,99$; $p_3(t) = 0,97$; $p_4(t) = 0,985$; $p_5(t) = 0,975$.

Требуется определить вероятность безотказной работы ЭА.

Решение.

Вероятности $p_1, p_2, \dots, p_5$ близки к единице, поэтому вычислить $p_C(t)$ удобно, применив приближенную формулу, вычислив предварительно $q_1 = 0,02$; $q_2 = 0,01$; $q_3 = 0,03$; $q_4 = 0,015$; $q_5 = 0,025$:

$$\begin{aligned} P_C(t) &= \prod_{i=1}^{i=5} p_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^{i=5} q_i(t) = \\ &= 1 - (0,02 + 0,01 + 0,03 + 0,015 + 0,025) = 0,9. \end{aligned}$$

Задача 2. ЭА состоит из 120 элементов, отказ каждого из которых ведет к его отказу. Средняя интенсивность отказов элементов равна $0,32 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. Необходимо определить среднюю наработку до отказа и вероятность безотказной работы ЭА в течение 50 ч.

Решение.

Интенсивность отказов системы вычисляем следующим образом:

$$\lambda_C = N\lambda_{CP} = 120 \cdot 0,32 \cdot 10^{-6} = 0,38 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч,}$$

тогда

$$P(50) = \exp(-0,38 \cdot 10^{-4} \cdot 50) \approx 0,99; \quad T_C = \frac{1}{\lambda_C} = \frac{1}{0,38 \cdot 10^{-4}} \approx 26316 \text{ ч.}$$

Задача 3. ЭА состоит из трех блоков. Интенсивность отказов электронного блока равна $\lambda_1 = 0,16 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Интенсивности отказов двух других блоков линейно зависят от времени и определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= 0,23 \cdot 10^{-4} t \text{ 1/ч;} \\ \lambda_3 &= 0,06 \cdot 10^{-6} t^{2,6} \text{ 1/ч.} \end{aligned}$$

Необходимо рассчитать вероятность безотказной работы системы в течение 100 ч.

Задача 4. ЭА состоит из трех блоков, средняя наработка до первого отказа которых равна $T_1 = 320$ ч, $T_2 = 160$ ч, $T_3 = 600$ ч. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднюю наработку до первого отказа ЭА.

Задача 5. ЭА состоит из двух блоков. Вероятности безотказной работы каждого из блоков в течение 100 ч равны $p_1 = 0,95$; $p_2 = 0,97$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа ЭА.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Как классифицируются по области действия факторы, влияющие на надежность ЭА?
2. Расскажите о конструктивных факторах, определяющих надежность ЭА.
3. Какие технологические факторы производства обеспечивают надежность ЭА?
4. Дайте классификацию эксплуатационных факторов, влияющих на надежность ЭА.
5. Раскройте содержание классификации методов расчета сложных ЭА.
6. Что означает «рассчитать ЭА на надежность»?
7. Напишите основные аналитические соотношения расчета надежности при основном соединении элементов в ЭА.
8. Перечислите недостатки метода расчета надежности при основном соединении элементов в ЭА.
9. Расскажите об ориентировочном расчете надежности ЭА.
10. Как учитываются режимы работы элементов в ЭА при расчете надежности?
11. Рассмотрите коэффициентный метод расчета надежности.
12. Перечислите порядок расчета надежности при основном соединении элементов в ЭА.
13. В чем состоят особенности расчета надежности при учете восстановления и различной глубины контроля работоспособности элементов в ЭА?
14. Объясните поведение функции готовности ЭА при различных значениях параметра времени.

МЕТОДЫ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

7.1. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ

Достигнутый в настоящее время уровень надежности элементной базы электроники, радиотехники, механических элементов, электротехники характеризуется значениями интенсивности отказов $\lambda = 10^{-6} \dots 10^{-7}$ 1/ч. В ближайшем будущем следует ожидать повышения этого уровня до $\lambda = 10^{-8}$ 1/ч. Это даст возможность поднять наработку на отказ системы, состоящей из $N = 10^6$ элементов, до значения 100 ч, что явно недостаточно. Необходимая надежность сложных систем может быть достигнута только при использовании различных видов резервирования. Резервирование — одно из основных средств обеспечения заданного уровня надежности (особенно безотказности) объекта при недостаточно надежных элементах. Основные идеи применения резервирования изложены у А. М. Половко [12].

В соответствии с ГОСТ 27.002-89 [4] **резервированием** называется применение дополнительных средств и/или возможностей с целью сохранения работоспособного состояния объекта при отказе одного или нескольких его элементов. Таким образом, резервирование является методом повышения надежности объекта путем введения избыточности. В свою очередь, избыточность — это дополнительные средства и/или возможности, сверхминимально необходимые для выполнения объектом заданных функций. Задачей введения избыточности является

обеспечение нормального функционирования объекта после возникновения отказа в его элементах. При отказе некоторых ветвей или при проведении профилактических работ на них производится переключение на резервные ветви, процессы отключения и переключения осуществляются автоматическими выключателями.

Вероятность безотказной работы системы с резервированием определяется надежностью не только элементов системы, но и надежностью ЭА. Отказ автоматического выключателя приводит к отказу всей системы. Следовательно, два события совместимы.

Вероятность безотказной работы системы $P = P_a P_{rk}$, где P_a — вероятность безотказной работы выключателя; P_{rk} — вероятность безотказной работы r ветвей с k резервированными.

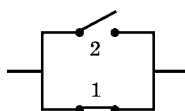


Рис. 7.1
Система высокого напряжения с двумя разъединителями

В качестве примера можно привести систему высокого напряжения, имеющую два параллельных разъединителя (рис. 7.1); один включает, а другой является резервным.

Такая система позволяет произвести переключения с рабочей ветви на резервную под нагрузкой. Для этого при замкнутом разъединителе 1 включается разъединитель 2. Ток перераспределяется по двум параллельным ветвям. После этого отключается разъединитель 1. Вследствие того что сопротивление контактов небольшое, напряжение на параллельных ветвях тоже будет невысоким. Отключение разъединителя 1 происходит без возникновения электрической дуги, но может сопровождаться искрением. Вероятность безотказной работы системы соответствует $P = P_1 P_2$, где P_1 и P_2 — вероятности безотказной работы разъединителя 1 и 2 соответственно.

Существуют разнообразные методы резервирования. Их разделяют по следующим признакам (рис. 7.2): вид резервирования, способ соединения элементов, кратность резервирования, способ включения резерва, режим его работы, восстанавливаемость.

Структурное резервирование, иногда называемое аппаратурным, а также элементным, схемным, предусматривает применение резервных элементов структуры объекта. Его суть заключается в том, что в минимально необходимый вариант объекта вводятся дополнительные элементы.

Элементы резервированной системы носят следующие названия. *Основной* — элемент структуры объекта, необходимый для выполнения объектом требуемых функций при отсутствии отказов его элементов. *Резервный* — элемент объекта, предназначенный для

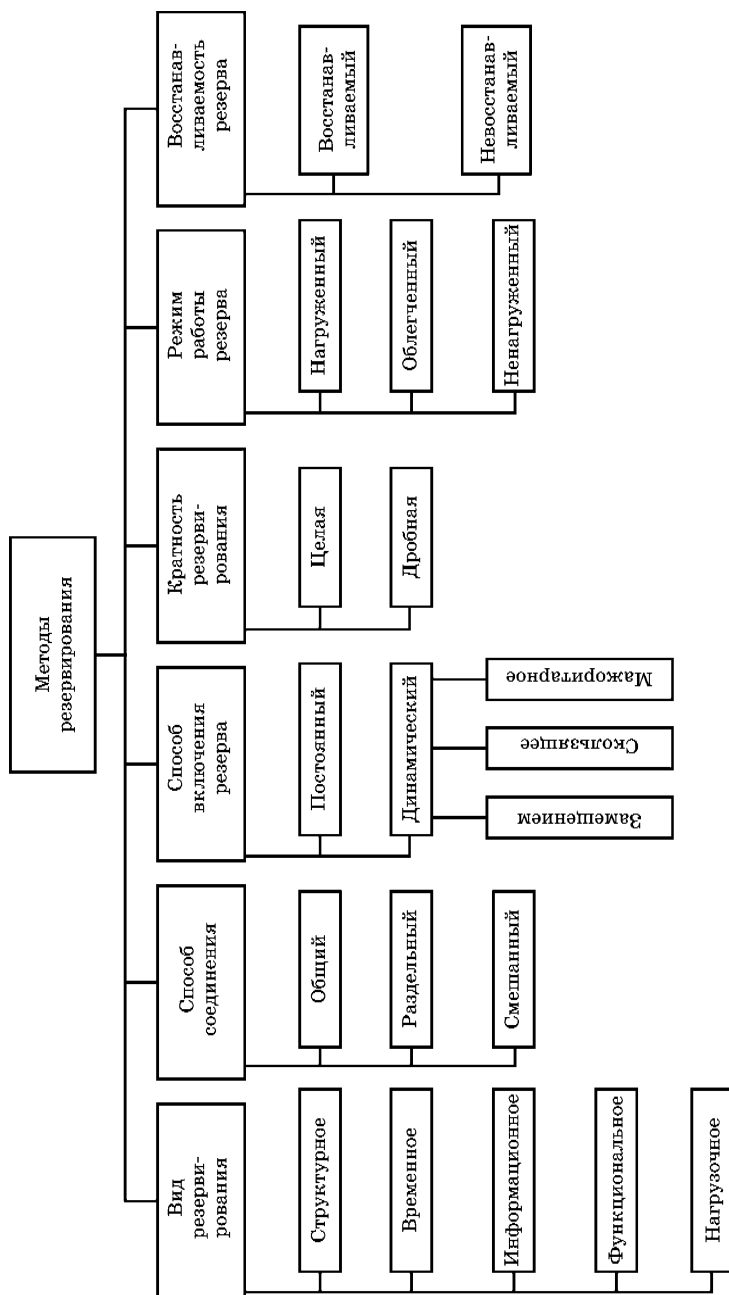


Рис. 7.2
Классификация методов резервирования

выполнения функций основного элемента в случае отказа последнего. Определение основного элемента не связано с понятием минимальности основной структуры объекта, поскольку элемент, являющийся основным при одних режимах эксплуатации, может служить резервным в других условиях. Резервируемый элемент — основной элемент, на случай отказа которого в объекте предусмотрен резервный элемент.

Временное резервирование связано с использованием резервов времени. При этом предполагается, что на выполнение объектом необходимой работы отводится время, заведомо большее минимально необходимого. Резервы времени могут создаваться за счет повышения производительности объекта, инерционности его элементов и т. д.

Информационное резервирование — это резервирование с применением избыточности информации. Примерами такого резервирования являются многократная передача одного и того же сообщения по каналу связи; применение при передаче информации по каналам связи различных кодов, обнаруживающих и исправляющих ошибки, которые появляются в результате отказов аппаратуры и влияния помех; введение избыточных информационных символов при обработке, передаче и отображении информации. Избыток информации позволяет в той или иной мере компенсировать искажения передаваемой информации или устранять их.

При **функциональном резервировании** заданная функция может выполняться различными способами и с помощью разных технических средств. Например, функция быстрой остановки водородного энергетического реактора может быть осуществлена вводом в активную зону стержней аварийной защиты СУЗ или впрыском борного раствора. Или функция передачи информации в АСУ может выполняться с использованием радиоканалов, телеграфа, телефона и других средств связи. Поэтому обычные усредненные показатели надежности (средняя наработка на отказ, вероятность безотказной работы и т. п.) в данном случае малоинформативны и недостаточно пригодны для использования. Наиболее подходящие показатели для оценки функциональной надежности: вероятность выполнения данной функции, среднее время выполнения функции, коэффициент готовности для выполнения данной функции.

Нагрузочное резервирование — резервирование с применением нагрузочных резервов. Предполагает обеспечение способности элементов выдерживать действующие на них нагрузки. При других способах нагрузочного резервирования возможно введение дополнительных защитных или разгружающих элементов.

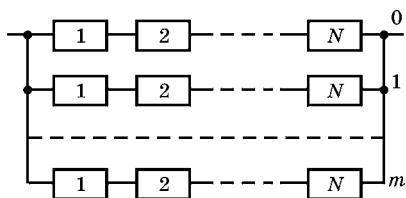


Рис. 7.3

Общее резервирование
с постоянно включенным резервом

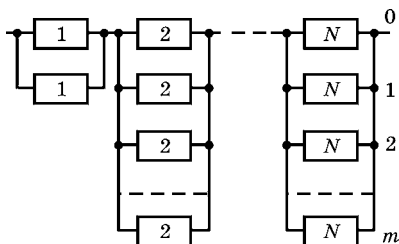


Рис. 7.4

Раздельное резервирование
с постоянно включенным резервом

Перечисленные виды резервирования могут быть применены либо к объекту в целом, либо к отдельным элементам объекта или к группам элементов. В первом случае резервирование называется **общим**, во втором — **раздельным**. Сочетание различных видов резервирования в одном и том же объекте называется **смешанным**.

По способу включения резервных элементов различают постоянное, динамическое, резервирование замещением, скользящее и мажоритарное резервирование. **Постоянное** резервирование — это резервирование без перестройки структуры объекта при возникновении отказа его элемента. Для постоянного резервирования существенно, что в случае отказа основного элемента не требуется специальных устройств, вводящих в действие резервный элемент, а также отсутствует перерыв в работе (рис. 7.3, 7.4).

Постоянное резервирование в простейшем случае представляет собой параллельное соединение элементов без переключающих устройств.

Динамическое резервирование — это резервирование с перестройкой структуры объекта при возникновении отказа его элемента. Оно имеет ряд разновидностей.

При *резервировании замещением* функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного элемента. Включение резерва замещением (см. рис. 7.5, 7.6) обладает следующими преимуществами:

- не нарушает режима работы резерва;
- сохраняет в большей степени надежность резервных элементов, так как при работе основных элементов они находятся в нерабочем состоянии;
- позволяет использовать резервный элемент на несколько основных элементов.

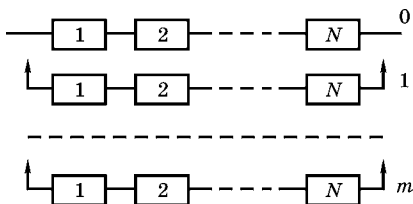


Рис. 7.5

Общее резервирование с включением резерва замещением

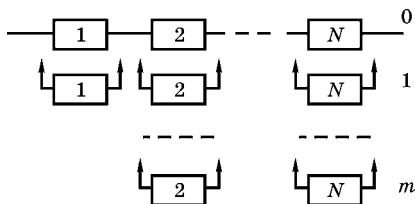


Рис. 7.6

Раздельное резервирование с включением резерва замещением

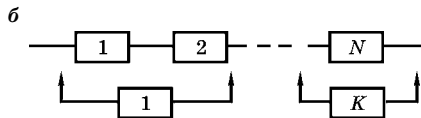
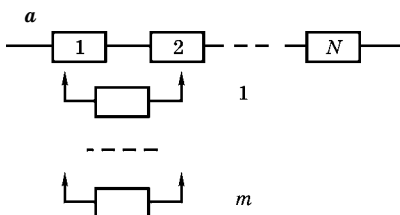


Рис. 7.7

Скольльзящее резервирование однотипными (а) и неотнотипными (б) элементами

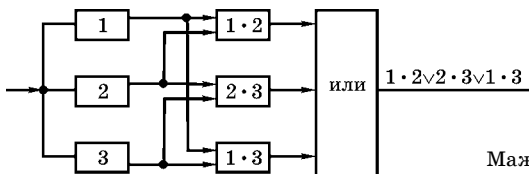


Рис. 7.8

Мажоритарное резервирование

Существенным недостатком резервирования замещением является необходимость наличия переключающих устройств. При раздельном резервировании число переключающих устройств равно числу основных элементов, что может сильно понизить надежность всего объекта. Поэтому резервировать замещением выгодно крупные узлы или весь объект, а во всех других случаях — при высокой надежности переключающих устройств.

Скольльзящее резервирование — динамическое резервирование, при котором группа основных элементов объекта резервируется одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой отказавший основной элемент в данной группе (рис. 7.7).

В системах управления нашло широкое применение **мажоритарное резервирование** (с использованием «голосования»). Этот способ основан на применении дополнительного элемента, называемого мажоритарным, или логическим, элементом (рис. 7.8).

Логический элемент позволяет вести сравнение сигналов, поступающих от элементов, выполняющих одну и ту же функцию. Если результаты совпадают, то они передаются на выход устройства.

На рис. 7.8 изображено резервирование по принципу «2 из 3», т. е. любые два совпадающих результата из трех считаются истинными и проходят на выход устройства. По такому принципу построены многие схемы подсистем систем управления и защиты (СУЗ). Можно применять соотношения «3 из 5» и др. Главное достоинство этого метода — обеспечение повышения надежности при любых видах отказов элементов и повышение достоверности информационно-логических объектов.

Степень **избыточности** характеризуется **кратностью резервирования** — это отношение числа резервных элементов объекта к числу резервируемых ими основных элементов, выраженное несокращенной дробью. Резервирование с *целой кратностью* имеет место, когда один основной элемент резервируется одним или более резервными элементами; с *дробной кратностью* — когда два и более однотипных элемента резервируются одним и более резервными элементами. Наиболее распространенным вариантом резервирования с дробной кратностью является такой, когда число основных элементов превышает число резервных. Резервирование, кратность которого равна единице, называется *дублированием*.

В зависимости от режима работы резерва различают нагруженный, облегченный и ненагруженный резервы. *Нагруженный* резерв содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в режиме основного элемента. При этом принимается, что элементы нагруженного резерва имеют тот же уровень безотказности, долговечности и сохраняемости, что и резервируемые ими основные элементы объекта. *Облегченный* включает один или несколько резервных элементов, находящихся в менее нагруженном режиме, чем основной. Элементы облегченного резерва обладают, как правило, более высоким уровнем безотказности, долговечности и сохраняемости, чем основные элементы. *Ненагруженный* содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в ненагруженном режиме до начала выполнения ими функций основного элемента. Для элементов ненагруженного резерва условно полагают, что они никогда не отказывают и не достигают предельного состояния.

Резервирование, при котором работоспособность любого одного или нескольких резервных элементов в случае возникновения

отказов подлежит восстановлению при эксплуатации, называется **резервированием с восстановлением**, в противном случае имеет место **резервирование без восстановления**. Восстанавливаемость резерва обеспечивается при наличии контроля работоспособности элементов. При наличии резервирования это особенно важно, так как тогда число скрытых отказов может быть больше, чем при отсутствии резервирования. В идеальном варианте отказ любого элемента объекта обнаруживается без задержки, а отказавший элемент незамедлительно заменяется или ремонтируется.

7.2. РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ОБЩЕМ И РАЗДЕЛЬНОМ РЕЗЕРВИРОВАНИИ

Общее резервирование с постоянно включенным резервом (см. рис. 7.3).

Допущения:

1) отказы элементов системы описываются простейшим потоком отказов;

2) резервируемые и резервные элементы равнонадежны.

Задано:

1) число основных элементов в объекте N ;

2) ВБР i -го элемента;

3) кратность резервирования.

Требуется определить характеристики надежности резервированной системы.

ВБР системы без резервирования при независимых отказах

$$P_0(t) = \prod_{i=1}^N P_i(t), \quad (7.1)$$

вероятность отказа

$$Q_0(t) = 1 - \prod_{i=1}^N P_i(t). \quad (7.2)$$

Вероятность отказа объекта с общим резервированием составит

$$Q_0(t) = Q_0(t) \prod_{j=1}^{j=m} Q_{\text{РЕЗ}}(t) = \prod_{j=1}^{j=m+1} Q_j(t). \quad (7.3)$$

В случае равенства вероятностей отказа основного и резервного объектов

$$Q_C(t) = Q^{m+1}(t) \quad (7.4)$$

ИЛИ

$$P_C(t) = 1 - Q^{m+1}(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{i=N} P_i(t) \right]^{m+1}. \quad (7.5)$$

Для экспоненциального закона надежности

$$P_i(t) = \exp(-\lambda_i t), \quad \prod_{i=1}^{i=N} P_i(t) = \exp(-\Lambda_0 t),$$

где

$$\Lambda_0 = \sum_{i=1}^{i=N} \lambda_i$$

— интенсивность отказов любого из $m + 1$ объектов;

$$T_{CP_C} = \int_0^{\infty} P_C(t) dt = \frac{1}{\Lambda_0} \sum_{j=1}^{j=m} \frac{1}{j+1} = \frac{1}{\Lambda_0} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{m+1} \right), \quad (7.6)$$

плотность вероятности

$$f_C(t) = \Lambda_0(m+1) \exp(-\Lambda_0 t) [1 - \exp(-\Lambda_0 t)]^m, \quad (7.7)$$

интенсивность отказов

$$\Lambda_C(t) = \frac{\Lambda_0(m+1) \exp(-\Lambda_0 t) [1 - \exp(-\Lambda_0 t)]^m}{1 - [1 - \exp(-\Lambda_0 t)]^{m+1}}. \quad (7.8)$$

При анализе надежности резервированных устройств на этапе проектирования приходится сравнивать различные схемные решения. В этом случае за критерий качества резервирования принимается **выигрыш надежности** — отношение количественной характеристики надежности резервированного устройства к той же количественной характеристике нерезервированного устройства или устройства с другим видом резервирования. Наиболее часто используются следующие критерии качества резервированных устройств:

$$G_q(t) = \frac{Q_C(t)}{Q_0(t)}$$

— выигрыш надежности в течение времени t по вероятности отказов;

$$G_P(t) = \frac{P_C(t)}{P_0(t)}$$

— выигрыш надежности в течение времени t по вероятности безотказной работы;

$$G_T(t) = \frac{T_C}{T_0}$$

— выигрыш надежности по среднему времени безотказной работы.

Выигрыш надежности резервированной системы существенно зависит от того, какой количественной характеристикой оценивается надежность, т. е.

$$\left. \begin{aligned} G_P &= \frac{P_C(t)}{P_0(t)} = \frac{1 - [1 - \exp(-\Lambda_0 t)]^{m+1}}{\exp(-\Lambda_0 t)}; \\ G_q &= \frac{Q_C(t)}{Q_0(t)} = [1 - \exp(-\Lambda_0 t)]^m; \\ G_{T_{CP}} &= \frac{T_{CP_C}}{T_{CP_0}} = \sum_{j=0}^{j=m} \frac{1}{j+1}. \end{aligned} \right\} \quad (7.9)$$

Общее резервирование с замещением (см. рис. 7.5). Выражения (7.1)...(7.9) пригодны для расчета надежности резервированных систем при наличии идеального (абсолютно надежного) переключателя. На самом деле переключатель имеет отказы различного характера: несрабатывание, ложное срабатывание, отказы, которые выводят из строя резервную группу в целом. Поэтому при наличии переключателя

$$Q_C = Q_0(t) \prod_{j=1}^{j=m} Q_{PE3}(t) Q_n(t). \quad (7.10)$$

Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом (см. рис. 7.4). Вероятность того, что произойдет отказ системы из-за отказов элементов i -го типа, равна произведению вероятностей отказов i -го элемента и всех его резервирующих, т. е.

$$Q_{ГР}(t) = \prod_{i=1}^{m+1} Q_i(t) = \prod_{i=1}^{m+1} [1 - P_i(t)], \quad (7.11)$$

а ВБР

$$P_{ГР}(t) = 1 - \prod_{i=1}^{m+1} [1 - P_i(t)]. \quad (7.12)$$

Так как обычно основные и резервные элементы равнонадежны, то

$$P_{ГР}(t) = 1 - [1 - P_i(t)]^{m+1}. \quad (7.13)$$

Функциональные группы соединены в системе последовательно, отказы их принимаем независимыми, поэтому

$$P_C(t) = \prod_{i=1}^{i=N} P_{ГР}(t) = \prod_{i=1}^{i=N} \left\{ 1 - \prod_{i=1}^{m+1} [1 - P_i(t)]^{m+1} \right\}. \quad (7.14)$$

Вычисление по $P_C(t)$ других количественных характеристик надежности резервированных систем, содержащих большое число элементов, затруднительно. Поэтому примем упрощающие допущения. Предположим, что все элементы системы равнонадежны, тогда

$$P_C = \{1 - [1 - \exp(-\lambda_i t)]^{m+1}\}^N, \quad (7.15)$$

где интенсивность отказов λ представляет собой средневзвешенное значение интенсивностей отказов всех элементов, из которых состоит объект:

$$N\lambda = \sum_{i=1}^{i=N} \lambda_i$$

или

$$\lambda = \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^{i=N} \lambda_i. \quad (7.16)$$

Выражение для вычисления T_{CP} , $f_C(t)$ и $\Lambda_C(t)$ в предположении о равнонадежности элементов объекта имеют вид

$$\left. \begin{aligned} T_{CP} &= \frac{(N-1)!}{\lambda(m+1)} \sum_{j=0}^{j=m} \frac{1}{\frac{j+1}{m+1} \left(\frac{j+1}{m+1} + 1 \right) \dots \left(\frac{j+1}{m+1} + N \right)}; \\ f_C(t) &= N(m+1)\lambda \exp(-\lambda t) [1 - \exp(-\lambda t)]^m \{1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^{m+1}\}^{N+1}; \\ \Lambda_C(t) &= \frac{N(m+1)\lambda \exp(-\lambda t) [1 - \exp(-\lambda t)]^m}{1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^{m+1}}. \end{aligned} \right\} \quad (7.17)$$

7.3. РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ПРИ РЕЗЕРВИРОВАНИИ ОБЪЕКТОВ С ДРОБНОЙ КРАТНОСТЬЮ

Рассмотрим случай резервирования объекта с дробной кратностью и нагруженным резервом (рис. 7.9).

При таком резервировании нормальная работа резервированного соединения возможна при условии, если число исправных элементов не меньше необходимого для нормальной работы.

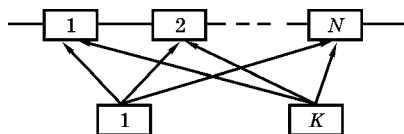


Рис. 7.9

Резервирование с дробной кратностью при нагруженном резерве

Кратность резервирования определяется из соотношения

$$m = \frac{Z - N}{N}, \quad (7.18)$$

где Z — общее число элементов расчета резервированного соединения; N — число элементов,

необходимое для нормальной работы соединения; $Z - N$ — число резервных элементов.

В случае общего резервирования (см. рис. 7.3, 7.5) кратность резервирования всегда равна числу резервных устройств.

В общем случае m является числом дробным. Однако может оказаться, что при делении величины $Z - N$ на N кратность резервирования m получается числом целым. Так как одно и то же m может получаться при различных Z и N , то кратность резервирования следует записывать в виде простой дроби без сокращения. Например, если записано $m = 4/2$, то это означает, что здесь имеет место резервирование с дробной кратностью, причем для нормальной работы объекта необходимо не менее 2 элементов, а число резервных элементов равно 4. Записать в данном случае $m = 2$ нельзя — такая запись означает, что имеет место резервирование с целой кратностью, причем число резервных элементов равно 2, общее число элементов — 3.

Пусть резервированная система состоит из N основных и K резервных элементов ($N > K$). При отказе одного из основных элементов на его место без перерыва в работе включается один из резервных (резервные элементы также могут отказывать). Таких замещений, не нарушающих работу резервированной системы в целом, не может быть больше K .

Средняя наработка до отказа рассматриваемой резервированной системы в предположении абсолютно надежных переключающих устройств и равнонадежных элементов, с интенсивностью отказов каждого λ , составит

$$T_{\text{CPc}} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N+1} + \dots + \frac{1}{N+K} \right). \quad (7.19)$$

Найдем вероятность безотказной работы объекта. Безотказная работа объекта в течение времени t будет иметь место, если за это время осуществится хотя бы одна из гипотез:

H_0 — все элементы исправны;

H_1 — один элемент отказал, $(K + N - 1)$ элементов исправны;

$(H_i - i)$ элементов отказали, $(K + N - i)$ элементов исправны;

$(H_K - K)$ элементов отказали, N элементов исправны.

Число различных вариантов

$$C_{N+K}^i = \frac{(N+K)!}{i!(K+N-i)!}. \quad (7.20)$$

Тогда ВБР системы можно определить из выражения

$$P_C(t) = \sum_{i=0}^{i=K} C_{N+K}^i [1 - P(t)]^i [P(t)]^{N+K-i}, \quad (7.21)$$

где $P(t)$ — ВБР элемента при условии, что все элементы равнонадежны.

Для мажоритарного резервирования по схеме «2 из 3» ВБР системы можно подсчитать по формуле

$$P_C(t) = P_M(t)[3P^2(t) - 2P^3(t)], \quad (7.22)$$

где $P(t)$ — ВБР одного канала (элемента, подсистемы); $P_M(t)$ — ВБР мажоритарного органа.

7.4. ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Логические основы расчета надежности. Сущность логико-вероятностных методов расчета надежности состоит в описании схемы объекта с помощью аппарата математической логики с последующим использованием теории вероятностей при определении характеристик надежности.

В основе расчетов надежности лежит исследование событий и высказываний. Произвести расчет надежности системы означает определить связь между сложным событием — отказом системы и простыми событиями. Таким образом, в основе расчетов систем на надежность лежат операции с событиями и высказываниями, ими занимается математическая логика и один из ее разделов — алгебра высказываний. Объектом исследований алгебры высказываний являются высказывания, о которых можно утверждать, что они либо истинны, либо ложны. Высказывания могут быть простыми и сложными. Сложное высказывание — это высказывание, состоящее из простых высказываний, соединенных между собой логическими операциями. Каждая из логических операций устанавливает вполне определенную связь между истинностью сложного высказывания и истинностью простых высказываний.

Наиболее распространенные логические операции для двух простых высказываний a и b приведены в табл. 7.1, где истинность высказываний обозначена единицей, ложность — нулем (1 — элемент работоспособен, 0 — неработоспособен).

**Наиболее распространенные логические операции
для двух простых высказываний**

Название операции	Результат функции a/b				Обозначение операции
	0/0	0/1	1/0	1/1	
Конъюнкция (логическое умножение)	0	0	0	1	$a \wedge b$ (ab)
Дизъюнкция (логическое суммирование)	0	1	1	1	$a \vee b$
Суммирование по модулю 2	0	1	1	0	$a \oplus b$
Эквивалентность	1	0	0	1	$a \approx b$
Отрицание	1	0	1	0	$\bar{b}$
Импликация от b к a	1	0	1	1	$b \rightarrow a$
Отрицание конъюнкции (штрих Шеффера)	1	1	1	0	a/b
Отрицание дизъюнкции (стрелка Пирса)	1	0	0	0	$a \downarrow b$

Правила перехода от любого сложного высказывания к высказыванию, содержащему операции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания:

1) из таблицы выделить наборы простых высказываний, приводящие сложное высказывание в единицу;

2) для каждого из таких наборов записать простые истинные высказывания без знака отрицания, а ложные — со знаком отрицания; полученные высказывания соединить знаком конъюнкции;

3) конъюнкции простых высказываний соединить операцией дизъюнкции.

Основные логические связи рассмотрены в главе 3 данного пособия. Здесь приведены логические операции, используемые при расчетах надежности резервированных ЭА.

При расчетах надежности наиболее часто используются законы и правила для преобразований сложных высказываний. С их помощью сложную логическую функцию можно привести к минимальной неповторной форме, т. е. к виду, когда функция содержит минимальное число составляющих и в ней нет повторения одинаковых аргументов.

1. $a \vee b = b \vee a$;
2. $ab = ba$;
3. $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$;
4. $a \vee (bc) = (a \vee b)(a \vee c)$;
5. $a(b \vee c) = ab \vee ac$;
6. $a \vee a = 1$; $a \vee 0 = a$;

7. $a \cdot 1 = a; a \vee 1 = 1;$
8. $a\bar{a} = 0;$
9. $a \vee \bar{a}b = a \vee b;$
10. $a \vee \bar{a} = a;$
11. $aa = a;$
12. $\overline{a \vee b} = \bar{a}\bar{b};$
13. $\overline{ab} = \bar{a}\bar{b};$
14. $ab \vee a\bar{b} = a;$
15. $a(a \vee b) = a;$
16. $f(a, b, c, \dots) = af(1, b, c, \dots) \vee \bar{a}f(0, b, c, \dots).$

Логическое уравнение, содержащее операции дизъюнкции, конъюнкции и отрицания, можно привести к арифметическому виду, если заменить логические операции на арифметические по следующему правилу: для определения вероятностей сложных высказываний необходимо логическую операцию сложного высказывания привести к минимальной неповторной форме, арифметизировать ее и затем заменить высказывания на их вероятности:

$$\begin{aligned} a \vee b &= a + b - ab; \\ a \wedge b &= ab; \quad \bar{a} = 1 - a. \end{aligned} \quad (7.23)$$

Расчет надежности, основанный на использовании параллельно-последовательных структур. Параллельно-последовательная структура надежности объекта дает представление о связи между надежностью объекта и его элементов. Расчет надежности ведется последовательно, начиная от расчета элементарных узлов структуры к ее все более сложным узлам, и сводится к расчету отдельных участков схемы, состоящих из параллельно и последовательно соединенных элементов. Например, на рис. 7.10 узел, состоящий из элементов 1–2 — элементарный, узел 1–2–3–4 — сложный.

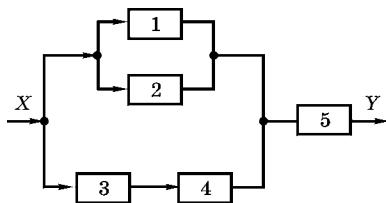


Рис. 7.10
Структура расчета надежности

Эта структура может быть сведена к эквивалентной, состоящей из узла 1–2–3–4 и элемента 5, соединенных последовательно.

Расчетные формулы для элементов, соединенных параллельно. Рассмотрим параллельное соединение из трех элементов (см. рис. 7.11). Его отказ произойдет после выхода из строя всех элементов. Условие работоспособности: устройство работоспособно, если работоспособны элемент a , или элемент b , или элемент c ,

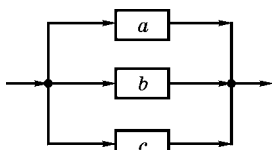


Рис. 7.11
Параллельное соедине-
ние элементов

или элементы a и b , a и c , b и c , a и b и c . Это-
му условию соответствует логическая функ-
ция (*функция алгебры логики* — ФАЛ), в ко-
торой a , b , c — события, состоящие в том,
что элементы a , b , c находятся в работоспо-
собном состоянии:

$$F_{\text{Л}} = a \vee b \vee c \vee ab \vee ac \vee bc \vee abc. \quad (7.24)$$

ФАЛ, связывающую состояния элемента с состоянием системы, называют **функцией работоспособности системы** $z(x_1, x_2, \dots, x_N)$. Для оценки работоспособных состояний системы используются два понятия:

1) кратчайший путь успешного функционирования, который представляет собой такую конъюнкцию элементов, ни один из компонентов которой нельзя изъять, не нарушив условия функционирования системы;

2) минимальное сечение отказов — конъюнкция из отрицаний элементов, ни один из компонентов которой нельзя изъять, не нарушив условия неработоспособности системы.

Используя эти понятия, условия работоспособности объекта можно записать либо в виде дизъюнкции всех кратчайших путей успешного функционирования — дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ), либо в виде конъюнкции отрицаний всех минимальных сечений отказов — конъюнктивная нормальная форма (КНФ). Далее, после составления функции работоспособности системы в виде ДНФ или КНФ необходимо перейти к вероятностной функции, с помощью которой определяются характеристики надежности. Однако непосредственно перейти к вероятностной функции от ДНФ или КНФ, как правило, нельзя, так как одна и та же переменная может входить в состав нескольких конъюнкций (7.24). Поэтому полученное выражение (7.24) необходимо преобразовать к неповторной форме функции алгебры логики (БФАЛ). Имеется несколько алгоритмов преобразования ФАЛ и БФАЛ: алгоритмы С. В. Макарова, Ю. Б. Мерекина, И. А. Рябинына, А. С. Смирнова и др.

Минимизируем выражение (7.24):

$$F_{\text{Л}} = a(1 \vee b \vee bc) \vee b(1 \vee c \vee ac) \vee c(1 \vee a \vee ab) = a \vee b \vee c, \quad (7.25)$$

и арифметизируем его:

$$F_a = a + b + c - (ab + ac + bc) + abc. \quad (7.26)$$

Теперь заменим события их вероятностями и получим

$$P_C = P_a + P_b + P_C - (P_a P_b + P_a P_C + P_b P_C) + P_a P_b P_C. \quad (7.27)$$

ВБР системы, состоящей из N параллельно соединенных элементов:

$$T_{\text{ВБР}} = \int_0^{\infty} P_C(t) dt = \int_0^{\infty} [(P_1 + P_2 + \dots + P_N) - (P_1 P_2 + P_1 P_3 + \dots + P_{N-1} P_N) + (P_1 P_2 P_3 + P_1 P_2 P_4 + \dots) - \dots \pm P_1 P_2 \dots P_N] dt. \quad (7.28)$$

Интенсивность отказов объекта, состоящего из N параллельно соединенных элементов, обладающих постоянной интенсивностью отказов λ_0 :

$$\begin{aligned} \Lambda_C(t) &= \frac{dQ_C(t)/dt}{P_C(t)} = \frac{d(1 - \exp(-\lambda_0 t))^N / dt}{1 - [1 - \exp(-\lambda_0 t)]^N} = \\ &= \frac{N \lambda_0 [1 - \exp(-\lambda_0 t)]^{N-1}}{1 - [1 - \exp(-\lambda_0 t)]^N} \exp(-\lambda_0 t). \end{aligned} \quad (7.29)$$

Расчетные формулы для объекта, состоящего из последовательно соединенных элементов. Пусть система для простоты состоит из трех последовательно соединенных элементов a, b, c . Отказ системы произойдет при отказе любого из элементов. Условие работоспособности: система работоспособна, если работоспособны элемент a и элемент b , и элемент c . Этому условию соответствует логическая функция

$$F_{\text{Л}} = abc. \quad (7.30)$$

Ее арифметическое представление совпадает с логическим:

$$F_a = abc.$$

Вероятность безотказной работы

$$P_C = P_a P_b P_C. \quad (7.31)$$

Для системы, состоящей из N последовательно соединенных элементов,

$$\begin{aligned} P_C &= P_1 P_2 \dots P_N; \quad \Lambda_C = \sum_{i=1}^N \lambda_i; \quad \lambda_i = \text{const}; \\ P_C &= \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_N)t]; \quad T_{\text{ВБР}} = \frac{1}{\Lambda_C}. \end{aligned}$$

Последовательность логико-вероятностных расчетов надежности резервированных объектов. Относительная простота расчетов

надежности, основанных на использовании параллельно-последовательных структур, делает их самыми распространенными в инженерной практике. Однако не всегда условие работоспособности можно непосредственно представить параллельно-последовательной структурой. В этом случае сложную структуру можно заменить ее эквивалентной параллельно-последовательной структурой. К таким преобразованиям относятся:

а) преобразование с эквивалентной заменой треугольника на звезду и обратно;

б) разложение сложной структуры по базовому элементу.

Способы преобразования сложных структур изложены в книге И. А. Рябинина [14].

Последовательность логико-вероятностного метода расчета надежности объектов следующая:

1. Словесная формулировка условий работоспособности системы.
2. Составление логической функции работоспособности.
3. Минимизация $F_{\text{л}}$ и приведение к неповторной форме.
4. Арифметизация $F_{\text{л}}$.
5. Замена событий (высказываний) их вероятностями.
6. Расчет надежности (определение $P_{\text{с}}(t)$, $f_{\text{с}}(t)$, $\Lambda_{\text{с}}(t)$ и других характеристик).
7. Анализ полученных результатов.

7.5.

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ВОССТАНОВЛЕНИЕМ

Уравнение для расчета надежности восстанавливаемого ЭА с использованием графа переходов. Наиболее подходящий способ представления переходов ЭА в различные состояния — граф переходов. В качестве примера на рис. 7.12 представлен ЭА, состоящий из двух блоков I и II, на рис. 7.13 показан граф переходов этого ЭА.

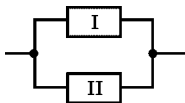


Рис. 7.12
Структурная
схема системы

ЭА, состоящий из двух блоков, может находиться в следующих состояниях:

- 1) оба блока работоспособны;
- 2) блок I отказал и поставлен на ремонт (вероятность его отказа равна P_{12} , вероятность восстановления равна P_{21});
- 3) блок II отказал и поставлен на ремонт (вероятность его отказа равна P_{13} , вероятность восстановления P_{31});

4) отказ блоков *I* и *II*, т. е. отказ ЭА.

Вероятность того, что ЭА остается в *i*-м состоянии, обозначается P_{ii} .

Граф переходов может быть представлен двумя способами: матрицей переходов и системой уравнений.

Матрица перехода для графа, изображенного на рис. 7.13, имеет следующий вид:

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix}. \quad (7.32)$$

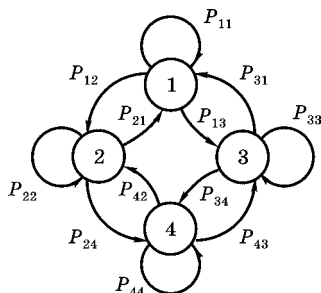


Рис. 7.13
Граф переходов объекта

По строкам матрицы расположены вероятности перехода из *i*-го состояния в *j*-е состояние (либо сохранение *i*-го состояния).

Система уравнений, определяющая вероятности состояний, такова:

$$\left. \begin{aligned} P_1(t + \Delta t) &= P_1(t)\{1 - [P_{12}(\Delta t) + P_{13}(\Delta t)]\} + P_2(t)P_{21}(\Delta t) + P_3(t)P_{31}(\Delta t); \\ P_2(t + \Delta t) &= P_2(t)\{1 - [P_{21}(\Delta t) + P_{24}(\Delta t)]\} + P_4(t)P_{42}(\Delta t) + P_1(t)P_{12}(\Delta t); \\ P_3(t + \Delta t) &= P_3(t)\{1 - [P_{31}(\Delta t) + P_{34}(\Delta t)]\} + P_4(t)P_{43}(\Delta t) + P_1(t)P_{13}(\Delta t); \\ P_4(t + \Delta t) &= P_4(t)\{1 - [P_{42}(\Delta t) + P_{43}(\Delta t)]\} + P_3(t)P_{34}(\Delta t) + P_2(t)P_{24}(\Delta t). \end{aligned} \right\} \quad (7.33)$$

Для примера поясним, как читается первое уравнение: вероятность того, что ЭА за время $t + \Delta t$ не выйдет из первого состояния, равна произведению вероятности того, что ЭА находился в момент времени t в первом состоянии и не перейдет из него за время Δt во второе и третье состояния, плюс вероятности того, что ЭА находился во втором и третьем состоянии и перейдет из них в первое состояние.

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ВЕРОЯТНОСТИ СОСТОЯНИЙ СИСТЕМЫ

Случай 1. Вероятности отказов и восстановлений заданы в виде функций интенсивностей. Тогда с достаточной для практических целей точностью можно принять

$$\left. \begin{aligned} P_{ij}(\Delta t) &= \lambda_{ij}\Delta t; \\ 1 - P_{ij}(\Delta t) &= \exp(-\lambda_{ij}\Delta t) = 1 - \lambda_{ij}\Delta t; \\ 1 - [P_{ij}(\Delta t) + P_{ik}(\Delta t)] &= 1 - (\lambda_{ij} + \lambda_{ik})\Delta t. \end{aligned} \right\} \quad (7.34)$$

Подставив (7.34) в (7.33), получим

$$\left. \begin{aligned} P_1(t + \Delta t) &= P_1(t) - P_1(t)(\lambda_{12} + \lambda_{13})\Delta t + P_2(t)\lambda_{21}(\Delta t) + P_3(t)\lambda_{31}(\Delta t); \\ P_2(t + \Delta t) &= P_2(t) - P_2(t)(\lambda_{21} + \lambda_{24})\Delta t + P_4(t)\lambda_{42}(\Delta t) + P_1(t)\lambda_{12}(\Delta t); \\ P_3(t + \Delta t) &= P_3(t) - P_3(t)(\lambda_{31} + \lambda_{34})\Delta t + P_4(t)\lambda_{43}(\Delta t) + P_1(t)\lambda_{13}(\Delta t); \\ P_4(t + \Delta t) &= P_4(t) - P_4(t)(\lambda_{42} + \lambda_{43})\Delta t + P_3(t)\lambda_{34}(\Delta t) + P_2(t)\lambda_{24}(\Delta t). \end{aligned} \right\} \quad (7.35)$$

Так как

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_i(t + \Delta t) - P_i(t)}{\Delta t} = P_i'(t) \quad \text{при } t \rightarrow \infty,$$

то (7.35) приобретает вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_1(t)}{dt} &= -P_1(t)(\lambda_{12} + \lambda_{13}) + P_2(t)\lambda_{21} + P_3(t)\lambda_{31}; \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= -P_2(t)(\lambda_{21} + \lambda_{24}) + P_4(t)\lambda_{42} + P_1(t)\lambda_{12}; \\ \frac{dP_3(t)}{dt} &= -P_3(t)(\lambda_{31} + \lambda_{34}) + P_4(t)\lambda_{43} + P_1(t)\lambda_{13}; \\ \frac{dP_4(t)}{dt} &= -P_4(t)(\lambda_{42} + \lambda_{43}) + P_3(t)\lambda_{34} + P_2(t)\lambda_{24}. \end{aligned} \right\} \quad (7.36)$$

Существует правило, позволяющее записывать уравнение вида (7.36) непосредственно по графу состояния: в левой части уравнения записать $dP_k(t)/dt$ (где $P_k(t)$ — вероятность k -го состояния) и в правой части столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием. Если стрелка направлена в данное состояние, то ставится плюс, если из данного состояния, — минус. Каждый член равен плотности вероятности потока событий λ , переводящего систему по данной стрелке, умноженной на вероятность того решения, из которого исходит стрелка.

Решение системы уравнений (7.36) можно провести с использованием преобразования Лапласа. Это позволяет преобразовать систему дифференциальных уравнений в систему алгебраических.

В качестве примера расчета надежности восстанавливаемого объекта с использованием графа перехода рассмотрим ЭА, изображенный на рис. 7.14.

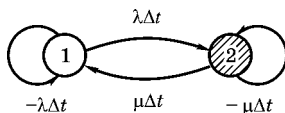


Рис. 7.14

Граф переходов объекта

Запишем систему дифференциальных уравнений (5.21):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_1(t)}{dt} &= -\lambda P_1(t) + \mu P_2(t), \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= -\mu P_2(t) - \lambda P_1(t). \end{aligned} \right\} \quad (7.37)$$

Произведем переход к изображениям по Лапласу и определим $P_1(z)$:

$$\begin{aligned} zP_1(z) + \lambda P_1(z) - \mu P_2(z) &= 1; \\ zP_2(z) - \lambda P_1(z) + \mu P_2(z) &= 0; \\ P_1(z) &= \frac{z + \mu}{z(z + \lambda + \mu)}. \end{aligned}$$

Для того чтобы привести выражение $P_1(t)$ к табличному, умножим и разделим правую часть на постоянную величину $(\lambda + \mu)$. В результате получим

$$P_1(z) = \frac{(z + \mu)(\lambda + \mu)}{z(z + \lambda + \mu)(\lambda + \mu)} = \frac{1}{z} \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \frac{1}{z + \lambda + \mu}; \quad (7.38)$$

$$P_1(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp[-(\lambda + \mu)t],$$

т. е. мы получили выражение (6.18). Правая часть формулы (7.38) состоит из постоянной и убывающей с течением времени частей. Постоянную часть называют **стационарным коэффициентом готовности**.

Расчет надежности, связанный с решением дифференциальных уравнений, весьма трудоемок, особенно если его вести вручную. Поэтому существуют приемы, упрощающие расчет.

Исследования характеристик надежности, формируемых под воздействием потока отказов и восстановления, позволяют сделать вывод о том, что при существующих соотношениях λ и μ сравнительно быстро наступает период установившегося режима, когда вероятности состояний объекта становятся постоянными, т. е. $dP_i(t)/dt = 0$. Тогда система дифференциальных уравнений (7.36) становится системой алгебраических уравнений. Например, система уравнений (7.37) трансформируется в следующую систему алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -\lambda P_1(t) + \mu P_2(t); \\ 0 &= \lambda P_1(t) - \mu P_2(t); \\ P_1(t) + P_2(t) &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (7.39)$$

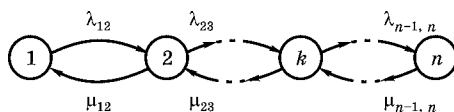


Рис. 7.15

Граф переходов системы с восстановлением

Решив систему (7.39), получаем установившийся коэффициент готовности

$$P_1 = K_{\Gamma} = \frac{\mu}{\lambda + \mu}.$$

Граф переходов с учетом восстановления в общем случае представлен на рис. 7.15.

Для облегчения расчетов можно пользоваться следующим правилом. Если состояния заданы графом, имеющим вид рис. 7.15, тогда расчет надежности производится в следующей последовательности.

1. Записать уравнения состояний для каждого состояния по правилу: в левой части написать нуль, в правой части — столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием (каждой стрелке должно соответствовать слагаемое, представляющее собой произведение интенсивности перехода на вероятность того состояния, из которого происходит переход; выходящей стрелке соответствует минус, входящей — плюс).

2. Вероятности каждого из состояний определяют выражениями

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= \frac{\lambda_{12}}{\mu_{21}} P_1; \\ P_3 &= \frac{\lambda_{23} \lambda_{12}}{\mu_{32} \mu_{21}} P_1; \\ &\dots \\ P_k &= \frac{\lambda_{(k-1)k} \lambda_{(k-2)(k-1)} \dots \lambda_{12}}{\mu_{(k-1)k} \mu_{(k-1)(k-2)} \dots \mu_{21}} P_1. \end{aligned} \right\} \quad (7.40)$$

Запись для вероятности k -го состояния в (7.40) следует читать так: вероятность k -го состояния равна произведению коэффициента на вероятность первого состояния P_1 . Коэффициент равен дроби, числитель которой — произведение интенсивностей отказов, стоящих над стрелками, идущими вправо до k -го состояния, а знаменатель — произведение интенсивностей восстановлений, стоящих над стрелками, идущими влево от k -го состояния до первого.

Случай 2. Характеристики отказов и восстановлений заданы вероятностями отказа $Q(t)$ и восстановления $P_B(\tau)$. В этом случае выражение для вероятности работоспособного состояния записывается следующим образом:

$$P(t + \tau) = [1 - Q(t)] + Q(t)P_B(\tau) = P(t) + [1 - P(t)]P_B(\tau),$$

т. е. вероятность безотказного состояния за время $t + \tau$ с учетом восстановления равна вероятности отсутствия отказов за время t плюс вероятность восстановления за время t при условии, что за время t произошел отказ.

СРЕДНЯЯ НАРАБОТКА ДО ОТКАЗА ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ СИСТЕМЫ

Средняя наработка до отказа

$$T_{CP} = \int_0^{\infty} P(t) dt,$$

преобразование Лапласа для $P(t)$:

$$P(z) = \int_0^{\infty} P(t) \exp(-zt) dt.$$

Отсюда $T_{CP} = P(z)$ при $z = 0$. Преобразование Лапласа для $dP(t)/dt$:

$$zP(z) - P(t = 0).$$

Если преобразовать (7.36) при $z = 0$ и учесть, что вероятность начального состояния при $t = 0$ равна единице, а вероятности всех других состояний при $t = 0$ — нулю, получим следующие уравнения для времени пребывания системы в каждом из работоспособных состояний для графа состояний (см. рис. 7.12):

$$-1 = -(\lambda_{12} + \lambda_{13})T_{CP_1} + \lambda_{21}T_{CP_2} + \lambda_{31}T_{CP_3};$$

$$0 = -(\lambda_{21} + \lambda_{24})T_{CP_2} + \lambda_{12}T_{CP_1};$$

$$0 = -(\lambda_{31} + \lambda_{34})T_{CP_3} + \lambda_{13}T_{CP_1}.$$

Правило написания уравнений для определения средней наработки до отказа восстанавливаемого объекта следующее: после того как получены уравнения для нахождения объекта в каждом из возможных работоспособных состояний, в левой части первого уравнения (для исходного состояния) ставится минус единица, во всех уравнениях вместо вероятностей — время пребывания

объекта в этих состояниях. Решением полученной новой системы уравнений определяется T_{CP_i} . Сумма T_{CP_i} равна значению средней наработки до отказа системы.

Желающим познакомиться с расчетом надежности объекта при скользящем резервировании и учете последствий отказов рекомендуем обратиться к книге В. А. Острейковского [11]. Авторы не знают примеров такого вида резервирования для электрических аппаратов самой большой сложности.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

ПРИНЦИПЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ПРИ РАСЧЕТЕ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Задача 1. Дана система, схема расчета надежности которой изображена на рис. 7.16.

Необходимо найти вероятность безотказной работы системы при известных вероятностях безотказной работы ее элементов (значения вероятностей указаны на рис. 7.16)

Р е ш е н и е.

Из рис. 7.16 следует, что объект состоит из двух неравнонадежных устройств (1, 2). Устройство 1 состоит из четырех узлов: А — дублированный узел с постоянно включенным резервом, причем каждая часть узла состоит из трех последовательно соединенных (в смысле надежности) элементов расчета; Б — дублированный узел по способу замещения; В — узел с одним нерезервированным элементом; Г — резервированный узел с кратностью $m = 0,5$ (схема группирования).

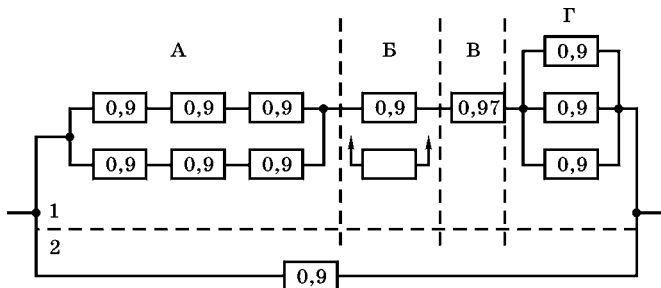


Рис. 7.16

Схема расчета надежности системы
с параллельно-последовательной структурой

Устройство 2 представляет собой нерезервированное устройство, надежность которого известна. Так как оба устройства неравнонадежны, то вероятность безотказной работы всего объекта:

$$P_C(t) = 1 - \prod_{i=0}^m [1 - P_C(t)] = 1 - [1 - P_1(t)][1 - P_2(t)].$$

Найдем вероятность $P_1(t)$. Вероятность безотказной работы устройства 1 равна произведению вероятностей безотказной работы всех узлов, т. е.

$$P_1 = P_A P_B P_\Gamma.$$

В узле А используется общее резервирование кратности $m = 1$. При этом число элементов основной и резервной цепей равно трем, т. е. $n = 3$. Следовательно,

$$P_A = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^3 p_i(t) \right] = 1 - [1 - 0,9^3] \approx 0,93.$$

В узле В кратность резервирования замещением $m = 1$. Тогда вероятность безотказной работы узла В вычисляется по формуле

$$P_B = \exp(-\lambda_0 t) \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = \exp(\lambda_0 t)(1 + \lambda_0 t) \approx 0,99.$$

Для вычисления величины $\lambda_0 t$ использовано разложение в ряд Тейлора:

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t) \approx 1 - \lambda_0 t \approx 0,9.$$

В узле Г применено резервирование с дробной кратностью, когда общее число основных и резервных блоков $l = 3$, число блоков, необходимых для нормальной работы (основных), $h = 2$; тогда вероятность безотказной работы этого узла

$$\begin{aligned} P_\Gamma &= \sum_{i=0}^{l-h} C_l^i P_0^{l-i} \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j = \sum_{i=0}^1 C_3^i P_0^{3-i} \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j = \\ &= 3P_0^2 - 2P_0^3 = 3 \cdot 0,9^2 - 2 \cdot 0,9^3 = 0,972. \end{aligned}$$

Теперь можно вычислить вероятность безотказной работы устройства 1:

$$P_1 = P_A P_B P_\Gamma = 0,93 \cdot 0,99 \cdot 0,97 \cdot 0,972 \approx 0,868,$$

тогда вероятность безотказной работы всего резервированного объекта будет вычисляться следующим образом:

$$P_C = 1 - (1 - P_1)(1 - P_2) = 1 - (1 - 0,868)(1 - 0,9) = 0,987.$$

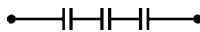
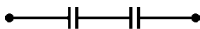


Рис. 7.17

Схема резервирования конденсаторов

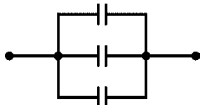
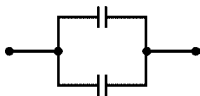


Рис. 7.18
Варианты
резервирования
конденсаторов

Задача 2. Для повышения надежности электронной схемы все конденсаторы зарезервированы путем последовательного их соединения, как показано на рис. 7.17.

Необходимо найти вероятность безотказной работы соединения, если известно, что интенсивность отказов конденсатора $\lambda = 0,3 \cdot 10^{-6} 1/\text{ч}$, а вероятность возникновения отказов типа обрыва $\varphi_0 = 0,02$. Предполагается, что электронная схема не критична к изменению емкости цепи конденсаторов и последствие отсутствует.

Решение.

Благоприятные ситуации, не приводящие к отказу схемы рис. 7.18, возникают в том случае, если А — не откажет ни один из конденсаторов; Б — пробит один любой конденсатор; В — пробиты два любых конденсатора, а один исправен.

Принимая эти ситуации за гипотезы, найдем вероятность их появления.

Вероятность того, что не откажет ни один из конденсаторов, будет равна произведению вероятностей $p(t)$ безотказной работы всех трех конденсаторов, т. е. $P_A(t) = p^3(t)$.

Вероятность, что два конденсатора исправны, а один пробит, равна $p^2 q_{\Pi}$. Но вероятность пробоя конденсатора q_{Π} равна произведению вероятности того, что отказ возникнет, на вероятность того, что возникший отказ будет типа пробоя, т. е. $q_{\Pi} = \varphi_{\Pi} q$.

Так как в схеме три конденсатора, то возможен пробой любого из них, поэтому вероятность гипотезы Б

$$P_B(t) = C_3^1 p^2(t) \varphi_{\Pi} q(t) = 3 \varphi_{\Pi} p^2(t) (1 - p(t)).$$

Вероятность того, что пробиты два конденсатора, а один исправен, равна $p q_{\Pi}^2$, но так как по-прежнему $q_{\Pi} = \varphi_{\Pi} q$ и таких ситуаций в схеме возможно ровно C_3^2 , то

$$P_B(t) = C_3^1 p^2(t) \varphi_{\Pi}^2 q^2(t) = 3 \varphi_{\Pi}^2 p^2(t) (1 - p(t))^2.$$

Суммируя вероятности всех гипотез, получим

$$\begin{aligned} P_C(t) &= P_A(t) + P_B(t) + P_B(t) = \\ &= p^3(t) + 3 \varphi_{\Pi} p^2(t) (1 - p(t)) + 3 \varphi_{\Pi}^2 p^2(t) (1 - p(t))^2. \end{aligned}$$

Так как

$$\varphi_{\Pi} = 1 - \varphi_0 = 1 - 0,2 = 0,8, \quad p(t) = \exp(-\lambda t),$$

то очевидно, что

$$\begin{aligned} P_C &= \exp(-3\lambda t) + 2,4\exp(-3\lambda t)(1 - \exp(-\lambda t)) + \\ &\quad + 1,92\exp(-\lambda t)(1 - \exp(-\lambda t))^2 = \\ &= 0,52\exp(-3\lambda t) - 1,44\exp(-2\lambda t) + 1,92\exp(-\lambda t). \end{aligned}$$

Выигрыш надежности по вероятности отказа будет

$$G_q(t) = \frac{1 - P_C(t)}{1 - P(t)} = \frac{1 - 0,52\exp(-3\lambda t) + 1,44\exp(-2\lambda t) - 1,92(-\lambda t)}{1 - \exp(-\lambda t)}.$$

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ РЕЗЕРВИРУЕМЫХ СИСТЕМ

Задача 3. Система электроснабжения постоянным током состоит из трех источников напряжения: промышленной сети с преобразователем переменного тока в постоянный, автономного мало-мощного источника и аккумуляторной батареи. При исправной промышленной сети потребители снабжаются электроэнергией только от преобразователя. При отказе промышленной сети или преобразователя подключается автономный мало-мощный источник совместно с буферной батареей. Система электроснабжения не обеспечивает питанием потребителей в том случае, если все три источника отказали или отказала сеть и автономный источник системы электроснабжения (одна аккумуляторная батарея не может обеспечить питанием потребителя). Необходимо найти вероятность безотказной работы системы, если известны следующие данные:

$\lambda_1 = 0,25 \cdot 10^{-3}$ 1/ч — суммарная интенсивность отказов промышленной сети и преобразователя;

$\lambda_2 = 0,8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч — интенсивность отказов автономного источника при совместной параллельной работе с аккумуляторной батареей;

$\lambda'_2 = 5,8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч — интенсивность отказов автономного источника при отказе аккумуляторной батареи;

$\lambda_3 = 0,1 \cdot 10^{-3}$ 1/ч — интенсивность отказа аккумуляторной батареи при параллельной работе с автономным источником;

$t = 100$ ч — необходимое время непрерывной работы системы электроснабжения (потребители допускают перерыв в работе лишь на короткое время подключения автономного источника с аккумуляторной батареей в случае отказа сети).

До включения в работу автономный источник и аккумуляторная батарея отказать не могут $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$.

Задача 4. Для повышения надежности снабжения электроэнергией ответственного потребителя применена схема группирования ЭА из 5 по 3. Требуется найти вероятность и среднюю наработку до отказа системы, если интенсивность отказов каждого ЭА $\lambda = 0,4 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, последствие отсутствует, а время, в течение которого система снабжения должна быть исправна, $t = 500$ ч.

Задача 5. Известны: λ — интенсивность отказов конденсатора; $\lambda_0, \lambda_{\Pi} = \lambda_1$ — интенсивности отказов конденсатора соответственно по обрыву и пробой; $\varphi_0 = \lambda_0 / (\lambda_0 + \lambda_1)$ — вероятность того, что возникший отказ конденсатора произойдет из-за обрыва; t — время непрерывной работы схемы. Предполагается, что схемы не критичны к изменению емкости цепи конденсаторов, последствие отказов отсутствует. Найти вероятность безотказной работы схем соединения конденсаторов, показанных на рис. 7.18.

Задача 6. На рис. 7.19 изображены две схемы резервирования диодов.

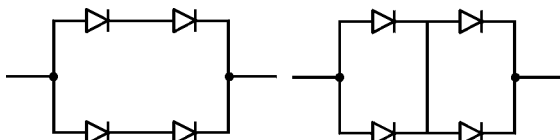


Рис. 7.19
Схемы резервирования диодов

Известно, что интенсивность отказов диода $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-8}$ 1/ч, вероятность отказов типа «пробой» $\varphi_{\Pi} = 0,85$, а время непрерывной работы схемы $t = 5000$ ч. Предполагается, что последствие отказов отсутствует. Необходимо выяснить, какая схема лучше и какой выигрыш надежности по G_q она дает.

Задача 7. В системе телеконтроля могут быть применены схемы резервирования с дробной кратностью каналов 2 из 3 или 3 из 5. Интенсивность отказов одного канала $\lambda = 5,0 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Требуется

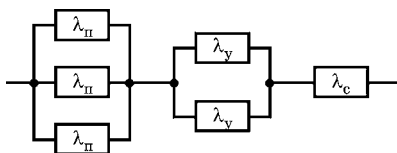


Рис. 7.20
Логическая схема системы управления

определить, какая схема имеет большую вероятность безотказной работы в течение наработки до отказа.

Задача 8. В системе управления, логическая схема которой изображена на рис. 7.20, применено резервирование с дробной

кратностью по схеме 2 из 3 измерительного устройства и пассивное резервирование с неизменной нагрузкой усилителя преобразователя.

Известны интенсивности отказов нерезервированного измерителя $\lambda_{\Pi} = 0,5 \cdot 10^{-8}$ 1/ч, нерезервированного усилителя преобразователя $\lambda_{\gamma} = 4,5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч и сервопривода $\lambda_{\text{с}} = 6,5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы системы в течение наработки $t = 50$ ч.

Задача 9. Устройство состоит из $(k + 1)$ параллельно соединенных равнонадежных блоков, вероятность безотказной работы каждого из которых $P(t) = \exp(-\lambda t) = 0,85$. Резерв пассивный с неизменной нагрузкой. Определить потребную кратность резервирования, чтобы вероятность безотказной работы была не ниже заданной $P_{\text{зад}} = 0,98$.

Задача 10. Устройство обработки информации состоит из трех одинаковых блоков. Вероятность безотказной работы устройства $P_{\gamma}(t)$ в течение наработки $(0, t)$ должна быть не менее 0,9. Определить, какова должна быть вероятность безотказной работы каждого блока в течение наработки $(0, t)$ для случаев: а) резерв отсутствует; б) имеется пассивный общий резерв с неизменной нагрузкой всего устройства в целом; в) имеется пассивный отдельный резерв с неизменной нагрузкой по блокам.

Задача 11. Определить вероятность безотказной работы системы в течение наработки 10 ч. Структурная схема системы представлена на рис. 7.21, а блоки имеют следующие значения вероятностей безотказной работы: $P_1(10) = 0,8$; $P_2(10) = 0,9$; $P_3(10) = 0,95$.

Задача 12. Определить вероятность безотказной работы системы, структурная схема которой представлена на рис. 7.22, в течение 50 ч непрерывной работы.

Вероятности безотказной работы блоков соответственно равны $P_1(50) = 0,85$; $P_2(50) = 0,8$; $P_3(50) = 0,95$.

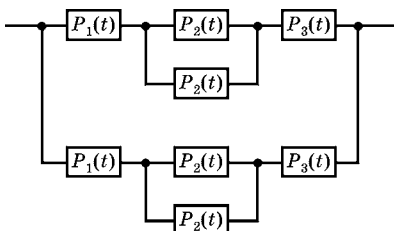


Рис. 7.21
Структурная схема системы

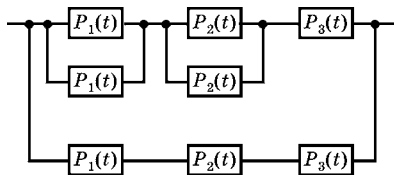


Рис. 7.22
Схема резервирования системы

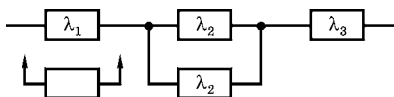


Рис. 7.23
Схема расчета надежности

Задача 13. Схема расчета надежности ЭА приведена на рис. 7.23.

Необходимо найти интенсивность отказов уставки по перегрузке λ_c ЭА при $t = 0$ и $t = \infty$, если первый элемент имеет ненагруженный активный резерв, а второй — нагруженный пассивный резерв.

Задача 14. Предложены следующие три системы электроснабжения промышленной сети: а) один генератор мощностью 300 000 кВт; б) три генератора, каждый мощностью 100 000 кВт; в) пять генераторов, каждый мощностью 6000 кВт. Какая система электроснабжения более надежна, если она не допускает восстановления и перерыва в работе и предназначена для непрерывной работы в течение $t = 1000$ ч? Интенсивности отказов генераторов растут пропорционально убыванию их мощности. Интенсивность отказов генератора мощностью 300 000 кВт $\lambda = 3,5 \cdot 10^{-5}$ 1/ч. Предполагается, что в системе электроснабжения б) допустим отказ одного генератора, а в системе в) — двух генераторов.

Задача 15. Какая из систем электроснабжения, указанных в задаче 10, более надежна, если интенсивность отказов генераторов не зависит от мощности и составляет $\lambda = 3,5 \cdot 10^{-5}$ 1/ч.

Задача 16. Две аккумуляторные батареи работают на одну нагрузку. Интенсивность отказов каждой из них $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-5}$ 1/ч. При повреждении (отказе) одной из батарей интенсивность отказов исправной возрастает вследствие более тяжелых условий работы и равна $\lambda = 0,85 \cdot 10^{-5}$ 1/ч. Необходимо найти среднее время безотказной работы системы.

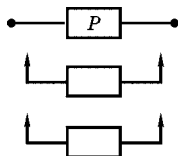


Рис. 7.24
Схема расчета надежности

Задача 17. Схема расчета надежности ЭА приведена на рис. 7.24.

Вероятность безотказной работы нерезервированного устройства в течение $t = 300$ ч равна 0,74. Резерв ненагруженный и интенсивность отказов устройств $\lambda = \text{const}$. Необходимо найти его вероятность и среднее время безотказной работы.

Задача 18. Имеется дублированная система (два ЭА) при общем резервировании с постоянно включенным резервом. Интенсивность отказов одного ЭА равна λ_1 , а другого — λ_2 . При отказе первого ЭА интенсивность отказов второго возрастает и становится

ся равной $\lambda'_2 > \lambda_2$, при отказе второго ЭА интенсивность отказов первого также возрастает и становится $\lambda'_1 > \lambda_1$. Требуется получить формулу для вероятности безотказной работы системы $P_c(t)$ и средней наработки до отказа системы T_{CPc} .

ПРИНЦИПЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ПРИ РАСЧЕТЕ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫМИ МЕТОДАМИ

Трудность расчетов надежности сложных систем вызвана тем, что структура исследуемых объектов сложная. Поэтому прежде чем начать расчет надежности, необходимо рассмотреть, нельзя ли преобразовать сложную структуру в более простую, состоящую из последовательно или параллельно соединенных элементов. Укажем некоторые важные положения структурного анализа, входящие в теоретическую основу расчетов надежности сложных систем.

Задача 19. Преобразование структуры типа «треугольник» в структуру типа «звезда». В сложной структуре типа «мостик» (рис. 7.25а) выделим структуру «треугольник» (рис. 7.25б).

Для того чтобы «звезда» (рис. 7.25в) была эквивалентна «треугольнику», необходимо обеспечить эквивалентность их уравнений работоспособности, т. е. следующие равенства: $a \vee b = xy$, $b \vee ac = xz$, $c \vee ab = yz$, где a, b, c, x, y, z — события, состоящие в том, что элементы находятся в работоспособном состоянии, т. е. вероятности работоспособного состояния цепей 1–2, 1–3 и 2–3 должны быть равны как для «треугольника», так и для «звезды».

После арифметизации и замены событий их вероятностями получаем, что

$$\begin{aligned} P_a + P_b P_c - P_a P_b P_c &= P_x P_y; \\ P_b + P_a P_c - P_b P_a P_c &= P_x P_z; \\ P_c + P_a P_b - P_c P_a P_b &= P_y P_z. \end{aligned}$$

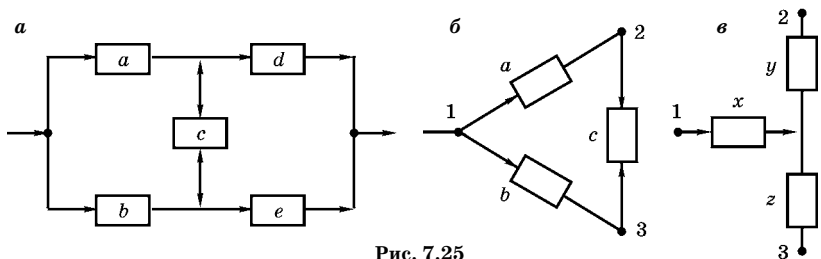


Рис. 7.25

Схемы преобразования структур системы

Для случая, когда $P_a = P_b = P_c = P_{\text{ТР}}$ и $P_x = P_y = P_z = P_3$, система уравнений значительно упрощается: $P_{\text{ТР}} + P_{\text{ТР}}^2 - P_{\text{ТР}}^3 = P_3^2$, тогда

$$P_3 = \sqrt{P_{\text{ТР}} + P_{\text{ТР}}^2 - P_{\text{ТР}}^3}.$$

Задача 20. Рассчитать вероятность работоспособного состояния тракта передачи данных (рис. 7.26) при условии, что вероятности работоспособных состояний каналов a, b, d, e равны по 0,9, а канала c — 0,8.

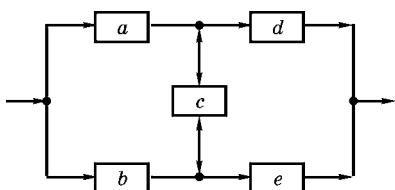


Рис. 7.26

Схема тракта передачи данных

Решение.

Дадим словесную формулировку минимально необходимых условий работоспособности тракта передачи данных: «тракт работоспособен, если работоспособны каналы a и d , или каналы a, c и e , или каналы b и e , или каналы b, c и d , или каналы a, b, c, d и e ».

Логическую функцию работоспособности на основании словесной формулировки запишем следующим образом:

$$F_{\text{Л}} = (ad) \vee (ace) \vee (be) \vee (bcd) \vee (abcde).$$

Разложим логическую функцию работоспособности с целью исключения повторяющихся членов (приведем к бесповторной форме):

$$F_{\text{Л}} = c(ad \vee ae \vee bd \vee be) \vee \bar{c}(ad \vee be).$$

Упростим выражение в первой скобке:

$$ad \vee ae \vee bd \vee be = a(d \vee e) \vee b(e \vee d) = (a \vee b)(d \vee e).$$

Окончательно функция работоспособности имеет следующий вид:

$$F_{\text{Л}} = c\{(a \vee b)(d \vee e)\} \vee \bar{c}(ad \vee be).$$

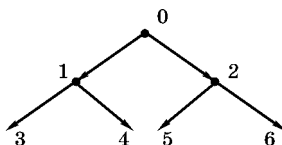
Заменим логические операции арифметическими:

$$F_{\text{Л}} = c\{(a + b - ab)(d + e - de)\} + (1 - c)(ad + be - adbe).$$

Заменим события их вероятностями и определим количественное значение вероятности работоспособного состояния тракта, учитывая, что

$$\begin{aligned} P_a = P_b = P_d = P_e = 0,85, \quad P_c = 0,8, \\ P = P_c\{(P_a + P_b - P_b P_a)(P_d + P_e - P_d P_e)\} + \\ + (1 - P_c)(P_a P_d + P_b P_e - P_a P_b P_d P_e). \end{aligned}$$

Рис. 7.27
Иерархическая структура
передачи данных



Задача 21. Определить для иерархической структуры передачи данных (рис. 7.27) вероятность передачи информации от верхнего звена до четырех нижних и для полного отказа в передаче информации при условии, что вероятность передачи информации между соседними звеньями равна 0,9.

Решение.

1. Сначала определим вероятность того, что информация дойдет до четырех нижних звеньев. Логическая функция работоспособности:

$$F_{\text{Л}} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6.$$

Арифметизируем $F_{\text{Л}}$:

$$F_a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6.$$

Заменяем события их вероятностями:

$$P = P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 P_6 = 0,9^6 = 0,531.$$

2. Определим вероятность того, что информация не дойдет ни до одного нижнего звена из четырех. Логическая функция работоспособности:

$$\begin{aligned} F_{\text{Л}} &= \bar{1} \cdot \bar{2} \vee 1 \cdot \bar{3} \cdot \bar{4} \cdot \bar{2} \vee \bar{1} \cdot 2 \cdot \bar{5} \cdot \bar{6} \vee 1 \cdot 2 \cdot \bar{3} \cdot \bar{4} \cdot \bar{5} \cdot \bar{6} = \\ &= (\bar{2} \vee 2 \cdot \bar{5} \cdot \bar{6})(\bar{1} + 1 \cdot \bar{4} \cdot \bar{3}). \end{aligned}$$

Арифметизируем $F_{\text{Л}}$:

$$F_{\text{Л}} = (\bar{2} \vee 2 \cdot \bar{5} \cdot \bar{6})(\bar{1} + 1 \cdot \bar{4} \cdot \bar{3}).$$

После замены событий их вероятностями получаем $P = 0,012$.

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ ПО ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНОМУ МЕТОДУ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ

Задача 22. В условиях примера 2 определить вероятность передачи информации от верхнего звена до трех нижних.

Задача 23. В условиях примера 2 определить вероятность передачи информации от верхнего звена до двух нижних.

Задача 24. В условиях примера 2 определить вероятность передачи информации от верхнего звена до одного нижнего.

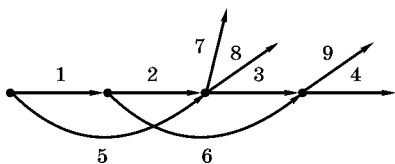


Рис. 7.28

Схема тракта передачи данных

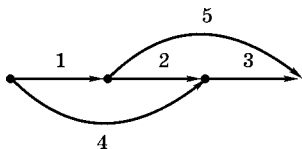


Рис. 7.29

Структура тракта передачи данных с дополнительными обходными каналами

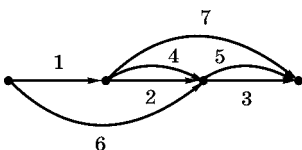


Рис. 7.30

Структура тракта передачи данных с дополнительными обходными каналами и с резервированием

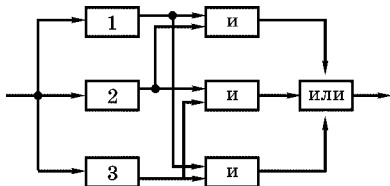


Рис. 7.31

Схема системы с перекрестными связями

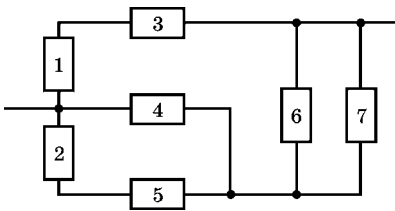


Рис. 7.32

Схема расчета надежности

Задача 25. Определить вероятность того, что информация пройдет от верхнего уровня до всех четырех конечных (рис. 7.28), если вероятность отказа в передаче информации 0,1.

Задача 26. Рассчитать надежность структуры передачи данных с дополнительными обходными каналами (рис. 7.29), если известно, что вероятность отказа в передаче информации по основным каналам (1, 2, 3) равна 0,1, а вероятность передачи данных по каждому из обходных каналов (4, 5) — 0,8.

Задача 27. Рассчитать надежность структуры с дополнительными обходными каналами и резервированием (рис. 7.30), если все $P = 0,9$.

Задача 28. Определить вероятность безотказной работы структуры с перекрестными связями (рис. 7.31). Устройство работоспособно, если работоспособны любые два из трех входных элементов, а также соответствующие этим работоспособным элементам логические элементы И и ИЛИ. Вероятности отказа элементов 1, 2, 3 одинаковы и равны 0,2, а вероятности работоспособного состояния логических элементов равны 0,9.

Задача 29. Рассчитать вероятность безотказной работы устройства, структурная схема которого приведена на рис. 7.32, если вероятность безотказной работы каждого устройства равна 0,9.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ПРИ РАСЧЕТЕ НАДЕЖНОСТИ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ВОСТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ, ОСНОВАННОМ НА СОСТАВЛЕНИИ ГРАФА ПЕРЕХОДОВ СИСТЕМЫ ИЗ ОДНОГО СОСТОЯНИЯ В ДРУГОЕ

Изучение вероятностных процессов занимает большое место в анализе и обеспечении надежности сложных объектов, так как их функционирование представляет собой реализацию вероятностных процессов. Вероятностным (или случайным) процессом называется случайная функция, аргументом которой является время. Чтобы охарактеризовать вероятностный процесс, необходимо указать тип процесса и его числовые характеристики. Существует большое число различных типов вероятностных процессов. Поскольку функционирование сложных объектов, как правило, сопровождается простейшими потоками отказов и восстановлений (простейшим называется поток, обладающий свойством ординарности, стационарности и отсутствием последействия), наиболее подходящим для описания таких процессов является марковский процесс. Кроме того, время работы до отказа и время восстановления имеют экспоненциальное распределение.

Марковский процесс — это процесс, у которого для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит только от ее состояния в настоящий момент времени и не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние. Характеристику процесса удобно сопровождать графическим изображением (графом состояний и переходов). С его помощью изображаются процессы перехода системы из одного состояния в другое в случайные моменты времени. Граф переходов может быть представлен либо матрицей переходов, либо системой уравнений.

Задача 30. Провести расчет надежности объекта, если он может находиться в двух состояниях: работоспособном и отказа. Интенсивность перехода в состояние отказа равна λ , в работоспособное — μ .

Решение.

1. Составим граф переходов, как показано на рис. 7.33.
2. Запишем систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_0(t)}{dt} &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t), \\ \frac{dP_1(t)}{dt} &= -\mu P_1(t) + \lambda P_0(t). \end{aligned} \right\}$$

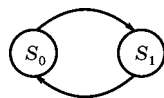


Рис. 7.33
Граф переходов

3. Произведем переход к изображениям Лапласа (табл. 7.2) и определим $P_1(z)$:

$$\begin{aligned} zP_0(z) + \lambda P_0(z) - \mu P_1(z) &= 1; \\ zP_1(z) - \lambda P_0(z) + \mu P_1(z) &= 0. \end{aligned}$$

Вероятности $P_i(t)$ определялись из начальных условий: в момент включения все элементы исправны, т. е.

$$P_i(t=0) = \begin{cases} 1, & i=0 \\ 0, & \dots i \neq 0 \end{cases}; \quad P_0(z) = \frac{(z+\mu)}{z(z+\mu+\lambda)}.$$

Для приведения выражения $P_0(z)$ к табличному умножим и разделим правую часть на постоянную величину, равную $(\lambda + \mu)$.

В результате получим

$$\begin{aligned} P_0(z) &= \frac{(z+\mu)(\lambda+\mu)}{z(z+\mu+\lambda)(\lambda+\mu)} = \frac{\mu}{\lambda+\mu} \frac{1}{z} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \frac{1}{z+\lambda+\mu}; \\ P_0(t) &= \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \exp[-t(\lambda+\mu)]. \end{aligned}$$

Т а б л и ц а 7.2

Переход от функции оригинала к функции изображения

№ п/п	Оригинал	Изображение
1	$f(t)$	$F(s) = \int_0^{\infty} \exp(-st)f(t)dt$
2	$f'(t)$	$sF(s)$
3	$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s)$
4	$\int_0^{\infty} f_1(t)f_2(t-\tau)d\tau$	$F_1(s)F_2(s)$
5	A	A/s
6	$t \sin(at)$	$2sa/(s^2 + a^2)^2$
7	$t \cos(at)$	$-(a^2 - s^2)/(s^2 + a^2)^2$
8	$\operatorname{sh}(at)$	$a/(s^2 - a^2)$
9	$\operatorname{ch}(at)$	$s/(s^2 - a^2)$
10	$\sin at$	$a/(s^2 + a^2)$
11	$\cos at$	$s/(s^2 + a^2)$
12	$\exp(-at)\sin(at)$	$a/[(s+a)^2 + a^2]$
13	$\exp(-at)\cos(at)$	$(s+a)/[(s+a)^2 + a^2]$
14	t^n	$n!/s^{n+1}$
15	$t \exp(-at)$	$1/(s+a)^2$

**ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ
ПО РАСЧЕТУ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ
РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ,
ОСНОВАННОМУ НА СОСТАВЛЕНИИ
ГРАФА ПЕРЕХОДОВ**

Задача 31. Для питания радиостанции используется электроагрегат с двумя генераторами, производительность каждого из которых достаточна для нормальной работы; генераторы работают поочередно. При отказе работающего генератора (или соответствующих устройств регулирования и коммутации) в работу включается резервный генератор, а отказавший отключается и ремонтируется. Отказ электроагрегата состоит в прекращении питания радиостанции. Конструкция электроагрегата допускает одновременный ремонт обоих генераторов, имеется нужное число ремонтников. Вычислить коэффициент готовности электроагрегата, если наработка на отказ m_1 генератора в 5 раз больше среднего времени устранения отказа m_r . Предположить показательное распределение времени безотказной работы и времени восстановления.

Задача 32. Электрический аппарат, состоящий из рабочего блока и блока в нагруженном резерве, рассчитан на непрерывную круглосуточную работу. Через три часа после включения ЭА может получить команду на перестройку режима работы. Интенсивность отказов и восстановления каждого блока равны $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч и $\mu = 0,2$ 1/ч. Имеются две дежурные ремонтные бригады. Определить вероятность застать ЭА в неработоспособном состоянии через три часа после включения.

Задача 33. ЭА включает силовой и защитный блоки, интенсивности отказов которых одинаковы и равны $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч. Интенсивность восстановления $\mu = 2$ 1/ч. ЭА обслуживает одна ремонтная бригада. При неработоспособности любого из блоков ЭА неработоспособен. При этом работоспособный блок не включается и в нем могут произойти отказы. Требуется определить значения коэффициентов готовности и простоя ЭА.

Задача 34. В отличие от задачи 33 при неработоспособности любого блока второй работоспособный блок выключается, и в нем не могут происходить отказы.

Задача 35. отличие от задачи 34 в том, что помимо работающих имеются приемный и передающий блоки в нагруженном резерве. Применено общее активное резервирование ЭА, переключающее устройство предполагается абсолютно надежным.

Задача 36. Требуется рассчитать надежность устройства, схема которого изображена на рис. 1.6. Вероятность безотказного

состояния каждого из элементов за 100 ч равна 0,9. Определить вероятность безотказной работы устройства за 100 ч.

Задача 37. Рассчитать вероятность безотказной работы системы, структурно-функциональная схема которой представлена на рис. 7.34. Предположим, что восстановление начинается сразу после отказа элемента и восстанавливаться могут сразу несколько элементов.

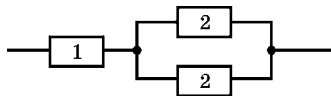


Рис. 7.34
Структурно-функциональная схема системы передачи информации

Задача 38. Длительность безотказной работы каждого из двух устройств и суммарная длительность их восстановления подчиняются экспоненциальному закону с параметрами λ и μ соответственно. Необходимо определить функцию готовности дублированной системы с ненагруженным резервом, восстанавливаемой после отказа основного и резервного устройства.

Задача 39. Основным ненадежным элементом непрерывно работающего ЭА является расцепитель. Восстановление ЭА заключается в простой замене расцепителя из числа имеющихся m запасных. Время работы до отказа и время замены расцепителя распределено по экспоненциальному закону с параметрами λ и μ соответственно. Требуется найти вероятность застать ЭА в момент t в исправном состоянии. Исследовать поведение этой вероятности при $\mu \rightarrow \infty$.

Задача 40. Имеется непрерывно работающая двухканальная линия передачи электроэнергии. Восстановление отказавшего канала требует выключения всей линии. Доля мощности, не доставляемой потребителям в единицу времени при простое r каналов ($r = 1, 2$), равна W_r . Время безотказной работы и время восстановления канала имеют экспоненциальное распределение с параметрами λ и μ соответственно. Требуется найти, при каком количестве r отказавших каналов остановка линии на восстановление будет обеспечивать минимум потерь передаваемой мощности. При остановке линии после отказов обоих каналов рассмотреть следующие случаи (рис. 7.35):

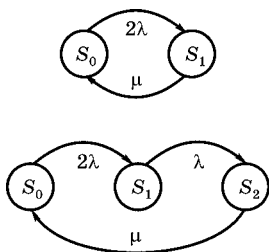


Рис. 7.35
Графы состояний и переходов линии

а) каналы восстанавливаются поочередно;
б) одновременно могут восстанавливаться два канала.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Дайте определение понятию «резервирование».
2. Что такое избыточность?
3. Какие вы знаете признаки классификации методов резервирования?
4. Раскройте содержание структурного резервирования.
5. Расскажите о временном и информационном резервировании объекта.
6. В чем особенности функционального резервирования объектов?
7. Как классифицируются объекты по способу соединения резервных элементов?
8. Перечислите и дайте краткую характеристику способам включения резерва в объектах.
9. Чем характеризуется степень избыточности в методах резервирования объектов?
10. В каких режимах могут работать резервные элементы в объектах?
11. Выведите основные соотношения надежности для общего резервирования объекта.
12. Расскажите о последовательности расчета надежности объекта с раздельным резервированием элементов.
13. Как оценивается выигрыш надежности при резервировании объектов?
14. В чем особенности расчета надежности объекта при резервировании с дробной краткостью?
15. Каковы принципы мажоритарного резервирования объектов?
16. Объясните, как вы понимаете сущность логико-вероятностных методов расчета надежности систем.
17. Раскройте алгоритм расчета надежности с помощью логико-вероятностного метода для систем, имеющих параллельную структуру.
18. Выведите уравнение для расчета надежности восстанавливаемого резервированного объекта с использованием графа переходов его состояний.
19. Какими способами можно решать уравнения, описывающие вероятности состояний резервированной системы с восстановлением?
20. Что такое «стационарный коэффициент готовности системы»?
21. Как учитывается последствие отказов при расчете надежности резервированных объектов?

МЕТОДЫ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ КАК СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

8.1. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Анализ конструктивных схем современных сложных ЭА показывает, что они как объект исследования надежности представляют собой сложные последовательно-параллельные и параллельно-последовательные структуры. С точки зрения теории систем необходимо определить: простой или сложной системой является ЭА. Ответ на этот вопрос кардинально изменяет методологию исследования надежности ЭА.

Под **системой** в теории надежности понимает-ся совокупность элементов (или подсистем), объединенных конструктивно или функционально в соответствии с заданным алгоритмом взаимодействия при выполнении определенной задачи в процессе применения по назначению. В теории систем считается, что система является сложной, если она состоит из большого числа взаимосвязанных и взаимодействующих между собой элементов (подсистем) и способна выполнять сложную функцию. Деление систем на простые и сложные возникло из-за появления систем, имеющих в своем составе совокупность подсистем с наличием функциональной избыточности. Простая система может находиться только в двух состояниях: работоспособности (исправном) и отказа. При отказе элемента простая система либо полностью прекращает выполнение своей функции, либо продолжает ее выполнение в

полном объеме, если отказавший элемент резервирован. Сложная система при отказе отдельных элементов и даже целых подсистем не всегда теряет работоспособность, зачастую только снижаются характеристики ее эффективности. Это свойство сложных систем обусловлено их функциональной избыточностью и, в свою очередь, затрудняет формулировку понятия «отказ системы».

Отказ сложной системы целесообразно определять как событие, обусловленное выходом характеристик эффективности за установленный допустимый предел. Величину этого предела обычно связывают с частичным или полным невыполнением системой своих функций.

Как правило, сложным системам (объектам), которыми могут быть и некоторые электрические аппараты, присущи следующие характерные особенности:

- уникальный характер конструкции;
- широкий спектр конструктивных элементов и подсистем (механических, электрических и др.);
- высокая безотказность элементной базы;
- разнообразие действующих нагрузок (механических, тепловых, радиационных, электромагнитных и др.);
- разнородность процессов, протекающих в элементах;
- структурная и функциональная избыточность;
- большое количество точек контроля и объектов управления;
- разнообразие отказов (по характеру, экономическим потерям, экологии, престижности и т. п.);
- восстанавливаемость и плановая профилактика;
- наличие человека в контуре управления.

Подчеркнем еще несколько особенностей сложных систем как объекта исследования надежности. Для простых систем обычно делается предположение о совпадении показателей структурной и функциональной надежности. При этом если число комплектующих элементов достигает нескольких тысяч, то показатели функциональной надежности, как правило, выше, чем структурной, так как не все виды отказов элементов приводят к отказу функционирования системы. Для сложных систем предположение о близости структурной и функциональной надежности неприемлемо. Это объясняется тем, что на показатели надежности сложных систем большое влияние оказывают не структурные факторы, а математическое и программное обеспечение, работа операторов и т. п.

8.2. РАСЧЕТ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Рассмотренные в 6-й и 7-й главах методы расчета надежности предполагают, что оценка надежности системы делается на основании информации о надежности составляющих систему элементов. Другой подход к задачам расчета надежности заключается в том, что по результатам расчета оценивается возможность выполнения заданных функций.

В качестве примера рассмотрим систему управления (СУ) сложной системой. Для иерархических СУ характерно выполнение следующих функций:

- сбор информации от нижних звеньев управления;
- обработка информации и хранение ее в верхнем звене управления;
- передача команд управления от верхних звеньев к нижним.

Расчет вероятности выполнения каждой из перечисленных (и других) функций называется расчетом функциональной надежности системы. Он состоит из нескольких этапов.

1. Расчет вероятностей выполнения заданных функций при условии, что аппаратура, участвующая в выполнении этих функций, находится в работоспособном состоянии в данный момент времени (K_T) и до этого времени была исправна ($P(t)$). В отличие от обычного расчета надежности здесь учитываются только те отказы, которые приводят к невыполнению заданной функции.

2. Расчет надежности математического и программного обеспечения, т. е. определение вероятности того, что дефекты математического и программного обеспечения не приведут к невыполнению заданной функции ($P_{\text{мипо}}(\tau)$).

3. Расчет надежности оперативного персонала, т. е. определение вероятности того, что ошибки операторов не приведут к отказу в выполнении заданной функции ($P_{\text{оп}}(\tau)$).

Функциональная надежность системы может быть представлена набором показателей надежности выполнения отдельных функций $P_i(T)$, $i = 1, 2, \dots, N$, где N — число функций, выполняемых системой. Если функции между собой независимы, то

$$P(T) = \prod_{i=1}^N P_i(t).$$

Каждая из i -х вероятностей выполнения заданных функций представляет собой условную вероятность

$$P_i(T) = P_i(t)K_{Гр}P_{\text{мипо}}(\tau)P_{\text{оп}}(\tau), \quad (8.1)$$

где τ — время выполнения системой заданной функции, $\tau, t \in T$.

Расчет надежности по функциям может иметь место как для сложных, так и для простых систем.

Структурный расчет надежности делителя напряжения (рис. 8.1) сводится к определению вероятности $P(t)$ безотказного состояния за время t по известным вероятностям безотказного состояния элементов $P_i(T)$ либо к определению интенсивности отказов делителя $\Lambda(t)$ по известным $\lambda(t)$ элементам:

$$P(t) = P = P(U_0)P(R_1)P(R_2)P(R_3)P(R_4); \\ \Lambda(t) = \lambda(U_0) + \lambda(R_1) + \lambda(R_2) + \lambda(R_3) + \lambda(R_4).$$

Расчет функциональной надежности делителя основывается на анализе функционального назначения делителя — создавать на выходе напряжение

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_0 R_3 R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2) + R_3 R_4} = \frac{U_0 R_3}{R_1 + R_2 + R_1 R_3 / R_4 + R_1 R_2 / R_4}.$$

Отказом делителя при расчете функциональной надежности считается переход напряжения на выходе $U_{\text{вых}}$ за допустимые пределы. Он может быть вызван обрывами, замыканием в цепи делителя или ухудшением технических параметров элементов делителя. Для учета влияния этих отказов на надежность необходим анализ работы делителя. Например, обрыв резистора R_1 вызывает полный отказ делителя, а замыкание — частичный. Обрыв резистора R_4 , наоборот, вызывает частичный отказ, а замыкание — полный. Влияние изменения параметров на выходное напряжение определяется путем решения дифференциального уравнения

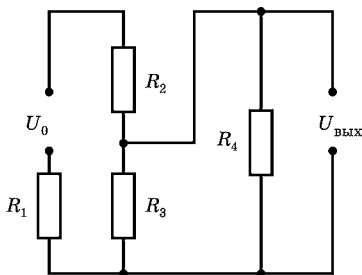


Рис. 8.1
Принципиальная схема делителя напряжения

$$\Delta U_{\text{вых}} = \frac{\partial U_{\text{вых}}}{\partial U_0} \Delta U_0 + \frac{\partial U_{\text{вых}}}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial U_{\text{вых}}}{\partial R_2} \Delta R_2 + \dots$$

По известным изменениям первичных параметров ($\Delta U_0, \Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4$) находится значение случайной величины $\Delta U_{\text{вых}}$. Вероятность перехода ее за допустимые границы определяет вероят-

ность отказа делителя при функционировании. Отсюда видно, что расчет функциональной надежности позволяет получить подробную информацию о надежности объекта, но связан с более громоздкими вычислениями и детализацией исследования по сравнению с расчетами структурной надежности.

8.3. ОБОСНОВАНИЕ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ К НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

При решении задачи об обосновании количественных требований к надежности ЭА приходится учитывать множество самых разнообразных и, как правило, противоречивых факторов. Среди них на первом месте стоят вопросы эффективности, на втором — экономические показатели, на третьем — реальные условия эксплуатации и т. д. Кроме этого необходимо принимать во внимание технологические возможности промышленности. В общем случае обоснование требований к надежности сложных технологических объектов связано с соизмерением затрат в производстве и эксплуатации, вызванных изменением надежности оборудования. Обоснование требований к надежности ЭА — задача оптимизационная. В общей постановке решение предполагает нахождение минимума функционала

$$\Phi(P_i, \Pi_3) = \sum_{i=1}^N C_i(P_i) + C_{\text{РЕЗ}}(P_i, \Pi_3) + C_y(\Pi_3) + C_{\text{ЭК}}(P_i) \Rightarrow \min, \quad (8.2)$$

где $C_i(P_i)$ — приведенные затраты на элементы ЭА, зависящие от уровня его надежности; $C_{\text{РЕЗ}}(P_i, \Pi_3)$ — затраты на создание резерва мощности в энергосистеме, которые зависят как от характеристик надежности основных элементов ЭА $P_i, i \in [1; N]$, так и от расчетного уровня надежности энергоснабжения потребителей Π_3 ; $C_y(\Pi_3)$ — ущерб от недоотпуска энергии; $C_{\text{ЭК}}(P_i)$ — затраты на ликвидацию возможных последствий ненадежности оборудования экологического характера.

Решение оптимизационной задачи (8.2) из-за существенной неопределенности исходной информации в настоящее время чрезвычайно сложно. Рассмотрим один из возможных путей. Из опыта известно, что затраты (стоимость) на разработку и производство сложных ЭА увеличиваются по мере возрастания их надежности. При изменении ВБР в пределах 0,2...0,8 увеличение стоимости идет плавно, а в пределах 0,8...1,0 — резко, приближаясь к беско-

нечности при $P(t) = 1,0$ (кривая 1 на рис. 8.2). Эта кривая может быть аппроксимирована зависимостью вида

$$C_{\text{РП}}(P) = C_{\text{РПн}} + C_{\text{РП}_0} \frac{\ln(1-P)}{\ln(1-P_0)}, \quad (8.3)$$

где $C_{\text{РПн}}$ — постоянная величина стоимости, не зависящая от надежности; $C_{\text{РП}_0}$ — стоимость разработки и производства системы, обладающей ВБР P_0 .

ЭА, имеющий низкую надежность, как правило, имеет высокую стоимость при эксплуатации. Это объясняется большими затратами на проведение плановых профилактических ремонтов (ППР), осмотров, проверок, отыскание и устранение отказов. Все это требует содержания обслуживающего персонала с относительно высокой квалификацией, наличия контрольно-измерительной аппаратуры и т. п. По

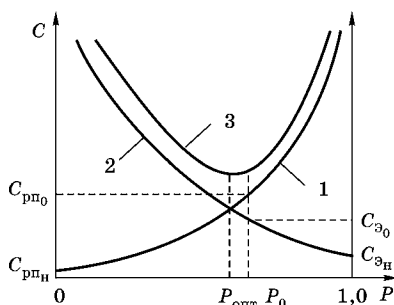


Рис. 8.2
Зависимость стоимости ЭА от надежности

мере увеличения надежности затраты на эксплуатацию ЭА уменьшаются. Типичная зависимость стоимости эксплуатации ЭА от надежности (кривая 2 на рис. 8.2) может быть аппроксимирована выражением

$$C_{\text{Э}}(P) = C_{\text{Эн}} + C_{\text{Э}_0} \frac{\ln(P)}{\ln(P_0)}, \quad (8.4)$$

где $C_{\text{Эн}}$ — постоянная величина, не зависящая от надежности; $C_{\text{Э}_0}$ — стоимость эксплуатации ЭА, обладающей ВБР в течение T лет.

Общая стоимость всех затрат на разработку, производство и эксплуатацию ЭА:

$$C_{\Sigma}(P) = C_{\text{РП}}(P) + C_{\text{Э}}(P) = C_{\text{РПн}} + C_{\text{РП}_0} \frac{\ln(1-P)}{\ln(1-P_0)} + C_{\text{Эн}} + C_{\text{Э}_0} \frac{\ln(P)}{\ln(P_0)}. \quad (8.5)$$

Кривая зависимости суммарной стоимости ЭА от надежности приведена на рис. 8.2 (кривая 3). Из рисунка видно, что суммарная стоимость ЭА имеет минимум при определенном значении ВБР, которую назовем оптимальной величиной надежности по стоимости $P_{\text{опт}}$. Для вычисления $P_{\text{опт}}$ необходимо взять производную от выражения (8.5) и решить уравнение

$$\frac{\partial C_{\Sigma}(P)}{\partial P} = 0.$$

В окончательном виде

$$P_{\text{опт}} = \frac{C_{\text{э}_0}}{C_{\text{э}_0} - C_{\text{пн}_0}} \frac{\ln P_0}{\ln(1 - P_0)}. \quad (8.6)$$

Распределение требований к надежности составляющих ЭА элементов также предполагает решение оптимизационной задачи. В простейшем случае, когда отказы N элементов ЭА независимы и элементы равнонадежны,

$$P(t) = \prod_{i=1}^N P_i(t), \quad P_i(t) = \sqrt[N]{P(t)}.$$

Для нахождения связи надежности ЭА, надежности элементов и стоимости ЭА и элементов воспользуемся следующей методикой. Пусть для всех i -х элементов ЭА ($i = 1, \dots, N$) зависимость между надежностью и стоимостью разработки и изготовления определяется функцией вида

$$\varphi(P_i) = \alpha_i \ln(1 - P_i),$$

а между надежностью и стоимостью эксплуатации —

$$\phi(P_i) = \beta_i \ln(P_i),$$

где α_i и β_i — постоянные величины.

Стоимость ЭА складывается из затрат на составляющие его элементы, т. е.

$$C_{\Sigma}(P) = \sum_{i=1}^{i=N} [\alpha_i \ln(1 - P_i) + \beta_i \ln(P_i)] \Rightarrow \min. \quad (8.7)$$

Чтобы формула (8.7) выражала зависимость между надежностью и суммарной стоимостью, необходимо $P_i(t)$ выразить через $P(t)$. По определенному текущему значению надежности ЭА могут удовлетворять множества комбинаций значений $P_i(t)$, дающих в произведении одно и то же значение $P(t)$. Нас же интересует только такая комбинация произведений $P_i(t)$, которая для данного значения приводит к $C_{\Sigma} \Rightarrow \min$. Иначе, задача сводится к нахождению таких значений $P_i(t)$, при которых ВБР ЭА равна $P(t)$, а стоимость минимальна, т. е.

$$C_{\Sigma}(P) = \sum_{i=1}^{i=N} [\alpha_i \ln(1 - P_i) + \beta_i \ln(P_i)] \Rightarrow \min; \quad P(t) = \prod_{i=1}^N P_i(t). \quad (8.8)$$

На основании метода Лагранжа минимизация стоимости ЭА может быть достигнута решением следующей системы уравнений:

$$P(t) = \prod_{i=1}^N P_i(t), \quad \frac{\partial}{\partial P} \left\{ \sum_{i=1}^{i=N} [\alpha_i \ln(1 - P_i) + \beta_i \ln(P_i)] + \omega P \right\} = 0, \quad (8.9)$$

где ω — неопределенный множитель.

После дифференцирования второго уравнения системы (8.9) получим

$$-\frac{\alpha_i}{1 - P_i} + \frac{\beta_i}{P_i} + \frac{\omega P}{P_i} = 0. \quad (8.10)$$

Обозначим $\omega P = \nu$, тогда после преобразований из выражения (8.10) имеем

$$P_i(t) = \frac{\nu + \beta_i}{\nu + \alpha_i + \beta_i}. \quad (8.11)$$

Подставляя (8.11) в первое выражение системы (8.9), получаем

$$P(t) = \prod_{i=1}^{i=N} \frac{\nu + \beta_i}{\nu + \alpha_i + \beta_i}. \quad (8.12)$$

Из уравнения (8.9) и (8.12) следует, что между $P(t)$ и $P_i(t)$ имеется сложная зависимость, затрудняющая непосредственное выражение $P_i(t)$ через $P(t)$. Поэтому задачу можно решать методом имитационного моделирования. Задавая различные значения параметру ν , находим текущие значения $P(t)$ и соответствующие комбинации $P_i(t)$, входящие в произведение $P(t)$, при которых суммарная стоимость ЭА будет минимальной для каждого значения $P(t)$. По полученным значениям C_Σ и $P(t)$ строится зависимость $C_\Sigma = f(P)$, из которой находится $P_{\text{опт}}$.

8.4.

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Существуют сложные ЭА, работу которых не удастся описать математически, задав систему уравнений, позволяющую найти количественные закономерности между входными и выходными параметрами ЭА с учетом особенностей его функционирования. При физическом моделировании нередко натурное воспроизведение процесса сопряжено с большими материальными затратами. В таких случаях единственным способом исследования является моделирование процесса функционирования ЭА на компьютере. Сложность физических процессов, включающих электромагнитные, тепловые и газодинамические, затрудняет создание модели функционирования аппарата. При этом функционирование ЭА расчленяется на ряд элементарных процессов, каждый из которых

формализируется (описывается аналитически, задается логическими условиями и т. д.), а затем в заданной последовательности воспроизводится на компьютере.

Наибольшее распространение среди методов моделирования надежности систем получил метод статистического моделирования (Монте-Карло).

Подготовка и моделирование надежности сложных ЭА на компьютере осуществляется в следующей последовательности:

- 1) определение целевой направленности моделирования;
- 2) выбор показателей надежности и эффективности, которые либо определяются, либо оптимизируются при моделировании;
- 3) определение законов распределений случайных величин, используемых при моделировании, а также способов их воспроизведения;
- 4) формализация моделируемых процессов, т. е. составление статистической модели в соответствии с целевой направленностью моделирования, выбранными показателями надежности и способом воспроизведения процесса функционирования;
- 5) разработка укрупненного моделирующего алгоритма, т. е. последовательности операций при моделировании в крупном плане, как правило, на языке словесного описания;
- 6) детальная разработка структуры алгоритма с использованием алгоритмического языка;
- 7) реализация алгоритма на компьютере и анализ полученных результатов.

Рассмотрим некоторые из этих этапов, представляющие интерес для моделирования надежности сложных ЭА.

Так как задачи надежности вполне естественно аппроксимируются случайными процессами, то их исследование статистическими методами дает наибольший эффект. При этом наиболее часто решаются следующие задачи.

Моделирование случайных событий. Случайные события (исправная работа, отказ, восстановление) появляются в процессе моделирования в соответствии с заданными вероятностями $p_1, p_2, \dots, p_n$. При статистическом моделировании используются случайные числа, равномерно распределенные в интервале $[0, 1]$. На практике случайные числа вырабатываются либо самим компьютером по специальным алгоритмам (псевдослучайные числа), либо специальной приставкой — датчиком случайных чисел. Предположим, что в нашем распоряжении имеется последовательность случайных чисел с функцией распределения $F(x)$ в интервале $[0, 1]$.

Для решения задачи отрезок $[0, 1]$ разбивают на n отрезков таким образом, чтобы длина каждого i -го отрезка равнялась вероятности P_i . Попадание случайного числа на определенный отрезок фиксируется как факт свершения данного события. В компьютере этот процесс сводится к выбору случайного числа R_j и последовательной проверке условия

$$\sum_{i=0}^{i=k-1} p_i < R_j \leq \sum_{i=k}^{i=n} p_i.$$

Для частного случая, когда число возможных исходов n равно двум, например «исправен — неисправен», и вероятности этих событий $P(A)$ и $1 - P(A)$, процесс воспроизведения события сводится к выбору случайного числа и однократной проверке условия $R_j < P(A)$. Если это условие выполнено, фиксируется выполнение события A . Эти же принципы используются и при моделировании зависимых случайных событий.

Получение случайных чисел с заданными законами распределения. Решение этой задачи основывается на известном в математической статистике положении: если случайная величина x имеет плотность распределения $f(x)$, то распределение случайной величины

$$F(x) = y_i = \int_{-\infty}^x f(u) du$$

является равномерным в интервале $[0, 1]$. Таким образом, совокупность значений $y_i = f(x_i)$ может интерпретироваться как последовательность случайных величин, равномерно распределенных в интервале $[0, 1]$. Отсюда следует, что процесс получения последовательности случайных чисел x_i с заданным законом распределения $F(x)$ сводится к решению относительно x_i уравнения

$$F(x_i) = y_i = \int_{-\infty}^{x_i} f(u) du.$$

Формирование случайной величины по закону равной вероятности:

$$y_i = \int_a^{x_i} f(u) du = \int_a^{x_i} \frac{1}{b-a} du = \frac{1}{b-a} (x_i - a); \quad x_i = a + (b-a)y_i.$$

Формирование случайной величины по показательному закону:

$$F(x) = 1 - \exp(-\lambda x).$$

Так как

$$y_i = 1 - \exp(-\lambda x_i),$$

$$x_i = -\left(\frac{1}{\lambda}\right) \ln(1 - y_i).$$

Формирование случайной величины по закону Вейбулла:

$$f(x) = \frac{m}{\theta} x^{m-1} \exp\left(-\frac{x^m}{\theta}\right);$$

$$y_i = \int_0^{x_i} \frac{m}{\theta} u^{m-1} \exp\left(-\frac{u^m}{\theta}\right) du = 1 - \exp\left(-\frac{x_i^m}{\theta}\right);$$

$$x_i = \sqrt[m]{-\theta \ln y_i}.$$

Таким образом, получение случайных величин, распределенных по известному закону, сводится к формированию равномерно распределенных случайных чисел и преобразованию их по определенной формуле.

Оценка точности результатов расчета и моделирования. В процессе моделирования и расчета надежности системы с помощью компьютера возможны ошибки. Оценки и основные факторы, их вызывающие, следующие:

- ошибка определения входных величин (например, ошибки в определении интенсивностей и вероятностей отказов элементов ЭА);
- ошибка в представлении величин, вызванная ограниченностью числа разрядов компьютера;
- ошибки операций;
- ошибки расчетной формулы;
- ошибки, вызванные сбоями в работе элементов компьютера;
- ошибка, вызванная ограниченностью числа статистических реализаций.

В процессе моделирования вместо вероятностей используются частности, вместо математического ожидания — среднее значение случайной величины, вместо дисперсии — ее оценка и т. д.

Количество реализаций случайной величины N (количество опытов), точность ее воспроизведения (измеряется величиной доверительного интервала, которым накрывается истинное значение определяемого показателя), и достоверность того, что доверительный интервал накроет истинное значение определяемого показателя, взаимосвязаны.

Повышение точности, т. е. сужение доверительного интервала при сохранении доверительной вероятности, требует увеличения числа реализации случайной величины (числа опытов). Повыше-

ние доверительной вероятности при сохранении доверительного интервала также требует увеличения числа реализаций. Но увеличение числа реализаций случайной величины вызывает увеличение компьютерного времени. Поэтому следует стремиться не просто к высокой точности результатов, а к целесообразным точности и достоверности. В каждом конкретном случае моделирования могут быть свои признаки целесообразной точности и достоверности моделирования. Наиболее распространенные из них следующие.

1. Среднеквадратическая ошибка результата из-за ограниченности реализаций не должна превышать половины суммарной среднеквадратической ошибки результата, вызванной другими факторами.

2. Доверительный интервал вероятности не должен превышать следующих пределов:

$$p^* \pm \sqrt{p^* \frac{1-p^*}{N}},$$

где p^* — частность случайной величины; N — число реализаций, которое должно быть не меньше

$$N_{\text{ТР}} = \frac{4p^*(1-p^*)}{(p-p^*)^2},$$

где p — вероятность воспроизводимой случайной величины; $(p-p^*)$ — допустимая ошибка.

3. Доверительный интервал для математического ожидания случайной величины

$$M(x) = M^*(x) \pm 2\sqrt{D^*(x)}/\sqrt{N},$$

где $D^*(x)$ — дисперсия величины x , полученная из опыта.

Отсюда число реализации N должно быть не меньше числа

$$N_{\text{ТР}} = \frac{4D^*(x)}{M(x) - M^*(x)},$$

где $M(x) - M^*(x)$ — допустимая ошибка.

Способы воспроизведения процесса функционирования. При воспроизведении процесса функционирования исследуемого ЭА возможно использование двух способов.

1. Разбиение процесса функционирования на интервалы, равные Δt . В конце каждого из таких интервалов анализируется состояние исследуемого объекта и запоминаются числа возникших состояний, используемых затем для обработки. Достоинство этого

метода — возможность воспроизводить в модели непрерывные детерминированные и случайные процессы. Недостаток — большая затрата компьютерного времени при моделировании сложных ЭА.

2. Использование характерных точек моделируемого процесса. При этом способе процесс моделирования осуществляется формированием моментов возникновения события, подлежащего учету (момент возникновения отказа и т. п.). Время возникновения таких событий и их число запоминаются, и на основании их обработки получают требуемые характеристики. Этот способ называют моделированием с независимым временем.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. В чем основное отличие сложного ЭА от простого?
2. Что такое функциональная избыточность ЭА?
3. Перечислите характерные особенности, присущие сложным ЭА.
4. Какие функции выполняют иерархические СУ сложными ЭА?
5. Расскажите об алгоритме расчета функциональной надежности ЭА.
6. Поясните составляющие функционала оптимизационной задачи при обосновании требований к надежности оборудования сложного ЭА.
7. Дайте характеристику зависимости стоимости разработки и изготовления сложного ЭА от его надежности.
8. Как связаны стоимость сложного ЭА и его надежность на этапе эксплуатации?
9. Каков порядок нахождения значений оптимальной надежности от стоимости сложного ЭА?
10. Какие вы знаете методы оптимизации?
11. В чем суть определения оптимального распределения значений надежности элементов ЭА по стоимости на основании метода Лагранжа?
12. В каких случаях целесообразно решать задачу нахождения оптимальных характеристик надежности элементов ЭА по стоимости методом имитационного моделирования?
13. Расскажите о содержании метода моделирования процесса функционирования ЭА на компьютере.
14. Какова последовательность подготовки и моделирования надежности сложных ЭА на компьютере?
15. Как производится моделирование случайных событий при оценке надежности сложных ЭА?
16. Объясните содержание решения задачи получения случайных чисел с заданными законами распределения при анализе надежности ЭА.
17. Назовите основные факторы, приводящие к возникновению ошибок в процессе моделирования и расчета надежности ЭА.
18. Какие вы знаете методы оценки точности и достоверности моделирования надежности ЭА?
19. Расскажите, как подсчитывается количество требуемых реализаций случайных величин при моделировании надежности ЭА на компьютере.

РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ

**НАДЕЖНОСТЬ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
АППАРАТОВ
ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ**

ИСПЫТАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА НАДЕЖНОСТЬ

9.1. НАЗНАЧЕНИЕ И ВИДЫ ИСПЫТАНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ

Для решения таких важных вопросов, как разработка количественных требований к надежности, расчет надежности, определение периодичности и объема планово-предупредительных и других профилактических мероприятий, расчет количества запасных частей, необходимого инструмента и прочего, нужно знать характеристики надежности элементов. Однако количественное определение надежности элементов представляет по ряду причин значительные трудности. До настоящего времени не решена проблема получения исходной информации о надежности даже комплектующих элементов, не говоря уже о сложных блоках, системах управления и защиты (СУЗ).

В ряде существующих методик определения и контроля надежности ЭА сформулированы основные направления решения некоторых вопросов, касающихся количественной оценки надежности их элементов. Значение этих методик велико, но, как показывает практика их использования, они нуждаются в дальнейшем развитии.

Следует отметить, что темпы совершенствования сложных ЭА, имеющих сравнительно высокие показатели безотказности и долговечности, значительно опережают развитие методов испытаний. При современном состоянии теории испытаний на надежность возникла ситуация, при которой существующие ме-

тоды испытаний не позволяют в короткие сроки получать необходимые сведения о надежности и работоспособности исследуемых ЭА. Применяемый для обработки результатов испытаний на надежность математический аппарат зачастую не увязывают с методикой испытаний. Современные планы испытаний на надежность малоэффективны вследствие большой длительности эксперимента и большого количества необходимых объектов. Планы проведения многофакторных испытаний на надежность реализуются в недостаточной мере.

Проблема испытаний ЭА на надежность весьма многогранна. В ней затрагиваются физико-химические, конструктивные, технологические, экономические и организационные аспекты; выявляется необходимость применения существующего математического аппарата и разработки нового, приспособленного к специфике решаемых задач. В связи с этим естественно появление книг и статей по проблеме испытаний на надежность, освещающих ее с разных точек зрения.

Основная литература по проблеме испытаний на надежность посвящена двум вопросам: приемочному контролю и ускоренным испытаниям. Вопросам приемочного контроля и контроля изделий на надежность в классической постановке задачи уделено серьезное внимание в работах А. Н. Колмогорова, Б. В. Гнеденко, А. Вальда, Д. Коудена, Ю. К. Беляева, Я. Б. Шора. В монографиях и статьях Г. Д. Карташова, А. И. Перроте, Л. Я. Пешеса, М. Д. Степановой рассмотрены вопросы ускоренных испытаний на надежность с соответствующим обзором литературы по этому направлению [11, 13].

Существующие методы испытаний на надежность можно квалифицировать в зависимости от:

- целей испытания — определенные и контрольные;
- режима испытаний — в нормальных условиях и ускоренных режимах;
- длительности испытаний — обычные и ускоренные;
- стадии создания объектов — испытания на этапах проектирования и опытного производства, серийного производства, эксплуатации;
- места проведения испытаний — в лабораторных условиях и в условиях эксплуатации;
- используемого аппарата исследования — натурный эксперимент и моделирование;
- объектов исследования — испытания комплектующих элементов, простых сложных или больших систем.

Наличие большого перечня разнообразных методов показывает, что определение количественных значений показателей надежности объектов по результатам испытаний принадлежит к числу весьма сложных задач.

Стратегия проведения испытаний объектов на надежность может быть весьма разнообразной:

- по отказам объектов при испытаниях (чисто статистическая оценка надежности);
- по результатам наблюдений за изменением выходных параметров объектов под воздействием внутренних и внешних факторов;
- по результатам изменений параметров необратимых физико-химических процессов, протекающих в материалах объектов;
- по данным реальной эксплуатации объектов.

Каждый из указанных путей имеет свои преимущества и недостатки. Поэтому, во-первых, испытания на надежность конкретного объекта должны соответствовать характеру его производства и особенностям эксплуатации, во-вторых, необходимы дальнейшие исследования по поиску оптимальной стратегии испытаний. В результате испытаний на надежность должны быть получены фактические значения показателя надежности интересующего объекта. При оценке показателей надежности на основании испытаний решаются основные задачи математической статистики: оценка неизвестных значений параметров распределений и проверка различного рода статистических гипотез.

9.2. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

Признаком определительных испытаний является то, что в результате определяются количественные значения показателей надежности испытанных объектов. Однако по методам проведения и способам обработки результатов, а также по планам организации и условиям, в которых испытания проводятся, они могут быть различными (рис. 9.1).

Усредненные показатели обычно дают достаточное для практических целей представление о надежности объекта, особенно тогда, когда необходимо произвести либо сравнение объектов, либо сравнение конструктивных вариантов. Однако среднее значение случайной величины не дает полного о ней представления. Более



Рис. 9.1

Классификация определительных испытаний на надежность

подробную информацию о надежности можно получить по доверительному интервалу — интервалу возможных значений показателя надежности, которым покрывается определенный показатель с заданной вероятностью.

Косвенными признаками назревающего отказа может быть выделение избыточного тепла, изменения токов и т. д. Принцип накопления информации заключается в том, что информация собирается из различных источников. Каждое последующее испытание служит для уточнения показателя надежности с использованием априорной информации.

Ускорение испытаний имеет важное значение, так как главный недостаток испытаний на надежность — их большая продолжительность.

По планам проведения испытания делятся на следующие основные группы: $[NUN]$, $[NUT]$, $[NUR]$, $[NU(r, T)]$, $[NRT]$, $[NRr]$, $[NR(r, T)]$, $[NMT]$, $[NMTr]$ и др.

Буквы указывают следующие особенности объектов: N — число одновременно испытываемых объектов; U — восстанавливаемые и незаменимые при испытаниях в случае отказа объекты; R — восстанавливаемые, но заменяемые при испытаниях в случае отказа объекты; M — восстанавливаемые при испытаниях в случае отказа объекты; r — число отказавших объектов.

При испытаниях по плану $[NUM]$ на испытания ставятся N объектов. Испытания ведутся до отказа всех объектов. Время отказа t_i фиксируется.

Средняя наработка на отказ

$$T_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} t_i.$$

Среднеквадратическое отклонение $\sigma(T_0)$ относительно его среднего значения

$$\sigma(T_0) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N} (t_i - T_0)^2}{(N-1)N}} = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{N}}. \quad (9.1)$$

При числе N , равном 8 и более, и при t_i вероятности безотказности подчиняющихся экспоненциальному закону, распределение случайной величины T с достаточной для практики точностью приближается к нормальному распределению. Поэтому число испытываемых объектов можно определять из выражения (9.1).

Для экспоненциального закона $\sigma(t) = T_0$. Из выражения

$$\sigma(T_0) = T_0 \sqrt{N}$$

следует

$$N = \left[\frac{T_0}{\sigma(T)} \right]^2. \quad (9.2)$$

Продолжительность испытаний можно определить по заданной вероятности того, что объект, поставленный на испытание, откажет. Вероятность возникновения отказа при экспоненциальном законе распределения и продолжительность испытаний t_u составляют:

$$Q(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t_u}{T_0}\right), \quad t_u = -T_0 \ln[1 - Q(t)]. \quad (9.3)$$

Нетрудно видеть, что испытания по плану $[NUM]$ требуют значительного времени и количества объектов. Например, при испытании контакторов на коммутационную износостойкость предусматривается, согласно ТУ, до 1 млн циклов ВО, а на механическую износостойкость — несколько миллионов. Это значительно усложняет получение срочной информации о работоспособности ЭА. В практике известны ускоренные методы испытания. Они применяются в тех случаях, когда на основании статистической обработки большого числа результатов имеется возможность сопостав-

ления параметров ускоренных испытаний с их допустимыми пределами.

В работе А. М. Залеского установлена зависимость, характеризующая коммутационный износ контактов от значения тока нагрузки с учетом типа конструкторской разработки контактного узла, технологического процесса изготовления и сборки:

$$m = m_H \left(\frac{N_H}{N} \right) \left(\frac{I}{I_H} \right)^n,$$

где m, m_H — потери массы контактной пары, соответствующие рабочему току и номинальному; N, N_H — число коммутационных операций, соответствующих указанным токам; n — показатель, зависящий от конструкторской разработки и качества изготовления контактного узла.

Критерием средней наработки до предельного состояния для обоих режимов испытаний является контактирование по материалу контактодержателя. Следовательно, для допустимых пределов можно положить $m = m_H$. Отсюда число коммутационных операций при $I \neq I_H$ будет соответствовать $N = N_H (I/I_H)^n$.

Однако показатель средней наработки на отказ или среднее время безотказной работы требует равнозначности соответствующих испытаний на надежность. Ставится задача сохранить физическую модель отказов при возрастании нагрузок. Это возможно при предположении о сохранении закона распределения отказов, т. е. закона, который обуславливает отношение равнозначности. В понятие отношения равнозначности испытаний вкладывается связь между временем количества коммутационного цикла t одного режима нагрузок I_H со временем количества коммутационного цикла τ другого режима нагрузок I . Найденное аналитическое выражение отношения равнозначности подставляется в условие равенства надежности

$$P_{I_H}(t) = P_I(\tau). \quad (9.4)$$

Соотношение (9.4) тоже является отношением равнозначности.

Для экспоненциального закона, где надежность $P = \exp(-\lambda t)$, отношение равнозначности будет

$$\lambda_H t = \lambda \tau, \quad t = \frac{\lambda}{\lambda_H} \tau = k \tau.$$

Отсюда при ускоренных испытаниях

$$P(\tau) = \exp(-\lambda_H k \tau).$$

Для закона распределения Вейбулла имеем

$$P(t) = \exp \left[- \left(\frac{t - \gamma}{c} \right)^\beta \right], \quad (9.5)$$

где c, β, γ — параметры закона Вейбулла.

Для испытываемого изделия без начального износа γ будет равняться нулю. Параметр β — формальный, значение которого принимается в пределах от 1 до 4. Отношение равнозначности будет иметь вид

$$\left(\frac{t}{c_H} \right)^{\beta_H} = \left(\frac{\tau}{c} \right)^\beta t = k \tau^m.$$

Постоянные k и m задаются параметрами закона Вейбулла:

$$k = \frac{c_H}{c^m}; \quad m = \frac{\beta}{\beta_H}.$$

С другой стороны — из условия среднего времени безотказности работы следует

$$k = \frac{c_H}{c} \frac{\Gamma^{\beta_H} \left(\frac{1}{\beta_H} + 1 \right)}{\Gamma^\beta \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right)}.$$

Таким образом, сократить продолжительность испытаний можно путем увеличения числа испытываемых изделий или снижения требований к точности результатов.

Применение восстановления отказавших объектов позволяет увеличить информативность испытаний без увеличения числа испытываемых объектов.

Средняя наработка на отказ при испытаниях по плану $[NRr]$, т. е. при постановке на испытания N объектов с восстановлением, до получения r отказов

$$T_0 = \frac{t_{P\Sigma}}{r-1}, \quad (9.6)$$

где $t_{P\Sigma}$ — суммарная наработка испытываемых объектов.

При отсутствии учета времени на восстановление

$$T_0 = \frac{t_r N}{r-1}, \quad (9.7)$$

где t_r — время фиксации последнего отказа.

Для определения числа испытываемых объектов можно воспользоваться следующим методом. Так как среднеквадратическое отклонение наработки на отказ

$$\sigma(T_0) = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{N}},$$

где t — случайная величина (время до отказа); N — число испытаний, то ошибка определения $T_0(\sigma)$ в долях от $\sigma(T_0)$:

$$\varepsilon = Z_\alpha \sigma(T_0) = Z_\alpha \sigma(t) / \sqrt{N}, \quad (9.8)$$

где значение Z_α при нормальном законе равно числу средних квадратических отклонений, которое нужно отложить от центра рассеяния для того, чтобы вероятность попадания в полученный участок была равна α . Из (9.6) число испытаний составит

$$N = [Z_\alpha \sigma(t) / \varepsilon]^2. \quad (9.9)$$

Таким образом, для планирования числа N необходимо задать точность ε и знать хотя бы ориентировочно величину $\sigma(t)$. Если о величине $\sigma(t)$ ничего не известно, тогда на испытание ставится число объектов N исходя из возможностей производства, а $\sigma(t)$ определяется в ходе испытания. По полученным значениям $\sigma(t)$ уточняется число N .

Проведение испытаний по плану $[NRr]$ уменьшает число испытываемых N за счет их восстановления, но удлиняет время испытаний. Увеличение числа испытываемых объектов при испытаниях по плану $[NUM]$ повышает точность результатов испытаний, а по плану $[NUr]$, сокращает время испытаний.

9.3.

КОНТРОЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

Контрольные испытания не предназначены для определения количественного значения показателя надежности, а служат средством контроля надежности по некоторым косвенным признакам, например: отсутствие отказов при испытаниях на протяжении заданного времени, предельные числа допустимых и недопустимых отказов для последовательных интервалов времени. В первом случае испытания называются испытаниями, основанными на числе отказов, равном нулю, во втором — основанными на последовательном анализе.

Контрольные испытания на надежность проводят для контроля соответствия показателей надежности установленным требованиям. В результате их проведения можно лишь утверждать, что уровень надежности данного объекта не ниже заданного; контрольные испытания на надежность обычно не рассматриваются.

Статистический контроль надежности проводится в процессе производства (предупредительный контроль) либо по его окончании (приемочный контроль). Последний может осуществляться изготовителем (выходной контроль) и потребителем изделий (входной контроль). Текущий предупредительный контроль производится только изготовителем.

Для контроля надежности необходимо осуществить выбор контрольных нормативов, характеризующих показатели надежности [11]. Контролируемые нормативы являются двусторонними и односторонними границами доверительных интервалов. Двусторонний доверительный интервал имеет два уровня надежности, т. е. верхний (индекс «В») и нижний (индекс «Н»). Для НВА обычно устанавливают нижнюю одностороннюю доверительную границу.

При методе двукратной выборки определяют пять контрольных нормативов: объем выборки n и оценочный норматив, например интенсивность отказов λ или средняя наработка на отказ. При методе двукратной выборки устанавливают пять контрольных нормативов: объем выборок n_1, n_2 и оценочные нормативы $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Для статистического контроля надежности при методе последовательных испытаний А. Вальдом создана методика последовательного анализа.

Так как задача контроля надежности значительно проще задачи определительных испытаний, то, по-видимому, по этой причине методы планирования, проведения и обработки результатов контрольных испытаний развиты достаточно глубоко. Здесь можно сослаться на работы в области приемочного контроля и контроля объектов на надежность А. Н. Колмогорова, А. Вальда, Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляева, Д. Коудена, Ю. Г. Заренина, Я. Б. Шора и др. [11].

Испытания, основанные на числе допустимых отказов, равном нулю. На испытания ставят N объектов. Продолжительность испытаний — $t_u(r)$. Если при испытаниях не было отказов, то объекты считаются удовлетворяющими требованиям надежности. Расчетom определяется либо $t_u(r)$ при заданном N , либо N при заданном $t_u(r)$:

$$N = \frac{t_p}{t_u}; \quad t_u = \frac{t_p}{N}, \quad (9.10)$$

где t_p — общая наработка объектов в период испытаний.

Требуемая наработка определяется по выражению

$$t_p = 0,5T_{0H} \chi^2 [k=2, \gamma=1-\alpha],$$

где $T_{0н}$ — нижнее значение T_0 , которое подтверждается испытаниями при отсутствии отказов; $\chi^2[k = 2, \gamma = 1 - \alpha]$ — значение χ^2 , соответствующее доверительной вероятности γ при числе отказов, равном нулю.

Испытания, основанные на последовательном анализе. Рассмотренные выше испытания основаны на обработке некоторого заранее запланированного объема информации. Результат обработки сравнивается с заданным показателем надежности, и на основе сравнения делается вывод либо о соответствии, либо о несоответствии полученных результатов требуемым.

Сокращения времени на контрольные испытания можно добиться, если использовать другой подход к планированию испытаний.

1. Не планировать заранее продолжительность испытаний, а разбить их на ряд последовательных этапов, на каждом из них анализировать результат и принимать одно из следующих трех решений:

а) прекратить испытания, так как есть основание считать, что объекты удовлетворяют требованиям надежности;

б) прекратить испытания, так как есть основание считать, что объекты не удовлетворяют требованиям надежности;

в) продолжить испытания, так как нет оснований для вывода о надежности объектов.

2. В основу обработки результатов испытаний положить не сравнение их с заданным показателем, а относить объекты к той или иной группе по показателю надежности, т. е. проводить проверку гипотезы о принадлежности объектов к той или другой группе. При испытаниях на надежность рекомендуется выделять две группы. К первой относят объекты, браковка которых может быть произведена с малой вероятностью α , — это риск поставщика или ошибка первого рода. Ко второй — объекты, принятие которых может быть допущено с малой вероятностью β , — это риск потребителя или ошибка второго рода.

Приемочный контроль осуществляется тремя методами.

Метод однократной выборки чаще всего используется для испытания опытных образцов изделий. Из контролируемой партии отбирается случайным образом определенное количество (выборка) изделий. В процессе испытаний выборки определяются качество или характеристики надежности. Они являются критериями по принятию одного из двух решений: принять или забраковать эту партию изделий.

В случае однократной выборки промежутки времени между отказами являются независимыми. Такой поток отказа можно

относится к потоку Пальмы, который описывается экспоненциальным законом распределения

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - \exp(-\lambda_0 t).$$

Наблюдаемая интенсивность отказов λ_0 определяется в виде $\lambda_0 = m/nT$, где m — число наблюдаемых отказов; n — число испытываемых изделий; T — время, в течение которого произошло m отказов. Для оценки надежности работы контролируемой партии по испытанию выборки устанавливают доверительный уровень $P^* = \exp(-\lambda_1 t)$, например $P^* = 0,96$. Интенсивность отказов λ_1 будет соответствовать данному доверительному уровню

$$\lambda_1 = \frac{1}{t} \ln \frac{1}{1 - Q^*(t)},$$

где $Q^* = 1 - P^*$ — доверительный уровень отказов.

Если $\lambda_1 > \lambda_0$ при $t = T_1$, то контролируемая партия соответствует требуемой надежности или испытания можно продолжить. Если $\lambda_1 < \lambda_0$ при $t = T_1$, то партию можно забраковать или продолжить испытания.

Метод двукратной выборки рекомендуется для контроля серийной продукции. Из контролируемой партии изделий отбирается случайным образом определенное число (выборка). По характеристикам надежности той выборки принимается решение — принять, забраковать, произвести еще одну выборку определенного количества изделий из контролируемой партии. По характеристикам первой и второй выборки принимается решение — принять или забраковать.

Для оценки качества и характеристик надежности используется способ, описанный для однократной выборки.

Метод последовательных испытаний. В этом случае объем испытаний заранее не задается. Из контролируемой партии изделий также случайным образом берутся на испытания последовательно по одному или по несколько изделий. Аналогично методам, описанным выше, определяется интенсивность отказов λ_0 и сравнивается с λ_1 , соответствующей доверительному интервалу. По характеристикам надежности выбирается одно из трех решений: принять, забраковать или продолжить испытания. Испытания заканчиваются при выборе решения принять или забраковать.

Метод последовательных испытаний считается предпочтительным при испытании серийной продукции. Объем испытаний занимает значительно меньше времени, чем метод однократной выборки.

При статистической оценке существуют два вида риска. Первый заключается в том, что годная продукция изделий оценивается по результатам выборки как негодная. Вероятность браковки годной продукции называют **риском изготовителя**. Вторая ошибка — в оценке, когда брак считают годной продукцией. Вероятность пропуска брака при приемке продукции называют **риском потребителя**.

Допустим, что в ТУ включены две нормы надежности — T_{mH} и T_{mn} . Значение C_{mH} соответствует необходимой минимальной величине, ниже которой имеет место отбраковка изделий. Эта величина описывает риск изготовителя, т. е. вероятность α отбраковки хороших изделий. Норма надежности C_{mn} является больше действительной необходимой величины. Данная величина будет допускать риск потребителя, т. е. вероятность β приемки некачественных изделий. Нормы C_{mH} и C_{mn} устанавливаются на основе опытных наблюдений.

Вводится отношение вероятностей событий C_{mH} и C_{mn} :

$$\gamma = \frac{f(nT_{0H})}{f(nT_{0B})},$$

которое называется правдоподобием. Если $\gamma < \beta/(1 - \alpha)$, то испытания прекращаются и партия изделий принимается. Величина $(1 - \alpha)$ — вероятность приемки годной партии. Если $\gamma > (1 - \beta)/\alpha$, то испытания прекращаются и партия изделий бракуется. Величина $1 - \beta$ — вероятность отбраковки плохих изделий. При выполнении условий $\beta/(1 - \alpha) < \gamma < (1 - \beta)/\alpha$ испытания продолжают с увеличением количества испытываемых изделий.

При нарушении любого условия неравенства испытания прекращаются и принимается решение:

- 1) если нарушается левая сторона неравенства, то принимается решение о приемке;
- 2) если нарушается правая сторона неравенства, то принимается решение об отбраковке.

Испытания, построенные на таком подходе, называют испытаниями, основанными на последовательном анализе. Их характерная особенность:

- а) два уровня надежности, а также риски α и β , устанавливаемые до проведения испытаний;
- б) последовательность этапов проведения испытаний, позволяющих заканчивать их в зависимости от получаемых результатов.

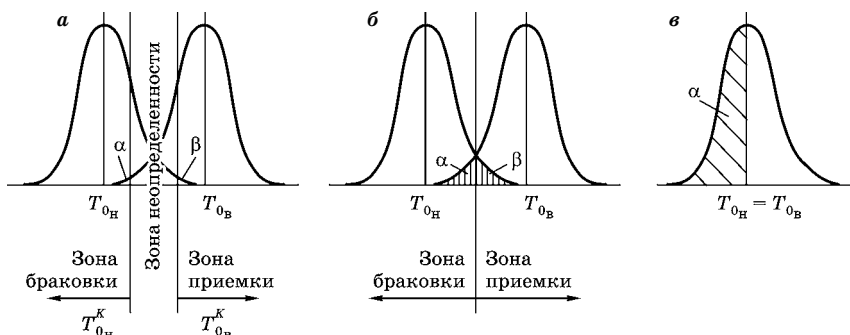


Рис. 9.2

Графическое представление параметров контрольных испытаний

Контрольные значения T_{0H}^K и T_{0B}^K выбираются таким образом (рис. 9.2), чтобы риск α поставщика и риск β потребителя были в пределах заданных норм при заданных значениях T_{0H} и T_{0B} .

Из рис. 9.2а видна целесообразность контрольных значений T_{0H}^K и T_{0B}^K и уровней надежности T_{0H} и T_{0B} . Использование одного контрольного значения приводит к увеличению рисков (рис. 9.2б), а одного уровня надежности и одного контрольного значения T_{0H}^K , совпадающего со средним значением T_{0H} , — к тому, что 50% годных изделий будет браковаться (рис. 9.2в).

В качестве верхнего уровня надежности принимается уровень, заданный в технических условиях; в качестве нижнего — такой, с которым можно принимать изделия с заданным риском β . Если в качестве показателя надежности используется средняя наработка на отказ, то отношение T_{0B} к T_{0H} принимается равным 1,25...2,5. Значения рисков рекомендуется принимать в соответствии с особенностями изделий (0,05...0,30).

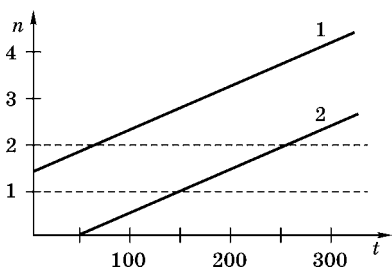


Рис. 9.3

Графическая интерпретация последовательных испытаний

Предварительно до начала испытаний по заданным значениям T_H и T_B , α и β строится график (рис. 9.3).

Процедура испытаний достаточно проста. В ходе испытаний на график наносятся точки, соответствующие количеству отказов объектов n за время t . Если точка располагается выше линии браковки 1 — испытание прекращается и выносится решение о несо-

ответствии объекта требованиям надежности. Если точка располагается ниже линии приемки 2 — испытание прекращается, объект соответствует. В зоне неопределенности испытание продолжается.

Для построения графика используются следующие соотношения. Обозначим $f(n, T_{0H})$, $f(n, T_{0B})$ — плотности вероятности отказов при средней наработке на отказ, равной T_{0H} и T_{0B} .

Отношение $\gamma = f(n, T_{0H}) / f(n, T_{0B})$ называется **отношением правдоподобия**, так как оно позволяет определить, к какой группе принадлежит исследуемое изделие, если в процессе испытаний за время t получено то либо другое значение числа отказов n .

Если объекты принадлежат к группе с наработкой, равной T_{0H} , то $f(n, T_{0H})$ больше, чем $f(n, T_{0B})$, и γ больше единицы. Если объекты принадлежат к группе с наработкой, равной T_{0B} , то $f(n, T_{0H})$ меньше, чем $f(n, T_{0B})$, и γ меньше единицы.

Естественно, что при решении вопроса об отнесении испытуемых объектов к той или иной группе допускаются ошибки первого α и второго β родов. Для того чтобы ошибки были в пределах заданных значений, необходимо выполнить следующие условия:

- 1) если $\gamma \leq \beta / (1 - \alpha)$, то объекты принимаются;
- 2) если $\gamma \geq (1 - \beta) / \alpha$, то объекты не принимаются;
- 3) если $\beta / (1 - \alpha) < \gamma < (1 - \beta) / \alpha$, то испытания продолжаются.

Оказалось возможным по известным функциям распределения произвести расчет для заданных интервалов времени испытаний числа отказов, определяющих требования приемки и браковки. Если распределение времени до отказа экспоненциальное, то

$$\frac{f(n, T_{0H})}{f(n, T_{0B})} = \left(\frac{T_{0B}}{T_{0H}} \right)^n \exp \left[- \left(\frac{1}{T_{0H}} - \frac{1}{T_{0B}} \right) t \right].$$

Условия приемки:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{T_{0B}}{T_{0H}} \right)^n \exp \left[- \left(\frac{1}{T_{0H}} - \frac{1}{T_{0B}} \right) t \right] \leq \frac{\beta}{1 - \alpha}; \\ & n \ln \left(\frac{T_{0B}}{T_{0H}} \right) - \left(\frac{1}{T_{0H}} - \frac{1}{T_{0B}} \right) t \leq \ln \left[\frac{\beta}{1 - \alpha} \right]. \end{aligned} \quad (9.11)$$

Разделив (9.9) на $(1/T_{0H} - 1/T_{0B})$, получим

$$\frac{n \ln(T_{0B}, T_{0H})}{\frac{1}{T_{0H}} - \frac{1}{T_{0B}}} - t \leq \frac{\ln \left[\frac{\beta}{1 - \alpha} \right]}{\frac{1}{T_{0H}} - \frac{1}{T_{0B}}}. \quad (9.12)$$

Затем изменим знак неравенства и прибавим к левой и правой его частям

$$\frac{n \ln(T_{0B}, T_{0H})}{\frac{1}{T_{0H}} - \frac{1}{T_{0B}}}.$$

В результате получим выражение для приемки:

$$n_{\text{ПР}} \leq \frac{\ln \left[\frac{\beta}{1-\alpha} \right]}{\ln \left(\frac{T_{0B}}{T_{0H}} \right)} + \frac{\frac{1}{T_{0H}} - \frac{1}{T_{0B}}}{\ln \left(\frac{T_{0B}}{T_{0H}} \right)} t. \quad (9.13)$$

Аналогично для линии браковки:

$$n_{\text{БР}} \geq \frac{\ln \left[\frac{1-\beta}{\alpha} \right]}{\ln \left(\frac{T_{0B}}{T_{0H}} \right)} + \frac{\frac{1}{T_{0H}} - \frac{1}{T_{0B}}}{\ln \left(\frac{T_{0B}}{T_{0H}} \right)} t. \quad (9.14)$$

Испытания, основанные на последовательном анализе, рекомендуются для объектов серийного производства. Они также могут быть использованы и в условиях опытного производства. Тогда объем испытаний планируется заранее и график последовательного анализа служит не для определения времени испытаний, а материалом для исследования процесса возникновения отказов объекта.

9.4. МНОГОФАКТОРНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

Необходимость испытаний объектов при одновременном воздействии на них эксплуатационных факторов вытекает из следующих соображений.

1. Проведение испытаний объектов в условиях, имитирующих влияние факторов внешней среды и изменение режимов работы, может гарантировать (конечно, с некоторой степенью достоверности), что объекты будут иметь определенную надежность.

2. Так как в литературе отсутствуют данные о комплексном влиянии внешних и внутренних воздействий на показатели надежности объектов, то разработчики вынуждены характеристики надежности, вычисленные при работе устройств в лабораторных условиях, умножать на коэффициенты, учитывающие влияние условий эксплуатации. Нетрудно предположить, что использование такого метода может привести к значительным ошибкам.

3. Не обнаруженные при испытаниях в нормальных условиях отклонения параметров объектов часто становятся очевидными при испытаниях в многофакторных и предельных условиях.

4. При многофакторных испытаниях может иметь место влияние на объекты взаимодействия факторов, которое отличается от суммы одиночных воздействий. Определить значение такого взаимодействия можно только путем проведения соответствующих испытаний при одновременном воздействии факторов.

5. Необходимым требованием к проведению испытаний на надежность должен быть как можно более полный учет факторов, воздействию которых подвергаются объекты при эксплуатации. Однако в современной научно-технической литературе вопросы испытаний объектов на работоспособность и надежность освещаются в подавляющем большинстве на примерах однофакторных, реже — двухфакторных экспериментов. Описание результатов испытаний объектов, при которых одновременно варьируются три фактора внешней среды, встречается в периодической литературе чрезвычайно редко. В то же время известно, что на объекты при эксплуатации одновременно влияют не 1...2 фактора, а значительно больше. Например, на элементы ЭА в процессе эксплуатации воздействуют следующие основные факторы внешней среды: изменения напряжения в ЭЭС, внешние электромагнитные и радиационные поля, вибрации, температура и влага окружающей среды, пыль и др. Уже из этого примера (их можно привести больше) видно, что количество одновременно действующих на объект при эксплуатации факторов может быть значительно больше 3 и достигать 12...15. Конечно, для того чтобы осуществить такой многофакторный эксперимент, нужно преодолеть ряд трудностей как теоретического, так и технического характера. Поэтому в этой главе учебного пособия теоретические вопросы планирования и обработки результатов многофакторных испытаний рассматриваются для произвольного числа факторов. Используя известные из математической статистики методы, можно часть малозначимых факторов исключить из рассмотрения, оценив получающуюся при этом ошибку эксперимента.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МНОГОФАКТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ ОБЪЕКТОВ НА НАДЕЖНОСТЬ

Пусть на объект воздействует комплекс внешних и внутренних факторов, который можно представить в виде k -мерного вектор-столбца:

$$\vec{X} = \|X_i\|, \quad i = \overline{1, k}.$$

Каждый элемент вектора $\vec{X}$ отражает влияние какого-либо фактора на объект.

Пространство размерности k , в котором определен вектор $\vec{X}$, называется факторным пространством или пространством контролируемых (независимых) переменных. Это векторное пространство обозначим $\mathcal{R}_k$. Совокупность точек пространства $\mathcal{R}_k$, которые могут быть реализованы экспериментатором, называется **областью возможных измерений** и обозначается $\vec{X}$. Будем считать, что элементы векторного пространства $\mathcal{R}_k$ можно умножать только на вещественные действительные величины, т. е. векторное пространство $\mathcal{R}_k$ — вещественное (действительное) пространство. Определим в k -мерном векторном вещественном пространстве $\mathcal{R}_k$ скалярное произведение (XX) и норму $\|X\|$ как

$$\|X\| = \sqrt{(XX)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=k} \|X_i\|^2}.$$

Тогда линейное пространство $\mathcal{R}_k$ с фиксированным в нем скалярным произведением (XX) и нормой $\|X\|$ будет евклидовым.

Под воздействием комплекса факторов $\vec{X}$ в материалах объекта протекают физико-химические процессы, вызывающие старение материалов и износ элементов (коррозия и др.). Эти процессы могут быть как обратимыми, так и необратимыми. В обоих случаях возможно нарушение состояния работоспособности объекта, т. е. состояния объекта, при котором он способен выполнять заданные функции с параметрами, установленными требованиями технической документации. Событие, заключающееся в нарушении работоспособности, будем называть отказом объекта.

Выходные параметры объекта характеризуются m -мерным вектором $\vec{Y} = \|Y_v\|$, $v = \overline{1, m}$. С учетом того, что факторы внешней среды воздействуют на объект во времени $t \in T$ случайным образом, выходные параметры объекта будут представлять собой векторный случайный процесс

$$\vec{Y}(t) = B[X, t], \quad (9.15)$$

где B — оператор воздействий.

Пространство размерности m называется пространством зависимых переменных. Это пространство, так же как и пространство независимых переменных, будем считать евклидовым.

На основании приведенных рассуждений можно утверждать, что рассматриваемая задача определения показателей надежности объектов сводится к задаче о пересечении непрерывной век-

торной случайной функцией некоторой заданной (случайной или неслучайной) многомерной допусксовой области. В общем случае функция показателя надежности $H(t)$ связана с вектором $\vec{X}$ двумя операторами:

$$H(t) = A\{B[\vec{X}, t]\}, \quad (9.16)$$

где A — оператор надежности.

Таким образом, задача определения показателей надежности сводится к отысканию некоторым способом двух неизвестных в общем случае операторов A и B .

Остановимся сначала на способе отыскания оператора воздействий B . Рассмотрим наиболее простой случай, когда объект относится к классу объектов с сосредоточенными параметрами и $v = 1$, т. е. $\vec{Y}(t) = B[X, t]$. При идентификации таких объектов в большинстве случаев оптимальный оператор ищется по критерию минимума средней квадратичной ошибки:

$$M\{[Y(t) - \hat{Y}(t)]^2\} \Rightarrow \min, \quad (9.17)$$

где M — оператор математического ожидания; $\hat{Y}$ — оценка искомого параметра объекта.

Известно, что с точки зрения критерия (9.17) оптимальным оператором в классе всех возможных операторов является оператор условного математического ожидания, т. е. регрессия выходного параметра относительно независимых переменных $\vec{X}$ и t :

$$\hat{Y}(t) = M \left[\frac{Y(t)}{\vec{X}, t} \right]. \quad (9.18)$$

Определив по результатам испытаний параметры регрессии, получаем оптимальную (в смысле критерия минимума среднего квадратичного отклонения) оценку оператора воздействий B .

Выбор точек факторного пространства, в которых необходимо проводить испытания, осуществляется методами планирования эксперимента по поиску математической модели или, другими словами, методами планирования эксперимента по выяснению механизма явлений.

Рассматриваемые задачи принадлежат к классу сложных динамических задач, где принимаются как строго формализованные, так и интуитивные решения. На каждом этапе исследования выбирается в соответствии с определенными критериями оптимальное в смысле объема испытаний V расположение точек в факторном пространстве, т. е. операторы A и B отыскиваются при

$$V = N_0 T \Rightarrow \min, \quad (9.19)$$

где N_0 — число необходимых для испытаний объектов; T — длительность испытаний.

С простейшими методами планирования многофакторных испытаний для сложных объектов, а также и для ЭА, можно познакомиться в опубликованной литературе (см., например, [11, с. 278]).

9.5.

АНАЛИЗ ОТКАЗОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

На отказ ЭА влияет множество неравнозначных и неоднородных факторов, которые связаны с конструкторскими особенностями, технологией изготовления деталей, со сборкой, условиями эксплуатации, режимами работы и т. д. Для оценки влияния этих факторов на показатели надежности используются методы дисперсионного анализа. Эта оценка позволяет осуществить выборку обобщенных факторов, по которым можно судить о функциональных свойствах ЭА и о причинах отклонения технических характеристик от заданных норм.

Влияние одного фактора, например уровня эксплуатации на показатели надежности, рассматривается однофакторным дисперсионным анализом. Выводы или суждения, вытекающие из этого метода, делаются на основе средних оценок результатов испытаний.

Пусть наработку [5] на отказ X приводили на k ЭА одного типа с числом наблюдений на i -м аппарате, равным n_i . Все значения отказов t_{ij} фиксировались на каждом из аппаратов (j — номер аппарата). Средняя наработка на отказ $\bar{t}_i$ для каждого i -го ЭА:

$$\bar{t}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{j=n_i} t_{ij},$$

а для k ЭА:

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} \sum_{j=1}^{j=n_i} t_{ij}}{\sum_{i=1}^{i=k} n_i}.$$

Полученное среднее арифметическое наблюдаемое значение, согласно постулату Гаусса, является наиболее вероятным значением измеряемого показателя и называется средней наработкой на отказ. Следовательно, среднее арифметическое результатов измерений можно считать оценкой истинного математического ожидания случайной величины. Однако при малом числе наблюдений

отказов среднее арифметическое значение не обеспечивает приемлемой вероятности. В этом случае делается оценка среднего квадратичного отклонения от истинного значения.

Полное среднее квадратичное отклонение случайной величины:

$$Q = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} \sum_{j=1}^{j=n_i} (t_{ij} - \bar{t})^2}{n-1}, \quad (9.20)$$

где $n = \sum_{i=1}^{i=k} n_i$.

Среднее квадратичное отклонение между ЭА или рассеяние по фактору:

$$Q_1 = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} n_i (\bar{t}_i - \bar{t})^2}{n-1} = \sigma_1^2. \quad (9.21)$$

Остаточное среднее квадратичное отклонение:

$$Q_2 = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} \sum_{j=1}^{j=n_i} (t_{ij} - \bar{t}_i)^2}{n-1} = \sigma_2^2. \quad (9.22)$$

При этом $Q = Q_1 + Q_2$.

Если одновременно рассматривать влияние ряда факторов, таких как климатические условия, технический уровень производства, режим эксплуатации, то задача станет многофакторной. Многофакторное исследование эффективнее осуществлять с помощью регрессивного анализа.

Рассмотрим пример. Эксплуатация контакторов постоянного тока при различных рабочих токах влияет на коммутационную износостойкость t через такие факторы, как падение напряжения на главных контактах ΔU , превышение температуры контакта τ , т. е. $t = f(\Delta U, \tau)$. Зависимость падения напряжения на главных контактах от кратности рабочего тока I_P/I_H приведена на рис. 9.4.

Как можно видеть, все функции $\Delta U = f_1(I_P/I_H)$ имеют линейную зависимость. Причем измеряемая величина падения напряжения

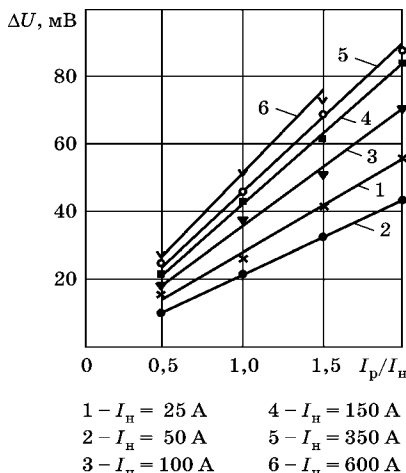


Рис. 9.4
Падения напряжения на главных контактах в зависимости от кратности рабочего тока I_P/I_H

на контактах увеличивается с увеличением коммутируемого рабочего тока. Одновременно с увеличением падения напряжения наблюдается рост превышения температуры τ контактов в длительном повторно-кратковременном режиме работы контакторов постоянного тока.

Зависимость τ от величины кратности рабочего тока представлена на рис. 9.5.

В исследуемом диапазоне кратности коммутируемых токов от 0,5 до 4 $I_H \tau = f_2(I_P/I_H)$ имеют практически линейный характер. Подставив эти зависимости в t , имеем $t = f(I_P/I_H)$.

Эту функцию представим полиномом регрессии

$$t = a_1 m + a_2 m^2 + a_3 m^3 + \dots a_n m^n,$$

где $m = I_P/I_H$.

Результат эксперимента проводился при $N = 10^5$ циклов ВО. По экспериментальным кривым рис. 9.6 находят коэффициенты регрессии.

Все экспериментальные результаты можно объединить в одну полиномную регрессию. Факторный эксперимент дает возможность численной оценки степени влияния каждого фактора на изменение функциональных признаков по критерию Стьюдента.

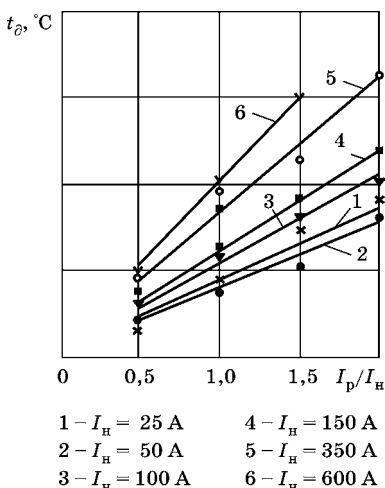


Рис. 9.5

Изменение τ от величины кратности рабочего тока I_P/I_H

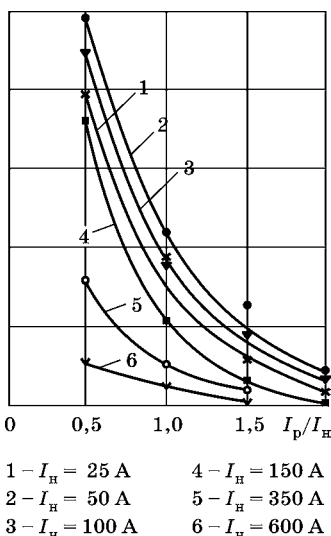


Рис. 9.6

Экспериментальные кривые для определения коэффициентов регрессии

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Задача 1. Определить число объектов N , которые необходимо поставить на испытания по плану $[NUM]$ при условии, что допустимая ошибка в определении T_0 равна 20% от T_0 с доверительной вероятностью 0,96. Предполагаемая наработка на отказ $T_0 = 1000$ ч.

Задача 2. Определить продолжительность испытаний для объектов, обладающих $T_0 = 1000$ ч при условии, что вероятность отказа объекта за время испытания должна быть не меньше 0,9.

Задача 3. Определить число объектов N для испытаний, если известно, что $\sigma(t) = 100$ ч, распределение T_0 — нормальное, допустимая ошибка — 20 ч, вероятность того, что ошибка определения T_0 не выйдет за допустимые границы, должна быть не меньше 0,96.

Задача 4. Определить продолжительность испытаний, которые должны подтвердить с доверительной вероятностью 0,9, что T_0 не ниже 500 ч, если число испытываемых объектов равно 10.

Решение.

1. Для $k = 2$ и $\gamma = 0,1$ значение $\chi^2 = 4,6$.

2. $t_p = 0,5 \cdot 500 \cdot 4,6 = 1150$ ч.

3. $t_u = 1150/10 = 115$ ч.

Таким образом, если при испытании 10 объектов на протяжении 115 ч отказов не будет, то с вероятностью 0,9 можно утверждать, что E_0 не менее 500 ч.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. По каким признакам классифицируются испытания на надежность?
2. Какие задачи ставятся перед определительными испытаниями на надежность?
3. Что такое «план испытаний»?
4. Расскажите о целях контрольных испытаний на надежность.
5. Как вы понимаете испытания, основанные на плане допустимых отказов, равно нулю?
6. Объясните процедуру проведения испытаний на надежность с использованием последовательного анализа.
7. В чем состоит необходимость испытаний объектов на надежность при одновременном воздействии на них эксплуатационных факторов?
8. Расскажите о постановке задачи многофакторных испытаний объектов на надежность.
9. Напишите аналитические выражения для регрессии в векторной и скалярной формах.
10. Как вы понимаете термины «функция отклика» и «параметр оптимизации»?
11. Что такое «полный факторный эксперимент»?
12. Какие вы знаете критерии оптимальности при планировании многофакторных испытаний?

ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНОЙ МЕТОДИКИ ПЛАНИРОВАНИЯ, ПРОВЕДЕНИЯ И ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ МНОГОФАКТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА НАДЕЖНОСТЬ

10.1.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ НА ЭКСПЕРИМЕНТ

Постановка задачи — это построение логической модели изучаемого процесса, которая включает цель исследования, выдвижение гипотезы, подлежащей проверке, или ряда конкурирующих гипотез. Затем следует выбор стратегии исследования. Построение модели изучаемого процесса и выбор стратегии исследования происходят неформализованным путем: используются опыт исследователя, его предыдущие знания, в том числе и знания теории эксперимента. На неформализованном уровне принимаются решения, в какой степени выполняются предпосылки, на которых базируется теория, задающая приемы исследования.

Целью планирования многофакторных испытаний на надежность (МФИН) является выбор числа и расположения в факторном пространстве экспериментальных точек так, чтобы при минимуме точек получить информацию, достаточную для определения характеристик надежности объекта. Здесь четко выделяются следующие две неформализованные ситуации, требующие принятия решения:

- 1) при выборе области проведения эксперимента и интервалов варьирования факторов;
- 2) после первой серии опытов, когда получено уравнение регрессии.

В первой ситуации принятие решения (выбор экспериментальной области факторного пространства)

связано с тщательным анализом априорной информации, точностью измерения факторов, характером поверхности отклика и диапазоном изменения контролируемого параметра. После того как получено уравнение регрессии, решения главным образом зависят от адекватности линейной модели, положения области оптимума, значимости коэффициентов регрессии.

10.2. ВЫБОР КОНТРОЛИРУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТОВ

Выбор контролируемых параметров объекта (ВПО) — зависимых переменных — определяется типом испытываемых ЭА в каждом конкретном случае. Однако в качестве ВПО необходимо выбирать такие параметры объекта, которые наиболее полно характеризуют его работоспособность, т. е. являются определяющими параметрами для данного типа ЭА. Кроме того, на выбор ВПО значительное влияние оказывают такие моменты, как возможность непосредственного их измерения, точность измерения, наличие и возможности контрольно-измерительной аппаратуры, стоимость одного измерения и т. д. Перед тем как остановиться на тех или иных параметрах, необходимо убедиться в том, что они удовлетворяют основным условиям, выполнение которых требуется для обоснованного применения методов дисперсионного и регрессионного анализа.

Таковыми условиями являются:

- результаты наблюдений контролируемых параметров должны представлять собой независимые, нормально распределенные случайные величины;
- дисперсии $\sigma^2\{Y_u\}$, $u = \overline{1, N}$ должны быть равны друг другу (выборочные оценки $s^2\{Y\}$ однородны).

Условие нормальности, вообще говоря, не является безусловным. Метод наименьших квадратов можно применять для определения коэффициентов регрессии и в том случае, когда не имеет места нормальное распределение для контролируемого параметра.

На практике часто приходится иметь дело со случайной величиной Y , не подчиняющейся нормальному распределению. В этом случае всегда можно подобрать такую функцию преобразования, чтобы перейти от Y к новой случайной величине $g = f(Y)$, распределенной приближенно нормально. Второе условие (однородность дисперсий) также не всегда выполняется в условиях реального эксперимента. Если в этом случае удастся найти функциональную

зависимость $\sigma^2\{Y\} = \varphi(Y)$, то возможно предложить такое преобразование случайной величины, которое позволяет получить однородные дисперсии.

Для простых объектов выбор контролируемых параметров сводится к отысканию определяющих параметров, а также, в случае необходимости, косвенных, помогающих раскрытию физики процессов, которые приводят к отказам. Иначе обстоит дело с выбором контролируемых параметров сложных систем. Параметры, контроль которых может дать информацию о работоспособности сложного объекта, определяют специальными методами, в частности методом, основанным на анализе цепей прохождения «рабочих сигналов».

10.3. ВЫБОР ВАРЬИРУЕМЫХ ФАКТОРОВ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРОВНЕЙ ИХ ВАРЬИРОВАНИЯ

Численные значения показателей надежности объектов в значительной степени определяются условиями их применения. Поэтому основным вопросом при организации испытаний на надежность является выявление условий, в которых должны испытываться ЭА. Для конкретного ЭА окружающие воздействия достаточно хорошо определяются. Поэтому выбор факторов внешней среды должен основываться на результатах исследования предполагаемых условий эксплуатации.

К настоящему времени получены необходимые данные для характеристик условий эксплуатации ЭА при различных факторах внешней среды, которые изложены в ТУ. Исследованием окружающих условий не заканчивается выбор варьируемых факторов. В процессе исследования предполагаемых условий эксплуатации нужно установить, какие факторы могут влиять на выходные характеристики ЭА. С этой целью во многих случаях исследования целесообразнее начинать с постановки отсеивающих экспериментов, по результатам которых можно выделить доминирующие эффекты факторов среди очень большого числа потенциально возможных. Кроме того, исключительно важное значение на выбор факторов оказывают технические возможности испытательных установок. По-видимому, экономически нецелесообразно создавать установки, позволяющие имитировать все условия эксплуатации. Достаточно тех, относительно которых из опыта эксплуатации и теоретических соображений известно, что их воздейст-

вия являются определяющими для работоспособности данного типа ЭА.

Располагая данными об условиях работы ЭА, можно определить основные уровни варьирования факторов. Делается это следующим образом. Составляется график функции, характеризующий изменение действующих факторов во время эксплуатации. Весь период эксплуатации делится на n интервалов длительностью Δt каждый. Значения t принимаются равными продолжительности выполнения задачи, для решения которой предназначен аппарат. По этим данным составляется вариационный ряд следующего вида:

- 1) значение действующего фактора в интервалах длительностью Δt ;
- 2) частота появления интервалов длительностью Δt ;
- 3) частота появления интервалов;
- 4) накопленная частота появления интервалов.

По данным ряда определяются среднее, эффективное и максимальное значения действующего фактора.

При постоянных и циклически изменяющихся значениях факторов определение средних и максимальных значений выполняется сравнительно просто. Методы вычислений изложены в специальной литературе, где рассматриваются различные виды электромагнитных и других видов колебаний. Однако характер изменения воздействующих факторов, как правило, не отвечает указанным условиям. Поэтому определение их средних и максимальных значений должно производиться статистическими методами.

В качестве значений основных уровней факторов, при воздействии которых должны проводиться испытания ЭА на надежность, следует принять такие значения, которым соответствует наибольшая плотность распределения, т. е. значения, близкие к моде распределения. По данным вариационного ряда распределения факторов мода вычисляется из следующего уравнения:

$$M_0 = M_1 + \frac{\Delta X(W_1 + W_2)}{W_1 - 2W_2 + W_3}, \quad (10.1)$$

где M_1 — начало модального интервала значений фактора; W_1 — частота модального интервала; W_2, W_3 — частота соседних интервалов; ΔX — ширина интервалов значений фактора.

Среднее значение случайного процесса, характеризующего изменение фактора по времени, можно определить путем усреднения данных по неслучайному параметру t (время эксплуатации ЭА)

при использовании единственной записи процесса за достаточно большой интервал времени эксплуатации.

По оси времени откладывается n равных отрезков и в конце каждого из них определяются значения факторов $X_i, i = \overline{1, n}$ по имеющейся реализации. Среднее арифметическое $\bar{X}$ этих значений дает статистическую оценку постоянного для данного процесса математического ожидания.

На практике как воздействующие факторы, так и прочность материалов сочетаются случайным образом. При этом как минимальные, так и максимальные значения факторов появляются с определенной вероятностью, т. е. можно рассматривать распределение вероятностей этих величин. Задаваясь определенной достоверностью (отбрасывая интервалы значений факторов, вероятность попадания в которые достаточно мала), можно получить расчетные экспериментальные значения факторов. Решение этой задачи достигается с помощью теории распределения крайних членов выборки.

Через $F(X)$ обозначим вероятность того, что некоторый случайный фактор имеет значение, меньшее X , $F'(X) = f(X)$ — плотность вероятности. Вероятность того, что n независимых наблюдений дадут значения меньше, чем X , равна $F^n(X)$. Тогда вероятность того, что данное наибольшее значение будет меньше, чем X_n , — $\Phi(X_n) = F^n(X_n)$, а ее производная $\phi(X_n) = nF^{n-1}(X_n)f(X_n)$ будет распределением наибольших значений n независимых наблюдений.

Распределения наибольшего значения при большом объеме выборки имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \Phi(X) &= \exp[-\exp(-Z)], \\ \Phi'(X) &= a_n \exp[-Z \exp(-Z)], \end{aligned} \right\} \quad (10.2)$$

где $Z = a_n(X - \mu_n)$, а $1/a_n = d\mu_n/(d \ln n)$ — наибольшее вероятное значение фактора; μ_n — мера повышения наибольшего вероятного значения в зависимости от логарифма объема выборки или мера дисперсии распределения.

Экспериментальные значения фактора определяются в следующей последовательности. Строится график зависимости значений X исследуемых максимумов от нормированных отклонений Z , представляющих собой аргументы функции $\exp[-\exp(-Z)]$. Шкалы для X и Z выбираются линейные (равномерные). Значение Z откладывается по горизонтальным осям. Параллельно основной шкале Z имеется дополнительная функциональная шкала, на которой откладывается накопленная частота. Обычно эта шкала не-

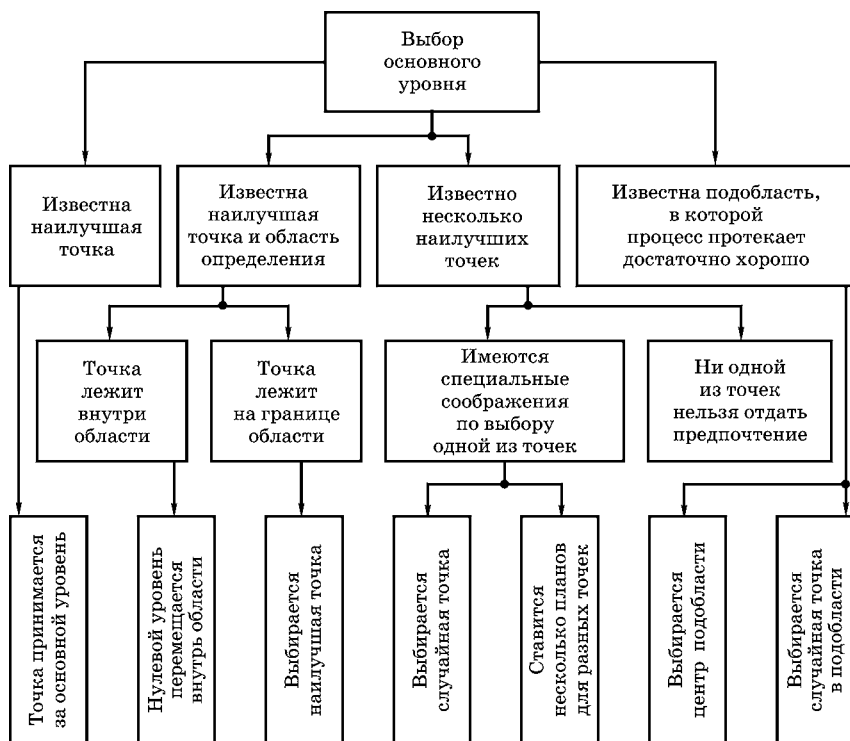


Рис. 10.1

Принятие решения при выборе основного уровня фактора

равномерная (логарифмическая). По вертикальной оси графика откладываются наблюдаемые значения X максимумов. Совокупность точек на графике аппроксимируется соответствующей линией, которая и позволяет прогнозировать значения максимумов надлежащим образом выбранной вероятности.

Таким образом, определение уровней воздействующих факторов должно производиться в следующем порядке.

1. Исследуются предполагаемые условия применения объектов.
2. Устанавливаются факторы, оказывающие наибольшее влияние на выходную характеристику объекта.
3. Составляется вариационный ряд для каждого фактора.
4. Вычисляются накопленные частоты для каждого интервала ряда.
5. Вычисляются мода M_n и среднее квадратичное отклонение обычными способами.

6. Вычисляются мера дисперсии a_n и наибольшее вероятное значение фактора μ_n по формулам

$$\frac{1}{a_n} = \frac{\sigma_x}{\sigma_n}; \mu_n = M_n \frac{Z_n}{a_n}, \quad (10.3)$$

где значения σ_n и Z_n в зависимости от объема выборки n находятся по специальным таблицам.

Применяя изложенную последовательность, можно определить уровни факторов, при действии которых объекты должны испытываться на надежность. При этом за основной уровень фактора принимается значение фактора, которому соответствует наибольшая плотность распределения, т. е. мода. Диапазон изменения фактора от основного уровня до максимального значения разбивается на интервалы варьирования, необходимое число и значения которых рассматриваются в разделе 10.4. Рассуждения при принятии решения о выборе основного уровня фактора можно представить в виде структурной схемы, показанной на рис. 10.1.

10.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА УРОВНЕЙ ВАРЬИРУЕМЫХ ФАКТОРОВ И ИНТЕРВАЛА ИХ ВАРЬИРОВАНИЯ

В литературе по планированию эксперимента для отыскания поверхности отклика рекомендуется ставить эксперименты типа 2^k , а поверхность отклика задавать уравнением первой или второй степени. Затем на основании результатов эксперимента определяется справедливость описания действительности с заданными уравнениями. Однако такой путь слишком трудоемок и неэффективен. Действительно, если окажется, что уравнения плохо согласуются, то эксперимент надо повторять с новым набором исходных данных до тех пор, пока не будет получено хорошее согласие. Но даже в случае быстрого получения хорошего согласия уравнений с результатами наблюдений может оказаться, что они справедливы только для локальной поверхности исследования, и при небольшом удалении от нее поверхность отклика будет описываться другим уравнением, следовательно, надо снова ставить эксперименты для нахождения этого уравнения. Поэтому целесообразнее уже на первой стадии эксперимента оценить, какой эффект — линейный, квадратичный или кубический — оказывает каждый фактор и их взаимодействие на протекание процессов в объекте. Зная это, можно с большей определенностью решать вопрос о характе-

ре уравнения поверхности отклика. Для этого необходимо определить минимальное количество уровней факторов, испытания на которых позволят оценить указанные эффекты. Для определения линейного и квадратичного эффектов надо иметь не менее трех уровней факторов X_i . Если фактор меняется на четырех уровнях, то можно выделить линейный, квадратичный и кубический эффекты, подбирая особым образом коэффициенты для суммарных откликов. Для ускорения решения этой задачи имеются таблицы ортогональных полиномов, которые дают соответствующие коэффициенты в зависимости от количества уровней фактора.

О существовании взаимодействия между факторами говорят тогда, когда изменение одного фактора сопровождается различными изменениями результатов эксперимента при разных уровнях другого фактора. В принципе, для определения взаимодействия между факторами достаточно провести факторный эксперимент типа 2^k , однако установить по результатам такого эксперимента степень взаимодействия между факторами не представляется возможным. Поэтому необходимо иметь для каждого фактора более двух уровней. Тогда появляется возможность оценить степень взаимодействия кубического эффекта одного фактора с кубическим эффектом всех остальных факторов.

Однако на практике часто бывает трудно дать интерпретацию некоторым из высоких полиномиальных взаимодействий, поэтому ограничиваются определением только взаимодействий линейных эффектов, линейных с квадратичными и квадратичных с линейными, а оставшиеся рассматриваются вместе как остаточное взаимодействие. Для определения указанных степеней взаимодействий достаточно иметь в матрице планирования четыре уровня каждого фактора. Дальнейшее увеличение количества уровней ведет к неоправданному усложнению эксперимента, увеличивает его продолжительность и усложняет вычислительные работы. Поэтому будем считать, что для проведения испытаний объектов на воздействие факторов внешней среды для каждого фактора достаточно четырех уровней.

Назначая для каждого фактора четыре уровня, необходимо определить интервалы между ними. Выбор интервала варьирования, как правило, носит случайный характер. Однако этот вопрос можно решить, исходя из оценки общей погрешности эксперимента. При этом должно учитываться следующее. Увеличение интервала варьирования ΔX ведет к уменьшению относительной погрешности измерения X ; но, с другой стороны, это вызывает

неизбежное увеличение погрешности отнесения, вследствие отклонения среднего значения измеряемого параметра в интервале варьирования $X_1 - X_2$ от его истинного значения, отнесенного к среднему значению фактора: $\bar{X} = (X_1 + X)/2$. Следовательно, при выборе значения ΔX , соответствующего минимальной погрешности эксперимента, необходимо учитывать два фактора — погрешность в измерении интервала варьирования и погрешность отнесения. Это позволяет сделать вывод, что остальные факторы, входящие в общую погрешность эксперимента, не зависят от значения ΔX и для каждого данного значения исследуемого фактора остаются постоянными.

Оптимальный интервал варьирования ΔX для заданных условий вычисляется по формуле

$$\Delta X_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{12 \text{const} Y(\bar{X})}{\left(\frac{d^2 Y}{dX^2}\right) X}}, \quad (10.4)$$

где $Y(\bar{X})$ — значение определяющего параметра при среднем значении фактора; const определяется типом контрольно-измерительной аппаратуры.

Для оценки $\Delta X_{\text{опт}}$ необходимо хотя бы ориентировочно знать $Y(\bar{X})$. Это оказывается невозможным в начале эксперимента. Поэтому выбор $\Delta X_{\text{опт}}$ возможен лишь после первой стадии эксперимента, когда будет получена приближенная оценка влияния фактора на зависимую переменную Y .

10.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ВЫБОРКИ

Основной вопрос, который возникает при планировании эксперимента, — это вопрос о размере выборки. В многофакторных экспериментах размер выборки зависит от количества экспериментов и требуемой точности определения значений выходной характеристики объекта. Количество экспериментов определяется числом исследуемых факторов и порядком уравнения регрессии, которым описывается зависимость выходной характеристики от воздействующих факторов внешней среды. В общем случае результаты эксперимента можно представить полиномом степени d , содержащим C_{k+d}^d коэффициентов. Для определения этих коэффициентов количество экспериментов должно быть выбрано так, чтобы удовлетворялось соотношение $N \geq C_{k+d}^d$. В табл. 10.1 представлено

Число экспериментов в зависимости от количества факторов

k	C_{k+d}^d			k	C_{k+d}^d		
	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$		$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$
1	1	3	4	4	5	15	35
2	3	6	10	5	6	21	56
3	4	10	20	6	7	28	84

Таблица 10.2

Число экспериментов в зависимости от 2^h факторов

Влияние	Число экспериментов при						
	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$	$k = 7$	$k = 8$
Основное (линейное)	2	3	4	5	6	7	8
Взаимодействие двух факторов	1	3	6	10	15	21	28
Взаимодействие трех факторов	—	1	4	10	20	35	56
Взаимодействие четырех факторов	—	—	1	5	15	35	70
Общее число экспериментов	4	8	16	32	64	128	256

минимальное необходимое количество экспериментов в зависимости от числа исследуемых факторов k степени d полинома.

При увеличении количества исследуемых факторов и числа уровней варьирования потребное количество экспериментов существенно возрастает. Однако в некоторых случаях для нахождения уравнения приближенной регрессии бывает достаточно варьировать факторы на двух уровнях, т. е. проведение эксперимента типа 2^h . В этом случае полное исследование влияний, являющихся результатами изменения факторов, потребует проведения $N = 2^h$ экспериментов.

В табл. 10.2 показано количество экспериментов, необходимое для выявления основных влияний и взаимодействий низкого порядка для нескольких 2^h факторных экспериментов.

Количество испытываемых ЭА для каждого эксперимента зависит от требуемой точности результатов эксперимента и определяется по формуле

$$n = \frac{t_{\alpha}^2 \sigma^2}{\Delta^2}, \quad (10.5)$$

где n — количество ЭА для одного эксперимента; t_{α} — коэффициент, характеризующий вероятность того, что расхождение не будет

больше Δ (при $t_\alpha = 2$ вероятность $\alpha = 0,95$; при $t_\alpha = 3$ вероятность $\alpha = 0,997$); σ — среднее квадратичное отклонение параметра в генеральной совокупности; Δ — максимальное расхождение между выборочными и генеральными средними арифметическими, соответствующее заданной вероятности α .

Выражение (10.5) справедливо, если ВПО имеет нормальный закон распределения.

Таким образом, размер выборки, необходимый для проведения экспериментов, будет определяться выражением

$$N_1 \geq \frac{t_\alpha^2 \sigma^2}{\Delta^2} C_{k+d}^d. \quad (10.6)$$

Для оценки воспроизводимости эксперимента требуется проведение m параллельных опытов. Как показывает практика, для одного режима испытаний оказывается достаточно 3...4 параллельных опытов. Тогда

$$N_2 \geq \frac{t_\alpha^2 \sigma^2}{\Delta^2} (C_{k+d}^d + m). \quad (10.7)$$

В частности, если на каждый режим (опыт) каждый раз определяется новая партия ЭА, то общий расход аппаратов при испытаниях с использованием планов типа 2^k возрастает:

$$N_2 \geq \frac{t_\alpha^2 \sigma^2}{\Delta^2} (2^k + m). \quad (10.8)$$

10.6. СОСТАВЛЕНИЕ МАТРИЦЫ ПЛАНИРОВАНИЯ И ЕЕ РЕАЛИЗАЦИЯ

Выбор матрицы планирования основывается на:

- количестве факторов внешней среды;
- количестве уровней факторов и интервалов варьирования;
- критерии оптимальности плана;
- виде модели для описания поверхности отклика.

Для МФИН в соответствии с идеями, изложенными в гл. 9, целесообразно использовать D -оптимальные и композиционные планы второго порядка.

Реализация матрицы планирования осуществляется на экспериментальных установках, позволяющих имитировать комплексное воздействие на ЭА эксплуатационных факторов. Предписанные матрицей планирования условия должны быть выполнены в

процессе проведения эксперимента. Здесь необходимо обратить внимание на два момента: во-первых, на рандомизацию эксперимента. Случайный порядок проведения опытов при $k \leq 5$ может быть осуществлен, например, с помощью вытягивания бумажек с номерами опытов, а при больших значениях k — с использованием таблиц случайных чисел. Во-вторых, при $k > 4$ матрицу планирования реализовать сложно. С увеличением числа факторов более трех существенно усложняются конструкции экспериментальных установок, надежность их падает, а стоимость растет.

10.7. ОБРАБОТКА И СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МНОГОФАКТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Обработка результатов массового длительного эксперимента на надежность требует времени. При статистическом анализе полученных результатов эксперимента обычно проводится оценка дисперсии воспроизводимости, определяется значимость коэффициентов регрессии и дается оценка адекватности модели.

Оценку дисперсии воспроизводимости можно выполнять по критерию Кохрена:

$$G = \frac{s_{u\max}^2}{\sum_{u=1}^N s_u^2}, \quad (10.9)$$

где s_u^2 — построчечная дисперсия, определяемая по выражению

$$s_u^2 = \frac{\sum_{l=1}^n (Y_{lu} - \bar{Y}_u)^2}{n-1}; \quad \bar{Y}_u = \frac{\sum_{l=1}^n Y_{lu}}{n}; \quad l = \overline{1, n}; \quad (10.10)$$

n — количество изделий в одном опыте; u — число опытов, $u = \overline{1, N}$; $s_{u\max}^2$ — максимальная из дисперсий s_u^2 .

Если вычисленное значение критерия Кохрена G меньше табличного значения (см. табл. П.1.3), то принимается гипотеза об однородности дисперсий. Тогда в качестве наилучшей дисперсии опыта можно принять среднюю арифметическую дисперсию

$$s_Y^2 = \frac{\sum_{u=1}^N s_u^2}{N}. \quad (10.11)$$

Для определения значимости коэффициентов регрессий модели сначала вычисляются дисперсии коэффициентов

$$s_{b_i}^2 = \frac{s_Y^2}{N}. \quad (10.12)$$

Затем находится значение доверительного интервала

$$\Delta b_i = \pm t_{\beta} s_{b_i} / N^{0.5}, \quad (10.13)$$

где t_{β} — значение критерия Стьюдента при числе степеней свободы N (см. табл. П1.4).

Существует несколько признаков значимости коэффициентов регрессии, одним из них является определитель матрицы $\Delta b_i = |b_i|$.

Адекватность модели можно оценить с помощью дисперсионного отношения Фишера (см. табл. П.1.5):

$$F = \frac{s_{ад}^2}{s_Y^2}, \quad (10.14)$$

где $s_{ад}^2$ — дисперсия адекватности, которая вычисляется по выражению

$$s_{ад}^2 = \frac{\sum_{u=1}^{u=N} (\bar{Y}_u - \hat{Y})^2}{N - k - 1}; \quad (10.15)$$

$\bar{Y}_u$ — среднее значение ВПО в u -м опыте; $\hat{Y}$ — значение ВПО, определенное по уравнению регрессии для u -го опыта.

При F меньше табличного значения принимается гипотеза об адекватности модели.

Рассмотрим наиболее часто встречающиеся случаи принятия решения по результатам эксперимента. Ситуации будем различать по адекватности и неадекватности модели, значимости и незначимости коэффициентов регрессии в модели.

10.8. ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МНОГОФАКТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Методы определения характеристик надежности ЭА по результатам многофакторных испытаний принципиально сводятся к анализу следующих двух моделей, отказ изделий в которых является следствием:

- неблагоприятного соотношения величины ВПО и интенсивности воздействия эксплуатационных факторов;
- выхода ВПО за данные границы.

Для вычисления характеристик надежности по результатам МФИН в обоих случаях необходимо знать:

- допустимые пределы значения ВПО $Y_{\text{допв}}$ и $Y_{\text{допн}}$;
- параметры законов распределений внешних воздействий и выходных характеристик ЭА в начальный момент времени их эксплуатации;
- закон изменения моментных функций ВПС во времени в условиях многофакторных воздействий.

Допустимые предельные значения ВПО задаются в технических условиях на каждый конкретный тип ЭА и поэтому известны экспериментатору. Начальные значения ВПО ЭА непосредственно после их изготовления и установленной приработки при нормальных климатических условиях, отсутствии механических воздействий в нормальных режимах работы имеют обычно гауссовское (нормальное), усеченное нормальное или близкие к ним распределения. Эти начальные значения ВПО можно определить по результатам заводских контрольных и приемо-сдаточных испытаний. Под влиянием внешних факторов, режимов работы, вследствие старения и износа, а также разрегулирования вид закона распределения и его параметры подвергаются изменениям.

Как показывает опыт, встречающиеся на практике закономерности изменения определяющих параметров ЭА во времени близки к линейному или показательному закону. Вместе с тем возможны и другие виды зависимостей определяющих параметров во времени. Например, для описания ухудшения характеристик ЭА во времени используется закон

$$Y(\vec{X}, t) = Y_0(\vec{X}) \exp[-a(\vec{X})t^{b(\vec{X})}]. \quad (10.16)$$

В общем случае, когда ВПО выражается монотонной функцией времени $Y = Y(\vec{X}, t)$, плотность вероятности значений параметра $\varphi[Y(\vec{X}, t)]$ связана со скоростью изменения этого параметра $V(t) = dY(\vec{X}, t)/dt$ и плотностью вероятности $f(\tau)$ времени τ , по истечении которого параметр изделия достигает предельного допустимого значения, следующей зависимостью

$$\varphi[Y(\vec{X}, t)] = f(\tau) \frac{1}{V(t)}. \quad (10.17)$$

При этом вероятность отказа объекта

$$q(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau.$$

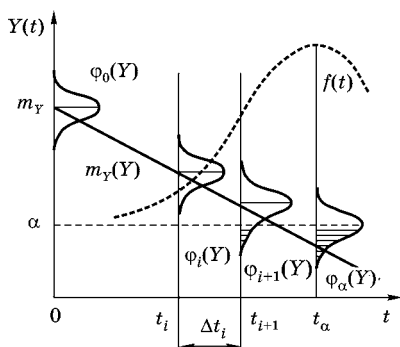


Рис. 10.2
Модель постепенного
отказа при линейном
характере изменения ВПО
во времени

Случай линейного измерения ВПО во времени. Пусть объект считается исправным, когда значение его ВПО больше границы поля допуска a (рис. 10.2).

Исходя из гипотезы о нормальном законе распределения определяющего параметра $\varphi[Y(\vec{X}, t)]$ и равномерном линейном виде случайной функции для нормального закона времени безотказной работы плотность распределения составит

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma_t^2} \right], \quad (10.18)$$

где

$$m_t = \frac{\alpha - m_b}{b(\vec{X}, t)}; \quad \sigma_t = \frac{\sigma_{Y_0(\vec{X})}}{|b|}; \quad m_b = \frac{m_{Y(\vec{X}, t)|_{t=t_{i+1}}} - m_{Y(\vec{X}, t)|_{t=t_i}}}{t_{i+1} - t_i};$$

m_b — математическое ожидание скорости изменения ВПО при воздействии $\vec{X}$; $\sigma_{Y_0(\vec{X})}$ — среднее квадратичное отклонение ВПО в момент времени $t = 0$ при воздействии факторов $\vec{X}$.

Таким образом, для равномерной линейной случайной функции $Y(\vec{X}, t)$ вычисление плотности распределения времени безотказной работы сводится к определению m_t и σ_t по простым формулам. Для определения m_t и σ_t необходимо знать $m_b(\vec{X})$, $\sigma_{Y_0(\vec{X})}$ и $b(\vec{X})$. Значения этих параметров вычисляются на основе результатов МФИН. Например, полагая, что с достаточной для практики точностью зависимость плотности вероятности безотказной работы объекта от действующих факторов внешней среды можно представить полиномом второй степени, составим матрицу планирования второго порядка, в которой в качестве значения функции отклика возьмем значения $f_u(\vec{X}, t)$ (табл. 10.3).

**Влияние факторов внешней среды на плотность вероятности
безотказной работы**

x_0	x_1	x_2	...	x_k	x_1^2	x_2^2	...	x_k^2	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	...	$x_{k-1} x_k$	Характеристики надежности
1	± 1	± 1	...	± 1	1	1	...	1	± 1	± 1	...	± 1	$f_1(t)$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1	± 1	± 1	...	± 1	1	1	...	1	± 1	± 1	...	± 1	$f_u(t)$
1	$+\alpha$	0	...	0	α^2	0	...	0	0	0	...	0	...
1	$-\alpha$	0	...	0	α^2	0	...	0	0	0	...	0	...
1	$-\alpha$	0	...	0	α^2	0	...	0	0	0	...	0	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1	0	0	...	$+\alpha$	0	0	...	α^2	0	0	...	0	...
1	0	0	...	$-\alpha$	0	0	...	α^2	0	0	...	0	...
1	0	0	...	0	0	0	...	0	0	0	...	0	$f_N(t)$

Используя формулы раздела 9.5, определяем коэффициенты уравнения регрессии второго порядка и записываем зависимость показателя надежности объекта от действующих факторов внешней среды в виде

$$f(x, t) = f_0 + \sum_{i=1}^{i=k} b_i x_i + \sum_{i=1}^{i=k} b_{ij} x_i^2 + \sum_{i=1}^{i=k} b_{ij} x_i x_j. \quad (10.19)$$

Полученная функция показателя надежности дает возможность количественно оценить влияние различных факторов и их взаимодействий на надежность объекта. Кроме того, используя полученную зависимость, можно определить характеристики надежности для различных сочетаний факторов, которые в данных испытаниях не воспроизводились.

Случай нелинейного изменения ВПО во времени. В случае, когда ВПО изменяется во времени по закону, близкому к экспоненциальному (см. рис. 10.3), вероятность безотказной работы объекта можно определить следующим образом.

Для упрощения анализа введем прямоугольное распределение определяющего параметра вместо нормального (см. рис. 10.4).

Выбор большого значения коэффициента запаса η позволяет не рассматривать изменение дисперсии распределения характеристик.

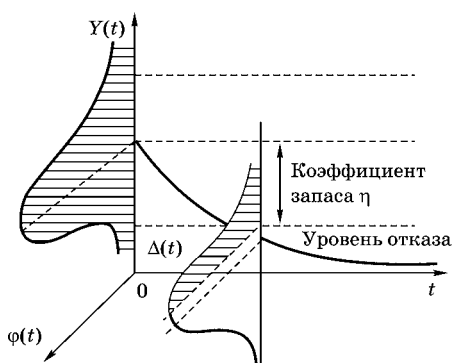


Рис. 10.3
Модель постепенного отказа при экспоненциальном характере изменения ВПО во времени

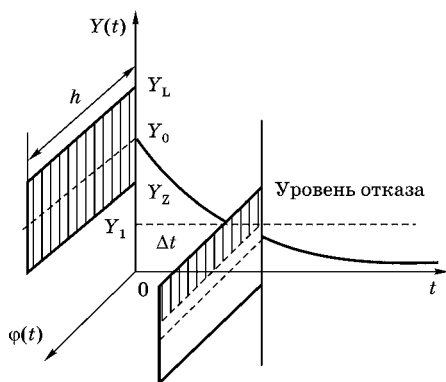


Рис. 10.4
Модель постепенного отказа при прямоугольном распределении ВПО в сечении случайного процесса

В наихудшем случае можно предположить, что наибольшая дисперсия в конце испытаний принята для начального состояния. Прямоугольное распределение может быть получено, если учесть, что его интеграл равен единице. Таким образом,

$$1 = \int_{Y_2}^{Y_1} h dY = h(Y_1 - Y_2), \quad (10.20)$$

где Y — уровень параметра (начальное значение — Y_0) с нормированными верхним и нижним пределами:

$$Y_L = \frac{Y_0 + \Delta Y}{Y_0}, \quad Y_Z = \frac{Y_0 - \Delta Y}{Y_0}.$$

Данное нормирование необходимо для того, чтобы среднее значение начального распределения $\bar{Y}$ соответствовало значению экспоненты при $t = 0$. Рассматривая указанные пределы, видим,

что высота нормированного прямоугольного распределения составляет

$$h = \frac{1}{Y_L - Y_Z} = \frac{Y_0}{2\Delta Y}.$$

Это прямоугольное распределение имеет фиксированное значение среднего квадратичного отклонения σ_{τ} , определяемого с помощью уравнения

$$\sigma_{\tau}^2 = \int_{Y_Z}^{Y_L} (Y - \bar{Y}) h dY, \quad (10.21)$$

в котором предполагается, что

$$\sigma_{\tau} = \sqrt{\frac{1}{3} \left(\frac{\Delta Y}{Y_0} \right)} = 0,538 \left(\frac{\Delta Y}{Y_0} \right) = 0,8\sigma.$$

Отличительной особенностью прогнозируемого ухудшения характеристик ЭА является то обстоятельство, что расположение границ распределения $(Y_0 - \Delta Y)/Y_0$ над уровнем отказа позволяет осуществить простое вычисление вероятностей появления необходимых значений.

Итак, будем полагать, что ВПО под воздействием комплекса факторов $\vec{X}$ во времени t изменяется по закону

$$Y(\vec{X}, t) = Y_0(\vec{X}) \exp(-a(\vec{X})t^{b(\vec{X})}),$$

где начальное значение Y_0 и параметры a и b являются случайными величинами, зависящими от условий применения $\vec{X}$. Начальный коэффициент запаса исчерпывается, когда достигается значение $Y(\vec{X}, t) = Y_1(\vec{X}, t)$, где

$$Y(\vec{X}_1, t) = Y_0(\vec{X}) \exp(-a(\vec{X})t^{b(\vec{X})}) - \Delta Y, \quad (10.22)$$

$$\left[\frac{Y(\vec{X}_1, t)}{Y_0(\vec{X})} \right] = \exp(-a(\vec{X})t^{b(\vec{X})}) - \left[\frac{\Delta Y}{Y_0(\vec{X})} \right].$$

Решая уравнение для критического значения времени $t_{\text{кр}}$, когда работа ЭА перестает быть удовлетворительной, получаем

$$t_{\text{кр}} \leq \sqrt{\left(\frac{1}{a} \right) \ln \left\{ \frac{Y_0(\vec{X})}{Y_1(\vec{X}, t) + \Delta Y} \right\}}. \quad (10.23)$$

Для всякого времени, большего, чем $t_{\text{кр}}$, вероятность нахождения характеристик объекта в заданных пределах вычисляется

путем определения площади прямоугольника, расположенного выше уровня отказов $Y_1(\vec{X}, t)$. Таким образом, вероятность нахождения значений характеристики ЭА в заданных пределах после момента времени $t_{\text{кр}}$:

$$P(y_z < Y < Y_L, t > t_{\text{кр}}) = h \left[\exp(-at^b) + \frac{\Delta Y - Y_1(\vec{X}, t)}{Y_0(\vec{X})} \right]. \quad (10.24)$$

Подставляя значение для h и делая преобразования, получаем

$$P(y_z < Y < Y_L, t > t_{\text{кр}}) = 0,5 + \frac{Y_0(\vec{X})}{2\Delta Y} \left[\exp(-at^b) - \frac{Y_1(\vec{X}, t)}{Y_0(\vec{X})} \right]. \quad (11.25)$$

Таким образом, для определения характеристик надежности ЭА и их зависимости от воздействующих факторов необходимо знать $Y_0(\vec{X})$, $Y_1(\vec{X}, t)$, $a(\vec{X})$, $b(\vec{X})$. Нахождение этих величин при воздействии на объект факторов $\vec{X}$ производится методами, изложенными в главе 9.

Теперь, чтобы записать зависимость показателя надежности объекта от действующих факторов в виде формулы типа (10.19), необходимо составить матрицу планирования, задаваемую таблицей вида табл. 10.3, и вычислить коэффициенты уравнения регрессии (10.19). Практически вычисление показателей надежности и их зависимости от действующих факторов сводится, таким образом, к выполнению следующей последовательности операций.

1. Определение зависимости ВПО от действующих факторов в начальный момент времени $Y_0(\vec{X})$.
2. Определение закономерности изменения ВПО во времени $Y(\vec{X}, t)$ и установление зависимости скорости изменения параметров от действующих факторов.
3. Составление матрицы планирования, в которой в качестве функции отклика записывается характеристика надежности ЭА.
4. Реализация матрицы и определение характеристики надежности ЭА для каждого режима испытаний.
5. Вычисление по данным эксперимента коэффициентов уравнения регрессии.
6. Получение уравнения регрессии, связывающего показатель надежности объекта с действующими факторами.

10.9. МЕТОДИКА ПЛАНИРОВАНИЯ, ПРОВЕДЕНИЯ И ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ МФИН

1. Выбрать параметры работоспособности объекта (элементов, систем). Основными являются параметры, характеризующие их работоспособность. Предварительно необходимо убедиться в том, что они удовлетворяют следующим условиям:

- параметры представляют собой независимые, нормально распределенные случайные величины;
- дисперсии $\sigma^2\{Y_u\}$ должны быть равны друг другу (выборочные оценки $s^2\{Y_u\}$ однородны).

В случае невыполнения указанных условий произвести преобразование случайной величины таким образом, чтобы эти требования выполнялись.

2. На основе анализа предполагаемых условий эксплуатации конкретного типа ЭА логическим путем с использованием данных об эксплуатации аналогичных ЭА в тех же условиях выявить факторы, оказывающие значимое влияние на ВПО.

3. При большом их количестве произвести отсеивающие испытания с целью исключения из дальнейшего рассмотрения факторов, оказывающих малозначимое влияние на работоспособность ЭА.

4. Для факторов, которые будут выбраны при исследовании их влияния на характеристики надежности, определить рабочие и экстремальные значения, при воздействии которых должны проводиться испытания, в следующей последовательности:

- расположить наблюдаемые значения фактора $\bar{X}$ по их возрастанию и получить вариационный ряд величин $X_1, X_2, \dots, X_n$;
- вычислить накопленные частности для каждого интервала ряда Δt ;
- вычислить моду M_n и среднее квадратичное отклонение σ_n^* обычным способом;
- вычислить меру дисперсии a_n и наибольшую вероятную величину μ_n по формулам (10.3).

5. Определить уровни факторов и интервалы их варьирования. За основной (нулевой) уровень фактора следует принять такое его значение, которому соответствует наибольшая плотность распределения, т. е. моду M_n . Диапазон изменения фактора от основного уровня до экстремального значения разбить на интервалы, оптимальное значение которых вычислить по формуле (10.4).

6. Произвести нормализацию переменных:

$$x_i = \frac{X_i - \bar{X}_i}{s_i}; \quad \bar{X}_i = \frac{\sum_{u=1}^{u=N} X_{iu}}{N}; \quad s_i = \left[\frac{\sum_{u=1}^{u=N} (X_{iu} - \bar{X}_i)^2}{N} \right]^{0.5}.$$

7. Составить матрицу независимых переменных в нормализованном виде.

8. В зависимости от требуемой точности эксперимента и с учетом п. 7 определить объем выборки по (10.6)...(10.8).

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ МФИН

Задача определения характеристик надежности ЭА и их зависимости от действующих факторов разбивается на три этапа:

1. Определение влияния действующих факторов на ВПО.
2. Определение закономерности изменения ВПО.
3. Определение характеристик надежности по результатам многофакторных испытаний.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ДЕЙСТВУЮЩИХ ФАКТОРОВ НА ВПО

Случай 1. Функциональный вид $Y = Y(\vec{X})$ неизвестен.

1. Реализовать дробную реплику от полного факторного эксперимента типа 2^k .

2. По полученным результатам эксперимента вычислить коэффициенты линейного уравнения регрессии по формулам [11, с. 284]:

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= N^{-1} \sum_{u=1}^{u=N} x_0 Y_u; \\ b_i &= N^{-1} \sum_{u=1}^{u=N} x_{iu} Y_u; \\ b_{ij} &= N^{-1} \sum_{u=1}^{u=N} x_{iu} x_{ju} Y_u. \end{aligned} \right\} \quad (10.26)$$

3. Повторить п. 1.

4. Оценить дисперсию воспроизводимости. Для этого проверить гипотезу об однородности дисперсии по критерию Кохрена [см. (10.9), (10.11)].

5. Оценить дисперсии коэффициентов регрессии по (10.12).

6. Оценить найденные коэффициенты b_i на значимость с помощью критерия Стьюдента

$$t_{\beta} = \left| \frac{\Delta b_i \sqrt{N}}{s_b} \right|.$$

Если t_{β} больше табличного, коэффициенты считаются значимыми. Незначимые коэффициенты отбрасываются.

7. Написать линейное уравнение регрессии с полученными коэффициентами в виде

$$Y(\vec{X}) = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_k x_k \quad (10.27)$$

и проверить его адекватность по критерию Фишера [см. (10.14), (10.15)]. Если F меньше табличного, то гипотезу адекватности принимают и на этом заканчивается первый этап, если F больше табличного, то гипотеза адекватности описания зависимости определяющего параметра от действующих факторов линейным уравнением регрессии (10.27) отвергается. В этом случае необходимо к полному факторному эксперименту добавить $N_1 = 2k + 1$ дополнительных точек с координатами $(\pm\alpha, 0, \dots, 0)$, $(0, \pm\alpha, 0, \dots, 0)$, ..., $(0, 0, \dots, \pm\alpha)$ таким образом, чтобы получить планирование второго порядка, задаваемое матрицей планирования, приведенной в табл. 10.4.

Т а б л и ц а 10.4

Матрица планирования, учитывающая влияние действующих факторов

x_0	x_1	x_2	...	x_k	x_1^2	x_2^2	...	x_k^2	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	...	$x_k - 1 x_k$
+1	±1	±1	...	+1	+1	+1	...	±1	±1	±1	...	±1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
+1	±1	±1	...	+1	+1	+1	...	+1	±1	±1	...	±1
+1	+α	0	...	0	α ²	0	...	0	0	0	...	0
+1	-α	0	...	0	α ²	0	...	0	0	0	...	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
+1	0	0	...	-α	0	0	...	α ²	0	0	...	0
+1	0	0	...	+α	0	0	...	α ²	0	0	...	0
+1	0	0	...	0	0		...	0	0	0	...	0

8. Реализовать матрицу планирования, задаваемую в табл. 10.4.

9. По полученным результатам испытаний вычислить коэффициенты регрессии b_i , b_{ii} , b_{ij} .

10. Повторить испытания в $(2k + 1)$ дополнительных точках.

11. Определить ошибку опыта по формуле

$$s^2\{Y\} = \frac{\sum_{j=1}^{j=2k+1} \sum_{u=1}^{u=N} \left(Y_{ju} - \frac{\sum_{u=1}^{u=N} Y_{ju}}{N} \right)^2}{(N-1)(2k+1)}, \quad (10.28)$$

где j — номер дополнительной экспериментальной точки; u — номер эксперимента в j -й дополнительной точке с числом степеней свободы $f = (N-1)(2k+1)$.

12. Проверить значимость коэффициентов регрессии по критерию Стьюдента.

13. Записать уравнение регрессии с полученными значимыми коэффициентами в виде

$$Y(\hat{X}) = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 \quad (10.29)$$

и по (10.14) проверить его адекватность. В большинстве случаев с достаточной для практики степенью точности можно ограничиться полученным уравнением (10.28).

Случай 2. Функциональный вид $Y = Y(\hat{X}, t)$ известен. Задача сводится к оценке неизвестных параметров уравнения (10.27) или (10.29) по (10.26) и проверке их значимости по (10.13).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ВПО ВО ВРЕМЕНИ

Случай 1. Функциональный вид $Y = Y(\hat{X}, t)$ неизвестен.

1. Составить матрицу планирования, аналогичную задаваемой табл. 10.4. Установить равную для всех режимов продолжительность испытаний.

2. Реализовать матрицу планирования, фиксируя значения определяющих параметров через равные промежутки времени $t_1, t_2, \dots, t_m$.

3. Определить степень полинома, которым описывается изучаемая закономерность. Для каждого режима испытаний вычислить разности соседних значений параметров. Если эти разности одинаковы, то искомую функцию можно считать линейной. Если же функция квадратична, то приращения параметра неодинаковы, но зато одинаковы приращения этих приращений.

4. Для каждого режима вычислить константу скорости изменения ВПО:

$$m_b = \frac{m_{Y(\hat{X})|_{t=t_{i+1}}} - m_{Y(\hat{X})|_{t=t_i}}}{t_{i+1} - T_i}$$

— для случая линейного закона изменения ВПИ и

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{\ln \ln Y(\hat{X})|_{t=t_i} - \ln \ln Y(\hat{X})|_{t=t_{i+1}}}{\ln t_{i+1} - \ln t_i}, \\ a &= \frac{\ln Y(\hat{X})|_{t=t_i} - \ln Y(\hat{X})|_{t=t_{i+1}}}{t_{i+1}^b - t_i^b}, \end{aligned} \right\} \quad (10.30)$$

— для случая изменения ВПО по закону (10.16).

5. Определить зависимость константы скорости ВПО от действующих факторов, для чего по (10.26) оценить коэффициенты регрессии, связывающие константы скорости с действующими факторами.

6. По (10.13)...(10.15) проверить значимость полученных параметров и адекватность уравнения.

Случай 2. Функциональный вид $Y = Y(\hat{X}, t)$ известен. Задача сводится к оценке неизвестных параметров регрессии и определению их зависимости от действующих факторов.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МНОГОФАКТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Случай 1. Изменение ВПО во времени описывается линейным уравнением

$$Y(\hat{X}, t) = Y(\hat{X}) + a(\hat{X})t.$$

1. Определить плотность распределения времени безотказной работы для каждого режима по (10.18).

2. Внести в графу «значение отклика» полученные значения $f(t)$.

3. По (10.26) оценить коэффициенты уравнения регрессии вида

$$Y(\hat{X}) = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \dots$$

4. По формулам (10.13)...(10.15) проверить значимость коэффициентов и адекватность уравнения.

Случай 2. Изменение ВПО во времени описывается нелинейным уравнением (10.16). Тогда вероятность безотказной работы и ее зависимость от действующих факторов определяются по (10.25).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Расскажите о постановке задачи на МФИН.
2. В чем состоит цель планирования задачи на МФИН?
3. Какие вам известны неформализованные ситуации МФИН, требующие принятия решения?
4. Поясните, какие факторы влияют на выбор контролируемых ВПО?
5. Каковы условия для изменения дисперсионного и регрессионного анализа, которым должны удовлетворять ВПО?
6. Каким образом определяют варьируемые факторы при планировании МФИН?
7. Расскажите о последовательности определения уровней, воздействующих на объекты факторов при МФИН.
8. Как производится определение количества уровней варьируемых факторов при планировании МФИН?
9. Что такое интервал варьирования факторов?
10. Напишите аналитическую зависимость между объемом выборки и числом коэффициентов полинома, определяющего число факторов и порядок уравнения регрессии.
11. Какими соотношениями определяется объем выборки, необходимый для проведения МФИН с учетом вида уравнения регрессии, точности эксперимента и его воспроизводимости?
12. Что определяет вид матрицы планирования МФИН?
13. Какой критерий применяется при оценке воспроизводимости МФИН?
14. Как определяется значимость коэффициентов регрессии модели?
15. Каким способом проверяется адекватность моделей при обработке результатов МФИН?
16. Каков порядок рассуждений при оценке адекватности модели?
17. Как принимается решение в случае незначительности отдельных коэффициентов регрессии модели при реализации МФИН?
18. Какая необходима информация для вычисления характеристик надежности?
19. Расскажите о закономерностях изменения ВПО во времени.
20. Приведите основные аналитические зависимости для определения характеристик надежности объектов в случае линейного изменения ВПО во времени по результатам МФИН.
21. Какие делаются допущения при определении характеристик надежности по результатам МФИН при нелинейном изменении ВПО во времени?
22. Перечислите последовательность операций при вычислении характеристик надежности по результатам МФИН.
23. Расскажите о методике планирования МФИН.
24. Каков порядок проведения МФИН?
25. В какой последовательности производится определение закономерности изменения ВПО во времени при проведении МФИН?
26. Приведите перечень операций при определении характеристик надежности объектов по результатам МФИН.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОЦЕНИВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Эксплуатация электрических аппаратов (ЭА) представляет собой наиболее информативный вид испытаний на надежность, так как при этом ЭА подвергаются такому широкому спектру внешних воздействий, режимов работы и обслуживания, который невозможно воссоздать в искусственных условиях. Эксплуатационная информация обрабатывается для различных целей:

- исключение повторения аналогичных инцидентов;
- определение причин отказов, повреждений, дефектов и связанного с ними ущерба, устранение этих причин;
- совершенствование технического обслуживания и ремонта;
- выявление оборудования, ограничивающего надежность;
- определение научно обоснованных требований к качеству и надежности оборудования на основе изучения причин отказов и степени риска при нарушениях в работе ЭА.

Процесс обработки эксплуатационной информации предполагает предварительную и окончательную (математическую) обработку. В основе предварительной лежит классификация нарушений работоспособности ЭА — разделение массива информации на три группы: конструкционные, производственные и эксплуатационные отказы. Классификация отказов

требует глубокого знания принципов функционирования и специфики эксплуатации ЭА и не всегда может быть однозначной. На основании данных об отказах формируют выборки, предназначенные для последующей математической обработки. В учебном пособии задачу второго этапа обработки эксплуатационной информации будем трактовать так: по данным эксплуатационной информации требуется получить оценки показателей надежности.

11.1. КЛАССИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ ДЛЯ АНАЛИЗА ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ О НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Случайными величинами, которые подвергаются обработке по эксплуатационной информации в картах неисправностей ЭА, являются наработка до отказа, наработка на отказ, наработка до предельного состояния, время восстановления, число отказов, число восстановлений, т. е. непрерывные и дискретные случайные величины $\hat{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, где значения $x_i, i = \overline{1, n}$ называются **выборкой** из генеральной совокупности $N (n \subset N)$ или просто выборкой, каждое отдельное значение x_i — элементом выборки, а общее количество элементов n — объемом выборки.

Предполагается, что число членов N в генеральной совокупности велико, а объем выборки n ограничен ($n \ll N$). Обычно используется математическая идеализация, состоящая в том, что генеральная совокупность считается бесконечной ($N \rightarrow \infty$). При этом точные (теоретические) характеристики случайной величины (закон распределения, математическое ожидание, дисперсия и др.), относящиеся к генеральной совокупности, отличаются от аналогичных им выборочных (статистических) характеристик (статистических оценок) из-за ограниченности объема выборки n . Если n неограниченно возрастает, то все выборочные характеристики приближаются (сходятся по вероятности) к соответствующим характеристикам генеральной совокупности. Выборочные характеристики в отличие от характеристик генеральной совокупности являются случайными величинами.

Первичный статистический материал при дальнейшей обработке обычно представляют в виде вариационного или статистического рядов. **Вариационный ряд** — это совокупность упорядоченных значений случайной величины вида $x_1 \leq x_2 \leq \dots x_n$. Если число на-

блюдений достаточно большое (более 50), то запись статистического материала в виде вариационного ряда становится громоздкой и мало наглядной. **Статистическим рядом** (или гистограммой) называется таблица, в которой приведены интервалы в порядке их расположения на числовой оси и соответствующие им частоты (частоты)

$$P_i^* = \frac{m_i}{n}; \quad \sum_{i=1}^{i=k} P_i = 1,$$

где m_i — число значений случайной величины в i -м интервале.

Группировка по 10...20 интервалов, в каждый из которых попадает не более 15...20% значений случайной величины, обычно оказывается достаточной для полного выявления всех существенных свойств распределения и достоверного вычисления основных числовых характеристик случайной величины.

Если выборка однородна и достаточно большая, то с помощью вариационного и статистического рядов легко определяются статистические оценки показателей надежности (табл. 11.1, 11.2).

Т а б л и ц а 11.1

**Обработка эксплуатационной информации
по методу вариационного ряда**

i	n_i	$N_i = \sum_1^i n_i$	$Q^* = \frac{N_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$	$P_i^* = 1 - Q^*$
1				
2				
...				
k				

Т а б л и ц а 11.2

**Обработка эксплуатационной информации
по методу статистического ряда**

i	$n(\Delta t_i)$	$P^*(t) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=k} n(\Delta t_i)}{N_0}$	$f^*(t) = \frac{n(\Delta t_i)}{N_0 \Delta t_i}$	$\lambda^*(t) = \frac{n(\Delta t_i)}{N_{\text{ср}} \Delta t_i}$
1				
2				
...				
k				

Таблица 11.1 используется для определения характеристик надежности объектов по вариационному ряду. Членами вариационного ряда могут быть либо наработка на отказ (или до отказа), либо время восстановления, которые записываются в порядке возрастания от 1-го до k -го членов. В ней приняты следующие обозначения: n_i — число наблюдаемых отказов (для каждого t_i оно равно 1); N_i — накопленное на момент t_i вероятности отказов;

$\sum_{i=1}^{i=k} n_i$ — общее число отказов; Q^* — оценка вероятности отказов;

P^* — оценка вероятности безотказной работы.

Таблица 11.2 служит для определения характеристик надежности по статистическому ряду или гистограмме. Обозначения: $n(\Delta t_i)$ — число отказов на интервале Δt_i ; N_0 — число ЭА, первоначально находящихся в эксплуатации; $N_{\text{ср}}$ — среднее число исправно работающих ЭА на интервале Δt_i ; $P^*(t)$, $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ — соответственно оценки вероятности безотказной работы, плотности вероятности наработки и интенсивности отказов.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН ПО ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ

Известно, что для полной характеристики любой случайной величины необходимо знать ее закон распределения в виде функции распределения (в нашем случае вероятности отказа) или плотности вероятности. Определение закона распределения отказов (или восстановлений) по опытным данным, т. е. по выборке, осуществляется в три этапа.

1. Выбор вида закона распределения. Подбор для данного статистического ряда теоретической кривой распределения и нахождения ее параметров в статистике называют выравниванием (сглаживанием) статистических рядов. Основой выравнивания является выбор вида теоретической кривой распределения. При принятии гипотезы о виде теоретического распределения главным является понимание характера причин утраты работоспособности ЭА. Другими словами, вид теоретического распределения, как правило, должен выбираться заранее из соображений, связанных с сущностью рассматриваемых явлений. Экспериментальными данными подтверждается хорошее соответствие процессов, приводящих к внезапным отказам, экспоненциальному закону распределения, процессов чистого износа — нормальному закону. Процессы усталостного разрушения, а также процессы, представляющие собой

совокупность видов разрушения (усталостного, износа, внезапных изменений свойств объекта и др.), могут быть описаны распределением Вейбулла. Универсальность применения распределения Вейбулла в задачах надежности обуславливается широкими возможностями вариации его формы. При выборе теоретического закона распределения необходимо помнить, что для выявления статистически значимых различий законов распределения требуется большой объем информации, особенно для использования двух и более параметрических законов. Ориентировочно закон распределения можно выбрать по виду аппроксимации статистического ряда.

2. Проверка согласия опытного распределения с теоретическим осуществляется с помощью критериев согласия Колмогорова, Пирсона, χ^2 , ω^2 и др.

После выбора теоретического закона распределения приступают к определению оценок неизвестных параметров закона распределения и количественных показателей надежности. Оценкой параметра называется его значение, найденное по выборке, т. е. по ограниченному числу наблюдений. Если оценкой параметра является число, то такие оценки называются **точечными**. Если же оценкой служит совокупность чисел (интервал на числовой оси), то оценки называются **интервальными**. Существует несколько методов получения оценок неизвестных параметров θ закона распределения генеральной совокупности по выборке x_i , $i = \overline{1, n}$. Наиболее распространенными являются метод моментов и метод максимального правдоподобия.

При использовании **метода моментов** параметры θ выбирают таким образом, чтобы несколько важнейших числовых характеристик (моментов) теоретического распределения были равны соответствующим моментам выборки. Для дискретных случайных величин X моменты

$$\alpha_s[X] = \sum_i x_i^s p_i; \quad \mu_s[X] = M[(X - M[X])^s]; \quad (11.1)$$

$$a_s[X] = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i^s}{n}; \quad m_s[X] = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})^s}{n}, \quad (11.2)$$

где α_s , μ_s — соответственно начальные и центральные моменты s -го порядка; p_i — вероятность того, что случайная величина примет i -е значение; a_s , m_s — соответственно статистические (выборочные) начальные и центральные моменты.

Например, если теоретическая кривая $f(x)$ зависит только от двух параметров (нормальное распределение, закон равномерной плотности), то эти параметры выбираются так, чтобы математическое ожидание $M[X]$ и дисперсия $D[X]$ теоретического распределения совпадали с соответствующими моментами выборки a_s и m_s . Характерной особенностью метода моментов является возможность его применения без каких-либо предположений о виде закона распределения случайной величины (требуется лишь существование моментов соответствующих порядков).

Метод максимального правдоподобия требует для применения предварительного знания вида закона распределения; значение же параметров θ , входящих в аналитическое выражение этого закона, считается неизвестным. Согласно методу максимального правдоподобия в качестве оценки $\theta^*(x_i)$ параметра θ выбирается такая функция от наблюдений x_i , $i = \overline{1, n}$, которая достигает максимума функции

$$p(\theta, x_1)p(\theta, x_2)\dots p(\theta, x_n) = L(\theta, x_i), \quad i = \overline{1, n}, \quad (11.3)$$

называемой функцией правдоподобия. Если при $\theta = \theta^*(x_i)$ функция правдоподобия достигает наибольшего значения, то при этом же θ достигает наибольшего значения и функция $\ln L(\theta, x_i)$. Для отыскания оценок максимального правдоподобия нужно решить уравнения

$$\frac{\partial' \ln L(\theta, x_i)}{\partial \theta'} = 0; \quad i = \overline{1, n}, \quad r = \overline{1, k}. \quad (11.4)$$

В силу ограниченности выборки одному и тому же параметру закона распределения может быть поставлено в соответствие множество его оценок — как точечных, так и интервальных. С целью выбора такой оценки параметра, чтобы ошибки по возможности были минимальными, применяется ряд критериев: оценка должна быть состоятельной, несмещенной, эффективной и достаточной.

В качестве оценки математического ожидания a (генерального среднего) обычно используется среднее выборочное

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} x_i, \quad (11.5)$$

являющееся несмещенной оценкой генерального среднего для любого распределения. Для нормального закона среднее является также состоятельной, эффективной и достаточной оценкой. Для дисперсии σ^2 в случае неизвестного генерального среднего несмещенная оценка имеет вид

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})^2. \quad (11.6)$$

Оценками начальных моментов α_s и центральных моментов μ_s s -го порядка генеральной совокупности служат соответствующие выборочные моменты, определяемые по формулам (11.1) и (11.2). Начальные моменты a_s являются состоятельными несмещенными оценками моментов α_s , центральные моменты m_s — состоятельными, но смещенными оценками моментов μ_s .

Если в результате наблюдений получена выборка наработки на отказ t_i , $i = \overline{1, n}$, то оценка средней наработки на отказ и среднего квадратического отклонения находится по формулам

$$T_0^* = \bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} t_i; \quad \sigma_{T_0}^2 = s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{i=n} (t_i - T_0^*)^2}. \quad (11.7)$$

Точечные оценки количественных показателей надежности при экспоненциальном законе распределения наработки и времени восстановления можно получить из выражений:

$$\left. \begin{aligned} P(t) &= \exp\left(-\frac{t}{T_0^*}\right); \quad T_0^* = \frac{1}{\lambda^*}; \\ P_B(t) &= \exp\left(-\frac{t}{T_B^*}\right) = \exp(-\mu^* t); \quad T_B^* = \frac{1}{\mu^*}; \\ K_\Gamma &= \frac{T_0^*}{T_0^* + T_B^*}; \quad P_1 = K_\Gamma + (1 - K_\Gamma) \exp\left[-\frac{t}{K_\Gamma / T_B^*}\right]. \end{aligned} \right\} \quad (11.8)$$

Истинные значения оцениваемых величин будем далее обозначать T_0^* и σ_{T_0} .

Интервальная оценка параметров закона распределения представляет собой случайный интервал, который с некоторой вероятностью накрывает оцениваемый параметр θ . Этот интервал называется доверительным, его границы — доверительными, вероятность, с какой доверительный интервал накрывает параметр θ , — доверительной вероятностью. Для заданной вероятности α по выборке x_i , $i = \overline{1, n}$ случайной величины X могут быть найдены значения случайных величин θ_H и θ_B , при которых:

1) интервал от θ_H до $+\infty$ накрывает параметр θ с вероятностью $P(\theta \geq \theta_H) = \alpha_1$;

2) интервал от $-\infty$ до θ_B накрывает параметр θ с вероятностью $P(\theta \geq \theta_B) = \alpha_2$.

Величины θ_H и θ_B являются, соответственно, нижней и верхней доверительной границей для параметра θ ; θ_H и θ_B образуют доверительный интервал для параметра θ при двусторонней доверительной вероятности a , определяемой по формуле $a = \alpha_1 + \alpha_2$ при $0,5 < \alpha_1 < 1$, $0,5 < \alpha_2 < 1$. В общем виде эта зависимость имеет вид $a = P(\theta_H \leq \theta \leq \theta_B)$. При этом, чем больше доверительная вероятность a , тем шире границы интервала, и наоборот. Вероятность того, что значение θ выйдет за границы интервала (θ_H, θ_B) , называется уровнем значимости β : $\beta = P(\theta_H > \theta > \theta_B) = 1 - a$.

Значения доверительных вероятностей обычно принимают равными 0,9; 0,95; 0,99. Соответствующие им уровни значимости составляют 0,1; 0,05; 0,01.

3. Интервальная оценка показателей надежности при экспоненциальном законе распределения. Оценки показателей надежности могут быть получены по результатам эксплуатации большого числа объектов усреднением по множеству или небольшого числа объектов усреднением по времени, т. е. необходимо иметь либо большое число отказов ($n \rightarrow \infty$), либо время эксплуатации T , стремящееся к бесконечности

$$T_0 = M[T_0^*] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{i=n} t_i}{n} \right\}. \quad (11.9)$$

При реальной эксплуатации сложных ЭА $n \ll \infty$, $T \ll \infty$. Поэтому точечные и интервальные оценки показателей надежности ЭА зависят от плана испытаний. В табл. 11.3 приведены формулы расчета точечной (средней) оценки интенсивности отказов, а также нижней и верхней границ интенсивности отказов λ_H и λ_B для различных планов испытаний.

Для определения границ λ необходимо пользоваться таблицей квантилей χ^2 -распределения, в которой даются доверительные вероятности $(1 - \alpha_1)$ или α_2 и число степеней свободы k , равное $2n$, $2d$ или $2d + 2$ в зависимости от выбранного плана. Для двустороннего интервала доверительная вероятность $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5(1 + d)$. Значение a задается в зависимости от требований, предъявляемых к системе.

Используя табл. 11.3, можно рассчитать значения показателей надежности при экспоненциальном законе распределения

$$\left. \begin{aligned} P_H(t) &= \exp\left(-\frac{t}{T_H^*}\right) = \exp(-\lambda_B t); \quad T_{0H} = \frac{1}{\lambda_B}; \\ P_B(t) &= \exp\left(-\frac{t}{T_B^*}\right) = \exp(-\lambda_H t); \quad T_{0B} = \frac{1}{\lambda_H}. \end{aligned} \right\} \quad (11.10)$$

Планирование испытания при экспоненциальном законе распределения

План	Суммарная наработка	Интенсивность отказов		
		λ^*	λ_B	λ_H
$[nBn]$	$\sum_{i=1}^{i=n} t_i$	$\frac{n}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2(1-\alpha_1)2n}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2\alpha_2 2d}{2t_\Sigma}$
$[nBt_0]$	$\sum_{i=1}^{i=d} t_i + (n-d)t_0$	$\frac{d}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2(1-\alpha_1)2d}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2\alpha_2 2d}{2t_\Sigma}$
$[nBd]$	$\sum_{i=1}^{i=d} t_i + (n-d)t_d$	$\frac{d-1}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2(1-\alpha_1)2d}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2\alpha_2 2d}{2t_\Sigma}$
$[nBt_0]$	nt_0	$\frac{d}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2(1-\alpha_1)2d}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2\alpha_2 (2d+2)}{2t_\Sigma}$
$[nBd]$	nt_d	$\frac{d-1}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2(1-\alpha_1)2d}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2\alpha_2 2d}{2t_\Sigma}$

Обозначения в графе «План» расшифровываются следующим образом: первая буква n — объем выборки; вторая буква B или B — без восстановления или с восстановлением выборки; третья буква — n , t_0 или d — признак окончания наблюдений, причем n — после отказа всех первоначально взятых под наблюдение объектов, t_0 — после истечения заданного времени, d — после появления установленного числа отказов.

Например, интервальная оценка показателей надежности при нормальном законе распределения производится в зависимости от того, известны или неизвестны значения среднего и дисперсии генеральной совокупности.

Пусть известен объем выборки t_i , $i = \overline{1, n}$ наработки на отказ. При неизвестной дисперсии генеральной совокупности $\sigma_{T_0}^2$ доверительные границы для T_0 определяются следующим образом:

$$T_H^* - \varepsilon \leq T_0 \leq T_B^* + \varepsilon, \quad (11.11)$$

где ε — заранее заданный интервал; $T_{0H} = T_H^* - \varepsilon$; $T_{0B} = T_B^* + \varepsilon$.

Значения ε находятся из выражения

$$\pm \varepsilon = t_{\alpha(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}, \quad (11.12)$$

где s — оценка среднего квадратического отклонения; $t_{\alpha(n-1)}$ — квантиль распределения Стьюдента, который находится в таблицах по заданной доверительной вероятности α и числу степеней свободы $n - 1$;

$$\alpha = \int_{-t_{\alpha(n-1)}}^{+t_{\alpha(n-1)}} \varphi(t) dt,$$

где $\varphi(t)$ — плотность вероятности распределения Стьюдента.

Таким образом,

$$T_{0H} = T_H - t_{\alpha(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}; \quad T_{0B} = T_B + t_{\alpha(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}. \quad (11.13)$$

Если дисперсия генеральной совокупности известна, доверительные границы для средней наработки на отказ определяются также по формулам (11.13), в которых вместо квантилей распределения Стьюдента подставляются квантили U_α нормированного нормального распределения и вместо оценки s — значение σ_{T_0} .

Доверительные границы для σ_{T_0} при неизвестном среднем T_0 определяются как

$$\sigma_H \leq \sigma_{T_0} \leq \sigma_B,$$

где

$$\sigma_H = \frac{s\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi^2(1-\alpha_1)100\%}}, \quad \sigma_B = \frac{s\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi^2\alpha_2 100\%}}, \quad (11.14)$$

где $\chi^2(1-\alpha_1)100\%$ и $\chi^2\alpha_2 100\%$ — соответственно $(1-\alpha_1)100$ - и $\alpha_2 100$ -процентные точки χ^2 -распределения с $n-1$ степенями свободы; α_1, α_2 — заданные, принятые односторонние доверительные вероятности. Обычно $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$.

При известном генеральном среднем T_0 доверительные границы для среднего квадратического отклонения определяются по выражениям (11.14), только в этом случае $\chi^2[(1-\alpha_1)100\%]$ и $\chi^2[\alpha_2 100\%]$ представляют собой процентные точки χ^2 -распределения с n степенями свободы.

ПРОВЕРКА СОГЛАСИЯ ОПЫТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ТЕОРЕТИЧЕСКИМ

Вопрос о согласовании опытного и теоретического распределений является одним из важнейших вопросов проверки статистических гипотез. Между опытным и теоретическим распределениями всегда существуют расхождения. Объясняются ли эти расхождения только случайными обстоятельствами, связанными с ограниченностью выборки n , или они существенны и связаны с тем, что подобранная теоретическая кривая плохо выравнивает данное опытное распределение? На практике для ответа на такой вопрос используются так называемые критерии согласия: критерий Колмогорова, критерий χ^2 , критерий ω^2 и др. Критерий Колмогорова может применяться для проверки любого теоретического распределения, однако при этом необходимо, чтобы гипотетическое распределение $F(x)$ было известно заранее. Для применения критерия Колмогорова необходимо, чтобы число наблюдений $n > 100$. Критерий χ^2

основан на том, что значение χ^2 при n асимптотически подчинено χ^2 -распределению с числом степеней свободы $(r-1)$. Здесь r — количество интервалов, в которые группируются статистические данные; в зависимости от объема выборки n при $100 < n \leq 200$ — $r = 15 \dots 18$; при $200 \leq n \leq 400$ — $r = 30 \dots 40$. Критерий χ^2 может применяться для проверки любого теоретического распределения, которое до опыта неизвестно. Для применения критерия χ^2 в математической статистике считается достаточным значение $n > 50$.

Критерий ω^2 использует статистику, представляющую собой взвешенную сумму квадратов разностей между функцией опытного распределения и функцией теоретического распределения

$$\omega_n^* = \int [F^*(x) - F(x)]^2 \psi[F(x)] dF(x),$$

где $\psi[F(x)]$ — весовая функция.

В зависимости от вида весовой функции вид статистики изменяется. Обычно используют весовые функции двух видов: $\psi[F(x)] = 1$, когда все значения функции распределения имеют одинаковый вес, и

$$\psi[F(x)] = \frac{1}{F(x)[1 - F(x)]},$$

при которой увеличивается вес наблюдений на «хвостах» распределения.

Критерий ω^2 является более мощным, чем критерии Колмогорова и χ^2 , но его применение требует большого количества вычислительных операций, и число наблюдений должно составлять $n > 50$ [28]. Кроме этого, критерий ω^2 используется только для негруппированного ряда наблюдений.

При проверке согласия опытного и теоретического распределений, кроме указанных выше примеров применения критериев согласия, обычно осуществляют также проверку нормальности распределения, оценку аномальности результатов наблюдения, проверку гипотез относительно средних значений и дисперсий по реальным исходным данным.

11.2. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПУТЕМ ОБРАБОТКИ УСЕЧЕННЫХ ВЫБОРОК

Одним из методов повышения точности оценок показателей надежности ЭА является учет наработки неотказавших ЭА. Так как сложные ЭА относятся к классу высоконадежных объектов, то для него объемы выборок отказавших объектов t_i , $i = \overline{1, n}$ обычно

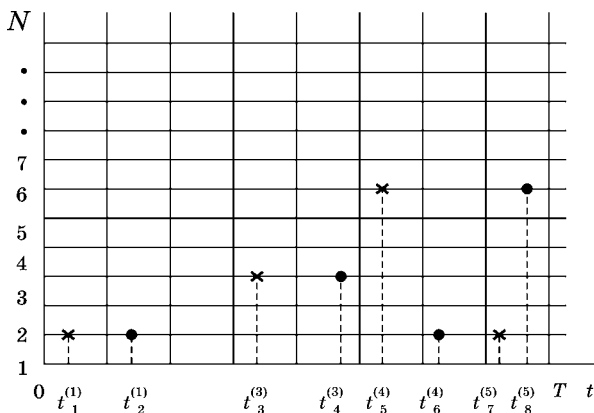


Рис. 11.1

Схема функционирования однотипных объектов

невелики. Следовательно, и точность определения количественных показателей надежности будет низкой, если учитывать наработки только отказавших объектов. Процесс эксплуатации однотипных ЭА можно представить в виде схемы, изображенной на рис. 11.1.

В моменты времени, отмеченные x , в реализации появляется отказ. Знак «•» означает окончание восстановления работоспособности. Безотказные реализации не имеют никаких знаков. Работоспособность ЭА может восстанавливаться либо их снятием, либо ремонтом без замены. Тогда после окончания восстановления работоспособности ЭА либо продолжает наработку, либо после замены новый ЭА начинает работать с $t = 0$. Таким образом, в эксплуатации за определенное время T находятся следующие виды ЭА:

- ни разу не отказавшие;
- новые;
- работоспособность которых после отказа была восстановлена ремонтом без замены.

Поэтому при эксплуатации ЭА мы имеем дело с усеченными наработками, ограниченными моментами окончания или начала наблюдений. Нарботки ЭА от начала наблюдения до первого отказа называются начальными усеченными наработками, от последнего отказа до окончания наблюдения — конечными усеченными наработками, а наработки всех объектов до отказа — полными наработками.

Рассмотрим примеры определения оценок показателей надежности ЭА методом усеченных выборок. Пусть имеется эксплуата-

ционная информация о наработках ЭА данного типа за время T объема $N_0 = \overline{n} + s + v$, где

- 1) $t_i, i = \overline{1, n}$ — выборка отказавших ЭА и замененных на новые;
- 2) $t_j, j = \overline{1, s}$ — выборка неотказавших ЭА;
- 3) $t_k, k = \overline{1, v}$ — выборка ЭА, продолжающих работать после восстановления.

Наработка ЭА до отказа распределена по закону $F(\theta, t)$. Оценим параметры закона распределения методом максимального правдоподобия. С этой целью напомним функцию правдоподобия для выборки, имеющей усеченные наработки:

$$\ln L(\Theta, t) = \sum_{i=1}^{i=n} \ln f(\Theta, t_i) + \sum_{j=1}^{j=s} \ln [1 - F(\Theta, t_j)] + \sum_{k=1}^{k=v} \ln [1 - F(\Theta, t_k)], \quad (11.15)$$

где Θ — вектор искомых параметров закона распределения.

Для нахождения Θ решается система уравнений r -го порядка

$$\frac{\partial' \ln L(\Theta, t)}{\partial \theta'} = 0. \quad (11.16)$$

Экспоненциальное распределение является однопараметрическим, для которого

$$F(\lambda, t) = 1 - \exp(-\lambda t), \quad f(\lambda, t) = \lambda \exp(-\lambda t).$$

Функция правдоподобия имеет вид

$$\ln L(\lambda, t) = \sum_{i=1}^{i=n} \ln [\lambda \exp(-\lambda t_i)] + \sum_{j=1}^{j=s} \ln \exp(-\lambda t_j) + \sum_{k=1}^{k=v} \ln \exp(-\lambda t_k).$$

Взяв производную от функции правдоподобия и приравняв ее нулю, имеем

$$\frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^{i=n} t_i - \sum_{j=1}^{j=s} t_j - \sum_{k=1}^{k=v} t_k = 0.$$

Получаем оценку параметра

$$\lambda^* = \frac{n}{\sum_{i=1}^{i=n} t_i + \sum_{j=1}^{j=s} t_j + \sum_{k=1}^{k=v} t_k}. \quad (11.17)$$

Из выражения (11.17) видно, что если в значении выборки N_0 число отказов ЭА n невелико, то оценка интенсивности отказов (и других показателей надежности) только по объему выборки без учета выборки неотказавших ЭА и восстановления будет существенно отличаться от истинной, т. е. подтверждается мысль, что $\lambda^* \rightarrow \lambda$ тогда и только тогда, когда $n \rightarrow N_0$, а $N_0 \rightarrow \infty$.

Эти методы отличаются наглядностью и простотой вычисления.

Метод Джонсона. По статистическим данным строится эмпирическая функция распределения времени безотказной работы ЭА, абсциссы которой вычисляются следующим образом. Нарботки t_i , $i = 1, n$ и t_j , $j = 1, m$ образуют общий вариационный ряд, члены которого нумеруются: $l = 1, 2, \dots, v$. Тогда каждая наработка на отказ будет иметь два индекса i и l . Абсциссы эмпирической функции распределения определяются как средние порядковые номера r_i , членов вариационного ряда, равных t_i . В общем случае r_i могут быть нецелыми числами. Значения r_i вычисляются по следующему правилу, учитывающему наличие в вариационном ряду безотказных наработок:

$$r_1 = r_{i-1} + \frac{v+1-r_{i-1}}{v+2-l}, \quad r_0 = 0, \quad (11.18)$$

где r и l — индексы, относящиеся в одному и тому же члену ряда.

Ординаты эмпирической функции распределения вычисляются так:

$$F_D(t_i) = \frac{r_i}{v+1}. \quad (11.19)$$

Оценка параметров эмпирической функции распределения может быть произведена графическими методами или с помощью метода наименьших квадратов.

Еще более нагляден **метод Фишбейна**, при котором эмпирическая функция распределения вычисляется следующим образом:

$$F_F(t_i) = \frac{i}{v+i-\bar{j}}, \quad (11.20)$$

где $\bar{j}$ — ближайший к вариационному ряду слева номер безотказной наработки.

Наличие безотказных наработок учитывается убыванием в знаменателе в соответствии с убыванием числа незавершенных реализаций. Методы Джонсона и Фишбейна уступают по точности методу максимума правдоподобия. Это происходит в связи с тем, что при их использовании не учитываются:

- 1) значения безотказных наработок, а лишь их число;
- 2) влияние безотказных наработок, превышающих по величине t_m .

Однако эти недостатки не ограничивают применения методов, поскольку погрешности математической обработки невелики по сравнению с ошибками предварительной обработки исходной информации.

11.3. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ С УЧЕТОМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Для повышения достоверности оценок показателей надежности высоконадежных и малосерийных ЭА можно использовать методы учета априорной информации. Принято всю информацию о надежности ЭА подразделять на текущую и априорную. Первую получают в результате наблюдений при эксплуатации ЭА; под второй обычно понимается информация о надежности, существующая независимо от текущей, ее получают в результате расчетов и моделирования надежности, различного рода испытаний на надежность, эксплуатации ЭА, конструктивно близких к исследуемому.

С точки зрения системного подхода любое исследование надежности ЭА должно планироваться и проводиться именно с учетом результатов предыдущих исследований, т. е. с учетом априорной информации.

Наиболее разработанными методами использования априорной информации при анализе надежности можно считать [11]:

- метод линейного объединения априорной и текущей информации;
- метод, использующий рандомизацию искомого показателя и теорему Байеса;
- метод, использующий частичную априорную информацию;
- метод объединения неоднородной априорной информации;
- метод коррелированных процессов.

Рассмотрим наиболее распространенные.

Метод линейного объединения априорной и текущей информации. Предположим, что проведено n серий испытаний однотипных ЭА на надежность, по результатам которых получено n значений оценок интенсивностей отказов $\hat{\lambda}_j$, $j = \overline{1, n}$. Считаем, что оценки несмещенные с известными дисперсиями $\sigma_{\lambda_j}^2$. Требуется найти функцию интенсивности отказов $\hat{\lambda}_0$, учитывающую каждую из оценок λ_j . Наиболее простым методом решения этой задачи является метод линейного объединения

$$\hat{\lambda}_0 = \sum_{j=1}^{j=n} d_j \hat{\lambda}_j, \quad (11.21)$$

где d — весовая функция.

Если опустить промежуточные выкладки, то в окончательном виде выражение для объединения оценок имеет вид

$$\hat{\lambda}_0 = \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{1}{\sigma_{\lambda_j}^2} \right) \frac{\hat{\lambda}_j}{\sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{1}{\sigma_{\lambda_j}^2} \right)} \quad (11.22)$$

с дисперсией

$$D_{\lambda_0} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{1}{\sigma_{\lambda_j}^2} \right)}.$$

Если $\hat{\lambda}_1$ и $\hat{\lambda}_2$ — оценки, полученные на этапе эксплуатации, а $\sigma_{\lambda_1}^2$, $\sigma_{\lambda_2}^2$ — оценки по данным априорных исследований надежности, то

$$\hat{\lambda}_0 = \frac{\hat{\lambda}_1 \sigma_{\lambda_2}^2}{\sigma_{\lambda_1}^2 + \sigma_{\lambda_2}^2} + \frac{\hat{\lambda}_2 \sigma_{\lambda_1}^2}{\sigma_{\lambda_1}^2 + \sigma_{\lambda_2}^2}, \quad D = \frac{\sigma_{\lambda_1}^2 \sigma_{\lambda_2}^2}{\sigma_{\lambda_1}^2 + \sigma_{\lambda_2}^2}. \quad (11.23)$$

Выигрыш в точности полученных оценок за счет использования априорной информации:

$$\eta = \frac{\sigma_{\lambda_1}^2}{D} = 1 + \frac{\sigma_{\lambda_1}^2}{\sigma_{\lambda_2}^2}. \quad (11.24)$$

Объединение оценок $\hat{\lambda}_0$ с использованием выражений (11.23) и (11.24) возможно только в случае известных дисперсий $\sigma_{\lambda_j}^2$. Преимуществом метода линейного объединения оценок характеристик надежности является необязательное знание законов распределения исследуемых случайных величин.

Метод, использующий рандомизацию искомого показателя и теорему Байеса. Теорема Байеса широко применяется для учета априорной информации в задачах оценивания показателей надежности. Формула Байеса для дискретных случайных величин имеет вид

$$P\left(\frac{A_j}{B}\right) = \frac{P(A_j)P\left(\frac{B}{A_j}\right)}{\sum_{j=1}^{j=n} P(A_j)P\left(\frac{B}{A_j}\right)}, \quad (11.25)$$

где A и B — зависимые случайные события; $P(A_j)$ — вероятность события A_j из группы несовместных событий A_j , $P(B/A_j)$ — вероятность события B при условии свершения события A_j .

В случае непрерывных случайных величин формула Байеса такова:

$$h\left(\frac{\theta}{T} = t\right) = \frac{h(\theta)f(\theta, t)}{\int_{\Theta} f(t, v)h(v)dv}, \quad (11.26)$$

где $h(\theta)$ — априорная плотность распределения параметра $\theta \in \Theta$; $f(\theta, t)$ — плотность распределения параметра θ ; $h(\theta/T = t)$ — апостериорная плотность распределения параметра θ при условии, что в результате наблюдений реализована статистика T .

Пусть в результате текущих исследований группы однотипных ЭА была получена статистика об отказах $\{T_i\}$, $i = \overline{1, n}$, где $\{T_i\}$ — наработка до отказа i -го ЭА с функцией распределения $F(\theta, t)$ и плотностью $f(\theta, t)$.

В общем случае Θ — вектор параметров закона распределения, $\theta \in \Theta$. Предположим, что существует априорная информация о надежности исследуемых ЭА: $\{T_j\}$, $j = \overline{1, k}$ — априорная статистика наработок до отказа. Будем считать, что случайные величины T_i и T_j имеют одну и ту же теоретическую функцию распределения, т. е. априорная и текущая информация однородны. Требуется оценить параметр θ по результатам текущей и априорной информации.

Согласно теореме Байеса апостериорная плотность распределения параметра θ :

$$h\left(\frac{\theta}{\{T_j\}}\right) = \frac{h(\theta)f(\theta, \{T_j\})}{\int_{\Theta} f(\{T_j\}, v)h(v)dv}, \quad (11.27)$$

где $h(\theta)$ — априорная плотность параметра θ , определенная по статистике $\{T_j\}$:

$$f\left(\frac{\theta}{\{T_j\}}\right) = \prod_{i=1}^{i=n} f(\theta, T_i).$$

Следует пояснить, что если в качестве оценки параметра принять условное математическое ожидание значения θ , предположив, что произведены наблюдения текущих $\{T_j\}$, $j = \overline{1, n}$, то оценка

$$\hat{\theta}(\{T_j\}) = \int_{\Theta} \theta h\left(\frac{\theta}{\{T_j\}}\right) d\theta$$

обеспечивает минимум средней квадратической ошибки. При этом, чем точнее рассчитано апостериорное распределение $h(\theta/\{T_j\})$, тем выше точность $\hat{\theta}(\{T_j\})$. Таким образом, даже при относительно малом объеме статистики об отказах использование априорной информации позволяет существенно повысить точность оценки характеристик надежности ЭА.

Известно также, что если первоначально принимаемое распределение оцениваемого параметра носит в значительной мере случайный характер, то этого нельзя сказать об апостериорном распределении. Согласно теореме Бернштейна — фон Мизеса, если априорная плотность распределения параметра θ непрерывна, то

Оценки параметров безотказности изделия

Вид закона распределения	Оценка параметра	Оценка дисперсии параметра
Гамма-распределение $f(t) = \frac{\lambda_0^\alpha t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \exp(-\lambda_0 t)$	$\hat{\lambda}_0 = \frac{n\alpha + k\alpha - 1}{n\tau_n + k\tau_k}$	$D_{\lambda_0} = \frac{n\alpha + k\alpha - 1}{(n\tau_n + k\tau_k)^2}$
Экспоненциальное $f(t) = \lambda \exp(-\lambda_0 t)$	$\hat{\lambda} = \frac{n + k - 1}{n\tau_n + k\tau_k}$	$D_{\lambda} = \frac{n + k - 1}{(n\tau_n + k\tau_k)^2}$
Рэлея $f(t) = \frac{t}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$	$\frac{1}{\hat{\sigma}^2} = \frac{n + k - 2}{n\tau_n + k\tau_k}$	$D_{1/\sigma^2} = \frac{n + k - 2}{(n\tau_n + k\tau_k)^2}$

Приняты следующие обозначения: n — объем выборки априорных значений наработок до отказа $\{T_i\}$, $i = 1, n$; k — объем выборки текущих значений наработок до отказа $\{T_j\}$, $j = 1, k$; τ_n — математическое ожидание случайной величины T_i ; τ_k — математическое ожидание случайной величины T_j .

по мере возрастания числа наблюдений апостериорное распределение стремится к пределу, не зависящему от априорного распределения.

В качестве примера в табл. 11.4 приведены выражения для оценивания параметров различных законов распределения, распространенных в теории надежности.

11.4. СИСТЕМЫ СБОРА ИНФОРМАЦИИ О НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В ЭКСПЛУАТАЦИИ

Рассмотрим систему сбора информации о надежности ЭА. Система сбора и обработки статистических данных эксплуатации наряду с планированием регламентных проверок и профилактических работ (ППР) и снабжением запасными частями, инструментом (ЗИП) может явиться основой повышения эффективности использования сложных ЭА.

Сбор информации осуществляется на следующих этапах:

- предэксплуатационный контроль;
- контроль, монтаж, пусконаладочные работы;
- эксплуатация (включая техническое обслуживание и ремонт);
- вывод оборудования из эксплуатации (замена, демонтаж, консервация).

Цель и основные задачи. Сбор, обработка и передача информации о качестве и надежности ЭА имеют своей конечной целью повышение качества и надежности ЭА. Указанная цель должна достигаться решением следующих основных задач:

1. Обеспечение потребителя и поставщика ЭА полной и достоверной информацией по отказам, дефектам и повреждениям ЭА.

2. Анализ полученной информации, разработка и реализация практических рекомендаций и мероприятий потребителями, поставщиками и разработчиками ЭА.

3. Анализ обобщенной информации об эффективности принимаемых мер по повышению качества и надежности ЭА. Информационная система качества и надежности должна обеспечить:

- идентификацию ЭА;
- связь с научными, проектно-конструкторскими, производящими и эксплуатирующими организациями для сообщения о конкретных фактах низкого качества и надежности ЭА и организации работ по устранению подобных неисправностей;
- расчет количественных показателей фактического уровня надежности ЭА (этап обнаружения неисправности, дата и время обнаружения неисправности, остановки и пуска ЭА, время восстановления, наработка от предыдущего восстановления и с начала эксплуатации, число пусков от предыдущего восстановления);
- исследование причин неисправностей ЭА для разработки мероприятий по обеспечению высокого качества ЭА и безопасности эксплуатации (отклонения технологических параметров от номинальных значений, внешние проявления, причины и последствия неисправности);
- оценку ресурса ЭА (дата изготовления и ввода в эксплуатацию, наработка с начала эксплуатации);
- анализ эффективности мер по устранению неисправностей конкретных ЭА, а также мероприятий, разработанных на основе обобщенного анализа причин неисправностей ЭА (принятые меры по устранению неисправности, мероприятия по исключению подобных неисправностей).

Источниками данных для информационной системы качества и надежности ЭА являются следующие.

1. Расследование нарушений в работе ЭА.

2. Информация о неисправностях ЭА, не учитываемых в актах расследования нарушений в работе ЭА:

- отказах и повреждениях, гипотетическое развитие которых могло бы привести к аварии, аварийному состоянию;

- повреждениях с большой трудоемкостью и стоимостью восстановления;
- дефектах, которые, по мнению специалистов, свидетельствуют о низком качестве ЭА и требуют оперативного устранения.

3. Сведения о плановых ремонтах.

4. Сведения о наработке ЭА с начала эксплуатации.

5. Паспортные данные и технические условия для ЭА.

Документы для регистрации и обмена информацией. Для регистрации и обмена информацией о качестве и надежности ЭА используются следующие информационные документы:

1. Акт расследования нарушений в работе ЭА.

2. Карты неисправностей ЭА.

3. Сведения о плановых ремонтах.

4. Ведомость учета физико-механического состояния металлов поврежденных компонентов конструкций.

5. Сведения о наработке ЭА.

6. Паспортные характеристики ЭА.

7. Сведения о выводе ЭА из эксплуатации.

Организация работ по сбору и обработке информации. На каждый случай нарушений в работе ЭА составляется акт расследования, где указываются структурные подразделения, отвечающие за надежность работы ЭА при эксплуатации.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Вспомните определения «выборка из генеральной совокупности», «вариационный ряд» и «статистический ряд».
2. Какова последовательность определения закона распределения случайной величины по эксплуатационной информации?
3. Как производится точечная оценка закона распределения случайной величины?
4. Расскажите о методе моментов оценки неизвестных параметров закона распределения случайной величины по выборке.
5. Что такое «метод максимального правдоподобия»?
6. Чем отличается интервальная оценка параметров закона распределения от точечной?
7. Какие вы знаете критерии согласия опытного распределения случайной величины с теоретическим?
8. Объясните схему эксплуатации сложных ЭА.
9. Какая разница между усеченными и полными наработками объектов?
10. Напишите аналитическое выражение для интенсивности отказов при экспоненциальном распределении методом максимального правдоподобия.
11. Как определяются параметры распределения Вейбулла методом максимального правдоподобия?

12. Расскажите об оценке гамма-процентного ресурса методом максимального правдоподобия.
13. Каковы особенности обработки усеченных выборок высоконадежных ЭА?
14. Объясните приближенный метод оценки показательной надежности Джонсона.
15. Как определяется эмпирическая функция распределения в методе Фишбейна?
16. Дайте характеристику методу линейного объединения априорной и текущей информации при оценке показателей надежности объектов.
17. В чем состоят преимущества и недостатки применения теоремы Байеса при комбинированной оценке показателей надежности?
18. С какой целью осуществляется сбор информации об отказах объектов при эксплуатации?
19. Какие задачи решаются в результате работы информационной системы качества и надежности?
20. Перечислите основные источники данных для информационной системы качества и надежности.

МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

12.1. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ

Все методы повышения надежности ЭА принципиально могут быть сведены к следующим (основным):

- резервирование;
- уменьшение интенсивности отказов элементов ЭА;
- сокращение времени непрерывной работы;
- уменьшение времени восстановления;
- выбор рациональной периодичности и объема контроля ЭА.

Реализация указанных методов может осуществляться при проектировании, изготовлении и в процессе эксплуатации ЭА.

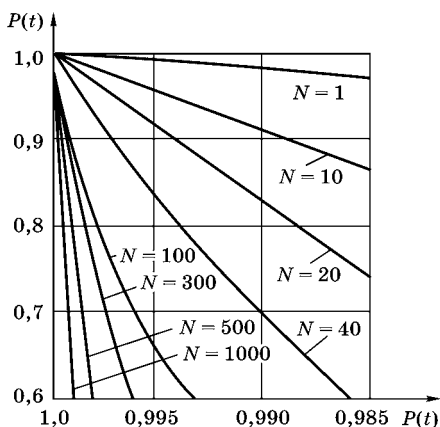
Очевидно, что надежность ЭА, в основном, закладывается при проектировании, конструировании и изготовлении. От работы проектировщика и конструктора прежде всего зависит, как будут работать ЭА в тех или иных условиях эксплуатации. Однако вовсе не следует, что организация процесса эксплуатации не влияет на надежность ЭА, так как обслуживающий персонал может существенным образом изменить надежность ЭА и в сторону уменьшения, и в сторону увеличения.

В процессе проектирования и конструирования используются схемные и конструктивные методы повышения надежности ЭА.

Схемные методы включают:

- создание схем ЭА с минимально необходимым числом элементов;

Рис. 12.1
Зависимость вероятности
безотказной работы
системы от надежности
и числа элементов



- применение резервирования;
- разработку схем ЭА, не допускающих опасных последствий отказов их элементов;
- оптимизацию последовательности работы элементов схемы;
- предварительный расчет надежности проектируемой схемы.

Уменьшение числа элементов при прочих равных условиях приводит к увеличению вероятности безотказной работы ЭА (рис. 12.1), а также благоприятно сказывается на его массе, габаритах и стоимости.

Необходимо помнить, что сокращение числа элементов не должно увеличивать коэффициент нагрузки у оставшихся элементов, в противном случае эффект может быть прямо противоположным.

При резервировании — одном из наиболее эффективных методов повышения надежности ЭА — в конструкции заранее предусматривается замена неисправного элемента исправным.

При создании схем ЭА с ограниченным последствием отказов применяется включение в схемы специальных защитных и предохранительных устройств, которые предотвращают аварийные последствия отказов.

Под оптимизацией последовательности работы элементов схемы ЭА понимается согласование тактов автоматической работы не только по времени, но и по достижении тем или иным параметром заданного значения.

В число *конструктивных методов* повышения надежности входят:

- использование элементов с малой величиной интенсивности отказов при заданных условиях эксплуатации;

- обеспечение благоприятного режима работы элементов;
- рациональный выбор совокупности контрольных параметров;
- рациональный выбор допусков на изменение основных параметров элементов ЭА;
- защита элементов от вибраций и ударов;
- унификация элементов ЭА;
- разработка эксплуатационной документации с учетом опыта применения ЭА, подобных конструируемому;
- обеспечение эксплуатационной технологичности конструкции ЭА (применение встроенных контрольных устройств, автоматизация контроля и индикация неисправностей, удобство подходов для обслуживания и ремонта).

Среди способов повышения надежности при производстве ЭА основными являются следующие:

- совершенствование технологии и организации производства ЭА, его автоматизация;
- применение инструментальных методов контроля качества ЭА при статистически обоснованных выборках;
- тренировка элементов и блоков ЭА.

Перечисленные методы повышения надежности ЭА должны применяться в совокупности с учетом влияния каждого из них на работоспособность ЭА. В тех случаях, когда меры противоречивы, нужно принимать компромиссное решение.

Методы повышения надежности ЭА, применяемые в эксплуатации, могут быть разбиты на две группы. В первую входят все изложенные методы.

На основе изучения опыта эксплуатации инженер-эксплуатационник имеет возможность разработать ряд рекомендаций для проектировщиков и конструкторов, направленных на улучшение качества ЭА (изменение схемы, замена элементов, изменение конструкции, материалов и т. п.). Эти рекомендации согласовываются с конструкторами и вводятся специальными указаниями (доработками). Однако нельзя считать, что в эксплуатации только устраняются ошибки конструктора и производства, хотя доля таких ошибок еще велика.

Вторая группа мероприятий, повышающих качество ЭА при эксплуатации, относится к воздействию обслуживающего персонала. К этим мероприятиям относятся:

- повышение квалификации обслуживающего персонала;
- применение инструментальных методов контроля технического состояния ЭА;

- обоснование объема и сроков проведения профилактических мероприятий, основанных на применении методов теории надежности;
- обоснование сроков службы элементов и состава ЗИПа;
- разработка и внедрение способов прогнозирования неисправностей.

Остановимся на вопросе повышения надежности ЭА в процессе эксплуатации. Существует мнение, что надежность ЭА в процессе эксплуатации можно лишь поддерживать на определенном уровне, который заложен при проектировании и изготовлении. Превзойти же его невозможно.

Действительно, ЭА, находящиеся в эксплуатации, обладают так называемой «встроенной» надежностью с параметром T_{CP} . Это рассчитанное конструктором значение средней наработки до отказа T_{CP} , которое определяется исходя из интенсивности отказов комплектующих элементов λ_i , полученных для условий работы, оговоренных нормами или заказчиком в техническом задании, и необходимости выполнения предписанных инструкций по эксплуатации.

Параметр встроенной надежности можно определить из выражения

$$T_{\text{CP}} = \frac{1}{n} = \frac{1}{n_{\text{пост}} + n_{\text{ВН}}}, \quad (12.1)$$

где n — общее число отказов за период работы t ; $n_{\text{пост}}$ — ожидаемое расчетное число постепенных отказов; $n_{\text{ВН}}$ — среднее число внезапных отказов.

В процессе эксплуатации ЭА имеется возможность активно воздействовать на величину фактического уровня параметра надежности T_{CP} , который способен измениться в зависимости от эффективности обслуживания объектов.

Вероятность выявления дефектного элемента в процессе обслуживания и тем самым предотвращения постепенного отказа в интервале времени t :

$$P(t) = \frac{n_{\text{пост}}}{n_{\text{пост}} + n_{\text{ВН}}} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{t_n}\right) \right), \quad (12.2)$$

где t_n — среднее время, затрачиваемое на обнаружение дефектного элемента (зависит от числа обслуживаемых элементов, методики и производительности аппарата прогнозирования, а также от квалификации и опыта работы обслуживающего инженерно-технического состава).

Таким образом, величина $P(t)$ определяется процессом эксплуатации ЭА. Поэтому число постепенных отказов может быть фактически уменьшено до значения

$$n_{\text{пост}}^{\partial} = n_{\text{пост}}(1 - P) < n_{\text{пост}}. \quad (12.3)$$

В случае, когда реальные условия эксплуатации мало отличаются от расчетных или оговоренных разработчиком, усилиями обслуживающего персонала воздействие факторов внешней среды может быть ослаблено и, следовательно, интенсивность отказов λ_{∂} элемента в условиях эксплуатации будет меньше расчетной λ_i . Тогда число внезапных отказов элементов уменьшится:

$$n_{\text{ВН}}^{\partial} = \lambda_{\partial} t < n_{\text{ВН}}. \quad (12.4)$$

В процессе эксплуатации общее число отказов может быть уменьшено, и

$$T_{\text{СР}\partial} = \frac{e}{n_{\text{пост}}^{\partial} + n_{\text{ВН}}^{\partial}} > T_{\text{СР}}. \quad (12.5)$$

Такова сущность активного воздействия эксплуатационных мероприятий по повышению надежности.

Ряд мероприятий по повышению надежности ЭА может быть отнесен к категории организационных:

- постановка широких экспериментальных исследований надежности ЭА на всех этапах их разработки, изготовления и эксплуатации;
- создание единой системы информации о работоспособности ЭА;
- обоснование, выбор и включение в ТЗ норм надежности;
- организация доработок и рекламационная практика.

Очевидно, что приведенный перечень путей по повышению надежности ЭА представляет собой весьма широкий комплекс мероприятий. Рассмотрим несколько подробнее основные методы повышения надежности систем.

12.2. РЕЗЕРВИРОВАНИЕ КАК МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Один из способов повышения характеристик надежности сложных ЭА — резервирование ответственных блоков. Однако он ведет к усложнению ЭА, увеличению массы и стоимости. Каким же образом зарезервировать блоки (элементы), чтобы при допустимой массе, стоимости и габаритах получить максимальный выигрыш надежности?

Надежность ЭА в зависимости от способов резервирования

Способ резервирования	Вероятность безотказной работы системы $P(t)$	Средняя наработка системы до отказа T_{CP}	Интенсивность отказов системы $\Lambda(t)$
Общее резервирование с постоянно включенным резервом	$1 - (1 - e^{-\Lambda_0 t})^{m+1}$	$\frac{1}{\Lambda_0} \sum_{i=0}^m \frac{1}{i+1}$	$\Lambda_0 (m+1) \frac{(1 - e^{-\Lambda_0 t})^m}{\sum_{i=0}^m (1 - e^{-\Lambda_0 t})^i}$
Общее резервирование с заменением (резерв «теплым»)	$e^{-\Lambda_0 t} \left[1 + \sum_{i=0}^m \frac{b_i}{i!} (1 - e^{-\Lambda_0 t})^i \right];$ $P_{m+1}(t) = P_m(t) - \frac{b_m}{m!} e^{-\Lambda_0 t} (1 - e^{-\Lambda_0 t})^m$	$\frac{1}{\Lambda_0} \sum_{i=0}^m \frac{1}{1 + i \frac{\Lambda_1}{\Lambda_0}}$	$\Lambda_0 \left[1 - \frac{\Lambda_1}{\Lambda_0} e^{-\Lambda_1 t} \frac{\sum_{i=0}^m \frac{b_i}{i!} (1 - e^{-\Lambda_0 t})^{i-1}}{1 + \sum_{i=0}^m \frac{b_i}{i!} (1 - e^{-\Lambda_0 t})^i} \right]$
Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом	$1 - (1 - e^{-\Lambda_0 t})^{m+1}$	$\frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{N-1} (-1)^i C_{N-1}^i \sum_{j=1}^{m+1} \frac{1}{im+j+i} =$ $= \frac{(N-1)!}{\lambda(m+1)!} \sum_{k=1}^m v_k (v_k + 1) \dots (v_k + N - 1)$	$\Lambda_0 (m+1) \frac{(1 - e^{-\lambda t})^m}{\sum_{i=0}^m (1 - e^{-\lambda t})^i}$
Общее резервирование с дробной кратностью и постоянно включенным резервом	$\sum_{i=0}^k C_i^k \sum_{j=0}^k (-1)^j C_i^j e^{-\Lambda_0 (1-i+j)t}$	$\frac{1}{\Lambda_0} \sum_{i=0}^k \frac{1}{n+1}$	$\frac{\Lambda_0 \sum_{i=0}^k C_i^k \sum_{j=0}^k (-1)^j C_i^j (1-i+j) e^{-\Lambda_0 (1-i+j)t}}{\sum_{i=0}^k C_i^k \sum_{j=0}^k (-1)^j C_i^j e^{-\Lambda_0 (1-i+j)t}}$
Скользящее резервирование и идеальный автомат надежности	$e^{-\Lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{m! (\Lambda_0 t)^i}{i!}$	$\frac{m+1}{\Lambda_0}$	$\frac{\Lambda_0^{m+1} t^m}{m! \sum_{i=0}^m \frac{(\Lambda_0 t)^i}{i!}}$
Скользящее резервирование и неидеальный автомат надежности	$e^{-\Lambda t} \left[\sum_{i=0}^m \left(\frac{\Lambda_0}{\Lambda_a} \right)^i - \frac{\Lambda_0}{\Lambda_a} e^{-(\Lambda_0 + \Lambda_a) t} \right] \times$ $\times \sum_{i=0}^m \frac{\Lambda_0^i}{(\Lambda_0 + \Lambda_a)^{i+1}}$	$\frac{\sum_{i=0}^m \left(\frac{\Lambda_0}{\Lambda_a} \right)^i}{\Lambda_0} - \frac{\Lambda_0 \sum_{i=0}^m \frac{b_i}{i!} \frac{\Lambda_0^i}{(\Lambda_0 + \Lambda_a)^{i+1}}}{\Lambda_a}$	—

Свойства различных видов резервирования можно выяснить, проанализировав выигрыш надежности по основным количественным характеристикам. В настоящее время за критерий качества ЭА с позиции надежности принимается следующий: он считается абсолютно надежным, если отказ одного любого элемента не приводит к отказу всего ЭА. Реализация этого критерия на практике осуществляется путем поэлементного или поблочного резервирования.

Оценим эффективность различных способов резервирования, приняв за критерии качества вероятность и среднюю наработку до отказа и сделав следующие упрощающие предположения:

- все элементы ЭА равнонадежны;
- поток отказов элементов является простейшим;
- кратность резервирования элементов одинакова.

При принятых допущениях основные количественные характеристики надежности системы выражаются формулами, приведенными в табл. 12.1, где приняты следующие обозначения: Λ_0 — интенсивность отказов нерезервированной системы; λ — интенсивность отказов элементов; λ_a — интенсивность отказов автомата надежности; m — кратность резервирования; N — число элементов в системе; k — число элементов, отказ которых не приводит к отказу ЭА.

Если при принятых допущениях вероятность и средняя наработка до отказа нерезервированной системы выражается формулами

$$\left. \begin{aligned} P_0(t) &= \exp(-N\lambda t); \\ Q_0(t) &= 1 - P_0(t); \\ T_{CP} &= \frac{1}{N\lambda}, \end{aligned} \right\} \quad (12.6)$$

то выигрыш надежности резервированного ЭА по сравнению с нерезервированным будет

$$G_Q = \frac{Q}{Q_0}; \quad G_T = \frac{T_{CP}}{T_{CP_0}}; \quad G_\lambda = \frac{\Lambda}{\Lambda_0}. \quad (12.7)$$

На рис. 12.2...12.4 показаны зависимости выигрыша надежности при различных кратностях резервирования и способах резервирования.

Сплошной линией на рисунках показаны кривые для случая резервирования с целой кратностью, пунктирной — с дробной кратностью. Из анализа табл. 12.1 и рис. 12.2...12.4 следуют важные свойства резервирования.

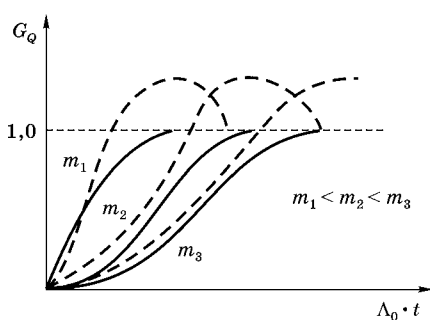


Рис. 12.2
Выигрыш надежности
по вероятности отказа

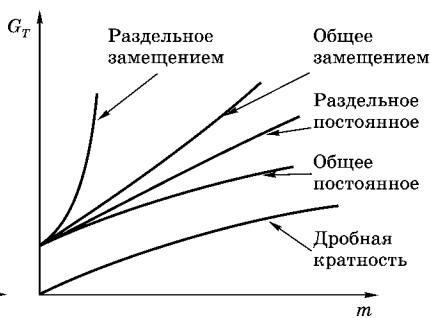


Рис. 12.3
Выигрыш надежности
по средней наработке до отказа

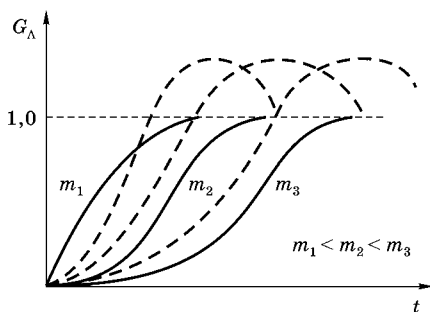


Рис. 12.4
Выигрыш надежности по интенсивности
отказов безотказной работы систем

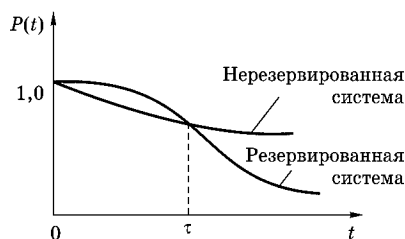


Рис. 12.5
Соотношение вероятности
при резервировании
с дробной кратностью

1. Интенсивность отказов резервированного ЭА всегда начинается с нуля независимо от интенсивности отказов нерезервируемого ЭА. По мере увеличения времени эксплуатации ЭА интенсивность отказов резервированного ЭА асимптотически стремится к интенсивности отказов нерезервированного ЭА. При резервировании с дробной кратностью интенсивность отказов резервированного ЭА при определенных значениях m и t может быть больше интенсивности отказов нерезервированного ЭА. Это означает, что ЭА, у которого применено резервирование с дробной кратностью, может быть менее надежным, чем нерезервированный.

Из рис. 12.5 видно, что существует такое критическое значение времени работы τ , выше которого резервирование с дробной кратностью нецелесообразно.

2. Выигрыш надежности по вероятности отказа тем больше, чем меньше интенсивность отказов нерезервированного ЭА, т. е.

чем более надежный ЭА резервируется. Это основное противоречие всякого резервирования приводит к тому, что для повышения надежности ЭА необходима высокая кратность резервирования.

При схемной реализации любого резервирования, кроме скользящего, значительное увеличение массы ЭА приводит к менее значительному увеличению средней наработки до отказа.

12.3. СПОСОБЫ УМЕНЬШЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ОТКАЗОВ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Вероятность безотказной работы ЭА, интенсивность отказов которого уменьшена в k раз, составляет

$$P(t) = \exp\left(-\frac{\Lambda_0 t}{k}\right). \quad (12.8)$$

Тогда выигрыш надежности:

$$\left. \begin{aligned} G_Q &= \frac{1 - \exp\left(-\frac{\Lambda_0 t}{k}\right)}{1 - \exp(-\Lambda_0 t)}; \\ G_T &= k; \\ G_\Lambda &= \frac{1}{k}. \end{aligned} \right\} \quad (12.9)$$

Зависимости $G_Q(\Lambda_0, t)$ при различных k приведены на рис. 12.6. Из этого рисунка и выражения (12.9) видно, что при малых Λ_0, t выигрыш надежности по средней наработке растет пропорционально k . Следовательно, уменьшение интенсивности отказов может привести к существенному повышению надежности ЭА.

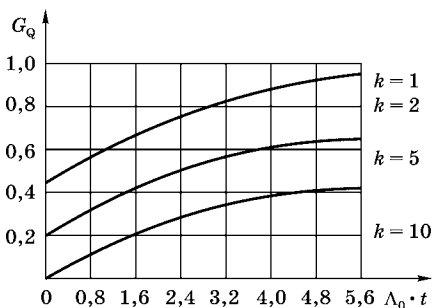


Рис. 12.6
Зависимость выигрыша надежности от значений интенсивности отказов

Эффективными методами понижения интенсивности отказов ЭА являются:

- применение наиболее надежных элементов;
- отбраковка («выжигание») малонадежных элементов ЭА;
- облегчение режимов работы элементов.

Остановимся на них подробнее.

Выбор наиболее надежных элементов. При проектировании и конструировании сложных ЭА недопустимо применение элементов с устаревшими характеристиками. Необходимо производить тщательный отбор даже среди рекомендованных типов элементов. С этой целью разрабатываются специальные нормы надежности элементов.

В зависимости от количества входящих в ЭА элементов требуются различные уровни их надежности. Кроме этого, при выборе элементов необходимо учитывать реальные условия эксплуатации ЭА. Значения интенсивностей отказов элементов, определенные в лабораторных (заводских) условиях, нуждаются в обязательной корректировке на действительные условия работы.

Отбраковка (выжигание) малонадежных элементов ЭА. Уменьшить интенсивность отказов можно путем отбраковки, или выжигания, элементов, имеющих конструктивные и производственные дефекты. Для этого осуществляется тщательная тренировка элементов ЭА в тяжелых условиях работы. Идея метода выжигания дефектных элементов состоит в исключении начального участка λ -характеристики (рис. 12.7).

Режим выжигания элементов выбирается на основании анализа кривых $\lambda = f(t)$. Для большинства элементов с увеличением коэффициента нагрузки K_H кривая $\lambda = f(t)$ смещается влево вверх (рис. 12.8),

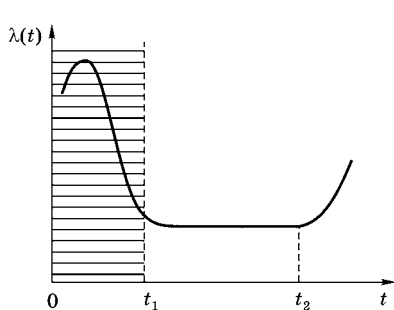


Рис. 12.7

Повышение надежности путем исключения периода приработки

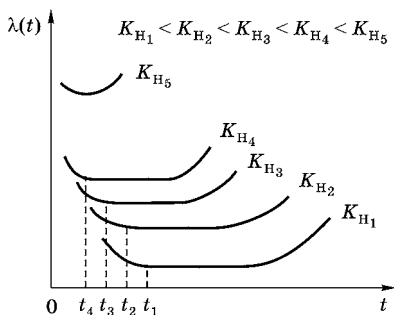


Рис. 12.8

Вид зависимости $\lambda(t)$ при различных режимах работы элементов

при этом участок $\lambda = \text{const}$ сокращается, и начало этого участка смещается влево.

Численные значения K_H времени выжигания определяются путем проведения специальных испытаний элементов при различных коэффициентах нагрузки и на основании статистических данных об отказах этих элементов. По этим сведениям строятся кривые $\lambda = f(t)$ и по их характеру устанавливаются коэффициент нагрузки и время выжигания.

Если интенсивность отказов по статистическим данным сохраняет постоянную величину, а параметры элемента уходят за допустимые пределы, то такой режим выжигания является недопустимым.

Облегчение режимов работы элементов. Снижение нагрузки элементов, уменьшение их тепловых, вибрационных и других режимов приводит к уменьшению вероятности появления отказа. Поэтому облегчение режимов работы является одним из возможных путей повышения надежности ЭА. В большинстве современных ЭА элементы работают в разгруженном режиме. Изменение интенсивности отказов в номинальном (кривая 1) и недогруженном (кривая 2) режимах работы элементов показано на рис. 12.9.

Из рисунка видно, что при разгруженном режиме работы элементов интенсивность отказов в течение периода нормальной эксплуатации T_2'' остается постоянной; ее величина уменьшается по сравнению с интенсивностью отказов при номинальном режиме работы, а длительности периодов приработки T_2' и нормальной эксплуатации увеличиваются.

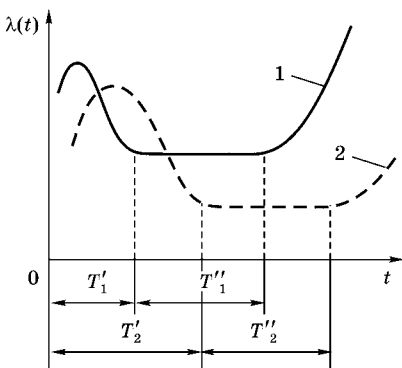


Рис. 12.9
Влияние коэффициента
нагрузки на $\lambda(t)$

Для ряда элементов в настоящее время определены зависимости интенсивности отказов от коэффициента нагрузки K_H . Например, зависимость интенсивности отказов электронных элементов ЭА от значений K_H довольно точно можно представить формулой

$$\lambda = aK_H[(bK_H)^2 + 1]^{nK_H}, \quad (12.10)$$

где a, b, n — коэффициенты, зависящие от типа элемента.

Из (12.10) следует, что облегчать режимы работы особенно

выгодно в том случае, если элементы работают в перегруженном режиме. Если же элементы работают в режимах, близких к номинальным, то дальнейшее понижение коэффициента нагрузки дает менее значительный эффект.

Облегчение режимов работы элементов практически означает, что в ЭА ставятся элементы, имеющие запас по прочности или мощности. Однако при замене элементов одного типа другим необходимо обращать внимание не только на их прочность, но и на зависимость интенсивности отказов от значения коэффициента нагрузки.

12.4. СОКРАЩЕНИЕ ВРЕМЕНИ НЕПРЕРЫВНОЙ РАБОТЫ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ С ЦЕЛЬЮ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

При экспоненциальном распределении времени появления отказов в ЭА в выражениях для основных количественных характеристик надежности значения Λ и t входят в виде произведений. Это означает, что сокращение времени работы ЭА эквивалентно уменьшению интенсивности отказов. Поэтому, если при проектировании ЭА имеются возможности сокращения времени непрерывной работы, то с точки зрения повышения надежности указанные возможности необходимо реализовать.

Для отдельных видов ЭА важным является такое свойство, как готовность к действию. Готовность ЭА к выполнению своих функций, как известно, характеризуется коэффициентом готовности

$$K_{\Gamma} = \frac{T_{\text{CP}}}{T_{\text{CP}} + T_{\text{B}}}.$$

Уменьшение времени восстановления T_{B} при прочих равных условиях позволяет увеличить вероятность исправного состояния ЭА в любой момент времени, т. е. повысить его готовность.

Время восстановления работоспособности ЭА после отказа зависит от множества факторов. Уменьшение каждой из его составляющих достигается широким комплексом мероприятий, применяемых как в процессе создания ЭА, так и при его эксплуатации.

Мероприятия по улучшению восстанавливаемости ЭА на этапе их создания, в основном, сводятся к следующим:

- автоматизация трудоемкого процесса обнаружения неисправностей;
- автоматизация контроля основных параметров и режимов работы ЭА;

- резервирование;
- рациональное конструирование (блочная конструкция, доступность и удобство монтажа и т. п.);
- разработка рациональной эксплуатационной документации. Отмеченные факторы влияют на следующие показатели:
- среднее время пребывания ЭА в ожидании ремонта и его проведения;
- среднее время доставки запасных элементов;
- среднее время удовлетворения рекламаций;
- необходимое количество запасных элементов, которое следует иметь в ЗИПе и др.

Усилия обслуживающего персонала должны быть направлены на проведение наиболее эффективных мероприятий по повышению восстанавливаемости ЭА, основными из которых являются:

- повышение квалификации обслуживающего персонала и приобретение ими устойчивых навыков поиска и замены отказавших элементов;
- обоснование рациональной периодичности и объема профилактических мероприятий;
- определение оптимального состава ЗИП;
- обоснование и разработка оперативной системы снабжения;
- совершенствование методов эксплуатации и систем учета и отчетности;
- усовершенствование эксплуатационной документации.

12.5. ВЛИЯНИЕ ПЕРИОДИЧНОСТИ И ОБЪЕМА ПРОФИЛАКТИЧЕСКИХ МЕРОПРИЯТИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Поддержание требуемого уровня надежности элементов ЭА — одна из основных задач по обеспечению их высокой безопасности и живучести. Среди мероприятий по повышению надежности при эксплуатации ЭА важное место отводится техническому обслуживанию (ТО).

Под **техническим обслуживанием** понимается комплекс организационных и технических мероприятий, направленных на предупреждение отказов. К его основным задачам относятся:

- предупреждение ускоренного износа, коррозии и старения;
- поддержание основных технических характеристик оборудования на заданном уровне;
- продление межремонтных сроков эксплуатации.

Основу ТО составляют профилактические работы и регламентные проверки. Профилактические работы (профилактика) проводятся периодически с целью выявления ненадежных, отказавших или неисправных элементов, а также для установления причин, способствующих возникновению отказов. Содержанием профилактических работ является чистка, механические, смазочные, контрольно-регулирующие работы.

В энергетике профилактические работы носят название планово-предупредительных ремонтов (ППР). Сущность влияния профилактики на надежность оборудования (в том числе и ЭА) можно пояснить с помощью кривых рис. 12.10...12.12.

Кривая 1 рис. 12.10 выражает изменение вероятности $P(t)$ без отказной работы оборудования в предположении отсутствия профилактики.

Так как реально на оборудовании проводятся профилактические работы, при которых выявленные неисправности устраняются, то кривая $P(t)$ получает характерный, так называемый, «пилообразный» вид (кривая 2). В моменты t_i на оборудовании выполняются профилактические работы, и в дальнейшем кривая $P(t)$ имеет начало на линии, близкой к максимальному значению вероятности исправной работы. Из-за воздействия на оборудова-

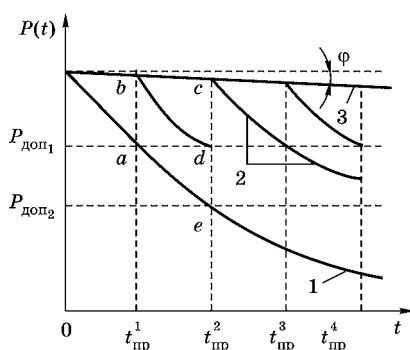


Рис. 12.10
Влияние периодичности профилактики на надежность восстанавливаемого оборудования

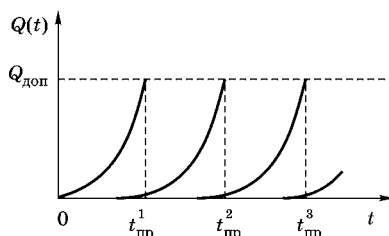


Рис. 12.11
Выбор периодичности профилактики при внезапных отказах и полной восстанавливаемости

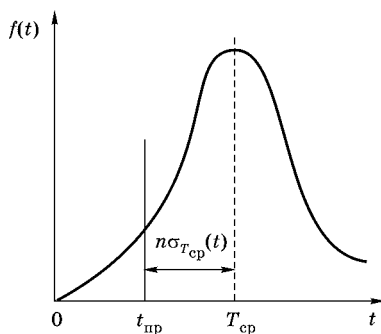


Рис. 12.12
Выбор периодичности профилактики при постепенных отказах

ние при эксплуатации факторов внешней среды надежность их постепенно ухудшается. Кроме того, после выполнения профилактики могут остаться неисправные элементы, которые не были обнаружены обслуживающим персоналом в ходе проверки работоспособности объектов. Следовательно, и количественно это должно отражаться наклоном линии относительно прямой, соответствующей максимуму вероятности $P(t)$ в момент времени $t = 0$ (угол φ). Назовем эту линию линией ухудшения (прямая 3, рис. 12.10). Принципиально линия ухудшения может быть не прямой и иметь начало на оси ординат не обязательно в точке, соответствующей $P(t = 0) = 1$, потому что сложные объекты по статистике отказов, покидая завод-изготовитель, не имеют вероятности безотказной работы, равной единице.

Участок ab кривой 2 (см. рис. 12.10) показывает, насколько восстанавливается надежность оборудования при проведении профилактики. Недовосстановление надежности до начальной величины с течением времени эксплуатации, как правило, растет, следовательно, может наступить такой момент, когда надежность оборудования не будет восстанавливаться за счет профилактики. Тогда необходимо проводить более эффективные работы (средний или капитальный ремонт).

Снижение надежности в недопустимых пределах (на рис. 12.10 ниже значений $P_{\text{доп1}}$ и $P_{\text{доп2}}$) может привести к частым отказам в работе ЭА. Значение допустимой вероятности $P_{\text{доп}}$ выбирается на основании анализа эффективности данного оборудования.

Из рис. 12.10 следует, что периодичность выполнения профилактики существенным образом влияет на значение вероятности безотказной работы $P(t)$. Так, если периодичность профилактики на ЭА равна промежутку времени от момента $t = 0$ до $t = t_2$ и т. д. до $t = t_{2m}$, то значение вероятности безотказной работы описывается «зубом пилы» $1,0 - e - c$. С уменьшением времени между профилактическими работами в два раза вероятность безотказной работы систем повышается и определяется «зубом пилы» $1,0 - a - b$, $b - d - c$ и т. д.

Таким образом, при назначении периодичности профилактики необходимо промежутки времени между циклами работ выбирать, стремясь обеспечить требуемое значение вероятности безотказной работы.

Планирование профилактики зависит от того, насколько вероятны ожидаемые отказы различной природы. Если отказы — редкие события и носят характер внезапных отказов, то не имеет

смысла проводить частые плановые замены элементов ЭА, поскольку заменяемый элемент не будет менее надежен, чем новый, и замена его может привести не к повышению, а к снижению надежности. При постепенных отказах плановая замена элементов может существенно повысить надежность системы, если замена своевременна, — преждевременная замена экономически невыгодна, а запаздывание в замене не предупреждает отказа. Таким образом, разработка стратегии профилактических работ (выбор сроков, объема, последовательности, глубины и тщательности) зависит от характера потока отказов и восстановления, вида отказов, требований к надежности и экономической целесообразности.

Кроме безотказности на выбор длительности промежутка времени между циклами профилактических работ оказывают влияние следующие факторы:

- период эксплуатации и характер применения оборудования;
- долговечность элементов;
- стоимость;
- характер возможных последствий отказов.

Время профилактической проверки работоспособности оборудования назначается, исходя из следующих соображений.

1. При нормальном периоде эксплуатации, когда $\Lambda(t) = \text{const}$ и известно значение допустимого снижения надежности $P_{\text{доп}}$ или $Q_{\text{доп}}$, время профилактики выбирается с учетом того, чтобы вероятность появления отказа не превышала допустимого значения (рис. 12.11):

$$Q(t) \leq Q_{\text{доп}} = 1 - \exp(-\Lambda t); \quad t_{\text{пр}} \leq \frac{\ln(1 - Q_{\text{доп}})}{\Lambda}. \quad (12.11)$$

2. Для определения времени календарного обслуживания оборудования, работающего длительно в непрерывном режиме и ориентированного на замену элементов, выработавших ресурс, предварительно оценивается средняя наработка до постепенного отказа $T_{\text{ср}}$ и среднее квадратическое отклонение наработки $\sigma_{T_{\text{ср}}}(t)$ (рис. 12.12).

Тогда

$$t_{\text{пр}} = T_{\text{ср}} - n\sigma_{T_{\text{ср}}}(t), \quad (12.12)$$

где число n выбирается таким, чтобы вероятность отказа была меньше допустимой вероятности.

3. На λ -характеристиках оборудования в различные моменты времени могут появляться «горбы» (рис. 12.13), характеризующие

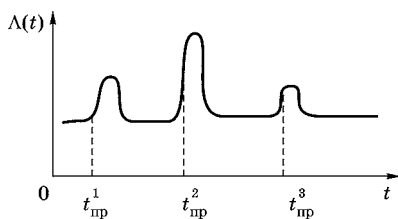


Рис. 12.13
Вид интенсивности отказов
оборудования с заменой
критических элементов

различный ресурс элементов (могут быть элементы с различной механической и электрической прочностью).

Естественно, что в моменты $t_{\text{пр}}^1$, $t_{\text{пр}}^2$, $t_{\text{пр}}^3$ целесообразно проведение профилактики соответствующего объема (глубины).

4. Для оборудования, работающего в дежурном режиме (системы управления, защиты и безопасности), весьма важно, чтобы профилактика не снижала обобщенный показатель надежности:

$$R = K_{\text{ТИ}} P(t), \quad (12.13)$$

где

$$K_{\text{ТИ}} = \frac{t_{\text{СУМ}}}{t_{\text{СУМ}} + t_{\text{ПР}} + t_{\text{РЕМ}}}$$

— коэффициент технического использования; $t_{\text{СУМ}}$ — суммарная наработка; $t_{\text{РЕМ}}$ — время ремонта; $t_{\text{ПР}}$ — время, затрачиваемое на профилактику.

5. Работы по техническому обслуживанию сложных ЭА в процессе эксплуатации можно осуществлять двумя способами: проводить регулярно, через заранее выбранные промежутки времени (в том числе рассчитанные оптимально) по моделям типа (12.11)...(12.12) или сначала измерять некоторые параметры ЭА, которые изменяются в результате действия внешних факторов и старения, а затем решать вопрос о проведении того или иного вида работ по ТО, т. е. организовывать его в зависимости от фактического состояния ЭА. Организация такого ТО получила название эксплуатации по состоянию. При эксплуатации оборудования по состоянию используется более глубокая информация о техническом состоянии ЭА, чем при календарном ТО, когда в основу эксплуатации ЭА закладывается информация только о моментах отказов.

При организации эксплуатации по состоянию возникают следующие задачи:

- выбор минимального необходимого числа контролируемых параметров, несущих достаточную информацию о состоянии ЭА в любой момент времени;

- обоснование допустимых областей изменения выбранных для контроля параметров;
- разработка алгоритмов математического обеспечения для обоснования программ эксплуатации по состоянию;
- создание технических средств контроля и диагностирования, регистрации и оперативной обработки измеряемой информации.

12.6. ОБЕСПЕЧЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНОГО СОСТАВА ЗАПАСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КАК СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Опыт эксплуатации сложных ЭА показывает, что время восстановления работоспособности после отказа существенным образом зависит от наличия запасных элементов. Их отсутствие даже при хорошей ремонтпригодности ЭА приводит к значительному увеличению времени восстановления. При эксплуатации ЭА высокой готовности к действию отсутствие запасных элементов увеличивает время восстановления в 10...20 раз.

В настоящее время стоимость элементов ЗИПа достигает 20% и более от общей стоимости оборудования. Содержание этих элементов сопряжено также с большими экономическими затратами. При этом может оказаться, что большое увеличение стоимости ЗИПа не даст существенного эффекта в уменьшении времени простоя, т. е. фактические затраты не оправдают полученного выигрыша.

Анализ состава и расхода ЗИПа в сложных ЭА показывает, что по отдельным типам элементов запас превосходит потребности и они «залеживаются», в то время как некоторых других элементов явно недостаточно.

Из изложенного следует, что внедрение в практику научно-обоснованных методов расчета количественного состава ЗИПа к дорогостоящему оборудованию приведет к повышению его характеристик восстанавливаемости и достижению большего экономического эффекта. Поэтому имеет практическое значение нахождение количественных соотношений между числом запасных элементов и вероятностью того, что на заданном интервале времени работы t данный ЭА не будет простаивать из-за их отсутствия, а также надежностью элементов и стоимостью ЗИПа.

Задача расчета количественного состава ЗИПа в общем виде может быть сформулирована следующим образом. Имеется система

непрерывного действия, которую можно представить в виде комплекса, состоящего из N однотипных последовательно соединенных по надежности элементов с интенсивностью отказов, равной λ . Поток отказов считаем простейшим ($\Lambda = N\lambda$). Требуется определить необходимое число запасных элементов для обеспечения бесперебойной работы ЭА в течение времени t .

Предположим, что отказавший элемент не восстанавливается. При этом вместо него каждый раз из запаса будет изыматься новый элемент, поэтому число израсходованных элементов z за время t будет равно числу отказов n , возникших в ЭА за это же время. Вероятность $P_z(t)$ того, что за время t система потребует точно z запасных элементов (число замен), определится по формуле Пуассона:

$$P_z(t) = \frac{(\Lambda t)^z}{z!} \exp(-\Lambda t); \quad z = 0, 1, 2, \dots, i, \dots, \infty. \quad (12.14)$$

Среднее число расходуемых элементов z_{CP} за время эксплуатации t :

$$\begin{aligned} z_{\text{CP}} &= M\{z\} = \sum_{z=1}^{\infty} z P_z(t) = \sum_{z=1}^{\infty} \frac{(\Lambda t)^z}{z!} \exp(-\Lambda t) = \\ &= \exp(-\Lambda t) \Lambda t \sum_{z=1}^{\infty} \frac{(\Lambda t)^{z-1}}{(z-1)!} = \exp(-\Lambda t) \Lambda t \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(\Lambda t)^s}{s!} \Lambda t, \end{aligned} \quad (12.15)$$

где $s = z - 1$.

В силу случайности возникающих отказов ЭА может потребовать либо большее, либо меньшее число запасных элементов, чем z_{CP} . Поэтому гарантийная вероятность того, что за время t будет израсходовано не больше, чем z_{CP} запасных элементов, равна всего лишь 50%.

На практике при эксплуатации ЭА, особенно в условиях, затрудняющих доставку запасных элементов, гарантийная вероятность того, что потребуется больше, чем z_{CP} запасных элементов (т. е. вероятность того, что ЭА не будет простаивать из-за отсутствия запасных элементов), равная 50%, явно недостаточна.

Определить число запасных элементов z_γ , если требуется заданная гарантийная вероятность в работоспособности системы γ , можно из соотношения

$$\gamma = P_{z_\gamma} = \exp(-\Lambda t) \sum_{i=0}^{z_\gamma} \frac{(\Lambda t)^i}{i!} = \exp(-z_{\text{CP}}) \sum_{i=0}^{z_\gamma} \frac{(z_{\text{CP}})^i}{i!}. \quad (12.16)$$

На рис. 12.14 изображен график зависимости гарантийной вероятности γ от параметра $z_{\text{CP}} = \Lambda t$ при некоторых значениях числа z_γ ; пользуясь им, легко найти z_γ .

Рис. 12.14
Соотношения z_γ и $z_{\text{ср}}$
при заданном значении
вероятности γ

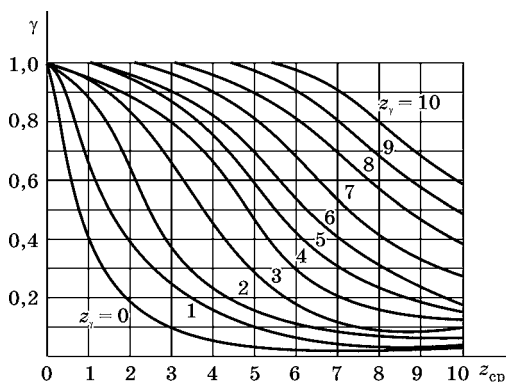
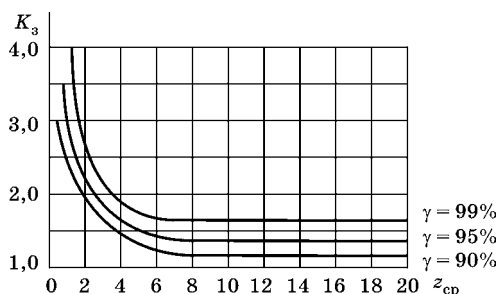


Рис. 12.15
График зависимости K_3
от значений $z_{\text{ср}}$ и γ



Введем коэффициент запаса

$$K_3 = \frac{z_\gamma}{z_{\text{ср}}}. \quad (12.17)$$

Следовательно, для обеспечения высокой вероятности выполнения системой своих функций в запасе необходимо иметь не $z_{\text{ср}}$, а $z_\gamma = K_3 z_{\text{ср}}$ элементов.

Коэффициент запаса $K_3 > 1$ рассчитывается из выражения (12.16) в зависимости от задаваемого значения вероятности γ . На рис. 12.15 построен график зависимости $K_3 = f(z_{\text{ср}}, \gamma)$.

В общем случае при расчете числа запасных элементов необходимо учитывать не только интенсивность отказов λ , но и другие эксплуатационные расходы, обусловленные, например профилактической заменой элементов $z_{\text{пр}}$, уходом параметров элементов при хранении $z_{\text{хр}}$, расходом элементов при транспортировке и т. п.

Таким образом, суммарное эксплуатационное количество запасных элементов z_Σ можно представить в виде суммы:

$$z_\Sigma = z_\gamma + z_{\text{пр}} + z_{\text{хр}}. \quad (12.18)$$

В частности, при допущении простейшего потока отказов при хранении, значение $z_{\text{ХР}}$ можно рассчитать по изложенной выше методике и полагать, что

$$z_{\text{ХР}} = K_3 + \lambda_{\text{ХР}} N t_{\text{ХР}}, \quad (12.19)$$

где $\lambda_{\text{ХР}}$ — интенсивность отказов элементов при хранении; N — количество хранящихся элементов (N может быть равно $z_{\text{Г}}$); $t_{\text{ХР}}$ — время хранения элементов.

Очевидно, что не все элементы ЗИПа будут храниться до конца срока $t_{\text{ХР}}$, так как часть их расходуется в течение этого срока. Поэтому значение $z_{\text{ХР}}$ может быть уменьшено. Например, если предположить расход элементов ЗИПа в течение срока $t_{\text{ХР}}$ равномерным, то приближенно оно составит

$$z_{\text{ХР}}^* = 0,5 K_3 + \lambda_{\text{ХР}} N t_{\text{ХР}}. \quad (12.20)$$

Если для некоторых типов элементов индивидуальный ЗИП небольшой, то экономически выгодно по этим элементам иметь групповой ЗИП, имеющий наибольшие преимущества перед индивидуальным при малых значениях $z_{\text{СР}}$.

Таким образом, изложенная методика позволяет рассчитать гарантированное число запасных элементов, необходимое для обеспечения нормального функционирования ЭА в течение заданного времени.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. По каким признакам классифицируются методы повышения надежности ЭА?
2. Какие вы знаете схемные методы повышения надежности?
3. Расскажите о конструктивных методах повышения надежности ЭА.
4. С помощью каких методов повышается надежность на этапе изготовления ЭА?
5. Поясните методы, с помощью которых повышается качество ЭА при эксплуатации.
6. Если надежность ЭА закладывается при проектировании и конструировании, а реализуется в процессе производства, возможно ли повышение надежности на этапе эксплуатации? Докажите.
7. Все ли виды резервирования одинаково влекут за собой повышение надежности ЭА?
8. Как количественно оценивается выигрыш надежности при резервировании?
9. Возможно ли, чтобы надежность у нерезервированного ЭА была выше, чем у резервированного? Если да, то в каких случаях?
10. Всегда ли увеличение массы ЭА при резервировании ведет к пропорциональному повышению надежности?

11. В каких интервалах времени жизни ЭА выгоднее резервировать его элементы?
12. Что такое отбраковка или «выжигание» малонадежных элементов в ЭА?
13. Происходит ли повышение надежности ЭА при снижении нагрузки, действующей на них?
14. Если доказано, что в ЭА имеет место экспоненциальное распределение наработки до отказа, то эквивалентно ли сокращение времени непрерывной работы ЭА уменьшению интенсивности отказов?
15. Как влияет уменьшение времени восстановления ЭА при отказе на готовность ЭА?
16. Перечислите мероприятия, ведущие к улучшению восстанавливаемости ЭА.
17. Дайте определение понятиям «техническое обслуживание» и «планово-предупредительный ремонт».
18. Какой вид приобретает кривая вероятности безотказной работы восстанавливаемого ЭА?
19. Какие факторы влияют на выбор длительности промежутка времени между циклами профилактических работ?
20. Что такое организация эксплуатации ЭА по состоянию?
21. Как связаны между собой время восстановления ЭА и наличие запасных элементов?
22. Сформулируйте задачу расчета количественного состава ЗИПа.
23. Что такое «гарантийная вероятность» при расчете числа запасных элементов ЭА?
24. Напишите аналитические соотношения для расчета числа запасных элементов ЭА.
25. Как вы понимаете термины «индивидуальный» и «групповой ЗИП»?
26. Какие соображения применяются при оценке оптимального состава ЗИП?

ПЛАНИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА НАДЕЖНОСТЬ

13.1. ЗАДАЧИ ИСПЫТАНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА НАДЕЖНОСТЬ

Основной задачей испытаний на надежность является оценка экспериментальным путем количественных показателей надежности испытываемых ЭА. В результате испытаний могут быть оценены показатели безотказности, долговечности, сохраняемости и ремонтпригодности.

Не менее важно выяснить и тщательно проанализировать причины отказов и неисправностей и разработать рекомендации по устранению этих причин и повышению надежности.

Особенность испытаний на надежность состоит в том, что в результате определяется количественная характеристика надежности ЭА, которая носит вероятностный характер. Испытания сводятся к тому, что некоторое число однотипных ЭА включается в работу в реальных условиях эксплуатации или в условиях, максимально к ним приближенных. За работающими ЭА ведется наблюдение, в процессе которого фиксируется первичная статистика — время работы, моменты появления отказов, время восстановления после отказа и др. Она служит исходным материалом для получения оценок характеристик надежности.

Объектами испытаний могут быть ЭА различных типов. В зависимости от целей, которые ставятся перед испытаниями на надежность, они подразделяются на определительные и контрольные. Первые

проводятся с целью оценки фактической надежности испытываемых ЭА, в результате могут быть получены либо точечные, либо интервальные оценки показателей надежности. Вторые — с целью оценки соответствия фактического уровня надежности испытываемых ЭА заданному. При их проведении не оценивается количественно показатель надежности, а определяется, хуже или лучше заданного уровень надежности испытываемых ЭА. Поскольку в результате контрольных испытаний получают меньше информации о надежности ЭА, они менее трудоемки по сравнению с определительными.

Испытания на надежность — один из видов всесторонних испытаний, которым подвергаются ЭА в процессе производства и сдачи заказчику. Рассмотрим принятую в настоящее время систему испытаний опытных образцов и серийной продукции.

Запуску в серийное производство какого-либо ЭА предшествуют изготовление и тщательная отработка его опытных образцов. Для проверки соответствия эксплуатационных характеристик ЭА техническим требованиям опытные образцы подвергаются сначала предварительным (заводским) испытаниям, которые проводятся разработчиками, после чего предъявляются заказчику на государственные испытания. В процессе этих испытаний проверяются все технические характеристики ЭА при воздействии на них внешних механических и климатических факторов, соответствующих режиму нормальной эксплуатации. Все необходимые виды испытаний и проверок, методика испытаний, правила приемки ЭА и оценки результатов испытаний регламентируются программой испытаний. Как в процессе предварительных, так и государственных испытаний имеют место контрольные испытания на надежность для оценки соответствия фактического уровня надежности заданному. Для высоконадежных ЭА испытания на надежность могут быть начаты на предварительных испытаниях, а продолжены и закончены на государственных.

При положительных результатах государственных испытаний принимается решение о серийном производстве разработанных ЭА. Для контроля технологического процесса, а также качества и надежности серийной продукции проводятся следующие испытания. **Приемо-сдаточные** — с целью проверки соответствия каждого экземпляра ЭА основным требованиям технических условий и конструкторской документации. **Периодические** — для проверки соответствия ЭА всем требованиям технических условий. Эти испытания выборочные, они проводятся на головных экземплярах

серии не реже одного раза в год. **Проверочные** — с целью проверки соответствия ЭА требованиям технических условий при изменении принципиальной схемы, конструкции или технологии изготовления ЭА. Испытывается несколько экземпляров; при этом рассматриваются те характеристики ЭА, на которые могли повлиять произведенные изменения. Оценка количественных показателей надежности производится при периодических испытаниях.

Испытания по определению количественных показателей надежности ЭА производятся либо на объекте, т. е. в реальных условиях эксплуатации, либо в лабораторных условиях. В последнем случае должны быть искусственно воспроизведены эксплуатационные условия с помощью специального испытательного оборудования, для чего испытуемые ЭА помещаются на вибрационные и ударные стенды, в термовлагокамеры и другое испытательное оборудование. Воздействия внешних механических и климатических факторов должны быть циклическими, т. е. чередоваться с нормальным режимом работы ЭА. Цикл воздействующих факторов формируется так, чтобы имитировались реальные условия эксплуатации.

13.2. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

Определительные испытания проводятся с целью оценки фактической надежности ЭА. При этом оцениваются либо непосредственно показатели надежности, либо параметры законов распределения случайных величин, обуславливающих надежность ЭА, таких как время до отказа или между отказами, время до наступления предельного состояния, время восстановления и др. Здесь речь идет об оценке надежности, а не об определении истинных значений показателей надежности по следующим причинам: испытания на надежность часто носят выборочный характер и результаты испытаний выборки распространяются на всю партию изготовленных ЭА, что вносит элемент случайности в результаты оценки надежности партии; число испытываемых изделий (размер выборки) является ограниченным, а результаты испытаний имеют случайный характер.

Оценкой показателя надежности называют формальную зависимость, связывающую зафиксированные в процессе испытаний статистические, экспериментальные данные со значением оцениваемого показателя. Различают точечные и интервальные оценки

показателей надежности. Первые представляют собой средние числовые характеристики наблюдаемых в процессе испытаний случайных величин, определяющих надежность испытываемых изделий.

Наиболее распространенными точечными оценками являются выборочное среднее и выборочная дисперсия. Предположим, что для оценки средней наработки до отказа проведены испытания n изделий, т. е. проведены испытания выборки размером n . При этом испытания проводились до отказа всех ЭА, вследствие чего получены n реализаций, $t_1, t_2, \dots, t_n$ случайной величины T — времени до отказа. Для получения формулы, связывающей оценку средней наработки до отказа T^* с полученными значениями случайной величины t_i ($i = 1, \dots, n$), воспользуемся так называемым методом максимального правдоподобия. В его основе лежит утверждение, что если в опыте наблюдались какие-то значения случайных величин, то именно эти значения являются наиболее вероятными. Можно считать, что исход опыта определяется совокупностью (вектором) одинаково распределенных независимых n случайных величин — промежутков времени от включения до отказа каждого изделия. Введем понятие о функции правдоподобия Θ как о совместной n -мерной плотности распределения вероятностей события, заключающегося в том, что в процессе испытаний случайная величина T примет значение для первого изделия t_1 , для второго — t_2 , для n -го — t_n . Полагая, что время до отказа распределено по экспоненциальному закону, получим

$$\begin{aligned}\Theta &= f(t_1, t_2, \dots, t_n, \bar{T}) = \\ &= \frac{1}{\bar{T}} \exp\left(-\frac{t_1}{\bar{T}}\right) \dots \frac{1}{\bar{T}} \exp\left(-\frac{t_n}{\bar{T}}\right) = \frac{1}{\bar{T}^n} \exp\left(-\frac{1}{\bar{T}} \sum_{i=1}^n t_i\right).\end{aligned}\quad (13.1)$$

Функция правдоподобия зависит от неизвестного значения средней наработки до отказа, оценку которой мы ищем. Исходя из принципа максимального правдоподобия, значение $\bar{T}$ должно быть таким, чтобы функция Θ принимала максимальное значение. Таким образом, приходим к необходимости максимизировать функцию (или ее логарифм, что удобнее) по $\bar{T}$. Прологарифмируем функцию Θ и найдем производную по $\bar{T}$:

$$\ln \Theta = -n \ln \bar{T} - \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{\bar{T}}; \quad (13.2)$$

$$\frac{d \ln \Theta}{d \bar{T}} = -n \frac{1}{\bar{T}} + \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{\bar{T}^2}. \quad (13.3)$$

Определим значение $\bar{T} = \bar{T}^*$, при котором функция правдоподобия будет иметь максимум:

$$-\frac{n}{\bar{T}^*} + \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{(\bar{T}^*)^2} = 0. \quad (13.4)$$

Отсюда получаем формулу для оценки средней наработки до отказа:

$$\bar{T}^* = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}. \quad (13.5)$$

Эту оценку называют также выборочным средним.

Другой точечной оценкой в данном случае является выборочная дисперсия

$$D^*[T] = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{T}^*)^2}{n - 1}. \quad (13.6)$$

Такие сравнительно простые и очевидные оценки получились в результате того, что был рассмотрен самый простой план испытаний — до отказа всех ЭА в выборке.

План испытаний на надежность представляет собой ряд указаний по проведению испытаний. К числу этих указаний относятся:

а) число ЭА, подлежащих испытаниям, или размер выборки n ;
 б) подлежат или нет замене отказавшие ЭА (первый вариант обозначают буквой В — восстановление, второй — Б — без восстановления);

в) продолжительность испытаний. Здесь возможны такие варианты:

- испытания должны продолжаться в течение заданного времени T (обозначение в плане — T);
- испытания должны быть прекращены в момент времени t_r , где r — заданное число отказов за время испытаний (обозначение — r);
- испытания должны быть прекращены в момент времени t_r , если $t_r < T$, или в момент T , если $t_r \geq T$ (обозначения в плане — r, T).

Можно назвать шесть различных планов испытаний на надежность: $[n, В, T]$, $[n, В, r]$, $[n, В, (r, T)]$, $[n, Б, T]$, $[n, Б, r]$, $[n, Б, (r, T)]$.

Оценка интенсивности отказов

План испытаний	Оценка	Обозначения
$[n, B, T]$	$\lambda^* = \frac{d(T)}{nT}$	$d(T)$ — число отказов за время T
$[n, B, r]$	$\lambda^* = \frac{r-1}{nt_r}$	t_r — момент r -го отказа
$[n, B, (r, T)]$	$\lambda^* = \begin{cases} \frac{d(T)}{nT}, & t_r > T; \\ \frac{r-1}{nt_r}, & t_r \leq T \end{cases}$	—
$[n, B, T]$	$\lambda^* = \frac{d(T)}{S_B T}$	$S_B(T)$ — суммарная наработка в момент T
		$S_B(T) = \sum_{i=1}^d t_i + (n-d)T$
$[n, B, r]$	$\lambda^* = \frac{r-1}{S_B(t_r)}$	$S_B(t_r)$ — суммарная наработка в момент t_r
		$S_B(t_r) = \sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r$
$[n, B, (r, T)]$	$\lambda^* = \begin{cases} \frac{d(T)}{S_B T}, & t_r > T; \\ \frac{r-1}{S_B(t_r)}, & t_r \leq T \end{cases}$	—

Например, план испытаний на надежность $[n, B, (r, T)]$ означает следующее: испытаниям должны подвергнуться n ЭА; отказавшие ЭА должны заменяться новыми; испытания должны быть прекращены в момент t_r наступления r -го отказа (число r задается), если $t_r < T$, либо продолжаться заданное время T , если $t_r \geq T$. Для этих шести планов с помощью метода максимального правдоподобия получены формулы оценки интенсивности отказов в предположении, что время до отказа распределено по экспоненциальному закону [6] (табл. 13.1).

Планирование определительных испытаний для получения точечных оценок возможно лишь ориентировочное — по предполагаемой надежности, которая может быть определена либо путем расчета на этапе проектирования ЭА, либо путем сравнения с аналогами, для которых надежность известна. Для экспоненциального распределения времени до отказа средняя продолжительность испытаний для получения r отказов составит

$$t_{\text{и}} = \frac{r}{n\lambda}, \quad (13.7)$$

где λ — расчетное значение интенсивности отказов ЭА (либо значение, определенное сравнением с аналогами).

Планирование по среднему значению продолжительности испытаний может привести к большим ошибкам. Более уверенное планирование можно проводить по вероятности получения необходимого числа отказов за время испытаний:

$$P(k \geq r) = 1 - \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(n\lambda t_{\text{И}})^i}{i!} \exp(-n\lambda t_{\text{И}}). \quad (13.8)$$

Принимая эту вероятность достаточно высокой ($\geq 0,9$) и задавая две величины из трех ($n, r, t_{\text{И}}$), по данному выражению можно определить третью.

Точечные оценки показателей надежности не позволяют непосредственно судить о точности и достоверности оцениваемых показателей. Поэтому в теории надежности получили распространение так называемые интервальные оценки, когда по результатам испытаний рассчитываются нижняя и верхняя доверительные границы исследуемого показателя. Доверительный интервал с заданной вероятностью (доверительной вероятностью) «накрывает» истинное значение искомого показателя. Таким образом, можно написать соотношение

$$P(H_{\text{Н}} < H < H_{\text{В}}) = P^*, \quad (13.9)$$

где $H_{\text{Н}}, H_{\text{В}}$ — нижняя и верхняя доверительные границы определяемого показателя надежности; H — истинное (неизвестное) значение определяемого показателя надежности; P^* — доверительная вероятность, которая выбирается из ряда чисел 0,8; 0,9; 0,95; 0,99.

Доверительный интервал характеризует значение ошибки при оценке показателя надежности, доверительная вероятность — достоверность оценки. Чем меньше информации о надежности по результатам испытаний (небольшое число испытываемых изделий, малое число зафиксированных отказов) и чем выше выбранное значение доверительной вероятности, тем больший доверительный интервал получается. При оценке показателя надежности с помощью доверительного интервала всегда существует риск ошибиться, т. е. истинное значение неизвестного показателя не будет «накрыто» найденным доверительным интервалом. Вероятность такой ошибки будем называть уровнем значимости α . Уровень значимости и доверительная вероятность — вероятности противоположных событий, поэтому

$$\alpha = 1 - P^*. \quad (13.10)$$

Рассмотрим два примера определения доверительных интервалов для показателей надежности по результатам испытаний. Нужно заметить, что в основе метода нахождения доверительных интервалов лежит то обстоятельство, что сама оценка показателя надежности является случайной величиной и нахождение доверительного интервала сводится к отысканию функции распределения этой случайной величины и затем определению интервала, в который эта случайная величина попадает с вероятностью, равной доверительной вероятности P^* .

Определение доверительного интервала для средней наработки на отказ. Пусть испытывается один восстанавливаемый ЭА, для которого известно, что промежутки времени между отказами t_i распределены по экспоненциальному закону. Предположим, что в результате испытаний зафиксировано r отказов и момент наступления последнего отказа равен t_r , который и определил суммарную наработку ЭА за время испытаний (предполагается, что время на восстановление мало и им можно пренебречь):

$$t_r = \sum_{i=1}^r t_i, \quad (13.11)$$

где t_i — случайный промежуток времени между $(i-1)$ -м и i -м отказами.

Определим доверительный интервал для средней наработки на отказ $\bar{T}$ по известным r , t_r и заданному значению доверительной вероятности P^* . С этой целью необходимо определить нижнюю и верхнюю доверительные границы $\bar{T}_H$ и $\bar{T}_B$ средней наработки на отказ, для которых справедливо равенство

$$P(\bar{T}_H < \bar{T} < \bar{T}_B) = P^* = 1 - \alpha, \quad (13.12)$$

где $\bar{T}$ — истинное (неизвестное) значение средней наработки на отказ.

Чтобы решить эту задачу, можно воспользоваться известным в математической статистике фактом, что при экспоненциальном распределении случайных промежутков времени между соседними отказами t_i величина $2t_r / \bar{T}$ имеет χ^2 -распределение с $2r$ степенями свободы, т. е. плотность распределения вероятностей этой величины:

$$f(\chi_{2r}^2) = \frac{1}{2^r \Gamma(r)} (\chi_{2r}^2)^{r-1} \exp(-0,5\chi_{2r}^2), \quad (13.13)$$

где $\chi_{2r}^2 = \frac{2t_r}{\bar{T}}$; $\Gamma(r) = (r-1)!$ — гамма-функция.

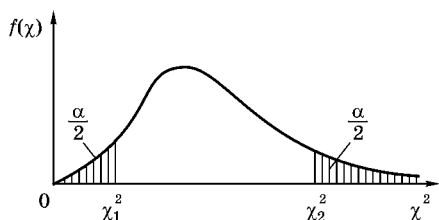


Рис. 13.1
Отображение плотности χ^2 -распределения вероятностей

Кривая плотности χ^2 -распределения вероятностей представлена на рис. 13.1.

По плотности распределения можно определить вероятность попадания случайной величины χ^2 на заданный интервал. Если он будет соответствовать доверительному интервалу, то эта вероятность будет доверительной вероятностью. Таким образом, для нижней границы интервала χ_1^2 и верхней границы интервала χ_2^2 будем иметь

$$P\left(\chi_1^2 < \frac{2t_r}{T} < \chi_2^2\right) = \int_{\chi_1^2}^{\chi_2^2} f(\chi_{2r}^2) d(\chi_{2r}^2) = \Phi(\chi_2^2) - \Phi(\chi_1^2) = P^* = 1 - \alpha, \quad (13.14)$$

где $\Phi(\chi_2^2)$ — площадь под кривой плотности распределения вероятности от начала координат до значения χ_2^2 ; $\Phi(\chi_1^2)$ — площадь под кривой плотности распределения вероятностей от начала координат до значения χ_1^2 .

Воспользуемся понятием о квантиле случайной величины. Как известно, квантилем случайной величины X называют такое значение случайной величины x_p , для которого с вероятностью $1 - p$ можно утверждать, что полученное значение этой случайной величины попадает в интервал $(-\infty, x_p)$. Можно доказать, что длина доверительного интервала при заданном значении P^* будет наименьшей, если величина

$$\Phi(\chi_2^2) = \Phi(\chi_{\alpha/2}^2) = 1 - 0,5\alpha, \quad (13.15)$$

а величина

$$\Phi(\chi_1^2) = \Phi(\chi_{1-\alpha/2}^2) = 0,5\alpha, \quad (13.16)$$

т. е. когда заштрихованные на рис. 13.1 области равны по площади. Здесь $\chi_{\alpha/2}^2$ и $\chi_{1-\alpha/2}^2$ — квантили χ^2 -распределения с вероятностями соответственно $\alpha/2$ и $1 - \alpha/2$.

Таким образом, получаем

$$P\left(\chi_{1-\alpha/2}^2 < \frac{2t_r}{T} < \chi_{\alpha/2}^2\right) = P^*, \quad (13.17)$$

откуда следует, что при заданном значении $P^* = 1 - \alpha$ справедливо неравенство

$$\frac{2t_r}{\chi_{\alpha/2}^2(2r)} < \bar{T} < \frac{2t_r}{\chi_{1-\alpha/2}^2(2r)}. \quad (13.18)$$

Тогда

$$\bar{T}_H = \frac{2t_r}{\chi_{\alpha/2}^2(2r)}; \quad (13.19)$$

$$\bar{T}_B = \frac{2t_r}{\chi_{1-\alpha/2}^2(2r)}. \quad (13.20)$$

Значения квантилей $\chi_{\alpha/2}^2(2r)$ и $\chi_{1-\alpha/2}^2(2r)$ находят по таблицам χ^2 -распределения с $2r$ степенями свободы. Приведенные формулы могут быть использованы при экспоненциальном распределении времени между отказами (или до отказа) и для случая, когда испытывается несколько однотипных восстанавливаемых или невосстанавливаемых ЭА и испытания заканчиваются в момент t_r наступления r -го отказа (отказы учитываются по всем ЭА). При этом t_r подсчитывается как суммарная наработка всех ЭА.

Приведем без вывода некоторые дополнительные результаты для этого случая. Если испытания продолжаются после r -го отказа (но не до наступления $(r + 1)$ -го), то границы доверительного интервала находятся по формулам

$$\bar{T}_H = \frac{2t_r}{\chi_{\alpha/2}^2(2r + 2)}; \quad (13.21)$$

$$\bar{T}_B = \frac{2t_r}{\chi_{1-\alpha/2}^2(2r + 2)}. \quad (13.22)$$

Если в процессе испытаний отказы не наблюдались ($r = 0$), то определяется только нижняя граница наработки на отказ (односторонний доверительный интервал) по формуле

$$\bar{T}_H = \frac{2t_0}{\chi_{\alpha}^2(r)}, \quad (13.23)$$

где t_0 — суммарная продолжительность испытаний.

Определение доверительного интервала для средней наработки до отказа для нормального распределения времени до отказа. Пусть испытаниям подверглись n ЭА до отказа всех ЭА ($r = n$). В качестве исходной статистики, полученной по результатам этих испытаний, зафиксированы n значений t_i случайной величины T — времени от включения до отказа каждого ЭА. По этой статистике

могут быть определены оценки средней наработки до отказа и среднего квадратического отклонения величины T по формулам

$$\bar{T}^* = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}; \quad (13.24)$$

$$\sigma_i^* = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(t_i - \bar{T}^*)^2}{n-1}}. \quad (13.25)$$

Оценка (13.24) средней наработки до отказа $\bar{T}^*$ представляет собой случайную величину, являющуюся функцией от исходной случайной величины $\bar{T}$. Поскольку исходная случайная величина — время до отказа — распределена по нормальному закону, то и сама оценка $\bar{T}^*$ распределена по такому же закону с параметрами:

$$m_{\bar{T}^*}^* = \bar{T}^* = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}; \quad (13.26)$$

$$\sigma_{\bar{T}^*}^* = \frac{\sigma_i^*}{\sqrt{n}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(t_i - \bar{T}^*)^2}{n(n-1)}}. \quad (13.27)$$

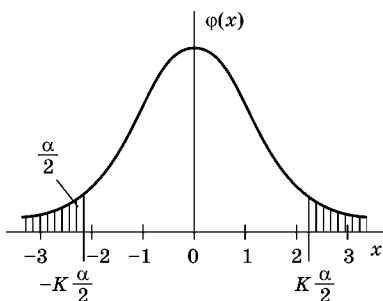


Рис. 13.2

Кривая плотности нормального распределения оценки

Кривая плотности распределения вероятностей оценки $\bar{T}^*$ представлена на рис. 13.2. Это так называемая нормированная кривая нормального распределения, которая может быть построена по таблицам функции

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-0,5X^2), \quad (13.28)$$

где

$$X = \frac{t - m_{\bar{T}^*}^*}{\sigma_{\bar{T}^*}^*}.$$

На этом рисунке на оси абсцисс деления отмечены цифрами, соответствующими числу средних квадратических отклонений $\sigma_{\bar{T}^*}^*$, которые укладываются в промежуток от нулевого до данного деления, т. е. единицей измерения центрированной и нормированной случайной величины X является среднее квадратическое отклонение оценки $\sigma_{\bar{T}^*}^*$.

Введем квантиль $K_{\alpha/2}$, с помощью которого определяется промежуток, равный $(-K_{\alpha/2}, K_{\alpha/2})$ (измеренный в количестве $\sigma_{\bar{T}^*}^*$) и в пре-

дела которого наша центрированная и нормированная случайная величина — оценка средней наработки до отказа X — попадает с вероятностью $1 - \alpha$, где α — уровень значимости, достаточно малая величина. Вероятность попадания оценки левее $-K_{\alpha/2}$, равная $\alpha/2$, и правее $K_{\alpha/2}$, а также равная $\alpha/2$, в сумме дают вероятность того, что наша оценка будет располагаться вне интервала $(-K_{\alpha/2}, K_{\alpha/2})$. На рис. 13.2 этим вероятностям соответствуют заштрихованные площади. Для того чтобы перейти от центрированной и нормированной случайной величины X к исходной случайной величине — оценке средней наработки до отказа, следует вспомнить, что нулевому значению величины X соответствует величина $\bar{T}^*$, а значениям величины X , равным $\pm K_{\alpha/2}$, — величины $\bar{T}^* \pm K_{\alpha/2} \frac{\sigma_{\bar{T}}^*}{\sqrt{n}}$.

Таким образом определяется доверительный интервал для оценки средней наработки до отказа, нижняя и верхняя границы которого находятся по формулам:

$$T_H^* = \bar{T} - K_{\alpha/2} \frac{\sigma_{\bar{T}}^*}{\sqrt{n}}; \quad (13.29)$$

$$T_B^* = \bar{T} + K_{\alpha/2} \frac{\sigma_{\bar{T}}^*}{\sqrt{n}}. \quad (13.30)$$

Этот доверительный интервал «накрывает» истинное значение средней наработки до отказа $\bar{T}$ с доверительной вероятностью

$$P^* = 1 - \alpha. \quad (13.31)$$

Иначе можно записать

$$P\left(\bar{T}^* - K_{\alpha/2} \frac{\sigma_{\bar{T}}^*}{\sqrt{n}} < \bar{T} < \bar{T}^* + K_{\alpha/2} \frac{\sigma_{\bar{T}}^*}{\sqrt{n}}\right) = P^*. \quad (13.32)$$

Из таблиц нормального распределения можно установить, что истинное значение $\bar{T}$ приблизительно в 68,3% случаев будет лежать в пределах ± 1 среднего квадратического отклонения $\sigma_{\bar{T}}^*$ измеренной оценки $\bar{T}^*$, приблизительно в 95,4% — в пределах $\pm 2\sigma_{\bar{T}}^*$.

Т а б л и ц а 13.2

Значение квантиля χ^2 от выбора доверительного интервала

Доверительная вероятность $P^* = 1 - \alpha$	Квантиль нормального рас- пределения $K_{\alpha/2}$	Доверительная вероятность $P^* = 1 - \alpha$	Квантиль нормального рас- пределения $K_{\alpha/2}$
0,80	1,28	0,95	1,96
0,90	1,64	0,99	2,58

и т. д. Вероятности, выраженные в процентах для интервала $\pm K_{\alpha/2} \sigma_{\bar{T}}^*$ (т. е. 68,3; 95,4 и т. д.), представляют собой доверительные вероятности для соответствующих интервалов. Удобнее значения доверительных интервалов выбирать из следующего ряда: 0,80; 0,90; 0,95; 0,99. Тогда соответствующие значения квантилей должны быть взяты из табл. 13.2.

Планирование определительных испытаний в рассмотренном случае производится на основании использования показателя точности оценки средней наработки до отказа

$$\varepsilon = \pm K_{\alpha/2} \frac{\sigma_t^*}{\sqrt{n}}, \quad (13.33)$$

ожидаемого среднего квадратического отклонения σ_t^* и доверительной вероятности P^* . По этим величинам определяется необходимое число n изделий, подлежащих испытаниям.

13.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

Контрольные испытания на надежность проводятся с целью проверки соответствия фактического уровня надежности испытываемых ЭА заданным требованиям. Контроль надежности, как правило, осуществляется с использованием выборочного метода, при котором заключение о надежности партии ЭА (например, совокупности всех ЭА, изготовленных предприятием за определенное время — сутки, месяц, квартал) делается по результатам испытаний сравнительно небольшой части этой партии — так называемой выборке. Одна из возможных процедур выборочных контрольных испытаний на надежность сводится к следующему: выборка размером n изделий из партии размером N ЭА ставится на испытания продолжительностью t часов; фиксируется число появившихся отказов r за время испытаний t ; это число отказов r сравнивается с заранее назначенным допустимым или приемочным числом отказов c ; в результате сравнения делается один из двух возможных выводов: проверяемый показатель надежности соответствует заданным требованиям и партия принимается (при $r \leq c$), или проверяемый показатель надежности не соответствует заданным требованиям, и партия бракуется (при $r > c$).

Ниже будет показано, как рассчитывать размер выборки n и допустимое или приемочное число отказов c , исходя из заданных требований по надежности проверяемых изделий.

Результат контрольных испытаний на надежность, т. е. число появившихся отказов, носит случайный характер. Другими словами, существует определенная вероятность $p(r \leq c)$ того, что партия будет принята, и вероятность $p(r > c)$ того, что партия будет забракована. Очевидно, что эти вероятности зависят от надежности испытываемых изделий, т. е. являются условными. Из-за случайного исхода испытаний выводы, сделанные по результатам этих испытаний, могут быть ошибочными; при этом могут иметь место ошибки первого и второго рода.

Ошибка первого рода имеет место тогда, когда партия ЭА, имеющих уровень надежности равный или лучше заданного, бракуется по результатам испытаний выборки. Причиной такой ошибки может быть либо неудачный подбор ЭА для выборки, либо появление числа отказов $r > c$ только лишь в силу случайности. Вероятность такой ошибки называется **риском поставщика** и обозначается буквой α .

Ошибка второго рода имеет место тогда, когда партия ЭА, имеющих уровень надежности хуже заданного, принимается по результатам испытаний выборки. Причины ошибки второго рода аналогичны вышеназванным для ошибки первого рода. Она называется **риском заказчика** и обозначается буквой β .

Связь между надежностью изделий проверяемой партии и вероятностью ее приемки по результатам выборочных контрольных испытаний устанавливается с помощью оперативной характеристики метода контроля. Оперативная характеристика есть функция, зависящая от размера выборки n , приемочного числа c и уровня надежности H и представляющая собой условную вероятность приемки следующего вида:

$$P_{\text{пр}} = \varphi(n, c, H) = P\left(r \leq \frac{c}{H}\right). \quad (13.34)$$

Оперативная характеристика может быть построена для любого показателя надежности. Здесь ограничимся случаем, когда контролируемым показателем является вероятность отказа изделия q за время испытаний $t_{\text{и}}$, которая характеризует уровень надежности.

Рассмотрим несколько примеров оперативных характеристик, в том числе изображенную на рис. 13.3.

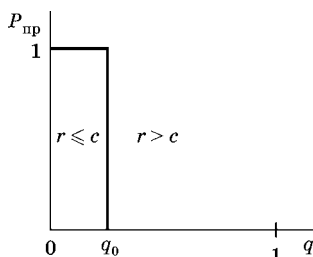


Рис. 13.3
Идеальная оперативная характеристика

В соответствии с этой характеристикой изделия, имеющие уровень надежности q , равный заданному q_0 или лучший ($0 < q < q_0$), всегда принимаются с вероятностью $P_{\text{ПР}} = 1$, т. е. зафиксированное число отказов всегда при этом будет $r \leq c$. Если же ЭА имеют уровень надежности q хуже заданного ($1 > q > q_0$), то они всегда бракуются с вероятностью $P_{\text{БР}} = 1 - P_{\text{ПР}} = 1$, т. е. зафиксированное число отказов всегда при этом будет $r > c$. Для этой оперативной характеристики метода контроля риски поставщика и заказчика равны нулю:

$$\alpha = P_{\text{БР}} = 1 - P_{\text{ПР}} = 1 - P\left(r \leq \frac{c}{q_0}\right) = 0;$$

$$\beta = P_{\text{ПР}} = P\left(r > \frac{c}{q} > q_0\right) = 0.$$

Главным достоинством метода контроля, имеющего идеальную оперативную характеристику, является его чувствительность: малейшее ухудшение надежности по сравнению с заданным уровнем приводит к браковке партии. К сожалению, метод контроля, имеющий идеальную оперативную характеристику, практически не осуществим. Реальные оперативные характеристики могут лишь приближаться к идеальной.

Оперативная характеристика для случая $n = N = 1, c = 0$. Проверяемая партия состоит из одного ЭА, он же и испытывается. Условием приемки является безотказная работа в течение времени испытаний. При таком способе контроля вероятность принятия партии равна вероятности безотказной работы ЭА p за время испытаний:

$$P_{\text{ПР}} = P\left(r = \frac{0}{q}\right) = p = 1 - q,$$

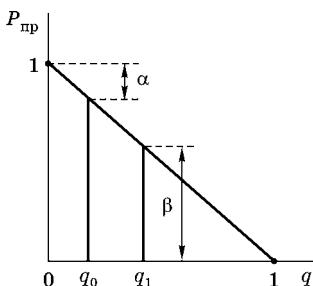


Рис. 13.4
Оперативная характеристика контроля для случая $n = N = 1, c = 0$

т. е. оперативная характеристика представляет собой прямую линию (рис. 13.4).

Риск поставщика равен вероятности браковки ЭА при условии, что его вероятность отказа равна заданному (приемлемому) уровню q_0 :

$$\alpha = P_{\text{БР}} = P\left(r > \frac{0}{q} = q_0\right) = q_0. \quad (13.35)$$

Говорить о риске заказчика для уровня вероятности отказа q_0 лишено смысла, так как требования по надежности выполняются.

Существует еще один уровень надежности — браковочное значение вероятности отказа q_1 , т. е. такой уровень, который уже не удовлетворяет заказчика, и ЭА с таким уровнем надежности должны браковаться. Именно для этого уровня и определяется риск заказчика

$$\beta = P_{\text{пр}} = P\left(r = \frac{0}{q} = q_1\right) = 1 - q_1, \quad (13.36)$$

равный вероятности принятия партии с уровнем надежности, соответствующем уровню браковки или вероятности отсутствия отказа в течение времени испытаний ЭА, имеющего вероятность отказа q_1 .

Рассмотренная оперативная характеристика является неудовлетворительной, потому что далека от идеальной. При высоких требованиях, предъявляемых к надежности ЭА, имеется большая вероятность того, что ЭА будет принят с надежностью, близкой к браковочному уровню. Кроме того, такой контроль малочувствителен к изменениям фактического уровня надежности ЭА.

Реальная оперативная характеристика контроля. Рассмотрим случай, когда партия ЭА, надежность которых контролируется, достаточно велика, например число ЭА N в партии превышает 500, а число ЭА в выборке $n \leq 0,1N$. Тогда для вычисления условной вероятности приемки партии по результатам контроля выборки можно воспользоваться биномиальным распределением

$$P_{\text{пр}} = P\left(r \leq \frac{c}{q}\right) = \sum_{r=0}^c C_n^r q^r (1-q)^{n-r}. \quad (13.37)$$

Оперативная характеристика, построенная по этой зависимости, при достаточно большом значении допустимого числа отказов c начинает приближаться по форме к идеальной (рис. 13.5).

Но поскольку эта реальная оперативная характеристика все же отличается от идеальной, то весь диапазон возможных значений уровня надежности разбивается на три области: $0 < q \leq q_0$ — соответствия уровня надежности испытываемых ЭА заданному; $q_0 < q < q_1$ —

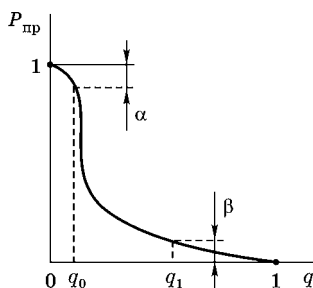


Рис. 13.5
Оперативная характеристика контроля для случая $N = 500$ и $n \leq 0,1N$

неопределенности; $q_1 < q < 1$ — несоответствия уровня надежности испытываемых ЭА заданному.

Контроль надежности по одному уровню. Конкретный план контроля по одному уровню, т. е. необходимый размер выборки n и приемочное число c , определяется по заданному браковочному уровню q_1 и риску заказчика β из следующего соотношения:

$$\beta = P\left(r \leq \frac{c}{q_1}\right) = \sum_{r=0}^c C_n^r q_1^r (1-q_1)^{n-r}. \quad (13.38)$$

Можно сказать, что задача планирования состоит в подборе оперативной характеристики контроля, которая проходила бы через точку с координатами (q_1, β) . Если в течение времени испытаний $t_{\text{И}}$ выборки размером n число зафиксированных отказов r будет меньше или равно приемочному числу c , то подтвердится, что фактический уровень надежности будет не хуже заданного браковочного уровня q_1 и риск заказчика при этом будет равен заданному значению β . Для упрощения задачи планирования испытаний разработаны таблицы, которые можно найти в справочниках и стандартах.

Контроль надежности по двум уровням. Конкретный план контроля по двум уровням (необходимый размер выборки n и приемочное число c) определяется по заданным приемлемому уровню вероятности отказа q_0 , браковочному уровню q_1 и рискам поставщика α и заказчика β из следующей системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 1 - \alpha &= \sum_{r=0}^c C_n^r q_0^r (1-q_0)^{n-r}; \\ \beta &= \sum_{r=0}^c C_n^r q_1^r (1-q_1)^{n-r}. \end{aligned} \right\} \quad (13.39)$$

В данном случае задача планирования состоит в подборе оперативной характеристики контроля, которая проходила бы через две точки с координатами $(q_0, 1 - \alpha)$ и (q_1, β) . Если в течение времени испытаний $t_{\text{И}}$ выборки размером n число зафиксированных отказов r будет меньше или равно приемочному числу c , то подтвердится, что фактический уровень надежности соответствует заданным значениям приемлемого и браковочного уровней при рисках поставщика и заказчика, равных α и β соответственно. На практике планирование испытаний на надежность по двум уровням делается по специально разработанным таблицам.

Контроль надежности по методу последовательного анализа. Предположим, что испытывается выборка из n восстанавливаемых

ЭА с целью определения по результатам испытаний соответствия партии заданным требованиям по надежности. Результаты испытаний можно представить в виде следующего графика. Откладывая по оси абсцисс время наступления каждого отказа (время восстановления не учитывается или принимается мгновенным), а по оси ординат — накопленное число отказов r , получим ступенчатую линию (каждая ступенька соответствует одному отказу), которую можно рассматривать как некоторую реализацию случайного процесса появления отказов в выборке (рис. 13.6).

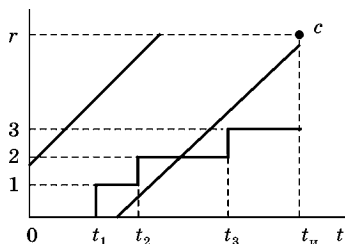


Рис. 13.6
График последовательных испытаний на надежность

При одноступенчатых контрольных испытаниях, рассмотренных выше, заключение о надежности делалось по истечении назначенного заранее времени испытаний $t_{и}$ и по общему итогу испытаний, т. е. суммарное фактическое число полученных отказов r сравнивалось с заранее назначенным предельным числом отказов c . На рис. 13.6 это соответствует следующему: если ступенчатая линия пересечет вертикаль $t_{иc}$ ниже точки c , то результаты испытаний положительны и ЭА принимаются; если же эта линия пересечет вертикаль $t_{иc}$ выше точки c , то результаты испытаний отрицательны и партия бракуется.

При последовательном методе испытаний проверка соответствия надежности заданным требованиям делается после каждого очередного отказа. Для этого по заданным значениям приемлемого и браковочного уровней надежности и заданным рискам поставщика и заказчика α и β по специальным формулам строятся две прямые параллельные линии — соответствия и несоответствия. Если в момент очередного отказа ступенчатая линия попадает в область, лежащую ниже линии соответствия, то испытания заканчиваются и выносятся решение о соответствии надежности ЭА заданным требованиям. Если в момент очередного отказа ступенчатая линия попадает в область, лежащую выше линии несоответствия, то испытания также заканчиваются, но выносятся решение о несоответствии ЭА заданным требованиям. Если ступенчатая линия остается между линиями соответствия и несоответствия в так называемой области неопределенности, то испытания продолжаются.

При использовании последовательного метода продолжительности испытаний в среднем на 50% меньше, чем при одноступен-

чатом контроле. Методика последовательных испытаний и подробные таблицы приведены в ГОСТ 17331-71.

Ускоренные испытания на надежность. Испытания на надежность в режимах, соответствующих эксплуатационным, длительны, и при этом для получения достоверных оценок требуется большое число испытываемых образцов. С целью сокращения объема испытаний элементов используют ускоренные испытания в форсированных режимах. Ускорение достигается в основном за счет повышения температуры. Необходимое условие осуществимости таких испытаний — сохранение вида отказов в форсированных режимах, т. е. при этом не должно появляться новых видов отказов. Для установления пересчетных коэффициентов ускоренные испытания в форсированных режимах требуют проведения предварительных испытаний. В связи с этим применение ускоренных испытаний целесообразно лишь в условиях массового серийного производства.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. С какой целью проводятся испытания на надежность ЭА?
2. Какие испытания на надежность требуется проводить у ЭА?
3. Какие испытания на надежность ЭА считаются определятельными?
4. Каким образом осуществляются точечные оценки надежности ЭА?
5. Как осуществляются интервальные оценки надежности ЭА?
6. Как определяются доверительные интервалы для средней наработки на отказ?
7. В чем заключаются контрольные испытания на надежность ЭА?
8. Что представляет собой оперативная характеристика контроля надежности?
9. Что представляют собой ускоренные испытания на надежность?

НАДЕЖНОСТЬ ОПЕРАТИВНОГО ПЕРСОНАЛА СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

14.1. ЧЕЛОВЕК-ОПЕРАТОР КАК ЗВЕНО СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ «ЧЕЛОВЕК — ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ АППАРАТ — СРЕДА»

Рассмотрение любой системы (в частности ЭЭС, в которых в качестве объектов необходимо выделить ЭА) требует тщательного изучения всех ее разнообразных компонентов и их взаимодействия — именно такой путь анализа сложных систем получил название «системный анализ». Заметим, что компоненты системы (под компонентами здесь понимаются результаты членения системы до любого рассматриваемого уровня — подсистемы, агрегаты, элементы и др.) могут иметь самую разнообразную природу (например, живую и неживую) и предназначение (управляющие и управляемые). Их соединение в целостную систему далеко не всегда возможно, а если и возможно, то создатели и эксплуатационники таких систем могут испытать немало самых неожиданных трудностей. Системы, где человеку приходится работать со сложной техникой, — яркое тому подтверждение. С одной стороны (рис. 14.1), мы имеем техническую систему, объединяющую множество связанных и взаимодействующих друг с другом элементов. С другой — человека, представляющего собой биологическую систему, элементами которой являются части тела, рецепторы (глаза, уши, кожа и др.), головной мозг.

Взаимодействие человека с любым объектом ЭЭС составляет, по сути, еще один компонент системы — математическую, физическую или какую-либо иную

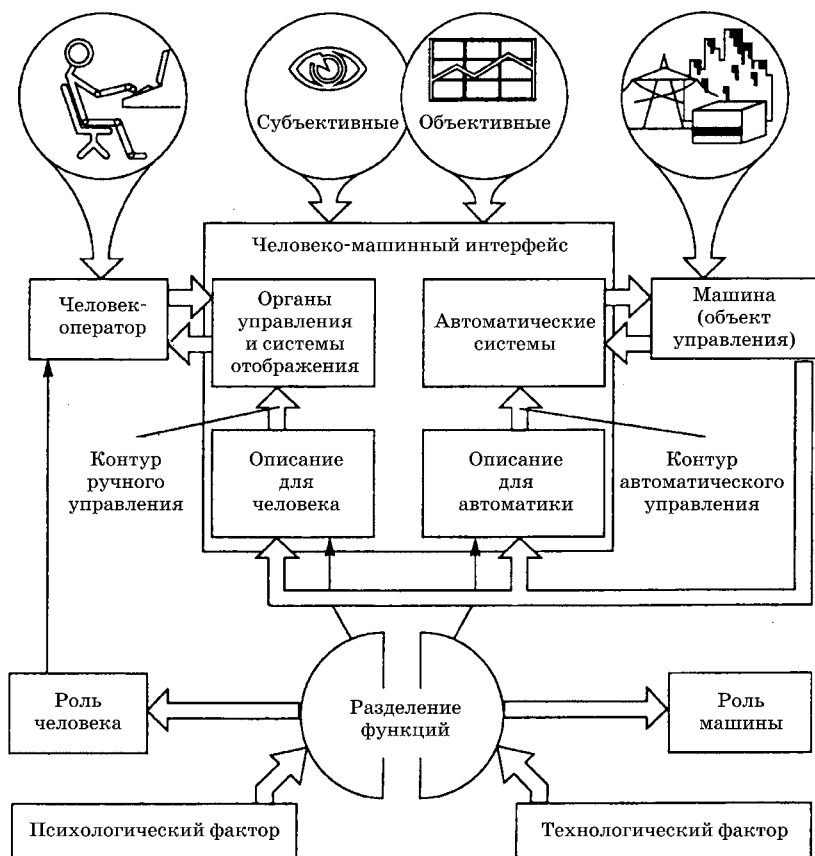


Рис. 14.1
Структура системы «человек — машина»

интеллектуальную систему знаний, описывающую закономерности функционирования и управления ЭЭС. Данная система может быть как субъективной, отражающей опыт и представление человека-оператора, так и объективной, являющейся формализованным обобщением проектирования, эксплуатации и анализа ЭЭС. Субъективная и объективная системы знаний в чем-то пересекаются, а в чем-то дополняют друг друга. Так, субъективное знание каждого конкретного человека может оперировать неформализуемыми понятиями, слабо связанными явлениями и высокой степенью неопределенности, что недоступно точному объективному зна-

нию, основанному на четких критериях и мерах (таких как число) и воплощенному в виде систем автоматического управления.

Итак, мы ввели в рассмотрение три крайне разнородных компонента — технический, биологический и интеллектуальный, составляющие вместе некий единый и целостный сложный организм. Серьезное изучение подобного объекта не может обойтись лишь узкой теоретической и практической базой — инженерной наукой, биологией, психологией и др., позволяющей исследовать каждый из упомянутых аспектов в отдельности. Для качественного и эффективного решения системных проблем необходима единая методологическая основа, объединяющая и классифицирующая рассмотрение всех указанных компонентов (вообще, подобные «системные» науки сегодня не редкость, например экология, объединяющая технику, человека и биосферу).

В нашем случае (соединения техники, биологии и психологии) такая научная дисциплина получила название «эргономика». Впервые данный термин (от греч. *ergon* — «труд» и *nomos* — «закон») был предложен в 1857 г. естествоиспытателем Войтехом Ястшембовским. Аналогичная область знаний в США и ряде других неевропейских стран была названа «human factors science» или «human factors technologies». Сегодня эргономика определяется как междисциплинарная область науки и практики, направленная на интеграцию знаний о требованиях и нуждах человека в системе «человек — техника — среда» при проектировании технических компонентов и рабочих систем (Дж. Эклунд). Объектами исследований эргономики являются так называемые эргатические системы или системы «человек — машина» (СЧМ) (в различных источниках можно встретить другие, несущественно отличающиеся друг от друга названия: «человеко-машинные системы», системы «человек — техника», системы «человек — техника — среда» и др.). В государственном стандарте [29] за этим термином закреплено довольно узкое определение: это такая система, в которой субъект труда находится не непосредственно у объекта труда, а удален от него и осуществляет управление, используя информационную модель, т. е. субъект управления — оператор.

Один из основателей отечественных эргономических исследований профессор А. И. Губинский рассматривает СЧМ как подмножество гуманистических систем, т. е. любых систем, в составе которых есть человек. Введя понятие «эрготехнические (эргатические) системы», он определяет их как класс гуманистических систем «человек — техника», состоящих из совокупности эргатических

и неэргатических элементов, взаимодействие которых благодаря деятельности эргатических элементов объединяется в единый целенаправленный процесс функционирования, имеющий конечной целью получение конкретного продукта труда с заданным качеством.

Перечислим еще раз ключевые моменты, характеризующие СЧМ: сочетание человека и машины; особая роль человека; удаленность оператора от объекта управления; целеустремленность и заданное качество функционирования. Отметим, что целью СЧМ ЭЭС является производство электроэнергии, ее передача и распределение по приемникам (потребителям). Эффективность функционирования ЭЭС (т. е. способность достигать конечную цель) зависит от ее свойств, таких как качество функционирования и управления, надежность и безопасность.

Вообще, эргатические системы крайне разнородны и могут значительно отличаться друг от друга размером (от системы «программист — персональный компьютер» до таких комплексов, как аэропорт или химический комбинат), конечной целью, характером деятельности человека, требованиями, предъявляемыми к качеству функционирования и т. д. Значимость каждого из перечисленных признаков различна, в зависимости от характера и цели исследования СЧМ. Одним из наиболее существенных критериев классификации является вид конечной цели, определяющей поведение системы (напомним, что СЧМ — целенаправленная система, целью которой является получение некоторого продукта труда). Этот признак предлагается в качестве основного критерия классификации, в соответствии с которым эргатические системы делятся на:

- производственные, результатом функционирования которых является новый материальный продукт (например: прокатный стан — стальной прокат; строительный комплекс — жилой дом; угледобывающий комбайн — добытый уголь);
- эксплуатационные, результатом функционирования которых является новое состояние материального объекта (например: автомобиль — новое положение перевозимого груза в пространстве; противоракетная установка — уничтоженная цель);
- информационные, продуктом труда которых является новая информация (например: система автоматизированного проектирования — проект);
- автоматизированные системы управления предприятием или технологическим процессом — управляющая информация; система связи — переданная информация.

Классификация сложных систем по данному признаку далеко не так однозначна, как кажется на первый взгляд. Так, например, АС, с одной стороны (в широком смысле) — это типичная производственно-промышленная эргатическая система, результатом функционирования которой является тепловая и электрическая энергия, а эргатический элемент представлен эксплуатационным персоналом. С другой стороны, немного сузив задачу, мы будем рассматривать АС как человеко-машинную систему, чью основу составляет лишь часть персонала — оперативная, на которую возложены наиболее ответственные функции принятия решений. Этот персонал — операторы блочного (БЩУ) и других щитов управления. Атомная станция (вернее, ее информационная модель) воплощена для них в совокупности приборов и дисплеев автоматизированной системы управления технологическими процессами (АСУ ТП), поставляющих исходную технологическую информацию. Продуктом труда системы «оператор — АСУ ТП — щиты управления» является управляющая информация, что свидетельствует о принадлежности данной системы к классу информационно-управляющих СЧМ.

Классификация СЧМ не ограничивается рассмотренной схемой. Критерием классификации могут стать характер и форма операторской деятельности, зависящие как от цели, так и от структурной организации системы. Выделяются следующие основные категории операторов:

- оператор-технолог, непосредственно включенный в технологический процесс и выполняющий известные процедуры управления в режиме реального времени (операторы щитов управления энергетическими, химическими и другими производственными системами);
- оператор-диспетчер, осуществляющий централизованный контроль и координацию различных явлений и событий, происходящих в реальном масштабе времени (авиадиспетчер, железнодорожный диспетчер, диспетчеры энергетических сетей);
- оператор-наблюдатель, следящий за состоянием процесса, непрерывно протекающего в реальном масштабе времени, и его отклонениями от заданного режима (оператор радиолокационной станции, рулевой, удерживающий заданный курс);
- оператор-манипулятор, реализующий жестко заданные последовательности механических воздействий на органы управления (оператор подготовки информации на ЭВМ, оператор кассового аппарата, техник по обслуживанию установки);

- оператор-исследователь, действия которого не регламентированы заранее заданными инструкциями и базируются на понятийном мышлении (программист ЭВМ, экспериментатор, проектировщик системы автоматизированного проектирования);
- оператор-руководитель, выполняющий функции организационного и директивного характера.

Конечно, подобная классификация условна, так как известны многочисленные случаи, когда невозможно провести четкую грань между различными типами операторов. Отметим, что все перечисленные виды деятельности присутствуют на АС. Более того, один и тот же оператор (например, персонал БЦУ) может выступать сначала в роли наблюдателя или манипулятора, выполняющего рутинную работу, а затем и в качестве технолога или даже исследователя, столкнувшегося с непредвиденной заранее ситуацией. Однако основу деятельности персонала БЦУ составляет все-таки работа оператора-технолога, чьи функции представляют наибольший интерес для анализа.

Рассмотрим структуру СЧМ и ее компоненты. В начале рассматриваемой темы, а затем и в определениях показаны основные структурные элементы СЧМ: человек (биологический или эргатический компонент СЧМ) и машина (технический компонент СЧМ). Машина при этом выступает в роли объекта управления (ОУ), предназначенного для производства некоторого конечного продукта. Субъектом управления является человек, выполняющий функции принятия решений и выработки управляющих воздействий. В определении СЧМ также отмечается, что человек удален от машины и взаимодействует с ней через некоторого посредника, олицетворяющего информационную модель ОУ. Этим посредником является третий компонент СЧМ — человеко-машинный интерфейс (ЧМИ), воплощающий интеллектуальную составляющую системы. ЧМИ реализует двустороннее общение человека с машиной, описываемое рис. 14.1.

Характеристики и параметры функционирования ОУ регистрируются с помощью датчиков, преобразующих информацию в электрические сигналы. Часть полученных сигналов после некоторой формальной обработки («Описание для автоматики») направляется на входы систем автоматического управления (САУ) и регулирования (САР). Последние реагируют на поступившие сигналы немедленным жестко заданным откликом в виде управляющих воздействий на ОУ. Вторая часть сигналов, также пройдя некоторую обработку, образует информацию («Описание для чело-

века»), которая затем поступает к системам отображения, преобразующим ее в пригодную для человеческого восприятия визуальную, акустическую или тактильную форму. Оператор анализирует поступившую информацию, принимает решение, соответствующее текущему состоянию ОУ, а также поставленной задаче, и воздействует на органы управления, преобразующие механические действия человека в управляющие сигналы. Эти сигналы передаются автоматическим системам или непосредственно к ОУ, изменяя его состояние. Информация об изменившемся состоянии вновь поступает к человеку и автоматике — цикл управления повторяется.

Рассмотренная схема функционирования позволяет говорить о СЧМ как о системе с замкнутым контуром управления с обратной связью. Если точнее, то в СЧМ выделяются два контура управления: контур автоматического управления (ОУ $\Rightarrow$ автоматика $\Rightarrow$ ЧМИ $\Rightarrow$ ОУ), реализующий формализуемую часть функций управления; и контур ручного управления (ОУ $\Rightarrow$ средства отображения ЧМИ $\Rightarrow$ оператор $\Rightarrow$ органы управления ЧМИ $\Rightarrow$ ОУ), действующий в трудно-формализуемых ситуациях.

Рассмотрим более подробно роль человеко-машинного интерфейса в СЧМ. Очевидно, что ЧМИ нельзя считать лишь формально организованной совокупностью средств отображения информации (индикаторов и дисплеев) и органов управления (кнопок и рукояток). По сути, ЧМИ распределяет функции управления между человеком и автоматикой, а его основная задача — взаимная адаптация требований к управлению СЧМ и реальных возможностей и способностей человека.

Поясним последнее утверждение на примере СЧМ «Атомная станция». Требования к управлению этой системой очень высоки из-за ее чрезвычайной сложности и особой специфики. Быстротекущие процессы, скорость которых превышает быстроту человеческой реакции, наличие загрязненных и непригодных для жизнедеятельности рабочих зон, удаленность оборудования, огромное количество разобранной неструктурированной информации, необходимость гарантированной защиты от ошибочных управляющих действий — все это делает невозможной работу человека без соответствующей поддержки. На АС эта поддержка выражается в наличии САР, работающих с быстротекущими процессами, организации дистанционного управления оборудованием, введении защит и блокировок, автоматически срабатывающих в аварийных ситуациях, концентрации информации и органов управления на БЩУ, структурировании и удобном представлении информации

с помощью индикаторов, мнемосхем и дисплеев АСУ ТП. Все перечисленные средства поддержки вместе образуют ЧМИ, посредством которого оператор управляет атомной станцией. ЧМИ, по существу, является буфером между человеком и машиной, организующим процесс управления таким образом, чтобы его сложность (т. е. требования, предъявляемые к оператору) соответствовала возможностям человека.

Таким образом, качество управления СЧМ, сильно влияющее на эффективность ее функционирования, во многом зависит от идеологии ЧМИ и, в частности, от оптимальности распределения функций управления между человеком и автоматикой. Эта задача обычно первой встает перед создателями сложной СЧМ. Интуитивно понятно, что задача разделения функций заключается в том, чтобы решить, что в управлении системой необходимо возложить на человека, а что можно доверить автоматическим устройствам. Сегодня в распоряжении разработчиков имеется два типа автоматических устройств: с жестко заданной логикой функционирования (САУ, САР) и с гибкой, программируемой логикой (компьютеры и системы, выполненные на их основе).

Неоспоримыми достоинствами автоматики являются:

- высокое быстродействие и точность работы;
- длительный ресурс и продолжительность непрерывной работы;
- неограниченное число каналов параллельной обработки сигналов;
- большой объем памяти;
- высокая надежность и жесткий самоконтроль.

Перечисленные качества в гораздо меньшей степени присущи человеку — он быстро устает, его ресурсы (память, быстродействие) крайне ограничены, он подвержен стрессам, его действия могут быть неточными, а работа в целом менее надежной. Все это говорит в пользу полной автоматизации системы.

Однако основным ограничением автоматики является детерминированность алгоритма ее работы. Это означает, что все возможные действия должны быть заранее предусмотрены и описаны, но одним из признаков сложной системы является тот факт, что ее поведение в некоторых случаях может оказаться неожиданным. Иначе говоря, для сложной системы нет полностью адекватной модели, что, в свою очередь, делает невозможной полную автоматизацию процесса управления и, следовательно, требует наличия в контуре управления человека-оператора. Никакая

автоматика сегодня не может превзойти человека в его способности к быстрому изменению алгоритма управления, возможности прогнозировать развитие событий на основе собственного опыта и интуиции, способности ориентироваться в условиях неполной или искаженной информации.

Итак, мы выделили первый фактор, влияющий на разделение функций: возможность формализованного детерминированного описания процесса управления (технологический фактор). Руководствуясь этим критерием, задачу распределения функций можно решить довольно просто. Нужно передать машине все то, что она способна выполнить, а остальное возложить на человека. Подобный подход предполагает, что развитие технических возможностей компьютеров и программного обеспечения позволит автоматизировать все большее число функций управления, постепенно вытесняя человека. Это приведет к уменьшению нагрузки на оператора и численности оперативного персонала, высвобождению операторов от многочисленных мелких забот, исключению мало-значущих ошибок и ряду других положительных результатов. Хотя оператор по-прежнему будет иметь высший приоритет, однако, перестав быть постоянным активным участником процесса управления и находясь в роли пассивного наблюдателя, человек-оператор может стать источником серьезных инцидентов. Причиной этого явления служат негативные психические состояния, вызванные недостаточной информационной и эмоциональной нагрузкой. В условиях монотонности возможно понижение внимания оператора, снижение уровня квалификации из-за длительных периодов «безделья», нежелание критически оценивать ситуацию и свои действия. В результате человек не всегда может переключиться, собраться и принять правильное решение. Данный аспект автоматизации демонстрирует наличие еще одного важного фактора, подлежащего учету при разделении функций: адекватность психофизиологическим особенностям человека (психологический фактор).

Выделенные два фактора (психологический и технологический) составляют лишь верхний уровень иерархии факторов, таких как объемы перерабатываемой информации, скорости протекания процессов, сложность задач, уровень профессиональной подготовки, личностные качества, мотивация и др. Формирование оптимальных ролевых установок человека и машины в СЧМ возможно лишь при условии комплексного анализа и учета всех этих факторов.

Распределение ролей между человеком и автоматикой довольно часто служит критерием классификации СЧМ. Так, в соответствии с этим критерием, различают следующие виды эргатических систем:

- целеустремленные — в которых процесс функционирования определяется человеком;
- целенаправленные — в которых на отдельных этапах или при определенных режимах или условиях человек лишен возможности вмешаться в процесс функционирования системы;
- целесообразные — в которых человек не имеет возможности управлять процессом функционирования, но за ним сохраняются функции обеспечения процесса функционирования или прекращения его в случае аварийных или непланируемых ситуаций.

В ряде работ предлагается различать СЧМ по достигнутой в них степени автоматизации, зависящей от того, кому — человеку или компьютеру — предписано выполнение задачи (в табл. 14.1 приведена градация степени автоматизации СЧМ по Т. Шеридану) или каждой из четырех фаз ее решения: мониторинга, генерации решений, выбора решений и исполнения (в табл. 14.2 приведена классификация СЧМ по степени автоматизации). Все перечисленные в данном разделе классификации «СЧМ» сведены в табл. 14.3.

Таблица 14.1

Градация степени автоматизации СЧМ по Т. Шеридану

Степень	Автоматизация
1	Компьютер не предлагает помощь, человек должен все делать сам
2	Компьютер выдает весь набор всевозможных альтернатив и сужает выбор до нескольких или...
3	Наводит на одну из них или...
4	В случае одобрения человеком исполняет ее или...
5	До ее автоматического исполнения дает человеку право на вето в течение ограниченного времени или...
6	Исполняет ее автоматически, о чем непременно ставит в известность человека или...
7	Информирует человека после ее исполнения, лишь если тот спросит об этом или...
8	Информирует человека после ее исполнения, лишь если сам компьютер сочтет это необходимым
9	Компьютер принимает все решения самостоятельно и действует в автоматическом режиме, игнорируя человека

Классификация СЧМ по степени автоматизации

Класс СЧМ (вид управления)	Распределение функций на различных фазах			
	Мониторинг	Генерация решений	Выбор решения	Исполнение
Ручное управление	ч*	ч	ч	ч
Поддержка исполнительных действий	ч/к	ч	ч	ч/к
Циклическое управление	ч/к	ч	ч	к**
Совместное управление	ч/к	ч/к	ч	ч/к
Поддержка решений	ч/к	ч/к	ч	к
Совместное принятие решений	ч/к	ч/к	ч/к	к
Жесткая система	ч/к	к	ч	к
Автоматическое принятие решений	ч/к	ч/к	к	к
Супервизорное управление	ч/к	к	к	к
Полная автоматизация	к	к	к	к

Примечание: * ч — человек; ** к — компьютер.

Классификации ЧМ

Критерий классификации	Классы эргатических систем
Вид конечной цели	Производственные, эксплуатационные, информационные
Роль оператора	Целеустремленные, целенаправленные, целесообразные
Тип оператора	Технолог, диспетчер, манипулятор, наблюдатель, исследователь, руководитель
Степень автоматизации	От систем с ручным управлением до полностью автоматизированных

Итак, сложные системы представляют собой сложную целеустремленную СЧМ, объединяющую технический, биологический и интеллектуальный компоненты. СЧМ является системой с замкнутым контуром автоматического и ручного управления с обратной связью. Человеко-машинный интерфейс предназначен для взаимной адаптации требований к оператору и реальных возможностей человека.

ЧМИ является отражением ролей человека и машины и воплощает концепцию разделения между ними функций управления.

Разделение функций было проблемой на протяжении всей истории системы «человек — машина». По существу, ее «облик»

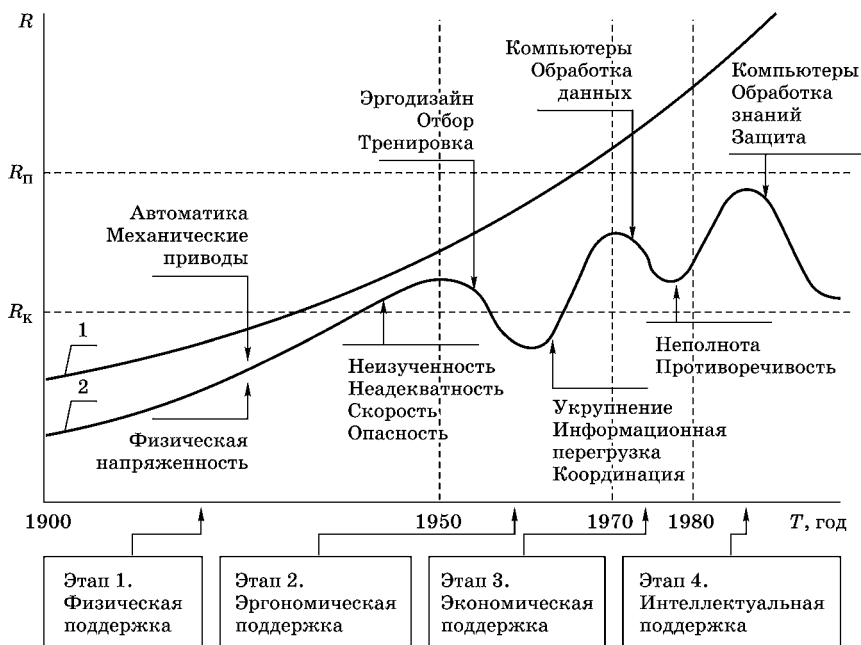


Рис. 14.2
Характер изменения сложности управления (R)
на различных этапах развития СЧМ:

1 — требования к управлению («абстрактная» сложность управления без учета ЧМИ); 2 — требования к оператору (фактическая сложность управления, определяемая существующим ЧМИ); 3 — предел психофизиологических возможностей человека; 4 — критический уровень сложности, превышение которого чревато серьезными отказами оператора.

всегда зависел от того, в чем состояла операторская деятельность и каким образом она была организована. Различные идеи и подходы к решению этой задачи составили целые исторические этапы развития СЧМ (рис. 14.2).

14.2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ОПЕРАТИВНОГО ПЕРСОНАЛА

Нет необходимости доказывать, что **надежность** оперативного персонала (наряду с надежностью техники) является одним из важнейших процессуальных свойств, влияющих на качество, эффективность и безопасность работы сложной системы. Каким должен быть надежный оператор? Что следует понимать под надежностью человека?

Традиционно надежный оператор пунктуально исполняет предписанный алгоритм деятельности. Это означает, что во всех потенциально возможных ситуациях у человека должны быть четкие алгоритмы работы. Но почему бы в этом случае не заменить человека более надежной и неприхотливой машиной? Если мы все-таки оставляем человека, то это автоматически означает, что допускаем наличие ситуаций, не описанных в инструкциях или описанных в них неверно, сознательно полагая, что в критических случаях оператор все-таки поведет себя незапланированно. В чем же тогда состоит надежность оператора?

Надежный оператор может пунктуально, шаг за шагом выполнять инструкцию, нигде не ошибившись, и при этом не достичь поставленной цели (то ли инструкция была несовершенной, то ли что-то нужно было сделать чуть-чуть лучше, быстрее или качественнее, чем требует инструкция). Считать ли такого оператора надежным?

Творчески мыслящий оператор может, нарушив инструкцию, проявить изобретательность в сложной ситуации и оптимизировать устаревшую, порой неверную процедуру (формально такие действия квалифицируются как ошибки). Считать ли такого оператора ненадежным?

Два оператора примерно одинаково действуют, выполняя одну и ту же процедуру, однако первый достигает «блестящего» результата, а второй — «так себе». Следует ли различать степень надежности этих операторов?

Очевидно, следует различать способности человека действовать качественно, безотказно, эффективно и оптимально. Рассмотрим некоторые из определений этих понятий.

Одной из первых отечественных фундаментальных работ по проблеме надежности оператора является статья В. Д. Небылицына (1964), в которой автор определяет надежность работы человека-оператора как способность к сохранению требуемых рабочих качеств в условиях возможного усложнения обстановки, или, короче, как «сохраняемость», устойчивость оптимальных рабочих параметров индивида. Фактически, в этом определении свойство надежности отождествляется с гомеостазом, т. е. нечувствительностью состояния системы к внешним возмущающим воздействиям. Позднее этот же автор уточняет данное определение, вводя понятие оперативной надежности человека, базирующееся на основных свойствах нервной системы и выражающееся в способности индивида к устойчивому сохранению оптимальных рабочих

параметров (работоспособности, помехоустойчивости и др.) в течение заданных промежутков времени и при возможных усложнениях обстановки.

Позже надежность человека была разделена на базовую и прагматическую. Если базовая надежность рассматривается как потенциальная способность организма человека к надежной работе, то в условиях реальной деятельности проявляется прагматическая надежность, которая выражается вероятностью выполнения оператором требуемого алгоритма действий, либо принятия оптимального (или хотя бы приемлемого) решения.

Однако более точно понятие прагматической надежности было введено А. И. Губинским (1971) и определено как способность (свойство) в принципе (независимо от качества) достигать поставленной цели.

Толкование надежности как способности достигать цель положено в основу известных определений, сформулированных в классических работах 1960-х гг.:

- *Б. Ф. Ломовым.* Надежность работы человека определяется как вероятность того, что работа или поставленная задача будет выполнена успешно персоналом на любой заданной стадии работы системы в течение заданного времени;
- *Д. Мейстером.* Надежность человека — это вероятность, что работа или задача будет успешно выполнена персоналом на любом требуемом уровне работы системы в течение требуемого промежутка времени;
- *А. Суэйном и Х. Гутманом.* Надежность человека — это вероятность того, что оператор правильно выполнит некоторые обусловленные системой действия за определенный период времени (если время — ограничивающий фактор) и не произведет никаких посторонних действий, способных нанести ущерб системе.

Наряду с прагматической трактовкой сегодня весьма распространенным является понимание надежности как процессуального свойства, имея в виду способность человека безотказно работать, что характерно для классической теории надежности технических систем. Именно такое определение дается и «эргономическим» ГОСТ [23], в котором под надежностью человека-оператора понимается свойство человека-оператора, характеризующее его способность безотказно выполнять действия в течение определенного интервала времени при заданных условиях.

Подобным же образом А. И. Губинский в [26] определяет понятие надежности функционирования как способность сохранять

устойчивость запланированного процесса функционирования, заключающуюся в отсутствии вынужденных прекращений процесса (срывов) и неправильного его исполнения по отношению к запланированному (ошибочных действий).

В приведенных определениях явно читаются два подхода к интерпретации надежности оператора:

1) процессуальный, когда под надежностью понимается некоторое свойство, проявляемое человеком в процессе деятельности, и не указывается, какой результат был в итоге достигнут;

2) результативный (прагматический), когда под надежностью понимается свойство человека достигать результат независимо от того, как складывался процесс деятельности.

В процессуальном смысле надежность понимается как способность человека сохранять требуемые рабочие качества и устойчивость оптимальных рабочих параметров (работоспособности, помехоустойчивости), безотказно выполнять деятельность, сохранять устойчивость запланированного процесса функционирования, заключающуюся в отсутствии срывов и ошибочных действий.

С прагматической точки зрения надежность рассматривается как способность достичь поставленной цели, успешно выполнить работу (задание) или назначенную задачу, реализовать в полном объеме возложенные функции и некоторые обусловленные системой действия, принять оптимальное (или хотя бы приемлемое) решение, не нанести ущерба системе.

Важнейшим аспектом, характеризующим надежность, являются условия, в которых протекает деятельность оператора. Одно дело, когда надежным называют оператора, не ошибающегося в обычной спокойной обстановке, другое — когда он справился с задачей в экстремальной ситуации. Именно это подчеркивается в ряде определений, отмечающих, что надежность как свойство человека проявляется на любом требуемом уровне функционирования системы, при определенных условиях работы и при возможном усложнении обстановки. Другим важным обстоятельством, присутствующим в большинстве определений, является время, выступающее в качестве ограничивающего фактора (выполнение задания должно завершиться своевременно — такое требование к надежной работе присутствует в «прагматических» определениях) и в качестве условия (устойчивость работы должна сохраняться в течение заданного времени — такова надежность в «процессуальных» определениях).

Наиболее стройная иерархия понятий, характеризующих деятельность, была выстроена А. И. Губинским [26], рассматривающим наряду с надежностью еще и эффективность и качество функционирования.

Эффективность — свойство достигать конечной цели (т. е. получать продукт труда с заданным качеством в заданных условиях) и обусловленные достижением цели результаты или эффект от них. В зависимости от задач исследования СЧМ предлагается различать несколько градаций эффективности:

- прагматическую (результативность) — степень достижения поставленной цели;
- специфическую (техническую, военную и т. д.) — определенный эффект, получаемый благодаря достижению цели системой;
- экономическую — достижение определенного соотношения «материальный доход — материальные затраты»;
- социальную — достижение определенного соотношения «социальные результаты — социальный ущерб».

Качество функционирования — совокупное свойство, определяемое характеристиками процесса функционирования, ведущего к достижению конечной цели в заданных условиях. Иными словами, надежность и качество функционирования — это процессуальные свойства, отражающие тот факт, что оператор действовал безотказно (надежно, бесперебойно) и хорошо (качественно, оптимально), а эффективность — это результирующее свойство, свидетельствующее, что оператор достиг цели и работал не зря (эффективно).

Количественная оценка указанных свойств выполняется с помощью показателей эффективности, качества и надежности. Для СЧМ в целом основными показателями эффективности и надежности считаются вероятности:

- достижения поставленной цели в виде однократного (многократного) получения запланированного результата;
- безотказного, безошибочного и своевременного выполнения задачи системой.

Надежность оператора характеризуется показателями:

- безотказности — вероятность безотказной работы в течение определенного отрезка времени, процент выполненных (не сорванных отказами) заданий, вероятность появления отказа в результате совершения ошибки, интенсивность и частота отказов в заданный момент времени, среднее время работы до

первого отказа, среднее время работы между двумя отказами (наработка на отказ), общее число отказов за данный промежуток времени;

- безошибочности — вероятность безошибочной работы в течение определенного отрезка времени, общее число ошибок за данный промежуток времени, вероятность ошибки как отношение количества совершенных ошибок к числу возможных ошибок;
- своевременности — вероятность своевременного выполнения работы, т. е. фактическое время выполнения функции меньше предельно допустимого (оценка своевременности опирается на оценку быстродействия, показателем которого является время решения задачи или выполнения функции);
- готовности — коэффициент готовности оператора (вероятность включения оператора в работу в нужный момент времени);
- восстанавливаемости — вероятность исправления допущенной ошибки, среднее время восстановления.

Для оценивания показателей надежности применяется широкая номенклатура методов — от вероятностных, использующих деревья событий, до экспертных, основанных на эвристических суждениях. Кроме того, авторами ряда работ (в основном зарубежных) были предложены эмпирические кривые, позволяющие судить о характере зависимости надежности от внешних факторов, влияющих на операторскую деятельность (см. рис. 14.3), а именно:

- зависимость вероятности совершения ошибки от времени, отпущенного на решение задачи (рис. 14.3а);
- зависимость вероятности совершения ошибки от типа поведения, на котором решается задача (предложена Дж. Расмуссеном, рис. 14.3б);
- зависимость надежности (в относительных единицах) от коэффициента загруженности оператора (коэффициент загрузки — отношение суммарного времени активной работы к общей продолжительности смены) (рис. 14.3в);
- зависимость надежности (в относительных единицах) от степени неожиданности задачи для оператора. Здесь предложены четыре градации неожиданности задач: 1 — постоянно ожидаемые (нормальное функционирование); 2 — ожидаемые (проектные исходные события); 3 — наименее ожидаемые (непроектные исходные события); 4 — полностью неожиданные (редкие, уникальные аварии) (рис. 14.3г).

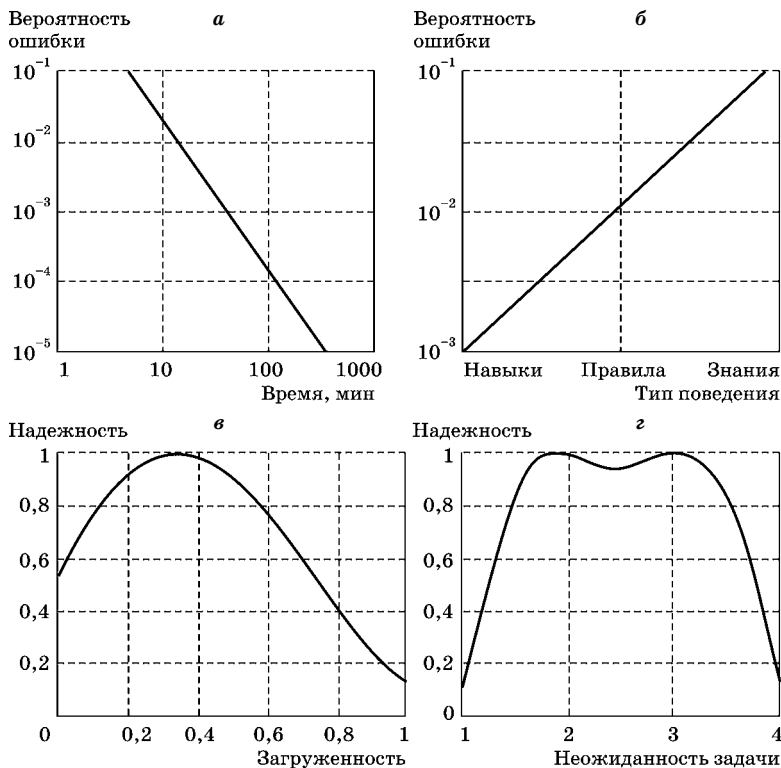


Рис. 14.3
Виды зависимостей:

a — «время — надежность»; *б* — «тип поведения — надежность»; *в* — «загруженность — надежность»; *г* — «неожиданность задачи — надежность».

Более подробные справочные данные приведены в руководстве по анализу надежности персонала АС, используемом американской комиссией по ядерному регулированию. На рис. 14.4 показаны некоторые из этих зависимостей:

- зависимость вероятности совершения ошибки при воспроизведении по памяти устной инструкции (без ее записи) от длины этой инструкции (рис. 14.4*a*);
- значения поправочного коэффициента, на который нужно умножать вероятность совершения ошибки, чтобы учесть влияние стресса разной силы (авторы отмечают, что в условиях предельно высокого стресса вероятность ошибки персонала при решении динамических (аномальных) задач составляет от 0,25

до 0,5, независимо от исходных вероятностей, наблюдаемых в спокойных условиях) (рис. 14.4б);

- зависимость вероятности неверной идентификации близких по времени аномальных событий от времени, прошедшего с момента их возникновения (близкими по времени или «наложенными» событиями считаются ситуации, в которых сигнал о следующем аномальном событии приходит в то время, когда

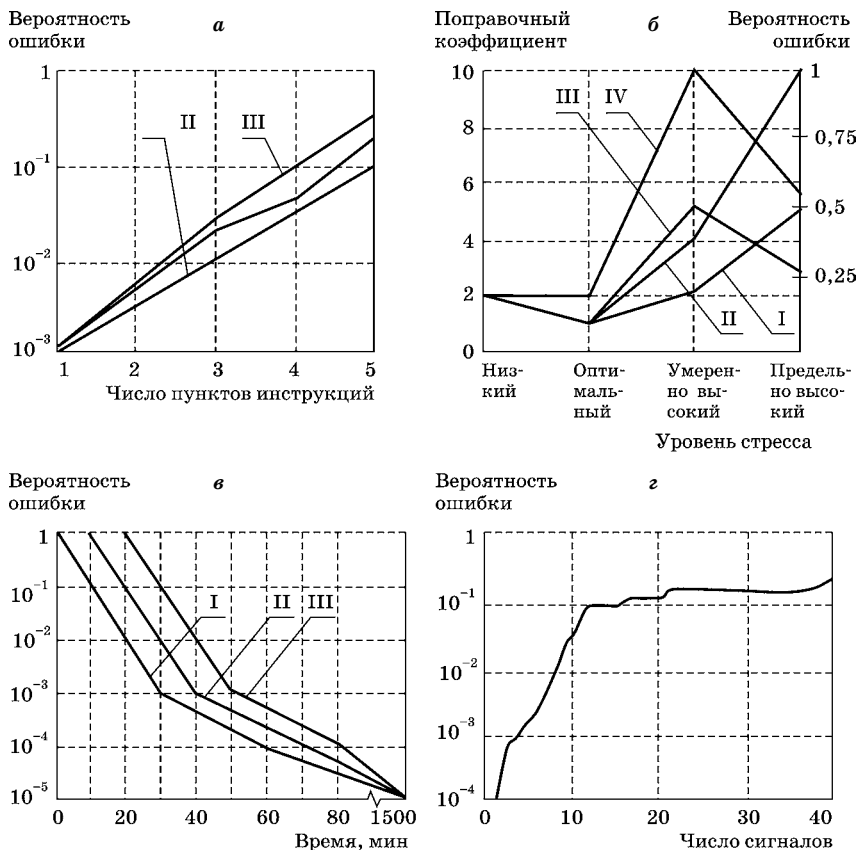


Рис. 14.4
Зависимости:

а — «объем устной инструкции — надежность»: *I* — воспроизведение 1-го пункта инструкции (порядок не важен); *II* — воспроизведение всех пунктов в любом порядке; *III* — воспроизведение всех пунктов по порядку; **б** — «стресс — надежность»: статическая (рутинная) задача: *I* — опытный оператор; *II* — неопытный оператор; динамическая задача: *III* — опытный оператор; *IV* — неопытный оператор; **в** — «наложение событий — надежность»: *I* — первое событие; *II* — второе событие; *III* — третье событие; **г** — «длина очереди — надежность».

персонал БЩУ все еще активно занят диагностированием и/или планированием ответных действий для преодоления последствий предыдущего события) (рис. 14.4а);

- зависимость вероятности ошибки оператора от числа поступающих к нему близких по времени сигналов, требующих избирательной реакции на каждый сигнал в отдельности, т. е. конкурирующих по отношению к его вниманию (вероятность ошибки здесь трактуется как вероятность того, что оператор не выполнит корректирующие действия, запланированные в ответ на любой случайно выбранный сигнал) (рис. 14.4г).

14.3.

ПОНЯТИЯ ОТКАЗА И ОШИБКИ ОПЕРАТОРА

Очевидно, что смысл, вкладываемый в понятие надежности, напрямую зависит от того, что мы понимаем под отказом человека (иначе говоря, в чем состоит событие, наступления которого не должен допустить надежный оператор).

Определения человеческого отказа многочисленны и порой противоречивы.

Одно из первых определений отказа, близкое по смыслу к аналогичному понятию в технике, было сформулировано В. Д. Небылицыным следующим образом:

- в узком смысле отказом нужно считать прекращение работы вследствие развития органического или функционального, обратимого или необратимого процесса в сенсорной, моторной или церебральной сферах субъекта (сон, потеря сознания, «черная пелена», психические расстройства, непереносимое болевое ощущение, смерть);
- в широком — это действие, которое ведет к ухудшению эффективности рабочего процесса.

Обратим внимание, что в данном определении имеются две трактовки отказа — потеря работоспособности человеком и ухудшение работы системы.

Позже они легли в основу других определений:

- отказ следует рассматривать как полную или частичную потерю работоспособности, в результате которой человек перестает удовлетворять хотя бы одному из требований, установленных для данного вида деятельности;
- если оператор допустил выход системы из нормального режима в зону ненормальной работы, принято считать, что произошел отказ оператора.

Опираясь на такое понимание отказа, рядом авторов была сформулирована концепция ошибки как особого вида кратковременного отказа, не связанного с потерей работоспособности и/или ухудшением работы системы. Отказ человека квалифицируется как событие, проявляющееся в действии (или бездействии) оператора, влекущем за собой отклонение выходных параметров системы за установленные ограничения, которые он не предотвратил, или как событие, проявившееся в выходе за допустимые пределы характеристик жизнедеятельности оператора. Ошибки оператора — все его неправильные действия, которые не влекли за собой отказ системы, а если и влекли, то были своевременно исправлены или парированы самим же оператором.

А. И. Губинскому принадлежит наиболее развернутое определение, классифицирующее отказы человека-оператора и ошибку как вид отказа: отказ эргатического элемента — событие, заключающееся в потере работоспособности (структурный или *S*-отказ) или неправильном функционировании при условии сохранения работоспособности (функциональный или *F*-отказ, ошибка).

Различаются временные и окончательные структурные отказы:

- временные (отказы дееспособности) — психофизиологический отказ 1-го рода (утомление); психофизиологический отказ 2-го рода (заболевание, травма); временный эргатический отказ (выключение освещения, задымленность, стресс и др.); временный мотивационный отказ (страх, нежелание);
- окончательные (отказы работоспособности) — окончательный отказ трудоспособности (потеря трудоспособности); окончательный биологический отказ (смерть); окончательный мотивационный отказ.

Понятие временного и окончательного отказов присутствует также в предложенной А. Фридманом классификации отказов с позиций теории метрологической надежности. В ней автор разделяет отказы в результате ранения или смерти и отказы в результате усталости и заболевания (так называемый дрейф параметров).

К другим определениям, в которых ошибка рассматривается как разновидность отказа, относятся:

- отказ человека-оператора — невыполнение человеком-оператором предписанных действий или снижение качества их выполнения за пределы, необходимые для достижения цели деятельности;
- ошибка человека-оператора — вид отказа человека-оператора, не связанный с прекращением деятельности (ГОСТ [23]);

- ошибка — кратковременный отказ, причина которого самоустраняема;
- ошибка оператора — кратковременный (биологический) отказ.

Характерным для таких отказов является то, что они не связаны с какими-либо изменениями в организме оператора. При выполнении очередного действия отказ такого вида может уже не иметь места.

Наряду с системным рассмотрением ошибки как частного вида отказа, нередко встречаются определения, опирающиеся на содержательную интерпретацию ошибок (в частности, на новое понятие «ошибочное действие»). К ним относятся:

- ошибка оператора — это любое конкретное действие человека в процессе его деятельности, которое выходит за некоторые допустимые границы, т. е. превышает допуск, границы которого определены режимами работы системы;
- неадекватное восприятие информации, неверные решения, неточные команды или неправильные действия персонала, инициирующие события, ведущие к отклонениям от режима нормальной эксплуатации, определяются как ошибки человека. Факт неправильного воздействия на процесс эксплуатации определяется как ошибочное действие человека;
- ошибка — результат ошибочного действия, т. е. не достигающего цели; ошибочное действие — такое, которое не адекватно объективным, социально заданным целям управления. В то же время оно адекватно субъективной цели человека и в этом смысле должно рассматриваться как закономерное (В. Ф. Венда).

С. А. Чачко, опираясь на понятие «норма деятельности», определяет ошибку как кратковременное произвольное отклонение от нормы деятельности или однократное неправильное формирование нормы.

В эргономической практике существуют два взаимодополняющих подхода к проблеме анализа надежности и снижению ошибок персонала. Первый состоит в изучении ошибок, накоплении их статистики, описании и детальном анализе с целью выявления необходимых изменений в системе, человеко-машинном интерфейсе, эксплуатационной и нормативной документации или в подготовке операторов. Второй имеет противоположную направленность и основан на системном анализе операторской деятельности с целью выявления и предупреждения возможностей возникновения ошибок.

14.4. СТАТИСТИКА ОШИБОК ОПЕРАТИВНОГО ПЕРСОНАЛА

С целью получить общее представление о характере ошибочных действий персонала сложных систем попытаемся, используя существующую мировую статистику ошибок на примере оперативного персонала АС, ответить на следующие вопросы:

- какова относительная частота ошибок операторов на АС и к чему они приводят;
- в каких ситуациях совершаются и в чем состоят;
- каковы их основные причины.

В ядерной энергетике (как и во многих других отраслях) процент аварий по вине персонала достаточно велик. Примерно половина аварийных ситуаций на АС, в том числе и самых серьезных, прямо или косвенно связана с ошибками человека-оператора.

Таблица 14.4

Статистические данные об ошибках персонала атомных станций

Страна	Год (период)	Число инцидентов	По вине персонала, %	Примечание
МАГАТЭ	1986		17,5	
СССР, Россия	—		15...20	Непосредственно из-за ошибок человека 5...10%
СССР	1989	117	46	—
СССР	1989–1993	137	30	АЭС с ВВЭР-1000/338
США	1970-е	—	21	—
США	1974	468	19	40 реакторов PWR
США	1975	638	18	51 реактор PWR
США	1980-е	—	30	—
США	1985–1986	169	67	АЭС San Onofre
США	—	31 000	16	При серьезных инцидентах — до 50%
			*	
США			44...52	
Франция	1985–1988		50	
Франция	1985–1988	1500	40	—
ФРГ			29	
ФРГ	1975–1995	3000	22	
Швейцария, Япония	1986–1992	197	60,19	Ошибки операторов 10%

По разным оценкам по вине оператора произошло от 15 до 40% всех аварий и от 20 до 80% всех нарушений в работе АС (столь широкий диапазон оценок обусловлен различными методиками сбора данных и разноречивой интерпретацией самого понятия «ошибка»). В табл. 14.4 приведены некоторые статистические данные об ошибках персонала АС, взятые из различных литературных источников.

На первый взгляд очевидно, что эта информация носит фрагментарный и довольно противоречивый характер, а следовательно, не может служить надежной основой для выводов о каких-либо тенденциях изменения влияния человеческого фактора. Для получения значимой информации необходимо унифицировать и систематизировать сбор данных об ошибках и их причинах. Это по силам лишь организациям, функционирующим на наднациональном и надкорпоративном уровне, таким как МАГАТЭ (Международное агентство по атомной энергии), в котором подобная программа действует в рамках миссии ASSET (Analysis of Safety Significant Events Team — «группа анализа событий, важных для безопасности») в течение последних десятилетий.

Не все ошибки, допускаемые персоналом, приводят к последствиям, да и сами последствия ошибок существенно зависят от режима работы АС. Так, только 70% ошибок человека на японских АС повлияли на изменение мощности (54% приводили к остановке реактора, 15% — к снижению мощности). Как правило, в этих случаях результатом ошибок становятся экономические потери, которые несет станция и эксплуатирующая организация. Однако хорошо известны и другие ошибки, приведшие к серьезным авариям (на АЭС США — Davis Besse (1985), Crystal River-III (1991), Salem-I (1994)) и даже к катастрофическим последствиям (АЭС Three Mile Island-II в США (1979) и Чернобыльская АЭС-IV в СССР (1986)).

В последнее время особенно отмечается, что последствия ошибочных действий персонала могут проявиться не сразу. По данным EdF (Electricite de France), в более чем 600 инцидентах, происшедших по вине персонала, немедленное наступление последствий ошибок наблюдалось лишь в половине случаев; другая половина инцидентов произошла с задержкой относительно момента совершения ошибки. Примерно в половине из 83% случаев на АЭС Германии, когда последствия ошибок проявились с задержкой, величина этой задержки составляет от 15 мин до нескольких часов, в трети случаев — превышает 8 ч. С. А. Чачко, рассматривая латентный пе-

риод последствий ошибок, выделяет три фазы движения от ошибки к аварии. Анализ инцидентов, имевших место в течение 15 лет (до 1987 г.) на АЭС в Финляндии, показал, что 60% ошибок совершается персоналом в процессе эксплуатации АС (производства электроэнергии), 22% — при пусках и остановках оборудования, 18% — во время перегрузки ядерного топлива и в период ремонтов оборудования. Учитывая, что соответствующие временные отрезки соотносятся как 90 : 3 : 7, вывод таков: для операторов наиболее опасны и сложны режимы пуска и остановки.

Более детальное рассмотрение ситуаций, при которых были совершены ошибки, приведено на рис. 14.5а; основой этой диаграммы стали данные о 199 ошибках на АЭС «Ловиза» в Финляндии (1982–1989), собранные в результате анкетирования.

Несмотря на некоторые различия в классификации разными авторами обстоятельств совершения ошибок, можно с высокой степенью уверенности утверждать, что наибольшее количество ошибок совершается операторами АС в процессе производства электроэнергии на номинальных уровнях мощности блока (в 4 из 5 рассмотренных соотношений этот режим занимает первое место); на втором — испытания и опробования оборудования; далее следуют пуско-остановочные режимы; и наконец — ремонтные работы и перегрузка топлива. Учитывая приведенное выше временное соотношение, необходимо еще раз подчеркнуть, что наиболее вероятными являются операторские ошибки в процессе пуска/остановки оборудования и энергоблока в целом.

Сама по себе констатация существующей статистики ошибок может лишь заострить проблему человеческого фактора, однако мало что дает для ее решения. Чтобы предупредить ошибки персонала и снизить их число, необходимо прежде всего идентифицировать и тщательно проанализировать причины их возникновения. Этому вопросу многие исследователи уделяют особое внимание.

Анализ выявил следующие шесть основных причин ошибок операторов АС: отсутствие процедуры (последовательность: включение, переключение, отключение и т. д.), нечеткое взаимодействие, недостаточная тренированность, плохой человеко-машинный интерфейс, неадекватная рабочая среда, отсутствие мотивации. Они вызваны сложностью задачи, плохой организацией рабочего места и работы в целом, процедурами (содержание, форма, несоблюдение), личными качествами (профессиональная подготовка, тренированность).

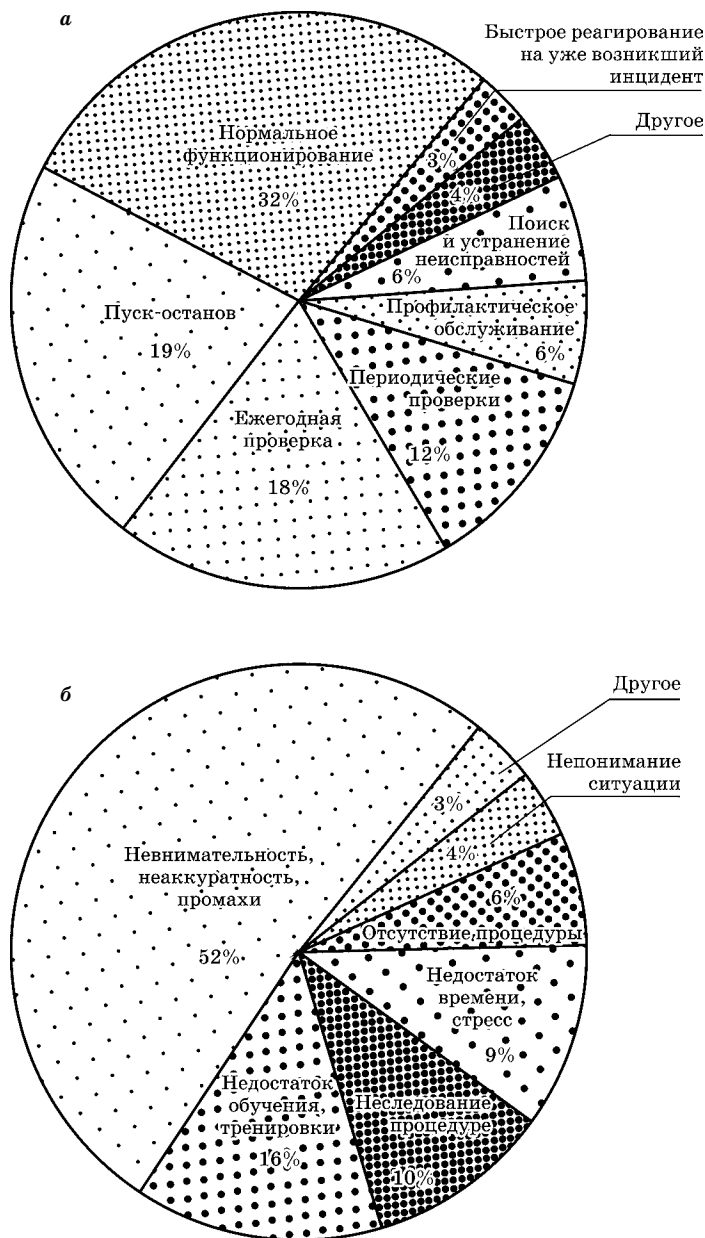


Рис. 14.5
Детальное рассмотрение ошибок операторов на АС

Три из вышеперечисленных проблем были определены как основные причины ошибок персонала швейцарских АЭС с 1986 по 1992 г. Их относительные веса: процедуры — 45%, организация работы — 45%, коммуникация — 10%.

Соотношение основных причин ошибочных действий оперативного персонала на финской АЭС «Ловиза» с 1982 по 1989 г. показано на диаграмме рис. 14.5а; на японских и американских АЭС за период с 1970 по 1985 г. — на рис. 14.5б (по данным конференции МАГАТЭ «Человеко-машинное взаимодействие в ядерной энергетике» в Токио, 15–19 февраля 1988 г.).

На этой же конференции в качестве основных причин возникновения проблем с безопасностью реакторов на ряде АС (по результатам анализа более 450 инцидентов в 24 странах) были названы:

- недостаточная квалификация персонала — недостаточные знания, неподходящие личные качества, отсутствие мотивации, неадекватная тренировка (20%);
- неадекватная поддержка персонала — неадекватные процедуры, средства и системы управления, несовершенная эргономика (40%);
- неадекватное управление персоналом — плохая организация работы, сложность задач, низкая культура безопасности (40%).

Подобные же причины ошибочных действий персонала на российских АЭС:

- неудовлетворительная подготовка или недостаточная квалификация персонала;
- неудовлетворительные условия работы (микроклимат, шум, освещение и др.) и недостатки компоновки рабочих мест;
- неудовлетворительное техническое оснащение и организация рабочих мест (отмечается также, что весьма значимой причиной являются неблагоприятные психологические качества человека).

Более подробная классификация факторов, создающих почву для ошибок:

- потребностно-мотивационные факторы — безответственность, небрежность, низкая мотивированность в труде;
- профессиональные знания — отсутствие необходимых знаний (профессиональная неподготовленность);
- профессиональное поведение — отсутствие умений использовать знания в конкретных ситуациях (профессиональная детренированность, неподготовленность к работе в критических ситуациях);

- технико-технологические факторы — низкие эргономические характеристики, плохая организация рабочего места и условий труда, производственные опасности и вредности;
- социально-психологические факторы — неоптимальный режим труда и отдыха, морально-психологический климат, социально-политическая ситуация.

В последнее время значительное внимание уделяется взаимодействию операторов смены как одному из наиболее существенных источников ошибочных действий. В 35% случаев неадекватных действий операторов одной из причин были ошибки, допущенные в процессе коммуникации. Наибольшая вина в совершении этих ошибок лежит на отправителе сообщения, представившем его в неприемлемой для получателя форме.

Для удобства перечисленные в различных источниках основные причины ошибочных действий персонала АС сведены в табл. 14.5, число граф которой соответствует числу литературных источников, проанализированных в [20].

Из таблицы видно, что наиболее значимыми источниками ошибочных действий персонала АС являются некорректные процедуры, неадекватный человеко-машинный интерфейс и неэффективная тренировка.

Т а б л и ц а 14.5

Основные причины ошибочных действий персонала АС

Причина	Относительный вклад (%) либо наличие								
Личные качества*			62	11	9	+			20
Подготовленность	+	+	16	6	10	+			
Мотивация	+					+			
Процедуры	+	+	6	34	19		45		40
Рабочее место и ЧМИ	+	+		20	18	+			
Рабочая среда	+					+			
Коммуникация	+			9	15		10	35	
Организация работы**		+		6	10	+	45		40
Управление				14	12				
Сложность задач***		+	13						
Изменение оборудования				3	5				
Социально-психологический климат						+			

Примечание. * Включая невнимательность, неаккуратность, безответственность, небрежность, неследование процедуре. ** Включая распорядок дня. *** Включая непонимание ситуации, недостаток времени, стресс.

14.5. КЛАССИФИКАЦИЯ ОШИБОК ОПЕРАТИВНОГО ПЕРСОНАЛА

Рассмотрим теперь один из наиболее сложных и пока еще окончательно не решенных вопросов анализа ошибок операторов сложных систем — классификацию. Первой проблемой является определение признаков (критериев) классификации ошибок. Предлагается разделять ошибки по:

- профессиональной группе персонала, к которой относится работник, совершивший ошибку, — механики (слесари), электрики, специалисты по автоматике, инженерно-технический персонал, оперативный персонал;
- месту совершения ошибки — пультовая, местные щиты;
- виду производственного процесса, во время которого была совершена ошибка — производство, техническое обслуживание, испытания и др.;
- типу (характеру) выполняемой при этом работы — подготовка, исполнение, контроль, отчет;
- типу психического процесса, в котором была допущена ошибка, — обнаружение, интерпретация, действия, коммуникация;
- характеру ошибки — пропуск, путаница, позднее (раннее) совершение действия, неподходящее действие;
- скорости наступления последствий — немедленно, с задержкой.

Остановимся более подробно на некоторых из перечисленных признаков. Один из основателей исследований в области надежности персонала технологических объектов Дж. Рабидо предлагал классифицировать ошибки в соответствии с психическими процессами, в которых они возникают: ошибки восприятия (обнаружения, идентификации, интерпретации); мышления (рассуждения и принятия решения); моторики; коммуникации (передачи команд).

Первые три названных типа ошибок присутствуют также в классификации, выполненной по аналогичному принципу В. В. Зверковым (на основании анализа ошибок операторов АЭС с ВВЭР-440). В соответствии с ней выделяются следующие типы ошибок:

- информационные, обусловленные недостатками представления информации, недоверенностью показаний приборов, отсутствием данных;
- аналитические, возникающие в процессе оперативного мышления, в интуитивных действиях и в условиях недостатка опыта и знаний;

- психомоторные (сенсомоторные), связанные с отсутствием навыков у человека-оператора, незнанием места расположения ключей, кнопок и т. д.

Перечисленные психические процессы образуют основу многофазных моделей деятельности, конструкция которых также чрезвычайно удобна для классификации ошибок. Так, С. А. Чачко разработана трехуровневая классификация ошибок операторов. Первый (семантический) уровень составляют четыре фазы решения оператором задач управления: наблюдение, диагностика, планирование, исполнение. На втором выполнена типизация ошибочных действий для каждой фазы. На третьем (синтаксическом) перечисляется конкретное содержание ошибочных действий каждого типа. Следует отметить, что помимо фаз деятельности к первому уровню в качестве автономного вида деятельности относится еще и взаимодействие оператора с автоматикой. Учитывая, что нижний уровень классификации содержит описание 70 ошибочных действий, рассмотрим содержание только двух верхних уровней:

- наблюдение — формирование неадекватного набора оценок, формирование неадекватных норм, неадекватное решение о режиме;
- диагностика — выбор неправильной глубины анализа, формирование неадекватного набора основных причин, некорректная декомпозиция, неправильное привлечение признаков, неправильное диагностическое решение;
- планирование — неверное целеобразование, некорректное формирование планов, выбор неправильной глубины планирования, некорректное назначение средств контроля исполнения планов;
- исполнение;
- взаимодействие с автоматикой — с авторегуляторами, устройствами автоматического ввода резерва, защитами, информационными устройствами.

Фазы деятельности и психические процессы хорошо характеризуют сущность и происхождение ошибок, однако ничего не говорят о внешнем проявлении этих ошибок и о том, в чем они состоят. Наиболее наглядно можно наблюдать проявление ошибок в моторной деятельности. Еще в 1960-е гг. американский инженерный психолог Д. Майстер выделил четыре категории ошибок, допускаемых операторами при манипулировании органами управления:

- выполнение не того действия, которое требуется;

- выполнение действия, когда этого не требуется;
- нарушение последовательности в выполнении действия;
- неправильное выполнение требуемого действия.

Несколько позже А. Суэйн к этим категориям добавил еще одну — выполнение действия несвоевременно или не за заданное время. Сам же Суэйн предлагал разделять ошибки на две категории: ошибки пропуска и ошибки в выполнении (в выборе, в последовательности действий, во времени, качественные).

Подобный подход использован и в других работах, где разделяются ошибки необнаружения (пропуск сигнала) и ложной тревоги (реакция при отсутствии сигнала).

По существу, в похожих классификациях рассматриваются с той или иной степенью детализации три вида ошибочных действий (или бездействий) оператора: 1) оператор выполнил что-то не то; 2) не так; 3) не вовремя. Такая классификация была подтверждена и развита отечественными авторами. В. Ф. Венда [22] выделяет пять видов ошибок:

- невыполнение (пропуск) необходимого действия;
- выполнение постороннего (лишнего) действия;
- нарушение последовательности действия;
- неточное выполнение необходимого действия;
- запаздывание в выполнении действия.

Чуть подробнее разделяются ошибки при проведении вероятностного анализа безопасности отечественных АС (в части анализа надежности персонала). А. А. Деревянкин рассматривает следующие виды ошибок операторов АС при выполнении предписанных алгоритмов:

- ошибки пропуска, при которых не выполняются требуемые в соответствии с алгоритмом операции;
- ошибки включения, при которых выполняются операции, не требуемые соответствующим алгоритмом;
- ошибки следования, при которых требуемые в соответствии с алгоритмом операции выполняются, но не в той последовательности, которая требуется (если это существенно);
- ошибки замещения, при которых вместо требуемых в соответствии с алгоритмом операций выполняются другие, имеющие признаки, аналогичные требуемым (например, вместо главного циркуляционного насоса (ГЦН) на первой петле отключается ГЦН на второй);
- ошибки выполнения (качества), при которых требуемые в соответствии с алгоритмом операции выполняются, но результат их

выполнения не отвечает некоторым критериям качества (например, неполное открытие арматуры);

- ошибки своевременности, при которых требуемые в соответствии с алгоритмом операции выполняются либо преждевременно, либо с опозданием.

Принципа «не то, не так и не вовремя» придерживается и А. И. Губинский [26], однако в его классификации ошибок (напомним, что ошибка по терминологии обобщенного структурного метода называется функциональным отказом, являющимся частным видом отказа оператора) присутствует еще один вид ошибочных действий — неверное целеобразование:

- функционально-алгоритмический отказ — нарушение логической последовательности операций, предписанной алгоритмом;
- функционально-параметрический отказ — недостаточная точность выполнения операций;
- функционально-временной отказ — несвоевременное выполнение функции;
- функционально-целевой отказ — неправильный выбор цели.

На ошибки, связанные с неправильным выбором цели операторами АС, указывает также Д. Норман, выделяющий всего две категории ошибок: заблуждения — ошибки при формировании намерения и промахи — ошибки при реализации намерения.

Необходимо особо отметить классификацию, предложенную Б. Ф. Ломовым. Внешне почти ничем не отличающаяся от классификации Мейстера, она, тем не менее, указывает на еще один важный признак различия ошибок — структурный уровень деятельности, на котором они совершаются. Согласно ей выделяются следующие виды ошибок:

- невыполнение части поставленной задачи или какой-либо из операций технологического процесса;
- выполнение ненужной задачи или какой-либо операции;
- выполнение задачи или какой-либо из операций в неправильной последовательности;
- неправильное выполнение задачи или какой-либо из операций.

Были попытки объединить три рассмотренных выше признака классификации ошибок (по типу психического процесса, по виду (характеру) ошибочного действия и по уровню деятельности). Основываясь на иерархии процессов в деятельности оператора, можно разделить все ошибки оператора на две категории: совершаемые в процессе идентификации и при реализации элемента

деятельности — это неточное, неправильное или несвоевременное исполнение элемента деятельности (выполнил «не так» или «не вовремя»).

Что касается ошибок идентификации (выполнил «не то»), то их можно разделить на три группы:

- пропуск — элемент деятельности не идентифицирован, хотя это было необходимо;
- избыток — элемент деятельности идентифицирован при отсутствии необходимости;
- заблуждение — идентифицирован не тот элемент деятельности, который был необходим.

Учитывая, что ошибки могут совершаться на трех структурных уровнях деятельности — на уровне задач (неправильная идентификация или ошибочное решение задачи); операций (неправильный выбор или ошибочное исполнение операции); действий (неправильный выбор или ошибочное совершение действия) — всего выделяется 12 типов ошибок. Отметим два важных свойства данной иерархии ошибок:

- ненаследование ошибки сверху вниз (тот факт, что задача поставлена неверно, не означает, что оператор ее неправильно решит, совершив при этом ошибки в выборе и исполнении требуемых для ее решения действий и операций);
- наследование ошибки снизу вверх (ошибка, совершенная и не исправленная при исполнении действия или операции, может повлиять на правильность решения или идентификации всей задачи).

Как показано в табл. 14.5, одну из основных групп причин ошибочных действий составляют личные качества, подготовленность и мотивация человека-оператора. В некоторых ситуациях эти факторы способны сыграть фатальную роль и сделать ошибку неизбежной и как бы «запланированной» для определенных категорий людей. Классификация ошибок с точки зрения доминирования в них одного из этих трех факторов предложена В. Н. Абрамовой, которая выделяет:

- ошибки-промахи — нечаянные пропуски, невнимательность, замешательство;
- ошибки-путаницы — незнание, неумение выполнить или выполнение не той инструкции;
- ошибки-уловки — осознанные действия вопреки инструкции («упрощение» или «рационализация» задачи, игнорирование техники безопасности).

Позже эта классификация была развита и выделено пять источников (психологических сфер) возникновения ошибок:

- на психофизиологическом уровне — оператор не заметил/не увидел/не услышал сигнал или ему показалось, что сигнал был; запаздывание ответа; неспособность в момент опасности;
- на уровне психологии мышления/памяти — привычка к стереотипным ситуациям/действиям помешала предпринять адекватные действия в новой ситуации; слабые профессиональные навыки;
- на уровне психологии мотивации/отношения — отсутствие интереса к работе, низкая оценка значимости работы, нежелание рисковать жизнью; формальное отношение к своей работе; недисциплинированность; отсутствие чувства долга;
- на уровне психологии личности — отсутствие воли; нежелание действовать разумно в минуту опасности; некоммуникабельность; эмоциональная неустойчивость; отсутствие самоконтроля;
- на социально-психологическом уровне — мнимые моральные ценности; нежелание работать в команде; ярко выраженная конфликтность; неспособность руководить людьми.

Интересной в этом же плане является описанная С. А. Чачко характерологическая классификация операторов, совершающих ошибки, так называемых «эррористов» (от англ. *error* — «ошибка»). При этом отмечают следующие условные типы операторов: рассеянный, фаталист, легкомысленный, тугодум, нерешительный. Другая типология операторов, предложенная Е. А. Милеряном, отражает пять типов поведения: напряженное, трусливое, тормозное, агрессивно-бесконтрольное и прогрессивное поведение.

Одним из распространенных признаков классификации ошибок служит их важность и потенциальная опасность для эффективности и безопасности функционирования АС. Еще Б. Ф. Ломов отмечал, что нельзя однозначно отождествлять ошибку человека с надежностью его работы, так как необходимо знать степень влияния этой ошибки, прежде чем определить связь ее с надежностью работы. В связи с этим он предлагал выделять следующие градации степени влияния ошибки на работу системы: отсутствие влияния, потенциальное влияние, незначительное влияние, значительное влияние.

В своем обзоре ошибок операторов атомных станций М. Розен разделял ошибки, совершаемые до начала аварии, инициирующие аварийную ситуацию, при аварийном управлении установкой.

Наиболее полной классификацией ошибочных действий по типу последствий для безопасности АС можно считать разделение, принятое в практике вероятностных анализов безопасности и рассматривающее четыре группы ошибок персонала. Это ошибки в процессе:

- нормальной эксплуатации (включая техническое обслуживание систем) АС, приводящие к исходным событиям аварий;
- нормальной эксплуатации АС при проведении технического обслуживания систем, важных для безопасности, приводящие их в неработоспособное состояние;
- протекания аварии, приводящие к возникновению конечных состояний АС с нарушением безопасности;
- нормальной эксплуатации и протекания аварии на АС, приводящие к зависимым отказам систем, важных для безопасности (отметим, что в качестве дополнительного признака в указанной классификации неявно присутствует еще и вид производственного процесса — техническое обслуживание, производство, аварии).

В заключение перечислим основные выводы, вытекающие из рассмотренных в настоящей главе вопросов надежности оператора.

Идеальный надежный оператор — это пунктуальный, дисциплинированный и ответственный специалист, способный, с одной стороны, четко и точно выполнить инструкцию в предусмотренных для этого случаях, и, с другой — обладающий достаточными знаниями, опытом и волевыми качествами, чтобы хладнокровно найти выход из экстремальных непредвиденных ситуаций.

Ошибки операторов атомных станций — не столь частое явление (благодаря своей «исключительности» ядерная энергетика в этом смысле относительно благополучная отрасль), однако их цена может оказаться очень высокой.

Основная доля ошибок приходится на штатные, порой мало чем примечательные режимы. Далеко не всегда причина этих ошибок кроется в человеке — часты случаи, когда неизбежность ошибок предопределена тем, как организована деятельность оператора. Однако статистика констатирует лишь очень обобщенные черты ошибок, мало что давая для ответа на вопрос: как предупредить ошибки?

Чтобы ответить на него, в каждом конкретном случае необходим индивидуальный глубокий анализ ошибки и обстоятельств, в которых она была совершена. Каждая из приведенных выше классификаций может по-своему, с разных точек зрения помочь

разобраться в причинах этих ошибок и найти способ их устранения. Однако нельзя рассчитывать на существование универсального метода избавления от ошибок. Устраняя причины одних ошибок, мы через некоторое время неизбежно столкнемся с другими, пока еще неизвестными (а возможно, и сами создадим их). Лишь регулярный обзор и анализ текущего состояния дел, происходящий в каждой конкретной сложной системе, может помочь выявить их до того, как их значимость станет критичной.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Расскажите о трех разнородных видах систем, составляющих сложные системы.
2. Дайте определение понятия «человек — машинная система».
3. Раскройте ключевые моменты, характеризующие СЧМ.
4. Какие вы знаете СЧМ по виду конечной цели, определяющей поведение системы?
5. Перечислите основные категории операторов.
6. Что вы понимаете под «человеко-машинным интерфейсом»?
7. Каковы достоинства и недостатки оператора и автоматики при управлении сложными системами?
8. Как, на ваш взгляд, должны быть распределены функции между человеком и автоматикой в процессе управления?
9. Что такое «базовая и прагматическая надежность» человека?
10. Есть ли разница в терминах: надежность человека, надежность работы человека, надежность функционирования? Если есть, то в чем?
11. Какими показателями характеризуется надежность оператора?
12. Дайте определения понятий «отказ» и «ошибка оператора».
13. Какова относительная частота ошибок оператора в сложных системах?
14. К каким последствиям могут привести ошибки операторов при управлении сложными системами?
15. Расскажите о причинах ошибок операторов.
16. По каким признакам классифицируются ошибки операторов сложных систем?
17. Расскажите об ошибочных действиях операторов при наблюдении, диагностике, планировании, исполнении и взаимодействии с автоматикой.
18. Как классифицируются ошибки идентификации оператора?
19. Что такое «идеальный надежный оператор»?
20. Какие вы знаете методы повышения надежности оперативного персонала сложных систем?

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МОДЕЛИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ
НАДЕЖНОСТИ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ****15.1.
ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ
С УЧЕТОМ УЩЕРБА**

Оптимальность технического решения, выбранного при проектировании и эксплуатации ЭА, означает, что заданный производственный эффект (располагаемая мощность, уровень надежности и качества) получается с минимальными возможными затратами материальных и трудовых ресурсов.

При определении оптимального варианта из некоторого числа возможных, обеспечивающих выполнение технического задания, необходимо вычислить приведенные затраты на сооружение и эксплуатацию ЭА [5]. В зависимости от длительности сооружения ЭА и условий ввода в эксплуатацию приведенные затраты исчисляются по-разному. Если строительство и пуск в эксплуатацию осуществляются в течение короткого времени (менее года), то

$$З = E_H + И, \quad (15.1)$$

где E_H — нормативный коэффициент эффективности капиталовложений K , в энергетике $E_H = 0,12$; $И$ — издержки.

Затраты, обусловленные аварийным (и запланированным) перерывом электроснабжения, можно рассматривать как средние дополнительные издержки (ущерб), которые несет эксплуатационник помимо основных затрат на создание ЭА и его нормальную эксплуатацию. Расчетная формула (15.1) примет вид

$$З = E_H + И + У, \quad (15.2)$$

где $У$ — средний годовой ущерб на стадии нормальной эксплуатации.

Средний ущерб можно рассчитать по формулам, в которых используется удельная оценка ущерба. Она получается в результате обработки фактических данных о последствиях большого числа аварийных ситуаций, экономический ущерб от которых можно оценить.

Экономический ущерб является лишь частью эксплуатационного ущерба, который может иметь еще социальные и экологические составляющие, не оцениваемые в денежном выражении. Экономический ущерб складывается из ущерба потребителей и ущерба (потери и затраты) энергоснабжающей организации. Причины экономического ущерба: простой, недоиспользование, непроизводительный расход или уничтожение ресурсов, снижение качества продукции, перерасход элементов производства. Экономический ущерб подразделяется на основной, дополнительный, прямой и косвенный.

Формулы для расчета фактического экономического ущерба приводятся в работе [17].

Составляющие экономического ущерба:

- затраты на аварийный ремонт (восстановление) ЭА или потери, связанные с его недоамортизацией из-за досрочной ликвидации;
- стоимость дополнительных потерь электроэнергии в сети из-за отклонения электрического режима от оптимального;
- затраты на демонтаж и транспортировку ЭА при отправке на ремонтный завод или завод-изготовитель;
- затраты на содержание резервного оборудования;
- потери, связанные с простоем оборудования и обслуживающего персонала, при аварийном отключении потребителей;
- ущерб от недоотпуска электроэнергии потребителям при отключении с предупреждением во время прохождения максимума;
- ущерб от внезапного отключения потребителей и недоотпуска энергии за время восстановления электроснабжения.

Оценки удельного ущерба $у_{\Pi}$ (в рублях на перерыв электроснабжения) и $у_{\text{ч}}$ (в рублях на час перерыва), полученные на основе оценок фактического экономического ущерба, позволяют рассчитать ущерб при проектировании ЭА:

$$У = \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{l=1}^{N_l} \Lambda(l, k) [y_{\Pi}(l) + 8760 y_{\text{ч}}(l) \tau(l, k)], \quad (15.3)$$

где $\tau(l, k)$ — среднее время восстановления питания l -го потребителя при k -й аварии; N_k — число видов аварий; N_l — число потребителей; $\Lambda(l, k)$ — частота аварий с погашением l -го потребителя.

При рассмотрении установок энергосистемы эксплуатационный ущерб определяется с помощью оценки удельного ущерба $y_k(\Delta W)$ от недоотпуска энергии и прироста приведенных затрат ΔC_P на 1 кВт·ч энергии, выработанной на резервных установках:

$$Y = \sum_{k=1}^N [y_k(\Delta W) \Delta W_{ck} + \Delta C_P (\Delta W_{CTK} - \Delta W_{CK})], \quad (15.4)$$

где ΔW_{CK} и ΔW_{CTK} — недоотпуск энергии в системе и снижение выработки энергии k -й станций.

При проектировании отдельных ЭА или их элементов на различных стадиях разработки проекта применение формул (15.1) и (15.2) некорректно из-за невозможности точного определения для каждого элемента в отдельности доли К, И и У, рассчитанных для объекта в целом.

Некоторые, весьма ограниченные (требованием равенства производственного эффекта) возможности оптимизации дает использование соотношения

$$\frac{\Delta K}{\Delta И + \Delta У} \leq \frac{1}{E_H}, \quad (15.5)$$

получаемого из условия минимума приведенных затрат (15.2) в том случае, когда можно достигнуть некоторого уменьшения издержек ($\Delta И$) и ущерба ($\Delta У$) за счет увеличения капиталовложений ($\Delta К$).

15.2. ПОГРЕШНОСТЬ ОЦЕНОК ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Диапазон неопределенности оценок показателей надежности может быть установлен для каждого объекта (элемента, реке системы), по литературным данным, в виде максимальных и минимальных значений: $\lambda_{\max}$, $\lambda_{\min}$, $\tau_{\max}$, $\tau_{\min}$ и т. д.

В некоторых источниках (см., например, [9]) приводятся доверительные границы λ^B , λ^H , τ^B , τ^H с доверительной вероятностью $\alpha = 0,9$ или $\alpha = 0,8$. Однако для всех элементов таких оценок нет.

В первом приближении оценка среднеквадратической погрешности показателей надежности может быть сделана в предположении экспоненциальности распределения времени безотказной работы и времени восстановления ЭА. В этом случае $\sigma_\lambda \approx \bar{\lambda}$, $\sigma_\tau \approx \bar{\tau}$.

При наличии оценок доверительных границ

$$\sigma_{\lambda} \approx 0,5(\lambda^B - \lambda^H); \quad \sigma_{\tau} \approx 0,5(\tau^B - \tau^H).$$

При наличии только экспертных оценок границ диапазона неопределенности можно оценить максимальную и минимальную среднеквадратическую погрешность:

$$\begin{aligned} \max \sigma_{\lambda} &= 0,5(\lambda_{\max} - \lambda_{\min}); \quad \min \sigma_{\lambda} \approx 0,167(\lambda_{\max} - \lambda_{\min}); \\ \max \sigma_{\tau} &= 0,5(\tau_{\max} - \tau_{\min}); \quad \min \sigma_{\tau} \approx 0,167(\tau_{\max} - \tau_{\min}). \end{aligned}$$

При известных средних значениях и среднеквадратических погрешностях исходных данных о надежности ЭА или его элементов можно оценить среднеквадратическую погрешность показателей надежности ЭА, пользуясь формулами теории точности (табл. 15.1). Так, погрешности оценок показателей надежности для ЭА с последовательным соединением элементов

$$\begin{aligned} \sigma_{\Lambda} &= \left[\sum_{i=1}^n \sigma^2(\lambda_i) \right]^{0,5} \quad \text{при } \Lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i; \\ \sigma_q &= \left[\sum_{i=1}^n \sigma^2(q_i) \right]^{0,5} \quad \text{при } q = \sum_{i=1}^n q_i. \end{aligned}$$

Из сравнения формул для расчета показателей Λ и q и формул для погрешностей σ_{Λ} и σ_q следует, что погрешность результата увеличивается с ростом числа членов в формулах, но увеличивается

Т а б л и ц а 15.1

Среднеквадратичные погрешности показателей надежности

$\varphi = f(\lambda, q, \tau)$	σ_{φ}
$Q(t_P) = 1 - \exp(-\lambda t_P)$	$\bar{\lambda} \bar{Q}(t_P) t_P \sigma_{\lambda}$
$q = \lambda \tau$	$\bar{\lambda} \bar{\tau} [(\sigma_{\lambda} / \bar{\lambda})^2 + (\sigma_{\tau} / \bar{\tau})^2]^{0,5}$
$Q(s i) = 1 / N_{o.c.}$	$(\bar{N}_{o.c.})^{-2} \sigma_N$
$\Lambda(k) = \lambda q$	$\bar{\lambda} \bar{q} [(\sigma_{\lambda} / \bar{\lambda})^2 + (\sigma_{\tau} / \bar{\tau})^2]^{0,5}$
$\Lambda(k) = \sum_i \lambda_i$	$\left[\sum_i (\sigma_{\lambda_i})^2 \right]^{0,5}$
$\Lambda(k_{o.c.}) = \lambda q Q(s i)$	$\bar{\lambda} \bar{q} Q(s i) [(\sigma_{\lambda} / \bar{\lambda})^2 + (\sigma_q / \bar{q})^2 + (\sigma_Q / \bar{Q})^2]^{0,5}$
$q(k) = \prod_i q_i$	$\prod_i q_i \left[\sum_i (\sigma_{q_i} / \bar{q}_i)^2 \right]^{0,5}$
$q(k) = \sum_i q_i$	$\left[\sum_i (\sigma_{q_i})^2 \right]^{0,5}$

медленнее, чем сам результат. Следовательно, относительная погрешность результата не превышает относительной погрешности исходных данных. При последовательном соединении элементов погрешность оценок показателей надежности системы тем меньше, чем больше число элементов.

Расчетные формулы для показателей $\Lambda(k)$ и $q(k)$ имеют вид [5]

$$\Lambda(k) = \sum_j \sum_i q_i \lambda_{ji} L(j, i, k); \quad (15.6)$$

$$q(k) = \Lambda(k) \tau(k) = \sum_j \sum_i q_i \lambda_{ji} \tau_{ji} L(j, i, k), \quad (15.7)$$

где $L(j, i, k)$ — логическая функция, принимающая значения 0 или 1.

Выражения для среднеквадратической погрешности при отсутствии корреляции между величинами λ_{ji} , q_i , τ_{ji} при максимуме погрешности могут быть получены по формуле полного дифференциала:

$$\sigma_{\Lambda} = \left\{ \sum_j \sum_i \left[\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda_{ji}} \right)^2 \sigma^2(\lambda_{ji}) + \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial q_j} \right)^2 \sigma^2(q_j) \right] \right\}^{0.5}; \quad (15.8)$$

$$\sigma_q = \left\{ \sum_j \sum_i \left[\left(\frac{\partial q}{\partial \lambda_{ji}} \right)^2 \sigma^2(\lambda_{ji}) + \left(\frac{\partial q}{\partial q_j} \right)^2 \sigma^2(q_j) + \left(\frac{\partial q}{\partial \tau_{ji}} \right)^2 \sigma^2(\tau_{ji}) \right] \right\}^{0.5}, \quad (15.9)$$

где черта над частной производной означает, что она вычисляется в точке математического ожидания величин λ_{ji} , q_i , τ_{ji} .

Из выражений (15.8), (15.9) следует, что относительная погрешность убывает с ростом числа членов в выражениях (15.6), (15.7). Число членов равно числу конъюнкций, идентифицируемых как аварии k -го вида, и отражает вероятность ее реализации. Таким образом, частота аварий $\Lambda(k)$, имеющих большую вероятность появления, вычисляется с меньшей относительной погрешностью. Аналогичный вывод можно сделать и для погрешности оценки показателя $q(k)$.

Погрешность оценок интегральных показателей надежности ΔW и U также зависит от числа членов в формулах (15.6), (15.7) и от погрешностей оценок параметров ΔP , ΔN и u_k . Относительная среднеквадратическая погрешность и для интегральных показателей не выше, чем для исходных данных, и убывает с ростом числа членов в расчетных выражениях, т. е. с ростом числа рассматриваемых аварий. Следовательно, погрешность оценки интегральных

показателей тем меньше, чем из большего числа составляющих оценка складывается.

Раскрытие неопределенности при составлении перечня всех отказов, приводящих к авариям, уменьшает, таким образом, погрешность оценок частоты и длительности аварий. Раскрытие неопределенности при составлении перечня всех возможных аварий приводит к уменьшению погрешности оценок недоотпуска энергии и эксплуатационного ущерба.

Неопределенность, измеряемая среднеквадратической погрешностью, имеет случайный характер. Неслучайный, систематический характер имеют погрешности, вызванные неадекватностью математических моделей, ошибками в постановке задачи и в описании действующих факторов и связей. Систематическая погрешность может превзойти случайную и тогда полученные результаты дадут неверное представление о надежности объекта. Так, например, в сложных коммутационных узлах для анализа надежности нельзя применять аналитический метод расчета, не учитывающий отказы релейной защиты и противоаварийной автоматики.

Случайная погрешность может явиться причиной неверного решения при сравнении двух ЭА по какому-либо показателю или целевой функции φ , значения которой у объектов настолько близки, что возникает большая вероятность ошибки. При сравнении ЭА по средним значениям показателя φ и при условии $M_{\varphi_2} > M_{\varphi_1}$ может оказаться, что на самом деле $\varphi_2 < \varphi_1$.

Условная вероятность

$$P[(\varphi_2 - \varphi_1 < 0) | (M_{\varphi_2} > M_{\varphi_1})] = \alpha$$

и является вероятностью ошибочного решения.

В соответствии с предельной теоремой Ляпунова можно считать, что φ — случайная величина с нормальным законом распределения, потому что ее значение вычисляется как сумма большого числа составляющих. Оценив средние значения φ для ЭА: $M_{\varphi_1} = m_1$ и $M_{\varphi_2} = m_2$ и среднеквадратические отклонения σ_1 и σ_2 , получим выражение для искомой вероятности

$$\alpha = 1 - F_0 \left[\frac{m_2 - m_1}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \right], \quad (15.10)$$

где $F_0(x)$ — нормированная и центрированная функция нормального распределения [11], $F_0(x) = 0,5 + \Phi_0(x)$ (см. Приложение).

Максимальное рассеяние разности двух величин отвечает условию $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$. При этом вероятность ошибки зависит от отно-

шения $(m_2 - m_1)/\sigma = \Delta m/\sigma$: например, вероятность α равна 0,2358; 0,0749 и 0,0029 при отношении $\Delta m/\sigma$, равном соответственно 1, 2 и 4.

Условие явной неразличимости объектов при сравнении по среднему:

$$\Delta m \leq \sigma. \quad (15.11)$$

При этом вероятность ошибки — более 23,5%.

Условие уверенного различения объектов при сравнении по среднему:

$$\Delta m > 2\sigma. \quad (15.12)$$

Вероятность ошибки — менее 7,5%.

Таким образом, если объекты или варианты не отличаются друг от друга, например, по показателям надежности, они попадают в зону неопределенности, называемую зоной равной надежности. Если объекты или варианты не различаются по показателям приведенных затрат, то они оказываются в зоне неопределенности, называемой зоной равной экономичности [5].

При попарном сравнении вариантов технических решений возможны следующие случаи, определяемые условиями (15.11), (15.12):

1. Варианты неразличимы по показателю Y (падают в зону равной надежности):

$$|Y_2 - Y_1| \leq \sigma_y,$$

но различимы по затратам без учета ущерба (см. формулу (15.1)).

В этом случае при

$$(E_H K_2 + I_2) - (E_H K_1 + I_1) > 2\sigma_3$$

вариант 1 лучше, чем вариант 2.

2. Варианты неразличимы по затратам без учета ущерба (в зоне равной экономичности):

$$(E_H K_2 + I_2) - (E_H K_1 + I_1) \leq 2\sigma_3,$$

но различимы по ущербу.

В этом случае при

$$Y_2 - Y_1 > 2\sigma_y$$

вариант 1 лучше, чем вариант 2.

3. Варианты различаются по затратам без учета ущерба и по ущербу:

$$|(E_H K_2 + I_2) - (E_H K_1 + I_1)| > 2\sigma_3, \quad |Y_2 - Y_1| > 2\sigma_y.$$

В этом случае при

$$E_H K_2 + I_2 + Y_2 - E_H K_1 - I_1 - Y_1 > 0$$

вариант 1 лучше, чем вариант 2.

4. Варианты неразличимы ни по ущербу, ни по затратам, т. е. находятся в зоне неопределенности интегральных критериев надежности и экономичности:

$$|(E_H K_2 + I_2) - (E_H K_1 - I_1)| \leq \sigma_3; |Y_2 - Y_1| \leq \sigma_y.$$

Практически неразличимыми считают варианты, у которых значения $E_H K + I$ различаются менее, чем на 5% [17], а значения Y — менее чем на 10% [9]. Уверенное различение вариантов по затратам с учетом ущерба начинается при различии оценок затрат не менее чем на 15% [5]. При различии оценок затрат с учетом ущерба на 5...15% вероятность ошибки при выборе составляет 10...20%, т. е. весьма существенна.

В любом из этих рассмотренных случаев может встретиться и неопределенность частного вида. Например, у 1-го варианта частота аварий k -го вида выше, чем частота аварий этого вида у 2-го варианта, и в то же время частота аварий r -го вида выше, чем у 2-го варианта. Проигрыш по показателям одного вида может быть скомпенсирован выигрышем по показателям другого вида. Так может получиться и с вариантами, попавшими в зону равной экономичности.

Выбор оптимальных решений из числа попавших в зону неопределенности производится на основе комплексных критериев эффективности.

15.3. КОМПЛЕКСНЫЕ КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Процедура принятия проектного решения на основе комплексных критериев эффективности и экспертных оценок состоит из следующих этапов:

Выбор экспертов. Число экспертов должно быть не менее числа свойств, учитываемых при сравнении вариантов. Состав экспертов должен определяться необходимостью присутствия специалистов, компетентных в нужной области. Ориентировочное число экспертов — от 5 до 10.

Составление перечня свойств. Эксперты устанавливают перечень свойств, подлежащих оценке. Например, для схемы выдачи

мощности станциями в перечень свойств можно включить: бесперебойность передачи мощности в какое-либо устройство, удобство обслуживания объекта, исключение возможности полного разрыва цепи, использование существующих объектов. Свойства, представленные в сравниваемых вариантах в одинаковой степени, из перечня исключаются, если таково мнение всех экспертов. Формулировка каждого свойства должна быть принята каждым экспертом, т. е. должно быть однозначное понимание каждого свойства всеми экспертами без исключения. Ориентировочно в перечне от 3 до 7 свойств.

Определение весомостей. Каждому свойству каждый эксперт присваивает оценочный ранг, который соответствует месту, занимаемому свойством в порядке убывания его важности, по мнению эксперта. Наиболее важное свойство получает первое место или ранг $a = 1$. Если какие-либо 2 или 3 свойства невозможно различить по их важности, то им присваивается ранг, отвечающий среднему из суммы соответствующих мест. Например, если 3 свойства делят места 4, 5, 6, то их ранг $(4 + 5 + 6)/3 = 5$, если 2 свойства делят места 1 и 2, то их ранг $(1 + 2)/2 = 1,5$. Обработка матрицы рангов $[a_{ik}]$, где i — номер свойства по перечню, k — номер эксперта, дает возможность оценить весомость каждого свойства по формуле

$$v_i = w_i \left(\sum_{i=1}^n w_i \right)^{-1}, \quad (15.13)$$

где

$$w_i = 1 - A_i(nN)^{-1} + n^{-1};$$

N — число экспертов; n — число свойств в перечне; A_i — сумма рангов i -го свойства,

$$A_i = \sum_{k=1}^N a_{ik}.$$

Оценка эффективности вариантов по каждому свойству. Эта оценка основана на определении показателей, наглядно связанных с этим свойством (например, число каких-либо элементов в схеме или возможных событий). Менее желательно использовать показатели, которые требуют расчетов и новых исходных данных. Достоверность таких показателей может быть оспорена экспертами, что недопустимо. В случае отсутствия показателей можно воспользоваться относительными оценками в диапазоне $(0, 1)$. Переход от численных показателей к относительным оценкам можно осуществить с помощью какого-либо линейного преобразования.

В случае отсутствия показателей относительные оценки получаются в результате ранжирования вариантов каждым экспертом. На основе матрицы оценок $[b_{ijk}]$, где j — номер варианта, можно получить сумму рангов B_{ij} -го варианта по i -му свойству и эффективность e_{ij} каждого свойства для каждого варианта:

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^N b_{ijk}; \quad e_{ij} = 1 - B_{ij}(mN)^{-1} + m^{-1}, \quad (15.14)$$

где m — число вариантов.

Комплексная оценка эффективности производится с помощью средней арифметической формы

$$E_{aj}^* = \sum_{i=1}^n v_i e_{ij} \quad (15.15)$$

и средней гармонической формы

$$E_{rj}^* = \left(\sum_{i=1}^n \frac{v_i}{e_{ij}} \right)^{-1}. \quad (15.16)$$

Форма (15.16) может иногда дать весьма близкие оценки, если проигрыш по одному свойству компенсируется выигрышем по другому свойству. У оптимального варианта значения E_a^* и E_r^* должны быть наибольшими из всей совокупности вариантов.

При неразличимости каких-либо вариантов по комплексному критерию процедуру для них следует повторить. Если неразличимость возникла из-за большой погрешности в оценках E^* , следует изменить состав экспертов. Если из-за близких значений E^* у вариантов, следует составить новый перечень из свойств, не учтенных при первом сравнении.

Процедура применялась при выборе главных схем электрических соединений, схем собственных нужд и схем электроснабжения [5].

Пример. Оценим экономическую целесообразность установки секционирующего масляного выключателя 110 кВ на подстанции (рис. 15.1, табл. 15.2).

Уменьшение частоты кратковременных погашений (на время оперативных переключений — около 0,5 ч) составит при этом $1,1 - 0,03 = 1,07$ год⁻¹. Уменьшение среднего эксплуатационного ущерба

$$\Delta U = 1,07y(\Delta W)\Delta P0,5,$$

где $y(\Delta W)$ — удельный ущерб; ΔP — мощность отключенной нагрузки.

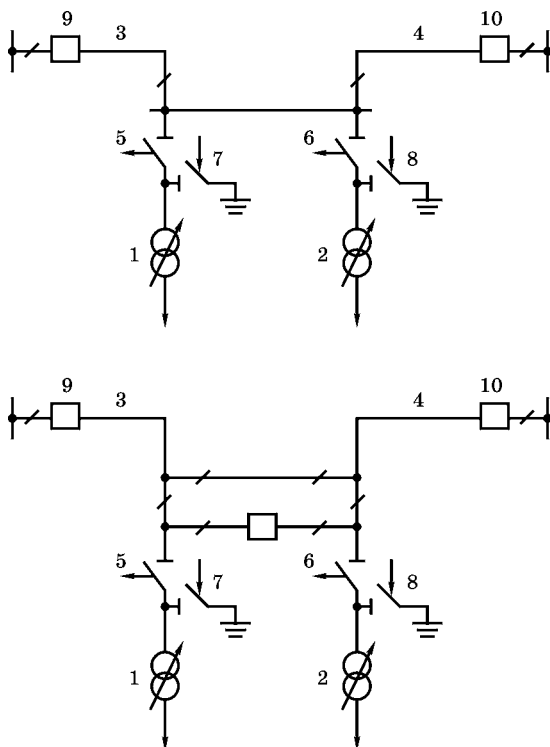


Рис. 15.1
Варианты схемы питания подстанции 110 кВ

Т а б л и ц а 15.2

Показатели надежности элементов схем на рис. 15.1

Элемент	Номер на схеме	λ , год ⁻¹	τ , год	$q_{пл}$
Трансформатор	1, 2	0,02	0,0200	0,007
Отделитель	5, 6	0,02	0,0004	0,001
Короткозамыкатель	7, 8	0,02	0,0004	0,001
Участок воздушной линии	3, 4	0,50	0,0010	0,005
Выключатель масляный	9, 10, 11	0,03	0,0030	0,006

При средней мощности одного потребителя в сети 110 кВ, равной 30 МВт,

$$\Delta Y = 1,07 \cdot 30 \cdot 10^3 y(\Delta W) = 32,7 \cdot 10^3 y(\Delta W).$$

Увеличение капитальных вложений на установку одного выключателя ($\Delta K = 50 \cdot 10^3$ руб.) окупится за срок

$$\frac{\Delta K}{\Delta Y} = \frac{50 \cdot 10^3}{32700 y(\Delta W)} = \frac{1,53}{y(\Delta W)}.$$

За нормативный срок $1/E_H = 1/0,12 = 8,3$ года установка масляного выключателя окупится при условии $y(\Delta W) = 1,53/8,3 = 0,185$ руб./($\text{кВт} \cdot \text{ч}$). Это значение удельного ущерба меньше приведенной выше минимальной оценки (0,3), следовательно, установка выключателя целесообразна. При оценке $y(\Delta W) = 0,3$ установка выключателя окупится за 5 лет.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Расскажите о путях оптимизации технических решений с учетом ущерба.
2. Как исчисляются затраты на ЭА в зависимости от длительности создания и ввода в эксплуатацию?
3. Назовите составляющие экономического ущерба.
4. Расскажите о погрешности оценок показателей надежности.
5. Назовите комплексные критерии эффективности технических решений.

РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

**ТЕХНИЧЕСКАЯ
ДИАГНОСТИКА
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
АППАРАТОВ**

МЕТОДЫ ТЕХНИЧЕСКОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

16.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Процессом диагностирования называется процесс определения состояния, технического объекта, который может включать решение задач определения работоспособности, поиска дефектов и прогнозирования изменения состояния объекта диагностирования, в данном случае электрических аппаратов.

Обеспечение требуемых показателей надежности ЭА достигается проведением многих мероприятий, в том числе выбора, отбора и тренировки элементов и узлов ЭА, облегчения нагрузочных режимов их работы, снижения влияния внешних вредных воздействий и помех, введения аппаратурной и информационной избыточности, организации тестового и функционального диагностирования, процедур восстановления и обслуживания и т. д.

Может возникнуть сомнение, что организация тестового и функционального диагностирования влияет на надежность ЭА. Действительно, если в задачу такого диагностирования входит лишь обнаружение существенных дефектов (неисправностей, нарушающих функционирование ЭА), то по отношению к объекту процесс диагностирования — акт пассивный. В этом случае на надежность ЭА влияет только процесс восстановления по результатам диагностирования. Однако если требуется поиск дефектов, не влияющих в данный момент на функционирование ЭА (обнаружение несуществен-

ных для данного режима функционирования неисправностей), то это повышает надежность ЭА. Иначе неизбежно происходит накопление скрытых дефектов, что в итоге ухудшает основной показатель надежности, ее безотказность.

Рассмотрим принципы организации функционального диагностирования.

В системах функционального диагностирования подача специальных тестовых воздействий на ЭА не производится, имеют место только воздействия, предусмотренные рабочим алгоритмом функционирования ЭА. Эти системы используются для проверки правильности функционирования и поиска дефектов и работают, как правило, когда ЭА непосредственно реализует предписанный ему алгоритм функционирования. Реже такие системы используются до и после применения ЭА по назначению.

Аппаратурные средства системы функционального диагностирования обычно конструктивно сопряжены с объектом диагностирования (ОД).

Первоисточником нарушений нормальной работы ОД или ухудшения тех или иных его характеристик являются физические дефекты элементов и связей между ними. Неисправностью будем называть формализованное представление факта проявления дефекта в виде неправильных значений сигналов на входах и выходах элементов ОД. Ошибкой — неправильные значения сигналов на внешних выходах рассматриваемого ОД, вызываемые неисправностями.

Дефекты, неисправности и ошибки могут быть устойчивыми (постоянными) или неустойчивыми (кратковременными, перемежающимися), одиночными и кратными. Отметим, что одиночная неисправность элемента или связи может привести к кратной ошибке на внешних выходах ОД.

Одной из наиболее важных характеристик ОД является восстанавливаемость. Контроль его работоспособности и поиск дефекта, составляющие подчас до 90% времени на восстановление, имеют в этом случае определяющее значение.

16.2.

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ

Техническая диагностика направлена на исследование текущего состояния ОД, на разработку методов определения технического состояния ОД и принципов построения систем диагностирования. Условия непрерывной эксплуатации ОД в отрыве от ремонтной базы

при ограниченном времени восстановления и минимальном ЗИПе заставляют ориентироваться не столько на обнаружение места возникновения дефекта, сколько на определение его характера, возможных последствий.

Техническое диагностирование предполагает определение технического состояния ОД с определенной точностью. Результатом этого процесса должно быть заключение о техническом состоянии ОД с указанием места, а при необходимости — вида и причины дефекта. Поскольку необходимо классифицировать исправное (отсутствие дефектов) и неисправное (наличие дефектов) состояния ОД, то возникают задачи формирования математических моделей ОД, позволяющих анализировать влияние дефектов на их работоспособность по тому или иному критерию. Результат такого анализа позволяет определить наиболее рациональный алгоритм поиска неисправности и направление проектирования систем диагностирования. Организация диагностирования может быть представлена схемой, приведенной на рис. 16.1.

Могут быть использованы четыре схемы: рис. 16.1а — система диагностирования (СД) встраивается в ЭА; рис. 16.1б — СД находится за пределами ЭА, но в аппарат встроены датчики (Д); рис. 16.1в — СД находится за пределами ЭА, но внутри размещены Д и вспомогательные устройства — подкоммутаторы (ПК); рис. 16.1г — СД находится за пределами ЭА. При диагностировании ЭА чаще всего используется именно эта схема.

В процессе функционирования ОД переходит из одного состояния в другое. В связи с тем, что исходным является исправное состояние и оно определено, наиболее существенным следует счи-

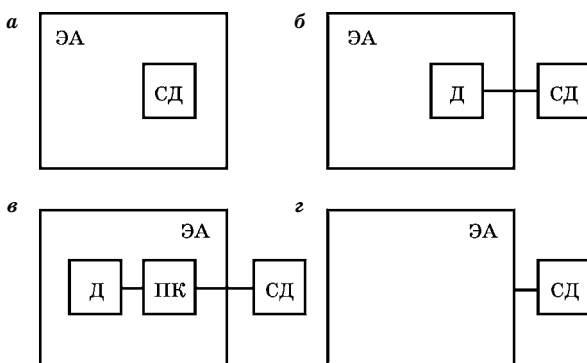


Рис. 16.1
Организация диагностирования ЭА

тать определение оператора перехода объекта в те или иные состояния. Математическая формулировка оператора может быть различной в зависимости от природы рассматриваемого ОД, его структуры, характера упрощающих предположений и т. д. При всех обстоятельствах любое состояние должно определяться оператором однозначно. В этом состоит его детерминированность.

Ограниченная достоверность знаний закономерности переходов ОД приводит к необходимости использования вероятностных характеристик.

Переход объекта в различные состояния происходит под влиянием возникшей неисправности. При контроле работоспособности результат перехода объекта в то или иное новое состояние известен, хотя не всегда могут быть достоверно определены его причины. Когда причины неизвестны, возможно определить некоторую регулярную взаимосвязанную цепь событий, которая с определенной достоверностью, зависящей от числа и качества наблюдений, устанавливает указанную закономерность.

Особенностью детерминированных моделей является единственность траекторий, однозначно указывающих на связь работоспособности ОД с характером ее неисправности.

Для случайных моделей оператор перехода учитывает вероятностные характеристики. Оператор здесь также имеет детерминированный характер, хотя и не определяет достоверно траектории перехода объекта из одного состояния в другое.

Состояние ОД в общем случае может быть описано n -мерным вектором

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad (16.1)$$

в котором $x_1, x_2, \dots, x_n$ — составляющие вектора.

Оператор перехода системы из состояния в состояние может быть описан матрицей вида

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad (16.2)$$

где $a_{ij}(i, j = \overline{1, n})$ — коэффициенты преобразования.

Модель дает возможность представить любые процессы в форме линейных и нелинейных преобразований. Например, если вектор $\vec{X}$ характеризует исходное состояние объекта, то его производное состояние для линейного преобразования

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_j x_j, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (16.3)$$

может быть записано в виде

$$\vec{X} = \vec{A}\vec{X}. \quad (16.4)$$

Для широкого класса объектов, описываемых дифференциальными уравнениями, математическая модель принимает форму

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{A}(t)\vec{X} + \vec{F}(t); \quad \vec{X}(0) = \vec{C}(t), \quad (16.5)$$

$$\vec{F}(t) = \begin{pmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ \dots \\ f_n(t) \end{pmatrix}; \quad \vec{C}(t) = \begin{pmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \\ \dots \\ C_n(t) \end{pmatrix}$$

— n -мерные векторы; $f_i(t)$ и $C_i(t)$ ($i = \overline{1, n}$) — их составляющие.

Вероятностная математическая модель ОД также может быть представлена в векторной форме. Оператор перехода в выражениях (16.4) и (16.5) является при этом матрицей случайных величин.

Принятые принципы представления математических моделей не противоречат методам получения рациональных программ определения работоспособности и поиска дефекта, широко представленных в различных публикациях. В основе этих методов лежит представление оператора перехода в виде таблицы состояний, характеризующихся символами 0 и 1. Использование указанного подхода построения математической модели позволяет задать данные состояния, связав их с физически возможными, а следовательно, и правомерными для той или иной системы.

Анализ математической модели ОД должен быть направлен на решение двух основных задач:

- получение качественной и количественной оценок влияния возможных неисправностей на целевую функцию, характеризующую работоспособность ОД;
- определение необходимого и достаточного числа контролируемых параметров.

При анализе математических моделей существуют две тенденции. Первая состоит в том, что в рассмотрение вводится максимально возможное число состояний, в итоге определяемое числом элементов ОД. Вторая исходит из того, что второстепенные признаки нецелесообразно принимать во внимание в силу их незначительной информативности.

В случае использования детерминированного оператора (16.2) работоспособность ОД рассматривается в предположении определенного характера изменения ее параметров.

При учете случайных законов изменения параметров работоспособность оценивается с помощью вероятностных характеристик. Подобное представление модели ОД не противоречит принципам, которые положены в основу построения алгоритмов определения его работоспособности и поиска дефекта при представлении процедур диагностики марковскими процессами, поскольку будущее состояние системы действительно может определяться предыдущим состоянием. В любом случае существует вероятность того, что система, находящаяся в состоянии j в момент времени t , перейдет в состояние i в момент времени $t + \Delta t$. Если рассматривать дискретный марковский процесс и характеризовать поведение системы n -мерным вектором с составляющими P_{ij} , определяющими вероятность нахождения системы в момент времени t в состоянии j , то поведение системы в момент времени $t + 1$ может быть найдено из решения системы уравнений вида

$$x_i(t+1) = \sum_{j=1}^n P_{ij} x_j(t), \quad (j = \overline{1, n}). \quad (16.6)$$

Направленность на ограничение числа состояний системы вполне оправдана, поскольку учет всех возможных связей, особенно для сложного объекта, может создать непреодолимые трудности при разработке модели ОД. Кроме того, степень сложности модели может оказаться слишком высокой и за множеством второстепенных связей могут потеряться основные связи, определяющие процесс функционирования.

Разумное упрощение модели ОД может быть выполнено только при анализе ее специфики и учете ограничений, диктуемых задачами диагностирования. Объективной мерой ограничений служит время, отводимое на восстановление системы, и цена отказа системы. Эти параметры взаимосвязи и образуют единый критерий, характеризующий эффективность решения задачи или степень возможных последствий, вызванных отказом системы.

16.3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Дискретные объекты, отличающиеся друг от друга по назначению и конструктивным особенностям, могут быть представлены обобщенной математической моделью, отражающей специфику определения степени их работоспособности. Подавляющее большинство дискретных объектов содержит элементы непрерывного и дискретного типов, которые лежат в основе формирования математической модели.

Определение работоспособности рассматриваемых объектов состоит в установлении допустимой степени изменения вида кривой, определяемой решением уравнения, описывающего поведение объекта относительно параметра работоспособности. Получение самого решения связано с использованием информации, которая заложена в уравнении, описывающем объект. Для рассматриваемых объектов эта информация ограничена дискретными значениями контролируемых параметров, так что определение решения в форме непрерывной функции, в сущности, сводится к аппроксимации его с той или иной точностью.

Указанные обстоятельства заставляют рассматривать модель для дискретных систем в виде некоторого аналога дифференциальным уравнениям — в форме разностных уравнений. В матричной форме модель может быть представлена в виде

$$\vec{X}(t+1) = \vec{A}\vec{X}(t) + \vec{F}(t); \quad \vec{X}(0) = \vec{C}(t), \quad t = 0, 1, \dots, \quad (16.7)$$

относительно независимой переменной в виде

$$\vec{X}_{k+1} = \vec{A}\vec{X} + \vec{F}(k); \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (16.8)$$

Выражение (16.8) тождественно системе линейных разностных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами

$$\begin{aligned} x_{1, k+1} &= a_{11}x_{1k} + a_{12}x_{2k} + \dots + f_1(k), \\ x_{2, k+1} &= a_{21}x_{1k} + a_{22}x_{2k} + \dots + f_2(k), \\ &\dots \end{aligned} \quad (16.9)$$

Из (16.8) и (16.9) следует

$$\vec{X}_k = (x_{1k}, x_{2k}, \dots), \quad \vec{F}(k) = (f_1(k), f_2(k), \dots)$$

— векторы (матрицы-столбцы).

В процессе исследования качества ОД дискретные системы в ряде случаев рассматриваются как непрерывные. С позиций диаг-

ности модели в форме (16.7) или (16.8) следует отдать предпочтение, потому что решения, определяемые тем или иным типом разностных уравнений в случае возникновения дефектов в системе, существенно отличаются от решений, определяемых аналогичным типом дифференциальных уравнений.

16.4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Рассматриваемые в данном разделе модели свойственны, в частности, некоторым типам систем автоматического управления. К ним относятся, прежде всего, системы со случайно изменяющимся управляющим сигналом, а также системы, в которых неисправности вызывают случайное изменение параметров работоспособности.

Изменение параметров работоспособности данных систем в отличие от детерминированных не является рядом следующих друг за другом переходов из одного установившегося состояния в другое, но представляет собой случайную функцию. Функция работоспособности, изменяющаяся по случайному закону, определяется статистическими характеристиками — математическими ожиданиями выходных координат, их дисперсиями, функциями распределения вероятностей случайного процесса и другими более сложными функционалами, имеющими случайную природу. Эти характеристики в общем случае зависят от структуры системы, ее элементов и от случайных функций времени, определяющих случайные воздействия на систему.

Математическая модель работоспособности может быть представлена дифференциальными уравнениями в форме

$$\frac{d\vec{Y}_i}{dt} = \vec{F}_i^j(t, Y_1, Y_2, \dots, Y_n; X_1, X_2, \dots, X_m; x_1, x_2, \dots, x_k; \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_l), \quad (16.10)$$
$$i = \overline{1, n},$$

где t — время; Y_i — компоненты векторной функции работоспособности — координаты системы, по которым производится оценка работоспособности; $X_1, \dots, X_m$ — функции времени, изменяющиеся по случайному закону и характеризующие случайные возмущения и управляющие сигналы; $\eta_1, \dots, \eta_l$ — случайные возмущения, возникающие в системе при неисправности; $x_1, \dots, x_k$ — случайные величины, характеризующие значения параметров элементов

системы при той или иной неисправности; $\vec{F}_i^j$ — линейные и нелинейные функции соответствующих аргументов.

Математическая модель (16.10) включает практически все ситуации, возможные при оценке влияния неисправностей на работоспособность системы.

Можно сформулировать основные задачи по анализу работоспособности систем:

1. Анализ работоспособности должен быть направлен на определение степени влияния контролируемых параметров на работоспособность системы и необходим при выборе указанных параметров и при классификации состояний системы по принципу «работоспособна/неработоспособна».

2. Для системы по заданным вероятностным характеристикам управляющего случайного сигнала при известных вероятностных характеристиках контролируемых параметров необходимо найти вероятностные характеристики работоспособности системы при заданных ограничениях на условия эксплуатации.

В соответствии с существующими способами упрощения математических моделей систем модель в форме (16.10) может быть представлена как

$$\frac{dZ}{dt} = \Phi_i(Z_1, Z_2, \dots, Z_n; X_1, X_2, \dots, X_n; \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k),$$
$$i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, l+n}. \quad (16.11)$$

Переход к модели (16.11) выполнен в результате замены случайных начальных условий нулевыми при помощи линейного представления переменных в форме $\vec{Z}_i = \vec{Y}_i - \vec{Y}_i(0)$, $i = \overline{1, n}$ и приведения случайных функций $x_i(t)$ к выходу.

Анализ работоспособности системы, таким образом, сводится к решению дифференциальных уравнений случайных величин в форме (16.11). Поскольку указанные дифференциальные уравнения содержат не только случайные величины, но и случайные функции, возникает задача выбора метода решения. В условиях случайности процессов исследование влияния контролируемых параметров на работоспособность системы сопряжено с рассмотрением огромного числа вариантов при решении дифференциальных уравнений случайных величин даже для одной конкретной системы. Отсюда вытекают требования к тем методам, которые в наибольшей мере удовлетворяют нуждам практики. Методологически это вынуждает использовать в практике анализа современные ЭВМ. Основным исходным условием, влияющим на весь ана-

лиз, является форма представления случайной функции. В классической теории случайных процессов известны две такие формы.

Случайная функция может рассматриваться как функция двух переменных — времени t и номера опыта s , в котором наблюдается ее реализация:

$$X(t) = x(t, s). \quad (16.12)$$

Очевидно, что реализация случайной функции $X(t)$ во времени может рассматриваться либо как совокупность выборочных функций $x_s(t)$, либо как совокупность сечений $x_t(s)$, полученных для фиксированных значений времени. Таким образом, возникает альтернативное решение представления функции: либо представлять ее множеством реализаций $x_s(t)$, либо множеством сечений $x_t(s)$, которое может рассматриваться как множество случайных величин $\{x_t(s)\}$. При прочих условиях, влияющих на выбор формы представления, важным оказывается соображение по практичности представления. В этом случае предпочтение следует отдать второй форме — представлению случайной величины в виде совокупности случайных величин, реализация которой по ее заданным вероятностным характеристикам сводится к использованию тех или иных ее представлений в виде детерминированных функций случайных величин. При отмеченном подходе, во-первых, появляется возможность широкого использования хорошо разработанных методов получения выборочных значений случайных величин по их заданным характеристикам с помощью ЭВМ и, во-вторых, можно пользоваться теми результатами, которые имеются в теории анализа соответствующих систем.

16.5. МЕТОДЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПОИСКА ОТКАЗАВШИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Основной задачей рациональной организации поиска дефекта является сокращение времени и средств, затрачиваемых на поиск. Это возможно лишь при использовании наиболее совершенных программ поиска дефекта с помощью тестов. Практическая реализация теста состоит в подаче на вход элементов ОД воздействий, имитирующих рабочие сигналы. При этом система выводится из эксплуатации. Предполагается, что исправному состоянию элемента (узла, блока) соответствует наличие сигнала 1 на его выходе, неисправному 0 — его отсутствие. При таком способе поиска, как правило, предполагается, что:

- известны контролируемые параметры (элементы) и формы проявления отказов, отказ одного из элементов влечет за собой потерю работоспособности ОД;
- известны экономические характеристики, сопровождающие поиск;
- подавляющая часть ОД допускает контроль с помощью введения в них контролирующего сигнала.

Среди множества критериев следует выделить две группы: критерии информационные и экономические. Физическая интерпретация экономических критериев довольно разнообразна: стоимость проверки или проверочного оборудования, время поиска, число контролируемых элементов, средние потери на решение задачи и т. п.

При использовании тестов стремятся к получению минимального числа тестовых воздействий, при которых может быть обнаружен дефект любого из элементов системы, т. е. наименьшего числа проверок. Нахождению тестов для той или иной системы предшествует анализ ее функциональной модели, графическое изображение схемы объекта и построение таблицы неисправностей.

Простейшая схема ОД (ЭА) представлена на рис. 16.2.

Таблица неисправностей этой схемы может быть представлена в виде табл. 16.1 (П обозначает множество всех возможных проверок, Е — множество возможных состояний).

Из табл. 16.1 следует, что пять возможных состояний ОД, определяемых состоянием элементов, оказываются полностью различ-

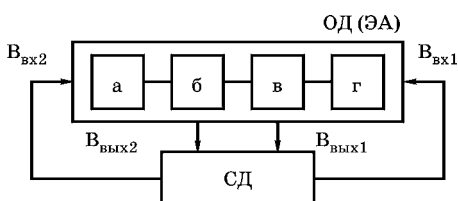


Рис. 16.2
Структурная схема ОД

а, б, в, г — элементы объекта с соответствующими связями; $V_{вх1}$, $V_{вх2}$ — входы; $V_{вых1}$, $V_{вых2}$ — выходы.

Таблица 16.1

Неисправности структурной схемы (рис. 16.2)

Проверки (П)	Состояния объекта (Е)				
	1111	0111	1011	1101	1110
$П_A$	1	0	1	1	1
$П_B$	1	0	0	0	1
$П_C$	1	1	1	0	1
$П_D$	1	1	1	0	0

ными с помощью четырех проверок. Отказавшие элементы определяются соответственно кодовыми числами 0011, 1011, 1000, 1110.

С ростом числа элементов увеличивается число состояний ОД, а следовательно, и сложность получения оптимальной программы. Минимизация программ может осуществляться известными в теории булевой алгебры методами.

Предположение о равнозначности отказов, что эквивалентно предположению об основной, или последовательной, схеме соединений, дает возможность использовать другие методы построения квазиоптимальных программ поиска дефекта. К ним относятся программы, полученные по методу половинного разбиения. Рассмотрим особенности этого метода.

Для системы из N последовательно соединенных элементов введем параметры оценки программ поиска дефекта: τ_i — среднее время проверки i -го элемента; q_i — вероятность отказа системы из-за отказа i -го элемента.

Величина q_i определяется как вероятность отказа системы при отказе i -го элемента:

$$q_i = \frac{1 - p_i(t)}{1 - p_c(t)} = \frac{1 - e^{-\lambda_i t}}{1 - e^{-\lambda_c t}}, \quad (16.13)$$

где $p_i(t)$ — вероятность безотказной работы i -го элемента; $p_c(t)$ — вероятность безотказной работы системы; λ_i — интенсивность отказов i -го элемента; λ_c — интенсивность отказов системы.

При малых значениях λt выражение (16.13) приближенно может быть представлено в виде

$$q_i = \frac{1 - (1 - \lambda_i t)}{1 - (1 - \lambda_c t)} = \frac{\lambda_i}{\lambda_c} \quad (16.14)$$

или

$$q_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^N \lambda_i}, \quad (16.15)$$

так как

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^N \lambda_i. \quad (16.16)$$

Задача по поиску неисправного элемента состоит в нахождении такой последовательности проверок, при которой на поиск дефекта затрачивается минимум времени.

Рассмотрим методику построения программы поиска дефекта при одинаковых значениях q_i и τ_i . Разделим условно систему на две части, содержащие соответственно m и $N - m$ элементов.

Неисправный элемент с вероятностью $p_1 = m/N$ может находиться в цепочке из m элементов и с вероятностью $p_2 = (N - m)/m$ в цепочке из $N - m$ элементов.

Математическое ожидание числа неисправных элементов левее/правее точки деления:

$$M = mp_1 + (N - m)p_2 = \frac{m^2 + (N - m)^2}{N}. \quad (16.17)$$

Функция (16.17) имеет минимум, т. е. существует такое число, при котором число неисправных элементов слева и справа от точки деления минимально. Число m , при котором достигается минимум проверок системы, находится из выражения

$$\frac{dM}{dm} = \frac{1}{N}[2m - 2(N - m)] = 0, \quad (16.18)$$

в результате $m = N/2$.

Очевидно, что при этом $p_1 = 0,5$ и $p_2 = 0,5$, т. е. отказавший элемент с равной вероятностью может находиться как в левой, так и в правой части системы.

Таким образом, при сформулированных условиях оптимальный порядок проведения проверок состоит в последовательном делении цепочки элементов пополам. Направление деления каждый раз определяется результатом, полученным в точке деления. При различных q_i и τ_i вероятность неисправности при проверке i -го элемента составит

$$u_i = \frac{q_i}{\tau_i \sum_{i=1}^N q_i}. \quad (16.19)$$

Для нахождения оптимальной программы поиска дефекта найдем минимум математического ожидания числа неисправных элементов левее и правее некоторой точки разбиения множества элементов на две части $k = m$. Математическое ожидание в этом случае составит

$$M = m \sum_{i=1}^m u_i + (N - m) \sum_{i=m+1}^N u_i$$

или

$$M = mp_m + (N - m)p_{N-m},$$

где

$$p_m = \sum_{i=1}^m u_i$$

— вероятность нахождения неисправных элементов левее точки m ;

$$p_{N-m} = \sum_{i=m+1}^m u_i$$

— вероятность нахождения неисправных элементов правее точки m .

Эти вероятности составляют полную группу несовместных событий

$$p_m + p_{N-m} = 1. \quad (16.20)$$

Минимум будет иметь место при

$$\frac{dM}{dm} = \frac{d}{dm} [mp_m + (N-m)p_{N-m}] = 0.$$

В результате

$$p_m - p_{N-m} = 0. \quad (16.21)$$

Решая совместно уравнения (16.20)...(16.21), найдем

$$p_m - p_{N-m} = 0,5. \quad (16.22)$$

Оптимизация программы поиска дефекта состоит в том, что при первом шаге вся цепочка элементов разбивается на две части так, чтобы с вероятностью 0,5 неисправный элемент находился левее или правее некоторой контрольной точки m , в ней производится контроль состояния левой или правой цепочки элементов. Наличие или отсутствие сигнала определяет направление последующего деления на отрезки той или иной половины цепочки (с равными значениями вероятностей указанных отрезков цепи элементов).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какой процесс называется процессом диагностирования?
2. В чем заключается процесс диагностирования?
3. Для решения каких задач предназначена техническая диагностика?
4. Какими моделями можно описать переход диагностируемого объекта из одного состояния в другое?
5. Расскажите о математических моделях дискретных систем.
6. Какими моделями описываются системы диагностирования при случайных воздействиях?
7. Назовите методы, с помощью которых организуется поиск отказавших элементов.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СИСТЕМ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ

17.1. УСЛОВИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ

Заключительный этап проектирования систем диагностирования, оставаясь зависимым от принципов, положенных в основу определения работоспособности и поиска дефектов, требует решения ряда самостоятельных задач. Важнейшими из них являются:

- анализ условий использования систем диагностирования, режимов их функционирования и критериев эффективности;
- формулировка принципов и разработка методов проектирования;
- исследование рациональной организации систем диагностирования при максимальной эффективности их использования в специфических условиях эксплуатации.

Структурное и конструктивное разнообразие автоматических систем управления затрудняет создание единой унифицированной системы диагностирования, хотя требование максимальной унификации системы остается по-прежнему одним из главных.

В основу проектирования систем диагностирования должно быть положено обеспечение заданной готовности систем при минимальном объеме оборудования, высокой степени его унификации, низкой стоимости и заданной надежности аппаратуры диагностирования.

Для современных диагностируемых электротехнических и радиоэлектронных комплексов характерны следующие эксплуатационно-технические данные:

- интенсивность возникновения неисправностей в контролируемой системе λ лежит в пределах $(5...50)10^{-3} \text{ 1/ч}$;
- диагностируемая система является системой многократного использования с автономностью не менее 1000 ч и имеет явно выраженную блочную структуру;
- восстановление системы осуществляется заменой блоков;
- резервирование производится на уровне трактов (функциональных узлов) и каналов (режимов);
- последствия от пропуска неисправности значительно выше последствий ложного забраковывания.

Для систем диагностирования любого типа характерны режимы с периодически повторяющимся диагностическим циклом, а также с непрерывным контролем работоспособности и поиском неисправности при изменении работоспособности. Основными характеристиками первого режима являются частота и продолжительность диагностических циклов. Второй осуществляется наличием системы контроля (аппараты защиты, датчики и т. д.).

Выбор режимов функционирования систем диагностирования целесообразно подчинить критерию, физическое содержание которого может меняться в зависимости от особенностей диагностируемой системы. При этих условиях аналитическая форма критерия должна отражать специфику того или иного режима функционирования системы диагностирования.

Предположим, что система диагностирования допускает возможность накопления неисправностей. Такое предположение согласуется и с физической картиной процессов, протекающих в контролируемых системах, и с условиями диагностирования. Учитывая эффект накопления неисправностей, их случайный характер, среднее число неисправностей $\varphi(x, z)$, локализуемых за один цикл работы системы диагностирования, можно определить выражением

$$\int_0^{\infty} \varphi(x, z) f(x, \tau) dx = \int_0^{\infty} (x + z) f(x, \tau) dx, \quad (17.1)$$

где z — число накапливающихся неисправностей; τ — время локализации z неисправностей; x — число неисправностей, возникающих за время τ .

Положив плотность распределения неисправностей в промежутке τ , равном $q(\tau)$, найдем

$$\int_0^{\infty} \varphi(x, z) f(x, \tau) dx = \int_0^{\infty} (x + z) h(x) dx, \quad (17.2)$$

где $h(x) = f(x, \tau)$ характеризует плотность безусловного распределения неисправностей за время локализации.

Среднее число неисправностей, появившихся за время локализации:

$$\eta = \int_0^x xh(x)dx. \quad (17.3)$$

Если система диагностирования предлагает локализацию неисправностей из R единиц, число циклов перехода в режим диагностирования при интенсивности отказов $\bar{\lambda}$ составит $\bar{\lambda}/R$.

Среднее число неисправностей, допускающих локализацию, будет

$$N = 0,5(R + s) + 0,5R = R + 0,5s, \quad (17.4)$$

где s определяет увеличение среднего уровня локализуемых к концу цикла дополнительных неисправностей.

Введем понятие критерия рациональности M режима функционирования, характеризующего издержки, связанные с локализацией неисправностей, обозначив издержки перехода в режим локализации через C . Среднее значение издержек для рассматриваемых условий функционирования может быть найдено из выражения

$$M = \frac{\bar{\lambda}}{R}C + kQ(R + 0,5\eta), \quad (17.5)$$

где Q — средние издержки локализации одной неисправности; k — постоянный коэффициент, определяющий линейно изменяющийся риск пропуска.

Для уменьшения вероятности возникновения ошибок первого рода контроль допуска может быть дополнен выборочным, осуществляющим повторную проверку параметров (элементов), признанных негодными. Поскольку время проведения контроля — величина ограниченная, ограниченным оказывается и число элементов, обработанных выборочным контролем. Число не обработанных выборочным контролем параметров является случайной величиной, зависящей от плотности распределения ложного брака за время проверки R параметров и от вероятности появления дополнительных неисправностей с учетом их локализации. В связи с этим издержки локализации будут зависеть и от математического ожидания числа признанных неисправными без дополнительной обработки элементов.

Выражение (17.5) принимает вид

$$M = \frac{\bar{\lambda}}{R}C + kQ(R + 0,5\eta) + \frac{\bar{\lambda}\bar{\mu}}{R}, \quad (17.6)$$

где $\bar{\mu}$ — математическое ожидание числа элементов, забракованных без дополнительной обработки.

Оптимальное значение критерия рациональности рассмотренных условий функционирования находится в результате определения экстремума функции $M(R, \eta)$.

Наиболее общими (характерными для обоих названных выше режимов работы систем диагностирования) являются условия, при которых время начала локализации меняется от цикла к циклу. Изменение является следствием различия в числе и характере локализуемых неисправностей и эквивалентно условиям функционирования системы диагностирования с переменными интервалами циклов. Если издержки, связанные с j -м циклом контроля, обозначать через $f_j(x_j)$, то издержки, характеризующие последовательностью $x_1, x_2, \dots, x_n$, определяются выражением

$$q(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j), \quad (17.7)$$

где x_j — число локализуемых за j -й цикл неисправностей; n — число циклов контроля за фиксированный промежуток времени.

Минимизацию издержек можно рассматривать как задачу определения неотрицательных целых чисел, минимизирующих функцию $q(x_1, x_2, \dots, x_n)$ при ограничениях

$$x_j \leq R_{\max}; \quad \sum_{j=1}^n x_j \geq R_{\max} \lambda, \quad (17.8)$$

где $R_{\max}$ — максимальное допустимое число неисправностей, возникающих за диагностический цикл.

Для фиксированного x_j область допустимых изменений $x_1, x_2, \dots, x_n$ определяется выбором значения x_n . Если

$$\min q = f(x_n) + \min \sum_{j=1}^n f_j(x_j), \quad x \in [x_1; x_{n-1}], \quad (17.9)$$

то с учетом (17.8) получим выражение для оптимального значения функции

$$\hat{q} = \min[f(x_n) + F_{n-1}(R_{\max}n - \kappa_n)], \quad (17.10)$$

где

$$F_{n-1}(R_{\max}n - \kappa_n) = \min \sum_{j=1}^n f_j(x_j), \quad x \in [x_1; x_{n-1}], \quad (17.11)$$

$$\tilde{q} = \text{opt} q(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (17.12)$$

При известной функции $F_{n-1}(\phi)$ для всех целочисленных значений ϕ (характеризует число неисправностей, подлежащих локализации в j -м цикле) отрезка $[0; R_{\max}(n)]$ для определения $\tilde{q}$ необходимо вычислить

$$\begin{aligned} & f_n(0) + F_n[R_{\max}(n)]; \\ & f_n(0) + F_{n-1}[R_{\max}(n-1)]; \\ & f_n(0) + F_{n-2}[R_{\max}(n-2)]; \\ & \dots \end{aligned} \quad (17.13)$$

В силу (17.11) справедливо равенство

$$F_1(\phi) = \min f_1(x_1). \quad (17.14)$$

Минимум ищется среди всех целых неотрицательных значений x_1 , удовлетворяющих (17.8). Следовательно,

$$F_2(\phi) = \min[f_2(x_2) + F_1(\phi - x_2)] \quad (17.15)$$

и т. д.

После нахождения значений $F_1, \dots, F_{n-1}$ с помощью (17.11) определяется оптимальная величина $\tilde{q} = \text{opt} q$. Поскольку x_j являются независимыми случайными величинами, $P_j(x_j)$ которых характеризует их распределение, функция $f_j(x_j)$ будет определять средние издержки j -го цикла. В этом случае справедливо равенство

$$q = \sum_{x_j \geq 0} \left[\prod_{j=1}^n P_j(x_j) \right] \left[\sum_{j=1}^n f_j(x_j) \right]. \quad (17.16)$$

Введем последовательность функций

$$F_k(\phi) = \min \left\{ \sum_{x_j \geq 0} \left[\prod_{j=k}^n P_j(x_j) \right] \left[\sum_{j=k}^n f_j(x_j) \right] \right\}. \quad (17.17)$$

Учитывая, что

$$\sum_{x_j \geq 0} \left[\prod_{j=k}^n P_j(x_j) \right] = \prod_{j=k}^n \left[\sum_{x_j=0}^{\infty} P_j(x_j) \right] = 1, \quad (17.18)$$

получим выражение для оценки оптимальных условий функционирования системы диагностирования с переменным интервалом циклов контроля:

$$\begin{aligned} F_k(\phi) &= \min \left\{ f_k(x_k) + \min_{x_j \geq 0} \sum_{j=k}^n \left[\prod_{j=k}^n P_j(x_j) \right] \left[\sum_{j=k+1}^n f_j(x_j) \right] \right\} = \\ &= \min \left\{ f_k(x_k) + \sum_{x_k=0}^{\infty} P_k(x_k) F_{k+1}(x_k) \right\}, \quad k < n. \end{aligned} \quad (17.19)$$

Анализ выражения (17.19) показывает, что наиболее рациональными являются условия функционирования систем диагностирования, допускающие накопление неисправностей. Возможно определить оптимум накапливаемых неисправностей и оценить эффективность существующего режима работы системы диагностирования. Однако издержки локализации системы диагностирования, рассчитанной на локализацию за цикл 2...3 неисправностей, при исключении накопления растут незначительно, поэтому такой режим функционирования в большинстве практических случаев оправдан и целесообразен.

Условия функционирования в значительной степени зависят от специфики диагностируемой системы, и на первом этапе проектирования результаты их анализа позволяют сузить область возможных технических решений для создаваемой системы диагностирования. Критерий оценки тех или иных условий функционирования (показатель издержки) формируется с учетом параметров, определяющих политику конструктивных решений, однако основной вес должны иметь, очевидно, параметры, определяющие временной показатель готовности контролируемой системы.

17.2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ УСТРОЙСТВ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ

Техническая реализация систем диагностирования предполагает максимальный учет всех возможных факторов, влияющих на выбор того или иного конструктивного варианта. Эти факторы многочисленны, специфичны и противоречивы. Для автоматических систем управления основными следует считать время восстановления $T_{\text{в}}$, вес V и габариты G , потребляемую мощность N , автономность C (цена обслуживания), надежность P , число контролируемых параметров n , показатели точности Δ .

По любой форме критерия проектирования определяющим является выбор контролируемых параметров, однако вариации в выборе этих параметров на стадии проектирования систем диагностирования практически исключены. Их определение осуществляется в результате предварительного анализа соответствующих моделей диагностирования и способствует обоснованной постановке задач проектирования. Приоритет тех или иных перечисленных показателей и их значения задаются исходя из конкретных условий. Задача проектирования систем диагностирования состоит

в разработке методов, при которых эффективность технических решений может быть оценена с помощью указанных показателей.

Критерий оптимизации принимаемых конструктивных решений должен назначаться из условий максимизации (минимизации) целевой функции. Следовательно, при его формировании следует отдать предпочтение определяющему для данной системы показателю. Наиболее рациональным является критерий, позволяющий количественно оценить эффективность применения системы диагностирования.

Для систем диагностирования при заданных технических характеристиках целевая функция

$$S = f(T_B, G, V, N, C, P, n, \Delta). \quad (17.20)$$

Критерий эффективности может быть представлен в виде

$$E = \sum_{i=1}^k E_i(S_j), \quad (17.21)$$

где $E_i(S_j)$ — эффективность по i -му параметру при j -совокупности технических решений; k — число параметров.

Функцию $E_i(S_j)$ целесообразно представлять в виде функции двух переменных, тогда она характеризует эффект применения системы диагностирования по определяющему и одному из подприоритетных показателей. Указанное представление позволяет использовать достаточно простой по практической реализации метод пошаговой оценки эффективности принимаемых технических решений.

Если обозначить базисные показатели через $T_{B0}, G_0, V_0, N_0, C_0, P_0, n_0, \Delta_0$, то соответствующие значения $E_i(S_j)$ (при определяющем показателе, например, времени восстановления) принимают вид

$$\begin{aligned} E_1(S_j) &= \left(1 - \frac{G}{G_0}\right) \left(1 - \frac{T_B}{T_{B0}}\right); \\ E_2(S_j) &= \left(1 - \frac{V}{V_0}\right) \left(1 - \frac{T_B}{T_{B0}}\right); \\ E_3(S_j) &= \left(1 - \frac{N}{N_0}\right) \left(1 - \frac{T_B}{T_{B0}}\right); \\ E_4(S_j) &= \left(1 - \frac{C}{C_0}\right) \left(1 - \frac{T}{T_0}\right); \\ E_5(S_j) &= \left(1 - \frac{P}{P_0}\right) \left(1 - \frac{T}{T_0}\right); \end{aligned}$$

$$E_6(S_j) = \left(1 - \frac{n}{n_0}\right) \left(1 - \frac{T}{T_0}\right);$$

$$E_7(S_j) = \left(1 - \frac{\Delta}{\Delta_0}\right) \left(1 - \frac{T}{T_0}\right). \quad (17.22)$$

Процесс проектирования необходимо подчинять максимизации критерия эффективности E . При l равнозначных приоритетных показателях осуществляется максимизация функции

$$E = \sum_{j=1}^k \sum_{\mu=1}^l \frac{E_{j\mu}}{\mu}. \quad (17.23)$$

При шаговом методе оценки технических решений каждому шагу соответствует одно из функциональных устройств системы диагностирования. Такими устройствами являются, например, преобразователь, устройство обработки информации, индикатор, регистрирующее устройство.

Возможные конструктивные решения каждого из функциональных узлов (например, для коммутатора) могут быть представлены в виде таблицы, содержащей количественные характеристики типовых устройств (табл. 17.1).

Т а б л и ц а 17.1

Количественные характеристики типовых устройств

Наименование аппарата	Входное сопротивление, кОм	Выходное сопротивление, кОм	Вид входного сигнала	Вид выходного сигнала	Интенсивность отказов	Относительная стоимость
K1-10	500	200	Постоянный ± 5 В	Постоянный ± 5 В	$12 \cdot 10^{-6}$	4
...	...	...	...	...	...	...
K1-20	1800	1000	Постоянный ± 5 В	Постоянный ± 5 В	$15 \cdot 10^{-6}$	5

Задача оптимизации проектирования состоит прежде всего в наиболее рациональном распределении заданных ресурсов показателей эффективности. Оптимальная совокупность технических решений характеризуется целевой функцией. Оптимум целевой функции определяется рекуррентным соотношением

$$E = \max \left\{ E_r(\lambda_{kr}, C_{kr}) + E_{r-1} \left[\left(\sum_{i=1}^{r-1} \lambda_{ki} - \tilde{\lambda}_{kr} \right) \left(\sum_{i=1}^{r-1} C_{ki} - \tilde{C}_{kr} \right) \right] \right\},$$

где r — число шагов; C_{ki} , λ_{ki} — заданные ресурсы; C_{kr} , λ_{ri} — ресурсы, выделенные на каждом шаге; $\tilde{C}_{kr}$, $\tilde{\lambda}_{ri}$ — ресурсы, обеспечивающие максимум эффективности на предшествующих шагах проектирования.

Текущие значения $\lambda_{\text{тек}}$ и $C_{\text{тек}}$, соответствующие допустимым техническим решениям, оцениваются по формуле

$$E_i = \left[1 - \left(\frac{\lambda_{ij}}{\lambda_0} \right) \right] \left[1 - \left(\frac{C_{ij}}{C_0} \right) \right],$$

где λ_0 , C_0 — интенсивность отказов и стоимость объекта диагностики.

Несовместимость технических решений i -го и $(i + 1)$ -го шагов (по форме и уровню согласуемых параметров) влечет за собой дополнительный расход ресурсов, который может быть отнесен к $(i + 1)$ -му шагу. Оптимальным является такое сочетание технических решений каждого из r возможных шагов, которые обеспечивают максимальную эффективность. С этой целью на каждом из r шагов выбирается из множества H_i технических решений $M_{ij} \in M_i$ такое решение, которое максимально увеличивает критерий эффективности при заданных технических характеристиках системы диагностирования. В результате

$$\text{opt}E = \max E_1(S_j) + \max E_2(S_j) + \dots + \max E_r(S_r) \quad (17.24)$$

либо

$$\text{opt}E = \max \sum_{\mu=1}^l \frac{E_{1\mu}(S_j)}{\mu} + \max \sum_{\mu=1}^l \frac{E_{2\mu}(S_j)}{\mu} + \dots + \max \sum_{\mu=1}^l \frac{E_{r\mu}}{\mu}. \quad (17.25)$$

Необходимые вычислительные операции при заданной методике легко формализуются и могут быть выполнены с помощью ЭВМ.

17.3.

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ НА ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Характер и степень влияния используемых методов и средств диагностирования на повышение надежности ЭА необходимо рассматривать с учетом выбираемой компоновки узлов и устройств системы диагностирования.

Организация взаимодействия элементов системы диагностирования предполагает прежде всего изучение условий эксплуатации и использования ЭА (как объекта) и аппаратуры диагности-

рования и определение множества состояний, в которых могут находиться элементы системы диагностирования. Это взаимодействие характеризуется принятым способом оценки работоспособности, методом поиска дефектов, а также функциональными и конструктивными особенностями системы диагностирования.

Поскольку наибольший выигрыш в надежности в каждом конкретном случае имеет свой оптимум, то необходимо выбрать критерий, по которому осуществляется оптимизация, — это коэффициент готовности, наиболее полно характеризующий надежность восстанавливаемых систем при использовании тех или иных методов и средств диагностирования.

Существует довольно много способов размещения аппаратуры диагностирования на объектах. Например:

- 1) полностью встроенная система диагностирования, при которой все элементы диагностирования (датчики, коммутирующие и оконечные устройства) размещены непосредственно в объекте;
- 2) полностью автономная система диагностирования, для которой, как следует из самого определения, характерна полная автономность всех узлов аппаратуры диагностирования (АД);
- 3) промежуточные, компромиссные варианты размещения аппаратуры диагностирования на объекте.

Рассмотрим методику, по которой оценивается степень влияния различных схем взаимодействия элементов диагностирования, широко используемую в практике исследования и проектирования систем диагностирования. При этом ограничимся конкретными тремя вариантами *а*, *б* и *в*, приведенными на рис. 17.1.

Схемы, построенные по вариантам *а* и *б*, являются полностью встроенными и полностью автономными системами. Вариант *в* представляет собой схему, в которой основная часть средств диагностирования (коммутирующие устройства, устройства обработки информации и индикации) автономна, а датчики-преобразователи непосредственно находятся в системе диагностирования.

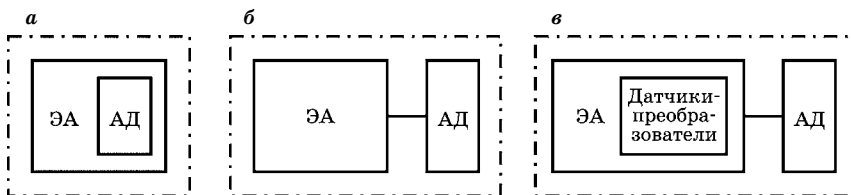


Рис. 17.1

Варианты взаимодействия элементов системы диагностирования

Для комплекса «ЭА — средства технического диагностирования» могут рассматриваться следующие режимы: рабочий режим (Р); режим проверки объекта (П); режим проверки системы диагностирования (ПСД). В каждом из режимов рассмотрим следующие несовместные состояния, образующие полную группу событий: H_0 — исправен комплекс; H_1 — неисправен ЭА; H_2 — неисправна центральная часть системы диагностирования; H_3 — неисправны встроенные датчики-преобразователи.

Введем обозначения для интенсивностей переходов из одного состояния в другое: λ — средняя интенсивность отказов ЭА; λ_1 — средняя интенсивность отказов центральной части системы диагностирования; λ_2 — средняя интенсивность отказов встроенных датчиков-преобразователей; ν — средняя интенсивность контроля; η — средняя интенсивность цикла диагностирования; ε — средняя интенсивность цикла проверки системы диагностирования; μ — средняя интенсивность восстановления неисправного ЭА; μ_1 — средняя интенсивность восстановления центральной части системы диагностирования; μ_2 — средняя интенсивность восстановления датчиков-преобразователей.

Под интенсивностью перехода системы из состояния в состояние понимается условная плотность вероятности того, что этот переход произойдет в момент времени t , предшествовавший моменту времени нахождения системы в первом состоянии.

С учетом принятых обозначений модель, соответствующая вариантам a и b (см. рис. 17.1), может быть отображена графами, представленными на рис. 17.2а, б, а модель, соответствующая варианту $в$, — графом на рис. 17.2в.

По графам состояний составляется система дифференциальных уравнений, связывающих вероятности нахождения системы диагностирования в каждом из множества состояний, и находится коэффициент готовности ЭА.

При установившемся процессе для графа, представленного на рис. 17.2в, получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \eta A_3 - (\nu + \lambda + \lambda_1 + \lambda_2) A_1 &= 0; \\ \lambda A_1 - \nu A_2 &= 0; \quad \lambda_1 A_1 - \nu A_3 = 0; \quad \lambda_2 A_1 - \nu A_4 = 0; \\ \nu A_1 + \mu_1 A_{11} + \mu_2 A_{12} - (\varepsilon + \lambda + \lambda_1 + \lambda_2) A_5 &= 0; \\ \nu A_2 + \lambda A_5 - \varepsilon A_6 &= 0; \quad \nu A_3 + \lambda_1 A_5 - \varepsilon A_7 = 0; \\ \nu A_4 + \lambda_2 A_5 - \varepsilon A_8 &= 0; \quad \varepsilon A_5 + \mu_{10} - (\eta + \lambda + \lambda_1 + \lambda_2) A_9 = 0; \\ \varepsilon A_6 + \lambda A_2 - \mu_1 A_{11} &= 0; \quad \varepsilon A_7 + \lambda_1 A_9 - \mu_1 A_{11} = 0; \\ \varepsilon A_8 + \lambda A_4 - \mu_2 A_{12} &= 0. \end{aligned} \quad (17.26)$$

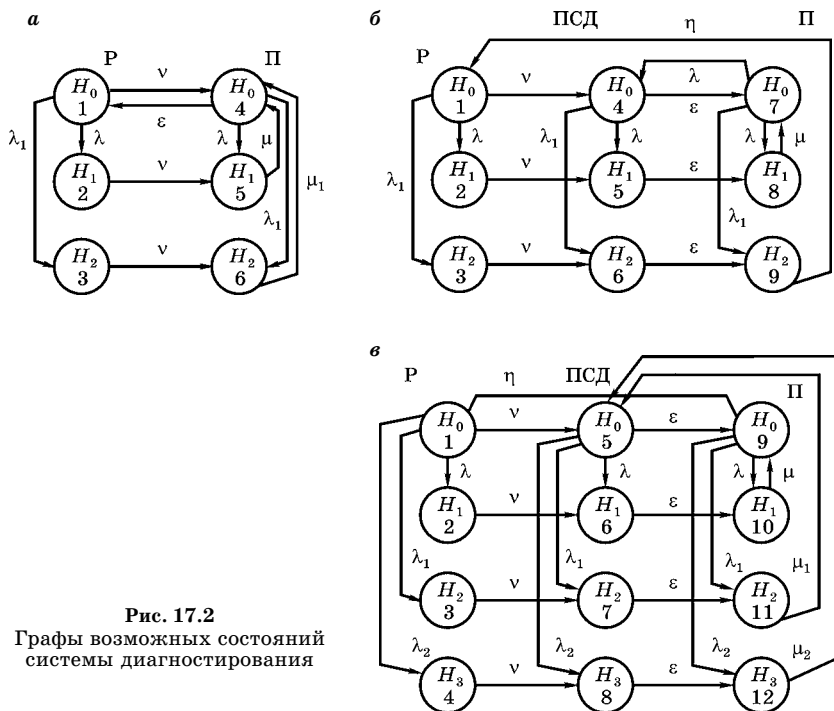


Рис. 17.2
Графы возможных состояний
системы диагностирования

В уравнениях (17.26) коэффициенты

$$A_i = f(\lambda, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu, \mu_1, \mu_2, \mu_3, v, \varepsilon, \eta) \quad (17.27)$$

определяются выражениями

$$\begin{aligned} P_2 &= A_2 P_1; \\ P_3 &= A_3 P_1; \\ &\dots \\ P_k &= A_k P_1. \end{aligned} \quad (17.28)$$

С помощью этих уравнений оказывается возможным в зависимости от характеристик процессов диагностирования и способа взаимодействия элементов системы диагностирования определить, насколько увеличивается коэффициент готовности ЭА при использовании системы диагностирования.

В соответствии с определением коэффициента готовности как отношения суммы вероятности состояний, соответствующих готовности восстанавливаемой автономной системы, к сумме вероятностей всех состояний системы для вариантов а-в на рис. 17.1:

$$K_{\Gamma}^a = \frac{A_1 + A_3}{\sum_{i=1}^6 A_i}; \quad K_{\Gamma}^b = \frac{A_1 + A_3 + A_4}{\sum_{i=1}^{12} A_i};$$

$$K_{\Gamma}^c = \frac{A_1 + A_3 + A_4 + A_5}{\sum_{i=1}^{15} A_i}; \quad K_{\Gamma}^d = \frac{A_1 + A_3}{\sum_{i=1}^9 A_i}. \quad (17.29)$$

Выражение (17.29) показывает, что коэффициенты готовности являются функциями параметров безотказности, ремонтпригодности характеристик проведения диагноза. Анализ влияния первых двух групп параметров посвящено значительное число работ [1]. Кроме того, при проектировании систем диагностирования эти параметры чаще всего являются заданными величинами. Рассмотренная методика, таким образом, позволяет решить задачу влияния варьируемых параметров системы диагностирования ε , ν на коэффициент готовности комплекса при различных способах его построения.

Задача формирования комплекса сводится к определению целесообразного способа размещения аппаратуры диагностирования для той или иной части объекта и нахождению оптимального соотношения объемов контрольных операций, выполняемых вручную, и автоматизированных операций.

Используя принятые выше принципы рационализации проектирования, введем в рассмотрение величины: $K_{\Gamma\min}$ — заданный (допустимый) минимальный коэффициент готовности комплекса; $\lambda_{i\text{доп}}$ — минимальный объем контролируемой системы, допускающий размещение аппаратуры диагностирования по i -му варианту; C_i — издержки (стоимость, объем, габариты и пр.), связанные с использованием ЗИП при i -м варианте размещения аппаратуры диагностирования; $C_{\max}$ — максимальные издержки, связанные с использованием ЗИП.

Исчисление издержек на ЗИП производится в соответствии со способом размещения аппаратуры диагностирования. В связи с этим представляет интерес изменение объема ЗИП при различных вариантах построения комплекса. Встроенные узлы диагностической аппаратуры обычно увеличивают объем ЗИП контролируемого объекта, уменьшая при этом время ее восстановления (увеличивая K_{Γ}). Переход к варианту полностью автономной системы диагностирования приводит к уменьшению объема ЗИП, но уменьшает при этом коэффициент готовности.

Готовность комплекса в целом при размещении диагностирующей аппаратуры пятью группами может быть найдена из выражения

$$D_k = K_{\Gamma 1}(1 - P_1) + K_{\Gamma 2}(1 - P_2) + K_{\Gamma 3}(1 - P_3) + K_{\Gamma 4}(1 - P_4) + K_{\Gamma 5}(1 - P_5), \quad (17.30)$$

в котором P_i — вероятность отсутствия неисправности в i -й группе.

Коэффициент готовности каждой из групп находится в соответствии с методикой, изложенной ранее. Полагая

$$Q_i = 1 - P_i, \quad i = \overline{1, 5}, \quad (17.31)$$

найдем выражение для функции, определяющей рациональность принятого способа формирования каждой из групп:

$$q_i(x) = f(K_{\Gamma i} Q_i) \left(1 - \frac{C_i}{C_{\max}} \right). \quad (17.32)$$

Для комплекса в целом при N группах

$$F_N(C, D_k) = q_1(x) + \dots + q_N(x) = \sum_{i=1}^N (K_{\Gamma i} Q_i) \left(1 - \frac{C_i}{C_{\max}} \right), \quad (17.33)$$

где F_N — целевая функция параметров безотказности.

Наиболее рациональный способ формирования может быть получен с использованием принципа оптимальности. Максимальное значение целевой функции находится из рекуррентного соотношения

$$F_N(C, D_k) = \\ = \max \left\{ q_N(C_N, D_{kN}, Q_N) + f_{N-1} \left[\sum_{i=1}^N (C_i - C_N); \sum_{i=1}^N (K_{\Gamma i}, Q_i - D_{kN}, Q_N) \right] \right\} \quad (17.34)$$

при следующих ограничениях

$$D_{k\min} \leq \sum_{i=1}^N K_{\Gamma i} Q_i; \quad C_{\max} \geq \sum_{i=1}^N C_i; \quad \Lambda_{1\text{доп}} \geq \Lambda_1; \quad \Lambda_{N\text{доп}} \geq \Lambda_N. \quad (17.35)$$

Оптимизация соотношения ручного и автоматического контроля может быть выполнена после получения выражения для коэффициента готовности K_{Γ}^P части системы, диагностируемой вручную. Методика определения K_{Γ}^P остается прежней, изменяется лишь набор несовместных состояний, образующих полную группу событий. При известной средней интенсивности ошибок оператора, заданной средней интенсивности диагностических циклов

для варьируемой частоты диагностирования могут быть найдены также степень участия операторов в диагностировании в зависимости от заданного коэффициента готовности комплекса.

Оптимизация целевой функции, определяющей целесообразный вариант построения комплекса с учетом заданных требований и возможных вариантов размещения диагностирующей аппаратуры — процесс трудоемкий. Рассмотренная методика легко формализуется. Расчеты могут быть выполнены на ЭВМ по несложной программе. Программа предусматривает решение всех сформулированных ранее задач по изложенной выше методике. Она состоит из стандартных подпрограмм, часть которых используется в соответствии с вариантами *a–в* на рис. 17.1. Анализ характера влияния варьируемых параметров системы диагностирования (ϵ , μ) на коэффициент готовности комплекса при различных способах его построения производится с помощью подпрограммы, реализующей первую часть укрупненного алгоритма.

Данный подход к оценке влияния процедур диагностирования на показатели надежности САУ позволяет также найти условия, при которых система диагностирования имеет максимальную эффективность.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что положено в основу проектирования систем диагностирования?
2. Какие режимы работы характерны для систем диагностики?
3. Что предполагает техническая реализация систем диагностирования?
4. Назовите критерии оптимизации систем диагностирования.

ПОВЫШЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

18.1. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Все факторы условно делятся на две группы: субъективные и объективные. К первым относятся мероприятия, связанные с выбором схемного и конструктивного решения при проектировании, выбором элементов и материалов, обеспечением оптимальных рабочих режимов, организацией технического обслуживания и эксплуатации устройств. Ко вторым — различные климатические, метеорологические, биологические, механические, электромагнитные и другие воздействия.

По характеру действия субъективные факторы делятся на конструктивно-производственные и эксплуатационные. Первые обусловлены разработкой, проектированием и изготовлением. Их влияние на надежность устройств является определяющим. Вторые влияют на надежность устройств в процессе их практического использования. Они включают как факторы, обусловленные влиянием внешней среды, так и связанные с организацией системы технического обслуживания, ремонта, обеспечения запасными частями, с квалификацией обслуживающего персонала.

По характеру влияния на надежность все факторы можно разделить на факторы, снижающие или повышающие надежность. Мероприятия, способствующие повышению надежности, являются субъективными факторами, и их, в свою очередь, можно подразделить на две группы: направленные на повышение безотказности (увеличение наработки

на отказ T) и направленные на повышение восстанавливаемости (уменьшение среднего времени восстановления T_B). И те и другие могут проводиться как на этапе проектирования и производства, так и в процессе эксплуатации.

Мероприятия по повышению надежности ЭА и в целом ЭЭС должны проводиться на всех стадиях создания и применения электрооборудования, так как его надежность закладывается при проектировании, обеспечивается при изготовлении и поддерживается в процессе эксплуатации [15].

18.2. ПОВЫШЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ НА СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

На стадии проектирования ЭЭС и ее отдельных элементов основным условием повышения надежности является полный учет особенностей и условий эксплуатации, в том числе режимов использования и режимов работы, климатических и механических нагрузок. Именно в этот период закладывается желаемый уровень надежности.

Методы повышения надежности, используемые на стадии проектирования, называют схемно-конструкторскими. Повышение надежности этими методами достигается, как правило, введением тем или иным путем избыточности при разработке схем и конструкций. При учете электромагнитных связей элементов повышение надежности может быть достигнуто благодаря рациональному размещению элементов ЭЭС с учетом их индивидуальных надежностных характеристик и характеристик взаимосвязи.

Наиболее широко распространенным способом повышения надежности является резервирование. Однако при выборе схем всегда следует учитывать, что резервирование и введение перемычек в схеме связано с увеличением массы, габаритов, объема и стоимости системы. Поэтому основная задача на этапе проектирования — принять обоснованные решения, касающиеся выбора оптимальной структуры системы. Перед создателями технических устройств и систем всегда стоит альтернатива: при заданных характеристиках надежности создать систему с минимальной стоимостью или при заданной стоимости системы добиться лучших показателей надежности. Под стоимостью может пониматься собственно стоимость системы либо ее масса, габариты или какой-то показатель.

Особенно часто резервирование, как средство повышения надежности, используется при проектировании отдельных устройств, блоков, аппаратов и приборов ЭЭС.

В зависимости от того, какая часть системы при отказе отключается и заменяется резервной, различают поэлементное, групповое и общее резервирование. Число запасных изделий, резервирующих основное изделие, определяет кратность резервирования. Если группа, состоящая из n элементов, предназначена для резервирования m однотипных элементов ЭЭС и каждый из резервных элементов может занять место любого рабочего (в случае отказа последнего), то такое развертывание называют резервированием с дробной кратностью n/m .

Выигрыш, получаемый в результате резервирования, определяется относительным улучшением показателей надежности резервированных изделий по сравнению с показателями надежности нерезервированных изделий. В частности, увеличение надежности по таким показателям, как вероятность безотказной работы, вероятность отказа, среднее время безотказной работы, определяется величинами:

$$\Theta_R(t) = \frac{R_n(t)}{R(t)}; \quad \Theta_Q(t) = \frac{Q_n(t)}{Q(t)}; \quad \Theta_T(t) = \frac{\bar{T}_n(t)}{T(t)}, \quad (18.1)$$

где $R_n(t)$, $Q_n(t)$, $\bar{T}_n(t)$ — соответственно, вероятность безотказной работы, вероятность отказа и среднее время безотказной работы резервированного изделия с кратностью n (этими же символами без индекса n обозначены показатели надежности основного изделия).

Получаемый при резервировании выигрыш увеличивается в случае дробления резерва, т. е. при введении резервирования в меньшем масштабе. Поэтому, казалось бы, самым выгодным является поэлементное резервирование. Однако увеличение объема вспомогательного оборудования при уменьшении масштаба резервирования приводит к тому, что оно часто не обеспечивает максимального выигрыша надежности.

Уровень, на котором наиболее выгодно остановиться при уменьшении масштаба резервирования, можно найти путем решения задач программирования. При определении показателей надежности резервированного оборудования можно рассмотреть группу элементов, состоящую из основного (рабочего) и резервного элементов, как один сложный элемент с повышенной надежностью (таким «элементом» может быть устройство, узел, блок, модуль и даже вся ЭЭС). Степень улучшения показателей надежности такого составного элемента зависит прежде всего от способа функционирования резерва. Существуют три способа: 1) нагруженный резерв; 2) ненагруженный резерв; 3) облегченный резерв.

В условиях нагруженного резерва запасные элементы содержатся в том же рабочем режиме, что и основной элемент, и несут полную нагрузку независимо от того, выполняют ли они функции отказавшего основного элемента или находятся в режиме ожидания. Такое резервирование позволяет избежать применения вспомогательной аппаратуры, а поэтому обычно используется при элементном резервировании. Кроме того, переход на резервные элементы происходит без перерывов в работе аппаратуры. Недостатком этого способа является существенный износ резервных элементов.

В условиях ненагруженного резерва запасные элементы находятся в отключенном состоянии и до момента включения сохраняют неизменными свои параметры. Очередной резервный элемент включается в работу, заменяя рабочий элемент, при выходе последнего из строя. Преимущества этого способа состоят в возможности применения однотипных изделий в качестве основного и резервных, а также в меньшем износе оборудования. Однако в условиях ненагруженного резерва неизбежны перерывы в работе устройства при переходе на резервные элементы; кроме того, требуются вспомогательные устройства сигнализации отказов и переключатели, что естественно снижает надежность резервированной системы. Ненагруженный резерв фактически является некоторой идеализацией реальности, поскольку при хранении всегда возможен отказ оборудования.

В условиях облегченного резерва запасные элементы в период ожидания несут частичную нагрузку, а вероятность их отказа меньше, чем вероятность отказа основного элемента.

Облегченный резерв с дробной кратностью иногда называют скользящим резервом.

Совершенно особым случаем резервирования отдельных элементов или изделий является использование ЗИП. По мере усложнения ЭЭС и их подсистем (например, систем автоматики) расширяется номенклатура ЗИП, увеличиваются вес и габариты его комплектов, затрудняется обеспечение необходимым количеством запасных деталей. Специфика проектирования ЭА состоит в необходимости создания устройств, обладающих сравнительно небольшими массой, габаритами, стоимостью. С учетом этих же требований должны быть скомплектованы ЗИП. Методики расчета повышения надежности за счет резервирования отдельных элементов ЭЭС и за счет ЗИП подробно обсуждены в [15, 33].

В связи с тем что значительная часть отказов ЭА (особенно находящихся на открытых площадках) возникает под воздействием климатических факторов, одним из основных направлений повы-

шения надежности следует считать сокращение количества элементов, располагаемых на открытых площадках. Весьма целесообразно конструктивное объединение ряда элементов (например, концевых выключателей) в укрупненные узлы и блоки и размещение основных элементов в закрытых отапливаемых помещениях.

При планировании заводских испытаний комплектующих изделий на надежность целесообразно предусматривать режимы с совместным воздействием климатических условий и механических нагрузок, при которых наиболее быстро обнаруживаются слабые места изделий. Техническое состояние ЭА и время восстановления после отказа зависят от ремонтпригодности изделий и от удобства выполнения ремонтных и профилактических работ. Известно, что из общего времени ремонта примерно 70% составляет время отыскания и локализации неисправности. Поэтому при разработке конструкции и компоновке элементов необходимо обеспечить возможность легкого доступа к месту повреждения, наличие средств для определения места и причины отказа, возможность и удобство регулировок отдельных характеристик (параметров) изделия, изменяющихся в процессе эксплуатации (нажатия пружин и контактов, сопротивления, емкости и т. д.).

При компоновке и размещении ЭА следует соблюдать требования доступности деталей и узлов для разборки, чистки, замены и регулировки, крепления ЭА (с помощью каркасов, кронштейнов, скоб и т. д.), полностью исключить возникновение местных вибраций при любых условиях работы.

18.3. ПОВЫШЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Реализация надежности ЭА, предусмотренной на этапе проектирования, в значительной степени связана с организацией производства. Известно, что удельный вес отказов, обусловленных производственно-техническими факторами, составляет в среднем около 30%. Поэтому процесс производства должен быть организован таким образом, чтобы обеспечить использование предусмотренных конструктором материалов, деталей, допусков, а следовательно, и предусмотренный конструктором уровень надежности.

Мероприятия, связанные с обеспечением надежности в процессе производства, можно свести в следующие группы:

а) строгое соблюдение и совершенствование технологии производства;

- б) автоматизация производства;
- в) тренировка элементов и систем;
- г) входной контроль;
- д) настройка и налаживание;
- е) текущий и выходной контроль;
- ж) испытание опытных образцов.

Строгое соблюдение технологии производства во многом определяет надежность ЭА.

Автоматизация процессов производства позволяет в значительной мере уменьшить отклонения, обусловленные субъективными факторами, связанными с участием в производстве человека. При автоматизации исключаются случайные ошибки, обусловленные воздействием человека, обеспечивается устойчивость качества изделия, высокая точность соблюдения заданного технологического режима. Следствием этого является меньший разброс параметров отдельных элементов и более высокая их надежность.

Тренировкой элементов достигается сокращение этапа приработки, характеризующегося повышенной интенсивностью отказов. При тренировке важно правильно выбрать коэффициенты нагрузки элементов. Чем ниже коэффициент нагрузки при тренировке, тем длительней оказывается этап нормальной работы и тем позднее наступает износ тренированных элементов, установленных в аппаратуре. Однако при этом возрастает длительность процесса тренировки.

Отдельные элементы ЭА производятся на специализированных предприятиях и поступают на завод-изготовитель оборудования и аппаратуры в виде полуфабрикатов и готовых изделий. При производстве этих полуфабрикатов могут быть допущены отклонения от заданной технологии производства, а следовательно, отклонение характеристик от номинальных значений. Наиболее часто используемый выборочный статистический контроль выходной продукции не всегда позволяет выявить эти отклонения. Кроме того, продукция специализированных предприятий может не сразу поступить в производство. При транспортировке и хранении свойства полуфабрикатов могут существенно изменяться. По этим причинам желателен, а в ряде случаев просто необходим входной контроль элементов ЭА. При организации такого контроля следует учитывать время предшествующего хранения, так как в некоторых случаях оно определяет возможный срок хранения готовой продукции.

Настройка и регулировка ЭА определяют интенсивность появления в основном постепенных отказов, которые происходят вследствие медленного изменения параметров элементов. Для умень-

шения вероятности этих отказов необходима такая первоначальная регулировка схемы, при которой максимально возможное изменение параметров элементов не нарушает работы схемы.

Текущий контроль производят на различных стадиях сборки и наладки узлов и блоков. Качество этого контроля оказывает существенное влияние на надежность ЭА в целом. Методику текущего (промежуточного) контроля разрабатывают применительно к конкретным образцам устройств. Обычно предусматривают контрольные операции после окончания монтажа и после настройки и налаживания отдельных узлов и блоков.

Испытания с целью выявления качества готовой продукции должны проводиться в условиях, близких к условиям эксплуатации. При этом следует обеспечить комплексное воздействие различных факторов.

Текущий и выходной контроль может быть сплошным и выборочным (статистическим). Целесообразно использовать статистические методы контроля, так как при этом количество контрольных операций и время проверки резко сокращается, а качество контроля при правильной его организации остается высоким.

Испытания подразделяются на климатические и натурные. При первых производится поочередное измерение возмущающих факторов или рассматривается их некоторая комбинация, что не отвечает реальным условиям эксплуатации. Вторые дают полную информацию, так как при этом все факторы воздействуют на устройства совместно.

При анализе надежности устройства по результатам испытаний все отказы следует разделять на схемные, конструктивные, эксплуатационные; отказы комплектующих изделий и т. д. Анализ причин отказов позволяет принять действенные меры по повышению надежности.

Опытные образцы могут подвергаться испытаниям на долговечность. Как правило, их проводят в лабораториях, где имитируют реальные условия эксплуатации.

18.4. ПОВЫШЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В ПЕРИОД ЭКСПЛУАТАЦИИ

Значительное влияние на надежность ЭА в процессе его эксплуатации оказывают факторы субъективного характера. К их числу относятся: а) квалификация обслуживающего персонала; б) соблюдение правил технической эксплуатации; в) организация

системы технического обслуживания; г) организация системы сбора и обработки статистических данных о надежности эксплуатируемой техники и разработка рекомендаций по повышению надежности конкретных ЭА и их составных элементов.

Влияние квалификации обслуживающего персонала сказывается на качестве подготовки ЭА и на процессе восстановления работоспособности после отказов. Квалифицированный персонал быстрее обнаруживает и устраняет отказы, возникшие в процессе работы устройств и при их профилактической проверке. Обслуживающий персонал должен хорошо знать функциональные и принципиальные схемы ЭА, понимать происходящие в них физические процессы, владеть общей методикой отыскания отказов.

В связи с этим следует уделять серьезное внимание качеству технической документации на ЭА. Влияние недостаточной квалификации персонала уменьшается благодаря автоматизации работы аппаратуры, контроля параметров и процесса поиска отказов, сокращению числа органов управления.

Несоблюдение правил технической эксплуатации из-за их незнания или небрежности обслуживающего персонала приводит к различным неисправностям и к тяжелым по своим последствиям авариям.

Система технического обслуживания включает мероприятия, направленные на повышение безотказности и долговечности ЭА в процессе их эксплуатации. Сюда входят организация и проведение профилактических работ, ремонта и снабжения запасным имуществом и материалами. Оптимизация процессов технического обслуживания является мощным фактором повышения надежности при эксплуатации. Хорошо организованная система профилактических работ, предусматривающая внедрение методов прогнозирования отказов, обеспечивает повышение уровня надежности за счет предупреждения отказов. Основу такой системы составляет профилактический ремонт, при котором частичное или полное восстановление первоначальных свойств производится до отказа ЭА через определенные промежутки времени.

Система сбора и обработки статистических данных об отказах ЭА оказывает влияние на повышение надежности при условии установления систематической связи между сферами эксплуатации и производства. Оперативная информация о количестве и характере отказов ЭА, работающих в различных эксплуатационных условиях, позволяет быстро принимать необходимые меры по улучшению схем и конструкций наименее надежных узлов.

Данные об отказах, возникающих в реальных условиях, — наиболее ценный материал как для разработки новых изделий, так и для организации оптимальной системы эксплуатации и обслуживания ЭА на предприятиях.

Основным источником эксплуатационной информации может служить документация. Наиболее полным документом, содержащим сведения о режимах использования, условиях эксплуатации и ремонтно-восстановительных работах, является электротехнический журнал. Однако его использование осложняется отсутствием конкретных стандартизированных формулировок отказов и неисправностей, ведением записей в форме регистрации ремонтно-восстановительных работ.

Информации, содержащейся в судовой документации, присущи следующие недостатки:

- отсутствие единой терминологии и стандартных формулировок при описании отказов и неисправностей, восстановительных и профилактических работ;
- различная степень подробности и нерегулярность ведения записей;
- недостаточное количество данных о времени и трудоемкости восстановительных и профилактических работ;
- отсутствие конкретных данных о расходовании сменно-запасных частей (количество, дата, причины замены).

Информация об отказах и условиях эксплуатации должна быть непрерывной во времени, что особенно важно в период приработки (первые 5...7 кварталов эксплуатации), когда частота отказов изменяется.

Внедрение единой системы сбора и обработки эксплуатационной информации о надежности ЭА будет способствовать оперативному выявлению его недостатков, разработке эффективных мер по их устранению, а также разработке требований к промышленности по созданию новых изделий с необходимыми показателями надежности.

Научные методы эксплуатации, включающие научно-обоснованные приемы подготовок к работе, проведение профилактики ремонта и других мероприятий, способствуют повышению надежности ЭА в процессе их эксплуатации. Техническая сторона этих мероприятий рассматривается в руководствах по эксплуатации.

Некоторые рекомендации можно дать на основании опыта эксплуатации ЭА на электростанциях. Так, обслуживающий персонал должен обеспечить такие условия эксплуатации, при которых внешние нагрузки не будут достигать значений, вызывающих отказы.

Предупреждение рабочих отказов ЭА осуществляется путем своевременности замены изнашиваемых деталей, своевременной чистки контактов и т. д. Для предупреждения нерабочих отказов ЭА необходимо поддерживать в нормальном состоянии уплотнительные соединения, своевременно заменять уплотнительные прокладки, содержать в чистоте поверхности обмоток, своевременно красить нерабочие поверхности, покрывать обмотки изоляционными лаками и т. д.

При эксплуатации можно не только поддерживать уровень надежности, заложенной при изготовлении, но и повышать его. Например, для ослабления действия вибрации на ЭА и присоединенные кабели необходимо находить и устранять местные вибрации, не выявленные при постройке и приемо-сдаточных испытаниях объекта, путем устройства дополнительных креплений для ЭА и т. д. Для поддержания сопротивления изоляции основных элементов ЭА на максимально возможном уровне целесообразно использовать электроосмос, электроподогрев, осушение воздуха внутри закрытых оболочек и др.

Эффективность эксплуатационных мероприятий во многом зависит от квалификации работников, которая играет значительную роль при выполнении сложных операций, связанных с принятием ответственных решений. Важен также накопленный опыт технической эксплуатации аппаратуры. Зачастую он применяется лишь для некоторых организационно-технических мероприятий по повышению надежности устройств, находящихся в эксплуатации. В то же время практика требует, чтобы опыт эксплуатации использовался и при создании новых устройств. При этом важно, чтобы организационные формы обеспечивали быстроту получения и объективность информации о результатах работы ЭА.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какие факторы влияют на надежность работы ЭА?
2. Какие мероприятия нужно осуществлять на стадии проектирования для повышения надежности работы ЭА?
3. Какие мероприятия нужно осуществлять при изготовлении ЭА для повышения надежности их работы?
4. Какие мероприятия нужно осуществлять при эксплуатации для повышения надежности работы ЭА?

ПРИЛОЖЕНИЯ

ФУНКЦИИ И КРИТЕРИИ ПРИ РАСЧЕТЕ НАДЕЖНОСТИ

Таблица П.1.1

Значения функции $y = e^{-x}$

x	y	x	y	x	y	x	y
0,00	1,000	28	756	55	577	82	440
01	0,990	29	748	56	571	83	436
02	980	30	741	57	565	84	432
03	970	31	733	58	560	85	427
04	961	32	726	59	554	86	423
05	951	33	719	60	549	87	419
06	942	34	712	61	543	88	415
07	932	35	705	62	528	89	411
08	923	36	698	63	533	90	407
09	914	37	692	64	527	91	403
10	905	38	684	65	522	92	399
11	896	39	677	66	517	93	395
12	887	40	670	67	512	94	391
13	878	0,40	0,670	68	507	95	387
14	869	41	664	69	502	96	383
15	861	42	657	70	497	97	379
16	852	43	650	71	492	98	375
17	844	44	644	72	487	99	372
18	835	45	638	73	482	1,00	368
19	827	46	631	74	477	10	333
20	819	47	625	75	472	20	302
21	811	48	619	76	468	30	273
22	803	49	613	77	452	40	247
23	795	50	606	78	458	50	223
24	787	51	600	79	454	60	202
25	779	52	595	80	449	70	183
26	771	53	589	0,80	0,449	80	165
27	763	54	583	81	445	90	150

x	y	x	y	x	y	x	y
2,00	135	20	041	50	0111	80	0030
10	122	30	037	60	0101	90	0027
20	111	40	033	70	0091	6,00	0025
30	100	50	030	80	0082	10	0022
40	091	60	027	90	0074	20	0020
50	082	70	025	5,00	0067	30	0018
60	074	80	022	10	0061	40	0017
70	067	90	020	20	0055	50	0015
80	061	4,00	0183	30	0050	60	0014
90	055	10	0166	40	0045	70	0012
3,00	050	20	0150	50	0041	80	0011
3,00	0,050	30	0136	60	0037	90	0010
10	045	40	0123	70	0033	7,00	0009

Примечание. Для $x < 0,01$ можно принимать $y = e^{-x} \approx 1 - x$.

Таблица П.1.2

Значения функции $1/\sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$

x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0,1	0,	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	0,	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	0,	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	0,	6554	6594	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	0,	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	0,	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	0,	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	0,	7881	7910	7989	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0,9	0,	8159	8186	8238	8212	8264	8389	8315	8340	8365	8389
1,0	0,	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1,1	0,	8643	8665	8686	8708	8728	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	0,	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015

x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,3	0,9	0320	0490	0658	0824	0988	1149	1308	1466	1621	1774
1,4	0,9	1924	2073	2220	2364	2507	2647	2785	2922	3056	3189
1,5	0,9	3319	3448	3574	3699	3822	3943	4062	4179	4295	4408
1,6	0,9	4520	4630	4738	4855	4950	5053	5154	5254	5352	5449
1,7	0,9	5543	5637	5738	5818	5907	5994	6080	6164	6246	6327
1,8	0,9	6407	6485	6562	6637	6712	6784	6856	6926	6995	7062
1,9	0,9	7128	7193	7257	7320	7381	7441	7500	7588	7615	7670
2,0	0,9	7725	7778	7831	7882	7932	7982	8030	8087	8124	8169
2,1	0,9	8214	8257	8300	8341	8382	8422	8461	8500	8537	8574
2,2	0,9	8610	8645	8679	8713	8745	8778	8809	8840	8870	8899
2,3	0,9	8928	8956	8983	9010	9036	9061	9086	9111	9143	9158
2,4	0,99	1802	2024	2240	2451	3656	2857	3053	3244	3431	3613
2,5	0,99	3790	3963	4132	4297	4457	4614	4766	4915	5060	5201
2,6	0,99	5339	5473	5603	5731	5855	5975	6093	6207	6319	6427
2,7	0,99	6533	6636	6736	6833	6928	7020	7110	7197	7282	7365
2,8	0,99	7445	7523	7599	7673	7744	7841	7882	7948	8012	8074
2,9	0,99	8134	8193	8250	8305	8359	8411	8462	8511	8559	8605
3,0	0,99	8650	8694	8736	8777	8817	8856	8893	8900	8965	8999
3,1	0,9 ³	0342	0646	0957	1260	1553	1836	2112	2378	2636	2886
3,2	0,9 ³	3129	3363	3590	3810	4022	4230	4429	4623	4810	4991
3,3	0,9 ³	5166	5335	5499	5658	5811	5959	6103	6242	6376	6505
3,4	0,9 ³	6631	6752	6869	6982	7091	7191	7299	7398	7493	7585
3,5	0,9 ³	7674	7760	7842	7922	7999	8074	8146	8215	8282	8347
3,6	0,9 ³	8409	8469	8527	8583	8637	8689	8739	8787	8834	8879
3,7	0,9 ³	8922	8964	9004	9043	9080	9116	9150	9184	9216	9247
3,8	0,9 ⁴	2765	3052	3327	3593	3848	4094	4331	4558	4777	4988
3,9	0,9 ⁴	5190	5385	5573	5753	5926	6092	6252	6406	6554	6696
4,0	0,9 ⁴	6833	6964	7090	7211	7327	7439	7546	7649	7748	7843

Критерий Кохрена. Значения критерия G , построенного $v = m - 1$ и N (m — число повторений каждого из N опытов), при 95%-ной доверительной вероятности

N	v											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	∞
2	0,998	0,975	0,939	0,916	0,858	0,853	0,833	0,816	0,801	0,788	0,734	0,500
3	0,967	0,871	0,798	0,746	0,707	0,677	0,653	0,633	0,617	0,602	0,547	0,338
4	0,906	0,768	0,684	0,628	0,590	0,560	0,536	0,518	0,502	0,488	0,437	0,250
5	0,841	0,648	0,591	0,544	0,506	0,478	0,456	0,439	0,424	0,419	0,364	0,200
6	0,781	0,616	0,532	0,480	0,445	0,418	0,398	0,382	0,368	0,357	0,314	0,167
7	0,727	0,561	0,480	0,431	0,391	0,373	0,356	0,339	0,325	0,315	0,276	0,143
8	0,680	0,516	0,438	0,391	0,360	0,336	0,319	0,304	0,293	0,283	0,246	0,125
9	0,639	0,478	0,403	0,358	0,329	0,307	0,290	0,277	0,260	0,257	0,223	0,111
10	0,602	0,445	0,373	0,331	0,303	0,282	0,267	0,254	0,244	0,235	0,203	0,100
12	0,541	0,392	0,326	0,288	0,262	0,244	0,230	0,219	0,210	0,202	0,174	0,083
15	0,471	0,335	0,276	0,242	0,220	0,203	0,191	0,182	0,174	0,167	0,143	0,067
20	0,389	0,271	0,221	0,192	0,174	0,160	0,150	0,142	0,136	0,130	0,111	0,050
30	0,293	0,198	0,159	0,138	0,124	0,114	0,106	0,100	0,096	0,092	0,077	0,033
40	0,237	0,158	0,126	0,108	0,097	0,089	0,083	0,978	0,074	0,071	0,060	0,025
60	0,174	0,113	0,090	0,077	0,068	0,062	0,058	0,055	0,052	0,050	0,041	0,017
120	0,100	0,063	0,050	0,042	0,037	0,034	0,031	0,029	0,028	0,027	0,021	0,008
∞	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Критерий Стьюдента. Значения t -критерия при различных величинах доверительной вероятности β

Число степеней свободы	β				
	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	3,077	6,813	12,706	31,824	63,666
2	1,885	2,920	4,302	6,964	9,924
3	1,638	2,353	3,182	4,540	5,840
4	1,533	2,182	2,776	3,746	4,604
5	1,476	2,015	2,511	3,649	4,032
6	1,439	1,943	2,446	3,142	3,707
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,500

Число степеней свободы	β				
	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,363	1,795	2,201	2,718	3,105
12	1,356	1,783	2,179	2,681	3,054
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,976
15	1,340	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,336	1,745	2,119	2,583	2,920
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,330	1,743	2,101	2,551	2,878
19	1,328	1,729	2,093	2,540	2,861
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	1,323	1,720	2,079	2,517	2,831
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	1,320	1,714	2,069	2,500	2,807
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	1,316	1,708	2,060	2,486	2,787
26	1,315	1,705	2,055	2,478	2,778
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	1,312	1,701	2,048	2,467	2,763
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
80	1,292	1,664	1,990	2,373	2,640
100	1,290	1,650	1,984	2,364	2,626
200	1,286	1,652	1,972	2,345	2,600
500	1,283	1,647	1,964	2,333	2,585
∞	1,280	1,640	1,960	2,230	2,580

Критерий Фишера. Значения критерия F при 95%-ной доверительной вероятности

Число степеней свободы для знаменателя	Число степеней свободы для числителя															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	50	100	500	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	246	248	252	253	254	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,10	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,70	8,66	8,58	8,55	8,53	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,86	5,80	5,70	5,66	5,64	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,62	4,56	4,44	4,41	4,37	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,94	3,87	3,75	3,71	3,68	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,51	3,44	3,32	3,27	3,24	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,22	3,15	3,02	2,97	2,94	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,01	2,94	2,80	2,76	2,72	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,85	2,77	2,64	2,59	2,55	2,54
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,40	2,33	2,18	2,12	2,08	2,07
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,20	2,12	1,97	1,91	1,86	1,84
50	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,84	1,75	1,56	1,48	1,41	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,75	1,66	1,46	1,37	1,28	1,25
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	2,06	1,98	1,93	1,88	1,72	1,62	1,41	1,32	1,22	1,19
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,83	1,83	1,67	1,54	1,35	1,24	1,11	1,00

**Средние интенсивности отказов элементов
(если интенсивности отказов элементов не указаны,
то принимается приближенная величина $0,32 \cdot 10^{-6}$ 1/ч)**

№ п/п	Наименование элементов	Интенсив- ность отка- зов, $\lambda \cdot 10^6$ 1/ч	№ п/п	Наименование элементов	Интенсив- ность отка- зов, $\lambda \cdot 10^6$ 1/ч
1	Резисторы	0,04	20	Электродвигатели постоянного тока	9,0
2	Конденсаторы	0,05	21	Разъемы штепсельные	0,062
3	Диоды	0,20	22	Выключатели магнитные	0,358
4	Триоды	0,50	23	Выключатели термические	0,30
5	Транзисторы	0,90	24	Изоляторы	0,05
6	Электровакuum- ные приборы	2,00	25	Соединения пайкой	0,01
7	Трансформаторы и дроссели	0,025	26	Катушки индуктивности	0,02
8	Реле	0,25	27	Реле мощные	0,30
9	Переключатели кнопочные	0,07	28	Катушки соленоидальные	0,04
10	Гнезда	0,01	29	Автотрансформа- торы	0,06
11	Клеммы, зажимы	0,0005	30	Сельсины	0,35
12	Тумблеры	0,06	31	Антенны	0,36
13	Предохранители плавкие	0,05	32	Волноводы гибкие	2,64
14	Провода соединительные	0,015	33	Выводы высокочастотные	2,63
15	Кабели	0,475	34	Умформеры	3,8
16	Изоляторы	0,05	35	Контакты	0,25
17	Источники питания	5,0	36	Обмотки электро- двигателя	0,08
18	Асинхронные электродвигатели	8,6	37	Тиратроны	6,0
19	Синхронные электродвигатели	0,4	38	Неоновые лампы	0,1

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА СТРУКТУРНЫХ МОДЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

П.2.1. МОДЕЛИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НИЗКОГО НАПЯЖЕНИЯ [35]

При испытаниях электрических аппаратов на ресурс наблюдаются различные закономерности появления отказов в сборочных единицах и отдельных элементах. В связи с этим при исследовании надежности аппаратов низкого напряжения (в особенности сложных по конструкции) рекомендуется рассматривать структурные модели надежности.

Для неремонтируемых изделий, кроме выявления «слабых» узлов и элементов, необходимо оценивать надежность всего аппарата, построенного из элементов с известной надежностью или, наоборот, исходя из заданной надежности аппарата, устанавливать необходимый уровень надежности составляющих узлов и элементов.

Для большей части ремонтируемых изделий, например контакторов, анализ структурной надежности является единственно приемлемым методом всесторонней оценки надежности аппарата в целом.

При разработке структурных моделей надежности следует учесть:

- последовательность соединений элементов в структурной схеме изделий;
- отказ одного из составляющих элементов структурной схемы приводит в большинстве случаев к отказу всей системы — почти у всех элементов, выполняющих функции механических передач, при испытаниях до первого отказа характерны внезапные отказы, что позволяет считать вид функции плотности вероятности отказов близкой к экспоненциальному распределению;
- для контактных узлов функция плотности наработки до отказа может быть представлена нормальным распределением, поскольку при испытаниях на коммутационную износостойкость отказы носят износный характер, а узлы имеют некоторые технологические отклонения при изготовлении, распределенные по нормальному закону.

Поскольку каждый элемент или узел в структурной модели надежности служит лишь для иллюстрации его роли в решении требуемой от изделия задачи, то при составлении модели надежности допускается произвольная группировка узлов и элементов, но без нарушения характера влияния их отказов на надежность аппарата в целом.

На рис. П.2.1 показана простейшая последовательная структурная модель надежности низковольтного электрического аппарата (в дальнейшем НВА), причем рассматривается ситуация, когда отказ любого элемента приводит к отказу всего изделия.



Рис. П.2.1

Простейшая структурная модель надежности:

электрического аппарата серии АЗ100: 1 — корпус; 2, 3, 4 — контактные узлы; 5 — механизм; 6 — крышка; 8 — контакты цепи управления; контактора серии КТ6000: 1 — рейка; 2 — неподвижная часть магнитной системы; 3 — подвижная часть магнитной системы; 4 — вал; 5, 6, 7 — контактные узлы; 8 — контакты цепи управления.

Расчет вероятности безотказной работы и плотности наступления отказов выполняется следующим образом. Если предположить, что появление отказа в системе является независимым событием, то для последовательной системы

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^k p_i(t), \quad (\text{П.2.1})$$

где $p_c(t)$ — функция надежности системы; $p_i(t)$ — функция надежности i -й подсистемы; k — количество подсистем; t — продолжительность испытаний.

Если в системе возникают только внезапные отказы, то функция плотности наступления отказов $f_B(t)$ имеет вид

$$f_{B_i}(t) = \lambda_i \exp(-\lambda_i t). \quad (\text{П.2.2})$$

Вероятность безотказной работы:

$$p_{B_i}(t) = \exp(-\lambda_i t), \quad (\text{П.2.3})$$

где λ_i — параметр экспоненциального распределения i -го элемента, который определяется по формуле

$$\lambda = \frac{m}{(b - m - y)\Delta t}, \quad (\text{П.2.4})$$

где Δt — промежуток времени, за который определяется интенсивность отказов; b — общее число наблюдаемых однотипных элементов; m — количество отказавших однотипных элементов за интервал Δt ; y — число однотипных элементов, отказавших до момента времени Δt (например, в период приработки вследствие грубого нарушения технологического процесса).

Функция плотности вероятности наступления отказов и вероятность безотказной работы для системы, состоящей из k последовательно соединенных элементов, имеющих внезапные отказы, определяются по формулам

$$f_B(t) = \lambda_c \exp(-\lambda_c t), \quad (\text{П.2.5})$$

$$p_B(t) = \exp(-\lambda_c t), \quad (\text{П.2.6})$$

где

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^k \lambda_i. \quad (\text{П.2.7})$$

Наработка до отказа контактного узла у большинства видов аппаратов при коммутации параметров номинальной нагрузки согласуется с нормальным распределением, а отказы вследствие износа контактов в этом случае возникают постепенно.

Функция плотности вероятности отказов и вероятность безотказной работы для контактного узла выражаются зависимостями:

$$f_n(t) = \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{1 + \Phi\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)} \exp\left[-\frac{(t-\tau)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (\text{П.2.8})$$

$$p_n(t) = \frac{1 + \Phi\left(\frac{\tau-t}{\sigma}\right)}{1 + \Phi\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)}, \quad (\text{П.2.9})$$

где τ и σ — параметры нормального распределения; $\Phi(t)$ — функция Лапласа:

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx. \quad (\text{П.2.10})$$

В условиях испытаний, когда могут наблюдаться в изделиях внезапные и постепенные отказы, удобно представить систему состоящей из двух последовательных подсистем, у одной из которых наступают только постепенные отказы, а у другой — внезапные. Функция $f_c(t)$ запишется в виде

$$f_c(t) = f_B(t)p_n(t) + f_n(t)p_B(t). \quad (\text{П.2.11})$$

После подстановки в (П.2.11) полученных ранее значений (выражения (П.2.5), (П.2.6) и (П.2.8), (П.2.9)) находят зависимости для $f_c(t)$ и $p_c(t)$:

$$f_c(t) = \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{1 + \Phi\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)} \exp\left[-\frac{(t-\tau)^2}{2\sigma^2} - \lambda_c t\right] + \lambda_c \exp(-\lambda_c t) \frac{1 + \Phi\left(\frac{\tau-t}{\sigma}\right)}{1 + \Phi\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)}; \quad (\text{П.2.12})$$

$$p_c(t) \approx \exp(-\lambda_c t) \frac{1 + \Phi\left(\frac{\tau-t}{\sigma}\right)}{1 + \Phi\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)}. \quad (\text{П.2.13})$$

Значение λ_c рассчитывается по (П.2.7) для элементов, у которых имеют место внезапные отказы.

Величины τ и σ для контактного узла определяются по формулам

$$\tau = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i; \quad (\text{П.2.14})$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \tau)^2, \quad (\text{П.2.15})$$

где n — количество испытанных контактных узлов.

Таким образом, расчет структурной модели надежности электрического аппарата сводится к определению интенсивностей отказов отдельных элементов и узлов, имеющих экспоненциальный закон распределения наработки до отказа, а также τ и σ для контактных узлов, у которых наработка до отказа распределена по нормальному закону.

Расчет λ_c , τ и σ выполняется по информации, полученной по результатам испытаний или подопытной эксплуатации.

Пример. Производится расчет надежности по структурной схеме $p_c(t)$ и по результатам испытаний $p_{\text{и}}(t)$ для автоматических выключателей типа А3120.

Данные о параметрах надежности элементов структурной схемы:

$$\lambda_1 = 10^{-14} \text{ 1/цикл}; \quad \lambda_2 = 3,96 \cdot 10^{-6} \text{ 1/цикл}; \quad \lambda_6 = 10^{-8} \text{ 1/цикл}; \\ \lambda_7 = 10^{-12} \text{ 1/цикл}; \quad \lambda_8 = 23 \cdot 10^{-5} \text{ 1/цикл}.$$

Для контактных узлов (элементы 2, 3 и 4 структурной схемы) $\tau = 13,6 \cdot 10^3$ циклов и $\sigma = 2,16 \cdot 10^3$ циклов.

Функция $p_c(t)$ определяется следующим образом: по формуле (П.2.7) находится λ_c ($\lambda_c \approx 23,397 \cdot 10^{-5}$ 1/цикл); в (П.2.13) подставляются известные значения λ_c , τ и σ .

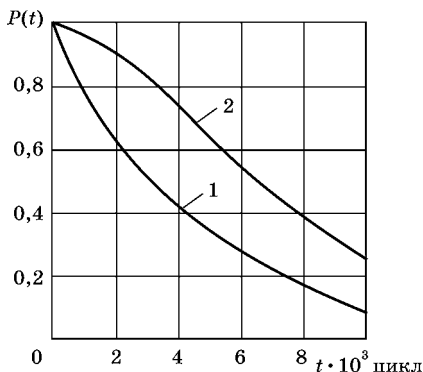


Рис. П.2.2

Изменение надежности автоматического выключателя типа А3120:

1 — при расчете надежности по структурной схеме; 2 — при расчете надежности по результатам выборочных испытаний.

На рис. П.2.2 (кривая 1) показано изменение $p_c(t)$ при значениях t от 0 до 10 000 циклов, т. е. до значения, соответствующего требованиям нормативно-технической документации к данному типу изделия по коммутационной износостойкости.

Для расчета $p_{\text{и}}(t)$ были проведены испытания на коммутационную износостойкость в объеме требований технических условий 30 автоматических выключателей.

Значения $p_{\text{и}}(t)$ вычислялись по формуле

$$p_{\text{и}}(t) = 1 - \frac{m(t)}{n},$$

где $m(t)$ — количество отказавших образцов при испытаниях до t коммутационных циклов, шт.; n — общее количество испытуемых образцов, шт.

На рис. П.2.2 (кривая 2) показано изменение $p_n(t)$, полученное по результатам испытаний.

Расхождение между графиками $p_c(t)$ и $p_n(t)$ объясняется нестабильностью качества изготовления изделий.

Анализируя расчетную модель, приходят к выводу, что надежность автоматического выключателя существенно снижается вследствие влияния на ее величину высокой интенсивности отказов контактов цепи управления λ_g .

Это положение подтвердилось при испытаниях изделий: из 23 отказов было отмечено 13 отказов контактов цепи управления.

Таким образом, предложенный методический подход при разработке структурной модели надежности НВА может быть рекомендован для анализа надежности выпускаемых в настоящее время контактных аппаратов.

Структурная модель надежности у большинства НВА представляет собой последовательное соединение между элементами, а функция плотности вероятности отказов может быть математически представлена как наложение нормального и экспоненциального распределений.

П.2.2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ РАБОТА ТОКООГРАНИЧИВАЮЩИХ ВЫКЛЮЧАТЕЛЕЙ

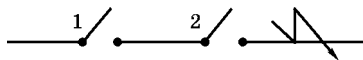
Два последовательно работающих токоограничивающих выключателя (рис. П.2.3) повышают величину тока отключения.

Рассматривается независимость двух случайных событий. Пусть выключатель 1 находится ближе к источнику энергии и ток срабатывания электромагнитного расцепителя i_1 больше, чем у второго выключателя i_2 . При изучении условий работы таких выключателей на первое место выдвигается задача селективной совместной работы. При совместной работе двух выключателей может возникнуть три случайных события.

1. Ударный ток $I_{уд}$ короткого замыкания (КЗ) приводит к возникновению тока i_0 в электромагнитных расцепителях по величине меньше $i_0 < i_2$ тока срабатывания выключателя 2. В этом случае оба выключателя находятся в рабочем состоянии. Вероятность безотказной работы будет соответствовать $P(1, 2) = P(1)P(2)$. Эти процессы будут протекать до тех пор, пока не наступит КЗ, ток которого i_0 превысит ток срабатывания i_2 , т. е. тока уставки электромагнитного расцепителя выключателя 2.

Указанные события подчиняются закону равномерного распределения случайных величин ($\lambda = \text{const}$).

Рис. П.2.3
Токоограничивающие выключатели



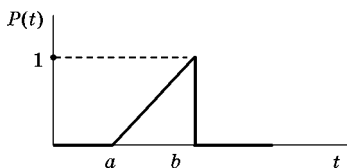


Рис. П.2.4

График безотказной работы

Вероятность безотказной работы будет соответствовать графику (рис. П.2.4), где

$$P(t) = \frac{t-a}{b-a} \text{ при } a < t \leq b.$$

2. Ударный ток $I_{уд}$ КЗ приводит к возникновению тока i_0 в электромагнитных расцепителях $i_2 \leq i_0 < i_1$. Происходит срабатывание выключателя 2, сопровождающего возникновение электрической дуги в межконтактном промежутке. Выключатель 1 находится в рабочем состоянии. Два события будут считаться независимыми, т. е.

$$P(1, 2) = P(1) + P(2).$$

При окончании короткого замыкания выключатель 2 снова включается и начинается следующий интервал совместной безотказной работы. Эти события представляют собой поток Пальма.

Вероятность m срабатывания выключателя 2:

$$P(2) = \frac{(\lambda t)^m}{m!} e^{-\lambda t}.$$

Вероятность безотказной работы при $m = 0$ соответствует

$$P(2) = e^{-\lambda t}.$$

Вероятность срабатывания выключателя 2:

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Вероятность срабатывания выключателя 1 подчиняется закону равномерного распределения случайных величин.

3. Ударный ток $I_{уд}$ КЗ приводит к возникновению тока i_0 в электромагнитных расцепителях $i_0 > i_1$. Произойдет два случая: срабатывает выключатель 2, а затем через Δt срабатывает выключатель 1; срабатывают оба выключателя одновременно. Оба случая относятся к совместным событиям

$$P(1, 2) = P(1)P(2).$$

Вероятность срабатывания обоих выключателей составит

$$Q(1, 2) = (1 - e^{-\lambda_1 t})(1 - e^{-\lambda_2 t}).$$

ГЛОССАРИЙ НАДЕЖНОСТИ

Безотказность (Reliability, failure — free operation) — свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки.

Вероятность безотказной работы (Reliability function, survival function) — вероятность того, что в пределах заданной наработки отказа объекта не возникнет.

Вероятность восстановления (Probability of restoration, maintainability function) — вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния объекта не превысит заданное значение.

Вероятность успешного перехода на резерв (Probability of successful redundancy) — вероятность того, что переход на резерв произойдет без отказа объекта, т. е. за время, не превышающее допустимого значения перерыва в функционировании и/или без снижения качества функционирования.

Восстановление (Restoration, recovery) — процесс перевода объекта в работоспособное состояние из неработоспособного состояния.

Время восстановления (Restoration time) — продолжительность восстановления работоспособного состояния объекта.

Время восстановления гамма-процентное (Gamma-percentile restoration time) — время, в течение которого восстановление работоспособности объекта будет осуществлено с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Время восстановления среднее (Mean restoration time) — математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния объекта после отказа.

Дефект (Defect) — событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта.

Долговечность (Durability, longevity) — свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Дублирование (Duplication) — резервирование с кратностью резерва один к одному.

Интенсивность восстановления ((Instantaneous) restoration rate) — условная плотность вероятности восстановления работоспособного состояния объекта, определенная для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента восстановление не было завершено.

Интенсивность отказов (Failure rate) — условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник.

Исправное состояние, исправность (Good state) — состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Испытания на надежность (Reliability test) — проверка объекта путем реального определения или подтверждения его характеристик надежности. В зависимости от исследуемого свойства различают испытания на безотказность, ремонтпригодность, сохраняемость и долговечность (ресурсные испытания).

Испытания на надежность контрольные (Compliance test) — испытания, проводимые для контроля показателей надежности.

Испытания на надежность лабораторные (Laboratory test) — испытания, проводимые в лабораторных или заводских условиях.

Испытания на надежность нормальные (Normal test) — лабораторные (стендовые) испытания, методы и условия, проведения которых максимально приближены к эксплуатационным для объекта.

Испытания на надежность определительные (Determination test) — испытания, проводимые для определения показателей надежности с заданными точностью и достоверностью.

Испытания на надежность ускоренные (Accelerated test) — лабораторные (стендовые) испытания, методы и условия, проведения которых обеспечивают получение информации о надежности в более короткий срок, чем при нормальных испытаниях.

Испытания на надежность эксплуатационные (Field test) — испытания, проводимые в условиях эксплуатации объекта.

Контроль надежности (Reliability verification) — проверка соответствия объекта заданным требованиям к надежности.

Коэффициент готовности ((Instantaneous) availability function) — вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.

Коэффициент оперативной готовности (Operational availability function) — вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и начиная с этого момента будет работать безотказно в течение заданного интервала времени.

Коэффициент сохранения эффективности (Efficiency ratio) — отношение значения показателя эффективности использования объекта по

назначению за определенную продолжительность эксплуатации к номинальному значению этого показателя, вычисленному при условии, что отказы объекта в течение того же периода не возникают.

Коэффициент технического использования (Steady state availability factor) — отношение математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период.

Кратность резерва (Redundancy ratio) — отношение числа резервных элементов к числу резервируемых ими элементов, выраженное несокращенной дробью.

Критерий предельного состояния (Limiting state criterion) — признак или совокупность признаков предельного состояния объекта, установленные нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документацией. В зависимости от условий эксплуатации для одного и того же объекта могут быть установлены два и более критериев предельного состояния.

Критерий отказа (Failure criterion) — признак или совокупность признаков нарушения работоспособного состояния объекта, установленные в нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Критичность отказа (Failure criticality) — совокупность признаков, характеризующих последствия отказа. Классификация критичности (например, по уровню прямых и косвенных потерь, связанных с наступлением отказа, или по трудоемкости восстановления после отказа) устанавливается нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документацией по согласованию с заказчиком на основании технико-экономических соображений и соображений безопасности.

Метод определения надежности расчетный (Analytical reliability assessment) — метод, основанный на вычислении показателей надежности по справочным данным о надежности компонентов комплектующих элементов объекта, по данным о надежности объектов-аналогов, по данным о свойствах материалов и другой информации, имеющейся к моменту оценки надежности.

Метод определения надежности расчетно-экспериментальный (Analytical — experimental reliability assessment) — метод, при котором показатели надежности всех или некоторых составных частей объекта определяют по результатам испытаний и/или эксплуатации, а показатели надежности объекта в целом рассматривают по математической модели.

Метод определения надежности экспериментальный (Experimental reliability assessment) — метод, основанный на статистической обработке данных, получаемых при испытаниях или эксплуатации объекта в целом. Аналогично определяют соответствующие методы контроля надежности.

Надежность (Reliability, dependability) — свойство объекта сохранять по времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных

режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования. Надежность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость или определенные сочетания этих свойств.

Наработка (Operating time) — продолжительность или объем работы объекта. Нарботка может быть как непрерывной величиной (продолжительность работы в часах, километраж пробега и т. п.), так и целочисленной величиной (число рабочих циклов, запусков и т. п.).

Наработка до отказа (Operating time to failure) — наработка объекта от начала эксплуатации до возникновения первого отказа.

Наработка до отказа гамма-процентная (Gamma-percentile operating time to failure) — наработка, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Наработка до отказа средняя (Mean operating time to failure) — математическое ожидание наработки объекта до первого отказа.

Наработка между отказами (Operating time between failures) — наработка объекта от окончания восстановления его работоспособного состояния после отказа до возникновения следующего отказа.

Наработка на отказ средняя. Нарботка на отказ (Mean operating time between failures) — отношение суммарной наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки.

Неисправное состояние. Неисправность (Fault, faulty state) — состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Неработоспособное состояние, неработоспособность (Down state) — состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации. Для сложных объектов возможно деление их неработоспособных состояний. При этом из множества неработоспособных состояний выделяют частично неработоспособные состояния, при которых объект способен частично выполнять требуемые функции.

Нормирование надежности (Reliability specification) — установление в нормативно-технической документации и/или конструкторской (проектной) документации количественных и качественных требований к надежности. Нормирование надежности включает выбор номенклатуры нормируемых показателей надежности; технико-экономическое обоснование значений показателей надежности объекта и его составных частей; задание требований к точности и достоверности исходных данных; формулирование критериев отказов, повреждений и предельных состояний; задание требований к методам контроля надежности на всех этапах жизненного цикла объекта.

Обслуживание техническое (Maintenance) — комплекс операций по контролю и поддержанию работоспособного и исправного состояния объекта.

Объект восстанавливаемый (Restorable item) — объект, для которого в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния предусмотрено в нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Объект невозстанавливаемый (Nonrestorable item) — объект, для которого в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния не предусмотрено в нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Объект необслуживаемый (Nonmaintainable item) — объект, для которого проведение технического обслуживания не предусмотрено нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документацией.

Объект неремонтируемый (Nonrepairable item) — объект, ремонт которого не возможен или не предусмотрен нормативно-технической, ремонтной и/или конструкторской (проектной) документацией.

Объект обслуживаемый (Maintainable item) — объект, для которого проведение технического обслуживания предусмотрено нормативно-технической документацией и/или конструкторской (проектной) документацией.

Объект ремонтируемый (Repairable item) — объект, ремонт которого возможен и предусмотрен нормативно-технической, ремонтной и/или конструкторской (проектной) документацией.

Объем испытаний на надежность (Scope of reliability test) — характеристика плана испытаний на надежность, включающая число испытываемых образцов, суммарную продолжительность испытаний в единицах наработки и/или число серий испытаний.

Определение надежности (Reliability assessment) — определение численных значений показателей надежности объекта.

Отказ (Failure) — событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта.

Отказ внезапный (Sudden failure) — отказ, характеризующийся скачкообразным изменением значений одного или нескольких параметров объекта.

Отказ деградационный (Wear out failure, ageing failure) — отказ, обусловленный естественными процессами старения, изнашивания, коррозии и усталости при соблюдении всех установленных правил и/или норм проектирования, изготовления и эксплуатации.

Отказ зависимый (Secondary failure) — отказ, обусловленный другими отказами.

Отказ конструктивный (Design failure) — отказ, возникший по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленных правил и/или норм проектирования и конструирования.

Отказ независимый (Primary failure) — отказ, не обусловленный другими отказами.

Отказ постепенный (Gradual failure) — отказ, возникающий в результате постепенного изменения значений одного или нескольких параметров объекта.

Отказ перемежающийся (Intermittent failure) — многократно возникающий самоустраняющийся отказ одного и того же характера.

Отказ производственный (Manufacturing failure) — отказ, возникший по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленного процесса изготовления или ремонта, выполняемого на ремонтном предприятии.

Отказ ресурсный (Marginal failure) — отказ, в результате которого объект достигает предельного состояния.

Отказ скрытый (Latent failure) — отказ, не обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования, но выявляемый при проведении технического обслуживания или специальными методами диагностики.

Отказ эксплуатационный (Misuse failure, mishandling failure) — отказ, возникший по причине, связанной с нарушением установленных правил и/или условий эксплуатации.

Отказ явный (Explicit failure) — отказ, обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования при подготовке объекта к применению или в процессе его применения по назначению.

Параметр потока отказов (Failure intensity) — отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за достаточно малую его наработку к значению этой наработки.

Параметр потока отказов (Failure intensity) — отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за конечную наработку к значению этой наработки. Все показатели безотказности (как приводимые ниже другие показатели надежности) определены как вероятностные характеристики. Их статистические аналоги определяют методами математической статистики.

План испытаний на надежность (Reliability test programme) — совокупность правил, устанавливающих объем выборки, порядок проведения испытаний, критерии их завершения и принятия решений по результатам испытаний.

Повреждение (Damage) — событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении работоспособного состояния.

Показатель надежности (Reliability measure) — количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

Показатель надежности единичный (Simple reliability measure) — показатель надежности, характеризующий одно из свойств, составляющих надежность объекта.

Показатель надежности комплексный (Integrated reliability measure) — показатель надежности, характеризующий несколько свойств, составляющих надежность объекта.

Показатель надежности нормируемый (Specified reliability measure) — показатель надежности, значение которого регламентировано нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) докумен-

тацией на объект. В качестве нормируемых показателей надежности могут быть использованы один или несколько показателей в зависимости от назначения объекта, степени его ответственности, условий эксплуатации, последствий возможных отказов, ограничений на затраты, а также от соотношения затрат на обеспечение надежности объекта и затрат на его техническое обслуживание и ремонт. По согласованию между заказчиком и разработчиком (изготовителем) допускается нормировать показатели надежности, не включенные в настоящий стандарт, которые не противоречат определениям показателей настоящего стандарта.

Показатель надежности расчетный (Predicted reliability measure) — показатель надежности, значения которого определяются расчетным методом.

Показатель надежности экспериментальный (Assessed reliability measure) — показатель надежности, точечная или интервальная оценка которого определяется по данным испытаний.

Показатель надежности эксплуатационный (Observed reliability measure) — показатель надежности, точечная или интервальная оценка которого определяется по данным эксплуатации.

Показатель надежности экстраполированный (Extrapolated reliability measure) — показатель надежности, точечная или интервальная оценка которого определяется на основании результатов расчетов, испытаний и/или эксплуатационных данных путем экстраполирования на другую продолжительность эксплуатации и другие условия эксплуатации.

Последствия отказа (Failure effect) — явления, процессы, события и состояния, обусловленные возникновением отказа объекта.

Причина отказа (Failure cause) — явления, процессы, события и состояния, вызвавшие возникновение отказа объекта.

Программа обеспечения надежности (Reliability support programme) — документ, устанавливающий комплекс взаимосвязанных организационно-технических требований и мероприятий, подлежащих проведению на определенных стадиях жизненного цикла объекта и направленных на обеспечение заданных требований к надежности и/или на повышение надежности.

Работоспособное состояние, работоспособность (Up state) — состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Резерв (Reserve) — совокупность дополнительных средств и/или возможностей, используемых для резервирования.

Резерв нагруженный (Active reserve, loaded reserve) — резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в режиме основного элемента.

Резерв ненагруженный (Standby reserve, unloaded reserve) — резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в ненагруженном режиме до начала выполнения ими функции основного элемента.

Резерв облегченный (Reduced reserve) — резерв, который содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в менее нагруженном режиме, чем основной элемент.

Резервирование (Redundancy) — способ обеспечения надежности объекта за счет использования дополнительных средств и/или возможностей, избыточных по отношению к минимально необходимым для выполнения требуемых функций.

Резервирование замещением (Standby redundancy) — резервирование, при котором функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного элемента.

Резервирование без восстановления (Redundancy without restoration) — резервирование, при котором восстановление отказавших основных и/или резервных элементов технически невозможно без нарушения работоспособности объекта в целом и/или не предусмотрено эксплуатационной документацией.

Резервирование общее (Whole system redundancy) — резервирование, при котором резервируется объект в целом.

Резервирование постоянное (Continuous redundancy) — резервирование, при котором используется нагруженный резерв и при отказе любого элемента в резервированной группе выполнение объектом требуемых функций обеспечивается оставшимися элементами без переключения.

Резервирование раздельное (Segregated redundancy) — резервирование, при котором резервируются отдельные элементы объекта или их группы.

Резервирование с восстановлением (Redundancy with restoration) — резервирование, при котором восстановление отказавших основных и/или резервных элементов технически возможно без нарушения работоспособности объекта в целом и предусмотрено эксплуатационной документацией.

Резервирование скользящее (Sliding redundancy) — резервирование замещением, при котором группа основных элементов резервируется одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой из отказавших элементов данной группы.

Резервирование смешанное (Combined redundancy) — сочетание различных видов резервирования в одном и том же объекте.

Ремонт (Repair) — комплекс мероприятий по восстановлению работоспособного состояния объектов.

Ремонтопригодность (Maintainability) — свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта.

Ресурс (Useful life, life) — суммарная наработка объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта до перехода в предельное состояние.

Гамма-процентный ресурс (Gamma-percentile life) — суммарная наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Ресурс назначенный (Assigned operating time) — суммарная наработка, при достижении которой эксплуатация объекта должна быть прекращена независимо от его технического состояния.

Ресурс остаточный (Residual life) — суммарная наработка объекта от момента контроля его технического состояния до перехода в предельное состояние. (Аналогично вводятся понятия остаточной наработки до отказа, остаточного срока службы и остаточного срока хранения.)

Ресурс средний (Mean life, mean useful life) — математическое ожидание ресурса.

Сбой (Interruption) — самоустраняющийся отказ или однократный отказ, устраняемый незначительным вмешательством оператора.

Состояние предельное (Limiting state) — состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна, либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно.

Сохраняемость (Storability) — свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять требуемые функции, в течение и после хранения и/или транспортирования.

Срок службы (Useful lifetime, lifetime) — календарная продолжительность эксплуатации от начала эксплуатации объекта или ее возобновления после ремонта до перехода в предельное состояние.

Срок службы гамма-процентный (Gamma-percentile lifetime) — календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Срок службы назначенный (Assigned lifetime) — календарная продолжительность эксплуатации, при достижении которой эксплуатация объекта должна быть прекращена независимо от его технического состояния.

Срок службы средний (Mean lifetime) — математическое ожидание срока службы. При использовании показателей долговечности следует указывать начало отсчета и вид действий после наступления предельного состояния (например, гамма-процентный ресурс от второго капитального ремонта до списания). Показатели долговечности, отсчитываемые от ввода объекта в эксплуатацию до окончательного снятия с эксплуатации, называются гамма-процентный полный ресурс (срок службы), средний полный ресурс (срок службы).

Срок сохраняемости (Storability time, shelf life) — календарная продолжительность транспортирования объекта, в которой сохраняются в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять заданные функции. По истечении срока сохраняемости объект должен соответствовать требованиям безотказности, долговечности и ремонтпригодности, установленным нормативно-технической документацией на объект.

Срок хранения назначенный (Assigned storage time) — календарная продолжительность хранения, при достижении которой хранение

объекта должно быть прекращено независимо от его технического состояния. По истечении назначенного ресурса (срока службы, срока хранения) объект должен быть изъят из эксплуатации и должно быть принято решение, предусмотренное соответствующей нормативно-технической документацией, — направление в ремонт, списание, уничтожение, проверка и установление нового назначенного срока и т. д.

Трудоемкость восстановления средняя (Mean restoration man-hours, mean maintenance man-hours) — математическое ожидание трудоемкости восстановления объекта после отказа. Затраты времени и труда на проведение технического обслуживания и ремонтов с учетом конструктивных особенностей объекта, его технического состояния и условий эксплуатации характеризуются оперативными показателями ремонтпригодности.

Элемент основной (Major element) — элемент объекта, необходимый для выполнения требуемых функций без использования резерва.

Элемент резервируемый (Element under redundancy) — основной элемент, на случай отказа которого в объекте предусмотрены один или несколько резервных элементов.

Элемент резервный (Redundant element) — элемент, предназначенный для выполнения функций основного элемента в случае отказа последнего.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Акимов, В. А.* Надежность технических систем и техногенный риск / В. А. Акимов [и др.] — М. : ЗАО ФИД «Деловой экспресс», 2002. — 368 с.
2. *Аполлонский, С. М.* Надежность электрических аппаратов : учебно-методический комплекс / С. М. Аполлонский, В. Л. Беляев, Ю. В. Куклев. — СПб. : Изд-во СЗТУ, 2008. — 91 с.
3. *Бессонов, А. А.* Надежность систем автоматического регулирования / А. А. Бессонов, А. В. Мороз. — Л. : Энергоатомиздат, 1984. — 268 с.
4. ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Термины и определения. — М. : Изд-во стандартов, 1989. — 21 с.
5. *Гук, Ю. Б.* Теория надежности в электроэнергетике. — Л. : Энергоатомиздат, 1990. — 207 с.
6. *Глазунов, Л. П.* Основы теории надежности автоматических систем управления : учеб. пособие для вузов / Л. П. Глазунов, В. П. Грабовецкий, О. В. Щербаков. — Л. : Энергоатомиздат, 1984. — 208 с.
7. *Животкевич, И. Н.* Надежность технических изделий / И. Н. Животкевич, А. П. Смирнов. — М. : Олита, 2003. — 472 с.
8. *Калявин, В. П.* Надежность и диагностика электроустановок / В. П. Калявин, Л. М. Рыбаков. — Йошкар-Ола, 2000. — 348 с.
9. *Китушин, В. Г.* Надежность энергетических систем : учеб. пособие. — М. : Высшая школа, 1984. — 278 с.
10. Надежность и эффективность в технике : справочник. Т. 5. — М. : Машиностроение, 1988. — 320 с.
11. *Острейковский, В. А.* Теория надежности. — М. : Высшая школа, 2003. — 463 с.

12. *Половко, А. М.* Основы теории надежности. — М. : Наука, 1964. — 87 с.
13. *Пономарев, В. Б.* Элементы математической теории надежности / В. Б. Пономарев, Е. Б. Цой. — Новосибирск, 2000. — 68 с.
14. *Рябинин, И. А.* Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергетических систем. — Л. : Судостроение, 1971. — 455 с.
15. *Рябинин, И. А.* Надежность судовых электроэнергетических систем и судового электрооборудования / И. А. Рябинин, Ю. Н. Киреев. — Л. : Судостроение, 1974. — 264 с.
16. *Салов, П. М.* Основы теории надежности и диагностики : учеб. пособие. — Чебоксары : Изд-во Чуваш. ун-та, 2002. — 176 с.
17. *Ершевич, В. В.* Справочник по проектированию электроэнергетических систем / В. В. Ершевич, А. Н. Зейлигер, Г. А. Илларионов [и др.] // под ред. С. С. Рокотяна, И. М. Шапиро. — М. : Энергоатомиздат, 1985. — 315 с.
18. *Труханов, В. М.* Надежность в технике. — М. : Машиностроение, 1999. — 597 с.
19. *Устюжанин, В. А.* Основы надежности приборов и систем. — Чита, 2003. — 154 с.
20. *Ушаков, И. А.* Вероятностные модели надежности информационно-вычислительных систем. — М. : Энергоатомиздат, 1991. — 93 с.
21. *Глазунов, Л. П.* Основы теории надежности автоматических систем управления / Л. П. Глазунов, В. П. Грабовецкий, О. В. Щербаков. — Л. : Энергоатомиздат, 1984. — 208 с.
22. ГОСТ 21.033-75. Системы «человек — машина». Основные понятия. Термины и определения. — М. : Изд-во стандартов, 1975.
23. *Губинский, А. И.* Влияние систем контроля на надежность контролируемых систем / А. И. Губинский, Ю. В. Каталажников // Вопросы радиоэлектроники. Сер. общетехническая. — 1964. — Вып. 6. — С. 22–25.
24. *Лушчевская-Романова, С.* Studia Logica. — 1953. Т. I. — Познань. — 350 с.
25. *Недялков, К. В.* Расчет корабельного ЗИП // Морской сборник. — 1966. № 10. — С. 71–75.
26. *Таев, И. С.* Основы теории электрических аппаратов : учебник для вузов по спец. «Электрические аппараты» / И. С. Таев, Б. К. Буль, А. Г. Годжелло [и др.] / под ред. И. С. Таева. — М. : Высшая школа, 1987. — 352 с.

27. *Панферов, Ю. М.* Надежность, живучесть и эффективность корабельных ЭЭС. — Л. : ВМА, 1989. — 284 с.
28. *Пархоменко, П. П.* Основы технической диагностики. Оптимизация алгоритмов диагностирования, аппаратные средства / П. П. Пархоменко, Е. С. Согомонян. — М. : Энергия, 1981. — 320 с.
29. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. — М : Изд-во стандартов, 1975.
30. *Слупецкий, К.* Элементы математической логики и теория множеств / К. Слупецкий, Л. Борковский. — М. : Прогресс, 1965. — 368 с.
31. *Королук, В. С.* Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В. С. Королук, Н. И. Портенко, А. В. Скороход, А. Ф. Турбин. — М. : Наука, 1985. — 640 с.
32. *Сучак, Е. В.* Надежность технических систем. — Красноярск : Сиб. ГАУ, 2004. — 141 с.
33. Электрические системы / под ред. В. Л. Веникова. — М. : Высшая школа, 1981. — 288 с.
34. *Яблонский, С. В.* Функции алгебры логики и классы Поста / С. В. Яблонский, Г. Л. Гаврилов, В. Б. Кудрявцев. — М. : Наука, ГРФМЛ, 1966. — 120 с.
35. *Дулин, В. А.* Построение структурных моделей надежности аппаратов низкого напряжения / В. А. Дулин, В. А. Яковлев // Аппараты низкого напряжения. — 1976. — Вып. 4(53). — С. 13–16.

ОГЛАВЛЕНИЕ

От авторов	5
Цель и задачи дисциплины «Надежность электрических аппаратов» ..	6
Список сокращений	9
Список основных обозначений	10

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Глава 1

Основные понятия и количественные показатели надежности объектов	12
1.1. Надежность объектов как комплексное свойство	12
1.2. Абстрактное описание процесса функционирования объектов ...	20
1.3. Классификация отказов объектов	22
1.4. Единичные показатели надежности	24
1.5. Комплексные показатели надежности объектов	31
Рекомендуемые для решения задачи	34
Контрольные вопросы и задания	36

Глава 2

Элементы общей теории множеств	37
2.1. Историческая справка	37
Как возникли формальная и математическая логики?	37
2.2. Элементы теории множеств	38
2.3. Основные операции с множествами	40
2.4. Графические методы проверки формул алгебры множеств	41
2.5. Общие вопросы теории множеств	43
Контрольные вопросы и задания	45

Глава 3

Элементы математической логики	46
3.1. Введение	46
3.2. Основные логические связи	47

3.3. Высказывания и булевы функции	50
3.4. Сопоставление законов математической логики и теории множеств	52
3.5. Основные логические операции	53
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>60</i>

Глава 4

Статистические методы оценки в теории надежности объектов	61
4.1. О точности и достоверности количественной оценки надежности	61
4.2. Аналитические зависимости между показателями надежности	67
4.3. Случайные величины, используемые в теории надежности	71
4.4. Дискретные распределения случайных величин в теории надежности	82
4.5. Непрерывные распределения случайных величин в теории надежности	86
4.6. Оценка вероятности отказа по частоте	101
4.7. Оценка средней наработки до первого отказа и наработки на отказ	106
Рекомендуемые для решения задачи	111
Методические указания к решению задач 2...44	112
Применение приближенных формул Пуассона и Лапласа	114
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>121</i>

Глава 5

Потоки отказов и восстановлений в теории надежности	123
5.1. Характеристика потоков отказов и восстановлений	123
5.2. Модели случайных процессов в теории надежности	126
5.3. Марковские процессы в теории надежности	130
5.4. Виды марковских процессов	136
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>140</i>

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Глава 6

Расчет электрических аппаратов на надежность	142
6.1. Факторы, влияющие на надежность электрических аппаратов	142
6.2. Классификация методов расчета электрических аппаратов на надежность	146
6.3. Расчет надежности при основном соединении элементов в электрических аппаратах	149
6.4. Расчет надежности с учетом восстановления и различной глубины контроля	155
Рекомендуемые для решения задачи	159
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>160</i>

Глава 7

Методы расчета надежности резервированных электрических аппаратов	161
7.1. Классификация методов резервирования	161
7.2. Расчет надежности при общем и раздельном резервировании	168

7.3. Расчет надежности при резервировании объектов с дробной кратностью	171
7.4. Логико-вероятностные методы расчета резервированных электрических аппаратов	173
7.5. Расчет надежности резервированных электрических аппаратов с восстановлением	178
Решение уравнений, описывающих вероятности состояний системы	179
Средняя наработка до отказа восстанавливаемой системы	183
Рекомендуемые для решения задачи и упражнения	184
Принципы решения типовых задач при расчете надежности восстанавливаемых резервированных систем	184
Расчет надежности восстанавливаемых резервируемых систем	187
Принципы решения типовых задач при расчете надежности систем логико-вероятностными методами	191
Задачи и упражнения по логико-вероятностному методу расчета надежности систем	193
Примеры решения типовых задач при расчете надежности резервированных восстанавливаемых систем, основанном на составлении графа переходов системы из одного состояния в другое	195
Задачи и упражнения по расчету надежности восстанавливаемых резервированных систем, основанному на составлении графа переходов	197
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>199</i>

Глава 8

Методы расчета и анализа надежности

электрических аппаратов как сложных систем	200
8.1. Особенности расчета надежности сложных электрических аппаратов	200
8.2. Расчет функциональной надежности электрических аппаратов	202
8.3. Обоснование и распределение требований к надежности элементов электрических аппаратов	204
8.4. Методы моделирования надежности сложных электрических аппаратов	207
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>212</i>

РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ

НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Глава 9

Испытания электрических аппаратов на надежность	214
9.1. Назначение и виды испытаний на надежность	214
9.2. Определительные испытания на надежность	216
9.3. Контрольные испытания на надежность	221
Методика последовательного анализа	225
9.4. Многофакторные испытания на надежность	228

Постановка задачи многофакторных испытаний объектов на надежность	229
9.5. Анализ отказов электрических аппаратов	232
Рекомендуемые для решения задачи	235
Контрольные вопросы и задания	235

Глава 10

Основы инженерной методики планирования, проведения и обработки результатов многофакторных испытаний электрических аппаратов на надежность	236
10.1. Постановка задачи на эксперимент	236
10.2. Выбор контролируемых параметров объектов	237
10.3. Выбор варьируемых факторов внешней среды и определение уровней их варьирования	238
10.4. Определение количества уровней варьируемых факторов и интервала их варьирования	242
10.5. Определение объема выборки	244
10.6. Составление матрицы планирования и ее реализация	246
10.7. Обработка и статистический анализ результатов многофакторных испытаний	247
10.8. Инженерные методы определения характеристик надежности электрических аппаратов по результатам многофакторных испытаний	248
10.9. Методика планирования, проведения и обработки результатов МФИН	255
Порядок проведения МФИН	256
Определение влияния действующих факторов на ВПО	256
Определение закономерности изменения ВПО во времени	258
Определение характеристик надежности объектов по результатам многофакторных испытаний	259
Контрольные вопросы и задания	260

Глава 11

Теоретические основы оценивания надежности электрических аппаратов по результатам эксплуатации	261
11.1. Классические методы математической статистики для анализа эксплуатационной информации о надежности электрических аппаратов	262
Определение законов распределения случайных величин по эксплуатационной информации	264
Проверка согласия опытного распределения с теоретическим ...	270
11.2. Методы оценки показателей надежности путем обработки усеченных выборок	271
Приближенные методы оценки показателей надежности на базе усеченных выборок	274
11.3. Методы оценки показателей надежности с учетом априорной информации	275
11.4. Системы сбора информации о надежности электрических аппаратов в эксплуатации	278
Контрольные вопросы и задания	280

Глава 12

Методы повышения надежности электрических аппаратов	282
12.1. Классификация методов повышения надежности	282
12.2. Резервирование как метод повышения надежности электрических аппаратов	286
12.3. Способы уменьшения интенсивности отказов для повышения надежности электрических аппаратов	290
12.4. Сокращение времени непрерывной работы и восстановления с целью повышения надежности электрических аппаратов	293
12.5. Влияние периодичности и объема профилактических мероприятий на надежность электрических аппаратов	294
12.6. Обеспечение рационального состава запасных элементов как способ повышения надежности электрических аппаратов ..	299
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	302

Глава 13

Планирование и обработка результатов испытаний электрических аппаратов на надежность	304
13.1. Задачи испытаний электрических аппаратов на надежность	304
13.2. Определительные испытания на надежность	306
13.3. Контрольные испытания на надежность	316
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	322

Глава 14

Надежность оперативного персонала сложных систем	323
14.1. Человек-оператор как звено сложной системы «человек — электрический аппарат — среда»	323
14.2. Основные понятия и определения надежности оперативного персонала	334
14.3. Понятия отказа и ошибки оператора	342
14.4. Статистика ошибок оперативного персонала	345
14.5. Классификация ошибок оперативного персонала	351
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	358

Глава 15

Экономико-математические модели для оптимизации надежности электрических аппаратов	359
15.1. Оптимизация технических решений с учетом ущерба	359
15.2. Погрешность оценок показателей надежности	361
15.3. Комплексные критерии эффективности технических решений ..	366
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	370

РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Глава 16

Методы технического диагностирования электрических аппаратов ..	372
16.1. Общие сведения	372
16.2. Методологические основы технического диагностирования	373
16.3. Математические модели дискретных систем	378

16.4. Математические модели систем диагностирования при случайных воздействиях	379
16.5. Методы организации поиска отказавших элементов	381
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	385

Глава 17

Проектирование систем диагностирования	386
17.1. Условия функционирования систем диагностирования	386
17.2. Проектирование и оптимизация устройств диагностирования ..	391
17.3. Учет влияния характеристик систем диагностирования на показатели надежности электрических аппаратов	394
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	400

Глава 18

Повышение надежности электрических аппаратов	401
18.1. Факторы, влияющие на надежность элементов электрических аппаратов	401
18.2. Повышение надежности на стадии проектирования	402
18.3. Повышение надежности при изготовлении электрических аппаратов	405
18.4. Повышение надежности электрических аппаратов в период эксплуатации	407
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	410

ПРИЛОЖЕНИЯ

<i>Приложение 1. Функции и критерии при расчете надежности</i>	412
<i>Приложение 2. Примеры расчета структурных моделей надежности электрических аппаратов</i>	419
<i>Приложение 3. Глоссарий надежности</i>	425
Библиографический список	435

*Станислав Михайлович АПОЛЛОНСКИЙ
Юрий Васильевич КУКЛЕВ*

НАДЕЖНОСТЬ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Учебное пособие

Зав. редакцией
инженерно-технической литературы *К. Е. Житков*
Художественный редактор *С. Ю. Малахов*
Редактор *Е. А. Монахова*
Технический редактор *Е. Е. Егорова*
Корректоры *В. О. Логунова, А. М. Плетнева*
Подготовка иллюстраций *Е. М. Николаева*
Выпускающие *Д. А. Щепелева, О. В. Шилкова*

ЛР № 065466 от 21.10.97
Гигиенический сертификат 78.01.07.953.П.007216.04.10
от 21.04.2010 г., выдан ЦГСЭН в СПб

Издательство «ЛАНЬ»
lan@lanbook.ru; www.lanbook.com
192029, Санкт-Петербург, Общественный пер., 5.
Тел./факс: (812)412-29-35, 412-05-97, 412-92-72.
Бесплатный звонок по России: 8-800-700-40-71

Подписано в печать 20.06.11.
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Формат 60×90^{1/16}.
Печать офсетная. Усл. п. л. 28,00. Тираж 1000 экз.

Заказ № .

Отпечатано в полном соответствии
с качеством предоставленных диапозитивов
в ОАО «Издательско-полиграфическое предприятие «Правда Севера».
163002, г. Архангельск, пр. Новгородский, д. 32.
Тел./факс (8182) 64-14-54; www.ippps.ru